BIBLIOTEKA PWSP KRAKÓW 4843

Z. WEYBERG

# ŚWIAT KRYSZTAŁÓW

BIBLIOTEKA
Państwowej
Wyższej Szkoły Pedagogicznej
w KRAKOWIE

Z DZIEDZINY NAUKI I TECHNIKI

TOM VIII

Z DZIEDZINY

# NAUKI I TECHNIKI

BIBLJOTEKA POPULARNO-NAUKOWA

TOM VIII

Dr ZYGMUNT WEYBERG

# ŚWIAT KRYSZTAŁÓW

WARSZAWA
NAKŁADEM „MATHESIS POLSKIEJ"
1935



*Zygmunt Weyberg*

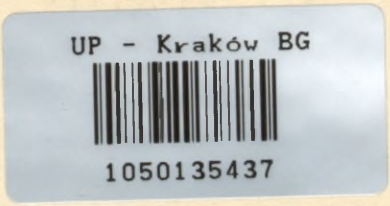
# ŚWIAT KRYSZTAŁÓW

NAPISAŁ

Dr ZYGMUNT WEYBERG

PROFESOR UNIWERSYTETU JANA KAZIMIERZA
WE LWOWIE

WARSZAWA
NAKŁADEM „MATHESIS POLSKIEJ"
1935




*WSZELKIE PRAWA ZASTRZEŻONE*




4843

Drukarnia Piotr Pyz i S-ka, Warszawa, Miodowa 8.
1935

# PRZEDMOWA

Gdybym zagadnął kogokolwiek z inteligencji naszej, co sądzi o klasyfikacji nauk, z pewnością usłyszałbym odpowiedź, że nie warto zastanawiać się nad sprawą nietylko pedantyczną i nudną ale zupełnie płonną i bez pożytku. Odpowiedź ta byłaby jednak niesłuszna. Zaliczanie jakiejś umiejętności do tego czy owego odłamu wiedzy pociąga za sobą nader doniosłe skutki praktyczne, szczególnie gdy jakąś gałąź badań umieszczono w dziale niewłaściwym. Wtedy stosunek społeczeństwa do takiej nauki jest mylny. Na tem cierpi i nauka i ogół, bo źle sklasyfikowaną naukę obsługują nienależycie wykształceni specjaliści, a ona sama źle obsługuje ogół fałszywie o niej poinformowany.

Jednym z najwięcej rażących błędów rodzaju omawianego jest zaliczanie do nauk mineralogicznych nauki o stałym stanie skupienia, to jest nauki o kryształach. Zbiór spostrzeżeń i rozważań nad ciałami stałemi leży w obrębie nauk matematycznych i fizyko-chemicznych. Tymczasem, z powodu przypadkowego wypaczenia myśli przyrodniczej w stuleciu ośmnastem, prawie

wszystkim do dziś ciągle się zdaje, że nauka o kryształach i nauka o minerałach jest jednem i tem samem. A ponieważ u nas nauka o minerałach jest nader niepopularna, więc razem z nią obca naszemu światłemu ogółowi jest również krystalografja, nauka o najpiękniejszym i najharmoniczniejszym stanie materji, nauka będąca wytwornym splotem geometrji, fizyki i chemji, jedna z niewielu nauk przyrodniczych, której część znaczna doszła do tego, co jest ideałem każdego odłamu wiedzy o naturze, mianowicie do rozległego stosowania dedukcji, czyli snucia rozumowego całości nauki z możliwie najmniejszej liczby spostrzeżeń. Niepomyślnem następstwem tej niepopularności jest nietylko luka w wiadomościach naszego myślącego ogółu ale, co gorsza, nikłe uprawianie krystalografji w gronach przyrodników, gdy natomiast u naszych sąsiadów zachodnich i wschodnich oddawna już roi się od licznych badaczów stanu krystalicznego, oddawna w całym świecie głośne i słynne są ich kierunki i szkoły krystalograficzne. Tak się dzieje, bo pomyślny stan jakiegoś odłamu nauki jest wynikiem jej popularności. Gdy wielka liczba obywateli zna tę naukę chociażby tylko z imienia, to dbają o nią ministrowie, pamiętają o jej potrzebach dygnitarze i urzędy, czuwają nad nią akademje i władze szkolne, garnie się do niej liczne grono adeptów i miłośników, a w wyniku ostatecznym na jej tle rośnie sława powszechna tego państwa, w którem ona

jest popularna. Więc ułożyłem książkę niniejszą w tym celu, aby nareszcie uczynić wyłom w obojętności ogółu naszego wobec nauki o kryształach. Ale prócz tego cel inny przyświecał tej pracy, cel mojem zdaniem ważniejszy.

W dobie ucisku najsroższego, w czasach ciosów najboleśniejszych literacka mowa polska osiągnęła największą siłę, różnorodność i wdzięk nietylko w poezji i w prozie nadobnej, ale również w naukach przyrodniczych. Talentem i pracowitością wielu pisarzy - naturalistów powstała i rozwinęła się polszczyzna przyrodnicza zgodna z klasyczną literacką mową polską, a zarazem tak bujna i giętka, zawierająca tyle pierwiastków przyszłości, że mogła podążyć za najszybszym rozwojem myśli przyrodniczej bez uszczerbku dla niej i dla siebie, oddając wszystkie tej myśli szczegóły. Gdy jednak pękły okowy i wicher wielkiej burzy dziejowej zmiótł z Polski zmorę zaborców, w nasze piśmiennictwo przyrodnicze wdarł się brudny ściek wynaturzeń i cudzoziemszczyzny z pod pióra licznych osób niepowołanych, których pseudo-polszczyzna wyraźnym jest dowodem, że nie znają one nietylko polskich pism przyrodniczych ale piśmiennictwa polskiego wogóle. Ponieważ należę do tego pokolenia przyrodników polskich, które oprócz patrzenia w lunetę i mikroskop, odczytywania podziałek skali i nonjusza, ważenia, destylowania, sączenia i czytania książek cudzoziemskich jeszcze czegoś więcej się

uczyło i coś więcej umiało, więc napisałem książkę niniejszą na dowód, że można pisać po polsku o rzeczach przyrodniczych bez posługiwania się djalektem pokątnych gazetek prowincjonalnych i sekretarzy starostw powiatowych z przedwojennego Podkarpacia. Język ojczysty i czuwanie nad nim była to samoobrona przed wynarodowieniem, a dziś jest to jeden z głównych czynników naszego zjednoczenia państwowego. Nie na to liczne grono pisarzy w trudzie pracowało, nie na to rzesze polaków półtora stulecia cierpiały za mowę ojczystą, aby dziś nieuctwo i lekkomyślność ją psuło. Stopień dbałości o język ojczysty jest miarą cywilizacji. Daj Boże, aby książka niniejsza spowodowała opamiętanie się spółczesnych pisarzy przyrodniczych w Polsce.

*Z. Weyberg.*

W zakładzie krystalograficznym Uniwersytetu Jana Kazimierza we Lwowie, w starym gmachu przy ulicy Świętego Mikołaja Nr. 4, w poniedziałek dnia 29-go października, roku 1934-go.

# SPIS RZECZY


| | | Str. |
|---|---|---|
| | Wstęp . . . . . | 1— 36 |
| | *Rozdziały* | |
| I | O stanach skupienia materji i o jej jednorodności . . . . . | 37— 68 |
| II | O sieciowym ustroju kryształów . . | 69—131 |
| III | O sieciach linjowych, płaskich i przestrzennych . . . . . | 132—168 |
| IV | O symetryczności kryształów . . . | 169—228 |
| V | O najcharakterystyczniejszych własnościach stanu stałego . . . . . | 229—285 |
| | Zakończenie . . . . . | 286—289 |
| | Skorowidz rzeczy . . . . . | 291—295 |
| | Skorowidz nazwisk . . . . . | 297—298 |

„Dlaczego Platon powiedział, że Bóg zawsze uprawia geometrję? (718, 3). Aczkolwiek bowiem niewątpliwie wszystkie umiejętności zwane naukami jak niewzruszone i nieskazitelne zwierciadła ukazują wszelkie drogi i postaci prawdy wtem co rozumem daje się ująć, geometrja jednak, będąca, zdaniem Filona, władzą najwyższą nauk pozostałych oraz ich stolicą, nadewszystko wznosi rozum i porusza". (718, 29).

Plutarch. *Rozmowy biesiadne.*
Księga ósma. Rozmowa druga.

# WSTĘP

§ 1. *Powszechność wyrazu „kryształ" i niepopularność jego znaczenia.* W akcie drugim „Balladyny" Słowacki kładzie w usta Goplanie słowa:

> Ja zaś idę po fali kryształowej biegać.

Mickiewicz nie inaczej poczyna sobie. Jego Świtezianka wabi strzelca wołaniem:

> Do mnie tu, do mnie! Tu będziem razem
> Po wodnym pląsać krysztale.

Zarówno w dziełach tych dwu wieszczów naszych, jak w utworach wielu innych poetów, widzimy niemało „kryształowych przezroczy", „kryształowych pałaców", a nawet „gwiazd kryształowych". „Muz kochankowie" upodobali sobie wyraz „kryształ" i jego pochodne, nie bacząc na istotne znaczenie tych wyrazów.

Ale to samo dzieje się na biegunie wprost przeciwnym, w pismach osób jaknajdalej stojących od tych, których tworzywem jest wyobraźnia. Weźmy mianowicie pisma statystyków, ekonomistów, polityków, publicystów. Ileż to razy napotykamy tam wzmianki o „krystalizowaniu" się poglądów lub nawet sytuacyj! Jestem pewien, że w tych gronach, tak samo jak pomiędzy pisarzami nadobnymi, jednakowe zapanowałoby zakłopotanie, gdybyśmy zażądali

wyraźnej i jasnej odpowiedzi, co właściwie znaczy „kryształ", „kryształowy", „skrystalizowany". Uniknijmy więc sami nasamprzód takiego zakłopotania i zdajmy sobie dokładnie sprawę z tego, co kryje się za tymi wyrazami. Może odpadną od nas niektóre złudzenia, może potem u niejednego pisarza będziemy czytali te wyrazy z uśmiechem żartobliwym, ale napewno nie pożałujemy tego, poznamy bowiem świat pełen tajemnic tak interesujących, a tak misternie w całość wytworną splecionych, że doprawdy pozazdrościmy poetom talentu, który dałby nam możność ujęcia tych tajemnic w poemat równie piękny jak one same. Pójdźmy więc w ten świat, pomnąc jednak, że droga doń nie jest zbyt prosta, łatwa i krótka. Ale kto więcej zadowolenia uzyskuje? Czy ten, co gładkim trotuarem przychodzi do wielkomiejskiej kawiarni, czy turysta, który skoro świt puścił się w kamieniste bezdroża, aby po zwalczeniu przeszkód rozlicznych w trudzie i znoju radosnym stanąć na szczycie w skwarne południe i poić oczy widokiem rozległego świata? Pójdźmy więc w świat kryształów.

§ 2. *Ciała bezpostaciowe i krystaliczne.* Różne ciecze różnie zachowują się z obniżeniem temperatury. Roztopione szkliwa, żywice, smoły, gdy stygną, stopniowo gęstnieją i twardnieją, stając się wreszcie ciałami takiemi jak szkło lub kalafonja. Stwardniawszy, zachowują one kształt kropel lub naczynia, w którem stygły. Od stwardnienia cieczy tego rodzaju powstają ciała, którym dajemy nazwę bezpostaciowych. W gwarze naukowej, szczególnie u narodów romańskich, anglosaskich i germańskich nazwy różnych ciał, zjawisk i przymiotów przeważnie utworzono z wyrazów greckich. U narodów tych ciała bezpostaciowe nazy-

wają się amorfne. W języku greckim przystawka „a" jest przeczeniem, wyraz zaś „morfe" oznacza postać.

Bardzo wielka liczba substancyj ciekłych zachowuje się zupełnie odmiennie, wprost przeciwnie niż ciecze wymienione przed chwilą. Stygnąc, ciągle są one cieczami ruchliwemi i dopiero w pewnej temperaturze, pod stałem ciśnieniem niezmiennej i charakterystycznej u każdej cieczy, raptownie objętość ich się zmienia, a zarazem zestalają się one.

Najlepiej i najpowszechniej znanym przykładem takich substancyj jest woda. Jak wiemy, pod ciśnieniem jednej atmosfery w temperaturze przyjętej na zero termometru Celsjusza, przeistacza się ona w lód, który jest ciałem stałem, a objętość lodu prawie o jedną jedenastą jest większa od objętości tej samej masy wody ciekłej w tej samej temperaturze i pod tem samem ciśnieniem tak, iż lód w wodzie pływa. Jeszcze dokładniej w tem się zorjentujemy, gdy poznamy objętość właściwą, to jest objętość jednego grama wody i lodu w różnych temperaturach. Mianowicie.

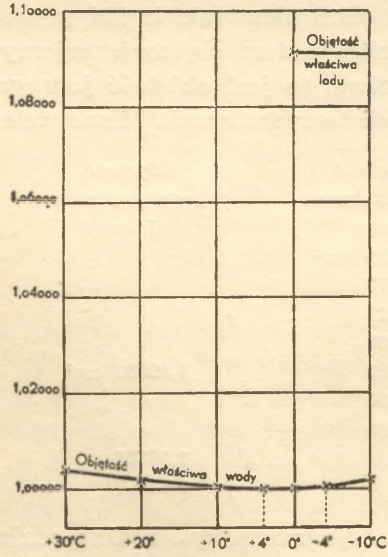
| *W temperaturze* | *Objętość jednego grama wody* | *Objętość jednego grama lodu* |
|---|---|---|
| + 30° C | 1,00435 $cm^3$ | |
| + 20° | 1,00177 | |
| + 10° | 1,00027 | |
| + 4° | 1,00000 | |
| 0° | 1,00013 | 1,09083 $cm^3$ |
| — 4° | 1,00055 | |
| — 10° | 1,00186 | |
| — 188°,7 | | 1,07538 |
| — 273° | | 1,06757 |

Poglądowo przedstawia to djagramat rys. 1. Unaocznia on zwiększenie się objętości wody w stanie stałym, to jest

lodu, w temperaturze 0°C i jednoczesne istnienie obok siebie dwu stanów jednej i tejsamej substancji $H_2O$: wody ciekłej o objętości właściwej 1,00013 $cm^3$ i wody stałej, czyli lodu, o objętości właściwej 1,09083 $cm^3$.

Ze zmianą temperatury objętość cieczy studzonej zmienia się stopniowo, to jest w sposób ciągły; najmniejsze podwyższenie lub obniżenie temperatury wywołuje drobną zmianę objętości. Ale w temperaturze przejścia stanu ciekłego w stan stały zachodzi nieciągłość, raptowny skok, znaczna zmiana objętości, duża różnica pomiędzy objętością cieczy i ciała stałego, w które ciecz ta się przeobraziła.

Substancje ciekłe tego rodzaju, do którego woda należy, krzepnąc stają się *krystaliczne;* zestalając się, mianowicie, to jest przechodząc w stan stały, samorzutnie przybierają one postać wielościanów rodzimych, zwanych *kryształami.* Te wielościany rodzime są to bryły geometryczne, ograniczone płaskiemi ścianami. Niejednokrotnie geometryczna ich prawidłowość bywa nader wyraźna. Każdy zna przecież sześciokątne gwiazdki śniegu, które, jak wiadomo, są właśnie kryształami lodu czyli wody w stanie stałym. Nauczyciele chemji już w szkole powszechnej pokazują uczniom siarkę stopioną i zaczynającą krzepnąć. Gdy




Rys. 1.

z pod skrzepłej skorupki wylewają oni niezestaloną jeszcze siarkę ciekłą, uczniowie oglądają ze zdziwieniem ściany naczynia pokryte niejako gęstym lasem lśniących, wydłużonych, drobnych słupków, mianowicie kryształów siarki.

Dziwny, tajemniczy proces! Ciecz jednostajna, ruchliwa, bezkształtna, w pewnej niezmiennej i charakterystycznej temperaturze (woda w temperaturze 0°C, siarka w temperaturze +119°C) staje się zbiorem brył geometrycznych, ograniczonych płaskiemi, gładkiemi, często nieskazitelnie lśniącemi ścianami! Istotą tego procesu zajmiemy się później, a nasamprzód wyjaśnimy właściwości kryształów oraz ich odmienność od ciał bezpostaciowych. Ciała bowiem krystaliczne i bezpostaciowe różnią się nie tylko tem, o czem już nadmieniono wyżej, nie tylko, mianowicie, skokiem objętości właściwej, ale również stosunkiem do cieczy, w których się rozpuszczają, a ponadto wielu własnościami fizycznemi.

Z życia potocznego wiemy, że sól kuchenna *, cukier, guma arabska rozpuszcza się w wodzie, żywica w spirytusie i t. p. Ciecze te nazywamy rozpuszczalnikami, mówiąc naprzykład, że spirytus jest rozpuszczalnikiem żywicy, woda

* Połączenie chemiczne metalu sodu Na z chlorem Cl, czyli chlorek sodu NaCl, ma nazwę pospolitą, potoczną soli, soli jadalnej lub soli kuchennej. Nazwa ta oznacza związek chemiczny NaCl, to jest odnosi się do połączenia NaCl bez względu na to, czy jest ono w proszku, czy w masie ziarnistej, czy w postaci dużego, wyraźnego kryształu, oraz bez względu na pochodzenie, to jest bez względu na to, czy wydobyto go wprost z kopalni, czy otrzymano z solanki odparowaniem wody, czy utworzono jakąś reakcją chemiczną. Na oznaczenie tej soli są jeszcze dwa wyrazy, mianowicie sól kamienna oznacza sól ziarnistą z kopalni, a halit (od wyrazu greckiego „hals", sól) oznacza kryształy rodzimego chlorku sodowego. Sól kamienna jest to więc skała, składająca się z ziarn minerału halitu.

cukru i t. d. Zarazem powszechnie wiadomo, że nie każda ciecz rozpuszcza ciało dowolne. A więc żywicy nie rozpuszcza woda, guma arabska nie rozpuszcza się w spirytusie, cukier w nafcie i t. p.

Otóż ciałom bezpostaciowym, to jest ciałom niekrystalizującym się, takim mianowicie jak kalafonja, żywica, guma arabska, jest właściwe rozpuszczanie się ich rozpuszczalnikami w każdym stosunku. Jakąkolwiek weźmiemy ilość spirytusu i żywicy lub gumy arabskiej i wody to zawsze możemy przyrządzić ich roztwór. Gdy weźmiemy mało rozpuszczalnika, to musimy uciec się do ogrzewania, aby zrobić roztwór; jednak po ostudzeniu zostaje on roztworem, acz gęstym, mało ruchliwym. W każdym jednak razie jest on cieczą.

Zachowanie się ciał krystalicznych jest wprost przeciwne. W każdej temperaturze, pod każdem ciśnieniem, w każdym rozpuszczalniku, każde ciało krystaliczne rozpuszcza się tylko do pewnego kresu niezmiennego, a więc charakterystycznego względem każdej substancji rozpuszczającej się i rozpuszczającej, tworząc tak zwany roztwór nasycony, tak samo ruchliwy jak rozpuszczalnik i roztwór nienasycony. Weźmy naprzykład sto gramów wody o temperaturze $+20^{0}C$ oraz sól jadalną ogrzaną do tej samej temperatury i drobnemi ilościami wrzucajmy tę sól do wody. Mieszając ciecz, widzimy, że sól się rozpuszcza, to jest znika, do stanu cieczy przechodzi. Z początku rozpuszczanie się soli zachodzi szybko, w miarę dodawania jej dzieje się to coraz wolniej, coraz dłużej musimy mieszać roztwór zanim znikną w nim ostatnie drobniutkie ziarenka soli i dzieje się to dopóty, dopóki nie rozpuściliśmy w stu gramach wody 35,87 *g* soli. Dalej już sól się nie rozpuszcza. Gdy do takiego roztworu wrzucimy jeszcze

soli, to pozostaje ona w stanie stałym, do roztworu nie przechodzi. Roztwór taki nazywamy roztworem n a s y c o n y m. Mówimy, że pomiędzy nim i jego ciałem stałem panuje równowaga. Oznacza to, że jeżeli weźmiemy naprzykład sto gramów tego roztworu i włożymy weń, dajmy na to, dziesięć gramów soli, to czas dowolnie długi ilość roztworu i ciała stałego się nie zmieni, jeżeli nie zmieni się temperatura i ciśnienie. Rzecz jasna, aby ta równowaga była niezmienna, trzeba zabezpieczyć roztwór od ulatniania się zeń wody (rozpuszczalnika) aby skład roztworu też był niezmienny. Gdy natomiast zmienimy ciśnienie lub temperaturę, równowaga się zachwieje, stosunek ilościowy roztworu i ciała krystalicznego pocznie się zmieniać. Albo ciało stałe pocznie się rozpuszczać, to jest ilość jego pocznie się zmniejszać, a zwiększać się będzie ilość roztworu, gdy temperaturę podwyższymy. Albo odwrotnie, gdy ostudzimy układ, równowaga przesunie się na korzyść ciała stałego, soli przybędzie, wydzieli się ona z roztworu czyli wykrystalizuje się zeń, przyczem owo przesuwanie się równowagi będzie się odbywało dopóty, dopóki znów nie ustali się ona w stosunku właściwym i charakterystycznym względem nowych zmienionych warunków. Innemi słowy pomiędzy nasyconym roztworem soli i solą stałą panuje taki sam stosunek, taka sama równowaga, jaka zachodzi pomiędzy lodem i wodą ciekłą lub pomiędzy stopioną siarką i jej kryształami. Pod ciśnieniem jednej atmosfery w temperaturze 0°C lód i woda ciekła jest w równowadze: ilości wody ciekłej i stałej są niezmienne. Gdy w temperaturze niezmiennej poddamy układ ten zwiększającemu się ciśnieniu, to przesuniemy równowagę w stronę ciała o mniejszej objętości: woda pocznie przybywać, lód pocznie ubywać, topnieć, przechodzić w stan cieczy. Gdy nie

zmieniając temperatury zmniejszymy ciśnienie, wody będzie ubywało, a ilość lodu się zwiększy. Pod niezmiennem ciśnieniem ogrzewanie układu pociąga topnienie lodu, to jest zwiększenie się ilości wody ciekłej, studzenie zaś pociąga skutek odwrotny.

Gdy z roztworu ciała bezpostaciowego rozpuszczalnik ulatnia się czyli paruje, to roztwór staje się coraz gęstszy i wreszcie naczynie wypełnia twarda masa gumy arabskiej lub żywicy, gdy cała woda czy spirytus ujdzie.

Jeżeli natomiast rozpuszczalnik uchodzi z nasyconego roztworu ciała krystalicznego, roztwór staje się przesycony i zaczyna wydzielać z siebie kryształy, ciało w nim rozpuszczone poczyna się krystalizować, tak samo jak to się dzieje, gdy ostudzimy roztwór nasycony w danej temperaturze. Wtedy w temperaturze niższej staje się on przesycony i zaczyna wydzielać z siebie kryształy, które pojawiają się i wzrastają dopóty, dopóki nie zapadnie równowaga, to jest dopóki roztwór nie wydzieli z siebie tyle substancji krystalicznej, że stanie się nasycony w temperaturze niższej. Zupełnie jasne się to stanie, gdy zastanowimy się nad rozpuszczalnością naprzykład soli kuchennej w wodzie w różnych temperaturach. Sól ta, to jest chlorek sodowy NaCl, z wodą tworzy mianowicie roztwory nasycone składu następującego.

| *W temperaturze* | *100 g roztworu nasyconego zawiera* |
|---|---|
| + 10° C | 26,30 *g* NaCl |
| 20° | 26,40 |
| 40° | 26,70 |
| 60° | 27,10 |
| 80° | 27,54 |
| 100° | 28,15 |

Jedno i to samo ciało w jednej cieczy rozpuszcza się obficie, w innej mało lub wcale. Żywica naprzykład rozpuszcza się w spirytusie, nie rozpuszcza się w wodzie, chlorek sodu NaCl w alkoholu rozpuszcza się daleko mniej niż w wodzie. Alkoholowe mianowicie roztwory chlorku sodowego są składu następującego.

| *W temperaturze* | *100 g roztworu nasyconego zawiera* |
|---|---|
| + 17° C | 0,09 *g* NaCl |
| 25° | 1,94 *g* |

Jeżeli więc do roztworu w cieczy dużo ciała rozpuszczającej dolejemy cieczy, która rozpuszcza tego ciała mniej lub nie rozpuszcza go wcale, to ciało się wydzieli. A więc gdy do spirytusowego roztworu żywicy dolewamy wody, roztwór mętnieje. Badając go mikroskopem widzimy, że żywica wydzieliła się w postaci maleńkich kropelek kulistych. Gdy zrobimy to doświadczenie z gumą arabską, dolewając alkoholu do jej roztworu wodnego, ujrzymy kłaczki i strzępki bezpostaciowe, kształtu najrozmaitszego, zmiennego. Każde ciało bezpostaciowe opuszcza roztwór albo w postaci kuli albo kłaczków nie charakterystycznych i chwiejnych.

Gdy do nasyconego roztworu soli kuchennej NaCl dodamy dostateczną ilość czystego alkoholu, roztwór zmętnieje a po chwili osiądzie w nim osad wydzielonego nadmiaru soli. Oglądając go mikroskopem stwierdzimy, że osad ten składa się z misternych maleńkich sześcianków.

Każda substancja krystaliczna zachowuje się tak samo: wyparta z roztworu nasyconego obniżeniem temperatury, ujściem rozpuszczalnika, lub dodaniem cieczy zmniejszającej rozpuszczalność, wydziela się w postaci kryształów, rodzimych wielościanów geometrycznych.

Stan krystaliczny materji nie jest czemś rzadkiem lub wyjątkowem. Przeciwnie. Kryształy znajdujemy „na każdem miejscu i o każdej dobie". Każde ziarnko piasku, które na każdym kroku skrzypi i trzeszczy pod stopą naszą, jest okruchem kryształu kwarcowego. Każda grudka soli jadalnej, każde ziarnko cukru są to kryształy. Z kryształów składają się skały, które tworzą skorupę ziemską. Z kryształów składają się meteoryty: kamienie spadające na ziemię z przestrzeni między planetami.

Każdej substancji krystalicznej są właściwe kryształy o postaci odmiennej i charakterystycznej, a jedną i tę samą substancję widzimy niejednokrotnie w kryształach wielorakich, pokrewnych sobie lub zupełnie odmienych. Niektóre ciała krystaliczne wyglądają jak klejnoty szlifowane, bo ogranicza je kilkanaście lub kilkadziesiąt płaszczyzn doskonałych. Czyż człowiek myślący może przejść obojętnie obok tych przedziwnych tworów przyrody i nie zapytać czem się to dzieje, że materja samorzutnie przybiera kształty geometryczne? A gdy bliżej poznamy te dziwne a misterne dzieła Stwórcy, przekonamy się, że nie tylko ich powstawanie i postać, ale własności fizyczne i fizyko-chemiczne są niezmiernie interesujące z wielu względów, a zbiór wiadomości o nich jest istotnym i ważnym odłamem nauki o przyrodzie. Najważniejsze z tych wiadomości są treścią książki niniejszej. Zanim jednak zajmiemy się niemi, wypada nasamprzód poznać dzieje samej nazwy kryształów i losy nauki o nich. Jedną bowiem z cech człowieka prawdziwie inteligentnego jest używanie tylko tych wyrazów, z których znaczenia i pochodzenia jaknajdokładniej zdaje sobie sprawę. A druga polega na tem, że człowiek istotnie i naprawdę inteligentny zna nie tylko pochodzenie wy-

razów ale również pochodzenie rzeczy, a więc nigdy nie jest istotą tylko dzisiejszego dnia, ostatniej chwili, ale zawsze i we wszystkiem rozciąga się również na przeszłość. Uwielbienie chwili bieżącej, wiara iż ona jest wszystkiem, admirowanie ostatniego słowa najnowszej nauki, tak samo jak niewolnicze słuchanie najświeższego krzyku mody, to jest właśnie najgorszy rodzaj prostactwa. Zna i rozumie „dziś" tylko ten kto zna i rozumie również „wczoraj". W niczem to nie jest tak dobitnie słuszne jak w nauce. Żadnej gałęzi wiedzy nie możemy popularyzować, jeżeli nie obznajmimy czytelnika z jej historją. W książce niniejszej będziemy to robili stopniowo, od czasu do czasu przedstawiając rozwój pojęć, o których będziemy rozprawiali.

§ 3. *Pochodzenie wyrazu „kryształ" i jego znaczenie.* Brzmienie pierwotne wyrazu „kryształ" jest „krystallos". Jest to wyraz staro-grecki. W czasach Homera i późniejszych hellenowie starożytni używali go tylko na oznaczenie lodu. Dopiero za czasów Platona wyrazem tym poczęto nazywać także kwarc, minerał bezbarwny i przezroczysty, później również szkło, a potem każde ciało, z pozoru podobne do lodu i kwarcu. Nazywanie wszakże jednym wyrazem rzeczy o podobnych własnościach, mianowicie różnych ciał twardych, bezbarwnych i przezroczystych, w tym przypadku bynajmniej nie było objawem powierzchownego traktowania rzeczy, ale zawierało myśl głębszą. Dopiero od kilku stuleci ze s p o s t r z e ż e ń czerpiemy wiadomości o przyrodzie. Wtedy zaś sądzono, że r o z u m o w a n i e jest najważniejszym sposobem poznawania rzeczywistości. Pozatem ówczesny

zasób spostrzeżeń był nader szczupły. Stąd więc, na tle małej znajomości rzeczy, posługując się bujnem, niczem nie umiarkowanem, rozumowaniem, dochodzono do różnych przekonań mylnych, które dziś nawet dziwacznemi się wydają. Panowała wtedy wiara, że własnością materji jest stopniowe doskonalenie się i że pierwszym jej stanem, jeszcze chwiejnym i niedoskonałym, jest stwardniała od mrozu woda, która z biegiem czasu staje się ciałem coraz szlachetniejszem: kwarcem, szkłem i t. d. Wierzono wtedy, że każda substancja staje się twarda, bezbarwna i przezroczysta, gdy dojdzie do stanu najwyższej doskonałości i że jest wtedy „czysta jak kryształ". Wyrażenie to przetrwało do dni dzisiejszych w mowie potocznej. W tem znaczeniu „kryształ" kojarzy się z pojęciem najwyższej czystości. Ale zarazem błąka się tu jeszcze z czasów Platona wspomnienie czegoś zupełnie przezroczystego. Stąd więc poeci upodobali sobie wyraz „kryształ" jako odpowiednik wszystkiego, co mile oko uderza przezroczystością. W języku poetycznym utarł się zwyczaj nazywania kryształowem lub krystalicznem powietrza nie zawierającego pyłu lub mgły, niemętnej wody i t. p. A nawet przemysł poszedł za przykładem poetów, bo nazwał „kryształem" najlepszy rodzaj szkła, zupełnie bezbarwnego, doskonale przezroczystego, które się daje szlifować i polerować. Jest to zupełnym przeżytkiem, bo woda i szkło są to ciała bezpostaciowe, a więc, jak się przekonamy niżej, są przeciwieństwem ciał krystalicznych. Wyrażenie „czysty jak kryształ" też nie jest ścisłe, bo kryształy w znacznej nieraz mierze bywają zanieczyszczone ciałami obcemi. Tak samo przezroczystość bynajmniej nie jest stałym przymiotem kryształów, bo są kryształy nieprzezroczyste, jak naprzykład spiżowo żółte, świetnym połyskiem metalicznym lśniące kryształy piry-

tu *, to jest rodzimego dwusiarczku żelaza $FeS_2$. Najcieńsze płytki wyszlifowane z kryształu pirytowego światła nie przepuszczają zupełnie. Przezroczystość lub nieprzezroczystość kryształów przeważnie zależy od ich substancji, a tylko w przypadkach nader rzadkich od ich ustroju krystalicznego **. Kryształy jednych substancyj względem światła są przezroczyste w dużej mierze, innych w małej lub wcale. Rozejście się spółczesnego znaczenia wyrazu „kryształ" ze znaczeniem dawnem, jest wynikiem tego, że pierwotnie nazywano kryształem wszystko co było tak samo twarde, bezbarwne i przezroczyste jak lód, a dziś kryształami nazywamy ciała o *ustroju* takim jaki przybiera woda gdy przestaje być ciekła i lodem się staje.

Zestaleniu się ciał towarzyszy zazwyczaj samorzutne przybieranie postaci geometrycznej, jeżeli nic temu nie staje na zawadzie. Gdy woda marznie w powietrzu, powstają sześciopromieniste gwiazdki śniegowe. Stąd przeto wiele osób sądzi, że owa geometryczność, że sama postać

* Nazwa pirytu pochodzi od wyrazu greckiego „pir", co znaczy ogień, bo gdy bryłkami pirytu uderzamy jedną o drugą, to ciskają one iskry, a więc są przydatne do krzesania ognia.

** Zależnie od warunków temperatury, ciśnienia i stężenia, w których zachodzi krystalizowanie się węgla, substancja ta staje się albo djamentem, ciałem bardzo twardem (z greckiego „adamas" niepokonany), bezbarwnem, przezroczystem, albo grafitem (greckie „grafo" piszę), ciałem tak miękkiem, iż ściera się o papier, a więc możemy nim pisać, czarnem i jaknajzupełniej nieprzezroczystem. Kryształy djamentu najpospoliciej są ośmiościanami umiarowymi, a kryształy grafitu są to bardzo cienkie płytki sześcioboczne. Tu więc mamy ten rzadki przypadek przezroczystości i nieprzezroczystości jednej substancji (węgla) zależnie od ustroju jej kryształów. Nawiasem zaznaczymy, że zjawisko krystalizowania się tej samej substancji w różnych ustrojach krystalicznych nazywamy polimorfizmem, od greckiego „polys" liczny, wielokrotny i „morfe" postać.

jest istotnym przymiotem stanu krystalicznego. Ale to jest mylne. Bardzo często kryształy powstają w ścisku i w tłoku. Wtedy nie widzimy ich kształtów; nie widzimy ich naprzykład w pancerzu lodowym, który czasu mroźnego pokrywa jezioro. Ustrój ich jednak zawsze pozostaje im tylko właściwy. Otóż więc u s t r o j e m kryształy różnią się od wszystkiego co kryształem nie jest. Ustroju ich wynikiem jest ich postać geometryczna i wszystkie inne właściwości, któremi tak wybitnie różnią się one od ciał bezpostaciowych. Ale postać ich, acz cecha nieistotna, wtórna, jednak jest pierwszym etapem drogi poznawania ustroju kryształów.

Pojęcie krystalizacji tak samo uległo zupełnej zmianie. Pierwotnie przez wyraz „krystalizacja" lub „krystalizowanie się" rozumiano mistyczny, tajemniczy proces długotrwały, przypuszczalny, pełen wahań i odchylań się, proces przeobrażania się substancji jednej w drugą, w coraz czystszą, twardszą, doskonalszą, innemi słowy krystalizacja była synonimem doskonalenia się i utrwalania się materji, stawaniem się czemś coraz lepszem a nadewszystko czemś i n n e m. Dziś natomiast wyraz „krystalizowanie się" lub „krystalizacja" oznacza poznany doświadczeniami i spostrzeżeniami proces przechodzenia substancji ze stanu ciekłego w stan stały. Zdajemy sobie dokładnie sprawę, że tu rodzaj materji, substancja, nie zmienia się wcale, a zmianie ulega tylko s t a n, który za każdym razem, ile nam się podoba, możemy przeprowadzać jeden w drugi odpowiednią zmianą temperatury lub ilości rozpuszczalnika.

Na to, że ciała stałe samorzutnie przybierają postać wielościanów geometrycznych, myśliciele i badacze strożytni nie zwrócili uwagi. W piśmiennictwie starożytności klasycznej jedyną wzmiankę o zagadkowej postaci geometrycz-

nej kwarcu znajdujemy u Plinjusza. Dopiero w końcu stulecia trzynastego, jak to widzimy w pismach Alberta Wielkiego, poczęło ustalać się przekonanie, że różnym substancjom jest właściwa postać różnych wielościanów, oraz że jedna substancja przybiera kształt wielościanów pokrewnych.

Wyraz „kryształ" przeszedł z języka greckiego do łaciny średniowiecznej na oznaczenie minerału kwarcu i w tem znaczeniu przetrwał w piśmiennictwie przyrodniczem do wieku siedmnastego. Dopiero u schyłku tego stulecia zaczęto go używać na oznaczanie wielościanów rodzimych i w tem znaczeniu przyjęły go wszystkie języki.

§ 4. *Nauka o kryształach jako odrębna gałąź przyrodoznawstwa.* Badanie naukowe stanu krystalicznego rozpoczęło się dopiero w wieku siedmnastym. Pierwsza mianowicie próba naukowego traktowania kryształów pochodzi z roku 1611-go. Jest to rozprawka Jana Keplera o śniegu. W ciągu stulecia siedmnastego powstały fundamenty nauki o kryształach w badaniach i rozprawach Roberta Hooke'a, Dominika Guglielminiego, Erazma Bertelsena, Nielsa Stensena, Chrystjana Huyghensa. Różne dziedziny badań tych matematyków i fizyków uzyskały życzliwe przyjęcie i rozgłos należyty w ówczesnym świecie naukowym. Tych natomiast dzieł, których przedmiotem były kryształy, spółczesni nie zrozumieli. Dzieła te nie wywołały badań i rozważań dalszych, więc popadły w zapomnienie na całe stulecia.

Wymienieni badacze, jak już zaznaczono, byli to matematycy i fizycy. Jasno zdawali oni sobie sprawę z tego, że pomiędzy kształtem kryształów a ich własnościami fizycznemi zachodzi ścisły związek. Ale ponieważ badań tych

nie zrozumiano, więc poczucie tego związku zanikło w wieku ośmnastym. Po długiej przerwie przyszedł wreszcie czas na badanie kryształów, ale niestety nie matematycy i fizycy lecz naturaliści opisowi podjęli te badania, tacy jak naprzykład M. A. Capeller, lekarz i przyrodnik szwajcarski, który roku 1719-go pierwszy użył wyrazu „krystalografja" * w tytule dziełka wydanego w Lucernie: „Adumbratio crystallographiae". W rękach takich badaczów jak Capeller badanie kryształów było dosłownie „krystalografją", to jest opisywaniem kształtu kryształów. Później ów opis coraz więcej wnikał w istotę rzeczy, stając się nietylko geometrycznem i matematycznem badaniem postaci kryształu, ale dochodzeniem ich własności fizycznych. Jednak w przekonaniu ogółu, niedokładnie z tą sprawą obeznanego, do dziś panuje pogląd mylny, że krystalografja tylko opisuje kształty ciał krystalicznych. Jak niżej się przekonamy pogląd ten jest fałszywy najzupełniej.

M. A. Capeller opisywał kryształy minerałów i różnych substancyj niemineralnych, które otrzymujemy w pracowniach i fabrykach chemicznych. Ponieważ badanie ciał rodzimych nazwano już dawno mineralogją, a badanie substancyj, powstałych za sprawą człowieka nosiło nazwę chemji, więc swe czynności badawcze M. A. Capeller uznał za coś odrębnego od obu tych nauk i nazwał je krystalografją. Nazwa ta przyjęła się powszechnie i do dziś istnieje, oznaczając odrębną gałąź nauki o przyrodzie, poświęconą badaniu kryształów. M. A. Capeller, twórca nazwy krystalografji, nie był jednak twórcą tej nauki. Jego opisy, powierzchowne i naiwne, nie dały mu żadnego uogólnienia, żadnej myśli naukowej. Były one przygodnem, dorywczem

* Końcówka „grafja" w nazwie różnych nauk i umiejętności pochodzi od wyrazu greckiego „grafo" piszę.

zajęciem ubocznem inteligentnego i pracowitego lekarza. Pierwszym krystalografem nie przygodnym był Jean Baptiste de Romé de l'Isle. Ten uczony stale oddawał się badaniom kryształów, pierwszy jako prelegent publiczny wygłaszał „kurs" krystalografji i ułożył pierwszy jej wykład systematyczny, zawierający już wyraz niektórych praw lub ich przebłyski. W roku 1772-gim Romé de l'Isle ogłosił pierwsze wydanie traktatu o kryształach, a w roku 1783-im wydanie drugie, znacznie rozszerzone. W rok później René Juste l'abbé Haüy * ogłosił rozprawę teoretyczną o ustroju kryształów, a na schyłku żywota w roku 1822-gim dwutomowy traktat o tej sprawie. Od Haüyego badania krystalograficzne idą już cięgiem nieprzerwanym do dni obecnych.

Racja bytu, sens istnienia krystalografji, jako samoistnej i odrębnej gałęzi naukowej zawiera się w jej części geometrycznej. Cel bowiem główny badania kryształów widzimy w zespoleniu praw fizyki i chemji ciała stałego z geometrją wielościanów krystalicznych. Ale i sama ta geometrja, nawet odłączona od fizyki ciał krystalicznych, też jest zbiorem zależności naukowych niemałej wagi i zaciekawienia. Wielościany bowiem, będące postaciami kryształów, nie są dowolnemi bryłami geometrycznemi, ale tylko pewną ich klasą. Jednak istnienie odrębne krystalografji jest objawem historycznym tylko. Jest ono wynikiem przypadkowego wypaczenia myśli przyrodniczej w stuleciu ośmnastym pod wpływem Linneusza. Podzielił on przyrodę na królestwa zwierząt, roślin i ciał kopalnych oraz stworzył jednolity schemat opisu, nazw, podziału i układu wszystkich tych trzech królestw. Genjalny ów biolog nie zdawał sobie sprawy z tego, że „ciała kopalne"

* Wymawia się „Ajui".

są kategorją zupełnie odmienną od zwierząt i roślin, więc narzucenie im schematu stosownego organizmom jest niewłaściwe. Jednakże ówczesny świat naukowy ulegał bezapelacyjnie poglądom tego wielkiego naturalisty i przyjął schemat przezeń narzucony, czem kryształy, jako postaci minerałów, a więc ciał kopalnych, uległy badaniu takiemu samemu jak organizmy. Dostały się więc one w obręb zainteresowań naturalistów opisowych i na długo wyszły ze sfery zaciekawienia matematyków i fizyków.

Jednak obecnie jesteśmy już daleko od tego stanu. Obecnie nauka o kryształach, acz wielu ma ją za część mineralogji, jest uporządkowanym zbiorem wiadomości matematycznych i fizycznych. Obecnie liczny już jest poczet osób jasno zdających sobie sprawę z tego, iż musi przyjść czas, w którym uznanie konieczności badania i znajomość zarówno wielościanów, będących ograniczeniami ucząstków rodzimych ciała stałego, jak własności fizycznych i chemicznych stałego stanu skupienia materji wejdzie w powszechną świadomość matematyków, fizyków i chemików. Wtedy krystalografja się rozdzieli i odłamy jej wejdą w skład matematyki, fizyki i chemji, stając się integralnemi częściami tych trzech nauk podstawowych wszystkiego przyrodoznawstwa. Zanim się to jednak stanie, każdy spółczesny matematyk i naturalista, a w szczególności fizyk i chemik powinien obeznać się z podstawami krystalografji. Matematyk dowie się z nich o wielu ciekawych zależnościach geometrycznych i liczbowych, oraz znajdzie tam niejedno zagadnienie, godne opracowania matematycznego. Fizyk i chemik uzupełni tem wiadomości o stałym stanie skupienia. Naturalista innych dziedzin pozna ważny a zaniedbany i mało popularny dział fizyki. Konieczność ponadto wiadomości krystalograficznych coraz większe

uświadomienie zyskuje w spółczesnych kołach technicznych, szczególnie pomiędzy metalurgami, bo sprawa ustroju i budowy stopów metalicznych, jako zespoleń kryształów, coraz mocniej wybija się na plan pierwszy w ich umiejętnościach. Inteligentny metalurg spółczesny nie może już być zupełnym nieukiem krystalograficznym. Znajomość krystalografji zaczyna być potrzebna również w wielu innych dziedzinach rozpoznawania i oceny wielorakich materjałów technicznych. A każdy człowiek myślący, jeżeli interesuje się materją i energją, atomami i cząsteczkami, protonami i elektronami, gazami i cieczami, winien też poznać s t a ł y stan skupienia materji, mianowicie stan krystaliczny.

§ 5. *Znaczenie matematyki w naukowem poznawaniu rzeczywistości.* W rozdziale XI-stym, w wierszu 21-szym „Księgi Mądrości" Pismo Święte mówi do Stwórcy w te słowa: „Aleś Ty wszystko pod miarą, liczbą i wagą rozrządził". Źródło to, pierwsze powagą i czcigodnością, nie jest pierwsze w czasie co do treści orzeczenia przytoczonego. Autor bezimienny napisał „Księgę Mądrości" po grecku w czasach Aleksandra Wielkiego około roku 330-go przed Chrystusem. A już na sześć stuleci przed początkiem ery Chrystusowej analogja liczb i rzeczy w mierze najwyższej olśniewała Pitagorasa oraz jego uczniów, wyznawców i następców. Jak Arystoteles podaje, olśnieniu temu pitagorejczycy ulegali tak dalece, że liczby mieli nie za wyraz stosunków pomiędzy rzeczami, ale za samą substancję rzeczy. Elementy liczb były dla nich pierwiastkami wszystkiego co istnieje, były samą materją i formą rzeczy.

Platon w „Politeji" (Republice) zawarł twierdzenie, że „matematyka jest nauką o tem co jest wieczyste". Plato-

nowi również Plutarch włożył w usta twierdzenie, że „Bóg zawsze uprawia geometrję", a Jan Tzetzes, poeta bizantyjski stulecia dwunastego, pismem uwiecznił przekazane tradycją ustną podanie o maksymie Platona: „niechaj stąd wyjdzie każdy nieznający matematyki", którą ten myśliciel grecki rzekomo miał umieścić nad wejściem do swej „Akademji". Plutarch również przekazał pismem twierdzenie Filona,że „matematyka jest księciem i stolicą umiejętności ludzkich, bo aczkolwiek w nich, jak w zwierciadłach, widzimy wszelkie postaci prawdy, ale najdoskonalej odsłania je nam matematyka, najmocniej intelekt nasz pobudzając".

Oto więc od czasów tak dawnych, zgłębiając istotę rzeczy myśl ludzka zawsze dochodziła do przekonania o ścisłym związku rzeczywistości fizycznej z liczbą i nie wahała się przypisać Stwórcy matematycznych podstaw tworzenia. Rzeczy drobne, błahe, przemijające, krótkotrwałe, może na chwilę uchylają się od praw matematycznych, ale wszystko wieczyste, to co trwa i co zachodzi „zawsze i wszędzie", co odbywa się „na każdem miejscu i o każdej dobie", nie dzieje się nigdy byle jak lecz zawsze według liczby i miary.

Ale w naukowem poznawaniu rzeczywistości liczby oraz związki pomiędzy niemi mają głębsze jeszcze i ważniejsze znaczenie. Tu rzecz nie kończy się na ilościowem badaniu zjawisk. Tu idzie o to, że pomiar i wynik jego — liczba pociąga za sobą badanie związku pomiędzy zjawiskami ujętemi ilościowo i oddzielenie takich prawd, jakie istnieją same przez się, od tych, które możemy z nich wysnuć jako następstwa logiczne. A więc za ilościowem badaniem natury idzie *dedukcja,* idzie r o z u m o w a n i e z p o c z u c i e m p e w n o ś c i. Z tego więc względu głębokie odczucie przepojenia matematyką rzeczywistości fizycznej

i świadomość, że tylko ilościowego badania następstwem jest możliwość rozumowania dedukcyjnego, a więc rozumowania z poczuciem pewności, skłoniło Kanta do wypowiedzenia się, że „w każdym odłamie nauki o przyrodzie tyle tylko jest nauki prawdziwej, ile jest w niej matematyki". Kilka stuleci przed Kantem największy z mistrzów Odrodzenia, Lionardo da Vinci, wyraził się jeszcze dosadniej, twierdząc, iż „ż a d n e badanie ludzkie, jeżeli ma zasługiwać na miano nauki p r a w d z i w e j, nie obywa się bez dowodów matematycznych".

A zatem nieodparcie wynika z tego hjerarchja nauk, podział ich na ważniejsze i mniej ważne, na głębokie i istotne, oraz na płytsze i błahsze. Jasne postawienie tej sprawy jest konieczne w książce popularnej, tem szczególniej gdy ją układa się dla nas, dla Polaków; w społeczności polskiej panują bowiem w tej mierze poglądy wprost przeciwne istotnemu stanowi rzeczy, a zadaniem popularnej książki przyrodniczej jest nie tylko informacja rzeczowa o ciałach i zjawiskach, oraz o następstwach teoretycznych, które możemy wysnuć z obserwacji ciał i zjawisk. Cele dzieła popularnego są dalsze i głębsze. Oprócz informacji bezpośrednio odnoszącej się do jakiegoś określonego odłamu wiedzy zawsze winno ono powiadomić czytelnika o rzeczach najogólniejszych i być źródłem nie tylko rozumowego ale nawet uczuciowego stosunku do nauki. Popularyzowanie bowiem jakiejś gałęzi wiedzy, to nie jest tylko rozpowszechnianie łatwe i przystępne jej faktów i teoryj, ale jest to wytwarzanie w czytelnikach sądów prawdziwych o całości nauk tudzież o ich wartościach cywilizacyjnych, a także i nadewszystko takie nastawienie czytelników względem nauki, aby nie była ona czemś obcem i dalekiem ale aby stała się tak popularna, jakim jest na-

przykład jakiś popularny mąż stanu. Popularyzować naukę, to znaczy uczynić ją popularną, aby ją każdy znał chociażby z nazwy i aby na samo jej imię życzliwie uśmiechały się usta i wyciągały pomocne ręce.

Przyjmijmy więc słowa Filona, uwiecznione w pismach Plutarcha, że matematyka jest najpiękniejszym tworem umysłu ludzkiego, stolicą umiejętności i królową nauk. Ona coraz więcej przepaja nauki przyrodnicze. Tak naprzykład fizycy dzisiejsi twierdzą, że spółczesne teorje fizyczne w dziewięćdziesięciu dziewięciu częściach są matematyką a tylko w jednej setnej fizyką. Jeżeli więc chcemy, aby u nas kwitły nauki, to powinniśmy dbać o to, aby nadewszystko i przedewszystkiem nauki matematyczne otoczyć pieczołowitością należytą i popularyzować je jaknajszerzej. Niechaj każdy obywatel ma sposobność nauczenia się ich jaknajwięcej, a w szczególności niechaj będzie to powszechnie znane i odczute, że każdy młodociany adept naukowy winien się przykładać do matematyki nadewszystko. Im się on głębiej zapuści w czarowny ogród wiadomości matematycznych, tem szerzej przed nim otworzy wrota fizyka z krystalografją i chemją, te kardynalne kamienie węgielne przyrodoznawstwa, tem dalej odbiegnie odeń analfabetyzm naukowy i to kalectwo ducha, jakiem jest brak wykształcenia matematycznego.

Dawno, w latach młodzieńczych, znalazłem się przelotnie dość daleko na wschodzie, na rubieży Europy i Azji, ale nie w pustkowiu, lecz w dość dużem i znacznem mieście. Byłem na dworcu kolei żelaznej. Wpadł pociąg okryty gęstą warstwą pyłu, świadczącego o długiej podróży. Pociąg ten przybył z głębin dalekiego wschodu. Wysiadło zeń kilku poważnych mężów w szarych turbanach, w równie szarych jedwabnych chałatach. Oczy przyjezdnych pa-

trzyły mądrze, rysy twarzy były subtelnie wyrzeźbione, świadczące o tem że od wielu pokoleń przeorała je myśl, ręce delikatne i pielęgnowane starannie. Przywitani przez dostojników miejscowych odjechali kilku powozami wgłąb miasta. Spytałem się kim są owi egzotyczni panowie. Odpowiedziano mi, że są to uczeni, którzy z głębi Azji przybyli na zjazd turko-tatarskich filozofów, historyków i filologów. Przelotny ten przypadek uprzytomnił mi, że mylne jest twierdzenie wielu, jakoby owe nader różne narody wschodu były niecywilizowane, ale że są to cywilizacje cząstkowe, niezupełne i niedoskonałe, zamknięte w ciasnych granicach rasy i języka, niejednokrotnie więc zwyrodniałe. Cywilizacja natomiast ze starożytnej Hellady płynąca, ta cywilizacja z podłożem Euklidesa i Arystotelesa, o matematykę i o nauki przyrodnicze oparta, jest ogólna, całą ludzkość ogarniająca i całej ludzkości dostępna, poznanie całego wszechświata za cel mająca, jest zarazem najsilniejszym czynnikiem dalszego rozwoju i od zwyrodnienia zabezpieczona, gdyż z poznania natury płynie i na tem poznaniu się opiera.

Długie lata żył i pracował w Warszawie ś. p. Bronisław Znatowicz, niezmordowany redaktor wielu roczników „Wszechświata", popularnego tygodnika przyrodniczego. W rzadkiej chwili szczerości wyjątkowej skrzętny ten popularyzator nauk przyrodniczych w tajemnicy największej przyznał mi się, że działa ile może, aby w ogóle polskim rozpowszechniać i umacniać wiadomości przyrodnicze, aby tym sposobem utrzymać Polskę na poziomie cywilizacji należytej, ale wgłębi ducha nie wierzy w to, byśmy byli zdolni do przyrodniczych prac twórczych, tak jak inne narody zachodu i tak jak jesteśmy zdolni do twórczości artystycznej. Na to odpowiedziałem mu mniej więcej

w ten sens. Juljan Klaczko pisał kiedyś, że nie będziemy mieli nigdy wielkiego malarstwa, bo ono może się urodzić tylko pod błękitnem niebem Włoch w pełni blasku i bujności barw południa. A tymczasem zjawił się Matejko, Pochwalski, jeden i drugi Gierymski, Chełmoński, Wyspiański i wielu innych wielkich malarzy polskich, tak iż malarstwo nasze może stanąć śmiało wobec malarstwa każdego wielkiego narodu. Bo talenty powstają w miarę podnoszenia się poziomu cywilizacji. To jest zjawisko żywiołowe, objaw biologiczny. A przytem twórczość artystyczna, ograniczona objawami rasy i języka zjawia się nawet na bardzo niskim poziomie cywilizacji. Twórczość natomiast ogólno-ludzka, powszechna, twórczość naukowa jest objawem i atrybutem cywilizacji najwyższej. Nikt nie przeczy że w twórczości naukowej inni nas wyprzedzają. Mało mamy wielkich imion w plejadzie naturalistów, a te imiona acz niewątpliwie noszą osoby nader zasłużone, jednak nie są to czołowi koryfeusze najwyższego napięcia fantazji twórczej. Ale pracujmy. Gdy poziom cywilizacji naszej się wzniesie należycie, siłą rzeczy i u nas pojawią się twórcy naukowi tacy sami i w takiej samej liczbie jak u narodów innych. Znatowicz z głębokiem uczuciem uścisnął mi rękę i rzekł: „dziękuję Panu, lżej mi będzie umierać".

A więc cywilizacja jest koniecznym warunkiem rozwoju nauk, a zarazem popularyzowanie ich jest potężnym czynnikiem cywilizacyjnym. Michał Anioł Buonarotti powiedział kiedyś, że gdy się obcuje z dziełami wielkich mistrzów to się wyrasta na trzydzieści łokci w górę. Ale gdy się przestaje z najważniejszymi wynikami nauk najważniejszych wyrasta się daleko wyżej. Myśl podnosi się na te poziomy, z których się widzi dosadnie, że z krzywdy ludzkiej nie rośnie nic prócz ludzkich łez, że niema nic piękniejszego

nad wszechświat, że Bóg jest wielki i dobry, że w istocie „szukajcie królestwa bożego, a reszta będzie wam dana" i że królestwo boże jest tylko tam gdzie jest prawda, a prawda jest tam gdzie się nie kłamie. Bo któż mówi prawdę? Lecz nie kłamie ten co powiada wedle wiary swojej. A właśnie tylko w nauce mówi się jedynie wedle wiary swojej, nie kupcząc ani sercem, ani duszą, ani nie oglądając się na nic. Jeden jedyny świat zupełnej wiary wzajemnej we wzajemną dobrą wolę to jest świat nauki. Sprawdzamy badania poprzedników, ale czynimy to pragnąc poprawić ich błędy mimowolne lecz nie na to aby kontrolować ich prawdziwość, bo wiemy, że ogłosili je w dobrej wierze. Otóż to dążenie do prawdy drogą badań w dobrej wierze, to jest najpotężniejszy czynnik cywilizacji. Popularyzujmy więc nauki przyrodnicze abyśmy się tem podnosili, a zarazem aby podnoszący się poziom cywilizacji naszej dawał coraz więcej badaczów i twórców naukowych. Aby się to mogło stać, w ogóle naszym powinno się utrwalić przekonanie o konieczności jaknajpowszechniejszego wykształcenia matematycznego szczególnie początkujących adeptów nauki, bo bez tego w każdej dziedzinie pozostaną na zawsze początkującymi dyletantami i nigdy nie staną się ani głębokimi znawcami nauki, ani tem mniej twórczymi pracownikami, którzy posuwają rozwój wiedzy osobistemi badaniami własnemi. A to jest naszym obowiązkiem. Prawdziwą bowiem równorzędność z innymi narodami uzyskamy twórczością naukową, potęgą armji, doskonałością urządzeń obywatelskich, siłą przemysłu, produkcją rolniczą. Lecz moc militarna, cywilizacja, napięcie przemysłowe i wytwórczość rolna nie istnieje bez podstaw naukowych. Pasorzytować zaś na twórczości innych i być im równorzędni to sprzeczność. Tłum ocenia narody czy-

nem sportowym, szczyty społeczne twórczością ogólnoludzką, twórczością nieograniczoną językiem i rasą. A więc w każdej dziedzinie wiedzy twórcza praca naukowa jest takim samym wobec Ojczyzny obowiązkiem, jak obowiązek krwi i mienia. Musimy być gotowi do spełnienia misji naukowej w przyszłości. Każdy z narodów zachodu miał już wielkie chwile czynu naukowego. Niektóre z nich już się wyczerpały lub znużyły. Kolej na Słowiańszczyznę i na nas, którzy powinniśmy zająć w niej miejsce należne naszej świetnej przeszłości. Jest to rzecz talentów. Niewątpliwie, talenty będą tem liczniejsze, im wyższy będzie poziom cywilizacji naszej. Ale talenty marnieją w zarodku, gdy otoczenie do nich nie dorasta. Aby więc talenty przyszłości nie marniały, obowiązani jesteśmy do tworzenia najpomyślniejszej dla nich atmosfery naukowej obfitością badaczy, erudytów, ludzi wykształconych i jaknajszerszą popularyzacją nauk, tak aby cały ogół był z niemi obeznany. A jednym z najważniejszych pierwiastków tego obeznania, to powszechna wiara, że niema postępu nauki bez należytych podstaw wykształcenia matematycznego, bo zależności matematyczne przenikają rzeczywistość jaknajgłębiej.

§ 6. *Kryształy jako najdobitniejszy objaw geometryczności przyrody.* Owo przejęcie rzeczywistości fizycznej zależnościami liczbowemi jest zupełnie jasne tym, którzy jaknajgłębiej zapuszczają się w istotę rzeczy. W astronomji, w fizyce, w chemji zależności te stają wyraźnie dopiero przed oczyma badaczów, wykonywających pomiary i poddających je opracowaniu rachunkowemu. W poznawaniu natomiast kryształów owa geometryczność Stwórcy sama bije w oczy, dziecku nawet jest przystępna bezpo-

średnio. Gdy z cieczy wrzącej para jej się uwalnia, albo gdy napój musujący wydziela gaz, ujawnia się on w postaci krótkotrwałych pęcherzyków kulistych. Gdy para się skrapla, jej ciecz pojawia się również w kształcie kropel, których postacią jest kula. Powierzchnia tych utworów krótkotrwałych, za ladajaką przyczyną się odkształcających, mało zwraca na siebie uwagi ubogą i chwiejną geometrją. Ale gdy ciało stałe wydziela się z cieczy, „krople" jego, jeżeli przez analogję tak się wyrazimy, są wielościenne. Ograniczają je płaszczyzny, tworzące naroża i prostolinjowe krawędzi. Tworów tych doskonałość bywa podziwu godna, a jeszcze więcej oko przykuwa ich różnorodność i niewyczerpana, nieprzeliczona rozmaitość. Nic tak jak widok kryształu nie wywołuje przekonania, że „Bóg zawsze uprawia geometrję".

§ 7. *Nieodzowność krystalografji w fizyce.* Więcej jeszcze niż kształt, f i z y c z n e własności kryształów ze wszech miar są godne uwagi i pełne pociągającego zaciekawienia. Posłuchajmy o tem słów niedawno zgasłego W. Voigta, jednego z mistrzów fizyki.

„Wyobraźmy sobie w wielkiej sali zebranych kilkuset doskonałych muzyków, wirtuozów, którzy na jaknajzgodniej nieskazitelnie nastrojonych instrumentach grają ten sam utwór muzyczny, ale każdy z nich rozpoczął go w innej części, w innym takcie i dograwszy do końca znów go od początku grać zaczyna. Skutek tego, przynajmniej dla europejczyka, nie byłby wcale miły. Byłaby to jednostajna, zawiła mieszanina dźwięków, w której najwprawniejszy muzyk nie rozpoznałby wykonywanego utworu. Taką „muzykę" wykonywają molekuły w stanie gazowym i ciekłym. Niejednokrotnie ustrój tych molekuł jest nader kunsztow-

ny, ale w działaniu każda z nich stoi na przeszkodzie innym. Zjawiskami zachodzącemi w takim zespole molekuł ani jeden z ich przymiotów nie ujawnia się w całej pełni i czystości, a liczne zjawiska im właściwe wcale nie dochodzą do urzeczywistnienia. Kryształ natomiast jest podobny orkiestrze z wytrawnym kapelmistrzem na czele, jest podobny zespołowi, którego wszyscy członkowie śledzą każdy ruch dyrygenta i wykonywają zgodnie każde uderzenie. Wtedy melodja i rytm utworu granego występuje z całą wyrazistością, a mnogość wykonawców nie zamąca jej, lecz przeciwnie, wzmaga. Przykład powyższy uwydatnia to, że kryształ ukazuje obszary zjawisk zupełnie obce i niedostępne ciałom innym, oraz to, że niektóre tych zjawisk obszary rozwijają się w krysztale z różnorodną wytwornością, godną podziwu, gdy w innych ciałach ukazują je wartości mętne, zamazane, monotonne, będące tylko przeciętną średnią arytmetyczną. Mojem zdaniem (Voigt pisze) „muzyka" prawidłowości fizycznych w żadnym innym obrębie nie brzmi tak pełnymi i tak bogatymi akordami, jak w fizyce kryształów".

Jeżeli wolno snuć dalej przykład W. Voigta, to własności gazów i cieczy moglibyśmy przyrównać do zachowania się targowiska, które kłębi się bezładnie, gdy kryształ jest podobny doskonale zorganizowanemu oddziałowi wytrawnych żołnierzy, w szyku szeregów i rzędów jaknajdokładniej wykonywających każdą komendę na przeglądzie lub w czasie mustry.

Wyżej przytoczone słowa sędziwego zasłużonego fizyka, które podsunął mu pod pióro szlachetny entuzjazm i szczere zamiłowanie, zdawałoby się powinny były być zachętą fizyków do racjonalnego badania kryształów, a nadewszystko do obeznania się dokładnego z istotnemi wła-

ściwościami stanu krystalicznego i z nauką o nim. Tymczasem z praktyki szkolnej każdy z nas wie, że nauczyciele fizyki nic nam nie mówili o kryształach, ani nam ich nie pokazywali nawet. Tak się dzieje, ponieważ kryształy i nauka o nich fizykom jest zupełnie obca i nieznana. Otóż W. Voigt jest jednym z tych bardzo nielicznych fizyków, który był zdania przeciwnego. Uprawiał on fizyczne badania kryształów i propagował krystalografję w gronach fizyków. Spytajmy dlaczego ten wybitny fizyk był tego zdania, że nauka o kryształach ma być znana fizykom i co z niej miał on za najważniejsze? Odpowiedzią na to są jego własne słowa. „Po pierwsze pragnąłem zwrócić uwagę na znaczenie i wartość rozważania *symetrji* w nauczaniu fizyki. Powtóre chciałem być pomocny fizykom we właściwem stawianiu zagadnień krystalograficznych, wiele bowiem uciążliwej pracy empirycznej w zakresie fizyki kryształów włożono napróżno, bo nie uwzględniano dostatecznie poglądu na prawa symetryczności zjawisk badanych". Dowód słuszności tego nasuwa się nader łatwo. W dwa lata po ogłoszeniu drukiem tych słów W. Voigta, mianowicie w roku 1912, pierwsze próby badań $x$ - radjometrycznych * spółpracownicy M. Lauego rozpoczęli na płytce.... pięciowodnego siarczanu miedziowego! W tym wyborze ciała do badania zewszechmiar jaknajniewłaściwszym każda osoba, chociażby elementarnie obznajmiona zaledwie z początkami krystalografji, widzi dosadnie zupełną przypadkowość, brak jakiegokolwiek zastanowienia się. Kryształom pięciowodnego siarczanu miedziowego (sinego

* Promienie znane powszechnie pod nazwą promieni Roentgena odkrywca ich, Roentgen, nazwał promieniami - $x$. „Radius" — promień, „metreo" — mierzę; więc $x$ - radjometrja — umiejętność dokonywania pomiarów promieniami - $x$.

kamienia czyli witrjolu miedzi jak go trywjalnie nazywają) symetrja jest właściwa w mierze najmniejszej. Są one niesymetryczne, stąd więc z góry możemy przewidywać, iż każde zjawisko fizyczne zachodzi w nich zawile, bez związku z układem ścian kryształu i biegiem ich krawędzi. Nic więc dziwnego, że $x$ - radjogramy *, które badacze rzeczeni otrzymali w początku swych prac, były zawiłe i nieczytelne pomimo, że włożyli oni w nie bardzo wiele trudu. Gdyby badaczom tym wszczepiono nieco wiadomości krystalograficznych, rozpoczęliby studja $x$ - radjometryczne od takich ciał jak naprzykład halit, zwany powszechnie solą kamienną, bo jest to ciało jaknajsymetryczniejsze, gdyż kryształom jego jest właściwa symetryczność sześcianu umiarowego.

W pismach różnych autorów bez liku znajdujemy nieporozumień na tle kryształów i krystalografji. Tak naprzykład J. Morozewicz zaznacza, że umieszczone w jego polskim przekładzie niemieckiego podręcznika mineralogji G. Tschermaka $x$ - radjogramy, St. Kreutz i L. Chrobak otrzymali z kryształów halitu (soli kamiennej) z Wieliczki oraz siarki i selenitu (gipsu) z Truskawca. W opisach i w interpretacjach zjawisk geochemicznych ** jest nieodzowne wymienianie pochodzenia każdego minerału, bo obecność w nim tych lub owych ciał obcych jest swoista a więc charakterystyczna w każdem jego występowaniu. A ponieważ rzeczą mineralogji jest powstawanie każdego minerału, więc nie możemy traktować go inaczej, jak tylko wraz ze wszystkiem jego

* „Gramma" po grecku znaczy znak, pismo, $x$ - radjogram — obraz fotograficzny otrzymany promieniami - $x$.

** „Ge" po grecku oznacza ziemię, więc geochemja jest to chemja ziemi.

otoczeniem, a ono jest właśnie atrybutem miejsca jego powstania i zalegania. Ale obraz powstały od promieni - $x$, które przeszły przez kryształ, jest wynikiem tylko ustroju tego kryształu, a nie miejsca w którem on się utworzył. Gdy zaś czytelnik początkujący napotka ową wzmiankę o miejscu występowania kryształu w związku z obrazem otrzymanym zeń promieniami - $x$, będzie może sądził, że działa tu jakiś mistyczny *„genius loci"*, będzie gotów domyślać się, że owo m i e j s c e wywarło jakiś wpływ na omawiane zjawisko fizyczne i przypuszczać, że inny byłby obraz od tego samego ciała, pochodzącego z miejsc innych. Wzmianka ta jest równoznaczna z owemi twierdzeniami geologów z przed roku 1873-go o zasadniczych różnicach law młodocianych i dawnych, kiedy jeszcze nie zdawano sobie sprawy, że ustrój i budowa każdej skały, powstałej krzepnięciem masy ognisto-ciekłej, zależy tylko od warunków, w jakich ona zastygła, a nie od czasu, w którym się to działo. We wszystkich językach narodów cywilizowawanych ułożono niezliczone podręczniki krystalografji, mineralogji, fizyki. W każdym z tych podręczników autorzy podali pewne swoiste obrazy, zwane obrazami interferencyjnemi, otrzymane światłem widzialnem, długofalowem z płytek aragonitu. Ale niema tam nigdzie ani jednej wzmianki, czy do otrzymania obrazu użyto aragonitu z Czech, czy z Owernji, czy z nad Renu, bo wszyscy autorowie tych dzieł jasno zdawali i zdają sobie sprawę z tego, że każde zjawisko fizyczne, a więc i obrazy rzeczone, które wywołuje kryształ, są wynikiem *ustroju* kryształu a nie tego miejsca, w którem on powstał.

Drugi przykład możemy znaleźć u M. Borna. Twierdzi on, że odpowiedź na pytanie, dlaczego jedne atomy łączą się w sieć pewnego typu, a inne w sieć typu innego, jest

rozwiązaniem podstawowego zagadnienia ...*mineralogji* chemicznej, a wyznaczenie odstępów pomiędzy środkami ciężkości atomów w tych ciałach, których kryształom nie jest właściwa symetryczność sześcianu umiarowego, jest jedno z zasadniczych zagadnień *mineralogji* (sic!) fizycznej. Te zagadnienia natury wyłącznie krystalograficznej, a więc jak najściślej fizyczne i fizyko-chemiczne, M. Born ma za sprawy nie fizyki lecz jakiejś nauki innej, którą uważa za mineralogję. W mineralogji idzie nam o pochodzenie i o powstawanie minerałów oraz o ich przeobrażenia chemiczne, a czy one są krystaliczne czy amorfne, to już sprawa małej wagi. Mineralogja jest nauką o *substancjach* bez względu na ich stan skupienia. Krystalografja jest to nauka o *stanie stałym* materji, bez względu na jej substancję. Skądkolwiek ciało pochodzi i jakiegokolwiek ono jest składu chemicznego, jest ono kryształem, skoro ustrój jego jest uporządkowany. Ciało jest minerałem, gdy powstało w powłoce ziemskiej, bez względu na to czy jego ustrój jest czy nie jest uporządkowany. Antypiryna, kwas winny, cukier, aspiryna, kwas cytrynowy, naftalen, wszystko to są kryształy. A czy to są minerały?

Otóż ciągle jeszcze panuje przesąd, że krystalografja jest nauką mineralogiczną, a więc że obowiązują w niej zwyczaje mineralogów, oraz że jej znajomość nie obowiązuje matematyków, fizyków i chemików. Stąd więc zamiast znajdować się w podręcznikach niektórych działów matematyki, mianowicie geometrji, teorji liczb, teorji grup oraz w podręcznikach fizyki i chemji, ciągle jeszcze wykład jej pokutuje w podręcznikach mineralogji, jak naprzykład w przytoczonym wyżej polskim przekładzie podręcznika mineralogji G. Tschermaka. Tymczasem do uprawiania mineralogji zupełnie wystarcza formalna tylko i empiryczna

znajomość zasad krystalografji, podstawową bowiem nauką mineralogji jest chemja, a krystalografja w mineralogji jest tylko nauką pomocniczą. Istota zaś praw krystalograficznych, istota ustroju ciał krystalicznych i wynikające z niego następstwa, oraz pełna, nietylko formalna, znajomość wszystkich własności stanu krystalicznego jest integralną częścią racjonalnego wykształcenia nadewszystko fizyków, a zarówno matematycy jak chemicy znać je powinni w mierze niemałej. Szczególnie w czasach obecnych, kiedy za sprawą $x$-radjometrji ze znaczną siłą uwaga wielu fizyków skierowała się na kryształy, wypada, aby fizycy zajęli się nietylko kryształami ale i *krystalografją*, to jest tym odłamem nauki o ciele stałem, który rozwinął się odrębnie z przyczyn wyłącznie tylko historycznych.

Ciała powstające w niezmiernie rozległej skali zjawisk i warunków, jakie zachodzą w powłoce ziemskiej, pod każdym względem daleko więcej są urozmaicone niż te, które się tworzą w szczupłych granicach możliwości pracowniannej i fabrycznej. W warunkach przystępnych doświadczeniom naszym kryształy przydatne do badań, zarówno geometrycznych jak fizycznych, możemy hodować tylko z substancyj obficie rozpuszczających się w jakimś łatwym do otrzymania rozpuszczalniku. W powłoce ziemskiej natomiast znajdujemy doskonałe kryształy substancyj nader rozmaitych, a więc również takich, których rozpuszczalność jest minimalna. A nadewszystko, po co hodować długo i pracowicie kryształy, jeżeli ma się je gotowe pomiędzy minerałami? Z tych więc przyczyn olbrzymiej większości badań krystalograficznych dokonano na kryształach minerałów. A ponieważ matematycy i fizycy długie lata nie zajmowali się kryształami, więc badania rzeczone powstawały w pracowniach mineralogicznych wysiłkami i pracą

osób, powołanych do wykładania mineralogji, które w czasopismach poświęconych mineralogji ogłaszały wyniki tych badań. Umysły suche, schematyczne i formalne, uważają zbiór tych badań za mineralogję tylko z tego powodu, że mineralodzy wykonali je na minerałach w pracowniach mineralogicznych i ogłosili w czasopismach poświęconych mineralogji. Ale to jest rozumowanie ludzi, którzy widząc masztalerzy lubiących hodować w stajniach kozy i psy, twierdziliby, że te miłe zwierzątka, rozweselające stajnię radosną ruchliwością, są końmi, bo urodziły się w stajni, bo hodują je masztalerze, bo żyją między końmi. Czy jest chociaż jeden lekarz lub zoolog, który twierdziłby, że patologja i terapja jest dziedziną zoologji, bo bardzo wiele badań lekarskich wykonano na zwierzętach? A jednak P. Niggli, jeden z niemieckich mineralogów spółczesnych, w podręczniku mineralogji twierdzi, że „badanie kryształów jest dziedziną mineralogji". Takie twierdzenie jest równoznaczne i równorzędne z przekonaniem chłopca wiejskiego, który od dziecka mówi „odsię" i „ksobie", więc wyrazy „w prawo" i „w lewo" ma za terminy ściśle militarne, wyłącznie należące tylko do sztuki wojennej, bo je usłyszał dopiero w koszarach, gdy go powołano do odbywania powinności wojskowej.

Barwik czerwony krwi, zwany heminą *, jest w zwierzętach, zieleń roślinna czyli chlorofil jest w roślinach, ale badań nad ustrojem cząsteczek heminy i jej pochodnych nikt nie uważa za zoologję, tak samo jak nikt nie zalicza do botaniki badań nad budową chemiczną chlorofilu, terpenów, kwasu winnego, jabłkowego, cytrynowego, szczawiowego, aczkolwiek ciała te są w roślinach. O należeniu

* Z greckiego „hajma" — krew; hemina jest to związek chemiczny, wydzielony z krwi.

zagadnień do tej lub do owej nauki stanowi ich *rodzaj*, a nie pochodzenie ciał, których badaniem rozwiązano te zagadnienia. Kwestje mineralogiczne są problematami występowania, pochodzenia i przeobrażeń minerałów. Zadania krystalografji są rozwiązaniem pytań o własności i o ustrój stanu stałego oraz o prawa którym stan ten podlega. Gdyby każdemu minerałowi były właściwe cechy morfologiczne tak wyłączne, tak niezmienne i tak charakterystyczne, że moglibyśmy rozpoznawać go po nich, to krystalografja byłaby zupełnie obojętna mineralogom spółczesnym. Ponieważ jednak niechybne rozróżnianie i rozpoznawanie minerałów, szczególnie w okazach mikroskopowych, jest możliwe tylko na podstawie ich własności krystalograficznych, przeto niektóre działy krystalografji są nauką pomocniczą mineralogji. Za tem jednak nie idzie konieczność umieszczania jej w podręcznikach mineralogji i uznawanie za odłam nauk mineralogicznych, tak samo jak nikt nie umieszcza wykładu geometrji we wstępie do podręcznika fizyki, algebry w podręczniku chemji i elementarza w podręczniku historji, pomimo że do uczenia się początków fizyki trzeba znać nieco geometrji, do chemji algebry, a do historji nieodzowna jest umiejętność czytania podobnie jak do uprawiania mineralogji trzeba znać postaci kryształów oraz być formalnie obeznanym z niektórymi działami ich optyki. Te więc tylko części krystalografji znajdują się w podręcznikach mineralogji. Wielu sądzi że te urywki i strzępy to całość krystalografji i dziwi się istnieniu bezmyślnej rzekomo nauki, a nie mogąc doszukać się w tych strzępach sensu naukowego gorszy się żądaniami osobnych zakładów i katedr do uprawiania krystalografji. Osoby te niegorszyłyby się tem, gdyby wiedziały, że krystalografja jest nauką o prawach stanu stałego, o logicznej

praw tych spółzależności, o ustroju stanu stałego, o związku tego ustroju z teorją liczb, z teorją grup i z wielu innymi działami matematyki, o własnościach sprężystych i elektromagnetycznych stanu stałego oraz że to wszystko z mineralogją niema spólnego nic.

Może powie mi ktoś, że propaganda zawarta w słowach powyższych nie jest właściwa w książce popularnej. Odpowiem na to, że właśnie książki popularnej zadaniem jest wyjaśnianie nadewszystko i nasamprzód tego czem jest i czem nie jest ta nauka, której książka jest poświęcona. Nie wiem kto będzie czytał słowa niniejsze, ale piszę je dla wszystkich Polaków i mogę się spodziewać, że wpadną one w ręce rodziców, których dzieci studjują fizykę, chemję lub matematykę w uniwersytecie, lub może będzie je czytał nauczyciel fizyki, który przywykł do przekonania, że fizyka jest nauką o energji oraz o ciałach ciekłych i o gazach, lecz znajomość ciał stałych nie wchodzi do jej obrębu, a może dostaną się one do rąk dygnitarza ministerjalnego, który właśnie usuwa z programu szkół naszych tak zwane nauki mineralogiczne i wraz z nimi naukę o stanie stałym. Niechże więc książka niniejsza otworzy im wszystkim oczy, oślepione doktryną fałszywą.

ROZDZIAŁ I

## O STANACH SKUPIENIA MATERJI I O JEJ JEDNORODNOŚCI

§ 8. *Dwa rodzaje własności fizycznych.* Ze spostrzeżeń codziennych życia potocznego wiemy wszyscy, że jedne rodzaje ciał są ciężkie a inne lekkie. Wiemy, że oliwa, lód, drzewo pływa na wodzie, a metale w niej toną. Wiemy ponadto że gdybyśmy przyrządzili z różnych ciał kule równej średnicy, lub sześciany o tej samej długości krawędzi i zważyli je to otrzymalibyśmy ciężary różne. Tak naprzykład centymetrowy sześcianek soli kamiennej waży 2,18 grama, a kalcytu 2,712 grama. Ciężar centymetra sześciennego danego ciała wyrażony gramami, innemi słowy liczba gramów zawartych w jednym centymetrze sześciennym, jest to *ciężar właściwy* tego ciała.

Gdyby ktoś spytał nas, w jakim kierunku kryształu kalcytu jest jego ciężar właściwy, to odpowiedzielibyśmy temu niefortunnemu „pytaczowi", że zapytanie jego niema sensu, bo ciężar właściwy niema nic z kierunkiem. O ciężarze właściwym możemy myśleć w związku z jakiemś ciałem określonem, ale nie możemy wiązać tego pojęcia z kierunkiem.

Tak samo pod kątem widzenia kierunku nie możemy ujmować ilości ciepła, której zużywamy na doprowadzenie

różnych ciał do jednej temperatury. Weźmy, dajmy na to, kulę żelazną i kulę glinianą równej średnicy. Wrzućmy je obie w ogień i po chwili spróbujmy wyjąć je z ognia palcami. Kulę glinianą wyjmiemy bez przykrości, bo będzie ona zaledwie ciepła. Kulą żelazną sparzymy sobie palce. W tym samym czasie ogrzewania temperatura żelaza znacznie się podwyższa, gliny zaś bardzo niewiele. Tę ilość ciepła, która temperaturę jednego grama danego ciała podwyższa o jeden stopień Celsjusza nazywamy *ciepłem właściwem* tego ciała. Jednostką ciepła właściwego obieramy ciepło właściwe wody. Mówimy więc, że ciepło właściwe naprzykład halitu jest 0,2078, kalcytu 0,2005. To znaczy iż na to aby temperaturę grama halitu podwyższyć o jeden stopień termometru Celsjusza, trzeba wprowadzić weń 0,2078 tej ilości ciepła, jaka podwyższa o jeden stopień termometru Celsjusza temperaturę jednego grama wody.

O cieple właściwem, tak samo jak o ciężarze właściwym, nie możemy rozmyślać w związku z kierunkiem.

Wszystkie te własności ciał, które nie mają nic z kierunkiem, nazywamy własnościami *skalarnemi* *. Każdą z nich w każdem ciele możemy wyrazić jedną liczbą, niezmienną i charakterystyczną w tem ciele i w niezmiennych warunkach. A więc, jak wyżej przytoczyliśmy, w temperaturze 0°C pod ciśnieniem jednej atmosfery ciężar właściwy halitu jest 2,18 *g*, kalcytu 2,712 *g*, ich ciepła właściwe w granicach temperatur 0°C i 25°C 0,2078 i 0,2005 i t. p. Liczby te są tak zwane stałe skalarne.

Ale znamy powszechnie drugi rodzaj własności fizycznych, o których nie możemy nawet myśleć inaczej jak tylko w nierozłącznym związku z kierunkiem. Czy może-

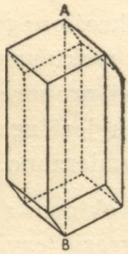
* „Scala" — drabina; „scalaria" — stopnie drabiny.

my naprzykład mówić lub myśleć o tym oporze, jaki dane ciało przeciwstawia prądowi elektrycznemu, nie mówiąc lub nie myśląc zarazem o tym kierunku w którym obserwowaliśmy lub mierzyliśmy ten opór? Tak samo nie możemy wyobrazić sobie bez kierunku przewodnictwa ciepła w różnych ciałach, albo rozszerzania się ciał od ogrzewania. Własności nieodłączne od kierunku nazywamy własnościami *wektorowemi* *, a liczby, któremi je wyrażamy po wymierzeniu, nazywamy wartościami wektorowemi. Wektor bowiem w języku matematyków i fizyków jest to odcinek linji prostej określonej długości i określonego kierunku w przestrzeni. A więc każdą własność wektorową możemy wyrazić wektorem, którego długość jest proporcjonalna do danej wartości wektorowej, a kierunek jest zgodny z tym kierunkiem, w którym tę wartość wymierzono.

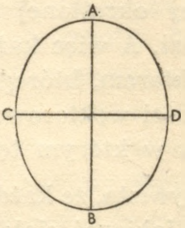
Stąd oczywista, że każdą własność wektorową w różnych kierunkach jakiegoś ciała możemy wyrazić czyli odwzorować odpowiednią powierzchnią geometryczną. Tak naprzykład wymierzono przewodnictwo ciepła w sześciennym krysztale halitu w kierunku jego wszystkich krawędzi i wszystkich przekątnych. We wszystkich tych kierunkach otrzymano liczbę przewodzenia ciepła jednakową: 0,01667. A zatem przewodzenie cieplne halitu oddaje czyli wyraża geometrycznie, to jest odwzorowywa powierzchnia kuli, wszystkie bowiem promienie kuli są równe tak samo jak liczba wyrażająca przewodzenie cieplne halitu jest równa we wszystkich kierunkach. Zmierzono również tę wielkość w różnych kierunkach w kryształach kalcytu. W kierunku prostej *AB* rys. 2 otrzymano liczbę 0,0096 a na płaszczyznie do niej prostopadłej na każdej prostej 0,0079. Nakreślmy

* „Veho" — wiozę; „vector" — ten który wozi.

elipsę rys. 3, której oś *AB* niech zawiera 96 dowolnych jednostek długości, a oś *CD* niech ma ich 79, poczem obróćmy tę elipsę około osi *AB*. Otrzymamy wtedy powierzchnię geometryczną zwaną elipsoidą obrotową, która będzie odwzorowaniem, wyrazem graficznym, przewodnictwa cieplnego w kalcycie, każdy bowiem promień wodzący tej elipsoidy jest proporcjonalny do wartości przewodnictwa cieplnego w kalcycie, zmierzonego w kierunku mu odpowiednim.




Rys. 2.

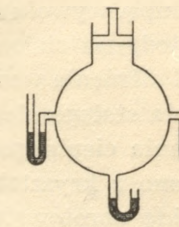



Rys. 3.

Tak samo elipsoida obrotowa jest powierzchnią wyrażającą rozszerzalność cieplną kalcytu. Wartość ta, wymierzona w kalcycie w kierunku prostej *AB* wynosi 0,00002621 a prostopadle do tej prostej 0,00000540. Kula kalcytowa wytoczona w temperaturze 0°C w temperaturze +40° staje się elipsoidą obrotową.

§ 9. *Stany skupienia materji.* Powszechnie wiadomo, że pod ciśnieniem równem ciśnieniu słupa rtęciowego wysokości 760 milimetrów, czyli jak się mówi zwykle pod ciśnieniem jednej atmosfery, w temperaturach wyższych od stu stopni termometru Celsjusza nad zerem woda jest tylko w stanie gazu, zwanego parą wodną. W temperatu-

rach od +100°C do 0°C jest ona cieczą, a w temperaturach niższych od 0°C woda jest ciałem stałem, które nazywamy lodem. Te trzy stany, gazu, cieczy i ciała stałego, nazywamy *stanami skupienia* materji.

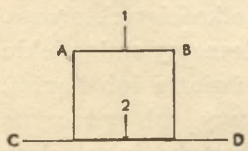


Rys. 4.

Gazom nie jest właściwy ani określony kształt, ani wolna powierzchnia, ani objętość niezależna od naczynia, które je zawiera. Gaz musimy starannie zamykać w szczelnem naczyniu, a gdy je otwieramy on ucieka, ulatuje w przestrzeń go otaczającą. Masa gazu ta sama mieści się albo w naczyniu wielkiem, albo w małem, zależnie od ciśnienia, jakie nań wywieramy. Ciśnienie na nie wywarte gazy przenoszą we wszystkich kierunkach bez zmiany. W różnych punktach powierzchni szklanej bani, rys. 4, oprawiono zgięte rurki zawierające rtęć. Gdy w bani powiększamy ciśnienie tłokiem, we wszystkich rurkach poziom rtęci podwyższa się jednakowo.

Cieczom jest właściwa wolna powierzchnia, ale nie własny kształt, lecz kształt naczynia. Ciśnienie przenoszą one we wszystkicb kierunkach jak gazy, ale objętość ich od ciśnienia i od temperatury zmienia się w bardzo małej mierze.

Ciałom stałym jest właściwa niezmienna objętość i niezmienny *kształt* w niezmiennych warunkach ciśnienia i temperatury. Wywarte na nie ciśnienie jednostronne przenoszą one tylko w tym kierunku, w którym ciśnienie to działa. jeżeli naciskamy na ścianę *AB* bryły rys. 5 do niej prostopadle, to ciśnienie działa na podłoże *CD* tej bryły w kierunku który strzałka 2 wskazuje, ściany boczne natomiast nie wywierają ciśnienia na otoczenie. Wy-




Rys. 5.

obraźmy sobie ciało stałe umieszczone w mocnem naczyniu, które wypełniliśmy oliwą a potem złączyliśmy z potężną pompą, wywołującą na oliwę wielkie ciśnienie hydrauliczne. Wtedy na ciało stałe wywieramy ciśnienie wszechstronne. Od ciśnienia wszechstronnego zmienia się nie tylko objętość ciała stałego ale też i jego *kształt*, tak samo jak od rozszerzania cieplnego. Wyżej już zaznaczyliśmy, że kulę, wytoczoną z kryształu kalcytu ogrzewanie przekształca w elipsoidę obrotową.

W każdym z tych trzech stanów skupienia materji odróżniamy ciała niejednorodne i jednorodne.

§ 10. *Ciała niejednorodne i jednorodne.* Jesienią działtwa wiejska nieci w polu ogniska. A i w innych porach roku zachodzi potrzeba rozniecenia ognia pod gołem niebem. W miastach bywa to w wielkie mrozy. Czasami znów wykonanie prac niektórych dzieje się z pomocą przenośnej kuźni polowej, w której koks rozżarzono. Spójrzmy zdaleka nad takie źródła temperatury płonące „sub Iove". Ujrzymy nad niemi powietrze ruchliwe, drgające, które składa się z poplątanych, nieregularnych, w górę ulatujących smug. Powietrze ogrzane lżejsze się staje od atmosfery otaczającej i w górę ulatuje, a widzimy je z powodu wciąż zmiennego spółczynnika załamania światła, który jest nierówny spółczynnikowi załamania w otaczającem powietrzu zimnem. Otóż gaz taki, jak owo powietrze nad ogniskiem, jest niejednorodny. W każdej jego części są mu właściwe inne stałe skalarne, oraz inne wielkości wektorowe.

Ciecz niejednorodną widzimy, gdy mieszamy ciała ciekłe różniące się spółczynnikiem załamania światła lub barwą, rozpuszczając naprzykład kwas siarkowy lub glicerynę w wodzie, albo rozcieńczając cieczą bezbarwną jakąś ciecz o dużem natężeniu barwy, wlewając, dajmy na to, atrament

do wody. Tak samo widzimy ciecz niejednorodną, gdy wrzucimy do herbaty kawałek cukru i mieszamy ją. Wtedy stężony roztwór cukru mieszając się z pozostałym wyciągiem herbacianym, który jeszcze cukru nie zawiera, staje się widoczny dużem załamywaniem się w nim światła. Mieszaniem przyspieszamy dyfuzję * i doprowadzamy ciecz do jednorodności.

Gdy niejednorodny gaz albo ciecz niejednorodną pozostawiamy samej sobie, dyfuzja zachodzi samorzutnie i wyrównywa różnice niejednorodności acz z mniejszą prędkością niż w gazie niepokojonym mieszaniem lub w mieszanej cieczy. Wreszcie gdy gaz lub ciecz dostatecznie długo pozostaje w niezmiennej temperaturze pod ciśnieniem niezmiennem, to staje się ciałem *jednorodnem*. Nazwa rzeczona oznacza to, że każda dowolna, choćby najmniejsza, część cieczy lub gazu okazuje te same stałe skalarne i te same wartości wektorowe.

Każda wartość wektorowa jednorodnego gazu lub cieczy jednorodnej jest równa we wszystkich kierunkach, to jest ze zmianą kierunku ona się nie zmienia. W każdym kierunku, w którym ją wymierzamy, każda wartość wektorowa w każdem ciele gazowem lub ciekłem wyraża się jedną liczbą. Wobec tego mówimy, że ciała gazowe i ciała ciekłe są fizycznie *izotropne*, to jest równokierunkowe fizycznie. Wyraz „izotropny" pochodzi z greckiego: „izos" znaczy „równy", a „tropos" oznacza kierunek, zwrot.

§ 11. *Ciała stałe.* Pod względem własności fizycznych ciała gazowe i ciekłe są znacznie prostsze niż ciała stałe. Od stanu gazowego i ciekłego stan stały różni się zasadniczo własnościami wektorowemi. Już wyżej w § 8, wyjaśniając, co to są własności wektorowe, nadmieniliśmy o tem,

* „Diffusio" — rozproszenie, rozprzestrzenienie.

że przewodnictwo a także rozszerzalność cieplna kalcytu jest różna w różnych kierunkach. Tu rozejrzymy się w tem bliżej i dokładniej na przykładzie następującym.

We Włoszech Północnych, mianowicie w Ligurji, w Alpach Apuańskich występują wielkie warstwy pięknej białej skały. Jej liczne kamieniołomy w okolicach miasteczka Carrara są głośne na świat cały. Skała ta bowiem, marmur kararski, jest to najwytworniejszy materjał znany powszechnie w dziełach rzeźbiarzy spółczesnych, a także w postaci parapetów okiennych, stołów i wielu innych przedmiotów użytkowych.

Jeżeli z którejkolwiek części dowolnej bryły tego marmuru odłamiemy okruch i poddamy go rozbiorowi chemicznemu, to w każdym okazie tej skały otrzymamy wynik jednakowy: 56% tlenku wapniowego CaO i 44% bezwodnika węglowego $CO_2$, czyli przekonamy się że marmur kararski jest czystym węglanem wapnia $CaCO_3$. Zmierzywszy takiego okazu ciężar właściwy w każdym przypadku otrzymamy liczbę 2,712 grama, ciepło właściwe również w każdym okruchu otrzymamy to samo, mianowicie 0,2005 kalorji gramowej.

Na tej zasadzie moglibyśmy uznać marmur za ciało jednorodne i nie popełnilibyśmy błędu pod względem stałych skalarnych. Ale jak się rzecz ma z wektorowemi wartościami?

Od okazu marmuru odbijmy młotkiem płaski okruch wielkości mniej więcej monety pięćdziesięciogroszowej. Weźmy gładką płytę stalową, posypmy ją twardym proszkiem szlifierskim i zwilżmy go wodą. Trąc okruchem marmuru po płycie z proszkiem szlifierskim odszlifujmy płaską powierzchnię naszego okazu. Potem na kawałku grubej szyby szklanej umieśćmy dużą kroplę żywicy zwanej

Biblioteka P.W.S.P.
w Krakowie

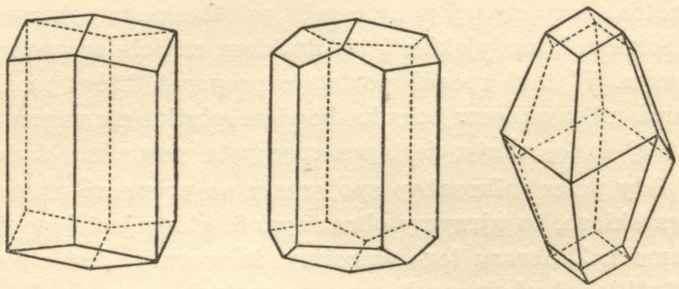


balsamem kanadyjskim i ostrożnem ogrzewaniem doprowadźmy balsam do wrzenia, poczem przyklejmy nim do szyby gładką odszlifowaną powierzchnię marmuru. Balsam kanadyjski ogrzany do wrzenia zastyga w ciało dość twarde. Tym więc sposobem z jednej strony gładko odszlifowany kawałek marmuru przywiera do szkła bardzo mocno. Po ostudzeniu ujmujemy ręką kawałek szyby z przyklejonym do niej marmurem i drugą stroną okazu marmuru szlifujemy aż zostanie zeń przyklejona do kawałka szyby płytka marmuru nader cienka, grubości kilku setnych części milimetra. Oczyściwszy ją z proszku szlifierskiego pokrywamy balsamem kanadyjskim i cieniutkiem szkiełkiem pokrywkowem. W taki sposób powstaje preparat, który możemy badać mikroskopem, cienka bowiem płytka marmuru, czy każdej innej skały, jest przezroczysta względem światła.

Gdy przez mikroskop spojrzymy na preparat marmuru kararskiego, to ujrzymy obraz rys. 6, który jest jego fotogramem. Z obrazu tego wnosimy, że marmur jest zbiorem maleńkich, bezbarwnych, przezroczystych ziarenek. Od ziarenek sąsiednich każde ziarnko odróżniamy nie tylko szczelinką je otaczającą, ale jeszcze i tem, że każde z nich przebiegają prostolinijne spękania. Wszystkim ziarenkom są właściwe spękania jednakowe, ale spękania jednego ziarenka nie są równoległe spękaniom w ziarenkach pozostałych. A więc na zasadzie kierunków tych spękań możemy orzec, że położenie każdego ziarenka jest inne niż położenie ziarenek pozostałych, i że wszystkie one leżą bezładnie. Kierując się spękaniami moglibyśmy ułożyć te ziarenka zgodnie, to jest tak aby spękania wszystkich ziarenek były równoległe. Byłoby to możliwe, gdyby każde ziarenko było wolne, tak abyśmy je mogli dowolnie obracać około jego środka.

Dopóki ziarenka leżą bezładnie, zbiór ich jest ciałem jednorodnem pod względem stałych skalarnych, ale jest niejednorodny ze względu na własności wektorowe. Pod każdym względem jednorodny byłby on wtedy, gdyby każdy kierunek w jednem ziarenku był zgodny z takim samym kierunkiem wszystkich ziarenek pozostałych.

§ 12. *Łupliwość.* Ziarenka, z których marmur się składa, są to osobniki minerału zwanego kalcytem. Kilkakrotnie już przytaczaliśmy niektóre własności fizyczne te-

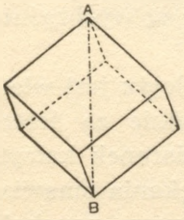


Rys. 7.

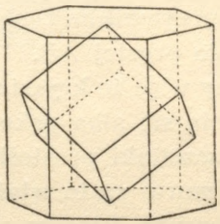
go minerału. Kalcyt znamy nietylko w postaci ziarnistej, to jest jako marmur, czyli skupienie mikroskopowych grudek ściśle do siebie przylegających. Minerał ten bywa również w wolnych, dużych, osobnikach. W wielu skałach są szczeliny wypełnione różnymi minerałami. Szczeliny takie noszą nazwę żył mineralnych. W lawach znów pospolite są próżnie, a na ścianach tych próżni są minerały. Otóż w wielu żyłach mineralnych, a także na ścianach próżni niektórych law są duże przezroczyste osobniki kalcytu w kształcie brył geometrycznych, ograniczonych płaszczyznami czyli ścianami. Jak wiadomo takie bryły nazywamy kryształami. Kształt kryształów kalcytu nader jest

rozmaity. Widzimy go na rys. 2 (str. 40), a także rys. 7 przedstawia ich kilka.

Każdy kryształ kalcytu, bez względu jakiej jest postaci, uderzony młotkiem lub wogóle dość ciężkiem i mocnem narzędziem, pęka gładkiemi i lśniącemi *płaszczyznami*, które w każdym jego krysztale przebiegają jednakowo, mianowicie w trzech kierunkach symetrycznych * względem prostej *AB* rys. 8, to jest zgodnie czyli równolegle do ścian romboedru. Innnemi słowy z każdego kryształu kalcytu można wyłupać romboedr, jak to ilustruje rys. 9,




Rys. 8.



Rys. 9.

gdzie w słup sześcioboczny jest wpisany romboedr, wskazujący kierunek płaszczyzn pękania względem zarysów kryształu.

Gdy kryształ kalcytu obracamy około prostej *AB* (rys. 2 i rys. 8) o $120^0$ albo o $2 \times 120^0$ to jest o $240^0$ w prawo lub w lewo, to przybiera on położenie takie samo, jakie zajmował przed obrotem. A więc postać jego składa się z homologicznych **, odpowiadających sobie, jednakowych ścian, krawędzi, naroży, leżących na nim symetrycznie co $120^0$ naokoło prostej *AB*. Gdy więc obracamy go około tej

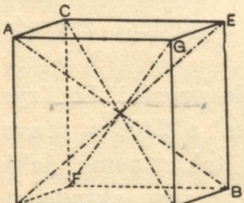
* Z greckiego: „syn" — razem, „metreo" — mierzę.

** Z greckiego: „homologos" — zgodny.

prostej o kąt rzeczony, lub o jego całkowitą wielokrotność ($2 \times 120^0$) to cały kryształ „przystaje" sam do siebie albo „przekształca" się sam w siebie. Mówimy, że kryształ ten jest symetryczny względem prostej *AB* jako jego *osi przystawania*, a ponieważ w pełnym obrocie około tej osi, to jest w obrocie o $360^0$, trzykrotnie kryształ kalcytu przybiera to samo położenie, bo $360^0 : 120^0 = 3$, więc prostą *AB* nazywamy osią przystawania trzykrotnego.

Rzecz jasna, że płaszczyzny łupliwości kalcytu spełniają ten sam warunek symetryczności, to jest zamieniają się jedna drugą po obrocie około *AB* o $120^0$ lub o $240^0$. Łatwo sobie to uprzytomnimy, obracając w wyobraźni romboedr rys. 8 około prostej *AB*.

Mówimy więc że kryształom kalcytu jest właściwa zdolność łupania się albo pękania zgodnie ze ścianami romboedru. Szczelinki prostolinijne ziarenek kalcytu w przekroju marmuru są to właśnie spękania omawiane. Od ciśnienia ziarenka kalcytu w marmurze popękały zgodnie z właściwymi mu kierunkami, w których pęka on najłatwiej, to jest równolegle do ścian romboedru.

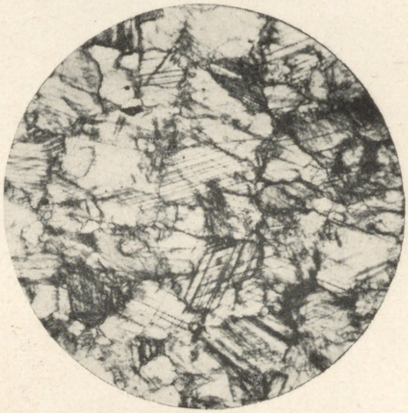


Rys. 10.

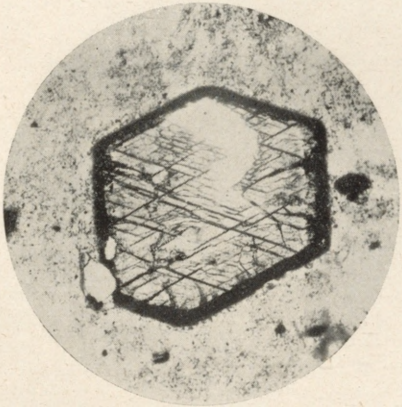
Zjawisko pękania kryształów płaszczyznami nazywamy *łupliwością*.

*Łupliwość zachodzi na płaszczyznach równoległych i symetrycznych.*

Łupliwość bynajmniej nie jest przymiotem tylko kalcytu. Znamy kryształy bardzo wielu ciał, którym ona też jest właściwa. Tak naprzykład kryształy halitu, czyli rodzimego chlorku sodowego, znane powszechnie w postaci dużych, bezbarwnych, przezroczystych kryształów, łupią się równolegle do ścian sześcianu, a więc również zgodnie



Rys. 6.

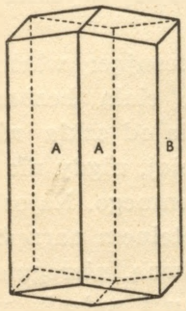


Rys. 11.

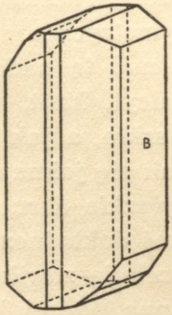
z płaszczyznami symetrycznemi, przystają one bowiem do siebie nawzajem, czyli przekształcają się jedna w drugą obrotami dookoła każdej z czterech przekątnych *AB*, *CD*, *EH*, *GF* sześcianu (rys. 10).

Rys. 11 jest to mikrofotogram przekroju minerału amfibolu. Przekrój ten jest prostopadły do ścian *A* i *B* rys. 12. Widoczne w nich szczelinki łupliwe też są symetryczne względem płaszczyzny pionowej i poziomej.

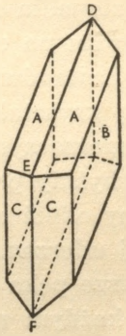
W każdym składzie materjałów aptecznych możemy nabyć soli, zwanej pirochromianem potasowym albo dwu-




Rys. 12.




Rys. 13.

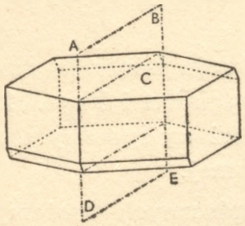



Rys. 14.

chromianem potasu. Kilkucentymetrowej wielkości jej kryształy barwy skórki pomarańczowej doskonale łupią się zgodnie ze ścianą *B* rys. 13, gdy je rozbijamy przystawiając do nich ostrze tępego noża i lekko uderzając nóż młotkiem.

Kryształy selenitu (surowego gipsu rodzimego) naciśnięte na ścianę *A* lub *C* rys. 14 krawędzią cienkiego sztywnego kartonu łupią się zgodnie ze ścianą *B* doskonałemi, nieskazitelnie lśniącemi płaszczyznami. W innych

natomiast kierunkach okazują duży opór łamaniu, kruszeniu i rozbijaniu. Ściana *B* jest równoległa do płaszczyzny *DEF*, która dzieli kryształ selenitu na dwie części symetryczne.



Rys. 15.

Łyszczyk jasny, moskowit, czyli mikę, równolegle do ściany *C* rys. 15 bardzo słabym naciskiem noża możemy dzielić na blaszki tak cienkie jak bibułka angielska, w każdym innym zaś kierunku rozłamać te blaszki jest bardzo trudno. Płaszczyzna *C* jest prostopadła do płaszczyzny *ABDE*, dzielącej kryształ moskowitu na części symetryczne.

Zastanówmy się nad tą nader interesującą właściwością kryształów. Kalcyt, halit, selenit, ciała bezbarwne i przezroczyste jak szkło, a jak zupełnie od szkła różne! Gdybyśmy przykładali się jaknajstaranniej, nigdy nie zdołamy odbić od bryły szkła okrucha foremnego. Najostrożniej uderzana jakiemś dokładnem a subtelnem narzędziem zawsze pęka powierzchnią zawiłą, nierówną, nieregularną, za każdym razem inną, której kierunku i rodzaju nigdy nie możemy przewidzieć. Gdybyśmy wytoczyli kule z kalcytu, selenitu, halitu i ze szkła, wyglądałyby one zupełnie jednakowo jako przezroczyste i bezbarwne. Lecz nietylko uderzenie ale nawet mocny nacisk jakiegoś ostrego narzędzia na powierzchnię każdej z nich odrazu zdradziłby materjał z którego ją wytoczono. Z pośród okazów kalafonji możemy dobrać taki, którego barwa nie różni się od barwy chromianu potasowego. Tak samo jak z kalcytu, selenitu lub halitu, z kalafonji i z pirochromianu potasowego możemy wyszlifować kule. Ale od kuli z kalafonji naciskiem końca scyzoryka odłupiemy bryłkę nieforemną, a od piro-

chromianu potasowego pod naciskiem ostrza odpadnie okruch ograniczony z jednej strony lśniącą gładką płaszczyzną. A więc szkło, kalafonja i wszelkie inne ciało bezpostaciowe uderzone lub naciśnięte pęka w sposób nieprzewidziany, pęka powierzchniami przypadkowemi i nieregularnemi. Kryształy zaś pękają płaszczyznami równoległemi pomiędzy sobą oraz symetrycznie w nich ułożonemi. Pękają one w sposób każdemu z nich właściwy, niezmienny i charakterystyczny. A więc w każdym krysztale jest jakiś ład głęboko przenikający jego istotę. Jego materja jest uporządkowana jaknajściślej i jaknajsubtelniej. Nietylko więc geometrycznością kształtu oraz sposobem wydzielania się z cieczy i rozpuszczaniem się w cieczach kryształy zasadniczo różnią się od ciał amorfnych. Ustrój ich jest zupełnie odmienny od ustroju ciał bezpostaciowych, pomimo że z pozoru niejednokrotnie są one do nich bardzo podobne.

§ 13. *Jednorodność i różnokierunkowość.* Nie trzeba udowadniać i uzasadniać rozlegle, że łupliwość jest zjawiskiem wektorowem, bo wyraźny i każdemu widoczny jest związek jej z kierunkiem. W jednych kierunkach łupliwość zachodzi, w innych nie możemy jej wywołać. A zatem w jednych kierunkach spójność kryształu jest tak niewielka, że ulega niezbyt nawet znacznemu naciskowi, a w innych jest ona tak duża, że nie ustępuje naciskom bardzo wielkim. W różnych kryształach zachodzi ona różnie, ale we wszystkich widzimy ją jednakową na płaszczyznach równoległych i symetrycznych. Godny uwagi i nader pouczający jest nieco odmienny sposób wywoływania łupliwości, mianowicie nie uderzaniem kryształu lecz wbijaniem weń ostrza igły. Wtedy ujawniają się inne pła-

szczyzny łupliwości. Rys. 16 jest to mikrofotogram zgodnie z łupliwością odbitego okrucha halitu, w którego powierzchnię wbijano igłę lekkiemi uderzeniami niewielkiego młotka. W każdym punkcie, w którym wbito igłę, w krysztale halitu powstały dwa spękania wzajemnie prostopadłe. Spękania te, otrzymane w jednym punkcie, są równoległe spękaniom, powstałym w którymkolwiek innym punkcie tego samego kryształu, a przytem są one symetryczne względem krawędzi kryształu i między sobą: proste, równoległe do krawędzi dzielą na dwie części równe kąty pomiędzy spękaniami. A więc z obrazu tych spękań widzimy, że spójność kryształu jest różna w kierunkach różnych, ale że jest ona jednakowa w kierunkach równoległych i symetrycznych. Zarazem z rys. 16 widzimy, że natężenie spójności zmienia się z kierunkiem, ale około jednego punktu jest takie samo i tak samo ułożone jak około każdego innego punktu tego samego kryształu.

Nietylko łupliwość ale i liczne inne zjawiska wektorowe kryształów zachodzą w nich jednakowo na linjach i płaszczyznach równoległych i symetrycznych, a zmieniają się ze zmianą kierunku. Rozpatrzmy się w kilku przykładach.

Ałun jak wiadomo obficie rozpuszcza się w wodzie, a z wodnych roztworów przesyconych umiejętnie przyrządzonych krystalizuje się doskonale w piękne i nieskazitelne kryształy. Na krótki moment dotknijmy ściany kryształu ałunowego kawałeczkiem wilgotnej bibuły albo końcem mokrego palca i czemprędzej wytrzyjmy go suchą ściereczką. Innemi słowy poddajmy kryształ ałunu nader krótkiemu działaniu rozpuszczalnika. Gdy przez mikroskop spojrzymy na ucząstek ściany kryształu poddanej temu działaniu ujrzymy obraz, którego mikrofotogramem

jest rys. 17. Na zupełnie gładkiej ścianie kryształu rozpuszczalnik wytworzył zagłębienia trójścienne. Są one sobie równoległe nawzajem. Niewątpliwa ponadto jest ich symetryczność. Wszystkie one przekształcają się same w siebie obrotem o 120° lub o 240° w prawo lub w lewo. Takie wgłębienia czyli wyżłobienia na ścianach kryształu powstałe działaniem cieczy rozpuszczającej lub chemicznie rozkładającej substancję kryształu nazywamy *figurami wytrawionemi*. Rys. 18 jest mikrofotogramem figur wytrawionych kwasem azotowym na krysztale minerału apatytu $3Ca_3(PO_4)_2 . CaCl_2$, a na rys. 19 widzimy figury wytrawione stopionym wodorotlenkiem potasowym na krysztale topazu.

Wszystkie te figury są symetryczne. W każdym przypadku symetryczność ich jest inna, ale na każdym krysztale wszystkie figury są równoległe pomiędzy sobą.

Znów musimy przyznać, że dowiedzieliśmy się o zjawisku niezwykłem i nieoczekiwanem. Ściany doskonałego kryształu ałunu wyglądają tak samo, jak ściany kryształu apatytu i topazu. Gdybyśmy u szlifierza zamówili modele tych kryształów, to ze szkła mógłby on je przyrządzić tak dokładnie, że oglądając je tylko nie odróżnilibyśmy oryginałów rodzimych od kopij sztucznych. Ale gdybyśmy potraktowali je odpowiedniemi cieczami, ałun wodą, apatyt kwasem azotowym, topaz stopionym wodorotlenkiem potasu, ściany ich, wyglądające jak powierzchnia szkła szlifowanego, pokryłyby się charakterystycznemi figurami wytrawionemi. Szkło natomiast pod działaniem roztwarzającego je kwasu fluorowodorowego pozostaje takie samo jak przed działaniem tego odczynnika. Od działania kwasu fluorowodorowego ściany szklanych modeli stają się tylko zlekka nierówne i tracą nieco połysku. Najskrupulatniej-

szem badaniem mikroskopowem nie wykryjemy nawet śladów jakiegoś prawidłowego wytrawienia. Znów więc mamy dowód, że ustrój kryształów jest zupełnie inny, niż ustrój ciała amorfnego, że jest on symetryczny, uporządkowany i w każdym krysztale odmienny.

Zdajmy sobie sprawę ze zjawiska figur wytrawionych. Czego ono jest wyrazem? Co jest jego powodem? Otóż, z przyczyn nieznanych nam bliżej ciecz rozpuszczająca lub chemicznie rozkładająca substancję kryształu gdy styka się z jego powierzchnią nie rozpoczyna działania na każdy punkt tej powierzchni, ale widocznie atakuje tylko punkty niektóre przypadkiem najmniej oporne i naokoło tych punktów rozprzestrzenia działanie z jakąś prędkością. Lecz z postaci figur wytrawionych wnosimy, że roztwarzanie się substancji kryształu naokoło tych punktów zachodzi z prędkością różną w różnych kierunkach. Gdyby bowiem roztwarzanie to rozprzestrzeniało się w różnych kierunkach z prędkością równą, to figury te albo wcale nie powstawałyby, tak jak to się dzieje na powierzchni szkła poddanej działaniu kwasu fluorowodowego, albo byłyby to koliste zagłębienia. Tymczasem one są symetryczne i wszystkie między sobą równoległe, a więc rozpuszczanie się kryształu przebiega jednakowo w kierunkach symetrycznych i równoległych, a niejednakowo w kierunkach niesymetrycznych i nierównoległych.

To samo stwierdzamy obserwacją zjawisk świetlnych. Tak naprzykład bezbarwna i przezroczysta płytka łupliwa odłupana od kryształu moskowitu (miki czyli łyszczyka jasnego) umieszczona w odpowiednim przyrządzie optycznym daje obraz sfotografowany na rys. 20. Szkło, żywica, kalafonja i wszelkie inne ciała bezpostaciowe nie wywołują w tym przyrządzie żadnego obrazu. Jest on dowodem,

że w różnych kierunkach kryształu zjawiska optyczne zachodzą rozmaicie. Symetryczność tego obrazu dowodzi, że zjawiska te są jednakowe w kierunkach symetrycznych. A gdy płytkę moskowitu przesuwamy równolegle samej sobie, w obrazie omawianym nie dostrzegamy nietylko żadnej zmiany, ale nawet najmniejszego poruszenia się jego. Z tego wnosimy, że zjawiska optyczne zachodzą jednakowo w kierunkach równoległych, czyli, innemi słowy, w krysztale kierunkom równoległym jest właściwe przepuszczanie światła przez siebie w sposób jednakowy.

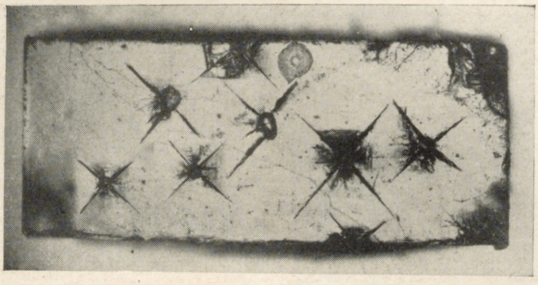
Jak widzimy spostrzeżenia zjawisk tak różnorodnych jak łupliwość, figury wytrawione, przejawy własności optycznych, doprowadzają nas do jednego wyniku. Dochodzili doń i dochodzą jednoznacznie wszyscy, którzy ilościowo wymierzali nietylko przytoczone ale wogóle wszelkiego rodzaju wektorowe własności kryształów.

§ 14. *Co to jest kryształ?* Jeżeli więc wszystkie kryształy pod względem wszelkich zjawisk wektorowych zachowują się tak jak to opisaliśmy w rozdziale poprzednim, to wypada nam obecnie zastanowić się nad tem, jak ogólnie ująć to ich zachowanie się czyli, innemi słowy, jak mamy ułożyć zdanie, które byłoby odpowiedzią na pytanie: co to jest kryształ? Zdanie to powinniśmy ułożyć tak, aby ono było słuszne względem każdego kryształu, to jest aby zawierało tylko jego cechy najistotniejsze.

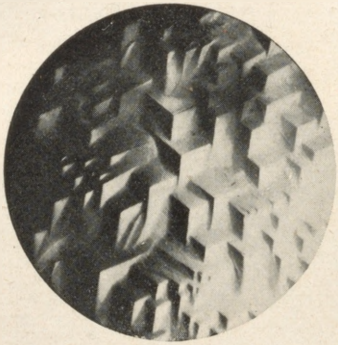
Już wyżej zaznaczyliśmy, że figury spękań lub figury wytrawione na jednej ścianie kryształu są jednakowe i sobie nawzajem równoległe. Są one więc wyrazem tego, że ujawniająca się w nich własność wektorowa naokoło każdego punktu tej płaszczyzny jest jednakowo ułożona. Wcześniej jeszcze ponadto w § 8 nadmieniliśmy, że natę-

żenie każdej własności wektorowej możemy wyrazić czyli odwzorować wektorem, to jest odcinkiem prostej określonego kierunku i określonej długości. Wobec tego każdą własność wektorową jakiegoś ośrodka fizycznego możemy odwzorować odpowiednią powierzchnią, którą otrzymujemy prowadzeniem odpowiednich wektorów, wychodzących z jednego punktu. Wtedy ich końce określają rzeczoną powierzchnię. Tak więc naprzykład w § 8 orzekliśmy, że rozszerzalność cieplną kalcytu wyraża elipsoida obrotowa, to znaczy, że rozszerzanie się kalcytu od ciepła zmienia się z kierunkiem tak jak zmienia się długość promienia wodzącego elipsoidy obrotowej.

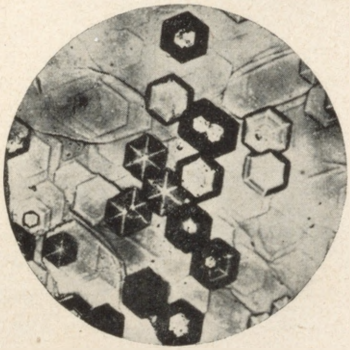
Wyobraźmy sobie badacza, który wymierzył jakąś własność wektorową kryształu we wszystkich kierunkach przestrzeni skończonej otaczającej jakiś punkt kryształu poczem własność tę odwzorował odpowiednią powierzchnią. Następnie badacz ten powtórzył to samo studjum naokoło kilku innych punktów tego samego kryształu, to jest w kilku innych jego ucząstkach. W każdym przypadku odwzorowania otrzymałby on nietylko powierzchnie takie same, ale jednakowo w przestrzeni umieszczone, to jest równoległe między sobą. Tego rodzaju studja wykonało wielu badaczy w wielu kryształach nad różnemi własnościami wektorowemi i zawsze otrzymywali taki sam wynik jak opisany przed chwilą. Wobec tego orzekamy, że w kryształach własności wektorowe wogóle są nierówne w kierunkach różnych, ale około dowolnego punktu kryształu wszystkie one są takie same i tak samo ułożone, jak około każdego innego punktu tego samego kryształu. Ponadto są one jednakowe



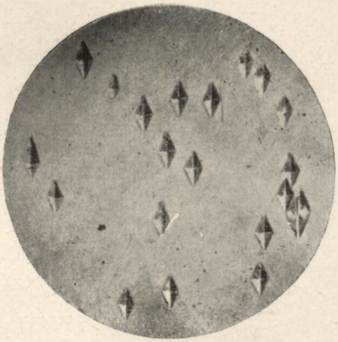
Rys. 16.



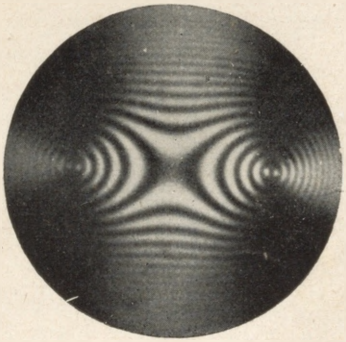
Rys. 17.



Rys. 18.



Rys. 19.



Rys. 20.

w kierunkach symetrycznych. A zatem *każdy kryształ jest to ciało fizycznie jednorodne różnokierunkowe, którego wszystkie własności wektorowe są równe w kierunkach równoległych i symetrycznych.*

Gdy weźmiemy w krysztale dwa dowolne kierunki nierównoległe i niesymetryczne, to zależnie od rodzaju zjawiska wektorowego, znajdziemy albo niejednakowe albo jednakowe jego zachodzenie. Tak naprzykład różne kierunki kryształów halitu znacznie się różnią pod względem spójności, sprężystości, prędkości przechodzenia do roztworu, ale zjawiska optyczne i elektryczne zachodzą w tych kryształach jednakowo we wszystkich kierunkach. Kryształy halitu są więc izotropne czyli równokierunkowe optycznie i elektrycznie, ale anizotropne, to jest różnokierunkowe, pod względem łupliwości (spójności), sprężystości i rozpuszczania się. Albo naprzykład w kryształach kalcytu na płaszczyźnie prostopadłej do prostej *AB* rys. 2 we wszystkich kierunkach zachowanie się optyczne jest jednakowe, ale pod względem spójności trzy kierunki co $60^0$ stopni są odmienne od innych, na nich bowiem zachodzi łupliwość. Jednem słowem pod względem pewnych własności wektorowych niektóre nierównoległe i niesymetryczne kierunki są równe, a nawet są takie kryształy, które względem jednej jakiejś lub dwu własności wektorowych są izotropne, jak kryształy halitu względem światła i elektryczności. Ale względem zbioru wszystkich rodzajów zjawisk wektorowych w każdym krysztale kierunki nierównoległe i niesymetryczne zawsze są nierówne, niejednoznaczne.

A więc kryształ jest ciałem fizycznem a nie geometrycznem. Nie postać ale własności i ustrój różni go od ciał niekrystalicznych. Kryształ kryształem pozostaje, gdy oszlifujemy go w kształcie kuli, czy jakiejkolwiek innej bryły.

Samorzutnie przybiera on postać geometryczną, gdy ma dość miejsca i przestrzeni wolnej, gdy naprzykład powoli wydziela się z cieczy i nic mu nie staje na zawadzie. Ale gdy rośnie w ciasnocie i w ścisku kryształów innych, tak naprzykład jak ziarenka kalcytu w marmurze, albo sacharozy w głowie cukru, przybiera postać przypadkową tej przestrzeni wolnej, jaka zostaje pomiędzy kryształami pozostałymi tego samego zbioru, lecz ustrój przybiera ten jaki mu jest właściwy, taki sam jak kryształy tego samego ciała wolne, doskonałe, rodzimemi ścianami ograniczone. Każde ziarnko kalcytu w marmurze wykazuje przebiegającemi je szczelinkami łupliwości, że jest jednorodnym kryształem kalcytu.

§ 15. *Ciała bezpostaciowe.* Na samym wstępie nadmieniliśmy o ciałach bezpostaciowych, ale tu dopiero możemy wyjaśnić ich istotę, gdy już dokładnie poznaliśmy czem są kryształy.

Ciał krystalicznych znamy bez liku. Skały, z których powłoka ziemska się składa, są to zespolenia kryształów różnych minerałów. Na ścianach szczelin i próżni skalnych znajdujemy często wielkie, doskonałe, nieskazitelne kryształy minerałów tych samych co w skałach lub innych. Z przestrzeni wszechświata spadające na ziemię meteoryty składają się z kryształów tak samo jak skały ziemskie. Śnieg i lód są to skupienia kryształów skrzepłej wody. W organizmach, szczególnie w ich wydzielinach i szkieletach, obficie widzimy przez mikroskop kryształy kwasu moczowego, szczawianu wapniowego, węglanu wapnia i innych soli. Nieorganiczne i organiczne produkty techniki są to też przeważnie ciała krystaliczne, jak naprzykład cukier, ałun, soda, saletra, boraks, siarczan miedzi, pirochro-

mian potasu, kwas winny, kwas cytrynowy i t. d., i t. d., i t. d.

Zarówno jednak w powłoce ziemskiej jak w organizmach i w technice znamy niemało ciał, które znaczną sprężystością i twardością z pozoru są podobne do ciał stałych krystalicznych, nie są jednak niemi. Są to ciała bezpostaciowe czyli amorfne. Ich najpowszechniej znane przykłady to opale, szkliwa, żywice, kalafonje, smoły, gumy i żelatyny. Od ciał krystalicznych różnią się one tem, że są fizycznie izotropne pod względem wszystkich własności wektorowych, tak samo jak ciecze i gazy, to jest każda ich własność wektorowa jest równa we wszystkich kierunkach. A więc spójność ich też jest równa. Wobec tego nigdy nie możemy przewidzieć powierzchni ich rozłamu. Gdy je rozbijamy, pękają one na powierzchniach krzywych, nieregularnych, za każdym razem innych. Ciała te nazywamy bezpostaciowemi lub amorfnemi, ponieważ nie przybierają one postaci każdemu z nich charakterystycznej, ale gdy wydzielają się one z cieczy, wszystkie skupiają się w krople lub w kuliste i groniaste zespoły.

Ciała bezpostaciowe są dwu rodzajów. Jedne, szkliwa, są to przechłodzone ciecze. Gdy je pozostawiamy czas dłuższy w temperaturze wysokiej, mętnieją i przeobrażają się w skupienia kryształków wielkości mikroskopowej. Inne znów, jak opale, białka, żelatyny, gumy, są to mniej lub więcej wyschłe koloidy, a więc ciała niejednorodne, zawiesiny jednej substancji w substancji drugiej.

Szkliwa krystalizują się dość szybko w temperaturze wysokiej. W temperaturze niskiej dzieje się z niemi to samo z prędkością bardzo małą, jak o tem wnosimy ze spostrzeżeń nad szkliwami wulkanicznemi. Szkliwa wulkanów młodocianych są jednorodne i bezpostaciowe. Te zaś,

które powstały w dawnych epokach geologicznych, zachowały pozór zewnętrzny szkliwom właściwy, mikroskop jednak odsłania, że przeszły one w stan krystaliczny, stały się mianowicie skupieniem drobniutkich kryształków.

Tak samo koloidy mineralne są bezpostaciowe przeważnie z pozoru. Badanie dokładne przekonywa nas o tem, że składają się one z nader drobnych kryształów. Tak więc ciała bezpostaciowe są albo niejednorodnemi skupieniami kryształów albo przechłodzonemi cieczami. Jednorodne ciało stałe czyli niezmienne w niezmiennych warunkach temperatury, ciśnienia i stężenia jest krystaliczne. Ciała bezpostaciowe natomiast są niestałe: z czasem przeobrażają się w skupienia kryształów.

Jednakże w pismach wielu przyrodników spółczesnych, zarówno polskich jak cudzoziemskich, dość często zdarzają się wzmianki o dwu rodzajach ciał stałych, mianowicie o ciałach stałych bezpostaciowych i krystalicznych.

Rozważmy, czy wzmianki te są zgodne z rzeczywistością, to jest czy istotnie ciałom stałym jest właściwe przybieranie obu tych stanów wymienionych, bezpostaciowego i krystalicznego. Rozważanie to wypadnie najlepiej i najskuteczniej, jeżeli przeprowadzimy je na tle rozwoju historycznego poglądów na ciała bezpostaciowe i badań, wykonanych nad temi ciałami.

Początek sprawy omawianej widzimy w pierwszych latach stulecia dziewiętnastego, gdy przeważnie E. F. Glocker i J. F. A. Breithaupt poczęli zaznaczać w swych pismach przypuszczenie, że istnieją ciała takie, jak np. opale, które w żadnych warunkach nie są zdolne do przybierania postaci i ustroju krystalicznego. Obrazowo wyrażali się oni o tych ciałach, że są to masy stałe, od „prapoczątku" istotnie i zasadniczo niekrystaliczne. W roku 1833 J. N. Fuchs

nazwał te ciała amorfnemi. Zarazem on pierwszy wyraźnie zaznaczył, że właściwości fizyczne ciał amorfnych zasadniczo się różnią od własności krystalicznych. Zdaniem J. N. Fuchsa istnieją dwa stany ciała stałego: bezpostaciowy (amorfny) i krystaliczny. Stany te uznawał on za „antypody" *, za wzajemną antytezę **, do tego stopnia, że na oznaczenie ich nie zawahał się użyć wyrazów „ciała" i „przeciwciała". W tych przypadkach, w których oba te stany są właściwością jednej i tej samej substancji chemicznej, przejście jednego stanu w drugi J. N. Fuchs uważał za analogiczne przejściu jednego polimorfonu w drugi. Ponadto uznawał on istnienie takich substancyj, którym jedynie stan bezpostaciowy jest właściwy. Fuchs wreszcie był tym badaczem, który, jak to wyżej już zaznaczono, określił ciała amorfne, bezpostaciowe, z punktu widzenia fizycznego. Określił on je mianowicie jako ciała stałe jednorodne o jednakowych właściwościach fizycznych we wszystkich kierunkach, czyli jako ciała izotropne, jednokierunkowe pod każdym względem fizycznym. Innemi słowy stan krystaliczny jest to stan stały jednorodny, różnokierunkowy (anizotropny), czyli stan o własnościach zmiennych z kierunkiem, którego, innemi słowy, kierunkowe własności fizyczne w różnych kierunkach wyrażają się odcinkami różnej długości. Stan bezpostaciowy (amorfny) zdaniem Fuchsa jest to również stan stały, również jednorodny, ale równokierunkowy, czyli o wszystkich własnościach nie zmieniających się w nim ze zmianą kierunku.

* Z greckiego: „anti" — przeciw; „pus" — noga, stopa; „antipodes" — ludzie zwróceni wzajemnie do siebie stopami, żyjący na przeciwległych miejscach globu ziemskiego.

** Z greckiego: „tithemi" — kładę; „thesis" twierdzenie; „antithesis" — twierdzenie przeciwne.

Poglądy i definicje Fuchsa przyjęto ogólnie. Wyraz „amorfny" i pojęcia z nim złączone szybko zapanowały i rozpowszechniły się w ówczesnych rozprawach, monografjach i podręcznikach. Powszechnemu przyjęciu definicji ciała bezpostaciowego w tej formie i treści, jaką jej Fuchs nadał, szczególnie sprzyjały niektóre ówczesne nastroje i kierunki teoretyczne, mianowicie spór, który w czwartem dziesięcioleciu wieku dziewiętnastego szczególnie w niemieckich kołach naukowych wywiązał się pomiędzy atomistami a dynamikami o ustrój materji. W ciałach bezpostaciowych dynamicy właśnie dopatrywali się ciągłości w ustroju ciała stałego.

Lubo wielu chemików i mineralogów w owych czasach odkrywało coraz liczniejsze substancje nieznane w stanie krystalicznym lub niezdolne do krystalizacji, jednak, pomimo powszechnego przyjęcia twierdzenia Fuchsa niezadługo po ogłoszeniu wywołały również zastrzeżenia a nawet zaprzeczenia. Szczególnie badania M. L. Frankenheima, które uczony ten ogłaszał w czwartem i piątem dziesięcioleciu wieku dziewiętnastego, były niemałego znaczenia w sprawie omawianej. Frankenheim stwierdził mianowicie, że liczne minerały, miane za bezpostaciowe, są zespoleniem bardzo drobnych mikroskopowych kryształków, wobec czego przypuścił on, że innym ciałom bezpostaciowym również jest właściwy taki sam ustrój, z tak drobnych jednak kryształów, że nie widzimy ich w największem nawet powiększeniu mikroskopowem. Nie wszystkim jednak ciałom bezpostaciowym Frankenheim przypisywał ten ustrój. Na ciała takie, jak kauczuk, żywica i t. p., zapatrywał się on jako na zespolenia niezmiernie drobnych kryształków z cieczą i upatrywał ich analogony w ciałach galaretowatych. Innemi słowy Frankenheim nie uznawał jednorodno-

ści ciał bezpostaciowych i, jak widzimy, był na drodze stworzenia idei ciał koloidalnych, rozproszonych.

Poglądy Frankenheima podzielili również ówcześni fizycy teoretyczni, szczególniej ci, który rozważali zjawiska sprężystości. Ich obliczenia, przeprowadzone w założeniu stałego ciała bezpostaciowego idealnie izotropnego pod każdym względem fizycznym, nie okazały się zgodne z pomiarami sprężystości najdoskonalszych ciał bezpostaciowych, co skłoniło ich do uznania tych ciał za zespoły ziarenek krystalicznych o wymiarach mniejszych od długości fali świetlnej, a więc niedostępnych oku najlepiej nawet uzbrojonemu.

Pomimo że w ostatniej jeszcze rozprawie, ogłoszonej w roku 1869, Frankenheim dowodził prawdziwości poglądu na ciała bezpostaciowe jako na układy niejednorodne, jednak fizycy, chemicy i mineralodzy ówcześni niemało przytaczali dowodów, że winniśmy uznać istnienie ciał niewątpliwie jednorodnych a zarazem niewątpliwie bezpostaciowych, niekrystalicznych. Sprawa zatem stała się „kwestją", przedmiotem sporu nierozstrzygniętego. Podstawy do jego rozstrzygnięcia poczęły się tworzyć dopiero wynikami badań T. Grahama w roku 1862 i w latach dalszych, ale nie odrazu stały się one jasne dla wszystkich. Graham dowiódł mianowicie, że liczne ciała, nieokazujące zdolności do krystalizacji, różnią się od ciał krystalicznych nietylko w stanie rzekomo stałym, ale również w stanie rozpuszczenia w cieczach. Są to mianowicie takie ciała, jak wodniki krzemionki, wodorotlenki glinu i żelaza, białko, gumy, kleje i t. p. Graham nazwał je koloidami, to jest ciałami kleistemi, „kolla" bowiem po grecku oznacza klej. Najcharakterystyczniejszą właściwością koloidów jest ich

mała zdolność do dyfuzji, oraz wydzielanie się z roztworów w postaci osadów bezpostaciowych.

Pierwiastkowo wydawało się, że pomiędzy koloidami i krystaloidami zachodzi różnica zasadnicza, niejako przepaść, wyłączająca nawet możność dopuszczenia przejścia pomiędzy temi dwoma rodzajami ciał. Gdy jednak odpowiedniemi osadami chemicznemi wytworzono błony, przez które niedyfundowały nawet niektóre substancje zdolne do krystalizacji, a zarazem gdy stwierdzono, że niektóre koloidy zwolna zamieniają się na zespoły kryształów, przestano upatrywać „przepaść" pomiędzy koloidami i krystaloidami.

Jednakże w roku 1876 niezależnie od siebie dwaj badacze, A. Knopp i N. Lubawin, wyrazili przekonanie o zupełnem przeciwieństwie ciał krystalicznych i bezpostaciowych. Podnieśli oni okoliczności następujące. W przypadkach jednej i tej samej substancji chemicznej, znanej w stanie bezpostaciowym i krystalicznym, gęstość ciała bezpostaciowego jest mniejsza od gęstości ciała krystalicznego, ciało bezpostaciowe ulega reakcjom chemicznym z większą prędkością, topi się w temperaturze niższej, jego ciepło właściwe jest większe, a gdy przechodzi w stan krystaliczny, wydziela ciepło. Inni pisarze zaznaczyli wtedy ponadto, że przejście ciała bezpostaciowego w stan cieczy jest stopniowe, ciał krystalicznych raptowne, a prócz tego zwrócili oni uwagę na to, że, gdy polimorfony krystaliczne różnią się od siebie zupełnie wyraźnie, tak iż możemy je ściśle definjować określonemi a znacznie odmiennemi własnościami fizycznemi, to ciała bezpostaciowe możemy przyrządzać w rodzajach, różniących się między sobą nieznacznie, będących niejako ogniwami szeregu ciągłego ciał, stopniowo jedno w drugie przechodzących, co w znacznej mierze za-

chwiało zapatrywania na ciała bezpostaciowe jako na jednorodne.

Zarazem w tym czasie badania teoretyczne zwolna poczynały sprawę posuwać naprzód. Studja W. Voigta i Lorda Kelvina (1889 — 1890) nad sprężystością ciał stałych potwiedziły wyniki badań fizyków spółczesnych Frankenheimowi. Kelvin mianowicie doszedł ostatecznie do przekonania, że własności fizyczne ciała stałego w ścisłem znaczeniu tego wyrazu są nieodłączne od różnokierunkowości, innemi słowy, że jednorodne ciało stałe jest zarazem fizycznie anizotropne, że przeto ciało bezpostaciowe, to jest względem każdego zjawiska fizycznego izotropne, równokierunkowe, nie jest ciałem stałem. A więc zarówno jednorodność jak stan stały ciał bezpostaciowych okazał się niezgodny z rzeczywistością. W tej dobie również badania teoretyczne nad ustrojem stanu krystalicznego doszły do znacznego stopnia doskonałości, przyczem gdy utworzono teoretycznie wszystkie struktury, możliwe w stanie stałym, to okazało się, że niema i nie może być między niemi takiego ustroju, którego wszystkie własności fizyczne byłyby jednakowe we wszystkich kierunkach. Jednem słowem uznano, że bezpostaciowość i stan stały są to pojęcia sprzeczne, wzajemnie się wyłączające.

Wreszcie w roku 1896 poczęły wychodzić w świat rozprawy G. Tammanna o tym przedmiocie, dające dowody, że w wielu ciałach bezpostaciowych należy widzieć ciecze o wielkiem tarciu wewnętrznem, czyli należy zapatrywać się na nie jako na ciecze przechłodzone. Nie okazują one utajonego ciepła topnienia, wszystkie ich własności fizyczne z ogrzewaniem zmieniają się w sposób ciągły, podobnie jak cieczy ich objętość właściwa i ciepło właściwe jest większe od objętości i ciepła właściwego ciał stałych. Jed-

nem słowem Tammann orzekł ostatecznie, że w równowagach chemicznych ciało bezpostaciowe i ciecz jest jedną fazą *.

Zarazem badaniami chemicznemi i fizycznemi ciał koloidalnych stwierdzono w tym czasie niewątpliwie, że zarówno osady koloidów jak ich roztwory są niejednorodne, że mianowicie ich roztwory są w istocie zawiesinami, a więc że są to tylko roztwory rzekome (pseudoroztwory) **, oraz że ich osady również są układami dwufazowemi, to jest że są zespołami ciał w dwu stanach skupienia.

Ostatecznie więc dochodzimy dziś do wniosku, że ciała bezpostaciowe są to albo zespolenia kryształków niezmiernie drobnych, bezładnie, a więc niejednorodnie orjentowanych, co $x$ - radjometrja stwierdza niewątpliwie, albo są to niejednorodne zespolenia dwu lub większej liczby substancyj w różnych stanach skupienia, mniej lub więcej wyschłe koloidy, albo wreszcie są to przechłodzone ciecze. Niektóre z tych ciał są bardzo twarde, jak naprzykład szkła, opale i t. p., czem z pozoru są one podobne do ciał stałych. Ale tak, jak są ciała stałe miękkie (talk) i twarde (djament), tak samo są ciecze miękkie (woda) i twarde (szkło).

Nie możemy więc mówić o jednorodnych bezpostaciowych ciałach stałych. Ciało bezpostaciowe albo jest niejednorodne, albo nie jest stałe. Stan stały natomiast jest to synonim stanu krystalicznego. Nazywamy go stałym, ponieważ w niezmiennych warunkach temperatury i ciśnienia jest on niezmienny, ustalony, stały; nazywamy go sta-

* Z greckiego: „fajno" — wyprowadzam na światło, odsłaniam; „fasis" — okazanie.

** Z greckiego: „pseudes" — fałszywy; „pseudo" — kłamię.

łym ponadto dlatego, że w ciele stałem, nieodkształconem, każdy atom nietylko zajmuje stałe położenie, ale każdemu atomowi ciała stałego jest właściwa stała orjentacja.

W ciele bezpostaciowem natomiast cząsteczki jego leżą bezładnie, ponadto ciało bezpostaciowe nie jest niezmienne. Wszystkie geologicznie dawne koloidy zachowały pozór zewnętrzny nacieków, skupień groniastych, nerkowych i t. p. form, właściwych osiadłym skrzepłym hydrożelom *, ale przeszły w stan krystaliczny i dziś składają się z maleńkich kryształów, a geologicznie stare szkliwa wulkaniczne stały się również zespołami bryłeczek krystalicznych wielkości mikroskopowej. Nawet szkła sztuczne, pochodzące z odległej starożytności, w wykopaliskach znajdowane, są mętne nie dlatego, aby nie umiano przyrządzać ich ongi należycie, ale dlatego, że miały już czas wytworzyć się w nich drobniutkie kryształy, tak samo jak w szkle świeżem, gdy je trzymamy kilka lub kilkanaście godzin w temperaturze nieco niższej od tej temperatury, w której ono zaczyna mięknąć. Temperatura wysoka przyspiesza krystalizację w cieczy pierwotnie przechłodzonej.

Jednem słowem niema dwu stanów ciała stałego, mianowicie stanu bezpostaciowego i krystalicznego. Ciało

* Ciała koloidowe w pseudoroztworze (naprzykład białko przezroczyste rozpuszczone w wodzie) wogóle nazywamy zolami (od „solutio", co po łacinie znaczy rozpuszczenie, roztwór). Osad strącony w takim roztworze nazywamy żelem (od żelatyny). Gdy do przezroczystego wodnego roztworu białka jaja kurzego dodajemy dużo roztworu siarczanu amonowego to osiada żel białkowy. Ponieważ zole i żele tworzą się w różnych rozpuszczalnikach, więc powstałe z pomocą wody nazywamy hydrozolami i hydrożelami od wyrazu greckiego „hydor" — woda.

stałe jest krystaliczne; stan krystaliczny to jest właśnie stan stały. Stan bezpostaciowy nie istnieje, istnieją tylko różne ciała, zwane bezpostaciowemi, które są albo niejednorodną bezładną mieszaniną niezmiernie drobniutkich kryształów, albo niejednorodnym zespołem dwufazowym, albo jednorodną cieczą przechłodzoną.

ROZDZIAŁ II

## O SIECIOWYM USTROJU KRYSZTAŁÓW

§ 16. *Geometryczne odwzorowanie kryształu.* Wyżej w § 8 zaznaczyliśmy, że każdą własność wektorową możemy odwzorować geometrycznie prowadzeniem odpowiednich wektorów, wychodzących z jednego punktu i łącząc ich końce powierzchnią. Każdemu zjawisku wektorowemu w każdym krysztale odpowiada jako odwzorowanie jakaś określona powierzchnia: powierzchnia kuli, powierzchnia elipsoidy, powierzchnia sześcianu i t. p. W jednych kryształach niektóre ich własności odwzorowywa elipsoida trójosiowa, w innych elipsoida obrotowa. W jednych kryształach własności wektorowe są takie, że osi odwzorowującej je elipsoidy są zgodne z niektóremi krawędziami kryształu, w innych natomiast kryształach osi te leżą ukośnie względem krawędzi. Poznanie własności geometrycznych każdej takiej powierzchni, porównanie ich pomiędzy sobą oraz porównanie ich ułożenia względem ścian i krawędzi w różnych kryształach jest tłem badania kryształów i treścią krystalografji.

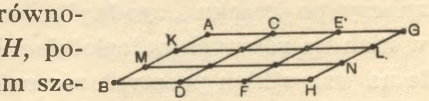
Ale spytajmy, czy jest możliwe odwzorowanie samego kryształu? Czy możemy tak dobrać utwór geometryczny, aby pomiędzy jego własnościami a własnościami kryształu zachodziła analogja?

Przekonamy się niebawem, że rozwiązanie tego zagadnienia jest nader proste, że utwór taki istnieje i że nie jest on bynajmniej zawiły. Ale przedewszystkiem i nadewszystko zaznaczymy z naciskiem, że wynalezienie takiego utworu, który byłby odwzorowaniem kryształu, jest konieczne i nieodzowne. Pomnijmy bowiem o tem, z czego wiele osób naiwnie sprawy sobie nie zdaje, że odwzorowanie to nie jest ilustracja, to nie jest jakiś grafikon poglądowy. Odwzorowanie geometryczne jakiegoś ciała lub zjawiska, jest to taki utwór geometryczny, z którego możemy snuć następstwa zgodne z rzeczywistością, to jest przewidywać trafnie zjawiska, sprawdzające się potem spostrzeżeniami przeprowadzonemi w odpowiednio dobranych warunkach czyli w należytych doświadczeniach. Znakomitym i słynnym tego przykładem jest jeden ustęp z dziejów optyki * kryształów. W drugiem mianowicie dziesięcioleciu wieku dziewiętnastego A. Fresnel odwzorował własności świetlne pewnej grupy kryształów dość zawiłą powierzchnią. W roku 1832 W. R. Hamilton matematycznie opracował tę powierzchnię i między innemi wysnuł z niej następstwo to, że kryształom tej grupy, której własności optyczne odwzorowywa owa powierzchnia fresnelowska, jest właściwe nieznane przedtem zachowanie się optyczne, nazwane potem zewnętrzną i wewnętrzną dyfrakcją koniczną czyli załamaniem stożkowem. Niezwłocznie po ogłoszeniu tych badań W. R. Hamiltona, rodak jego fizyk angielski H. Lloyd ułożył odpowiednie doświadczenia i wywołał w rzeczywistości te zjawiska. Przedtem ich nie znano, ale z odpowiednio dobranego odwzorowania A. Fresnela konieczność ich istnienia wypłynęła jako następstwo wysnute dedukcyjnie.

* Wyraz „optyka" pochodzi od greckiego „opeuo" — widzę.

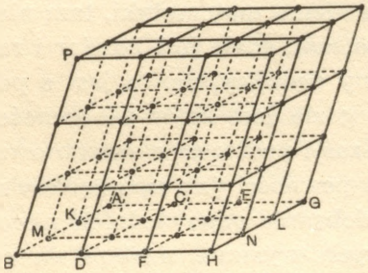
Dlatego więc orzekliśmy przed chwilą z naciskiem, że wynalezienie utworu geometrycznego, który byłby odwzorowaniem kryształu, jest konieczne i nieodzowne. Ono bowiem jest środkiem zastosowania dedukcji. A dopiero od możności rozmyślania dedukcyjnego naprawdę nauka się zaczyna, bo dedukcja jest to rozumowanie z poczuciem pewności i możność przewidywania, a więc możność świadomego i celowego rozwoju nauki, a ponadto dedukcja jest początkiem możności uporządkowania spostrzeżeń. Dopóki niema odwzorowania niema dedukcji, więc niema matematyki. A wiemy już, że gdzie niema matematyki, tam niema nauki. Bo nauka jest tylko tam, gdzie jest pomiar i rachunek oraz gdzie rozumujemy dedukcyjnie, to jest z poczuciem pewności i wreszcie gdzie jest zbiór wiadomości uporządkowanych. Podstawą zaś i podłożem zarówno owego rozumowania z poczuciem pewności jak uporządkowania rzeczonego jest należyte dobranie odpowiednich utworów geometrycznych, z których wysnute następstwa są zgodne z rzeczywistością i tworzą uporządkowany układ logiczny. Szukajmy więc takiego utworu geometrycznego, który byłby odwzorowaniem kryształu.

W tym celu weźmy płaszczyznę nieograniczoną, rys. 21, to jest nieskończoną, czyli ciągnącą się we wszystkie strony dowolnie daleko i połóżmy na niej nieskończony szereg prostych równoległych i równoodległych *AB, CD, EF, GH,* poczem przetnijmy go drugim szeregiem prostych też równoległych i równoodległych pomiędzy sobą *AG, KL, MN, BH.* Przecięcie się dwu prostych jest to punkt. Proste jednego szeregu przecinając się z prostemi szeregu drugiego pokrywają płaszczyznę jednostajnym zbio-

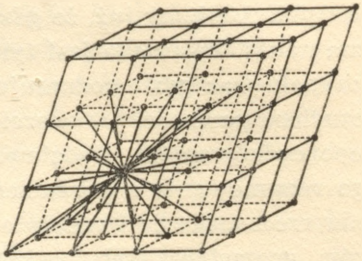


Rys. 21.

rem punktów, które nazywamy węzłami, a cały zbiór ich, to jest płaszczyzna zawierająca węzły tak leżące, nosi nazwę *sieci płaskiej*. Przez którykolwiek jej węzeł poprowadźmy nieograniczoną prostą *BP* (rys. 22) tak, aby ona przecinała rzeczoną sieć płaską, czyli taką prostą, która nie przylega do sieci płaskiej. Podzielmy tę prostą na odcinki równe, skończone, niepodzielne i przez koniec każdego odcinka poprowadźmy taką samą sieć płaską, jak pierwsza, tak aby wszystkie one były równoległe pomiędzy




Rys. 22.



Rys. 23.

sobą. Otrzymamy przestrzeń nieograniczoną, będącą zbiorem jednostajnym węzłów (rys. 22). Zbiór taki nazywamy *siecią przestrzenną*. W sieci przestrzennej wszystkie równoległe rzędy węzłów są homologiczne („homologos" znaczy po grecku „zgodny"), innemi słowy węzły leżą w nich na równych odległościach, tak samo jak w krysztale na wszystkich prostych równoległych są jednakowe własności fizyczne, czyli każdą własność wektorową wyraża ta sama liczba. Zamiast kątów dowolnych w budowie sieci przestrzennej gdybyśmy użyli kątów $60^0$ lub $90^0$, to otrzymalibyśmy sieć, w której nietylko równoległe ale i symetryczne rzędy byłyby homologiczne. Odstępy pomiędzy wę-

złami byłyby w nich równe tak samo, jak są równe liczby wyrażające jakąś własność wektorową kryształu w kierunkach symetrycznych.

Dowolny węzeł sieci przestrzennej połączmy odcinkami prostych ze wszystkiemi najbliższymi mu węzłami go otaczającymi. Otrzymamy pewien zbiór odcinków (rys. 23). Oczywista, że gdybyśmy zrobili to samo z dowolnym innym węzłem tej samej sieci i z węzłami które go otaczają, otrzymalibyśmy taki sam zbiór odcinków, to jest odcinki takiej samej długości i tak samo ułożone, jak w zbiorze poprzednim. Podobnie w krysztale około każdego w nim punktu jego własności wektorowe są jednakowe i jednakowo ułożone. Widzimy więc, że własności geometryczne sieci przestrzennej są analogiczne własnościom wektorowym kryształu. Wobec tego sieć przestrzenną uznajemy za odwzorowanie kryształu, czyli, jak to się mówi niekiedy potocznie, mamy ją za jego wyraz graficzny.

Zwróćmy uwagę na to, że w tworzeniu sieci przestrzennej nie posługiwaliśmy się wcale przypuszczeniem. Niczego nie „zakładaliśmy". Uprzytomnijmy sobie jaknajdosadniej zupełną nieobecność jakiegokolwiek pierwiastka hypotetycznego w pomyśle sieci przestrzennej. Z naciskiem jaknajdobitniejszym kładę to czytelnikowi przed oczy, że sieć przestrzenna jest *odwzorowaniem* kryształu, a nie hypotezą czy teorją * o jego ustroju. Odwzorowanie to jest geometrycznym wyrazem własności kryształu, wyrazem, którego cel i zadanie: być tem tłem matematycznem, z którego dedukcją możemy snuć następstwa. Odwzorowanie to pozostaje w mocy bez względu na to, jak zapatrujemy się

* Z greckiego: „hypo" — pod; „tithemi" — kładę; „hypotithemi" — podkładam; „hypothesis" — podstawowa myśl, przypuszczenie; „theoria" — rozmyślanie, objaśnianie.

na ustrój materji: atomistycznie czy energetycznie. Czy kryształ jest układem ciągłym czy nieciągłym, nic to niema do rzeczy względem analogji własności w nim spostrzeżonych z ustrojem sieci przestrzennej, z jej własnościami i z następstwami, które z niej wynikają. Całokształt głównych wiadomości o kryształach nie zawierający sprzeczności pomiędzy sobą i zgodny z rzeczywistością otrzymujemy dedukcją z sieci przestrzennej, wcale nawet nie poruszając ustroju ciała krysztalicznego. Element hypotetyczny pojawia się dopiero wtedy, gdy węzłom sieci przestrzennej, będącym punktami geometrycznymi, przypisujemy znaczenie materjalne, to jest gdy nie poruszamy sprawy *własności kryształu*, ale gdy poczynamy rozprawiać o jego *ustroju*, innemi słowy, gdy stajemy na gruncie teorji atomistycznej. Wtedy dopiero możemy mówić o *teorji* sieciowego ustroju kryształów, bo wobec zgodności odwzorowania (sieci przestrzennej) z rzeczywistością (z kryształem), gdy samej rzeczywistości (kryształowi) przypiszemy nieciągłość (składanie się z atomów poprzedzielanych odstępami niematerjalnymi), to nie pozostaje nic innego, jak nieciągłość odwzorowania uznać za jedno z nieciągłością ciała odwzorowanego.

Inna rzecz, że od samego początku, od chwili zrodzenia się pomysłu sieci przestrzennej (jest on starszy od samej krystalografji, jak dowiemy się niżej), zawsze miano ją za wyraz ustroju kryształów. Tak się działo, bo tworzyły ją osoby wyznające poglądy atomistyczne. Tak się działo ponadto, bo właśnie niesprzeczna całość krystalografji była jednym z dowodów słuszności teorji o atomowym ustroju materji. Ale nawet gdyby teorja atomistyczna okazała się nieprzydatna do naukowej interpertacji materji, to sieć przestrzenna pozostałaby w mocy jako zgodne z własno-

ściami kryształu ich odwzorowanie, to jest jako utwór geometryczny tak dobrany, że jego następstwa dedukcyjne są zgodne z wynikami spostrzeżeń. Innemi słowy, bez względu na ustrój materji do interpretacji naukowej zjawisk zachodzących w kryształach przydatna jest geometrja przestrzeni nieciągłej; geometrja natomiast przestrzeni ciągłej do tego się nie nadaje.

Piszę to w tym celu, aby czytelnicy jaknajdokładniej zrozumieli to co jest najważniejsze w poznawaniu naukowem każdego odłamu rzeczywistości, aby mianowicie jasno zdali sobie sprawę z tego, co w nauce o kryształach jest hypotezą, a co nią nie jest. Wielu bowiem osobom nieobeznanym z istotą nauk matematyczno-fizycznych nie jest to jasne w mierze dostatecznej. Wielu empiryków * nie odróżnia odwzorowania od ilustracji z jednej strony, odwzorowania od hypotezy z drugiej. W przedmowie do przytoczonego już wyżej przekładu mineralogji G. Tschermaka J. Morozewicz napisał, że „trudno zgodzić się bez zastrzeżeń na twierdzenie, jakoby sieć przestrzenna była wyrazem graficznym własności ciała jednorodnego różnokierunkowego, to jest kryształu. Istotą sieci przestrzennej jest bowiem nietylko różnokierunkowość, ale i brak ciągłości, wyróżnienie pewnych specyficznych punktów, podczas gdy wiele zjawisk fizycznych w kryształach możemy rozpatrywać tak, jak gdyby środowisko, w którem się one odbywają, było jednorodne i ciągłe". Przecież las albo oddział wojska z daleka wydaje się nam ciągły i jednostajny, a z bliska widzimy drzewa i żołnierzy oraz odstępy pomiędzy nimi. Jeżeli więc ktoś widzi las, a nie widzi

* Z greckiego: „empejria" — doświadczenie. Empiryk: posługujący się tylko doświadczeniem, spostrzeżeniem, a nie rozumowaniem.

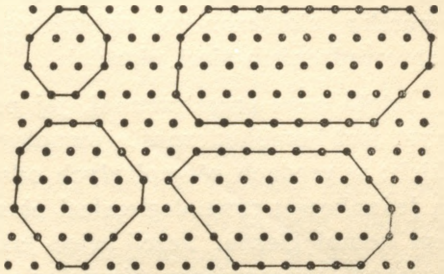
drzew, czy ma prawo twierdzić, że las jest ciągły? Jeżeli odstępy węzłów sieci przestrzennej są mniejsze od długości fali świetlnej to względem światła ta sieć jest ciągła i niema takiego zjawiska świetlnego, które ujawniłoby nieciągłość sieci. Ale gdy dobierzemy takie fale, aby ich długość była liczbą tego samego rzędu co odstępy sieci, to wywołamy takie zjawiska, w których nieciągłość sieci się uwydatni. Kryształy ciągłe w świetle zwykłem, widzialnem, są nieciągłe względem promieni - $x$. Tymczasem odwzorowanie naukowe kryształu jest odwzorowaniem *wszystkich* jego własności, a względem zespołu wszystkich własności fizycznych i geometrycznych kryształ jest nieciągły, więc nieciągłe jest jego odwzorowanie. Nie wszystkie płaszczyzny są ścianami kryształu, ale tylko takie, które pewnym sposobem przecinają jego krawędzi oraz grupują się na nim w pewne zbiory, a to jest nieciągłość. Nie każdy dowolny wielościan jest ograniczeniem kryształu, lecz taki tylko, którego ściany w pewien sposób są związane z sobą pewną spółzależnością geometryczną. To też jest jeden z objawów nieciągłości.

§ 17. *Prawo kątów niezmiennych.* Z tego, co dotychczas podano w niniejszem, wynika, że siecią przestrzenną odwzorowaliśmy jednorodność i różnokierunkowość, to jest anizotropję kryształu. Ale zarazem nadmieniliśmy, że sieć przestrzenna jest odwzorowaniem kryształu wogóle, i że jest ona środkiem stosowania dedukcji względem kryształu, czyli że następstwa z niej wysnute sprawdzają się spostrzeżeniami. Jeżeli więc sieć przestrzenna wogóle odwzorowywa kryształ, to oprócz jednorodności i anizotropji jakież są inne jeszcze właściwe mu przymioty, które również moglibyśmy odwzorować siecią przestrzenną? Gdybyśmy

rozpoczęli empiryczne poszukiwanie tych przymiotów i właściwości, poszlibyśmy drogą indukcji, to jest zbierania spostrzeżeń dorywczych, niezależnych od siebie i potem musielibyśmy poszukiwać jakiejś myśli, jednoczącej je w całość. Gdy jednak orzekliśmy, że sieć przestrzenna, jako utwór geometryczny, jest umożliwieniem dokonywania dedukcji, to zastosujmy ją. Pójdźmy drogą przewidywania, snucia następstw z sieci przestrzennej i sprawdzania ich spostrzeżeniami.



Rys. 24.



Rys. 25.

Sieć przestrzenną należy wyobrażać sobie jako zbiór punktów homologicznych, czyli węzłów jednostajnie ułożonych w przestrzeni. Te linje, które pomiędzy węzłami poprowadziliśmy, powinniśmy opuścić w wyobraźni. Linje te były potrzebne tylko do otrzymania sieci, do jej nakreślenia. Bez nich rysunek byłby nieczytelny. A więc w przestrzeni należy sobie wyobrazić sieć przestrzenną tak, jak rys. 24 przedstawia sieć płaską.

Jeżeli kryształ wogóle przyrównaliśmy do dowolnej sieci przestrzennej, to wszystkie kryształy jednego jakiegoś ciała możemy przyrównać do jednego jakiegoś przypadku sieci przestrzennej, to jest do sieci o pewnych określonych

kątach pomiędzy rzędami i o pewnych określonych odstępach pomiędzy węzłami. W takim razie różne kryształy tego samego ciała możemy przyrównać do różnych wycinków czyli ucząstków tej samej sieci przestrzennej.

Ponieważ rysowanie utworów przestrzennych jest zawiłe, przeto ilustrujmy to rysunkiem płaszczyzny, pozostawiając wyobraźni analogje przestrzenne. A więc z sieci płaskiej wydzielanie jakiegoś wycinka najprościej i najłatwiej dokonamy jej rzędami. Tak samo z sieci przestrzennej nieskończonej najnaturalniej wyodrębnienia jakiegoś ucząstka skończonego, ograniczonego, możemy dokonać poprowadzeniem sieci płaskich.

Istotą sieci przestrzennej, jej przymiotem najgłówniejszym jest homologiczność równoległych rzędów i sieci płaskich: w rzędach równoległych odstępy pomiędzy węzłami są jednakowe; równoległe sieci płaskie są też sobie nawzajem homologiczne. Jeżeli więc jakiś element sieci przestrzennej przesuniemy równolegle, to nie zmienimy jego istoty, znaczenia i treści, a więc nie zmienimy również istoty i treści ucząstka zawartego pomiędzy jakiemiś elementami po ich przesunięciu równoległem.

Oto na rys. 25 z sieci płaskiej wydzielono różne ucząstki rzędami równoległymi. Kształt tych ucząstków jest różny, ale kąty zawarte pomiędzy ich bokami są równe, ponieważ boki ich są równoległe. Bardzo łatwo możemy przejść w wyobraźni z sieci płaskiej do sieci przestrzennej. Nad rysunkiem 25 wyobraźmy sobie mnogość takich samych sieci płaskich, równolegle do rys. 25 leżących i przez rzędy poprowadzone sieci płaskie, do rys. 25 prostopadłe. Powstaną wtedy słupy różnego przekroju, ale o tych samych kątach.

A zatem, ucząstki sieci przestrzennej wyodrębnione równoległemi sieciami płaskiemi mogą być wielościanami nader różnorodnego pozoru i pokroju, ale kąty zawarte pomiędzy ścianami, to jest kąty dwuścienne każdego z tych wielościanów są równe kątom dwuściennym dowolnego innego wielościanu tego samego zbioru. Innemi słowy, każdy kąt pomiędzy dwiema ścianami jednego wielościanu jest równy kątowi pomiędzy ścianami homologicznemi któregokolwiek innego wielościanu wyodrębnionego z tej samej sieci przestrzennej. Jest to zupełnie jasne i proste: z elementarnej geometrji wiadomo, że figury o krawędziach równoległych mają kąty równe.

Jeżeli więc kryształy jednej substancji mamy za wycinki jednej sieci przestrzennej, to w takim razie powinniśmy oczekiwać w nich niezmienności kątów, to jest winniśmy spodziewać się, że mogą one być kształtu rozmaitego, ale że wszystkie w istocie rzeczy są tym samym wielościanem o ścianach rozmaicie poodsuwanych od środka równolegle samym sobie. Przewidywanie to jest zgodne ze spostrzeżeniem.

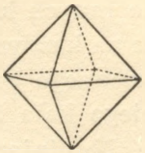
Porównywając kryształy jednego ciała, skrystalizowanego w jednakowych warunkach temperatury, ciśnienia i stężenia, w wielu przypadkach widzimy znaczną ich rozmaitość, skrupulatne jednak wpatrywanie się w nie daje nam wreszcie poczucie pewnego ich podobieństwa. Na czem ono polega?

Już w stuleciu trzynastem Albert Wielki zdawał sobie sprawę z tego, orzekając, że każdemu ciału krystalicznemu jest właściwa postać określona, ale nie wyjaśnił on, na czem polega powinowactwo form jednego ciała. Dopiero w wieku szesnastym Vannunci Biringoccio, autor ongi słynnego dzieła „Della pirotechnia libri dieci" w roku 1540

pierwszy niedwuznacznie orzekł, że na wszystkich kryształach minerału pirytu $FeS_2$ kąty pomiędzy ścianami są jednakowe. Po nim na kryształach różnych minerałów pospolitych i soli otrzymywanych w pracowniach i w fabrykach tego samego spostrzeżenia dokonało wielu innych uczonych, mianowicie J. Kepler, W. Davisson, P. Gassendi, N. Stensen, E. Bertelsen, A. van Leuwenhock, D. Guglielmini, R. Boyle i wreszcie w wieku ośmnastym J. B. Rome de l'Isle orzekł ostatecznie, że „ściany kryształu mogą być rozmaite pod względem ich zarysu i wymiarów względnych, ale nachylenie wzajemne tych samych ścian jest stałe i niezmienne w każdym gatunku mineralnym". Najdobitniej i w sposób najwięcej przekonywający wygłosił i udowodnił to prawo duńczyk Niels Stensen w roku 1669, a więc owo pierwsze prawo krystalograficzne, prawo kątów niezmiennych, wielu pisarzy nazywa prawem Stensena, albo Stenona, za czasów bowiem tego badacza panował zwyczaj nadawania nazwiskom brzmienia łacińskiego.

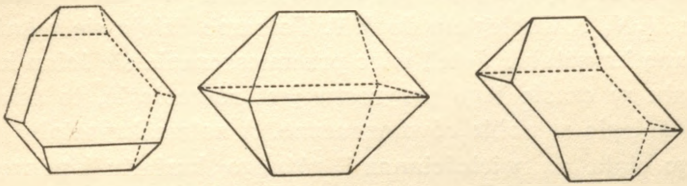
Starannie porównywając kryształy hematytu $Fe_2O_3$ a także kwarcu $SiO_2$, Stensen doszedł do przekonania, że ściany kryształów jednego ciała tworzą jednakowe kąty, to jest są ponachylane jednakowo do siebie i udowodnił, że prawa geometrji stosują się do kryształów całkowicie, jeżeli bierzemy w rachubę tylko wzajemne nachylenie ścian, a pomijamy kształt i rodzaj wieloboków, jakimi są ściany każdego kryształu. Innemi słowy, istota prawa omawianego polega na tem, że jeżeli na jednym krysztale zaznaczymy sobie jakieś dwie ściany, to na innych kryształach tego samego ciała możemy odnaleźć dwie ściany tamtym homologiczne, które tworzą taki sam jak tamte kąt dwuścienny. A więc kryształy jednego ciała są jednym i tym samym wielościanem, którego ściany są poprzesuwa-

ne równolegle samym sobie. Przytoczymy kilka przykładów.

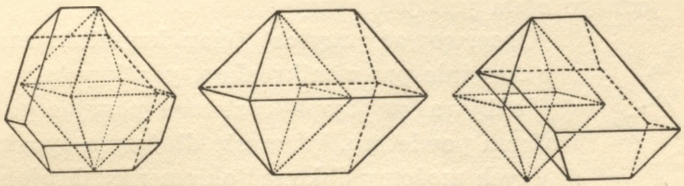


Rys. 26.

Rodzimy żelazin żelazawy $Fe''Fe_2'''O_4$, czyli minerał magnetyt, zdarza się często w kształcie ośmiościanów umiarowych rys. 26, to jest wielościanów ograniczonych ośmioma ścianami nachylonemi do siebie pod kątem $109^0\,28'$. Ten sam kąt wykazują ściany wszystkich ośmiościennych kryształów magnetytu, choś często kształt ich jest taki, jakie wyobraża rys. 27. Są to bowiem ośmiościany o ścianach niejednostajnie poodsuwanych od środka, co ilustruje rys. 28.



Rys. 27.

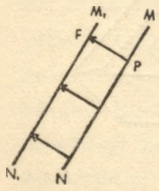


Rys. 28.

Prawo kątów niezmiennych możemy stwierdzić doświadczeniem bardzo prostem. Woskiem albo inną masą plastyczną odciśnijmy którykolwiek kąt dwuścienny na krysztale jakiegoś ciała, a potem przykładajmy ten odcisk

do innych kryształów tego samego ciała. Przekonamy się, że na każdym krysztale jednego ciała do każdego kąta dwuściennego dokładnie przystają odciski, zdjęte z odpowiedniego kąta innych kryształów tego samego ciała.

Na linjach równoległych wszystkie własności kryształu są jednakowe, a więc prędkość jego przyrostu wzdłuż tych linij jest równa. Wyobraźmy sobie kryształ rosnący w stopie lub w roztworze. W jakimś momencie do płaszczyzny rysunku niech będzie prostopadła jakaś jego ściana *MN* rys. 29, której kierunek przyrostu jest *PF* i prędkość przyrostu w tym kierunku jest *m*. W takim razie na wszystkich prostych, równoległych do *PF* prędkość ta jest również *m*. A więc po pewnym czasie ściana *MN* jest w położeniu $M_1N_1$ równoległem do *MN*. To samo dzieje się z każdą ścianą kryształu. Jeżeli więc przemieszczanie się ścian kryształu w czasie jego przyrostu jest równoległe, to ściany równoległe są sobie równoznaczne. A zatem kryształy jednego ciała są wielościanami różnego kształtu i pokroju, lecz kąty dwuścienne pomiędzy ich ścianami są niezmienne, to jest wzajemne nachylenie ścian wszystkich kryształów jednego ciała jest jednakowe.



Rys. 29.

Obserwować przyrost ścian kryształu możemy doraźnie przez mikroskop, gdy krystalizacja się odbywa w kropli roztworu parującego na wolnem powietrzu. W czasie dłuższym spostrzeżeń tych możemy dokonać okiem nieuzbrojonem na kryształach rosnących zwolna w roztworze przesyconym, który znajduje się w naczyniu przezroczystem. W ciągu dni kilku możemy wtedy widzieć wyraźnie powiększanie się kryształu oraz niezmiennie i stale towarzyszące przyrostowi jednakowe nachylenie ścian kryształu do dna naczynia.

Jeżeli więc ściany kryształu rosnącego ciągle są jednakowo nachylone do dna naczynia, to znaczy, że pozostają równoległe samym sobie. Zależnie od przypadkowych warunków miejscowych, zachodzących w różnych punktach cieczy pomiędzy bezładnie rozrzuconymi kryształami na dnie naczynia, podczas przyrostu różne części kryształu powiększają się rozmaicie. Jedna część kryształu otrzymuje obfitszy zasób substancji niż części pozostałe, a więc kryształ wydłuża się wtedy w jednym kierunku, ale ściany jego zawsze są równoległe ich pierwotnemu położeniu. Stąd pochodzi różnorodny pozór zewnętrzny kryształów jednego ciała z zachowaniem niezmiennych kątów dwuściennych. Różne kształty i różny pokrój kryształów jednego ciała jest tem samem, czem są różne stadja wzrostu jednego kryształu.

Kryształ rosnący powiększa się równoległym przyrostem substancji na jego ścianach. A więc każda ściana kryształu rosnącego posuwa się w niezmiennym kierunku do niej prostopadłym. Innemi słowy prosta prostopadła do każdej ściany kryształu jest kierunkiem jej przyrostu. A ponieważ prawo kątów niezmiennych sprawia, że wszystko jest jedno, czy ściana jest daleko czy blisko od środka kryształu, więc wogóle odległość, zasięg, długość w krysztale jest bez znaczenia. Istotne w krysztale są tylko *kierunki*. A że kierunek jest nieskończony, więc na kryształy zapatrujemy się tak samo jak na sieć przestrzenną, mianowicie jako na ośrodek zasięgu nieograniczonego, nieskończonego, jako na środowisko zjawisk rozciągające się dowolnie daleko w każdym kierunku. Wyobraźmy sobie że obserwator, badacz kryształu, jest bardzo maleńki i siedzi w środku kryształu, a kryształ naokoło niego rozciąga się na wsze strony bez końca. Wtedy czy kryształ jest

mały czy wielki, czy widzialny zaledwie przez mikroskop, czy metrowych wymiarów, to dla nas jest wszystko jedno. Obchodzi nas jego ustrój, jego zachowanie się fizyczne w różnych kierunkach, ale zupełnie jest obojętne dla nas, czy rozciąga się on dowolnie daleko, czy też gdzieś się kończy i jakiego kształtu powierzchnia go ogranicza.

Tu jednak zważmy na to, że gdy robimy zdjęcie geodezyjne, to jest wykonywamy dokładny plan jakiejś miejscowości, lub mapę jakiegoś kraju albo całej powierzchni ziemi, nie możemy tego dokonać bez obrania punktów i kierunków niezmiennych, które obieramy jednak dowolnie i które same w sobie są bez znaczenia pod względem charakterystyki miejscowości lub kraju, jak naprzykład równik i południk zerowy, od których oznaczamy szerokość i długość geograficzną każdego punktu na powierzchni ziemi.

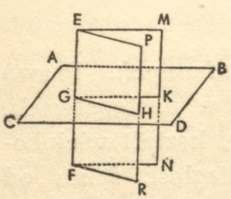
Badanie kryształu jest oznaczaniem ilościowem jego własności wektorowych, to jest wymierzaniem wartości wektorowych w każdym kierunku. Ale te kierunki musimy orjentować względem czegoś niezmiennego. Na ślepo empiryczne wyszukanie w krysztale jakiegoś kierunku, szczególnego pod względem fizycznym, jest to próżna strata czasu, bo to nie daje niczego wartościowego naukowo. Dopiero stosunek przestrzenny, to jest ułożenie kierunków fizycznie wybitnych, względem ścian i krawędzi kryształu daje dokładne pojęcie, jak wektory fizyczne leżą w krysztale. Z tej więc przyczyny, zanim przystąpimy do fizycznego badania kryształu, staramy zdać sobie sprawę z niego jako z bryły geometrycznej, to jest oznaczamy wzajemne nachylenie jego ścian. Ale jeżeli nauka o symetryczności nie jest nam obca, to już z samej postaci kryształu, ze wzajemnego ustosunkowania przestrzennego jego ścian

możemy wysnuć wnioski o położeniu, jakie w nim przybiera jakiś kierunek szczególny pod względem fizycznym. Wobec jednak prawa kątów niezmiennych, a więc z powodu zmienności pozoru i pokroju ogólnego, kształtu wieloboków ograniczających kryształ, długości względnej krawędzi, wielościany krystaliczne wydają się zawiłe, „zwyrodniałe", bo w czasie ich przyrostu ściany homologiczne poprzesuwały się równolegle na różne odległości od środka. Rozpoznawanie więc postaci kryształów wymaga nieco biegłości i wprawy. Stąd przeto osobom nieobeznanym z tą sprawą, które, zetknąwszy się z krystalografją i z kryształami przypadkowo i dorywczo, wikłają się w trudnościach natury geometryczno - opisowej, wydaje się że celem krystalografji jest poznanie wielościanów krystalicznych. Ale osoby takie są w błędzie. To jest jeden z elementarnych, początkowych środków krystalografji, ale bynajmniej nie jest to jej cel. W wielu przypadkach, orjentując się w wielościanie kryształu, zarazem orjentujemy się w jego ustroju, jeżeli nie całkowicie to w znacznej mierze z większem lub mniejszem przybliżeniem.

§ 18. *Następstwa prawa kątów niezmiennych.* Prawo kątów niezmiennych jest nader doniosłe w następstwach. Długość krawędzi, ich odstępy wzajemne, kształt wieloboków, którymi są ściany kryształu, odległość ścian od środka, wszystko to jest zmienne a więc nieistotne. Tylko ścian nachylenie wzajemne (kąty dwuścienne) jako niezmienne, a więc charakterystyczne, jest podstawą dokładnego badania kryształów pod względem geometrycznym, ich opisu, charakterystyki, porównania i rozróżnienia. Kąty dwuścienne kryształu są przeto jedynymi elementami pomiaru i rachunku, a zatem prawo kątów niezmiennych

jest to jedyna podstawa ścisłego badania kryształów jako brył geometrycznych. Chcąc poznać kryształ jako wielościan mierzymy kąty pomiędzy jego ścianami i z wartości tych kątów obliczamy wszelkie elementy nam potrzebne.

Ściany kryształu są to płaszczyzny, a krawędzi są to proste. Dwie nierównoległe płaszczyzny, ściany *EFMN* i *EFPR* (rys. 30), przecinając się, tworzą prostą, krawędź. A więc krawędź jest to niejako wierzchołek kąta dwuściennego, utworzonego dwiema ścianami. Poprowadźmy płaszczyznę *ABCD*, prostopadłą do krawędzi *EF*. Od przecięcia się jej z płaszczyznami tworzącemi kąt dwuścienny powstaje na niej kąt płaski *HGK*. Jego wielkość jest miarą kąta dwuściennego. Na to więc, aby zmierzyć kąt dwuścienny kryształu, jeszcze w stuleciu ośmnastem Carangeot, uczeń i spółpracownik Romé de l'Isle'a, polecił mechanikowi Vincardowi zbudowanie przyrządu (rys. 31). Jest to metalowe półkole, lub mniejsza od połowy część koła tej wielkości co tak zwany przenośnik (transporter) rysunkowy, opatrzona zawiasą i ruchomą linijką, albo dwiema ruchomemi linijkami. Przyrząd ten, zwany gontomefrem* przykładanym, ustawiamy prostopadle do krawędzi kąta mierzonego i jedną linijkę przyciskamy do jednej ściany, a drugą linijkę do ściany drugiej i na półkolu odczytujemy rozwartość kąta dwuściennego.

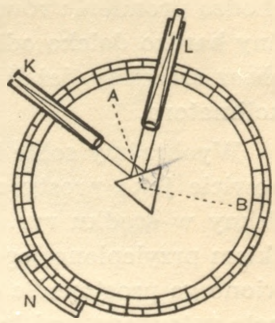


Rys. 30.

Gonjometrem przykładanym możemy mierzyć kąty na kryształach dużych, a przytem z dokładnością niewielką, nieprzekraczającą połowy stopnia, to jest trzydziestu mi-

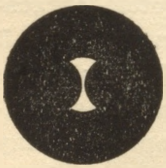
* Od wyrazów greckich: „gony" — kolano, zgięcie, kąt i „metreo" — mierzę.

nut. Jest to ścisłość niewystarczająca na podstawę obliczeń dokładnych. Pomiary dokładne na kryształach maleńkich, nieskazitelnie doskonałych dokonywamy gonjometrem optycznym. Istotnemi częściami tego przyrządu jest kolimator *, luneta (maleńki teleskop) oraz opatrzone nonjuszem koło podzielone na stopnie i ich części.



Rys. 32.

Kolimator jest to rura kilka centymetrów długości o średnicy około dwu centymetrów. Jej koniec wewnętrzny, to jest zwrócony do środka koła, zawiera soczewkę wypukłą, koniec zaś zewnętrzny (tuż obok litery *K* na rys. 32) jest opatrzony szczeliną w nieprzezroczystej zasłonie. Rys. 33 przedstawia tę szczelinę i zasłonę w wielkości naturalnej. Długość rury tak się dobiera, aby szczelina była w ognisku głównem soczewki. Gdy więc przed szczeliną postawimy lampę, to promienie światła wychodzące rozbieżnie ze szczeliny po załamaniu się w soczewce staną się pękiem promieni równoległych, z kolimatora wychodzących. Lunetę *L* nastawiamy na nieskończoność, czyli krzywiznę jej soczewek oraz ich odległość wzajemną tak dobieramy, że patrząc przez nią na przedmioty bardzo odległe widzimy je wyraźnie, czyli że promienie równoległe scho-

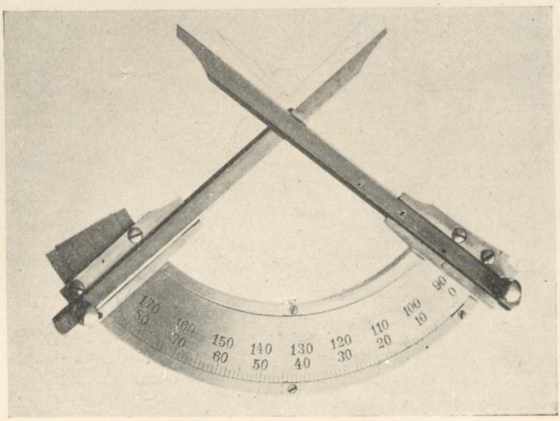

Rys. 33.


Rys. 34.

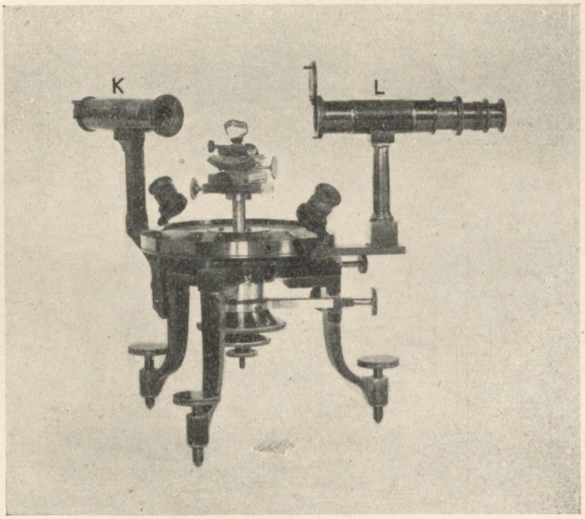
* Od „collimare" — wycelować prosto, wytykać linję prostą.

dzą się w ognisku szkła okularowego lunety (obok litery *L* w rys. 32). Ponieważ więc z soczewki kolimatora wychodzą promienie równoległe, czyli tak jak gdyby ze szczeliny bardzo daleko odległej, to widzimy w lunecie wyraźny obraz szczeliny, jeżeli skierujemy lunetę wprost naprzeciw kolimatora.

Wyobraźmy sobie kryształ w postaci najprostszej, mianowicie jako prosty słup trójścienny. Podstawę jego widzimy w środku rys. 32. Wyobraźmy sobie dalej, że woskiem przylepiono jego podstawę do osi gonjometru i ustawiono go prostopadle do powierzchni koła. Kolimator i lunetę ustawiono pod kątem dowolnym. Obrotem osi gonjometru nadano kryształowi położenie takie, w którem pion jednej jego ściany *A* dzieli na dwie części równe kąt pomiędzy lunetą i kolimatorem. W tem położeniu pęk promieni światła z kolimatora *K* odbija się od ściany kryształu i trafia w lunetę *L* tak, iż widzimy w niej obraz szczeliny kolimatora. W polu widzenia lunety są dwie cieniutkie niteczki wzajemnie prostopadłe. Obracamy koło z kryształem tak aby obraz szczeliny był na skrzyżowaniu niteczek (rys. 34) i w tem położeniu odczytujemy podziałkę koła przypadającą naprzeciw zera nonjusza *N*. Potem obracamy koło wraz z osią i kryształem tak, aby druga ściana *B* przybrała położenie poprzedniej ściany *A*. Wtedy znów ujrzymy w lunecie obraz szczeliny kolimatora. Nastawiając go tak samo na skrzyżowanie niteczek doprowadzamy ścianę *B* w położenie *A* jaknajdokładniej i znów notujemy to drugie położenie koła względem nieruchomego nonjusza. Różnica dwu położeń koła jest miarą kąta pomiędzy pionami ścian kryształu *A* i *B*. Odjąwszy ten kąt od 180° otrzymujemy kąt pomiędzy ścianami. Przyrządem tym mierzymy kąty pomiędzy ścianami kryształu z dokładno-




Rys. 31.



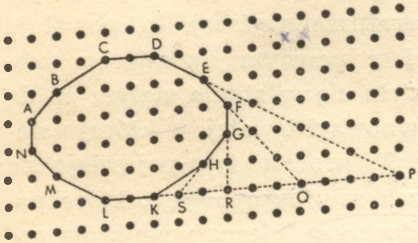

Rys. 35.

ścią do trzydziestu sekund, to jest do pół minuty łuku. Rys. 35 przedstawia widok gonjometru w $\frac{1}{5}$ wielkości naturalnej.

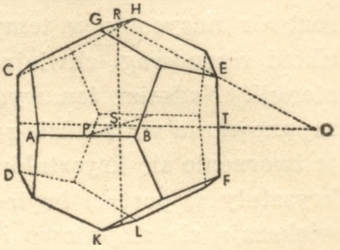
§ 19. *Prawo kątów niezmiennych a ustrój kryształu.* Zapomnijmy na chwilę o tem, że poznaliśmy jednorodność kryształu i jej odwzorowanie. Wyobraźmy sobie, że wiemy tylko o krystalizacji i o prawie kątów niezmiennych. A więc, kiedy z roztworu nasyconego jakąś substancją rozpuszczalnik paruje, albo gdy stygnie jej stop lub jej roztwór nasycony w temperaturze wyższej, to powstaje układ równowagi chwiejnej z pewnym nadmiarem substancji. Nadmiar ten wydziela się w stanie stałym aż do zapanowania w układzie równowagi trwałej, w której ustaje tworzenie się kryształów. W procesie tym pojawiają się kryształy w postaci bryłeczek mikroskopowych, które powiększają się stopniowo i dochodzą nieraz wymiarów nader znacznych. W tem powiększaniu się ściany kryształów przesuwają się równolegle samym sobie. A więc krystalizowanie się ciała stałego nie jest zbieganiem się najmniejszych partykuł substancji w bezładną gromadę, ale jest to prawidłowe ich układanie się w zespół uporządkowany. Prawo kątów niezmiennych jest podstawą twierdzenia, że w krysztale istnieje jakaś jednostka ustroju powtarzająca się w nim równolegle samej sobie. Innemi słowy z powodu równoległego przesuwania się ścian kryształu w czasie jego przyrostu możemy pojmować kryształ jako zbiór uporządkowany punktów homologicznych, to jest mieć go za taki zbiór punktów, w którym punkt dowolny wszystkie punkty pozostałe otaczają w sposób taki sam, jak każdy inny punkt tego samego zbioru. Gdybyśmy mogli umieścić obserwatora w jednym z tych punktów, to

przeniesiony w punkt inny nie dostrzegłby on żadnej różnicy w otoczeniu. Jak wiemy sieć przestrzenna jest właśnie zbiorem tak ułożonym, a jak widzimy prawo kątów niezmiennych też przywodzi nas do niej.

§ 20. *Prawo wymiernych odcinków krawędzi.* Rys. 36 niech będzie siecią płaską jakiejś sieci przestrzennej, z której wyodrębniono ucząstek ograniczony różnemi sieciami płaskiemi. Ślady tych sieci są to rzędy ograniczające ucząstek płaski *ABCDEFGHKLMN* sieci wyobrażonej na rysunku. Weźmy dowolny rząd węzłów i rozpościerajmy różne sieci płaskie, które ograniczają ów ucząstek wydzielony z sieci przestrzennej, tak aby przecięły się z tym rzędem. Oczywista sieci płaskie z rzędami do nich nierównoległymi przecinają się w węzłach, a nie pomiędzy węzłami. W rzędach, przecinanych rozmaitemi sieciami płaskiemi, obierzmy jakiś dowolny węzeł na początkowy i zwróćmy uwagę na długość odcinków odcinanych różnemi sieciami płaskiemi od jednego rzędu węzłów. Z istoty sieci wynika, że odcinki, które różne sieci płaskie odcinają od jednego rzędu węzłów, są to całkowite wielokrotności odstępu między sąsiednimi węzłami w tym rzędzie. A zatem gdybyśmy




Rys. 36.




Rys. 37.

podzielili długość każdego z nich przez długość najmniejszego, to otrzymalibyśmy liczby wymierne. Tak naprzykład na rys. 36 rzędy *DP, EQ, FR, GS* od rzędu *LP* odcinają odcinki mające się do siebie jak liczby całkowite: $KS = 1$, $SR = 2$, $RQ = 3$, $QP = 4$. Możemy więc orzec, że każdy rząd sieci przestrzennej wszystkie jej sieci płaskie dzielą na odcinki wymierne.

Sieć przestrzenna jest odwzorowaniem kryształu, pojętego jako utwór nieskończony, ciągnący się dowolnie daleko w każdym kierunku. Jej ucząstek ograniczony sieciami płaskiemi odpowiada kryształowi ograniczonemu ścianami. W takim razie sieci płaskie są odwzorowaniem ścian kryształu, rzędy węzłów odpowiadają krawędziom, a naroża węzłom. A zatem, co jest słuszne względem sieci przestrzennej jest również prawdziwe w odniesieniu do kryształu. Orzekliśmy, że każdy rząd sieci przestrzennej wszystkie jej sieci płaskie dzielą na odcinki wymierne. Jeżeli zamienimy w tej wypowiedzi słowa „sieć przestrzenna", „sieć płaska", „rzęd" na wyrazy „kryształ", „ściana", „krawędź", to otrzymamy orzeczenie prawdziwe, głoszące, iż każdą krawędź kryształu wszystkie jego ściany dzielą na odcinki wymierne. Prawo to wykrył Rene Juste l'abbe Haüy. Prawdziwość tego prawa potwierdzają wszystkie pomiary kątów i obliczone z nich stosunki odcinków krawędziowych, a wykonano ich dotychczas setki tysięcy. Przytoczmy dowody najprostsze i najłatwiejsze.

W powłoce ziemskiej istnieje minerał zwany pirytem. W § 3 już nadmienialiśmy o nim jako o ciele nieprzezroczystem. Jest to dwusiarczek żelaza $FeS_2$ zwany też nadsiarczkiem żelazawym. Minerałowi temu jest właściwa bardzo duża moc krystalizacyjna. Mosiężnożółte o pozorze metalu piękne i duże jego kryształy są pospolite. Bar-

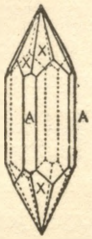
dzo często są one ograniczone dwunastoma pięciokątami, czyli kształtem ich jest wielościan zwany dwunastościanem pentagonalnym rys. 37.

Kąty pomiędzy ścianami pirytowego dwunastościanu pentagonalnego możemy powymierzać z dokładnością jaknajściślejszą, bo bardzo często kryształy tego minerału są nieskazitelnie doskonałe i ściany ich lśnią połyskiem jaknajlepszego zwierciadła. Z kątów tych możemy obliczyć kierunek każdej krawędzi oraz jej długość po przesunięciu każdej ściany równolegle jej samej tak, aby wszystkie one stykały się z powierzchnią kuli, to jest leżały na równej odległości od środka. Okazuje się wtedy, że pirytowy dwunastościan pentagonalny nie jest wielościanem umiarowym: krawędzi jego nie są równe: sześć z nich jest dłuższe od pozostałych. Te sześć krawędzi są następujące: *AB* i jej równoległa z tyłu kryształu oraz *CD* i *EF*, *GH* i *KL*.

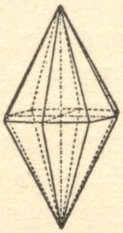
Równolegle do tych krawędzi przez środek bryły poprowadźmy trzy proste *SP*, *SQ*, *SR* i rozpościerajmy ściany jej tak, aby się poprzecinały z dalszemi ciągami tych prostych, naprzykład tak jak ściana *GRHE* z prostą *SQ*. Z kąta ścian *GRHC* i *GRHE* bardzo łatwo możemy obliczyć stosunek odcinków *ST* i *SQ*. Z obliczenia tego wypada, że odcinek *SQ* jaknajściślej jest *dwa* razy dłuższy od odcinka *ST*. A więc widzimy, że ściany pirytowego dwunastościanu pentagonalnego dzielą jego krawędzi na odcinki wymierne, boć rzecz jasna, że jeżeli dzielą one w ten sposób proste równoległe do krawędzi, to w taki sam sposób podzielą one same krawędzi.

Ściany różnych dwunastościanów pentagonalnych są na kryształach wielu ciał innych, ale wszystkim tym bryłom jest właściwe sześć krawędzi krótszych lub dłuższych od pozostałych, i w każdej z nich zachodzi taka sama wymier-

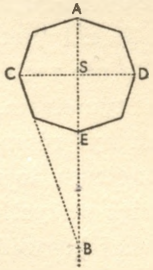
ność odcinków rzeczonych. Nigdy jednak na kryształach niema ścian umiarowego dwunastościanu pentagonalnego, to jest dwunastościanu pentagonalnego, którego wszystkie krawędzi są równe. Takiego dwunastościanu odcinki krawędziowe mają się jak $1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.




Rys. 38.



Rys. 39.




Rys. 40.

Na kryształach minerału cyrkonu $ZrSiO_4$ rys. 38 bywają ściany *x*. Gdybyśmy je rozpostarli do przecięcia się wzajemnego, to utworzyłyby one dwupiramidę rys. 39, której podstawą byłby ośmiobok rys. 40. W tym ośmioboku stosunek odcinków *SB : SE* jest 3 : 1. Proste *AB* i *CD* rys. 40 są równoległe do ścian *A* rys. 38.

Na różnych kryształach zanotowano bardzo wiele słupów i piramid o podstawie ośmiobocznej ale nigdy nie znaleziono takich, których podstawa byłaby ośmiobokiem umiarowym, bo w tej figurze stosunek odcinków rzeczonych jest $1 : 1 + \sqrt{2}$.

*Bryły o niewymiernych odcinkach krawędziowych obce są światu kryształów!*

Wyobraźmy sobie, że znamy tylko prawo odcinków wymiernych i że nie wiemy o istnieniu ani prawa jednorodności kryształów ani prawa kątów niezmiennych.

Zastanówmy się nad tem, jakim utworem geometrycznym moglibyśmy odwzorować krawędź kryształu. Jej cechą najistotniejszą jest ta właściwość, że ścianami kryształu ona się dzieli na odcinki wymierne. Odcinkom wymiernym jest spólna jednostka miary, której one są całkowitą wielokrotnością. Dlatego stosunki ich wyrażają się liczbami całkowitemi, bo gdy jednego z nich długością jest naprzykład 3 centymetry, to drugiego 23 centymetry i t. p. A nigdy by to nie zachodziło, gdyby jeden odcinek był spółmierny z centymetrem, a drugi z calem angielskim. Gdyby jeden z nich był równy naprzykład 8-miu calom, a drugi 9-ciu centymetrom, to stosunek ich byłby liczbą niewymierną. Jeżeli więc wszystkie odcinki, odcięte ścianami od jednej i tej samej krawędzi, są wymierne, czyli jeżeli jest im właściwa miara spólna, to krawędź taką możemy odwzorować prostą, podzieloną punktami na odcinki równe.

Jeden z tych punktów odpowiada jakiemuś narożu kryształu. Ale naroże jest punktem przecięcia się przynajmniej trzech krawędzi nie leżących na jednej płaszczyźnie. A więc oprócz krawędzi już odwzorowanej przez ten punkt poprowadźmy jeszcze dwa rzędy punktów homologicznych. Ale jeżeli przez ten punkt przeprowadziliśmy trzy rzędy, a każdy ich punkt ma być mu homologiczny, to przez każdy inny punkt homologiczny każdego z tych trzech rzędów należy poprowadzić trzy rzędy homologiczne rzędom poprowadzonym przez punkt początkowy. Gdy to uczynimy, otrzymamy sieć przestrzenną.

A więc gdybyśmy nie wiedzieli o krysztale nic więcej ponadto, że każdą jego krawędź wszystkie jego ściany dzielą na odcinki wymierne, i gdybyśmy zapragnęli odwzorować utworem geometrycznym tę jego właściwość, to też

doszlibyśmy do tego samego odwzorowania, do jakiego doprowadziła nas jednorodność kryształu lub prawo kątów niezmiennych.

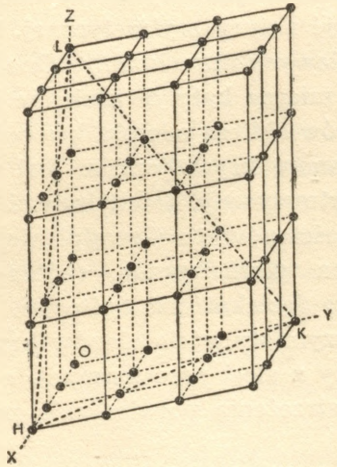
§ 21. *Prawo pasów.* Z prawa odcinków wymiernych wynika, że nie każdy wielościan jest postacią kryształu. Ograniczają go tylko ściany odcinające wymierne odcinki krawędziowe. Jest to zależność natury arytmetycznej. Wymierności odcinków krawędziowych nie widzimy. Ona jest dostępna dopiero temu, kto mierzy kąty dwuścienne kryształów i z wartości tych kątów oblicza odcinki krawędziowe. Jeżeli wszakże wielościanom krystalicznym jest właściwy rzeczony przymiot arytmetyczny, jeżeli innemi słowy są one pewną klasą wielościanów, to niewątpliwie jest im przyrodzona jakaś cecha geometryczna, spólna im wszystkim i dostrzegana bez dociekań szczególnych. Podobnie jak wyżej podane przymioty wielościanów krystalicznych, cechę tę wysnujemy z sieci przestrzennej, a potem przekonamy się, że spostrzeżenia potwierdzają prawdziwość dedukcji.

Wyżej zaznaczyliśmy, że każdy kryształ możemy mieć za ucząstek odpowiedniej sieci przestrzennej wyodrębniony z niej różnemi jej sieciami płaskiemi. Weźmy przeto dowolną sieć przestrzenną i przeprowadzając w niej sieci płaskie wydzielmy z niej ucząstek skończony.

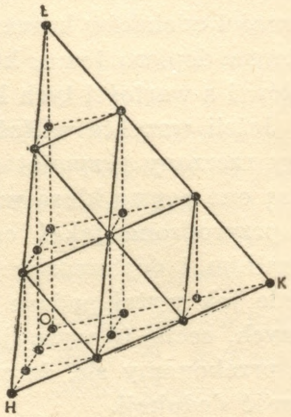
W istocie sieci przestrzennej leży to, że przecięcie się każdych dwu nierównoległych sieci płaskich jest jej rzędem, a każda płaszczyzna, przeprowadzona przez dwa dowolne nierównoległe rzędy, jest siecią płaską.

Weźmy dowolną sieć przestrzenną rys. 41, obierzmy w niej dowolny węzeł $O$ i trzy przechodzące przez ten węzeł a nie leżące na jednej płaszczyznie rzędy $OX$, $OY$, $OZ$.

Widzimy, że każda płaszczyzna, przylegająca do każdej pary z tych trzech rzędów jest siecią płaską. Mówimy, że każde dwa nierównoległe rzędy wyznaczają sieć płaską: para rzędów *OX*/*OY* wyznacza sieć płaską *XOY*, para rzędów *OX*/*OZ* wyznacza sieć płaską *XOZ*, para rzędów *OY*/*OZ* wyznacza sieć płaską *YOZ*.




Rys. 41.

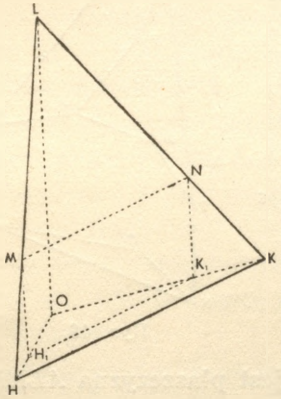



Rys. 42.

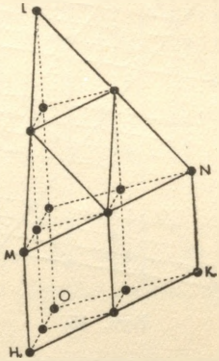
Dalej, na którymkolwiek z tych trzech rzędów, naprzykład na rzędzie *OX* obierzmy dowolny węzeł *H*, poczem weźmy dwa dowolne rzędy przecinające się w tym węźle *H*, lecz takie, aby jeden przecinał się prócz tego z rzędem *OY*, a drugi z rzędem *OZ*. Niechaj temi rzędami będą rzędy *HK* i *HL*. Te dwa rzędy wyznaczają sieć płaską *HKL*. Innemi słowy w rzędach *OX*, *OY*, *OZ* obierzmy trzy węzły *H*, *K*, *L* i poprowadźmy przez nie płaszczyznę. Że płaszczyzna ta nie jest płaszczyzną dowolną lecz siecią płaską, to jest widoczne z rys. 42.

Sieć płaska *HKL* przecina się ze wszystkiemi trzema sieciami płaskiemi wytkniętemi poprzednio, to jest z sieciami płaskiemi *XOY, XOZ, YOZ*, a więc cztery te sieci płaskie zamykają przestrzeń i tworzą czworościan, bryłę ograniczoną najmniejszą liczbą płaszczyzn.

Ale jak mamy postąpić, aby otrzymać wielościan o większej od czterech liczbie ścian i aby ściany jego napewno były sieciami płaskiemi, a nie jakiemiś dowolnemi płasz-



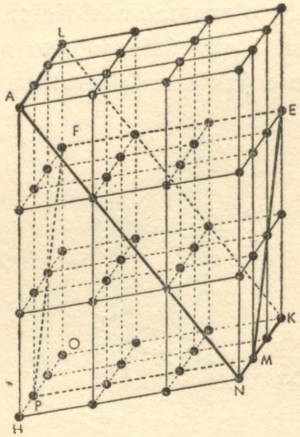

Rys. 43.



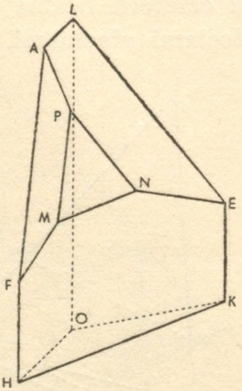

Rys. 44.

czyznami? Przypomnijmy sobie to, co było wyżej zaznaczone jako istota sieci przestrzennej: płaszczyzna przylegająca do dwu nierównoległych rzędów sieci przestrzennej jest jej siecią płaską. Zważmy, że krawędzi czworościanu rys. 42 dzielą się na dwie grupy. Trzy krawędzi: *OH, OK, OL* to jedna grupa; wyznaczają one płaszczyzny *XOZ, YOZ, XOY*. Trzy zaś krawędzi: *HL, HK, KL* leżą na płaszczyznie *HKL*, która trzy tamte krawędzi przecina. Weźmy więc jedną krawędź z grupy pierwszej, *OL* i jedną krawędź z grupy drugiej *HK*. Ponieważ obie te krawędzi są rzędami

sieci, więc płaszczyzna do nich równoległa jest siecią płaską. Poprowadźmy ją na rys. 43. Zetnie ona krawędź czworościanu. Otrzymamy bryłę rys. 44, ograniczoną pięcioma ścianami. Rys. 44 udowadnia zarazem, że ta ściana piąta $MNH_1K_1$ też jest siecią płaską.




Rys. 45.




Rys. 46.

Tak samo siecią płaską jest płaszczyzna *ALNK* rys. 45 wytknięta rzędami *OH* i *LK* a także płaszczyzna *EFPM* przyległa do rzędów *OK* i *HL*. Te płaszczyzny ścinają kąty krawędziowe czworościanu podobnie jak ściana $MNH_1K_1$ na rys. 43 i ze ścianami poprzednio otrzymanemi pospołu tworzą bryłę rys. 46. Na tej bryle ściany *OHK*, *OHFAL*, *OKEL* i *MNP* są to ściany czworościanu rys. 42-go. Ściana *HKENMF* odpowiada płaszczyznie $H_1K_1MN$ rysunku 43-go i 44-go. Ściana *ALENP* jest to płaszczyzna *ALKN* rys. 45. Ściana zaś *APMF* jest zgodna z płaszczyzną *EFPM* rysunku 45-go.

Na wielościanie rys. 46 mamy nowe krawędzi: *AP*, *EN*, *FM*. Jako przecięcia się sieci płaskich nie są to dowolne

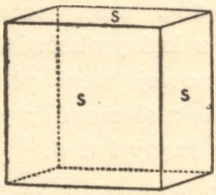
proste, lecz są to również kierunki rzędów sieci przestrzennej. Każdy z tych nowych rzędów z którymkolwiek z rzędów poprzednich wytyka kierunek nowej sieci płaskiej. Te nowe sieci płaskie, przecinając się z sieciami wytkniętemi poprzednio, wytkną znów nowe rzędy i t. d.

Tak więc z dowolnie obranego węzła $O$, z trzech dowolnych rzędów $OX$, $OY$, $OZ$ i z dowolnie obranej sieci płaskiej $HKL$ przecinającej wszystkie trzy rzędy $OX$, $OY$, $OZ$, możemy wyprowadzić jaknajrozmaiciej ponachylane sieci płaskie, które wydzielają z danej sieci przestrzennej najrozmaitsze wielościany.

Wszystkie te wielościany budujemy jednym sposobem, opisanym przed chwilą, polegającym na tem, że każdą nową ścianę prowadzimy równolegle do dwu przedtem istniejących krawędzi. Jeżeli więc budujemy je na jedną modłę, to należy się spodziewać że jest im właściwy jakiś przymiot spólny, wyróżniający je z pośród ogółu wielościanów geometrycznych.

Zwróćmy uwagę baczniejszą naprzykład na płaszczyznę $MNH_1K_1$ rysunku 43-go. Ona jest równoległa do prostej $HK$. A ponieważ ta prosta jest przecięciem się płaszczyzn $OHK$ i $HKL$ (rys. 41) więc wszystkie te trzy płaszczyzny $LMN$, $MNH_1K_1$ i $OH_1K_1$ (rys. 43 i 44) są równoległe do prostej $HK$. Zbiór ścian, równoległych do jednej prostej, nazywamy *pasem*, a prostą, do której wszystkie ściany pasa są równoległe, nazywamy *osią pasa*.

Ale płaszczyzna omawiana $H_1K_1MN$ jest też równoległa do prostej $OL$. A że prosta $OL$ jest przecięciem się płaszczyzn $H_1OLM$ i $K_1OLN$, więc jest tu drugi jeszcze pas, do którego należy ściana $H_1K_1MN$. A więc Ściana $H_1K_1MN$ leży w dwu pasach.



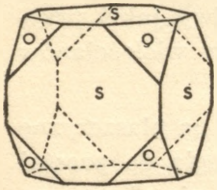

Rys. 47.

Oczywista, że każda ze ścian pozostałych też leży w dwu pasach.

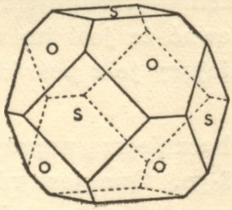
A więc oto jest cecha charakterystyczna wielościanów wydzielonych z sieci przestrzennej jej sieciami płaskiemi: ściany każdego takiego wielościanu tworzą kilka pasów i każda ściana leży przynajmniej w dwu pasach.

Przykład, który podaliśmy, jest nieodzowny do zrozumienia rzeczy, ale nieco „teoretyczny", więc mało „poglądowy". Możemy go uprzystępnić sposobem następującym.

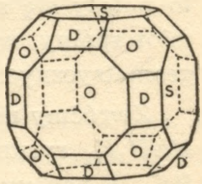
Nasamprzód zamiast ogólnego przypadku sieci przestrzennej, to jest sieci o trzech pierwiastkowych rzędach *OX*, *OY*, *OZ* tworzących kąty nierówne i o nierównych od-




Rys. 48.




Rys. 49.

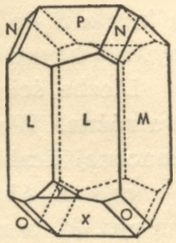



Rys. 50.

stępach pomiędzy węzłami w każdym z tych trzech rzędów, wyobraźmy sobie sieć przestrzenną, której trzy rzędy *OX*, *OY*, *OZ* są sobie wzajemnie prostopadłe i równe, to jest w każdym z nich odstępy pomiędzy węzłami są jednakowej długości. Innemi słowy, wyobraźmy sobie taką sieć przestrzenną, której ośm węzłów sobie najbliższych są wierzchołkami czyli narożami sześcianu umiarowego rys. 47.

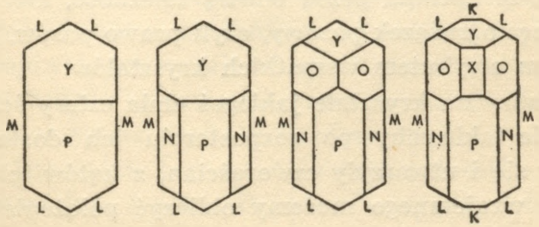
Ponadto, nie będziemy przeprowadzali sieci płaskich pojedyńczych, ale zawsze pary sieci równoległych.

A więc zamiast sieci *XOZ* poprowadzimy dwie sieci sobie równoległe, prawą i lewą ścianę rys. 47. Tak samo zamiast *YOZ* rys. 41 przednią i tylną ścianę rys. 47, oraz zamiast *XOY* rys. 41 dolną i górną ścianę rys. 47. Jeżeli zachowamy równe odległości w tych trzech parach płaszczyzn to otrzymamy sześcian.



Rys. 51.

Następnie widzimy, że gdybyśmy poprowadzili sieć płaską *HKL* rys. 41, to obcięłaby ona prawe, przednie, górne naroże sześcianu rys. 47. Poprowadźmy nietylko ją ale równoległą do niej oraz wszystkie jej homologiczne. Otrzymamy bryłę rys. 48 albo rys. 49, zależnie od tego, czy ściany ścinające naroża sześcianu poprowadzimy dalej lub bliżej do środka. Na bryle rys. 48 widzimy krawędzi utworzone przecięciem się ścian *S*, na rys. 49 są krawędzi powstałe od przecięcia się ścian *O*.



Rys. 52.

Prowadząc dalej ściany odpowiadające ścianom *HFMNEK, ALENP* i *APMF* rysunku 46-go oraz im równoległe i homologiczne, czyli ściany równoległe do krawędzi *S/S* rys. 48 i do krawędzi *O/O* rys. 49, otrzymamy wielościan rys. 50, na którym wyraźnie widzimy, że każda ściana *D* należy do dwu pasów, każda ściana *O* do trzech,

a każda *S* do czterech. Wielościanem takim jak rys. 50 bywają kryształy ałunu, galenitu PbS i wielu ciał innych.

Liczba ścian na różnych kryształach jednego ciała bywa różna. Weźmy kryształy jakiegoś ciała o różnej a dość znacznej liczbie ścian, naprzykład kryształy skalenia potasowego $K_2Al_2Si_6O_{16}$ rys. 51. Ułóżmy je kolejno tak jak na rys. 52 w miarę powiększającej się ilości ścian. Rys. 52 jest widokiem kryształów skalenia widzianych z góry. Wyobrażamy sobie że patrzymy na nie prostopadle. Porównywając te kryształy widzimy, że każda ściana, przybywająca na krysztale o większej liczbie ścian, jest równoległa do dwu nierównoległych sobie krawędzi, istniejących na krysztale poprzednim, którego liczba ścian jest mniejsza. Ściany *N* są równoległe do krawędzi *P*/*M* i *P*/*L*, ściany *O* są równoległe do krawędzi *M*/*N* i *N*/*Y*, ściana *X* jest równoległa do krawędzi *M*/*O* i *P*/*Y* i t. d.

Otóż setkami tysięcy pomiarów i obliczeń stwierdzono niezbicie, że opisana przed chwilą zależność, albo jak się mawia często związek pasowy, czyli prawo pasów, jest nieodłącznym atrybutem wszystkich kryształów.

Obrawszy na krysztale jakiegoś ciała cztery ściany dowolne, ale takie, aby po rozpostarciu ich dostatecznem przecięły się i utworzyły czworościan, z kątów ich nachylenia się wzajemnego możemy obliczyć położenie wszystkich ścian kryształów tego samego ciała zarówno znanych nam na wszystkich jego kryształach, jak również tych, które pojawiłyby się na nich w odpowiednich ku temu warunkach wzrostu. Obliczenia te zarazem okazują, że wszystkie ściany, wyprowadzone sposobem zależności pasowej, to jest równolegle do par krawędzi, spełniają warunek wymierności odcinków krawędziowych. A zatem te dwa prawa, prawo pasowe i prawo odcinków wymiernych,

nie są to prawa niezależne, ale jedno z nich jest następstwem drugiego.

§ 22. *Sieć przestrzenna a teorja ustroju ciała stałego.* Wyżej w § 16-tym udowodniliśmy, że sieć przestrzenna jest odwzorowaniem anizotropji i jednorodności kryształu. Zaznaczyliśmy tam, że w pomyśle sieci przestrzennej niema elementu hypotetycznego. Element ten zjawia się dopiero wtedy, gdy węzłom sieci, które są punktami geometrycznymi, przypisujemy znaczenie materjalne, to jest gdy przestajemy rozprawiać o własnościach kryształów, a zaczynamy poruszać ich ustrój. Ale co należy rozumieć przez owo przypisanie węzłom sieci znaczenia materjalnego, oraz co skłania nas do tego, abyśmy węzłom nadali owo znaczenie materjalne?

Już w § 19-stym, w którym rozważaliśmy prawo kątów niezmiennych, była mowa o tem, że równoległe przemieszczanie się ścian kryształu w jego przyroście jest podstawą do twierdzenia o istnieniu w krysztale jakiejś jednostki ustrojowej, powtarzającej się w nim równolegle samej sobie. Istnienie tej jednostki ujawnia się również prawem odcinków wymiernych. W każdym kierunku kryształ kończy się tam, gdzie leży ostatnia jego jednostka ustrojowa, licząc od jego środka. Ponieważ wszystkie jednostki ustrojowe jednego kryształu są sobie równe, a przytem są niepodzielne, przeto aby otrzymać długość każdej krawędzi, należy pomnożyć wymiar owej jednostki ustrojowej kryształu przez liczbę całkowitą. Gdy uczynimy to względem jednej krawędzi i względem kilku ścian oraz ich geometrycznych dalszych ciągów, to otrzymamy różne iloczyny różnych liczb całkowitych i jednej jednostki. Oczywista, że stosunki tych iloczynów są wymierne.

Odwzorowaliśmy kryształ siecią przestrzenną. Weźmy w niej ośm węzłów sobie najbliższych. Są to wierzchołki równoległościanu. Oczywista, że sieć przestrzenna jest zbiorem równoległościanów przylegających do siebie, równolegle powtórzonych wielokrotnie w trzech kierunkach. A więc taki równoległościan możemy mieć za ową jednostkę ustrojową kryształu, równolegle bowiem powtarza się ona w sieci tak samo, jak w krysztale. Taką jednostkę możemy nazwać komórką elementarną, przez analogję do woszczyny plastra miodu, która jest zbiorem równoległych komórek wielobocznych. Możemy ją też nazywać równoległościanem tworzącym, albo „oczkiem" sieci przestrzennej.

Jednorodność kryształu każe nam twierdzić, że każda jego jednostka ustrojowa, każde jego „oczko" styka się jednakowo z jednostkami sąsiedniemi na obszarze całego ustroju, to jest w całej objętości kryształu, zachowując jednakowe położenie i jednakową odległość względem jednostek sąsiednich.

Zarówno postać każdego kryształu jak zbiór jego własności miejmy za skutki ustroju owego „oczka" jego sieci przestrzennej. Wielka różnorodność i rozmaitość postaci i ustroju kryształów jest dowodem wielkiej różnorodności ustroju ich „oczek". A ścisłość, z jaką możemy rozróżniać kształty kryształów pomiarami, jest świadectwem dokładności, subtelności i jednostajności ustroju tych „oczek". Ale czem jest owo „oczko"?

Wszystek zbiór wiadomości składający się na spółczesną fizykę i chemję jednoznacznie i niespornie utwierdza pogląd o nieciągłości materji. Niema dwu zdań co do tego, że każdy gaz i każda ciecz jest zbiorem wolnych cząsteczek czyli drobin. Całość krystalografji geometrycznej i fizycznej oraz niesprzeczność jej twierdzeń również jest do-

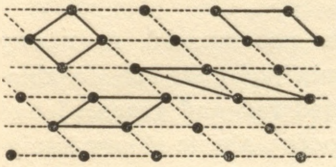
wodem, że to samo mamy prawo orzec o materji stałej, zarówno bowiem geometryczna jak fizyczna krystalografja właściwie jest geometrją i fizyką przestrzeni *nieciągłej*, bo przestrzeń ciągła nie nadaje się do interpretacji naukowej stanu krystalicznego.

A zatem, jeżeli ciecz i gaz mamy za zbiór wolnych cząsteczek, czy mamy również mieć za to ciało stałe? Innemi słowy, czy za *cząsteczki* mamy uznać owe ustrojowe jednostki elementarne kryształu? Czy mamy mieć za cząsteczki owe „oczka" sieci lub ich wierzchołki? Czy węzły sieci przestrzennej mamy uważać za środki ciężkości cząsteczek, czy czegoś innego?

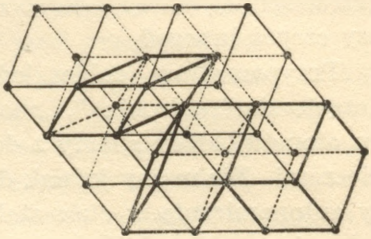
Przypomnijmy sobie jednak nasamprzód, że nazwy „cząsteczka", „drobina", „molekuła" odnoszą się do zbioru atomów, który znamy z doświadczeń nad gazami i nad cieczami. Nie mamy jednak dowodów, aby te zbiory istniały autonomicznie w ciele stałem. W celu uprzytomnienia sobie tego, co rzekliśmy przed chwilą, ucieknijmy się do porównania następującego.

Wyobraźmy sobie wielką liczbę jeźdźców uzbrojonych. Każdy z nich dosiada konia oraz ma szablę, karabin, krócicę, a więc on z koniem i z uzbrojeniem niejako jest podobny cząsteczce złożonej z kilku atomów różnych pierwiastków chemicznych. Gdy wszyscy ci jeźdźcy swobodnie harcują i każdy z nich pędzi przed siebie w innym kierunku, gromada ich poniekąd jest podobna do ciała w stanie gazowym. Jeżeli nie rozbiegają się oni ale wszyscy poruszają się bez porządku i ładu blisko siebie w ciasnocie, są podobni do cieczy. W obu tych stanach każdy jeździec, tak jak cząsteczka w gazie lub w cieczy, jest samoistny i oddzielny oraz swobodnie się porusza na wsze strony. Ale oto padła komenda: „zbiórka"! Odpowiada ona powstaniu tych

warunków temperatury, ciśnienia i stężenia, w których krystalizacja nastaje. Wtedy naraz wszyscy jeźdźcy stają w szeregi i rzędy zwróceni twarzami i głowami końskiemi w jedną stronę. Stają się oni uporządkowanym oddziałem wojska, odpowiadającym kryształowi. A w celu zupełniejszej analogji wyobraźmy sobie, iż jeźdźcy ci nietylko stanęli w szyku, ale jeszcze uchwycili się nawzajem rękami i sprzęgli konie, a nawet części swego uzbrojenia każdy złączył rzemieniami z ubrojeniem otaczających go najbliżej kolegów. Oddział taki stanowiłby nierozerwalną całość,



Rys. 53.



Rys. 54.

w której jednostka miałaby „autonomję" * nader ograniczoną. Ponieważ pomiędzy żołnierzem, koniem, szablą, karabinem i krucicą wielkie różnice zachodzą, więc nawet w tak związanym oddziele każdy łatwo dostrzeże jednostki, z których się on składa. Ale cząsteczka związku chemicznego składa się z atomów. Aczkolwiek każdy z nich jest atomem innego pierwiastka chemicznego ale wszystkie one są to atomy, które możemy wyobrażać sobie jako kule różnej średnicy. Więc gdy cząsteczka będąca zbiorem atomów, złączonych pomiędzy sobą pewnym jakimś sposobem, zbliży się do cząsteczek innych tego samego składu i gdy

* Z greckiego: „autos" — sam; „nomos" — ustanowiony zwyczaj, prawo; „autonomia" — samorząd, niezależność.

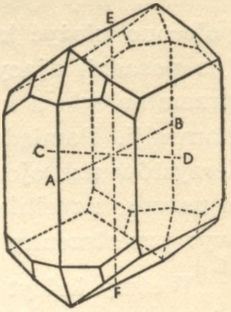
wszystkie one staną równolegle między sobą, przyciągną się do siebie nawzajem jaknajbliżej i ustawią się w szeregi i rzędy, to w takim jednostajnym ich zespole „autonomja" każdej się zatraca i tak samo jak w rozmaity sposób możemy wyodrębniać równoległoboki rys. 53 lub równoległościany rys. 54 tworzące sieć, tak samo w krysztale moglibyśmy rozmaicie łączyć różne jego atomy w jednostkę ustrojową. Innemi słowy nie mamy podstaw do twierdzenia, że cząsteczki w ścisłem znaczeniu tego wyrazu, tak jak je chemja definjuje, są odrębnemi i wyodrębnionemi jednostkami ustrojowemi kryształu.

Powinowactwo chemiczne pewnej liczby różnych atomów sprawia złączenie się ich w związek chemiczny. Ale to nie jest jeszcze dowodem, że te same zespoły atomów istnieją wtedy, gdy atomy te złączyły się w ciało stałe. Skład chemiczny ciała stałego, właściwie mówiąc, jest nam niedostępny. Na to aby go poznać, przedtem musimy zburzyć ustrój ciała stałego i przeprowadzić je w stan cieczy, w roztwór. Rozbiorowi chemicznemu nie poddajemy *ciała* tylko jego *substancję*. Liczby otrzymane rozbiorem chemicznym mają znaczenia tylko ilościowe, a bynajmniej nie przestrzenne. To, że analizą chemiczną każdego okrucha kryształu kalcytu otrzymujemy te same liczby i ten sam wzór $CaCO_3$, dowodzi tylko jednorodności kryształu, to jest udowadnia, że nieznana jednostka ustrojowa powtarza się jednakowo we wszystkich częściach kryształu; ale czy jest nią jeden atom wapnia, jeden atom węgla i trzy atomy tlenu, czy też inne jakieś zespolenie tych atomów i jak te atomy są ułożone względem siebie, o tem rozbiór chemiczny nie daje wiadomości żadnych, tem bardziej, że wynik jego jest jednakowy bez względu na ustrój ciała. Snujmy mianowicie dalej porównanie wyżej poczęte.

Wyobraźmy sobie dwa wielkie oddziały konnicy, w których każdego żołnierza zaopatrzono w trzy granaty ręczne. W jednym oddziele każdy żołnierz wsadził je sobie za pas i dosiadł konia. W drugim żołnierze zsiedli z koni, każdy ujął konia za uzdę prawą ręką i jeden granat uwiesił u siodła, drugi zatknął sobie za pas a trzeci ujął w lewą dłoń. Oba te oddziały widzimy na widnokręgu, daleko, tyle tylko że dostrzegamy ich różnicę, ale nie rozumiemy jej przyczyny. Dajemy sygnał umówiony. Na ten sygnał każdy z tych dwu oddziałów opuszcza niewielka grupa żołnierzy, odprowadza konie do osobnej stajni, składa granaty do oddzielnego magazynu i zbiera się obok, każda na innym dziedzińcu. Przychodzimy, liczymy w każdej grupie żołnierzy, konie i granaty. Przekonywamy się, że w każdym oddziele liczba żołnierzy jest równa liczbie koni, a liczba granatów jest trzy razy większa. Orzekamy, że w każdym z tych dwu oddziałów na każdego żołnierza przypadał jeden koń i trzy granaty, ale nie umiemy odtworzyć ich łączności i związku, nie wiemy nic o ustroju, o stosunku przestrzennym.

To samo widzimy w świecie kryształów. W różnych warunkach temperatury, ciśnienia i stężenia ta sama substancja krystalizuje się rozmaicie. Węglan wapniowy $CaCO_3$, krystalizując się w roztworach niegorących lub w małem stężeniu substancyj innych, staje się kalcytem, alfa-węglanem wapnia, ciałem o ciężarze właściwym 2,714 *g*, z jedną osią przystawania trzykrotnego, o doskonałej łupliwości w trzech kierunkach zgodnych ze ścianami romboedru. Krystalizując się natomiast z roztworów gorących lub w dużem stężeniu soli innych, szczególnie soli magnezowych, węglan wapnia wydziela się jako aragonit, beta - węglan wapnia, będący ciałem o ciężarze właściwym 2,936 *g*. Jego kryształy, jak

naprzykład rys. 55, są symetryczne względem trzech osi przysławania dwukrotnego *AB*, *CD* i *EF* oraz łupią się dobrze tylko zgodnie z jedną parą ścian, mianowicie z parą ścian prostopadłych do osi *CD*. A więc tak samo jak w owych dwu oddziałach na jednego żołnierza przypada jeden koń i trzy granaty, pomimo że w każdym z tych oddziałów każdy żołnierz, koń i granat był odmiennie rozmieszczony, tak samo istnienie kalcytu i argonitu jest dowodem, że jeden atom wapnia i jeden atom węgla z trzema atomami tlenu tworzą dwie odmienne jednostki ustrojowe, odmienne układy przestrzenne, których ustrój polega na swoistem wiązaniu atomów, a nie ich zbiorów, takich, względem których jest słuszna definicja cząsteczki chemicznej.



Rys. 55.

Do tego samego przywodzi nas również izomorfizm *, to jest równopostaciowość różnych substancyj, szczególnie takich substancyj, pomiędzy któremi niema analogji chemicznej. Zanim jednak przytoczymy przykłady substancyj chemicznie zupełnie odrębnych a jednak krystalizujących się zupełnie jednakowo, powróćmy na chwilę do porównań z oddziałem konnicy.

Otóż wyobraźmy sobie oddział konnicy zachowujący szyk szeregów i rzędów, ale każdy żołnierz zsiadł z konia, stanął obok niego, a trzy granaty umieścił sobie za pasem: dwa z boków a jeden na przedzie. Oddział ten jest zbiorem naprzemianległych żołnierzy i koni, a każdy żołnierz jest

* Z greckiego: „isos" — równy; „morfe" — postać.

niejako środkiem trójki granatów. A teraz wyobraźmy sobie ogrodnika, któremu dano tysiąc tulipanów, tysiąc hjacyntów, trzy tysiące krzaczków konwalji i z tych roślin polecono ułożyć kwietnik zupełnie jednostajny. Ogrodnik ten posadził hjacynty i tulipany szeregami i rzędami naprzemianlegle a każdy tulipan otoczył trzema krzaczkami konwalji. Pomiędzy temi roślinami i owym zbiorem kawalerzystów uzbrojonych niema spólnego nic. Są to zbiory o naturze zupełnie odmiennej, ale ustrój ich jest jednakowy: przestrzenny układ wzajemny jest ten sam.

Weźmy kalcyt $CaCO_3$ i saletrę sodową $NaNO_3$. Kalcyt nie rozpuszcza się w wodzie, saletra sodowa w wodzie rozpuszcza się nader obficie. Kalcyt ogrzewany dostatecznie wysoko rozpada się na biały proszek wapna niegaszonego czyli tlenku wapniowego CaO i na gaz uchodzący w atmosferę, mianowicie na dwutlenek węgla czyli bezwodnik węglowy $CO_2$. Saletra sodowa topi się na ciecz bezbarwną i przezroczystą, z której uchodzi perełkami nieco wolnego tlenu i pozostaje azotyn sodowy $NaNO_2$. Kalcyt zwilżony rozcieńczonym wodnym roztworem jakiegokolwiek kwasu rozkłada się wydzielając dwutlenek węgla, czyli, jak mówimy potocznie, burzy się z kwasem. Saletra sodowa temu zabiegowi poddana żadnem zjawiskiem nie zdradza jakiejś reakcji chemicznej. Natura chemiczna tych dwu ciał jest tak samo zupełnie inna jak odmienne są atomy * składających je pierwiastków: wapń jest dwuwartościowy, z chlorem tworzy połączenie $CaCl_2$, sód jest jednowartościowy, związkowi jego z chlorem przypada wzór NaCl. Tak samo dalekie są od siebie atomy czterowartościowego

* Z greckiego: „temno" — oddzielam; „atomos" — niepodzielny; „atomon" — najmniejsza, dalej już niepodzielna cząstka materji.

węgla C i pięciowartościowego azotu N, a jednak kalcyt i saletra sodowa są izomorfne jaknajściślej. Nietylko ich romboedry kątami dwuściennymi prawie się nie różnią. Nietylko i kalcytowi i saletrze sodowej jest właściwa w równej mierze doskonała łupliwość zgodna ze ścianami romboedru. Ale gdy świeżo odłupany okruch kalcytu włożymy w przesycony roztwór saletry sodowej, sól ta krystalizuje się na kalcycie jak na krysztale własnym: krystalizując się tworzy sobą jego ciąg dalszy. Jaknajściślejszy izomorfizm kalcytu i saletry sodowej jest dowodem, że pomimo zupełnie odmiennej natury chemicznej atomów, z których ciała te się składają, jeden atom wapnia z jednym atomem węgla i z trzema atomami tlenu tworzy sieć przestrzenną taką samą, jak jeden atom sodu z jednym atomem azotu i trzema atomami tlenu. A więc ustrój tych dwu ciał jest jednakowy pomimo ich natury odmiennej, podobnie jak jednakowy jest ustrój kwietnika i oddziału konnicy wyżej nadmienionego.

Jednem słowem każda jednostka ustrojowa w jednym krysztale zawiera jednakową liczbę atomów jednakowo ułożonych, ale zbiór tych atomów nie jest równoważny i równorzędny tym zbiorom atomowym, do których odnosi się chemiczna definicja cząsteczki, czyli drobiny, albo molekuły. Ona bowiem oznacza zbiór wolny, samoistny, odrębny. Jednostki natomiast ustrojowe kryształu są sprzężone pomiędzy sobą w zespół jednostajny. Atomy każdej cząsteczki są sprzężone z atomami cząsteczek otaczających. Z tego zespołu jednostki ustrojowe możemy wyodrębniać geometrycznie wieloma sposobami, tak samo jak jedną i tę samą sieć przestrzenną rozmaicie możemy dzielić na równoległościany tworzące (rys. 54). Gdy kryształ się topi lub rozpuszcza, więzy zespalające wiele jego atomów się

rozluźniają a pozostają w mocy tylko te, które utrzymują je w obrębie cząsteczek chemicznych, swobodnie bytujących w cieczy.

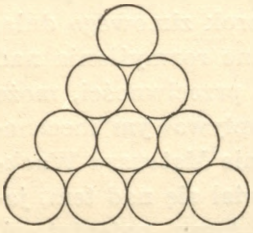
A więc każdy kryształ jest olbrzymią cząsteczką, składającą się z niezliczonej mnogości atomów jednostajnie z sobą złączonych. Że tak jest w istocie, wynika to nietylko z rozumowanie powyższego ale również z doświadczeń odpowiednich. Zanim jednak przystąpimy do ich opisu, wypada zająć się tem, skąd wzięły się te wiadomości, jakiemi drogami je zdobyto i jakie losy przeszły one w rozwoju ogólnym myśli przyrodniczej.

§ 23. *Pochodzenie i losy teorji o sieciowym ustroju kryształów.* Losy nauki o sieciach przestrzennych i o zastosowaniu ich do interpretacji ustroju kryształów są nader szczególne, rzec można, iż są one nawet jedyne w swoim rodzaju. Zazwyczaj bowiem w każdej nauce działo się tak, że badacze nasamprzód zbierali różne spostrzeżenia, potem porównywali je i poszukiwali podobieństw i różnic pomiędzy przedmiotami badanymi, a dopiero w znacznym już rozwoju nauki, mając duży zbiór uporządkowanych wiadomości natury opisowej, stwarzali teorje uogólniające wyniki spostrzeżeń. W nauce o kryształach działo się natomiast wprost przeciwnie. Jeszcze nie utworzono osobnego działu umiejętności, poświęconej badaniu kryształów, jeszcze nie dokonano spostrzeżeń, pomiarów, doświadczeń, opisów, nie wprowadzono kryształów w krąg przedmiotów podległych badaniu naukowemu, gdy jeden człowiek, prawdopodobnie przypadkiem, zastanowił się nad kryształami jednego ciała, stworzył podwaliny teorji stanu stałego i jak to się mawia niekiedy przeszedł nad tą sprawą „do porząd-

ku dziennego", a z nim wraz postąpił tak samo wszystek ówczesny świat naukowy.

Było to w końcu roku 1611-stego. Żył wtedy znakomity astronom i słynny matematyk Jan Kepler. Kto wie jak to było? Może zbliżał się już wczesny zmrok zimowego dnia, padał śnieg, a Kepler może snuł smutne rozmyślania nad swem trudnem życiem pełnem walk i przeciwności, może z wdzięcznością myślał o możnym i wpływowym mecenasie i przyjacielu, radcy nadwornym Janie Mateuszu Wackherze von Wackhenfels, może zastanawiał się nad tem, jaką przyjemność miałby wyświadczyć temu potentatowi, a jednocześnie patrzał na gwiazdki śniegu osiadające mu na płaszczu. I oto przyszła mu naraz myśl, aby jako podarek wigilijny złożyć Wackherowi rozprawkę o śniegu. Kto wie? Może widok gwiazdek śniegu topniejących mu na rękawie natchnął go do ułożenia „drobiazgu" naukowo-literackiego, jak sam się w nim wyraża, tak nic nie znaczącego jak pyłki śnieżne, które po chwili istnienia stają się maleńkiemi kropelkami wody. Możliwe, że tak powstała pierwsza naukowa rozprawa krystalograficzna: „Jana Keplera Podarek wigilijny czyli o śniegu sześciokątnym" poświęcona dygnitarzowi wyżej wymienionemu. W rozprawie tej J. Kepler wyjaśnił kształt geometryczny śniegu przypuszczeniem, że najdrobniejsze cząstki materji, z której kryształ lodu się składa, są to bardzo małe, niewidzialne, kuliste kropelki „wilgoci" i że kropelki te nie są bezładne ale że wypełniają przestrzeń z geometryczną regularnością, że mianowicie układają się one w prostolinjowe rzędy i szeregi. Unaocznił on to rysunkiem, mianowicie podał rys. 56, na którym widzimy kule na płaszczyznie stykające się trybem trójkątnym. Gdy ponadto, jak J. Kepler przypuszczał, ucisk za sprawą niskiej temperatury ściska

te kropelki regularnie ułożone, przybierają one postać wielościenną. J. Kepler więc, jak widzimy, wypowiedział przypuszczenie, że ciało stałe składa się z partykuł wielościennych, które leżą w niem płaszczyznami a na płaszczyznach równoległymi rzędami i szeregami. Sieć przestrzenna też jest utworem złożonym z przylegających do siebie jednakowych wielościanów. Węzły jej bowiem są przecięciem się wzajemnem trzech szeregów płaszczyzn w każdym szeregu równoległych i równoodległych. Dzielą one przestrzeń na równoległościany wzajemnie do siebie przylegające, a wierzchołki tych równoległościanów to są węzły sieci, czyli punkty homologiczne, jak je nazwaliśmy wyżej. Środki kul, które J. Kepler zakładał do wyjaśnienia ustroju ciała stałego, też tworzą utwór geometryczny, który dziś nazywamy siecią przestrzenną. Zagadnienie bowiem utworzenia przestrzeni jednostajnej nieciągłej możemy rozwiązać dwoma sposobami: albo dzieląc przestrzeń płaszczyznami na jednakowe równoległościany przylegające do siebie, albo rozpraszając w niej jednostajnie punkty homologiczne.



Rys. 56.

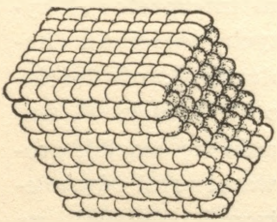
Jak zaznaczono wyżej J. Kepler „przeszedł do porządku dziennego" nad kryształami po napisaniu rozprawy „o śniegu"; oddawał się dalej badaniom astronomicznym i matematycznym, do sprawy ustroju ciał krystalicznych nigdy już nie powrócił. Spółczesny Keplerowi świat naukowy postąpił z tą rozprawą tak samo jak jej autor: „przeszedł nad nią do porządku dziennego". Rozprawa Keplera o śniegu nie pobudziła nikogo ani do badań ani do rozmyślań dalszych nad kryształami.

Dopiero w pięćdziesiąt sześć lat później, mianowicie w roku 1667-mym Robert Hooke w dziele zatytułowanym „Mikrographia" pisał o kryształach w sposób następujący: „Gdybym miał czas i sposobność, mógłbym udowodnić, że wszystkie te figury, tak rozmaite i dziwne, pochodzą tylko z trzech lub z czterech pozycyj cząstek kulistych". W kilku miejscach dzieła wymienionego Hooke powracał do tej myśli, popierając ją licznymi rysunkami, które przedstawiają regularne ugrupowania kul. R. Hooke rozwijał myśl Keplera, ale zdaje się jej nie znał, gdyż nie powoływał się na rozprawę „De nive sexangula" *.

D. Guglielmini, myśliciel i naturalista włoski, w roku 1688-mym ogłosił dzieło pod tytułem „Rozmyślania filozoficzne poświęcone figurom soli". Tak samo jak dwaj wymienieni wyżej uczeni, Guglielmini wyjaśniał istotę kryształów założeniem, że są one zbudowane z cząstek regularnie ułożonych, ale twierdził, że postać kryształów jest wynikiem kształtu tych cząstek, a nie sposobu ich ułożenia. Znane mu kryształy D. Guglielmini interpretował hypotezą czterech wielościanów zasadniczych: sześcianu (halit), słupa sześciobocznego (saletra potasowa), ośmiościanu (ałun) i równoległościanu ukośnego (witrjole). D. Guglielmini uznawał w kryształach układanie się cząstek prostolinijnymi szeregami i rzędami oraz warstwami równoległemi, usiłował podzielić przestrzeń różnymi sposobami na równoległościany przylegające do siebie wzajemnie i wyobrażał sobie środki ciężkości zakładanych przez siebie cząstek wielościennych ułożone w przestrzeni tak, jak węzły leżą w sieci przestrzennej.

* „O śniegu sześciokątnym".

W dwa lata po ogłoszeniu „Rozmyślań" D. Guglielminiego, w roku 1690-tym wyszedł w świat słynny „Traktat o świetle" Ch. Huyghensa, w którym ten fizyk znakomity podał falową teorję światła i wyjaśnił podwójne załamanie światła w kryształach kalcytu. O ustroju kryształów Ch. Huyghens wyraził myśl w ogólnym zarysie tę samą co J. Kepler i R. Hooke z niejaką wszakże odmianą. Cząstki mianowicie kalcytu wyobrażał on sobie nie w postaci kul ale elipsoid obrotowych. Regularność kształtu oraz wielościenność i łupliwość romboedryczną kryształów kalcytu Huyghens tłomaczył tem, że kryształy te składają się z regularnie ułożonych, równych, maleńkich, bezpośrednio niewidzialnych cząsteczek o kształcie elipsoid obrotowych. Myśl tę Huyghens poparł ilustracją rys. 57. Jak widzimy, jest to romboedr utworzony z przylegających do siebie wzajemnie elipsoid, które leżą równoległemi warstwami, a w każdej warstwie prostolinjowymi rzędami i szeregami. Oczywista, środki tak ułożonych elipsoid tworzą sieć przestrzenną.



Rys. 57.

Pomysły Keplera, Hooke'a, Guglielminiego i Hyughensa powstały zawcześnie. Potrzeba rozwiązania sprawy ustroju kryształów nie weszła jeszcze w ówczesną świadomość naukową. Hypotezy wymienionych czterech uczonych z wieku siedmnastego nikt nie zrozumiał ani nie ocenił jej należycie; nikt jej nie rozwijał dalej ani nie starał się sprawdzić doświadczeniami, pomiarami i spostrzeżeniami. Popadła ona w zapomnienie. Dopiero w drugiej połowie stulecia ośmnastego praca nad tym przedmiotem rozpoczę-

ła się ponownie, ale w zupełnej niezależności od badań wymienionych.

Tu godzi się zaznaczyć pewne, poniekąd przypadkowe, zjawisko historyczne, które znacznie i szkodliwie zaważyło na rozwoju krystalografji, a nawet do dnia dzisiejszego niekorzystnie odbija się na stanowisku tej nauki, wynaturzając zapatrywania się ogółu naturalistów na nią i na jej stosunek do innych nauk przyrodniczych.

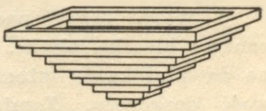
Jak widzimy z dotychczasowej treści rozdziału niniejszego, pierwszymi badaczami stanu krystalicznego, a zarazem jego pierwszymi teoretykami byli matematycy i fizycy. Jaknajzupełniej racjonalnie zapoczątkowali oni dociekania nad przedmiotem, do którego byli należycie przygotowani i uzdolnieni. Po nich jednak badanie ciał krystalicznych uszło z granic świadomości matematyków, fizyków i chemików. C. Linnee podzielił przyrodę ziemską na „królestwa" zwierząt, roślin i ciał kopalnych, a cały spółczesny mu świat naukowy uległ temu schematowi. Ciała „kopalne", minerały, znalazły się w tym schemacie ze skamieniałemi roślinami i zwierzętami pospołu. Stały się one przedmiotem zainteresowań i badań naturalistów opisowych, podlegały studjowaniu sposobami właściwymi badaniu organizmów, zamiast stać się objektem badań matematyczno-fizycznych. Zarazem nawet sama krystaliczność poczęła wydawać się szczególnym atrybutem minerałów, ciał „kopalnych". Krystalografja poczęła się i rozwijała w jaknajściślejszym związku z mineralogją. Całemu światu naukowemu wieku ośmnastego i dziewiętnastego wydawała się ona integralną częścią mineralogji. Do dzisiejszego dnia przesąd ten trwa w tej postaci, że połowę każdego podręcznika mineralogji zajmuje wykład krystalografji, że większość badaczy kryształów pochodzi z grona mineralogów,

że mineralodzy wykładają tę naukę, że pomimo jej fizyko-matematycznej natury większości matematyków, fizyków i chemików jest ona zupełnie obca i nieznana, że cały ogół spółczesnych naturalistów nie uznaje konieczności oddzielenia jej od mineralogji i usamodzielnienia w postaci przedmiotu, któremu służą odrębne katedry, pracownie i zakłady w uniwersytetach, że ćwiczyć się w niej, zgłębiać jej istotę i poznawać zależność wzajemną jej praw i teoryj powinni nadewszystko matematycy i fizycy, w dużej mierze chemicy i w najmniejszej mineralodzy, bo chemja a nie fizyka i matematyka jest główną podstawą mineralogji.

Należy wszakże wspomnieć, że z odrębności krystalografji od mineralogji, a z należenia jej do fizyki nieliczne jednostki zdawały sobie sprawę już dość dawno. Uczony francuski Delamétherie (urodzony w roku 1743-cim, zmarły roku 1817-go) był profesorem „ogólnej historji naturalnej" w Collège de France. Wydawał on „Journal de Physique" i ogłaszał w nim roczne przeglądy postępu nauk przyrodniczych. Otóż postępy krystalografji umieszczał on osobno, oddzielnie od mineralogji, a w bezpośredniej łączności z postępami fizyki. W tym jednak względzie Delamétherie był odosobnionym wyjątkiem. Jak mocno zakorzeniło się w umysłach powszechne uznawanie krystalografji za część mineralogji, może świadczyć fakt następujący. Jeden z klasyków krystalografji, autor bardzo wielu nader ścisłych pomiarów i oznaczeń stałych krystalograficznych, Mikołaj Kokszarow swemu kursowi krystalografji geometrycznej dał tytuł „Wykłady mineralogji".

Że do dnia dzisiejszego są uczeni wybitni, którzy nie odróżniają krystalografji od mineralogji, podaliśmy o tem wiadomość w § 7-mym.

Powracając zatem do dziejów teorji sieciowej, zaznaczymy, że od roku 1690-go, to jest od wyjścia w świat traktatu Huyghensa o świetle, w piśmiennictwie naukowem panowała cisza zupełna o tej sprawie aż do roku 1744-go. W tym roku oraz w roku następnym chemik francuski G. F. Rouelle ogłaszał spostrzeżenia nad krystalizowaniem się chlorku sodowego NaCl z roztworów wodnych. Między innemi spostrzegł on, że często wielościany tej soli składają się z maleńkich sześcianków ułożonych regularnie rzędami rys. 58. Skupienia te nazwał on „lejkami" (trémies). Powstają one tak, iż tworzą się kwadratowe skupienia drobniutkich sześcianków równoległych do krawędzi sześcianu. Pod nimi dalej osiada kwadrat mniejszy, potem jeszcze mniejszy, tak iż powstaje piramida z jednym maleńkim sześciankiem na wierzchołku. Skupienia owe pływają na powierzchni roztworu podstawą do góry. Ściany tych piramid są szorstkie, schodkowe, ale im mniejsze są drobne sześcianki tem ściany piramid są doskonalsze. Gdyby więc sześciany te były tak drobne, że stałyby się niedostrzegalne, to ściany piramid byłyby zupełnie gładkie, a nawet lśniące, czyli byłyby płaszczyznami. A więc z różnego ugrupowania ubywających sześcianków równoległych mogą powstawać bryły różnego kształtu ograniczone płaszczyznami różnie ponachylanemi.



Rys. 58.

Spostrzeżenia Rouelle'a przytaczano rozlegle i powszechnie w wieku ośmnastym, jednak nikt nie wpadł na myśl ujęcia ich w postać ogólnej teorji ustroju ciała stałego.

Dopiero w roku 1767-mym rozpoczyna się ciąg rozpraw o tym przedmiocie nieprzerwany już do czasów naszych, ale, jak to wyżej nadmieniono, rozprawy te wychodziły

przeważnie z rąk mineralogów, naturalistów opisowych, a nie z rąk matematyków i eksperymentatorów, fizyków i chemików.

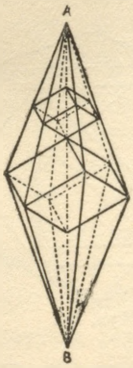
A więc w przytoczonym roku 1767-mym C. F. G. H. Hestfeld ogłosił w Getyndze zbiór artykułów pod tytułem „Rozprawy mineralogiczne". W pierwszej rozprawie tego zbioru zastanawiał się on nad kryształami kalcytu i doszedł do wniosku, że wszystkie kryształy tego minerału możemy ułożyć z bryłek romboedrycznych. Wobec tego orzekł on że „przyroda tworzy je tak samo".

Niezadługo, bo w sześć lat po rozprawie Hestfelda, mianowicie w roku 1773-cim, wielkiej sławy mineralog skandynawski T. Bergmann ogłosił rzecz również o kryształach kalcytu pod tytułem „Różne formy kryształów wywodzące się ze spatu" *. Opisał on mianowicie spostrzeżenia ucznia swego J. G. Gahna, polegające na tem, że bez względu na postać każdy kryształ kalcytu łupie się zgodnie ze ścianami romboedru, że innemi słowy romboedr możemy wyłupać z każdego kryształu kalcytowego, ze słupa sześciobocznego, skalenoedru ** i t. p. Zarazem jednak zwrócił on uwagę na to, że pomiędzy kształtem odłupanego romboedru

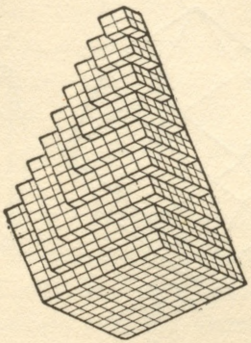
* Wyraz „spat" pochodzi od wyrazu greckiego „spathe", który oznacza blaszkę, płytkę. Minerałem spatycznym lub spatem nazywano dawniej każdy minerał, którego kryształom jest właściwa łupliwość doskonała. Zamiast wyrazu „łupliwość" używano wyrazu „przejścia blaszkowate" i sądzono, że kryształy o doskonałej łupliwości składają się z cieniutkich blaszek. Ale najczęściej spatem nazywano kalcyt. Do dziś zwolennicy nomenklatury trywjalnej, nie poprawnej, minerał ten nazywają spatem islandzkim, szczególnie gdy mają na myśli jego kryształy najdoskonalsze, pochodzące z jaskini Helgustadir na Islandji.

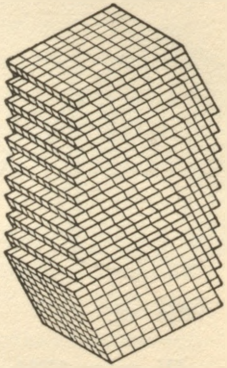
** Z greckiego: „skalenos" — nierówny, ukośnokątny (o trójkącie); „skalenoedr" — bo ograniczają go trójkąty ukośnokątne.

kalcytowego a postacią różnych kryształów kalcytu jest pewien związek geometryczny. Rysunkiem udowodnił on, że skalenoedr, wysmukły wielościan ograniczony dwunastoma ścianami rys. 59, możemy zbudować z romboedrów zmniejszających się i ułożonych równolegle tak, aby ich oś przystawania trzykrotnego była spólna, to jest aby leżała na jednej prostej *AB*. Na rys. 59 uwidoczniono romboedr



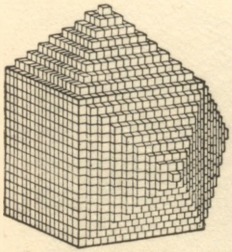
Rys. 59.


Rys. 60.

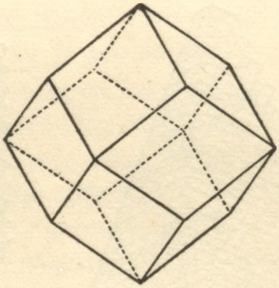

Rys. 61.

środkowy, którego krawędzi zarazem są krótkiemi krawędziami skalenoedru. Nad nim umieszczono wewnątrz skalenoedru romboedr mniejszy. Widzimy, że jego naroża leżą na długich krawędziach skalenoedru. Wyobraźmy więc sobie, że romboedr środkowy jednostajnie maleje a zarazem unosi się w górę i opada w dół wzdłuż prostej *AB*. Wtedy naroża jego tworzą krawędzi skalenoedru. Innemi słowy Bergmann zdawał sobie sprawę z tego, że krawędzi skalenoedru są miejscem geometrycznem naroży szeregu podobnych a malejących romboedrów równoległych, których środki leżą na jednej prostej. Na tej więc zasadzie powstawanie, a co zatem idzie, ustrój kryształów kalcytu

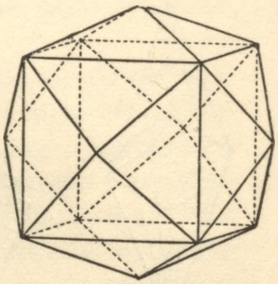
tłumaczył on uwarstwieniem równoległem romboedrycznych ciałek zasadniczych, czyli cząstek elementarnych. Gdy w warstwach stopniowo i jednostajnie ubywają rzędy i szeregi krańcowe, z uwarstwienia regularnego romboedrów powstaje skalenoedr, jak to ilustruje rys. 60, albo słup zakończony ścianami romboedru, co widzimy na rys. 61, oraz na rys. 2 (str. 40), a także inne wielościany im podobne.



Rys. 62.



Rys. 63.



Rys. 64.

W roku 1781-mym, a więc w ośm lat po rozprawie T. Bergmanna, wyszła pierwsza rozprawa R. J. Haüyego o ustroju ciał krystalicznych. Ideę T. Bergmanna Haüy zastosował nie do przypadków szczegółowych, to jest do kryształów substancyj określonych, ale wogóle do stanu krystalicznego; aczkolwiek, podobnie jak Hestfeld i Bergmann, wywód rozpoczął od rozważania kryształów kalcytu oraz ich łupliwości. Ponadto sprawę posunął on naprzód jeszcze tem, że dość liczny poczet form wyprowadził „dekrescencją" czyli „substrakcją" *, to jest odejmowaniem cząsteczek w rzędach i szeregach. Rzecz tę objaśnimy przy-

* „Cresco" po łacinie znaczy rosnę, „decresco" — zmniejszam się, ubywa mnie. „Sub" — pod. „Traho" — ciągnę. „Substraho" — odciągam, odejmuję.

kładem i rysunkiem 62. Z maleńkich sześcianków ułóżmy sześcian. Następnie na ścianach tego sześcianu układajmy dalej warstwy sześcianków ale tak, aby każda warstwa następująca wzdłuż każdej krawędzi sześcianu była węższa od poprzedniej o jeden rząd sześcianków. Na każdej ścianie sześcianu powstanie wtedy piramida czworościenna, przyczem ściany jej będą przedłużeniem czyli dalszym ciągiem ścian piramid powstałych na innych ścianach sześcianu tak, iż razem utworzą one dwunastościan rombowy rys. 63. Jeżeli każda warstwa z każdej strony będzie węższa od poprzedniej nie o jeden rząd ale o dwa, o trzy lub o więcej rzędów, to powstanie dwudziestoczworościan zwany sześcianem poczwórnym albo piramidowym rysunek 64.

Teorję ustroju ciał krystalicznych Haüy rozwijał i uzasadniał w wielu dziełach, ostatnio w słynnym dwutomowym traktacie „Traité de Cristallographie" w r. 1822-gim. Pomysły jego uzyskały rozległą sławę i uznanie powszechne pomimo licznych stron słabych i nieuzasadnionych, które roku 1813-go W. G. Wollaston wytknął w rozprawie „O partykułach elementarnych niektórych kryształów". Jest to rozprawa bardzo wielkiej wagi. Niestety nie zrozumiano jej i nieoceniono należycie. Wollaston podniósł najważniejszą wadę teorji Haüyego, tę mianowicie, że Haüy przypuścił istnienie partykuł materjalnych wielościennych bezpośrednio się stykających. Gdyby istotnie taki był ustrój ciała stałego to byłoby ono bezwzględnie sztywne, nie ulegałoby odkształceniom cieplnym i sprężystym: nie uginałoby się od nacisku, nie rozszerzałoby się gdy je ogrzewamy, nie kurczyłoby się w ostyganiu. Wollaston podał następnie, że sprzeczności tych możemy uniknąć, przypuściwszy w ciele stałem istnienie partykuł materjalnych

w postaci brył kulistych równego promienia, wzajemnem przyciąganiem dochodzących do siebie jak najbliżej.

Najważniejsze zdanie omawianej rozprawy Wollastona jest następujące. „Zamiast kul moglibyśmy poprostu wziąć punkty matematyczne, obdarzone jednakowo działającemi naokoło nich siłami przyciągania i odpychania się wzajemnego". Jest to już zupełne pojęcie sieci przestrzennej.

Jak widzimy, W. H. Wollaston jest zapomnianym autorem pomysłu o analogji ustroju kryształu z siecią przestrzenną. Wyraził on zupełnie jasno myśl o pożyteczności założenia punktów matematycznych zamiast partykuł materjalnych, innemi słowy, środków ciężkości cząsteczek zamiast samych cząsteczek.

W roku 1824-tym L. A. Seeber również zamiast hypotezy Haüyego o wielościanach ściśle do siebie nawzajem przylegających, zaproponował tłumaczenie ustroju kryształów uznawaniem ich za zbiory partykuł pooddzielanych odstępami o wartościach zmiennych zależnie od temperatury i odkształceń sprężystych. Rozprawa Seebera podzieliła los wielu innych poprzednich: nie zwrócono na nią uwagi należytej i zapomniano o niej.

W roku 1830-tym D. Brewster zabrał przygodnie głos o ustroju kryształów i również interpretował go hypotezą sieciową.

M. L. Frankenheim w roku 1835-tym ogłosił rozprawę o spójności. Jest to pierwsza próba systematyczna, mająca na celu wyprowadzenie wszystkich rodzajów sieci przestrzennej wyjaśniających wszystkie rodzaje łupliwości. W rozprawie tej Frankenheim wyprowadził możliwość piętnastu sieci przestrzennych, przekształcających się same w siebie obrotami z zachowaniem jednego punktu niezmiennego, coprawda niedostrzegłszy, że dwie jego sieci są iden-

tyczne, a więc że tych sieci jest czternaście a nie piętnaście.

W roku 1836-tym słynny mineralog amerykański J. D. Dana również zabrał głos o ustroju ciała krystalicznego. Aczkolwiek pod względem chronologji wypada on po Frankenheimie, jednak ideowo prace jego są dalszym ciągiem prac Wollastona. Wollaston w jednym przypadku uciekł się do założenia cząsteczek elipsoidalnych. Dana przeniósł to na wszystkie przypadki Haüyego, zamieniwszy jego cząsteczki wielościenne wpisanemi w nie elipsoidami.

Niezależnie od poprzedników, zdaje się nie znając ich badań, a przynajmniej nie powołując się na nie, w roku 1843-cim G. Delafosse zmodyfikował teorję Haüyego sposobem Wollastona i Seebera, to jest zamienił równoległościany na ich środki ciężkości. Delafosse był autorem podręcznika mineralogji, który uzyskał międzynarodową popularność. To było powodem, że znając podręcznik Delafosse'a a nie znając rozpraw i traktatów dawniejszych, wielu pisarzy krystalograficznych i mineralogicznych rozpowszechniło pogląd mylny, jakoby pierwszym teoretykiem ustroju kryształów był Haüy, a twórcą pomysłu sieci przestrzennych był Delafosse.

W roku 1850-tym A. Bravais przeprowadził wywód wszystkich takich utworów, z których każdy jest zbiorem punktów jednostajnie rozmieszczonych w przestrzeni i przekształca się sam w siebie obrotami z zachowaniem jednego punktu niezmiennego. Udowodnił on, że zbiorów takich jest czternaście a nie piętnaście, jak mylnie Frankenheim sądził.

Rozprawa A. Bravais'a uzyskała rozgłos powszechny. Wielu pisarzy nie zna rozpraw poprzedników i uważa

Bravais'a za twórcę idei sieci przestrzennych jako interpretacji ustroju kryształów.

W roku 1863-cim Chr. Wiener ogłosił rozmyślania o strukturze wszechświata. Między innemi wypowiedział on zasadę jednorodności w postaci definicji: „regularność w ułożeniu jednakowych atomów zachodzi wtedy, gdy każdy atom atomy pozostałe otaczają w sposób jednakowy". Jednakże do tej definicji nie wprowadził on zastrzeżenia, że jednorodność ponadto wymaga jeszcze warunku, aby orjentacja wszystkich atomów była jednakowa, to jest aby one były równoległe.

Uzupełnienie definicji Wienera zasadą o równoległości atomów, cząsteczek, czy wogóle partykuł materjalnych, kryształ stanowiących, wprowadził dopiero L. Sohncke, którego rozprawy o ustroju kryształów wychodziły pomiędzy rokiem 1867-mym a 1879-tym. L. Sohncke zastosował obroty z przesunięciem, czyli tak zwane śrubowe osi przystawania i wyprowadził 51 sieci przestrzennych, poddając każdą sieć Frankenheima - Bravais'a wszelkim możliwym obrotom śrubowym.

Nakoniec w dziesięcioleciu 1885—1895 trzej badacze, rosjanin E. Fiôdorow, anglik W. Barlow i niemiec A. Schoenflies niezależnie od siebie i różnemi sposobami udowodnili, że jest 230 rodzajów sieci przestrzennych. Oprócz obrotu i obrotu śrubowego zastosowali oni odzwierciedlenie z przesunięciem oraz obrót złączony z odzwierciedleniem, czyli przekształcenie trzeciego rodzaju, zwane też złożonem przekształceniem symetrycznem albo inwersją. Sieci Frankenheima i Bravais'a, poddane wszelkim przekształceniom wymienionym, dają sieci pochodne.

Uznajemy więc za twierdzenie bezsprzeczne i niesporne, że kryształ jest nieciągłym zbiorem partykuł materjal-

nych, perjodycznie * naprzemiaległych ze skończonemi odstępami niematerjalnemi. Czem jednak są te partykuły materjalne, cząsteczkami związków chemicznych czy atomami pierwiastków?

W roku 1821-szym E. Mitscherlich spostrzegł i udowodnił, że wiele substancyj analogicznego ** składu chemicznego, jak naprzykład sól sodowa kwasu arsenowego $NaH_2AsO_4 . H_2O$ i kwasu fosforowego $NaH_2PO_4 . H_2O$, albo potasowe i amonowe sole tych kwasów $KH_2PO_4$, $(NH_4)H_2PO_4$, $KH_2AsO_4$, $(NH_4)H_2AsO_4$, lub siarczan potasu $K_2SO_4$ i chromian potasu $K_2CrO_4$, krystalizują się w kryształy jednakowego pozoru i pokroju, różniąc się nader mało wartościami kątów dwuściennych. Stworzył on wtedy pojęcie izomorfizmu krystalograficznego i określił jego istotę słowami następującemi.

*„Ta sama ilość atomów, połączonych w ten sam sposób, wytwarza podobne formy krystalograficzne, które nie zależą od natury atomów a tylko od ich ilości i od sposobu łączenia się".*

Ani za czasów Mitscherlicha ani też prawie przez pół wieku po nim nie wnikano głębiej w treść tego orzeczenia. Jeżeli wszakże zastanowimy się nad niem na tle teorji sieciowej, to niewątpliwie dojdziemy do przekonania, że odpowiada ono daleko lepiej *atomom* sieciowo ułożonym aniżeli środkom ciężkości cząsteczek. Kryształy saletry sodowej $NaNO_3$ i kalcytu $CaCO_3$ są izomorfne jak najdoskonalej. Wyżej przytoczone twierdzenie E. Mitscherlicha jest zupełnie jasne, jeżeli powiemy, iż sieć przestrzenna utworzona z jednego atomu sodu, z jednego atomu azotu

* Z greckiego: „peri" — naokoło; „periodos" — okres, kolejność, kolejne następstwa.

** Z greckiego: „analogos" — odpowiadający.

i z trzech atomów tlenu jest taka sama jak złożona z jednego atomu wapnia, z jednego atomu węgla i z trzech atomów tlenu. Sprawa natomiast staje się niezrozumiała, gdy założymy, że elementami materjalnymi tworzącymi kryształ są cząsteczki. Co zmusza do tworzenia jednakowej sieci przestrzennej cząsteczki o tak zupełnie odmiennej naturze chemicznej jak $NaNO_3$ i $CaCO_3$? Z tych więc i z wielu innych jeszcze względów już zgórą pięćdziesiąt lat temu P. Groth orzekł, że liczne zjawiska, dostrzegane w kryształach, stają się zrozumiałe i jasne, gdy przyjmiemy, że w węzłach sieci przestrzennych ustroju kryształów są środki ciężkości *atomów* a nie cząsteczek. Polimorfizm i wiele zależności izomorfnych usprawiedliwia się tem przypuszczeniem daleko przystępniej, niż uznawaniem cząsteczek za elementarne partykuły sieci przestrzennej kryształu. Szczególnie przemawia za tem izomorfizm tych substancyj, których skład chemiczny nie jest analogiczny, ale których cząsteczki zawierają równą liczbę atomów, jak naprzykład ksenotymu $YPO_4$ i cyrkonu $ZrSiO_4$, chryzoberylu $BeAl_2O_4$ i oliwinu $Mg_2SiO_4$, kalcytu $CaCO_3$ i saletry sodowej $NaNO_3$. Wszelkie poszukiwania analogji chemicznej takich cząsteczek sumowaniem wartościowości ich pierwiastków i inne temu podobne bezpodstawne rozumowania w istocie rzeczy są sztucznem usiłowaniem pogodzenia teorji z faktem niezrozumiałym. Gdy natomiast w twierdzeniu Mitscherlicha tylko zamiast wyrazów „podobne formy krystalograficzne" umieścimy wyrazy „jednakowe sieci przestrzenne", czyli gdy powiemy, że *jednakowa liczba atomów tworzy jednakową sieć przestrzenną bez względu na atomów tych naturę chemiczną*, rzecz staje się jasna sama przez się. Jeszcze więcej idea P. Grotha stała się przekonywająca, gdy około roku 1893-go w kołach krystalograficznych począł ucierać

się zwyczaj obliczania tak zwanych „parametrów przestrzennych" z ciężaru właściwego ciał krystalicznych, z ich ciężaru cząsteczkowego i z kątów pomiędzy ścianami, oraz uznawanie tych liczb za stosunek krawędzi równoległościanu tworzącego, czyli „oczka" sieci przestrzennej w obliczanym krysztale. Gdy pomysł ten zastosowano do szeregów izomorfnych, to stwierdzono, że wymiana jednego atomu na inne z nim izomorfne powoduje zmianę jednego tylko parametru przestrzennego. Fakt ten, niezrozumiały dopóki przypuszczamy istnienie cząsteczkowych sieci przestrzennych, staje się zupełnie jasny i prosty, gdy uznamy, że sieć przestrzenną kryształu tworzą składające go *atomy* pierwiastków. A więc w roku 1903-cim w „adresie" do Brytyjskiej Asocjacji naukowej w Cambridge P. Groth wygłosił i uzasadnił twierdzenie następujące. „*Kryształ, pojęty jako zbiór nieskończony, składa się z* **n** *przenikających się nawzajem regularnych układów punktowych, a każdy taki układ tworzą jednakowe atomy. Każdy z tych układów jest zbudowany z* **n** *sieci przestrzennych, a każda z nich jest uformowana z atomów jednakowych, zajmujących pozycje równoległe. Wszystkie sieci przestrzenne jednego układu, to jest jednego kryształu, albo są geometrycznie identyczne, albo mają jednakowy równoległościan tworzący*".

Jak widzimy, poza siecią przestrzenną nie znajdujemy innej interpretacji ustroju kryształów. Gdybyśmy znali tylko jednorodność i różnokierunkowość kryształu i gdybyśmy tylko zapragnęli odwzorować ją utworem geometrycznym, również doszlibyśmy tylko do sieci przestrzennej. Wielościenność kryształów, ich symetryczność i pasowa zależność pomiędzy ich ścianami, wymierność odcinków krawędziowych również nietylko nie jest sprzeczna z po-

jęciem sieciowego ustroju kryształów, ale z ich jednorodnością i z anizotropją fizyczną pospołu tylko w sieci przestrzennej mają jedyne uzasadnienie. Jeżeli więc zgodność zachodzi pomiędzy wszystkiemi własnościami kryształów i z wszelkiemi następstwami jakie dają się wysnuć z sieci przestrzennej, to winniśmy twierdzić, że sieć przestrzenna jest nietylko odwzorowaniem geometrycznem własności kryształu, ale teorją ustroju i istoty stanu krystalicznego. Zgodność wymieniona jest zupełnie wyczerpującym dowodem twierdzenia, że kryształ jest nieciągłym zbiorem punktów materjalnych leżących tak, jak leżą węzły sieci przestrzennej, której odstępy pomiędzy punktami są skończone. Jest to jedyne możliwe do przyjęcia oświetlenie teoretyczne stanu krystalicznego. Tego dowodem wyczerpującym i dostatecznym jest całokształt krystalografji oraz jego niesprzeczność. Teorję tę można unaocznić ale nie zachodzi potrzeba poszukiwania dowodów jej prawdziwości. Konieczność teorji sieciowej jest tak jasna, że, jak widzimy z niniejszego, ktokolwiek tylko bliżej i dokładniej wniknął w istotę kryształu nieodwołalnie do niej dochodził, tak, że teorja sieciowego ustroju kryształu na sto lat wyprzedziła samą krystalografję.

W spółczesnem piśmiennictwie przyrodniczem bardzo często możemy spotkać się z mniemaniem, jakoby dopiero wyniki zastosowania promieni-$x$ do badania kryształów, co M. Laue zapoczątkował roku 1912-go, były dowodem prawdziwości twierdzenia o sieciowym ustroju kryształów. W jednym z dalszych rozdziałów książki niniejszej szeroko i długo będziemy o tem rozprawiali. Tu natomiast, jako najwłaściwsze zakończenie rozdziału o losach teorji sieciowej, przytoczymy słowa E. Fiôdorowa, znakomitego i na-

der zasłużonego krystalografa. „Fotogramy otrzymane promieniami - $x$ bynajmniej nie są pierwszym dowodem sieciowego ustroju kryształów, bo dowód ten możemy znaleźć w każdym najelementarniejszym podręczniku krystalografji, ale otwierają one drogę badaniom ustroju kryształów w sposób szczegółowy i od tego sposobu badania należy spodziewać się wyników dużej ważności".

ROZDZIAŁ III

## O SIECIĄCH LINJOWYCH, PŁASKICH I PRZESTRZENNYCH

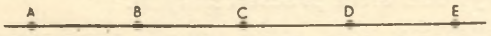
§ 24. *Sieć linjowa.* Z tego wszystkiego, co wyłożono dotychczas w książce niniejszej, jasno wynika, że ten orjentuje się najpewniej w świecie kryształów, kto najlepiej zna sieci przestrzenne. Cóż więc przedewszystkiem nasuwa się nam w tym względzie? Bezwątpienia pytanie: ile jest tych sieci i jakie one są? Coprawda w wywodzie historycznym podaliśmy już wiadomość, że sieci tych jest czternaście, jak to A. Bravais udowodnił, oraz że wywodzi się z nich dwieście trzydzieści rodzajów pochodnych, co wynika z badań Fiôdorowa, Schoenfliesa i Barlowa. Wielu pisarzy przyrodniczych sądzi, że popularyzowanie jakiegoś odłamu wiedzy jest to podawanie do wiadomości publicznej wyników badań naukowych. Gdybyśmy poszli za ich przykładem, to wymienieniem liczby sieci i opisem ich rodzaju spełnilibyśmy zadanie. Ja wszakże mniemam, iż „milsza jest droga niż przybycie" i sądzę, że od podawania wyników naukowych daleko ważniejsze jest wyjaśnienie sposobu ich uzyskania. Co da wyobraźni wiadomość, że sieci przestrzennych jest czternaście? Nic! A gdybyśmy nawet tu nakreślili ich równoległościany tworzące, to ani by ich nikt nie spamiętał, ani nie mógłby wyobrazić ich sobie do-

kładnie. Co najważniejsza ponadto, w umyśle każdego czytelnika pozostałoby niepokojące pytanie, dlaczego tych sieci jest czternaście, a nie inna jakaś liczba, oraz jaki mamy dowód, że ich jest ani mniej ani więcej? Czytelnicy różnych dzieł „popularnych" nieraz w wielu kwestjach zwracali się do mnie z zapytaniem „dlaczego?" gdy podawano im wyniki, a nie przytaczano dowodów ich prawdziwości. Poznajmy więc drogę, jaką należy kroczyć, aby dojść do wywodu sieci przestrzennych.

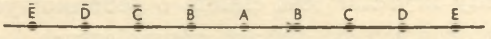
Przypomnijmy więc sobie wyniki spostrzeżeń, podane w §§ 12 i 13-stym. Na zasadzie tych spostrzeżeń orzekamy, że każdy kryształ jest ciałem o jednakowych własnościach wektorowych na linjach równoległych i symetrycznych. Naogół własności wektorowe kryształu są nierówne w kierunkach różnych, ale naokoło dowolnego punktu w krysztale wszystkie te własności są *takie same* i *tak samo ułożone,* jak naokoło każdego innego punktu w tym samym krysztale. Gdybyśmy więc poprowadzili przez kryształ dowolną prostą i gdybyśmy wymierzali różne wartości wektorowe tego kryształu wzdłuż tej prostej na różnych jej odcinkach, to względem każdej własności wektorowej otrzymalibyśmy jedną i tę samą liczbę na wszystkiej rozciągłości prostej badanej. A więc dajmy na to na każdym jej odcinku spółczynnik załamania światła żółtego byłby liczbą 1,5321, przewodnictwo ciepła 0,01667, i t. p.

Każdą liczbę skończoną możemy odwzorować skończonym odcinkiem prostej, zawierającym tyle jednostek miary długości, ile jednostek zawiera liczba podległa odwzorowaniu; liczbę „5" możemy odwzorować odcinkiem długości pięciu centymetrów, liczbę „7,5" odcinkiem długości siedmiu centymetrów i pięciu milimetrów i t. p. a dwie dowolne liczby równe możemy odwzorować dwoma równymi do-

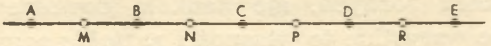
wolnymi odcinkami linji prostej. Jeżeli więc na wszystkiej długości prostej w krysztale natężenie każdej własności wektorowej jest równe, to w celu odwzorowania prostej o takich właściwościach fizycznych weźmiemy dowolną prostą nieskończoną, to jest ciągnącą się obu zwrotami dowolnie daleko i podzielimy ją punktami na odcinki równe, skończone, rys. 65. W celu uzyskania możliwie największej wyrazistości w rysunku przytoczonym naokoło tych



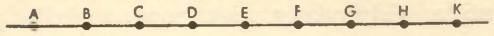

Rys. 65.




Rys. 66.




Rys. 67.




Rys. 68.




Rys. 69.

punktów niewielkimi promieniami zakreślono koła i pole tych kół zaczerniono. Zamieniono więc prostą na rząd równoodległych plamek kolistych.

Końce odcinków omawianych nazywamy punktami homologicznymi, od wyrazu greckiego „homologos" co znaczy „zgodny", bo każdy z nich możemy zamienić dowolnym innym z pomiędzy punktów pozostałych. Gdy bowiem przesuniemy tę prostą w lewo lub w prawo na odległość pomiędzy dwoma dowolnymi punktami homologicz-

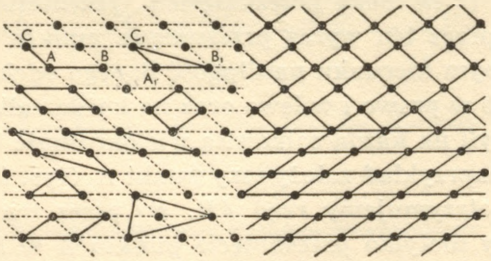
nymi, każdy z tych punktów trafi w to położenie, w którem był punkt inny przed przesunięciem. Cała prosta przybierze to samo położenie. Ponieważ jest ona nieskończona, w prawo i w lewo ciągnie się dowolnie daleko, nie zauważymy w niej przeto żadnej różnicy po takiem przesunięciu. Mówimy więc o tem w ten sposób, że przesunięcie rzeczone przekształca zbiór punktów homologicznych sam w siebie; wyrażamy się też o tem: przesunięcie takowe przeprowadza cały zbiór do przystania z samym sobą.

Jeżeli więc przesunięcie na odstęp pomiędzy dowolnymi węzłami zbiór ten przekształca sam w siebie, to zamiast dzielić prostą na odcinki równe możemy otrzymać zbiór omawiany przesuwaniem punktu. Załóżmy mianowicie punkt i pewną czynność geometryczną, którą nazwijmy translacją (z łacińska przesunięciem, przeniesieniem), rozumiejąc przez ten wyraz przesunięcie punktu założonego w określonym kierunku na długość danego odcinka wprost i w tył, lub w prawo i w lewo oraz na każdą całkowitą liczbę razy czyli na każdą całkowitą wielokrotność tego odcinka. Tak naprzykład założywszy punkt $A$ (rys. 66) i translację $AB$ otrzymujemy rząd $AE$, bo przez translację $AB$ rozumiemy nietylko przesunięcie punktu $A$ w $B$, ale w $C$, $D$, $E$.... oraz w $\overline{B}$, $\overline{C}$, $\overline{D}$, $\overline{E}$ i t. d. Przez translację bowiem $AB$ rozumiemy mianowicie wszystkie iloczyny $mAB$, gdzie $m$ jest każda liczba całkowita, dodatna i odjemna. Jednem słowem, założywszy punkt i translację, otrzymujemy prostolinijny nieskończony rząd punktów homologicznych czyli węzłów, albo krótko mówiąc tak zwaną sieć linjową.

Sieć linjowa jest utworem symetrycznym. Jeżeli poprowadzimy doń prostą prostopadłą w dowolnym węźle lub w środku między dwoma węzłami rys. 67, to obrócony około tej prostej o $180^0$ przekształca się on sam w siebie.

Spodki tych prostopadłych niebędące węzłami oznaczyliśmy kółkami niezaczernionemi i literami *M, N, P, R*. Gdybyśmy je zamienili na węzły rys. 68, sieć linjowa siecią pozostaje, a tylko staje się gęstsza. Jej translacja pierwotna staje się dwa razy mniejsza. Innemi słowy spodek czyli podstawę elementu symetryczności sieci możemy zamienić na węzeł.

W wywodzie dalszym zamieniając punkty symetryczności na węzły sieci, czyli przydając jej węzły nowe, tak samo kółkami niezaczernionemi będziemy oznaczali węzły dodane, ale będziemy tak postępowali tylko w celu uzyskania wyrazistości rysunku, pomnąc, że węzły dodane nie różnią się niczem od węzłów pierwotnych i z niemi pospołu tworzą sieć nową.



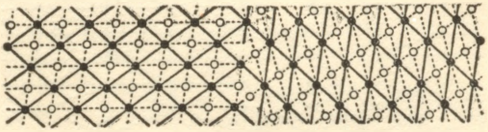

Rys. 70.

§ 25. *Sieci płaskie.* Do rzędu czyli do sieci linjowej *AB* rys. 69 dodajmy jakąś dowolną translację *AC*. Otrzymamy nieograniczoną sieć płaską rys. 70. Ponieważ sieć linjowa powstaje z punktu i z jednej translacji, więc sieć płaską tworzy założenie punktu i dwu translacyj tworzących jakiś kąt większy od zera.

Weźmy trzy węzły sieci płaskiej *A, B, C*, rys. 70 najbliższe sobie, nieleżące na jednej prostej. Węzły te są

wierzchołkami trójkąta. Każda para boków takiego trójkąta użyta jako translacja tworzy tę samą sieć płaską. Wszystka powierzchnia rys. 70 jest tą samą siecią płaską. W różnych częściach tego rysunku zaznaczono tylko różne translacje.

Jak widzimy z rysunku 70 sieć płaską możemy otrzymać albo trójkątem, albo równoległobokiem, którego boki są to dwie dowolne translacje. Taki równoległobok nazywamy równoległobokiem tworzącym.



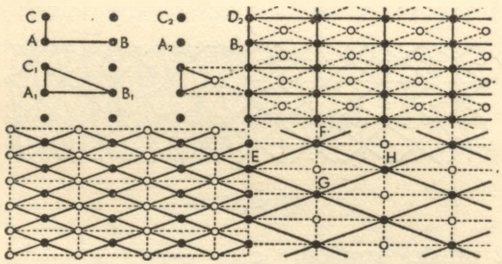
Rys. 71.

Na sieć płaską spuśćmy pion przecinający ją w dowolnym węźle lub w środku dowolnego równoległościanu tworzącego. Obrócona około tego pionu o 180° sieć płaska przystaje sama do siebie, to jest przekształca się sama w siebie. Spodek takiego pionu nie będący węzłem możemy zamienić na węzeł i sieć siecią pozostaje, jak to unaocznia rys. 71, gdzie kółka niezaczernione (środki równoległoboków tworzących) z węzłami pierwotnemi, kółkami zaczernionemi, tworzą jednostajną sieć płaską. Dodanie węzłów w środkach równoległoboków tworzących nazywa się centrowaniem sieci płaskiej.

Zaznaczyliśmy wyżej, że z trójkąta translacyj możemy otrzymać sieć płaską. Innemi słowy trójkąt taki określa i charakteryzuje sieć płaską jednoznacznie i wyczerpująco. W takim razie tyle jest rodzajów sieci płaskich ile jest rodzajów trójkąta.

Trójkąty są: 1) różnoboczne nieprostokątne, 2) różnoboczne prostokątne, 3) równoramienne, 4) równoboczne, i 5) równoramienne prostokątne. Zbudujmy sieci płaskie z tych trójkątów.

Sieć płaską, której każdy trójkąt translacyj jest trójkątem różnobocznym nieprostokątnym, już znamy z rysunków powyższych. Otrzymujemy ją założeniem punktu i dwu nierównych translacyj przecinających się pod kątem do-




Rys. 72.

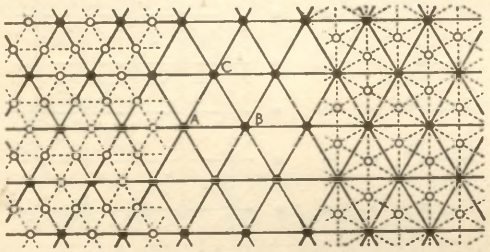
wolnym lecz nie równym ani 90° ani 60°. Dodanie jej węzłów w środkach równoległoboków, czyli centrowanie czyni ją gęstszą, lecz rodzaju jej nie zmienia, bo po centrowaniu każda trójka jej translacyj pozostaje trójkątem różnobocznym nieprostokątnym.

Założywszy węzeł $A$ rys. 72 i dwie nierówne wzajemnie prostopadłe translacje $AB$ i $AC$ otrzymujemy sieć płaską prostokątną. Jej trójkątem charakterystycznym jest trójkąt różnoboczny prostokątny $A_1B_1C_1$ i charakterystycznym jej równoległobokiem tworzącym jest prostokąt $A_2B_2C_2D_2$.

Węzeł $E$ rys. 72 i dwie translacje równe $EF = EG$ tworzące kąt większy od zera, nierówny ani 90° ani 60°, dają sieć płaską równoramienną. Jej trójkątem charaktery-

stycznym jest trójkąt równoramienny *EFG* a równoległobokiem charakterystycznym jest romb *EFGH*, którego przekątne nie są równe bokom.

Załóżmy węzeł *A* i dwie translacje równe $AB = AC$ przecinające się pod kątem 60° rys. 73. Otrzymujemy sieć płaską równoboczną, z trójkątem równobocznym *ABC* jako charakterystycznym oraz z równoległobokiem charakterystycznym w postaci rombu, którego przekątna krótsza jest równa bokowi. Sieć równoboczna jest symetryczniejsza od

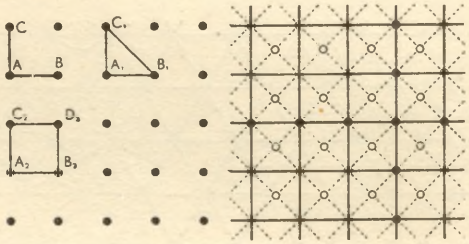



Rys. 73.

sieci różnobocznej, prostokątnej i równoramiennej. Tamte przystają do siebie po obrocie o 180° około ich pionów. Tu natomiast około pionu przechodzącego przez węzeł dowolny sieć przystaje sama do siebie po obrocie o 60°, a gdy poprowadzimy pion przez środek trójkąta równobocznego, to sieć przywodzi do przystania samej z sobą obrót o 120°. Centrowanie, to jest dodanie węzła w środku rombu tworzącego, zarazem jest dodaniem węzła w środku każdej krawędzi trójkąta równobocznego, bo są to translacje homologiczne. Centrowanie to, jak widzimy z lewej części rysunku, nie zmienia natury sieci. Pozostaje ona siecią równoboczną. Dodanie węzła w spodku pionu o obrocie 120°,

to jest we środkach trójkątów umiarowych, też nie zmienia sieci równobocznej, czego dowodem prawa część rysunku.

Wreszcie z węzła $A$ rys. 74 i z dwu równych i wzajemnie prostopadłych translacyj $AB = AC$ i $AB \perp AC$ otrzymujemy sieć płaską kwadratową. Jej trójkąt charakterystyczny $A_1B_1C_1$ jest prostokątny równoramienny. Charakterystycznym jej równoległobokiem tworzącym jest kwadrat $A_2B_2C_2D_2$. Sieć kwadratowa przystaje sama do siebie obrócona o $90^0$ około pionu przecinającego ją w dowolnym




Rys. 74.

węźle lub we środku dowolnego kwadratu. Centrowana pozostaje kwadratową, co widzimy z prawej połowy rysunku.

Ponieważ niema już innych rodzajów trójkąta, więc niema innych rodzajów sieci płaskiej. A zatem, jak przekonaliśmy się wyżej, sieci płaskich jest pięć rodzajów: różnoboczne, równoramienne, prostokątne, równoboczne i kwadratowe.

§ 26. *Osi przystawania.* Sieci płaskie, które wywiedliśmy przed chwilą, są to utwory symetryczne o symetryczności rozmaitej. Symetryczność ich polega na tem, że obroty około pionu, jak około osi, przekształcają je same w siebie, a rozmaitość symetryczności objawia się różną

wartością kąta obrotu, przekształcającego sieć w siebie samą.

Sieć różnoboczną, równoramienną i prostokątną przekształca samą w siebie obrót o 180° około pionu, a więc przed obrotem zajmuje ona jedno położenie, a po obrocie przybiera położenie drugie, takie samo jak przed obrotem, czyli położeń tych jest dwa, a więc pion jest osią przystawania dwukrotnego, bo gdybyśmy sieć obrócili w tym samym kierunku jeszcze raz o 180° to już nie byłoby przystania do siebie ale tożsamość: sieć nie przybrałaby położenia *takiego* samego jak przed obrotem, ale wróciłaby do *tego* samego położenia. A zatem w pełnym obrocie o 360° przybieranie położenia jednakowego zachodzi dwa razy, bo 360 : 180 = 2. Mówimy więc, że pion sieci różnobocznej, równoramiennej i prostokątnej jest jej osią przystawania dwukrotnego.

W sieci równobocznej widzimy inne kąty obrotu. Jeżeli spuścimy na nią pion tak aby przeciął ją we środku równoległoboku tworzącego, to jest we środku translacji pierwotnej (w którymkolwiek kółku niezaczernionem na lewej części rysunku 73) to pion ten, jak w każdej sieci płaskiej, jest osią przystawania dwukrotnego. Ale około pionu przecinającego równoboczną sieć płaską we środku trójkąta umiarowego (w kółku niezaczernionem prawej części rysunku 73) sieć ta obrócona o kąt 120° w prawo lub w lewo przystaje sama do siebie. Ten pion więc jest jej osią przystawania trzykrotnego, bo 360 : 120 = 3. A pion spuszczony na nią w dowolnym węźle (w kółku zaczernionem) jest jej osią przystawania sześciokrotnego, bo sieć ta przystaje sama do siebie po obrocie około tego pionu o kąt 60° i o każdą jego wielokrotność całkowitą, a 360 : 60 = 6.

Wreszcie sieci kwadratowej jest właściwa oś przysta-

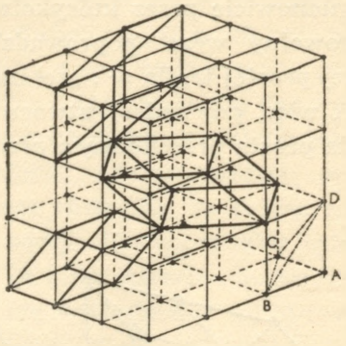
wania czterokrotnego, bo kąt najmniejszego obrotu do jej przekształcenia symetrycznego jest $90^0$, a $360 : 90 = 4$.

A więc *symetryczność sieci płaskich dopuszcza tylko osi przystawania dwukrotnego, trzykrotnego, czterokrotnego i sześciokrotnego.* Wszystek świat kryształów nie zna innych osi przystawania. Cała geometrja wszystkich setek tysięcy kryształów i wszystkie ich własności fizyczne, to jest rozmieszczenie w nich wektorów równych, są zgodne tylko z osiami przystawania dwukrotnego, trzykrotnego, czterokrotnego lub sześciokrotnego. Jeżeli jakiś kryształ przystaje sam do siebie po jakimś obrocie około jakiejś prostej, to kątem tego obrotu jest tylko jeden z wymienionych wyżej: $180^0$, $120^0$, $90^0$ lub $60^0$ oraz ich wielokrotności całkowite. Jakiekolwiek inne kąty przystania, jakieś osi przystawania innego niż dwu-, trzy-, cztero- lub sześciokrotnego, światu kryształów obce są jaknajzupełniej i sprzeczne z jego ustrojem. Zgodność symetrji sieci z symetrycznością kryształów jest również jednym więcej dowodem, że ustrój ciała krystalicznego jest sieciowy.

§ 27. *Sieci przestrzenne.* Weźmy dowolną sieć płaską i dodajmy do niej dowolną translację która nie leżałaby na sieci płaskiej, to jest która tworzyłaby z nią jakiś kąt większy od zera. Otrzymamy sieć przestrzenną rys. 75. Ponieważ sieć płaską daje węzeł i dwie translacje, więc innemi słowy, węzeł i trzy translacje, nie leżące na jednej płaszczyźnie, tworzą sieć przestrzenną. Jeżeli te trzy translacje są nierówne i tworzą pomiędzy sobą trzy kąty nierówne, z których przytem żaden nie jest równy ani $90^0$ ani $60^0$, to otrzymujemy ogólny przypadek sieci przestrzennej, zwany siecią *trójskośną,* bo każde jej trzy translacje nie

leżące na jednej płaszczyźnie są nierówne i zawierają kąty nierówne.

Każde najbliższe sobie cztery węzły *A*, *B*, *C*, *D*, rys. 75 nie leżące na jednej płaszczyźnie, tworzą czworościan, którego trzy dowolne krawędzi zbiegające się w jednym węźle tworzą, a więc wyznaczają, czyli charakteryzują jednoznacznie i wyczerpująco sieć przestrzenną. To znaczy, że którąkolwiek taką trójkę użylibyśmy na translacje, w każdym przypadku otrzymamy tę samą sieć przestrzenną. Jeżeli z tych trzech translacyj jak z krawędzi zbudujemy równoległościan, to jest on równoległościanem tworzącym tej sieci. Otrzymamy ją równoległem powtarzaniem tego równoległościanu dowolną liczbę razy w trzech kierunkach. Równoległościan tworzący możemy obierać rozmaicie. W sieci trójskośnej każdy jej równoległościan tworzący jest trójskośny.

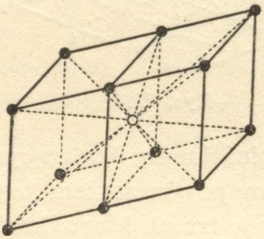


Rys. 75.

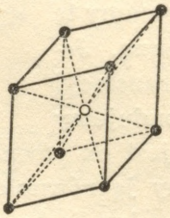
Każdy odstęp pomiędzy dwoma dowolnymi węzłami sieci przestrzennej jest jej translacją, bo przesunięta na jego długość przystaje sama do siebie.

Jedynym elementem symetryczności właściwym sieci trójskośnej jest tak zwany środek równości odwróconej. Jest nim każdy spodek osi przystawania dwukrotnego każdej sieci płaskiej osobno wziętej. Każda bowiem sieć przestrzenna jest zbiorem sieci płaskich, bo każda płaszczyzna poprowadzona w niej przez trzy dowolne węzły nie leżące na jednej prostej jest siecią płaską. A więc każdy węzeł

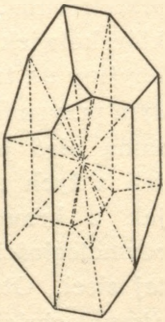
sieci przestrzennej (rys. 23 str. 72), oraz środek każdej ściany (rys. 76) każdego równoległościanu tworzącego a także środek przekątnej każdego równoległościanu (rys. 77) jest środkiem równości odwróconej sieci przestrzennej. Jeżeli mianowicie przez którykolwiek z tych punktów i przez dowolny węzeł poprowadzimy prostą, to zwrot odjemny tej prostej trafia w węzeł na tej samej odległości od środka. A więc, gdy ustrój utworu jest takowy (rys. 78), że każda prosta przechodząca przez jego środek obu swemi zwro-



Rys. 76.



Rys. 77.



Rys. 78.

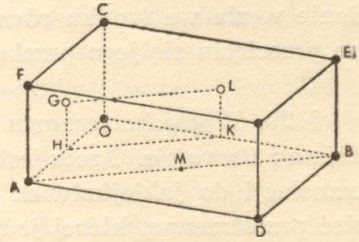
tami przecina go w punktach homologicznych o równej odległości od środka, to środek ten jest środkiem równości odwróconej utworu. Każdej sieci przestrzennej jest właściwy środek równości odwróconej, a środkiem tym jest każdy jej węzeł, i środek każdej translacji, więc w szczególności, środek każdej ściany równoległościanu i środek samego równoległościanu tworzącego. W przypadku ogólnym, to jest w sieci trójskośnej, środek równości odwróconej jest jedynym elementem symetryczności.

§ 28. *Centrowanie sieci przestrzennych.* Z opisu sieci linjowej i sieci płaskich wiemy, że każdy punkt symetrycz-

ności (spodek osi przystawania) możemy zamienić na węzeł. Zamiana taka, zwana centrowaniem, jak wiadomo, przemienia sieć równoramienną i prostokątną jedna w drugą. Poczucie analogji poddaje nam twierdzenie, że to samo ściąga się do sieci przestrzennej. Gdy któryś z punktów, nie będących węzłem sieci, a będących jej środkiem równości odwróconej, zamienimy na węzeł, to sieć siecią pozostaje. W jednych przypadkach od tego staje się ona tylko gęstsza, w innych rodzaj jej ulega zmianie, podobnie jak to widzieliśmy w sieciach płaskich. Ale w sieciach przestrzennych jest to sprawa nieco złożeńsza, bo mając równoległościan, możemy dodać węzły albo na środku jednej pary ścian równoległych, albo na kilku parach albo we środku. Musimy więc rozpatrzeć się dokładnie w tej sprawie.

Centrowanie jednej pary ścian równoległościanu tworzącego nie nastręcza uwag. Nazywamy je centrowaniem jednozewnętrznem.

Spróbujmy dodać węzły na środkach dwu nierównoległych ścian równoległościanu. Niechaj będą to węzły *G* i *L* rys. 79. Przez te dwa dodane węzły poprowadźmy proste *GH* i *LK* równoległe do *OC*, a także proste *GL* i *HK* oraz *AB*. Oczywista, że jeżeli *G* jest środkiem równoległoboku *OAFC*, a *L* jest środkiem równoległoboku *OBEC*, to punkty te są przecięciem się przekątnych tych wieloboków. W takim razie odcinki *GH* i *KL* są równe oraz są równe odcinki *GL* i *HK*, a ponadto proste *GL*, *HK* i *AB* są równoległe. Z tej samej ponadto przyczyny odcinek *OH* jest połową odcinka



Rys. 79.

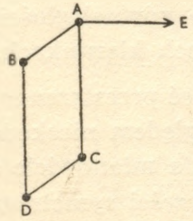
*OA* i odcinek *OK* jest połową odcinka *OB*. W takim razie odcinek *HK* jest połową odcinka *AB*, bo trójkąty *OHK* i *OAB* są podobne, gdyż ich kąt *AOB* jest spólny i jego boki są spólne. Jeżeli więc dwa boki trójkąta małego *OHK* są połowami dwu boków trójkąta dużego *OAB* to i trzeci bok trójkąta małego *HK* jest połową trzeciego boku trójkąta dużego *AB*.

Dodaliśmy do sieci dwa węzły *G* i *L*. Odcinek *GL*, jako odcinek prostej, łączącej dwa węzły, jest translacją sieci przestrzennej, to jest po przesunięciu sieci przestrzennej wzdłuż *GL* tak aby węzeł *G* przybrał położenie węzła *L*, cała sieć przestrzenna ma przekształcić się sama w siebie. Ale po tem przesunięciu węzeł *A* znajdzie się w punkcie *M*. Jeżeli w punkcie *M* nie byłoby węzła, to przystanie sieci do samej siebie nie zaszłoby. Na to więc, aby sieć przystała sama do siebie po przesunięciu *GL*, należy dodać węzeł w punkcie *M*. Stąd wynika, że dodanie węzłów na dwu ścianach równoległościanu pociąga za sobą konieczność dodania węzła na ścianie trzeciej. A więc centrowanie sieci przestrzennej jest albo jednozewnętrzne albo trójzewnętrzne. Oprócz tego jest centrowanie wewnętrzne, to jest dodanie węzła we środku równoległościanu tworzącego czyli na przecięciu się jego przekątnych.

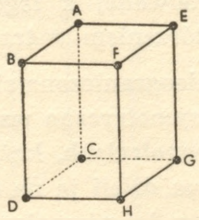
§ 29. *Wywód czternastu sieci przestrzennych Frankenheima i Bravais'a.* Rzecz jest oczywista, że dodanie ukośnej translacji do jakiejkolwiek sieci płaskiej daje trójskośną sieć przestrzenną, której jedynym elementem symetrji jest środek równości odwróconej.

Ale również jest oczywista, że gdy sieć przestrzenna przystaje sama do siebie, to przekształcają się same w siebie wszystkie jej sieci płaskie. Lecz każda sieć płaska

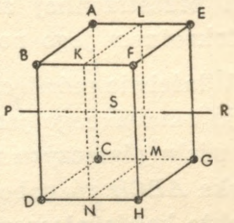
przekształca się sama w siebie obrotem około prostej do niej *prostopadłej*. Jeżeli więc istnieje jakaś sieć przestrzenna, przekształcająca się sama w siebie obrotem około jakiejś prostej, to sieć ta jest zbiorem sieci płaskich prostopadłych do owej prostej. A zatem, chcąc otrzymać wszystkie sieci przestrzenne, do każdego rodzaju sieci płaskiej należy dodać translację do niej *prostopadłą*, a potem otrzymaną sieć przestrzenną centrować jednozewnętrznie, trójzewnętrznie i wewnętrznie, za każdym razem badając, czy centrowanie zmienia czy nie zmienia charakterystycznego czworościanu sieci, to jest jej rodzaju.




Rys. 80.




Rys. 81.




Rys. 82.

Ponieważ każda sieć przestrzenna jest równoległem powtórzeniem wielokrotnem jednego równoległościanu tworzącego, to jest jej komórki ustrojowej czyli „oczka", to wystarczy, gdy weźmiemy charakterystyczny równoległobok sieci płaskiej i dodawszy doń prostopadłą mu translację zbudujemy równoległościan czyli „oczko".

A więc weźmy nasamprzód równoległobok sieci płaskiej różnobocznej *ABCD* rys. 80 i dodajmy doń translację prostopadłą *AE*. Zachowując zwyczaje, obowiązujące w krystalografji opisowej, równoległobok sieci płaskiej wyobraźmy sobie ustawionym przed nami zgodnie z płaszczyzną dzielącą nasze ciało na części symetryczne, prawą i lewą.

Wtedy translacja dodana ciągnie się przed nami ze strony lewej na prawą. Posunąwszy więc równoległobok *ABCD* wzdłuż odcinka doń prostopadłego *AE* otrzymujemy równoległościan rys. 81. Jego ściany boczne są równoległobokami ukośnymi, bo to są równoległoboki sieci różnobocznej. Ale ściana przednia i tylna, oraz górna i dolna są to prostokąty. Z rys. 82 widzimy, że ten równoległościan przystaje sam do siebie po obrocie około prostej *PR* o 180°. Zarazem widzimy, że płaszczyzna *KLMN* dzieli go na dwie części symetryczne. Część prawa jest symetryczna części lewej. Te dwa elementy symetryczne są właściwe sieci przestrzennej zbudowanej z tego równoległościanu wielokrotnem jego powtórzeniem w trzech kierunkach.

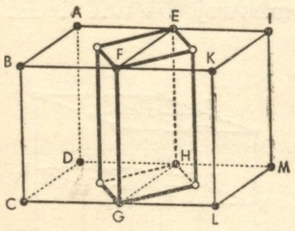
Właściwie mówiąc, nieograniczona sieć przestrzenna rodzaju omawianego jest symetryczna względem nieskończenie wielu płaszczyzn równoległych, każda mianowicie sieć płaska *ABCD* różnoboczna dzieli ją na części symetryczne, a także każda płaszczyzna jej równoległa połowiąca każdą translację *AE*. To samo ściąga się do osi przystawania dwukrotnego. Oprócz każdej prostej homologicznej do *PR* w sieci omawianej osią przystawania dwukrotnego jest każda translacja *AE*. Nie poruszaliśmy tego jednak wyżej, nasamprzód bo mieliśmy na myśli nie wszystką sieć przestrzenną, ale tylko jeden jej równoległościan tworzący, a powtóre dlatego, że w sieci przestrzennej elementy równoległe są homologiczne.

Równoległościan opisany przed chwilą nazywamy jednoskośnym, a jego sieci przestrzennej dajemy nazwę sieci *jednoskośnej dwuścianowej*, bo jej „oczko" czyli omówiony dopiero co równoległościan tworzący możemy mieć za połączenie trzech par ścian, równoległych sobie: przedniej

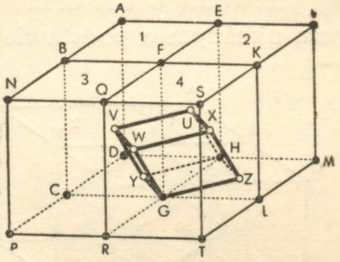
i tylnej, prawej i lewej, górnej i dolnej. Parę ścian równoległych sobie i homologicznych nazywamy dwuścianem.

Centrowanie ukośnokątnej różnobocznej sieci płaskiej *ABCD* rys. 81 nie zmienia jej istoty, a więc jednozewnętrzne centrowanie bocznych sieci równoległościanu rys. 81, 82 nie zmienia charakteru sieci przestrzennej.

Centrowanie jednozewnętrzne jednej ze ścian tego równoległościanu, należących do prostokątnych sieci płaskich, to jest górnej i dolnej, lub przedniej i tylnej, sieć płaską




Rys. 83.



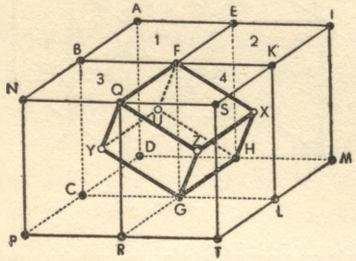

Rys. 84.

prostokątną zamienia na równoramienną, a z omawianej sieci przestrzennej robi sieć, której charakterystycznym równoległościanem tworzącym jest słup skośny o podstawie rombowej, jak to ilustruje rys. 83. Symetryczność tej sieci jest taka sama jak sieci poprzedniej. Płaszczyzna *EFGH* dzieli ją na części symetryczne. Środkowy pion tej płaszczyzny jest osią przystawania dwukrotnego.

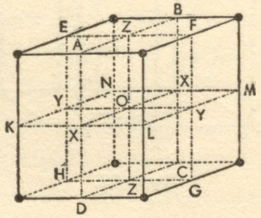
Gdy sieć pierwotną poddamy centrowaniu trójzewnętrznemu i wewnętrznemu, to w każdym z obu tych przypadków otrzymamy sieć *jednoskośną słupową*.

W celu przekonania się o tem weźmy cztery do siebie przylegające równoległościany tworzące dwuścianowej sieci jednoskośnej rys. 84 i nazwijmy równoległościan

*ABCDEFGH* pierwszym, *EFGHIKLM* drugim, *BNPCFQRG* trzecim, *FQRGKSTL* czwartym. Centrujmy je trójzewnętrznie, to jest dodajmy węzły na środku każdej ich ściany. Aby nie zagmatwać rysunku miejmy na względzie tylko węzły sobie najbliższe. A więc węzeł *W* dodany na środku ściany *FQRG* z dawnym węzłem *G* tworzy nową translację *GW*. Węzły *Y* i *Z* dodane na środkach ścian *CDHG* i *HGLM* wyznaczają dwie równe i symetryczne translacje *GY* i *GZ*. Widzimy więc, że równoległościan, którego narożami są węzły pierwotne *G* i *H* oraz dodane *U, V, W, X, Y, Z,* jest słupem ukośnym o podstawie rombowej *UVWX* i *HYGZ*.




Rys. 85.




Rys. 86.

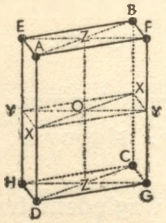
Płaszczyzna przechodząca przez translacje *GW* i *HU* dzieli go na dwie części symetryczne. Translacje *GY* i *GZ* są równe, bo są to połowy przekątnych w prostokątach *DCGH* i *HGLM*. Translacja *UW* leży na płaszczyźnie dzielącej równoległościan tworzący na części symetryczne, bo węzeł *U* jest środkiem równoległoboku *EFGH*, a węzeł *W* leży w środku równoległoboku *FQRG*. Węzeł *X* jest środkiem prostokąta *KFGL*, a węzeł *V* to środek prostokąta *BCGF*.

Taki sam równoległościan tworzący powstaje od wewnętrznego centrowania jednoskośnej sieci dwuścianowej. Węzeł dodany *U* jest środkiem równoległościanu pierwsze-

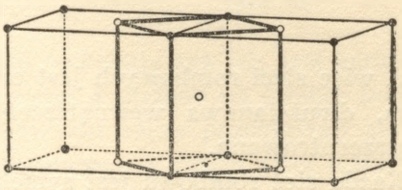
go rys. 85, węzeł *X* jest środkiem drugiego, węzeł *Y* trzeciego, węzeł dodany *Z* leży w środku równoległościanu czwartego. Translacje sieci pierwotnej *FQ* i *HG* leżą na płaszczyźnie dzielącej na części symetryczne równoległościan *FUHXQYGZ*. Translacje *FU, HU, FX, HX, QY, QZ, GY, GZ* są równe jako połowy przekątnych równoległościanu pierwotnego. A więc równoległościan nowy *FUHXQYGZ* jest słupem ukośnym o podstawie rombowej *FUHX* i *QYGZ*.

A zatem sieci jednoskośne są dwie: dwuścianowa i słupowa.

Dalej będziemy postępowali tak samo, to jest do każdej z pozostałych sieci płaskich dodamy translację prostopadłą. Hołdując jednak zwyczajom krystalografów opisowych, sieci płaskie będziemy kładli poziomo, a więc owej translacji do nich dodawanej będziemy nadawali kierunek pionowy.




Rys. 87.



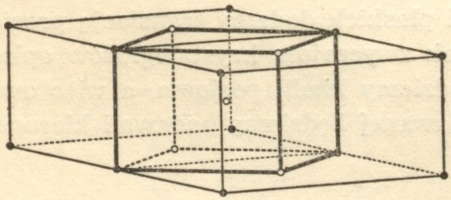
Rys. 88.

Z sieci prostokątnej otrzymujemy sieć przestrzenną, której równoległościanem charakterystycznym jest prostopadłościan rys. 86. Taką sieć przestrzenną będziemy nazywali siecią *rombową dwuścianową*.

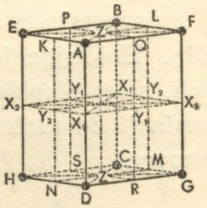
Z sieci równoramiennej powstaje sieć przestrzenna z charakterystycznym równoległościanem tworzącym w postaci rys. 87 słupa prostego o podstawie rombowej. To

jest sieć *rombowa pryzmatyczna* czyli słupowa. Rzecz jasna, że jedną z drugiej otrzymujemy centrowaniem jednozewnętrznem jak to wnosimy z § 25-go i z rysunku 72-go.

Gdy jedną z sieci rombowych centrujemy trójzewnętrznie, to powstaje druga wewnątrzcentrowana. Mianowicie rys. 88 udowadnia, że centrowaniem trójzewnętrznem rombowej sieci dwuścianowej powstaje *wewnątrzcentrowana rombowa sieć słupowa*, a z rysunku 89 widzimy, że centrowanie trójzewnętrzne zamienia sieć pryzmatyczną na *wewnątrzcentrowaną sieć rombową dwuścianową*.



Rys. 89.




Rys. 90.

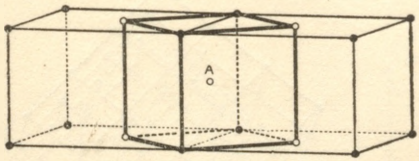
A więc sieci rombowych jest cztery: dwuścianowa, słupowa, dwuścianowa wewnątrzcentrowana, słupowa wewnątrzcentrowana.

Każda sieć rombowa jest symetryczna względem trzech wzajemnie prostopadłych płaszczyzn i względem trzech wzajemnie prostopadłych osi przystawania dwukrotnego, jak to widzimy z rys. 86 i 87.

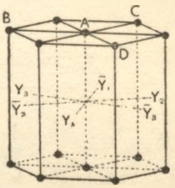
Sieci płaskiej kwadratowej przydawszy prostopadłą translację krótszą lub dłuższą od boku kwadratu, otrzymujemy *tetragonalną* sieć przestrzenną. Charakterystycznym jej równoległościanem tworzącym jest prosty słup kwadratowy rys. 90.

Z § 25-go i z rys. 74-go wiadomo nam, że kwadratowa

sieć płaska centrowana pozostaje kwadratową. A więc jednozewnętrzne centrowanie sieci tetragonalnej nie zmienia jej istoty, gdy dodamy węzły na środkach kwadratów. Centrowanie natomiast jednej pary ścian bocznych rys. 90 pociąga za sobą centrowanie drugiej pary, bo one są symetrycznie homologiczne, pionowa bowiem linja środkowa, jak również translacja pionowa są to osi przystawania czterokrotnego. A centrowanie dwu par ścian pociąga za sobą centrowanie pary trzeciej. Sieć tetragonalną więc możemy centrować albo jednozewnętrznie, co jej nie zmienia,




Rys. 91.



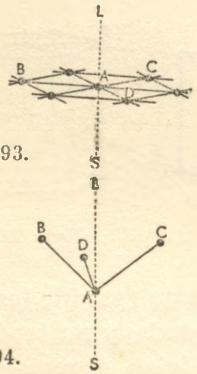

Rys. 92.

albo trójzewnętrznie, co, jak wskazuje rys. 91, jest centrowaniem wewnętrznem, bo węzeł *A* dodany na środku bocznej ściany słupa po centrowaniu ścian pozostałych staje się środkiem słupa tetragonalnego. A zatem sieci tetragonalne są dwie: *niecentrowana* i *wewnątrzcentrowana*.

Sieciom tetragonalnym są właściwe dość liczne elementy symetryczności. Gdy weźmiemy ich charakterystyczny równoległościan, słup kwadratowy prosty rys. 90, to widzimy, że pionowa linja środkowa $Z$ jest jego osią przystawania czterokrotnego, a proste przekątne $X_1$ i $X_2$ oraz zgodne z bokami kwadratu $Y_1$ i $Y_2$ są to osi przystawania dwukrotnego. Ponadto zarówno płaszczyzna pozioma $XY$ jak płaszczyzny pionowe *ABCD, EFGH, PQRS* i *KLMN*

dzielą słup tetragonalny, a więc i sieć, na części symetryczne.

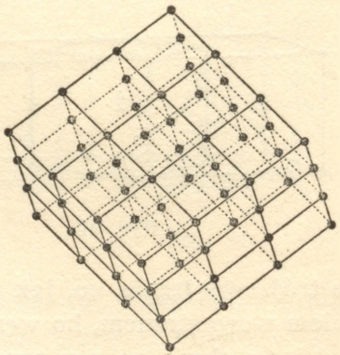
Dodawszy translację prostopadłą do sieci równobocznej otrzymujemy *hehsagonalną* sieć przestrzenną, której równoległościanem charakterystycznym jest słup sześcioboczny prosty, złożony z sześciu słupów trójściennych rys. 92. Tu oczywiście wszelkie centrowania nie zmieniają istoty sieci, co jasno wynika z rys. 73-go. Wobec homologji ścian bocznych w słupach trójściennych centrowanie ich ścian dałoby poziome sieci płaskie równoboczne, a więc znów




Rys. 93.




Rys. 94.

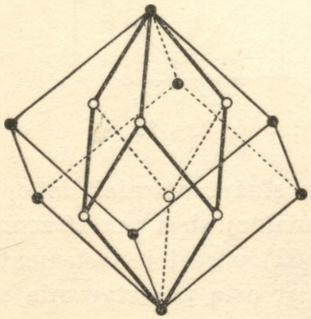


Rys. 95.

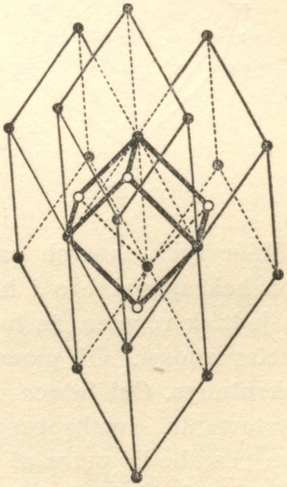
powstałaby sieć heksagonalna, tylko gęstsza, o mniejszych translacjach.

Pomnijmy wszakże, iż istnieje oś przystawania trzykrotnego. Jeżeli położymy na płaszczyznie węzeł *A* rys. 93 i translację *AB* oraz przez węzeł *A* poprowadzimy oś przystawania trzykrotnego *LS*, to oś ta spowoduje powtórzenie się translacji *AB* co 120°, a więc istnienie translacji *AC* i *AD*. Z tego powstanie sieć płaska równoboczna i oś stanie się osią przystawania sześciokrotnego. Ale załóżmy węzeł

*A* rys. 94, poprowadźmy przezeń prostą *LS*, która niech będzie osią przystawania trzykrotnego i dodajmy do węzła translację *AB* ukośną, to jest nieprostopadłą do osi przystawania. Obrót o 120° w prawo i w lewo translację *AB* przekształca w translacje *AC* i *AD*. Węzeł i trzy nieleżące na jednej płaszczyznie translacje powodują sieć przestrzenną. Ponieważ te trzy translacje są równe i symetryczne, więc tworzą one sieć *romboedryczną* rys. 95, której równoległościanem tworzącym jest romboedr.



Rys. 96.

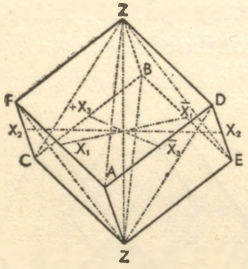


Rys. 97.

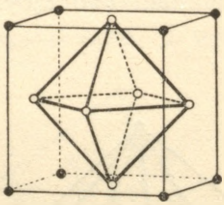
Ponieważ wszystkie ściany romboedru są homologiczne, więc centrowanie jednozewnętrzne nie istnieje, bo od symetryczności staje się ono trójzewnętrznem. Jak unaocznia rys. 96 centrowanie to nie zmienia sieci romboedrycznej w inną, lecz tylko czyni ją gęstszą. To samo jest z centrowaniem wewnętrznem, jak tego dowodem jest rys. 97:

sieć romboedryczna wewnątrzcentrowana pozostaje siecią romboedryczną.

Oprócz osi przystawania trzykrotnego $Z$ rys. 98, romboedrowi są właściwe jeszcze trzy osi przystawania dwukrotnego $X_1, X_2, X_3$. Trzy płaszczyzny $ZAZB$, $ZCZD$, $ZEZF$, połowiące kąty pomiędzy temi osiami, dzielą romboedr na części symetryczne.




Rys. 98.

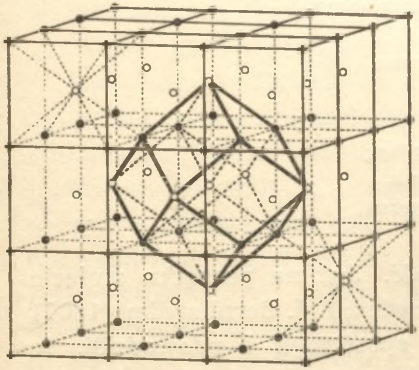


Rys. 99.

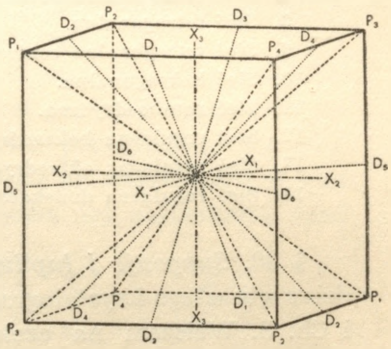
Zbiór tych samych osi może służyć również do opisu słupa heksagonalnego i heksagonalnej sieci przestrzennej, z tą jednak różnicą, że tu (rys. 92) więcej jest elementów symetryczności. Oś pionowa jest osią przystawania sześciokrotnego. Osi leżące pomiędzy osiami $Y$ też są osiami przystawania dwukrotnego. Każda ponadto płaszczyzna, która przechodzi przez oś pionową i przez jedną z osi $Y$ lub z translacyj $AB$, $AC$, $AD$, dzieli słup heksagonalny na części symetryczne.

Wreszcie pozostaje nam jeszcze jedna ostatnia możliwość: do sieci kwadratowej przydanie translacji prostopadłej i równej bokowi kwadratu sieci płaskiej. Powstaje sieć przestrzenna o sześcianie umiarowym jako o charakterystycznym równoległościanie tworzącym. Jej centrowanie jednozewnetrzne, podobnie jak sieci romboedrycznej, sta-

je się trójzewnętrznem, wobec tego że wszystkie sześć ścian sześcianu są symetrycznie homologiczne. Węzły dodane leżą na wierzchołkach ośmiościanu umiarowego, czyli oktaedru rys. 99. Centrowanie wewnętrzne prowadzi do sieci, której węzły są wierzchołkami dwunastościanu rombowego rys. 100 zwanego z grecka dodekaedrem *. Te trzy sieci nazywamy sieciami regularnemi. Niecentrowana nosi nazwę *heksaedrycznej* **, trójzewnątrzcentrowana jest to regularna *oktaedryczna* ***, wewnątrzcentrowana *dodekaedryczna*.



Rys. 100.




Rys. 101.

Symetryczność trzech sieci regularnych jest symetrycznością sześcianu umiarowego rys. 101: trzy osi $X_1$, $X_2$, $X_3$ są to osi przystawania czterokrotnego, cztery osi $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ przystawania trzykrotnego i sześć osi $D_1$, $D_2$, $D_3$, $D_4$, $D_5$, $D_6$ przystawania dwukrotnego. Ponadto na części symetryczne sześcian dzieli się dziewięcioma płaszczyzna-

* Z greckiego: „dodeka" — dwanaście.
** Z greckiego: „heks" — sześć.
*** Z greckiego: „okto" — ośm.

mi: trzema przechodzącemi przez pary osi $X$ i $D$, oraz sześcioma przylegającemi do jednej z osi $X$ i do jednej z par osi $P$.

Udowodniliśmy istnienie czternastu sieci przestrzennych Frankenheima i Bravais'a. Oto spis tych sieci.

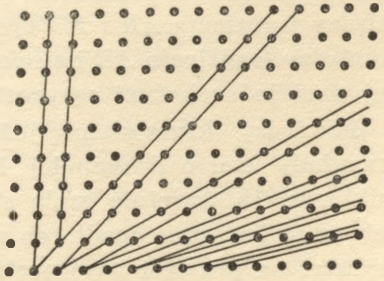
1. Sieć trójskośna.
2. Sieć jednoskośna dwuścianowa.
3. Sieć jednoskośna słupowa.
4. Sieć rombowa dwuścianowa.
5. Sieć rombowa słupowa.
6. Sieć rombowa dwuścianowa centrowana.
7. Sieć rombowa słupowa centrowana.
8. Sieć tetragonalna.
9. Sieć tetragonalna centrowana.
10. Sieć heksagonalna.
11. Sieć romboedryczna.
12. Sieć regularna heksaedryczna.
13. Sieć regularna oktaedryczna.
14. Sieć regularna dodekaedryczna.

§ 30. *Syngonje i łupliwość.* Już na początku stulecia dziewiętnastego krystalografowie z I. J. Bernhardim (1807) i Ch. S. Weissem na czele spostrzegli i udowodnili, że wszystkie kryształy dzielą się na sześć wielkich zbiorów, które dziś syngonjami * zowiemy. Wszystkie kryształy jednego zbioru możemy opisywać z pomocą jednakowego układu osi, przeprowadzanych przez jego środek równolegle do krawędzi lub zgodnie z jego elementami symetryczności. Spółczesne nazwy tych syngonij są następujące: trójskośna, jednoskośna, rombowa, tetragonalna, heksagonalna i regularna. Są to te same nazwy, jakie przyporządkowaliśmy sieciom przestrzennym.

* Z greckiego: „syn" — razem; „gony" — kąt.

Którekolwiek weźmiemy trzy krawędzi każdego kryształu trójskośnego, nieleżące na jednej płaszczyznie, zawsze one tworzą trzy kąty nierówne i nigdy pomiędzy tymi kątami niema kąta prostego. A więc każdy kryształ trójskośny możemy opisywać tylko z pomocą trzech osi tworzących kąty nierówne. Najogólniejszą przeto i zarazem najprostszą postacią, do której teoretycznie moglibyśmy sprowadzić postać każdego kryształu trójskośnego, jest równoległościan o kątach nierównych. Takim właśnie równoległościanem jest każdy równoległościan tworzący w trójskośnej sieci przestrzennej. Z tego więc względu twierdzimy, że taki właśnie równoległościan jest jednostką ustrojową, „oczkiem" sieci kryształu trójskośnego.

Zwróćmy dalej uwagę na to, iż jeżeli w sieci przestrzennej jedna serja równoległych sieci płaskich szczególnie gęsto jest usadzona atomami, to ich przyciąganie się wzajemne prawie całkowicie zużywa się na płaszczyznie, a więc pomiędzy płaszczyzną oraz dwiema jej sąsiadkami (nad nią i pod nią) przyciąganie jest niewielkie. W takim razie zgodnie z tą serją sieci płaskich zachodzi łupliwość kryształu. Łatwo ponadto dostrzegamy, że największe odstępy są pomiędzy najgęstszemi sieciami płaskiemi, tak samo jak w sieciach płaskich największe odstępy są pomiędzy rzędami najgęstszemi. Na rys. 102 nakreślono różne rzędy sieci płaskiej, czem uwidoczniono, że im odstępy pomiędzy węzłami są większe, tem mniejsze są odstępy pomiędzy rzę-



Rys. 102.

dami. A więc i spójność jest najmniejsza pomiędzy najgęstszemi sieciami płaskiemi. Jeżeli na „oczko" sieci obieramy równoległościan, którego naroża są węzłami najbliżej siebie leżącemi, to ściany „oczka" prowdopodobnie są płaszczyznami łupliwości. Ponieważ w sieci trójskośnej homologiczne sieci płaskie są tylko w serjach równoległych, więc żadna para ścian oczka nie jest homologiczna którejkolwiek parze innej. Gdy więc łupliwość zachodzi zgodnie z jedną jakąś parą ścian oczka, to niezachodzi zgodnie z innemi parami. Tak jest w istocie. Łupliwość każdego kryształu trójskośnego zachodzi tylko w jednym kierunku. Jeżeli zdarza się jeszcze w jakimś drugim, to jest ona wybitnie inna: gdy w jednym doskonała, to w drugim zaledwie wyraźna.

Przez środek każdego kryształu jednoskośnego równolegle do jego krawędzi zawsze możemy przeprowadzić trzy osi tak, że dwie z nich tworzą kąt nierówny prostemu, ale obie one są prostopadłe do trzeciej. Ten sam stosunek zachodzi pomiędzy translacjami sieci jednoskośnych. Kąt pomiędzy translacją *AB* i *BD* rys. 80 jest dowolny, kąty zaś pomiędzy translacją *AE* i sieciami płaskiemi *ABCD* w każdej sieci jednoskośnej są proste.

Pomiędzy kryształami jednoskośnymi znamy liczne przykłady ciał o doskonałej łupliwości. Łyszczyki, czyli miki rys. 15 świetnie łupią się równolegle do ściany *C*. Ściana ta jest prostopadła do płaszczyzny *ABDE* dzielącej kryształ na prawą i lewą część symetryczną. Kryształom selenitu rys. 14 jest właściwa jaknajdoskonalsza łupliwość zgodna ze ścianą *B*, a więc równolegle do płaszczyzny *DEF* dzielącej kryształ na dwie połowy symetryczne. Taka łupliwość odpowiada oczku jednoskośnej sieci dwuścianowej.

W amfibolach jednoskośnych rys. 12 widzimy dwa kierunki łupliwości jednakowej. Ten układ płaszczyzn łupliwości daje znać, że amfibolom jest właściwa jednoskośna sieć słupowa rys. 83.

I kształt kryształów rombowych i ułożenie ich własności fizycznych zawsze dopuszcza przeprowadzenie przez ich środek trzech osi nierównych lecz wzajemnie prostopadłych. Kryształy aragonitu rys. 55 są przykładem syngonji rombowej. Moglibyśmy przytoczyć liczne przykłady ciał rombowych o łupliwości zgodnej z oczkami wyprowadzonych wyżej rombowych sieci przestrzennych.

Kryształom tetragonalnym właściwe są dwie osi prostopadłe i równe, leżące na płaszczyznie poziomej i trzecia pionowa prostopadła do nich ale im nierówna. Cyrkon rys. 38 jest przykładem ciała krystalizującego się tetragonalnie.

Heksagonalne i romboedryczne kryształy dopuszczają układ osiowy składający się z trzech równych osi poziomych, leżących na jednej płaszczyznie co $60^0$ i z czwartej do nich prostopadłej im nierównej.

Kryształom syngonji heksagonalnej najczęściej jest właściwa łupliwość zgodna ze ścianą podstawową, to jest prostopadłą do osi przystawania sześciokrotnego lub trzykrotnego. Usprawiedliwia się to siecią heksagonalną. Drugi rodzaj łupliwości kryształów syngonji heksagonalnej to łupliwość zachodząca w trzech kierunkach, zgodnych ze ścianami romboedru, a więc według sieci romboedrycznej. Znamy ją w kryształach kalcytu.

Wreszcie w kryształach syngonji regularnej możemy przeprowadzić przez ich środek trzy osi równe, wzajemnie prostopadłe. Liczne kryształy tej syngonji, jak naprzykład halit NaCl lub galenit PbS, łupią się w trzech kierunkach zgodnych ze ścianami sześcianu. Odpowiada to heksa-

edrycznej sieci przestrzennej. Innych kryształów syngonji regularnej, naprzykład fluorytu (rodzimego fluorku wapniowego $CaF_2$) łupliwość zachodzi w czterech kierunkach, równolegle do ścian ośmiościanu umiarowego, a więc tak jak moglibyśmy przewidywać z sieci oktaedrycznej. A w syngonji regularnej ponadto są jeszcze kryształy takie jak sfaleryt (rodzimy siarczek cynku ZnS), którym jest właściwe łupanie się w sześciu kierunkach, zgodnych ze ścianami dwunastościanu rombowego, co odpowiada sieci dodekaedrycznej.

Innych rodzajów łupliwości w kryształkach nie znamy.

I syngonje i możliwe kierunki łupliwości wysnuliśmy z sieci przestrzennych. Znów więc mamy dowód łączności istotnej pomiędzy materjalnym ustrojem kryształów i geometryczną istotą sieci przestrzennej jako wysnutego z wyobraźni odwzorowania jednorodności i anizotropji ciał krystalicznych.

§ 31. *Przekształcenia bez punktu niezmiennego.* Wyżej w § 19-stym doszliśmy do przekonania, że ustrój kryształów, ich jednorodność i przyrost równoległościenny, czyli niezmienność kątów możemy wytłumaczyć istnieniem jakiejś jednostki ustrojowej, której równoległem powtórzeniem wielokrotnem każdy kryształ powstaje. W czternastu sieciach przestrzennych Frankenheima i Bravais'a poznaliśmy właśnie kształty owych elementarnych jednostek ustrojowych. Są to „oczka" sieci przestrzennych. Jednak punkty homologiczne sieci przestrzennej odpowiadają atomom jednego pierwiastka. Kryształy natomiast, przeważnie ciała złożone, zawierają atomy pierwiastków kilku, które są zespolone w sposób właściwy każdej substancji i każdemu ustrojowi krystalicznemu. Ustrój ten jest jednakowy

w każdym ucząstku kryształu, a więc jest on, widoczna, przyporządkowany każdemu oczku sieci. Już o tem wyżej nadmienialiśmy w § 19-stym twierdząc, że każdemu oczku sieci przestrzennej nietylko pewien kształt ale i pewien ustrój jest właściwy. Dotychczas poznaliśmy tylko *kształty* oczek sieci przestrzennych. Teraz pomyślmy o ich *ustroju*.

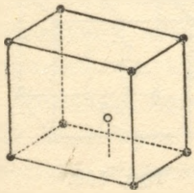
Każdemu rodzajowi sieci przestrzennych, które poznaliśmy, jest właściwy zespół pewnych przekształceń symetrycznych. Sieci regularne, naprzykład, przekształcają się same w siebie różnymi obrotami około trzynastu osi przystawania, oraz odzwierciadleniami w dziewięciu płaszczyznach rys. 101; sieć romboedryczna rys. 98 jest symetryczna tylko względem trzech płaszczyzn i czterech osi i t. p. Te elementy symetryczności oraz przekształcenia im przyporządkowane są te same w jednem oczku co i w całej sieci. Gdy zwrócimy uwagę na nie w którymkolwiek równoległościanie tworzącym, to widzimy, że wszystkie one przecinają się we środku tego równoległościanu. A gdy wykonywamy przekształcenia symetryczne, tymi elementami symetryczności uwarunkowane, to dostrzegamy, że środek, punkt przecięcia się elementów symetryczności, nie ma udziału w przekształceniach, nie przemieszcza się, pozostaje ciągle na jednem miejscu. Są to więc przekształcenia o jednym punkcie niezmiennym. Każdy symetryczny utwór skończony, a więc wielościan, zbiór wektorów wychodzących z jednego punktu, oczko sieci i t. p., podlega tylko takim przekształceniom, bo po każdem przekształceniu przybiera on położenie homologiczne temu, które zajmował przed przekształceniem. Każde, innemi słowy, przekształcenie symetryczne jest doprowadzeniem utworu do położenia zgodnego z położeniem pierwotnem, a więc punkt środkowy we wszystkich przekształceniach symetrycznych utworów

ograniczonych, skończonych, nie zmienia miejsca, jest niezmienny, w przekształceniach nie bierze udziału.

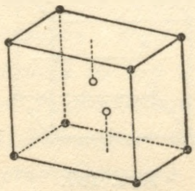
Ale sieci przestrzenne są nieskończone, nieograniczone. Wyobrażamy je sobie jako utwory ciągnące się dowolnie daleko w każdym kierunku. Wobec tego przekształcają się one same w siebie przekształceniami, w których biorą udział *wszystkie* ich punkty homologiczne. Każda translacja jest takiem przekształceniem. Gdy w sieci przestrzennej połączymy dwa dowolne jej węzły odcinkiem prostej i przesuniemy sieć na długość tego odcinka, to wszystka ona przekształca się sama w siebie, bo jako utwór nieograniczony, po przekształceniu pozostaje nieograniczona przed i po translacji, przybrawszy to samo położenie. Translacja jest to przemieszczenie *niesymetryczne*. Ale jeżeli sieć przestrzenna, jako utwór nieograniczony, przekształca się w siebie samą przemieszczeniami bez zachowania punktu niezmiennego, to dopuszcza ona również *symetryczne* przekształcenia, w których biorą udział wszystkie jej węzły. Rzecz jasna, że takie przekształcenia są to znane nam już przekształcenia płaszczyzną lub osią przystawania połączone z translacją. Wyobraźmy sobie naprzykład jakąś sieć przestrzenną, której oś przystawania trzykrotnego jest właściwa. Obróćmy ją o $120^0$ i przesuńmy na długość jednej trzeciej odstępu pomiędzy dwoma najbliższymi sobie węzłami leżącymi na osi przystawania, poczem wplećmy owo przekształcenie tak otrzymane w sieć pierwotną. Następnie obróćmy sieć pierwotną o $240^0$ około tej samej osi, posuńmy ją na długość dwu trzecich translacji poprzednio wymienionej i również wplećmy to przekształcenie w sieć pierwotną. Tym sposobem powstanie sieć potrójna w porównaniu z siecią pierwotną, której oczka nietylko składają się z węzłów w narożach ale wewnątrz zawierają w sobie

węzły ułożone w pewien sposób symetryczny, a więc są oczkami o pewnym u s t r o j u. Tak samo odbicie płaszczyzną złączone z translacją też prowadzi do odpowiednich przekształceń, a co za tem idzie do rozmaitych ustrojów oczka sieci.

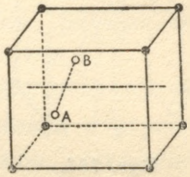
Sieci trójskośnej jest właściwy jedyny element symetryczności, mianowicie środek równości odwróconej. Ale sieć tę możemy pozbawić tego elementu, dodawszy węzeł w dowolnem miejscu równoległościanu tworzącego, byle nie we środku, rys. 103. Gdy połączymy ten węzeł linją



Rys. 103.



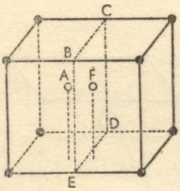
Rys. 104.



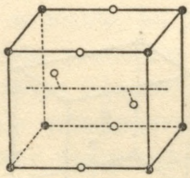

Rys. 105.

prostą ze środkiem i na tej samej odległości od środka po drugiej stronie dodamy węzeł, będziemy mieli sieć trójskośną ze środkiem równości odwróconej, rys. 104. Mamy więc tu przykład dwu sieci trójskośnych o tym samym kształcie oczka ale o dwu odmiennych ustrojach. W oczku trójskośnem możemy umieścić niesymetrycznie nietylko jeden ale dowolną liczbę punktów, oraz każdemu z nich przyporządkować punkt homologiczny, leżący z nim na jednej prostej w tej samej odległości po drugiej stronie środka. A zatem w jednych kryształach trójskośnych atomy leżą we wszystkich oczkach jednakowo ale w każdem bezładnie, w drugich w każdem oczku układ ich jest zgodny ze środkiem równości odwróconej.

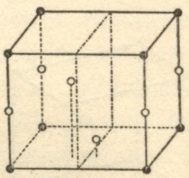
Te sieci, którym jest właściwe kilka elementów symetryczności, przekształcamy każdym elementem zosobna. Weźmy naprzykład jednoskośną sieć dwuścianową, dodajmy do niej węzeł leżący wewnątrz charakterystycznego równoległościanu niesymetrycznie (rys. 105) i przekształćmy ten równoległościan właściwą mu osią przystawania dwukrotnego. Wszystkie węzły pierwotne przekształcą się jedne w drugie. Węzeł dodany *A* przekształci się w *B*. Otrzymamy sieć jednoskośną dwuścianową o takim samym kształcie oczka jak pierwotne, ale o innym ustroju. Jest ona




Rys. 106.



Rys. 107.



Rys. 108.

symetryczna względem osi przystawania dwukrotnego, ale nie spełnia środka równości odwróconej, oraz płaszczyzny prostopadłe do osi przystawania nie dzielą jej na części symetryczne. W celu wyrazistości w rys. 105 nakreślono oś przystawania i węzły dodane połączono prostą.

Zaznaczmy tu, że sieć otrzymana przekształca się symetrycznie bez translacji, a więc z zachowaniem punktu niezmiennego. Widzimy zatem, że sieci, którym są właściwe przekształcenia symetryczne z zachowaniem punktu niezmiennego, jest więcej od czternastu.

Dodajmy węzeł *A* (rys. 106) jak poprzednio i przekształćmy sieć płaszczyzną *BCDE*. Oprócz węzła *A* otrzymamy węzeł *F*, a więc powstanie sieć jednoskośna znów o innym ustroju chociaż o tym samym kształcie oczka. Ta

sieć również przekształca się sama w siebie zachowując środek niezmienny, ale przekształca się tylko płaszczyzną. Oś natomiast i środek nie są jej elementami symetryczności.

Dwa przekształcenia powyższe połączmy obecnie z translacjami. Jeżeli dodamy węzeł wewnątrz oczka leżący niesymetrycznie, to jest nie we środku, poczem sieć obrócimy o $180^0$ około jej osi przystawania dwukrotnego i zarazem przesuniemy o połowę translacji zgodnej z tą osią, to otrzymamy oczko rys. 107. Podobnie możemy postąpić z płaszczyzną, to jest odzwierciedlić w niej węzeł dodany a potem przesunąć sieć o pół translacji równoległej do płaszczyzny odzwierciedlenia. Powstaje sieć jednoskośna dwuścianowa, której ustrój mamy na rys. 108.

Poddając każdą sieć Frankenheima i Bravais'a wszystkim możliwym przekształceniom tego rodzaju z użyciem każdego elementu symetryczności zosobna, otrzymano dwieście trzydzieści rodzajów ustroju sieci przestrzennych i udowodniono, że jest ich tylko dwieście trzydzieści, ani mniej ani więcej. Wywód ich, opis i udowodnienie, że jest ich tylko dwieście trzydzieści, wypełnia tom okazały, przez który może się przedrzeć tylko czytelnik wytrwały, obeznany z geometrją, z teorją liczb i z teorją grup, a nadewszystko czytelnik bardzo ciekawy tej rzeczy. Pominiemy więc tę sprawę milczeniem, zadowolniwszy się tylko przytoczonymi kilku przykładami. Zaznaczymy jednak z naciskiem pewną rzecz nader ważną. Mianowicie, dwieście trzydzieści ustrojów sieci przestrzennej rozpada się na trzydzieści dwa zbiory tem szczególne, że wszystkim ustrojom należącym do jednego z tych zbiorów jest właściwa spólna grupa przekształceń symetrycznych, czyli spólny zespół elementów symetryczności. Tak naprzykład sieciom rys. 81—

85 i rys. 105 jest spólny jeden element symetryczności: oś przystawania dwukrotnego, czyli przekształcenie samej w siebie obrotem o 180°. Te trzydzieści dwa zbiory są to tak zwane przypadki symetryczności krystalograficznej albo *rodzaje krystalograficzne*. Rodzaje te, jak widzimy, są dość nieliczne: liczba 32 nie jest zbyt wielka. Wywód tych rodzajów jest nader prosty i niedługi. Możemy go przeprowadzić, nie wywodząc bynajmniej dwustu trzydziestu rodzajów ustroju sieci przestrzennych. Wynika on tylko z nauki o symetryczności, oraz z tego, że sieciom przestrzennym są właściwe osi przystawania jedynie dwu-, trzy-, cztero- i sześciokrotnego. Kto chce chociażby w przybliżeniu wiedzieć, co to jest świat kryształów, ten musi poznać trzydzieści dwa rodzaje tego świata, a nadewszystko nie może mu być obcy dowód prawdziwości twierdzenia, że tych rodzajów jest tylko trzydzieści dwa i że poza nimi niema ciała stałego.

ROZDZIAŁ IV

## O SYMETRYCZNOŚCI KRYSZTAŁÓW

§ 32. *Prawo kierunków równych.* Istotą sieci przestrzennej jest homologiczność jej równoległych rzędów i sieci płaskich. Ale przekonaliśmy się wyżej, że gdy w budowie sieci przestrzennej używamy kątów 90° lub 60°, to powstają też rzędy i sieci płaskie nierównoległe a jednak homologiczne. Zarazem jednak spostrzegamy, że te nierównoległe lecz homologiczne rzędy i sieci płaskie są symetryczne. To samo zachodzi w kryształach. Zaraz na początku podaliśmy wiadomość o tem, że wszystkie wektorowe własności kryształu są równe w kierunkach równoległych i symetrycznych. A więc, innemi słowy, równe wielkości wektorowe w krysztale znajdujemy nietylko na prostych równoległych, ale także na niektórych prostych nierównoległych; jednakże te nierównoległe proste, na których wszystkie własności wektorowe są równe, nie leżą w krysztale bezładnie, lecz zawsze są ułożone w pewnym porządku, który nazywamy symetrją.

Kierunki nierównoległe, w których *wszystkie* własności wektorowe kryształu są *jednakowe,* nazywamy *równymi.*

Czy badamy własności wektorowe w kryształach, czy snujemy następstwa z ich odwzorowania geometrycznego, jednakowo dochodzimy do twierdzenia, że w każdym

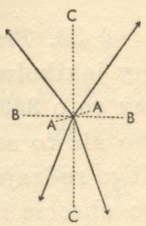
krysztale *kierunki równe są symetryczne*. Wypowiedzenie to nazywamy prawem kierunków równych albo prawem symetryczności kryształów.

Wyżej przytaczaliśmy łupliwość niektórych ciał krystalicznych, a także ich figury wytrawione. Łupliwość halitu jest zgodna ze ścianami sześcianu, a łupliwość w kryształach kalcytu zachodzi równolegle do ścian romboedru. Wiemy ponadto, że inna jest symetryczność sześcianu a inna romboedru. Sześcian możemy podzielić na części symetryczne dziewięcioma płaszczyznami (rys. 101), a romboedr tylko trzema (rys. 98). Sześcian jest symetryczny względem trzech osi przystawania czterokrotnego, czterech trzykrotnego i sześciu dwukrotnego. Romboedrowi natomiast jest właściwa tylko jedna oś przystawania trzykrotnego i trzy osi przystawania dwukrotnego. Podobne różnice widzimy w figurach wytrawionych. Na ścianach ałunu są one trójpromieniste (rys. 17), na ścianach topazu postacią ich jest romb (rys. 19), a na apatycie sześciobok umiarowy (rys. 18). Widzimy przeto, że symetryczność zjawisk wektorowych w kryształach zachodzi w różnej mierze i w różnym rodzaju. Kryształy różnych substancyj, a także kryształy substancji jednej, powstałe w różnych warunkach temperatury ciśnienia i stężenia, jak naprzykład przytaczane wyżej kryształy alfa- i beta-węglanu wapnia, czyli kalcytu i aragonitu, wykazują różny stopień i różny rodzaj symetryczności: różna jest w nich liczba kierunków równych i różny ich wzajemny stosunek przestrzenny.

Tu wypada przypomnieć słowa W. Voigta, które przytoczyliśmy w §-fie 7-mym na stronicy 29. Zaleca on poznanie symetryczności kryształów dlatego, że jest ona podstawą ich pojmowania naukowego, a więc jest to rzecz najważniejsza w krystalografji. Znając symetryczność kryształu z góry

możemy orzec, jakich własności fizycznych możemy się w nim spodziewać, a jakich nawet nie powinniśmy oczekiwać, oraz z góry możemy przewidzieć w nim sposób, w jaki jego własności fizyczne zmieniają się od kierunku. Nauka o symetryczności kryształów jest najważniejszym działem nauki o stanie krystalicznym. Zbiór wiadomości o własnościach fizycznych tego stanu bez wiadomości o rodzajach symetryczności kryształów jest zbiorem nieuporządkowanym, a więc nie jest odłamem nauki. Staje się nim dopiero wtedy, gdy jest zespolony z nauką o symetryczności.

Rzeczą jest oczywistą, że symetryczność jest wynikiem i objawem jednorodności, a więc ustroju sieciowego. Widzieliśmy, że wywód elementarnych sieci Frankenheima i Bravais'a doprowadza nas do małej liczby rodzajów symetryczności, bo już kilka przykładów różnego ustroju oczka sieci okazało, że są sieci przestrzenne o symetryczności innej, niż te siedm rodzajów, jakie daje się widzieć w czternastu sieciach Frankenheima i Bravais'a. Podaliśmy mianowicie wiadomość, że dwieście trzydzieści rodzajów ustroju ciała stałego dzieli się na trzydzieści dwa zbiory, różniące się właściwemi im przekształceniami symetrycznemi. W rozdziale niniejszym udowodnimy, że istotnie zbiorów tych jest tylko trzydzieści dwa i że możemy przeprowadzić ten dowód tylko rozbiorem nauki o przekształceniach symetrycznych.



Rys. 109.

Każdy kryształ możemy uważać za zbiór symetryczny wektorów równych. Taki sposób pojmowania kryształu jest zgodny z prawem symetryczności. Rys. 109 niechaj będzie przykładem takiego zbioru. Rysunek ten przedstawia zbiór wektorów równych w krysztale siedmiowodne-

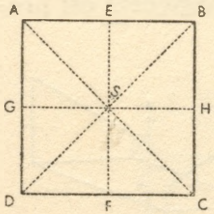
go siarczanu magnezowego $MgSO_4 . 7H_2O$ czyli tak zwanej soli gorzkiej. Obierzmy dowolny z tych wektorów na pierwiastkowy, czyli początkowy. Pozostałe wektory tego zbioru możemy otrzymać z pierwiastkowego, symetrycznie go przemieszczając, czyli poddając go przekształceniom symetrycznym. W tym celu przez środek przeprowadzamy osi przystawania lub płaszczyzny odbicia, zależnie od rodzaju zbioru; w danym razie trzy osi przystawania dwukrotnego *AA, BB, CC*. Zadaniem więc naszem jest otrzymanie wszystkich symetrycznych zbiorów wektorów równych, tak ułożonych, aby każdy z tych zbiorów był niesprzeczny z jednorodnością ciała stałego, to jest z istotą sieci przestrzennych. Otrzymawszy te zbiory zarazem otrzymamy wszystkie rodzaje krystalograficzne. Wtedy poznamy cały „świat kryształów". Postępowanie to jest proste i łatwe. Polega ono tylko na dokładnem zdaniu sobie sprawy z istoty przekształceń symetrycznych i na wysnuciu z nich wszystkich następstw.

§ 33. *Trzy rodzaje przekształceń symetrycznych.* Weźmy jakikolwiek przedmiot i około dowolnej prostej obróćmy go o 360°. Po takim obrocie przybiera on nie takie samo ale *to samo* położenie, w jakiem był przed obrotem. Tego rodzaju obrót nie jest przekształceniem, bo przedmiot po obrocie i przed obrotem nie jest taki sam ale jest ten sam. Możemy więc powiedzieć, że każdy utwór geometryczny obrócony o 360° około dowolnej prostej przeprowadzonej przez jego środek jest identyczny albo przybiera położenie identyczne.

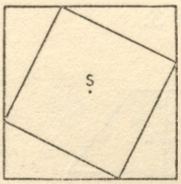
Ale jak wiemy liczne są utwory geometryczne składające się z części homologicznych tak ułożonych, że po obrocie o kąt m n i e j s z y od 360° jedne ich części przybiera-

ją położenie innych części homologicznych, a więc obrót mniejszy od $360^0$ wprawia je w położenie *takie same* jakie zajmowały one przed obrotem. Utwory takie nazywamy symetrycznymi, a o ich częściach homologicznych mówimy, że są one symetrycznie równe i że leżą one symetrycznie.

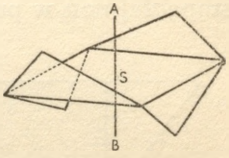
Obrót, po którym utwór przystaje sam do siebie, nazywamy przekształceniem symetrycznem. Nie jest to wszakże jedyne przekształcenie symetryczne, znamy bowiem liczne utwory które możemy dzielić płaszczyznami na części symetryczne. Zastanówny się więc bliżej nad tem, jakie są rodzaje przekształceń symetrycznych.




Rys. 110.




Rys. 111.



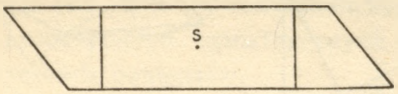

Rys. 112.

Weźmy kwadrat *ABCD* rys. 110. Przez jego środek *S* poprowadźmy prostą doń prostopadłą i obracajmy go około tej prostej jak około osi. Po obrocie w prawo lub w lewo o $90^0$, o $90^0 \times 2 = 180^0$ i o $90^0 \times 3 = 270^0$ kwadrat przybiera położenie zgodne z pierwiastkowem. Ponieważ łącznie z położeniem pierwotnem pozycyj tych jest cztery $(360^0 : 90^0 = 4)$ więc oś rzeczona jest osią przystawania czterokrotnego.

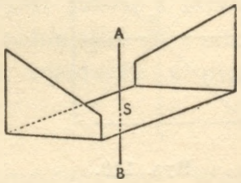
Poprowadźmy przekątne kwadratu *AC* i *BD* oraz proste *EF* i *GH* przechodzące przez środek *S* równolegle do jego boków i wyobraźmy sobie, że rozciąwszy kwadrat wzdłuż którejkolwiek z tych linij odrzuciliśmy jedną połowę kwa-

dratu. Gdybyśmy część pozostałą przyłożyli do zwierciadła prostopadle, to ujrzelibyśmy w zwierciedle obraz części odrzuconej. A więc odzwierciedlenie jest to też przekształcenie symetryczne. Kwadrat jest przykładem takiego utworu geometrycznego, którego części symetryczne jedne z drugich możemy otrzymać zarówno obrotem jak odzwierciedleniem.

W kwadrat wrysujmy krzywo kwadrat drugi tak, jak to ukazuje rys. 111. Powstaje utwór, któremu jest właściwa oś przystawania czterokrotnego, ale którego części nie przekształcają się w siebie odzwierciedleniem w płaszczyźnie. Ten utwór jest symetryczny jedynie względem osi prostopadłej doń w punkcie *S*.



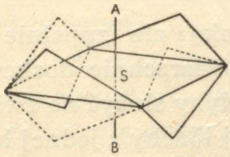

Rys. 113.



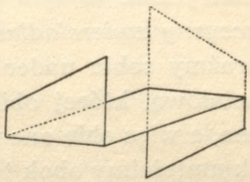

Rys. 114.

Wyobraźmy sobie następnie że figurę rys. 111 zrobiono z blachy i że jej trójkąty boczne pozaginano pod kątem prostym naprzemianlegle do góry i na dół. Powstaje utwór rys. 112, który przystaje sam do siebie po obrocie o $180^0$ około osi *AB* prostopadłej do środkowego kwadratu i przechodzącej przez jego środek *S*. Innemi słowy ta prosta, która przed pozaginaniem trójkątów była osią przystawania czterokrotnego, po zagięciu stała się osią przystawania dwukrotnego, pomimo że figura pozostała w istocie kwadratowa i pomimo że zawiera ona cztery a nie dwa trójkąty homologiczne. Oś ta nie jest tem samem co oś przystawania

dwukrotnego w utworze rys. 113 i 114. Utwór rys. 114 otrzymamy, jeżeli wytniemy z blachy równoległobok rys. 113 i pozaginamy jego części do góry wzdłuż dwu linij prostych prostopadłych do jego długości. Jednak czterokrotność, a więc kąt obrotu 90°, odpowie istocie osi utworu rys. 111 o ile zgodzimy się zespolić ją z urojoną płaszczyzną zwierciadlaną do osi tej prostopadłą. Możemy bowiem otrzymać utwór omawiany przekształceniami następującemi. Po obrocie o 90° zagięta do góry część przybiera położenie oznaczone na rys. 115 kropkami, a po odzwierciedleniu w urojonej płaszczyźnie prostopadłej do osi przekształca się w rzeczywiście istniejącą część zagiętą w dół. Mamy




Rys. 115.

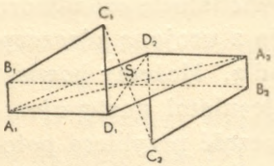


Rys. 116.

więc tu zespolenie osi z urojoną do niej prostopadłą płaszczyzną. Oba te elementy nie istnieją i nie działają jeden bez drugiego. To więc przekształcenie polega na obrocie i na odzwierciedleniu.

Weźmy równoległobok rys. 113 i pozaginajmy jego końce naprzemianlegle, jeden w górę drugi w dół. Otrzymamy utwór rys. 116, który nie przekształca się ani obrotem ani odzwierciedleniem. Ale gdybyśmy obrócili jego część zadartą do góry o 180° i odzwierciedlili ją w płaszczyznie prostopadłej, to otrzymalibyśmy część zagiętą w dół. Zwróćmy tu jednak uwagę, że jeżeli dowolny punkt tego utworu połączymy prostą z jego środkiem, to dalszy ciąg tej pro-

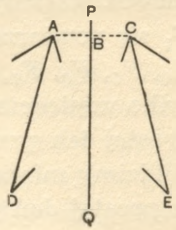
stej przecina utwór w punkcie homologicznym (rys. 117). A więc utwór ten jest symetryczny względem środka równości odwróconej. Widzimy więc, że środek równości odwróconej jest to obrót o 180° skojarzony stale z odzwierciedleniem w płaszczyznie prostopadłej do osi obrotu. A zatem środek równości odwróconej nie jest samoistnym i odrębnym elementem symetryczności. Szukajmy więc zasadniczego, głównego takiego elementu, a zarazem przeniknijmy głębiej i usystematyzujmy opisane dotychczas przekształcenia symetryczne. W tym celu ustalmy pojęcie tak zwanej *płaszczyzny zwierciadlanej*.



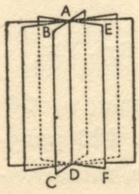
Rys. 117.

Wyobraźmy sobie nader cienką ale zupełnie sztywną blachę metalową, której obie powierzchnie doskonale wypolerowano, a więc obie one mogłyby służyć na zwierciadło. Cokolwiek umieścimy obok takiej blachy z jednej lub z drugiej jej strony, to spoglądając na nią odzwierciedlenie tego ujrzymy tak jakgdyby ono leżało po drugiej jej stronie, jak w każdem zwieciedle płaskiem. Gdybyśmy wzięli dwie takie blachy i złożyli je pod jakimś kątem, to w kąt ten spoglądając ujrzelibyśmy powtarzające się ich odzwierciedlenia wzajemne, oraz powtórzone odzwierciedlenia twarzy naszej lub wogóle każdego przedmiotu, jaki by się znalazł pomiędzy niemi. Otóż pojęcie geometryczne płaszczyzny zwierciadlanej jest podobne do takiej blachy a szczególnie do jej odzwierciedlenia. Mianowicie przez płaszczyznę zwierciadlaną będziemy rozumieli taką płaszczyznę geometryczną, do której przyporządkowaliśmy po obu jej stronach utwory mające się do siebie tak jak się ma przedmiot i jego odzwieciedlenie w zwierciedle płaskiem. Zarazem

zdajmy sobie dokładnie sprawę z tego, jaki to jest ów stosunek przedmiotu i jego odbicia w zwierciedle płaskiem. Dwa te utwory nie przystają do siebie po żadnem przesunięciu, a jeden z drugiego możemy otrzymać tak, że z każdego punktu jednego z nich spuścimy pion na płaszczyznę zwierciadlaną, przedłużymy go po jej drugiej stronie i odetniemy na nim taką samą długość, jaka dzieli punkt od płaszczyzny. Tak więc naprzykład gdy z utworu *AD* rys. 118 otrzymujemy jego odzwierciedlenie płaszczyzną zwierciadlaną do rysunku prostopadłą i przechodzącą przez prostą PQ, to spuszczamy na nią piony, naprzykład *AB* i po jej drugiej stronie odcinamy odcinki tamtym równe, naprzykład $BC = AB$. Tym sposobem z utworu *AD* otrzymujemy utwór *CE*. Wobec tego płaszczyzny zwierciadlane, złożone z sobą pod jakimś kątem, odzwierciedlają się same w sobie, czyli powtarzają się nawzajem, bo co jest po jednej stronie każdej z nich, istnieje symetrycznie po jej stronie drugiej. Jeżeli więc naprzykład poprowadziliśmy dwie płaszczyzny zwierciadlane *ABCD* i *AEDF* rys. 119, to spuszczając z każdego punktu jednej na drugą piony i odcinając równe odcinki tych pionów po drugiej stronie, otrzymamy powtórzenia tego kąta dwu płaszczyzn na około prostej ich przecięcia się *AD* aż do płaszczyzny pierwszej.



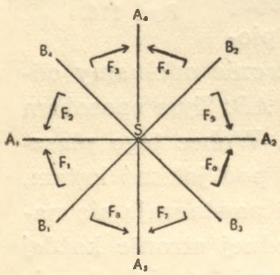
Rys. 118.



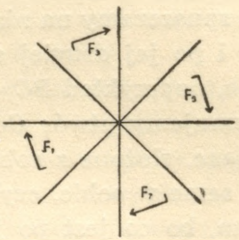
Rys. 119.

Niechaj więc będzie naprzykład kąt $A_1SB_1$ złożony z dwu płaszczyzn zwierciadlanych $A_1S$ i $B_1S$ o rozwartości $45^0$ i niechaj to będą płaszczyzny prostopadłe do płaszczyzny rysunku 120. Ślady tych płaszczyzn są proste $A_1S$ i $B_1S$.

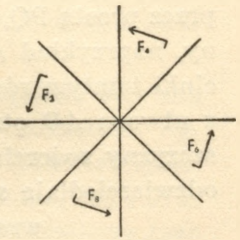
W myśl tego, co się rzekło przed chwilą, powtórzą się one naokoło ich przecięcia się i swymi dalszymi ciągami utworzą cztery płaszczyzny zwierciadlane co 45°. Na płaszczyźnie rysunku połóżmy jakiś utwór niesymetryczny $F_1$. Ponieważ płaszczyzny $A_1S$ i $B_1S$ są zwierciadlane, więc utwór $F_1$ się powtarza pomiędzy niemi. Powstają utwory $F_2$, $F_3$, $F_4$, $F_5$, $F_6$, $F_7$, $F_8$. Zbiór tych figur jest symetryczny nietylko względem płaszczyzn zwierciadlanych, ale i względem prostej ich przecięcia się jak względem osi przystawania. Widzimy mianowicie, że jeżeli obrócimy cały rys. 120 około prostej doń prostopadłej w punkcie $S$, to jest około pro-




Rys. 120.




Rys. 121.




Rys. 122.

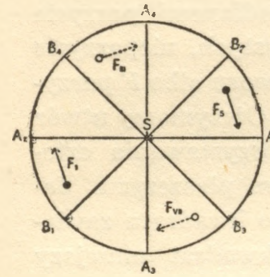
stej przecięcia się płaszczyzn zwierciadlanych o 90° o $90^0 \times 2 = 180^0$ i o $90^0 \times 3 = 270^0$ to cały rys. 120 przystaje do siebie, czyli przekształca się sam w siebie, mianowicie części jego przystają do siebie co druga: parzyste figury $F$ przystają do parzystych, nieparzyste do nieparzystych. Z tego wysnuwamy trzy następstwa. Pierwsze, że cały rys. 120 jest utworem takiego samego rodzaju symetryczności jak kwadrat rys. 110, tak samo bowiem dzieli się na części symetryczne czterema płaszczyznami co 45°. Drugie, że utwór symetryczny względem kilku przecinających się płaszczyzn jest również symetryczny względem prostej

przecięcia się tych płaszczyzn jak względem osi przystawania. Trzecie, że jeżeli płaszczyzny przecinają się pod jakimś kątem, to kąt obrotu powstałej od ich przecięcia się osi przystawania jest *dwa razy większy*. Na rysunku płaszczyzny zwierciadlane tworzą kąt $45^0$, a cały rys. 120 przystaje sam do siebie po obrocie o $90^0$.

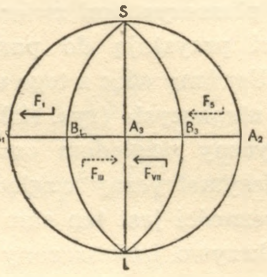
Jeżeli chcemy otrzymać utwór symetryczny tylko względem osi przystawania, możemy to sprawić również tylko płaszczyznami zwierciadlanemi. Wszakże utwór rys. 120 przystaje sam do siebie obrócony o kąt dwa razy większy od kąta pomiędzy płaszczyznami zwierciadlanemi, parzyste bowiem jego części przystają do parzystych, nieparzyste do nieparzystych. Usuńmy więc z tego utworu albo *F* parzyste (rys. 121) albo nieparzyste (rys. 122). Otrzymamy utwór tak samo symetryczny względem osi przystawania czterokrotnego, ale niesymetryczny względem płaszczyzn. Jego rodzaj symetryczności jest ten sam co kwadratu zawierającego w sobie krzywo umieszczony kwadrat mniejszy rys. 111. Widzimy więc, że oś przystawania nie jest samoistnym elementem symetryczności. Możemy ją otrzymać przecięciem się płaszczyzn zwierciadlanych urojonych, zespolonych, złączonych warunkiem, że odzwierciedlenie w jednej nie istnieje, niema znaczenia rzeczywistego, dopiero po odzwierciedleniu się w drugiej płaszczyznie nabiera istnienia realnego.

W takim razie ten rodzaj przekształceń symetrycznych, jakie dopuszcza figura rys. 112 i 116, również możemy wysnuć z płaszczyzn zwierciadlanych. Rodzaj rzeczony polega na obrocie i na odzwierciedleniu w urojonej płaszczyznie. Ale ponieważ obrót możemy otrzymać dwukrotnem odzwierciedleniem z pominięciem odzwierciedlenia pośredniego jako urojonego, pomocniczego, więc rodzaj symetryczno-

ści utworu rys. 112 możemy otrzymać biorąc płaszczyzny zwierciadlane te same co w rys. 120 i przecinając je płaszczyzną do nich prostopadłą. Innemi słowy nietylko płaszczyzny prostopadłe *A* i *B* ale sama płaszczyzna rys. 123 też jest płaszczyzną zwierciadlaną, lecz wszystkie one są urojone i opatrzone warunkiem, aby odzwierciedlenie nabierało znaczenia realnego dopiero po odzwierciedleniu się kolejnem w *trzech* płaszczyznach zwierciadlanych. A więc figury pełne leżą nad płaszczyzną rysunku 123, figury kreskowane pod płaszczyzną. Kółka czarne oznaczają końce




Rys. 123.




Rys. 124.




Rys. 125.

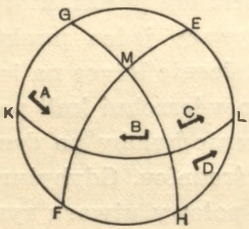
figur *F* zadarte do góry, kółka niezaczernione — opuszczone w dół. W celu dokładniejszego zdania sobie sprawy z tego przekształcenia rys. 124 to samo przedstawia na powierzchni kuli widzianej z boku. Na rys. 123 natomiast mamy to widziane z góry. Kropkowane figury rys. 124 leżą w tyle, pełne — z przodu kuli.

Nawiasem zaznaczymy, że rys. 116—117 też możemy interpretować trzema urojonemi płaszczyznami. Jak wiemy, utwór rys. 116—117 przekształca się sam w siebie obrotem o 180° i odzwierciedleniem, ale obrót o 180° jest to dwukrotne odzwierciedlenie w płaszczyznach tworzących kąt dwa razy mniejszy, to jest 90°. Ponieważ trzecia urojona płasz-

czyzna ma być prostopadła do urojonej osi, więc całe to przekształcenie dokonamy trzema wzajemnie prostopadłemi płaszczyznami zwierciadlanemi. Istotnie, weźmy kulę rys. 125 i przez jej środek poprowadźmy trzy płaszczyzny zwierciadlane, oraz umówmy się, że utwór nabiera znaczenia rzeczywistego, nie urojonego, dopiero po odzwierciedleniu się we wszystkich tych trzech płaszczyznach kolejno. Trzy płaszczyzny dzielą kulę na ośm oktantów: cztery górne, które ponumerujemy cyframi arabskiemi i dolne (pod rysunkiem), którym przyporządkujemy cyfry rzymskie. Położmy na powierzchni kuli punkt (środek maleńkiego kółka) w oktancie pierwszym (1). Jego odzwierciedlenie w oktancie drugim (2) i trzecim (3) nie istnieje w rzeczywistości, dopiero po odzwierciedleniu się w płaszczyźnie trzeciej to jest w oktancie ósmym (VIII) na dolnej półkuli nabiera znaczenia realnego, rzeczywistego. Dalej odzwierciedlony w oktancie V i VI nie istnieje, aż dopiero odzwierciedlony po raz trzeci w oktancie (1) przybiera istnienie rzeczywiste. Ale to już jest ten punkt, który położyliśmy. Widzimy więc, że położywszy jeden punkt, otrzymujemy tylko jedno jego przekształcenie leżące na tej samej średnicy kuli. Gdziekolwiek na powierzchni kuli położylibyśmy punkt, to jego przekształcenie byłoby po drugiej stronie środka kuli na tej samej średnicy. Gdybyśmy więc naprzykład kładli punkty jednej połowy utworu rys. 117 to przekształceniem wyjaśnionem przed chwilą otrzymalibyśmy jego drugą połowę. Innemi słowy środek kuli rys. 125 jest środkiem równości odwróconej. A zatem środek równości odwróconej też nie jest samoistnym i odrębnym elementem symetryczności lecz jest to przekształcenie dokonane trzema wzajemnie prostopadłemi płaszczyznami zwierciadlanemi z pominięciem odzwierciedlenia drugiego

i trzeciego czyli z uznaniem tych odzwierciedleń za urojone, pomocnicze, nie istniejące w rzeczywistości.

Cząstkowe te przykłady ujmijmy teraz nieco ogólniej. W tym celu wyobraźmy sobie kulę rys. 126 i utwór *A* leżący na powierzchni tej kuli. Przez jej środek poprowadźmy płaszczyznę zwierciadlaną *EF*. Jeżeli płaszczyzna *EF* jest zwierciadlana, a po jednej jej stronie jest utwór *A*, to po jej drugiej stronie musimy położyć utwór *B* utworowi *A* symetryczny, czyli będący odzwierciedleniem utworu *A*. Za utworem *B* przez środek kuli przeprowadźmy drugą płaszczyznę zwierciadlaną *GH*. Pociąga to za sobą istnienie utworu *C*. Utwór ten przystaje do utworu *A* po obrocie kuli dokoła średnicy *M* o kąt dwa razy większy od kąta *FMH*. Poprowadzenie trzeciej płaszczyzny zwierciadlanej *KL* powoduje istnienie utworu *D*. Utwór ten jest tego kształtu, że nie przystaje do utworu *A* po żadnym obrocie kuli. Jeżeli bowiem odpowiednim obrotem doprowadzimy do przystania części tych utworów podobne do ostrza strzały, to końce ich nie przystaną do siebie, bo są zagięte w strony przeciwne. Utwory te ponadto tak leżą, że niema takiej płaszczyzny, która przekształciłaby jeden z nich w drugi pojedynczem odzwierciedleniem. Na to aby z *A* otrzymać *D* lub odwrotnie musimy dokonać kolejnego odzwierciedlenia trzema płaszczyznami.



Rys. 126.

Gdybyśmy poprowadzili czwartą płaszczyznę zwierciadlaną, to otrzymalibyśmy utwór przystający do utworu *A* po obrocie kuli około odpowiedniej średnicy, a więc mający się do *A* jak utwór *C*. Przeprowadzenie piątej płaszczyz-

ny zwierciadlanej byłoby powodem istnienia utworu mającego się do *A* tak jak się ma utwór *B* lub *D*. Jednem słowem, liczba płaszczyzn zwierciadlanych większa od trzech, przecinających się nie na jednej ale na trzech prostych, nie powoduje przekształceń symetrycznych o jednym punkcie niezmiennym innych niż te przekształcenia, jakie są wynikiem jednej, dwu lub trzech płaszczyzn zwierciadlanych, przecinających się w jednym punkcie i nie w jednej prostej, to jest tworzących kąt bryłowy czyli trójkąt sferyczny, gdy z punktu ich przecięcia się, jak ze środka, zakreślimy kulę dowolnym promieniem.

A zatem trzy są przekształcenia symetryczne o jednym punkcie niezmiennym. Przekształcenie jedną płaszczyzną zwierciadlaną nazywamy *odbiciem*, dwiema *obrotem*, trzema *inwersją* *.

Innemi słowy, jeżeli płaszczyznę mianujemy płaszczyzną odbicia, to istnienie fizyczne przypisujemy utworom leżącym po obu jej stronach. Niczego wtedy nie usuwamy, niczego nie przepuszczamy, żadnego odzwierciedlenia nie mamy za pomocnicze, urojone. Jeżeli dwie płaszczyzny mamy za płaszczyzny obrotu, to fizycznie, realnie istnieją tylko utwory nazewnątrz nich leżące, tak jak *A* i *C*. w rys. 126, a utworu *B* niema pomiędzy niemi w rzeczywistości. On jest fikcyjny, urojony, potrzebny tylko na to, aby za jego pośrednictwem otrzymać z utworu *A* utwór *C*. Utwór ten ma takie samo znaczenie, jak owe utwory pomocnicze, które w konstrukcjach geometrycznych kreślimy ołówkiem, a po wykończeniu rysunku tuszem, usuwamy, wycieramy gumą. Jeżeli wreszcie zakładamy płaszczyzny inwersji to

* *Inverto* znaczy po łacinie „wywracam na nice"; *inversus* znaczy „obrócony nawspak".

przypisujemy fizyczne rzeczywiste istnienie tylko odzwierciedleniu ostatecznemu, naprzykład *A* i *D* rys. 126, utwory zaś wewnątrz nich leżące *B* i *C* mamy za urojone, pomocnicze, konieczne tylko do przekształcenia *A* w *D*, czyli do wywodu *D* z *A* lub *A* z *D*, ale nie istniejące w rzeczywistości, a więc nie mające znaczenia fizycznego. O tej rzeczy wyrażamy się również w taki sposób. W płaszczyznach o d b i c i a każde odzwierciedlenie jest rzeczywiste. Gdy mamy płaszczyznę o b r o t u i położymy obok nich utwór, to jego powtórzenie nabiera istnienia rzeczywistego dopiero po odzwierciedleniu się w d w u płaszczyznach zwierciadlanych. A gdy są płaszczyzny i n w e r s j i i utwór geometryczny, to musimy go odzwierciedlić kolejno w t r z e c h płaszczyznach aby otrzymać jego realne, rzeczywiste powtórzenie symetryczne.

Z określenia płaszczyzny zwierciadlanej wynika, że jeżeli założymy dwie lub trzy takie płaszczyzny, to one powtarzają się na około prostych ich przecięcia się. Razem z niemi powtarzają się odzwierciedlenia utworu położonego pomiędzy niemi. Otóż gdy powiemy, że są one płaszczyznami odbicia, to nie usuwamy ż a d n e g o odzwierciedlenia. Gdy powiemy, że mamy płaszczyzny obrotu, to pozostawiamy c o d r u g i e odzwierciedlenie, a gdy mówimy że mamy płaszczyzny inwersji, to pozostawiamy c o c z w a r t e odzwierciedlenie.

§ 34. *Skojarzenia płaszczyzn zwierciadlanych i rodzaje krystalograficzne wynikające ze skojarzeń płaszczyzn odbicia.* Nadmieniliśmy przed chwilą, że z definicji płaszczyzny zwierciadlanej wynika wzajemne odzwierciedlanie się płaszczyzn zwierciadlanych, czyli symetryczne ich powtarzanie się dokoła prostych, na których one się przeci-

nają, jeżeli założymy ich więcej od jednej. Oczywista, że powtarzanie się tych płaszczyzn, niesprzeczne z istotą sieci przestrzennych, a więc z jednorodnością kryształów, zachodzi tylko w skończonej liczbie skojarzeń o pewnych kątach pomiędzy płaszczyznami zwierciadlanemi.

Już w § 29-tym nadmieniliśmy, że przekształcenie samej w siebie sieci przestrzennej jest to przekształcenie samych w siebie wszystkich jej sieci płaskich. Sieć przestrzenna, symetryczna względem jednej lub kilku przecinających się płaszczyzn zwierciadlanych, przekształca się odbiciami, obrotami lub inwersjami sama w siebie, jeżeli temi samemi czynnościami geometrycznemi przekształca się w samą siebie każda jej sieć płaska. Ale w § 26-tym udowodniliśmy, że sieci płaskie są symetryczne tylko względem osi przystawania dwu-, trzy-, czteroi sześciokrotnego. A więc najmniejsze kąty obrotów doprowadzających sieci płaskie do przystania samym sobie są $180^0$, $120^0$, $90^0$ i $60^0$. Z § 33-go wiemy, że obrót o jakiś kąt możemy wywołać odzwierciedleniem kolejnem w płaszczyznach zwierciadlanych przecinających się pod kątem dwa razy mniejszym. Jeżeli więc sieci płaskie dopuszczają obroty przystające o $180^0$, $120^0$, $90^0$ i $60^0$ to niesprzeczne są z niemi płaszczyzny zwierciadlane przecinające się pod kątami o połowę mniejszymi, to jest pod kątami $90^0$, $60^0$, $45^0$ i $30^0$.

Rzecz jasna, że niesprzeczna z jednorodnością i siecią przestrzenną jest również jedna płaszczyzna zwierciadlana.

A więc mamy teraz wyraźną przed sobą drogę. Ponieważ niema przekształceń o jednym punkcie niezmiennym poza temi przekształceniami, jakie wynikają z założenia jednej, dwu i trzech płaszczyzn zwierciadlanych, więc weźmy jedną płaszczyznę zwierciadlaną oraz pary ich two-

rzące kąty 90°, 60°, 45° i 30° a także wszelkie trójkąty sferyczne zawierające te kąty. Otrzymamy wszystkie niesprzeczne z jednorodnością skojarzenia płaszczyzn zwierciadlanych. Każde skojarzenie, odzwierciedlając się samo w sobie, zapełni przestrzeń. W każdem z nich nadamy jego płaszczyznom zwierciadlanym znaczenie płaszczyzn odbicia, płaszczyzn obrotu i płaszczyzn inwersji. Założymy pomiędzy nimi wektor. W każdem skojarzeniu on się powtórzy symetrycznie. Otrzymamy więc wszystkie symetryczne zbiory wektorów równych niesprzeczne z jednorodnością, a więc wszystkie rodzaje krystalograficzne.

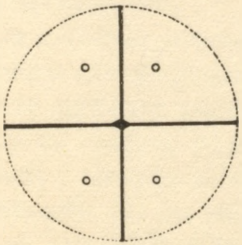
Zanim jednak przystąpimy do tego, nasamprzód ułóżmy praktyczny sposób oznaczania kątów, bo wypisywanie liczb 180°, 90°, 60°, 45° i 30° zbyt jest kłopotliwe.

Jedna płaszczyzna to jest kąt 180°. Możemy uznać to za ułamek stu ośmdziesięciu, którego licznikiem i mianownikiem jest jedność i oznaczyć liczbę 180° mianownikiem tego ułamka (1). A więc liczba (1) będzie oznaczała jedną płaszczyznę zwierciadlaną czyli kąt 180°. Liczba 90° jest to ½ 180°, oznaczymy ją więc mianownikiem tego ułamka (2). Ponieważ $60° = \frac{1}{3}\ 180°$, $45° = \frac{1}{4}\ 180°$, $30° = \frac{1}{6}\ 180°$, więc umówmy się, że liczba (3) oznacza kąt 60°, liczba (4) oznacza kąt 45°, liczba (6) jest symbolem kąta 30°.

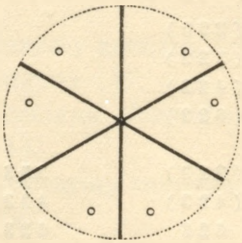
A zatem, jedną płaszczyznę odbicia oznaczymy symbolem $s(1)$. Litery $s$ używamy jako początkowej wyrazu „symetryczność". Skojarzeń po dwie płaszczyzny odbicia jest cztery: $s(2)$, $s(3)$, $s(4)$ i $s(6)$. Symbole te oznaczają, że dwie płaszczyzny odbicia zawierają pomiędzy sobą kąt 90°, 60°, 45° albo 60°. Ale płaszczyzny odbicia, jako płaszczyzny zwierciadlane, odzwierciedlają się w sobie nawzajem. A więc rys. 127 $s(2)$ są to dwie płaszczyzny odbicia sobie nawzajem prostopadłe, rys. 128 $s(3)$ są to trzy płasz-

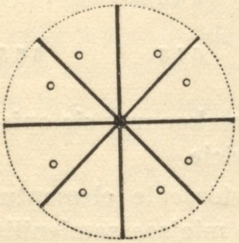
czyzny odbicia z kątem pomiędzy niemi 60°, rys. 129 $s(4)$ cztery płaszczyzny odbicia co 45° i rys. 130 $s(6)$ sześć płaszczyzn odbicia co 30°. Płaszczyzny odbicia wyobrażamy sobie prostopadłe do płaszczyzny rysunku, a więc ślady ich na rysunku są to linje proste. Koło kropkowane jest

Rys. 127.

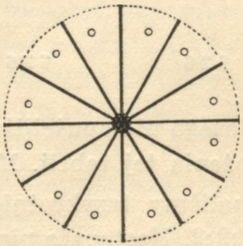


Rys. 128.





Rys. 129.



Rys. 130.

to przekrój powierzchni kuli zakreślonej dowolnym promieniem z dowolnego punktu prostej przecięcia się omawianych płaszczyzn odbicia. Punkt na powierzchni kuli położonej pomiędzy płaszczyznami odbicia powtarza się. Gdy środek kuli połączymy z temi powtórzeniami, otrzymujemy zbór symetryczny wektorów równych.

Mamy więc jedną płaszczyznę odbicia oraz wszystkie skojarzenia po dwie płaszczyzny. Przystąpimy teraz do otrzymania wszystkich skojarzeń po trzy płaszczyzny, to jest wszystkich trójkątów sferycznych, zawierających kąty $90^0$, $60^0$, $45^0$ i $30^0$, kąt bowiem $180^0$ tu odpada. A więc z liczb (2), (3), (4) i (6) zróbmy wszystkie połączenia po trzy z powtórzeniami. Oto wszystkie te połączenia.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $s(222)$ | | | |
| $s(322)$ | | | |
| $s(422)$ | | | |
| $s(622)$ | | | |
| $s(323)$ | 333 | | |
| $s(423)$ | 433 | | |
| 623 | 633 | | |
| 424 | 434 | 444 | |
| 624 | 634 | 644 | |
| 626 | 636 | 646 | 666 |

Że niczego nie opuściliśmy, przekonamy się opisem sposobu ułożenia tej tabeli. Mianowicie.

Napisaliśmy trzykrotnie powtórzenie elementu pierwszego: 2;2;2. Następnie pierwsze miejsce zamieniliśmy kolejno na element drugi, trzeci i czwarty. Otrzymaliśmy połączenia grupy pierwszej.

W celu otrzymania grupy drugiej w pierwszej grupie zamieniamy trzecie miejsce na elementy następne, przyczem pierwsze połączenie (2 2 3) odrzucamy, ono bowiem jest identyczne z drugiem połączeniem grupy pierwszej (3 2 2), gdyż obojętna jest kolej, w której wymieniamy kąty trójkąta: (2 2 3), (2 3 2) i (3 2 2) to wszystko jed-

no: każdy z tych symbolów oznacza trójkąt sferyczny o bokach przeciwległych kątom $60^0$, $90^0$, $90^0$.

Trzecią grupę kolumny pierwszej otrzymaliśmy zamianą elementu trzeciego (3) na (4), w czem jak zwykle pierwsze połączenie opuszczamy jako identyczne z drugiem połączeniem grupy poprzedniej.

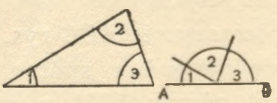
Czwartą grupę otrzymujemy kładąc na trzeciem miejscu czwarty element (6).

Drugą kolumnę połączeń tworzymy zamianą środkowego elementu (2) na element następny (3).

Trzecia kolumna powstaje zamianą elementu środkowego (3) na element następny (4).

Czwartą i ostatnią kolumnę tworzymy zamianą środkowego elementu (4) na element (6).

Oto są wszystkie połączenia elementów (2), (3), (4) i (6) po trzy z powtórzeniami bez zachowania kolejności elementów. Ale teraz należy rozwiązać zagadnienie, czy każde z tych połączeń istotnie jest trójkątem sferycznym, boć przecież nie każde trzy dowolne kąty dwuścienne schodzą się w trójkąt sferyczny, tak samo jak nie każde trzy kąty pomiędzy dwiema prostemi schodzą się w trójkąt płaski. W celu rozwiązania tego zagadnienia przeprowadzimy rozważanie następujące.

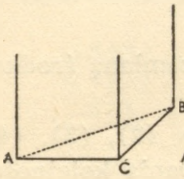


Rys. 131. Rys. 132.

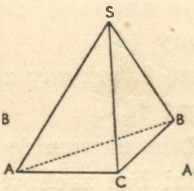
Z geometrji wiadomo, że jeżeli złożymy trzy kąty dowolnego trójkąta płaskiego rys. 131, to lewy bok kąta pierwszego i prawy kąta trzeciego tworzą jedną linję prostą *AB* rys. 132. Mówimy innemi słowy że wypadkowa kątów każdego trójkąta płaskiego jest równa dwu kątom prostym czyli $180^0$.

Weźmy trójkąt płaski *ABC* rys. 133 i przez jego boki poprowadźmy trzy płaszczyzny prostopadłe do tej płasz-

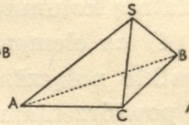
czyzny, na której leży ów trójkąt *ABC*. Otrzymamy prosty słup otwarty, o podstawie trójkątnej, o trzech kątach, których wypadkowa jest 180°. Krawędzi tego słupa, jako równoległe, nie przecinają się. Ale nachylmy nieco te płaszczyzny ku sobie tak aby się przecięły w jednym punkcie *S* w odległości bardzo wielkiej od płaszczyzny *ABC* rys. 134. Przetną się również ich krawędzi. Powstanie kąt bryłowy, albo trójkąt sferyczny, gdybyśmy opisali kulę promieniem dowolnym z punktu przecięcia się krawędzi jak ze środka. Każdy kąt wtedy staje się nieco większy od kąta pomiędzy



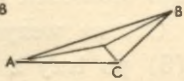

Rys. 133.




Rys. 134.




Rys. 135.




Rys. 136.

płaszczyznami prostopadłemi do *ABC*, a więc wypadkowa tych kątów jest większa od 180°. Przybliżajmy ten punkt *S* ku płaszczyznie *ABC* rys. 135. Kąty dwuścienne tego kąta bryłowego się zwiększają, więc wypadkowa ich staje się coraz większa od 180°. I wreszcie kiedy punkt *S* legnie na płaszczyznie *ABC* rys. 136, każdy z tych kątów rozpłaszczy się w jedną spólną płaszczyznę, to jest każdy stanie się równy 180° a więc, wypadkowa ich będzie równa $3 \times 180^0 = 540^0$. Ale ten przypadek krańcowy już nie jest kątem bryłowym, czyli trójkątem sferycznym. Wszystkich bowiem kątów bryłowych wierzchołek *S* leży pomiędzy płaszczyzną *ABC* i od niej odległością nieskończenie wielką. A więc wypadkowa kątów dwuściennych kąta bryłowego, czyli wypadkowa kątów trójkąta sferycznego, jest pomię-

dzy temi dwiema granicami $180^0$ i $540^0$: jest ona większa od $180^0$ i mniejsza od $3 \times 180^0$. Sumujmy więc wartości kątów w połączeniach płaszczyzn zwierciadlanych.

$s(222)$ $\frac{1}{2}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 = 1\frac{1}{2}\,180^0$

$s(322)$ $\frac{1}{3}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 = 1\frac{1}{3}\,180^0$

$s(422)$ $\frac{1}{4}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 = 1\frac{1}{4}\,180^0$

$s(622)$ $\frac{1}{6}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 = 1\frac{1}{6}\,180^0$

$s(323)$ $\frac{1}{3}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 + \frac{1}{3}\,180^0 = \frac{2}{6}\,180^0 +$
$+ \frac{3}{6}\,180^0 + \frac{2}{6}\,180^0 = 1\frac{1}{6}\,180^0$

$s(423)$ $\frac{1}{4}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 + \frac{1}{3}\,180^0 = \frac{3}{12}\,180^0 +$
$+ \frac{6}{12}\,180^0 + \frac{4}{12}\,180^0 = 1\frac{1}{12}\,180^0$

W każdem z tych połączeń wypadkowa kątów jest większa od $180^0$, mniejsza od $3 \times 180^0$, a więc są to trójkąty sferyczne.

Pozostałe natomiast połączenia już nie są trójkątami sferycznemi, ale są to bez znaczenia trzy liczby położone obok siebie, wypadkowa bowiem kątów, które te liczby oznaczają, jest albo równa $180^0$ albo od $180^0$ mniejsza. Z tego więc względu nie umieszczono ich w nawiasach i nie opatrzono literą $s$.

„623" $\frac{1}{6}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 + \frac{1}{3}\,180^0 = \frac{1}{6}\,180^0 +$
$+ \frac{3}{6}\,180^0 + \frac{2}{6}\,180^0 = 180^0$

„424" $\frac{1}{4}\,180^0 + \frac{1}{2}\,180^0 + \frac{1}{4}\,180^0 = 180^0$

Oczywista, że wypadkowa kątów w połączeniach „624" i „626" jest mniejsza od $180^0$, bo pierwsze dwa ułamki są te same co w połączeniu „623" a trzeci ułamek jest mniejszy, gdyż jego mianownik jest większy.

W kolumnie drugiej wypadkowa kątów połączenia pierwszego jest równa $180^0$.

„333" $\frac{1}{3}\,180^0 + \frac{1}{3}\,180^0 + \frac{1}{3}\,180^0 = 180^0$

Wszystkie pozostałe kąty dodane do siebie po trzy dają wypadkową mniejszą od $180^0$.

A zatem kąty ½ 180°, ⅓ 180°, ¼ 180° i ⅙ 180° tworzą tylko *sześć* trójkątów sferycznych.

$s(2\,2\,2)$
$s(3\,2\,2)$
$s(4\,2\,2)$
$s(6\,2\,2)$
$s(3\,2\,3)$
$s(4\,2\,3)$

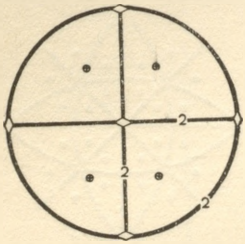
Razem więc z jedną płaszczyzną oraz z połączeniami płaszczyzn przecinających się na jednej prostej mamy skojarzeń jedenaście.

$s(1)$
$s(2)$
$s(3)$
$s(4)$
$s(6)$
$s(2\,2\,2)$
$s(3\,2\,2)$
$s(4\,2\,2)$
$s(6\,2\,2)$
$s(3\,2\,3)$
$s(4\,2\,3)$

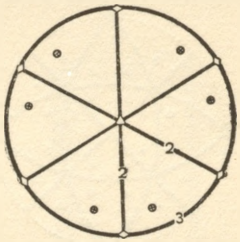
Skojarzenia $s(2)$, $s(3)$, $s(4)$, $s(6)$ są to zespoły taśm sferycznych, utworzonych dwiema, trzema, czterema lub sześcioma płaszczyznami. Taśmy te są wzajemnem powtórzeniem symetrycznem. Odzwierciedlając się w sobie nawzajem pokrywają one całą powierzchnię kuli. Skojarzenia $s(2\,2\,2)$ rys. 137, $s(3\,2\,2)$ rys. 138, $s(4\,2\,2)$ rys. 139, $s(6\,2\,2)$ rys. 140 są to te same taśmy, przecięte płaszczyzną do nich prostopadłą, stąd więc każda taśma doznaje podziału na dwa trójkąty sferyczne o dwu kątach prostych i o jednym takim samym jak w odpowiedniej taśmie. Tu zaznaczymy z naciskiem, że liczby w symbolach *jednocyfro-*

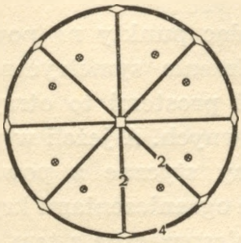
*wych* $s(2)$, $s(3)$, $s(4)$, $s(6)$ oznaczają *kąty* pomiędzy płaszczyznami zwierciadlanemi. W symbolach natomiast *trójcyfrowych liczby* oznaczają *boki* trójkątów sferycznych przeciwległe odpowiednim kątom. A więc naprzykład s( 6 2 2 ) oznacza trójkąt sferyczny płaszczyzn odbicia,

Rys. 137.

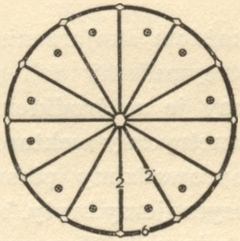



Rys. 138.




Rys. 139.

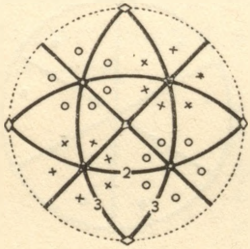



Rys. 140.

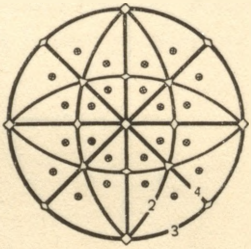
którego bok (6) jest przeciwległy kątowi $\frac{1}{6}\,180^0 = 30^0$, a boki (2) i (2) są przeciwległe kątom prostym $\frac{1}{2}\,180 = 90^0$.

Trójkąty s( 3 2 3 ) i s( 4 2 3 ) oraz ich powtórzenia symetryczne pokrywające całą powierzchnię kuli mamy na rys. 141 i 142.

We wszystkich tych skojarzeniach nasamprzód płaszczyznom zwierciadlanym nadaliśmy charakter i znaczenie płaszczyzn odbicia. W każdem skojarzeniu każde przekształcenie symetryczne dokonane temi płaszczyznami jest rzeczywiste, realne, istnieje w rzeczywistości fizycznej. Każdy więc utwór pochodny każdego z tych skojarzeń dzieli się płaszczyznami na części symetryczne.




Rys. 141.



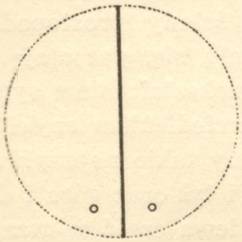

Rys. 142.

W każdem skojarzeniu kładąc punkty na powierzchni kuli, otrzymujemy ich powtórzenia symetryczne. Jeżeli połączymy je ze środkiem kuli prostemi to otrzymujemy zbiór symetryczny wektorów równych. A jeżeli w punktach tych poprowadzimy płaszczyzny styczne z powierzchnią kuli, otrzymujemy bryły, będące ograniczeniami kryształów, których własności fizyczne są niesprzeczne z tem skojarzeniem płaszczyzn zwierciadlanych. Z tych więc skojarzeń wysnuwamy wszelkie postaci kryształów.

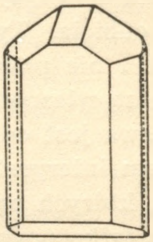
Płaszczyzny zwierciadlane na powierzchni kuli tworzą koła wielkie. Przecięcia się ich, jak wiemy, są osiami przystawania. Na rysunkach naszych romb oznacza oś przystawania dwukrotnego, trójkąt trzykrotnego, kwadrat czterokrotnego, sześciobok sześciokrotnego. Obwód koła nieciągły oznacza taki przekrój kuli płaszczyzny rysunku który nie

jest płaszczyzną zwierciadlaną. Kółka oznaczają punkty na powierzchni półkuli górnej, nad płaszczyzną rysunku; krzyżyki wskazują punkty na powierzchni półkuli dolnej, pod płaszczyzną rysunku. Oznaczeń tych użyliśmy już w rys. 125.

Jako przykład wysnucia rodzaju krystalograficznego z symbolu symetryczności weźmy najprostszy z pośród tych, które już utworzyliśmy dotychczas, mianowicie ro-



Rys. 143.



Rys. 144.

dzaj $s(1)$ rys. 143. Jest to jedna płaszczyzna odbicia. A więc do rodzaju tego należą wszystkie utwory, które tylko jedna płaszczyzna dzieli na części symetryczne. Znamy już taki utwór, jest nim mianowicie ustrój oczka sieci jednoskośnej rys. 106 symetryczny tylko względem jednej płaszczyzny i niedopuszczający żadnego innego przekształcenia symetrycznego. Gdy z dowolnego punktu płaszczyzny odbicia dowolnym promieniem zakreślimy powierzchnię kuli i przetniemy ją płaszczyzną rysunku prostopadłą do płaszczyzny odbicia to otrzymamy rys. 143 czyli widok kuli taki jaki przedstawiłby się nam, gdybyśmy spojrzeli na kulę z góry pionowo do płaszczyzny rysunku. A więc powierzchnię kuli płaszczyzna odbicia $s(1)$ dzieli na dwie półkule: prawą i lewą. Jeżeli położymy punkt gdzie-

kolwiek na jednej półkuli, to symetryczny mu punkt pojawia się na półkuli drugiej. Połączywszy każdy punkt na powierzchni kuli z jej środkiem otrzymujemy wektory równe i symetryczne. Każdemu wektorowi leżącemu po jednej stronie płaszczyzny odbicia odpowiada równy mu i symetryczny wektor po jej stronie drugiej. Gdy poprowadzimy płaszczyznę, ścianę kryształu styczną z powierzchnią kuli w jakimś punkcie, to pojawia się jej przyporządkowana ściana druga, symetryczna z nią po drugiej stronie płaszczyzny odbicia. Tylko ściany prostopadłe do płaszczyzny odbicia nie powtarzają się, pozostają pojedyncze, bo one same są własnem przekształceniem symetrycznem: ich część prawa jest odzwierciedleniem części lewej. Tym więc sposobem interpretujemy takie naprzykład kryształy jak rys. 144, których przód i tył oraz góra i dół są niesymetryczne, a tylko prawa i lewa część są wzajemnem odzwierciedleniem.

Jak to już zaznaczyliśmy wyżej skojarzenia płaszczyzn odbicia $s(2)$, $s(3)$, $s(4)$ i $s(6)$ są to dwie, trzy, cztery lub sześć płaszczyzn przecinających się na jednej prostej, która wobec tego jest osią przystawania dwukrotnego w $s(2)$, trzykrotnego w $s(3)$, czterokrotnego $s(4)$, sześciokrotnego w $s(6)$. Te osi przystawania są polarne, czyli jednozwrotne. Ich zwrot nad płaszczyzną rysunku jest niejednoznaczny ze zwrotem pod rysunkiem. Od zmian temperatury kryształy tych rodzajów symetryczności przybierają samorzutnie na jednym zwrocie tej osi elektryczny nabój dodatny, a na drugim odjemny. Tak się dzieje ponieważ niema tu żadnego elementu symetryczności prostopadłego do tych osi, a więc ich zwrot dodatny nie jest powtórzeniem symetrycznem zwrotu odjemnego. Widzimy, że z nauki o symetryczności wynika interpretacja zjawi-

ska fizycznego: elektryzowania się niektórych kryształów. Na rysunkach oznaczamy osi polarne wielokątami zaczernionymi.

W każdym z zespołów $s(2)$, $s(3)$, $s(4)$ i $s(6)$ poprowadziwszy płaszczyznę odbicia prostopadłą do skojarzonych płaszczyzn, dzielimy każdą taśmę sferyczną na dwa trójkąty sferyczne o dwu kątach prostych, przyległych do tej właśnie płaszczyzny prostopadłej. Ona tworzy boki trójkątów, przeciwległe kątom (2), (3), (4) i (6), a płaszczyzny do niej prostopadłe są to boki przeciwległe kątom prostym, stąd więc symbole tych skojarzeń są $s(222)$, $s(322)$, $s(422)$, $s(622)$. Tę płaszczyznę obieramy na płaszczyznę rysunku. Oczywista że osi polarne w rodzajach $s(2)$, $s(3)$, $s(4)$, $s(6)$ stają się dwuzwrotne w rodzajach $s(222)$, $s(322)$, $s(422)$, $s(622)$, bo zwroty tych osi, jako prostopadłych do płaszczyzny odbicia, są wzajemnem odzwierciedleniem, a więc są jednoznaczne. W tych rodzajach zjawisko elektryzowania się od zmian temperatury nie zachodzi.

Samo przez się jest zrozumiałe, że przecięcia się płaszczyzn odbicia sobie prostopadłych są dwuzrotnemi osiami przystawania dwukrotnego. Oznaczamy je na rysunkach rombami niezaczernionemi.

Wzajemne odzwierciedlenia czyli powtórzenia trójkątów sferycznych $s(323)$ i $s(423)$ przedstawiają rys. 141 i 142. Zespół $s(423)$ jest to wywód rodzaju krystalograficznego o najwyższej symetryczności. Powtórzenia trójkąta płaszczyzn odbicia $s(423)$ tworzą dziewięć płaszczyzn odbicia i trzynaście osi przystawania: trzy czterokrotnego, cztery trzykrotnego, sześć dwukrotnego. Jest to symetryczność geometryczna sześcianu umiarowego, o której nadmieniališmy w § 29 rys. 101. Symetryczność tego rodzaju jest

właściwa kryształom halitu oraz trzem regularnym sieciom Frankenheima i Bravaisa.

Sieci rombowe odpowiadają rodzajowi $s(2\,2\,2)$ to jest trzem wzajemnie prostopadłym płaszczyznom odbicia, których przecięcia się tworzą trzy wzajemnie prostopadłe osi przystawania dwukrotnego.

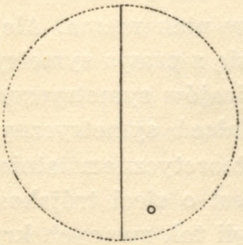
Sieciom tetragonalnym jest właściwy rodzaj $s(4\,2\,2)$, sieci heksagonalnej $s(6\,2\,2)$.

§ 35. *Rodzaje wynikające ze skojarzeń płaszczyzn obrotu.* W każdym rodzaju, zawierającym tylko same płaszczyzny odbicia, liczba wektorów równych jest parzysta. Wynika to z natury przekształcenia symetrycznego, które nazwaliśmy odbiciem: każdemu wektorowi położonemu po jednej stronie każdej płaszczyzny odbicia jest przyporządkowane rzeczywiste jego odzwierciedlenie. Jeżeli więc rodzaj jest zespoleniem $n$ płaszczyzn odbicia to zawiera on $2n$ wektorów równych. A zatem bez popadnięcia w sprzeczność możemy opuścić co drugi wektor w każdym rodzaju. Każdemu wektorowi możemy przypisać znaczenie fizyczne i wartość realną dopiero po odzwierciedleniu się w dwu obok siebie będących płaszczyznach zwierciadlanych, czyli w każdym rodzaju wszystkim płaszczyznom zwierciadlanym możemy nadać charakter płaszczyzn obrotu.

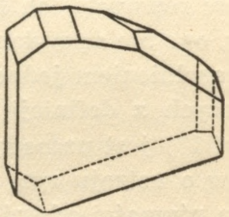
Gdy w każdym z rodzajów dotychczas opisanych nadamy wszystkim płaszczyznom zwierciadlanym charakter i znaczenie płaszczyzn obrotu, to otrzymamy jedenaście nowych rodzajów krystalograficznych o zupełnie odmiennych właściwościach symetrycznych. W symbolach symetryczności płaszczyzny obrotu oznaczymy przecinkiem, położonym obok liczby z prawej strony u góry. A zatem symbole tych jedenastu rodzajów krystalograficznych są następujące:

$s\,(1')$
$s\,(2')$
$s\,(3')$
$s\,(4')$
$s\,(6')$
$s\,(2'\,2'\,2')$
$s\,(3'\,2'\,2')$
$s\,(4'\,2'\,2')$
$s\,(6'\,2'\,2')$
$s\,(3'\,2'\,3')$
$s\,(4'\,2'\,3')$

Do wykonania operacji symetrycznej zwanej obrotem trzeba dwu płaszczyzn zwierciadlanych. Tymczasem w rodzaju $s(1')$ jest tylko płaszczyzna jedna. Zastanówmy się więc, czy utworzenie rodzaju $s(1')$ nie prowadzi do sprzeczności.



Rys. 145.



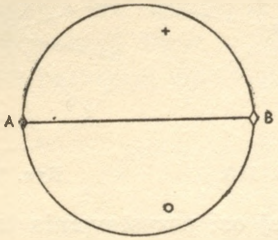
Rys. 146.

W rysunkach rzutowych, którymi posługujemy się do ilustracji i do geometrycznej interpretacji rodzajów symetryczności krystalograficznej, płaszczyzny obrotu oznaczamy ciągłemi cienkiemi linjami. A więc rodzaj $s(1')$ mamy na rys. 145. Na powierzchni kuli połóżmy punkt dowolny. Ponieważ leży obok płaszczyzny obrotu, więc odzwierciedlenie w niej tego punktu jest urojone, nie istnieje ono w rze-

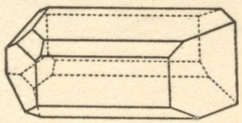
czywistości fizycznej. Odzwierciedlenie to przybrałoby istnienie rzeczywiste, gdyby się odzwierciedliło w drugiej płaszczyznie obrotu, ale jej niema w rodzaju $s(1')$. A zatem każdy punkt położony na powierzchni kuli nie odzwierciedla się wcale, jedyny pozostaje, niema sobie homologicznego i symetrycznego. Tak samo więc każdy wektor tym punktem wyznaczony jest jedyny. Tak samo każda ściana kryształu jest jedyna, niema ani równoległej sobie, ani symetrycznej. A więc rodzaj $s(1')$ są to kryształy takie jak naprzykład rys. 146. Ten rodzaj odpowiada oczku sieci rys. 103, on więc jest teoretycznem uzasadnieniem kryształów zupełnie niesymetrycznych. Każdy w nich wektor jest jedyny. Każda ściana jest jedyna. Niema operacji geometrycznej która przekształcałaby taki kryształ sam w siebie. Takie kryształy spełniają prawo jednorodności, prawo pasów, prawo odcinków wymiernych, ale nie spełniają prawa kierunków równych, ich bowiem w nich niema. Ale jak widzimy, one nie są wyłamaniem się z prawa symetryczności, tylko spełnieniem jednego z rodzajów symetryczności, wynikających z definicji przekształceń symetrycznych. Rodzaj $s(1')$ jest uzasadnieniem teoretycznem istnienia kryształów o ustroju rys. 103 to jest o sieci trójskośnej bez środka równości odwróconej czyli tak zwanych kryształów asymetrycznych, takich jak naprzykład rys. 146. W wielościanach takich kryształów albo niema par ścian równoległych, albo jeżeli są, to każda ściana okazuje inne własności niż jej równoległa. W tych kryształach każdej prostej są właściwe zjawiska polarne, to jest odmienne na jej zwrocie dodatnym i odjemnym. Niema wreszcie w kryształach tego rodzaju dwu kierunków fizycznie jednakowych.

Rodzaj $s(1')$ możemy również interpretować jako skojarzenie dwu płaszczyzn obrotu tworzących kąt $180^0$. Jak

wiemy kąt obrotu jest dwa razy większy od kąta pomiędzy płaszczyznami zwierciadlanemi. Tu więc kąt obrotu jest 360°. A wiadomo nam, że każdy utwór obrócony dokoła każdej prostej przechodzącej przez jego środek wraca do położenia pierwotnego, więc rodzaj $s(1')$ jest zbiorem wszelkich utworów niesymetrycznych, których jedynem przekształceniem jest przekształcenie identyczne.




Rys. 147.

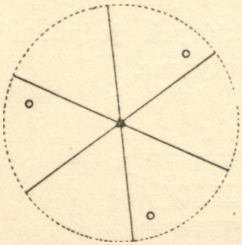


Rys. 148.

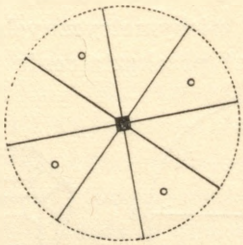
Rodzaj $s(2')$ jest wynikiem skojarzenia dwu wzajemnie prostopadłych płaszczyzn obrotu, bowiem liczba (2) oznacza kąt prosty: $\frac{1}{2}\ 180^0 = 90^0$. Jeżeli płaszczyzny obrotu zawierają kąt 90° to kąt obrotu niemi wywołanego jest dwa razy większy: $90^0 \times 2 = 180^0$, a ponieważ 180° w 360° zawiera się dwa razy: $360^0 : 180^0 = 2$, więc przecięcie się dwu wzajemnie prostopadłych płaszczyzn obrotu jest osią polarną przystawania dwukrotnego. Już w opisie jednoskośnych sieci przestrzennych (w § 29) nadmieniliśmy, że zwyczajem krystalografów opisowych ustawiamy poziomo tę jedyną oś przystawania dwukrotnego. Dlatego więc na rys. 147 jedną płaszczyzną obrotu jest płaszczyzna rysunku, a więc koło projekcyjne, a druga do niej prostopadła widoczna jest w postaci średnicy kuli $AB$. Ślad ten zarazem jest rzeczoną osią. Urzeczywistnieniem rodzaju $s(2')$ jest ustrój oczka rys. 105, który dopuszcza tylko jedno prze-

kształcenie: obrót o 180°, oraz kryształy takie jak naprzykład kryształ cukru (sacharozy) rys. 148.

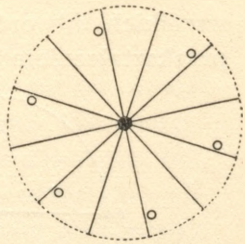
Skojarzenia $s(3')$ rys. 149, $s(4')$ rys. 150 i $s(6')$ rys. 151 ustawiamy w przestrzeni tak samo jak $s(3)$, $s(4)$



Rys. 149.



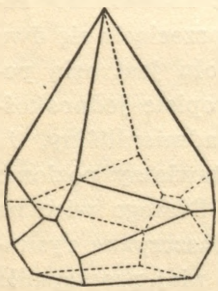
Rys. 150.



Rys. 151.

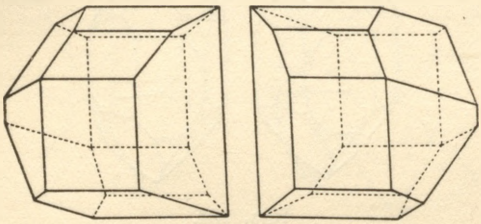
i $\dot{s}(6)$. Są to rodzaje o jednej osi przystawania trzykrotnego, czterokrotnego lub sześciokrotnego. Rys. 152 jest przykładem rodzaju $s(4')$. Tak krystalizuje się minerał wulfenit.

W § 33-cim podaliśmy wiadomość o tem, że płaszczyzny odbicia tworzą oś przystawania tego samego rzędu, co wzajemnie w sobie odzwierciadlające się płaszczyzny obrotu, które przecinają się pod tymi samymi kątami. A więc jedenaście rodzajów rozważanych obecnie dopuszcza te same przekształcenia obrotami co i rodzaje poprzednie. Każdy z nich przekształca się sam w siebie tymi samymi obrotami, co analogiczny mu rodzaj z grupy przedtem opisanej, ale nie przekształca się odzwierciedleniami. Tamte były zespoleniami płaszczyzn odbicia i wynikających z tego osi przystawania, te są skojarzeniami tylko samych osi



Rys. 152.

przystawania. Każdy z rodzajów omawianych obecnie jest zbiorem taśm sferycznych lub sferycznych trójkątów naprzemianlegle równych, tak jak białe i czarne pola szachownicy. Gdy założymy punkt, to on powtarza się w taśmach i trójkątach naprzemianlegle. W każdym więc przypadku mogą istnieć dwie konfiguracje wektorów równych. Używszy analogji z szachownicą, możemy powiedzieć, że jedna konfiguracja jest wynikiem wektorów w polach czarnych druga w białych. Dwie takie konfiguracje są enantjomorfne *: nie przystają do siebie, ale jedna jest odzwierciedle-



Rys. 153.

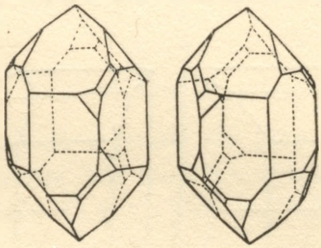
niem drugiej. Istotnie dość dużo jest ciał, krystalizujących się w tego rodzaju symetrycznościach. Ciałom tym są właściwe kryształy jednego kształtu ale dwu rodzajów. Z analogji do rąk ludzkich nazywamy takie kryształy prawe i lewe. Przykładem takich kryształów są rys. 153 kryształy kwasu winnego i rys. 154 kryształy kwarcu. Kryształy kwasu winnego są rodzaju $s(2')$, kwarcu $s(3'2'2')$ rys. 155.

Nie od rzeczy jest porównanie rodzajów $s(3)$ rys. 128, $s(322)$ rys. 138 i $s(3')$ rys. 149 z rodzajem $s(3'2'2')$

* Z greckiego: „enantios" — odwrotny; „morfe" — kształt.

rys. 155, a także rodzaju $s(4'2'3')$ rys. 156 z rodzajem $s(423)$ rys. 142.

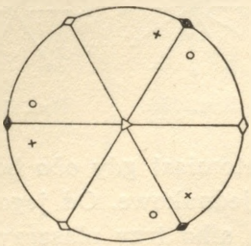
§ 36. *Rodzaje krystalograficzne, będące skojarzeniem płaszczyzn odbicia z płaszczyznami obrotu.* Obrót jest to przekształcenie symetryczne, dokonywane dwiema przecinającemi się płaszczyznami zwierciadlanemi. Są rodzaje symetryczności będące powtórzeniem symetrycznem trójkątów sferycznych to jest wynikłe z zespolenia trzech początkowych płaszczyzn zwierciadlanych. Jest więc możliwość nadania tylko dwu z nich charakteru i znaczenia płaszczyzn obrotu, a trzeciej charakteru płaszczyzn odbicia. Możliwe więc jest, innemi słowy, skojarzenie jednej płaszczyzny odbicia z dwiema płaszczyznami obrotu. Należy wszakże rozważyć, czy skojarzenie takie nie pociąga za sobą sprzeczności, czy mianowicie wzajemne odzwierciedlenie się kątów o dwu bokach odmiennych nie powoduje płaszczyzn, którym przypadłby zarazem charakter płaszczyzn obrotu i płaszczyzn odbicia, co byłoby sprzecznością, więc nie miałoby sensu.



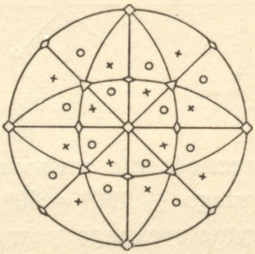
Rys. 154.

Z rysunku 157 — 159 widzimy, że kąty będące parzystą częścią półkola, to jest ½ 180°, ¼ 180° i ⅙ 180°, których

jeden bok jest płaszczyzną odbicia (linje ciągłe opatrzone literą $P$) a drugi płaszczyzną obrotu (linje nieciągłe opatrzone literą $Q$) nie prowadzą do sprzeczności. W powtórzeniu symetrycznem kąta ½ 180° rys. 157 dalszym ciągiem $SP_1$ jest $SP_2$, dalszym ciągiem $SQ_1$ jest $SQ_2$. Tak samo w ¼ 180° rys. 158 wzajemne odzwierciedlenia kąta $P_1SQ_1$ w jego bokach wytwarzają dwie prostopadłe płaszczyzny odbicia $P_1P_3$ i $P_2P_4$ oraz pomiędzy niemi dwie wzajemnie prostopadłe płaszczyzny obrotu $Q_1Q_3$ *i* $Q_2Q_4$. Również kąt



Rys. 155.



Rys. 156.

⅙ 180° rys. 159, utworzony z płaszczyzny odbicia $SP_1$ i z płaszczyzny obrotu $SQ_1$, symetrycznem powtórzeniem, to jest odzwierciedleniem się w swych bokach sprawia zespolenie trzech płaszczyzn odbicia $P_1P_4$, $P_2P_5$, $P_3P_6$ naprzemianległych z trzema płaszczyznami obrotu $Q_1Q_4$, $Q_2Q_5$, $Q_3Q_6$.

Jeżeli wszakże postąpimy tak samo z kątem ⅓ 180° rys. 160, a więc z kątem będącym nieparzystą częścią półkola, to popadniemy w sprzeczność. Gdybyśmy mianowicie jeden jego bok $SP_1$ zrobili płaszczyzną odbicia, a drugi $SQ_1$ płaszczyzną obrotu, to w powtórzeniu symetrycznem, czyli we wzajemnem jego odzwierciedleniu się, powstałoby zespolenie trzech płaszczyzn, z których każda byłaby płaszczyzną

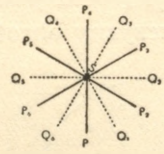
odbicia i zarazem płaszczyzną obrotu: dalsze ciągi każdej byłyby innego charakteru. A to niema sensu, bo płaszczyznę zwierciadlaną zdefinjowaliśmy albo jako płaszczyznę odbicia, albo obrotu, albo inwersji. Ale płaszczyzna będąca zarazem i płaszczyzną odbicia i płaszczyzną obrotu jest to tylko połączenie słów bez znaczenia w rodzaju krzywej prostej albo trójkątnego kwadratu.



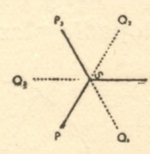
Rys. 157.



Rys. 158.

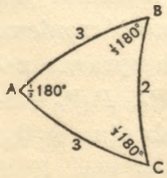


Rys. 159.



Rys. 160.

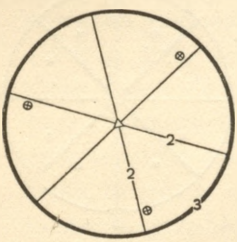
Sprzeczność nie zachodzi natomiast gdy *oba* boki kąta nieparzystego $\frac{1}{3}\ 180^0 = 60^0$ są jednakowe. Od jego powtórzenia symetrycznego powstają albo trzy płaszczyzny odbicia albo trzy płaszczyzny obrotu. A więc kąty będące parzystemi częściami półkola mogą być ograniczone bokami jednakowymi lub niejednakowymi, kąt natomiast nieparzysty $\frac{1}{3}\ 180^0 = 60^0$ nie przywodzi do sprzeczności tylko w tym przypadku, gdy *oba* jego boki są *jednakowe*. Innemi słowy, jeżeli w trójkącie sferycznym płaszczyzn zwierciadlanych, zawierającym kąt $60^0$, jeden bok ma być płaszczyzną odbicia, a dwa boki pozostałe płaszczyznami obrotu, to bok przeciwległy kątowi $60^0$ jest płaszczyzną odbicia, a płaszczyznami obrotu są boki kąta $60^0$.



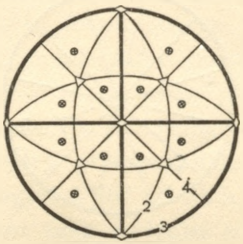

Rys. 161.

Z tego wynika, że w trójkącie sferycznym [ 3 2 3 ] rys. 161 zespolenie płaszczyzny odbicia z dwiema płaszczyznami obrotu jest niemożliwe, bo wobec dwu kątów $\frac{1}{3}\ 180^0$

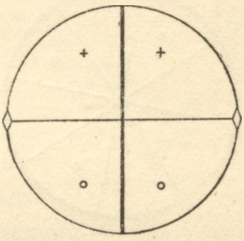
wszystkie trzy boki trójkąta muszą być jednakowe. Gdyby bowiem oba boki kąta *ACB* rys. 161 były jednakowe, to boki kąta *ABC* jednakowe nie będą i przywiodą do sprzeczności. W trójkątach [ 3 2 2 ] i [ 4 2 3 ] możliwe są tylko skojarzenia *s*( 3 2′ 2′ ) rys. 162 i *s*( 4′ 2′ 3 ) rys. 163, to jest takie, w których bok ( 3 ) jest płaszczyzną odbicia. W trójkącie [ 2 2 2 ] jest możliwe jedno skojarzenie *s*( 2 2′ 2′ ) rys. 164, bo wszystkie kąty są ½ 180°, a więc parzyste, i wszystkie boki są jednakowe. W trójkątach [ 4 2 2 ]



Rys. 162.



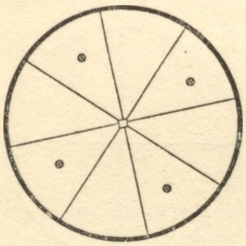
Rys. 163.


Rys. 164.

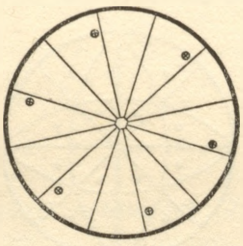
i [ 6 2 2 ] są możliwe po dwa skojarzenia, bo wszystkie kąty są parzystemi częściami półkola: *s*( 4′ 2′ 2 ) i *s*( 4 2′ 2′ ), *s*( 6′ 2′ 2 ) i *s*( 6 2′ 2′ ). Rozpatrzmy się bliżej w tych rodzajach symetryczności.

Rodzaj *s*( 2 2′ 2′ ) rys. 164 jest zespoleniem płaszczyzny odbicia (linja gruba) z prostopadłą do niej osią przystawania dwukrotnego. Dwie płaszczyzny obrotu (linje cienkie) tworzą tu kąt 90°, a więc obrót niemi wywołany zachodzi pod kątem dwa razy większym, to jest 180°, a 360° : 180° = 2. Ponieważ wszystkie trzy boki trójkąta *s*( 2 2′ 2′ ) są jednakowo przeciwległe kątom prostym ½ 180°, więc wszystko jedno jak napiszemy ten symbol: *s*( 2 2′ 2′ ), *s*( 2′ 2 2′ ) czy *s*( 2′ 2′ 2). W celu zachowania analogji z rodzajem *s*( 1 ) i *s*( 2′ ) rodzaj *s*( 2 2′ 2′ ) usta-

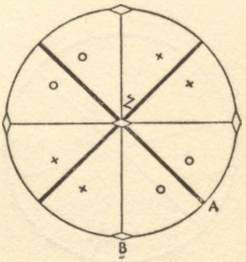
wiamy tak, aby oś przystawania była pozioma i aby ciągnęła się na prawo i na lewo. Symetryczność rodzaju $s(2\,2'\,2')$ jest właściwa sieciom jednoskośnym rys. 81—85 oraz kryształom amfibolu rys. 12, selenitu rys. 14, łyszczyków rys. 15, skalenia rys. 51. Jest to rodzaj najwięcej rozpowszechniony w świecie kryształów. Krystalizują się w nim tysiące substancyj. Szczególnie jest on właściwy połączeniom organicznym.



Rys. 165.



Rys. 166.




Rys. 167.

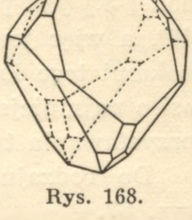
W rodzaju $s(3\,2'\,2')$ rys. 162 płaszczyzna wielkiego koła, zgodna z płaszczyzną rysunku, jest płaszczyzną odbicia. Płaszczyzny do niej prostopadłe są płaszczyznami obrotu. Powtórzywszy się symetrycznie tworzą one oś przystawania, tak samo jak w rodzaju $s(3')$. Rodzaj $s(3\,2'\,2')$ jest więc skojarzeniem płaszczyzny odbicia $[3]$ z prostopadłą doń osią $[2'\,2']$ przystawania trzykrotnego.

Podobnie rodzaj $s(4\,2'\,2')$ rys. 165 jest zespoleniem płaszczyzny odbicia $(4)$ z prostopadłą do niej osią przystawania czterokrotnego.

Jak zaznaczyliśmy wyżej trójkąty $[4\,2\,2]$ i $[6\,2\,2]$ dopuszczają jeszcze drugi sposób zespolenia płaszczyzny odbicia z dwiema płaszczyznami obrotu, taki mianowicie, że płaszczyzną odbicia jest jeden z boków oznaczonych

liczbą „dwa", to jest przeciwległych kątowi prostemu, czyli jedna z płaszczyzn pionowych, a płaszczyznami obrotu jest druga płaszczyzna pionowa i płaszczyzna pozioma, to jest bok przeciwległy kątowi ¼ 180° w trójkącie [ 4 2 2 ], oraz bok przeciwległy kątowi ⅙ 180° w trójkącie [ 6 2 2 ], a więc są możliwe rodzaje $s(4'2'2)$ i $s(6'2'2)$.

Rodzaj $s(4'2'2)$ mamy na rys. 167. Bok [ 2 ] będący płaszczyzną odbicia powtarzając się symetrycznie wytwarza dwie wzajemnie prostopadłe płaszczyzny odbicia, przecięciem swym dające pionową oś przystawania dwukrotnego. Boki [ 4' 2' ] jako sobie prostopadłe powtórzeniem swem dają dwie wzajemnie prostopadłe osi przystawania dwukrotnego leżące symetrycznie pomiędzy płaszczyznami odbicia, to jest w odległości 45° od nich. Klasycznym przykładem tego rodzaju są kryształy chalkopirytu $CuFeS_2$ rys. 168.



Rys. 168.

Rodzaj $s(6'2'2)$ rys. 169 jest analogiczny rodzajowi $s(4'2'2)$. Też polega on na tem, że jest on zespoleniem naprzemianległych płaszczyzn odbicia i osi przystawania dwukrotnego, z tą różnicą, że w rodzaju $s(6'2'2)$ kąt pomiędzy płaszczyznami pionowemi jest ⅙ 180° = 30°, więc powtórzenie symetryczne trójkąta $s(6'2'2)$ wytwarza trzy pionowe płaszczyzny odbicia co 60°, których przecięcie się jest pionową osią przystawania trzykrotnego, oraz trzy poziome osi przystawania dwukrotnego symetrycznie leżące pomiędzy płaszczyznami odbicia. Rodzaj $s(6'2'2)$ jest symetrycznością sieci romboedrycznej rys. 98 oraz kryształów kalcytu.

Trójkąt [ 3 2 3 ] nie dopuszcza zespolenia płaszczyzny odbicia z płaszczyznami obrotu, bo w powtórzeniu syme-

trycznem tego trójkąta zespolenie takie prowadzi do sprzeczności.

Wreszcie w trójkącie [ 4 2 3 ] jest możliwe skojarzenie $s(4'2'3)$ rys. 163. Powtórzenie takiego trójkąta wytwarza trzy wzajemnie prostopadłe płaszczyzny odbicia, których przecięcia się są zatem trzema wzajemnie prostopadłemi i równemi osiami przystawania dwukrotnego, oraz cztery osi przystawania trzykrotnego, które leżą symetrycznie pomiędzy płaszczyznami odbicia. W trójkącie $s(4'2'3)$ bok [ 3 ] jest przeciwległy nieparzystemu kątowi $\frac{1}{3}\ 180^0 = 60^0$, a więc jest on płaszczyzną odbicia. Boki [ 4' 2' ] są bokami tego kąta, a więc ich przecięcia się są to właśnie osi o najmniejszym kącie obrotu $2 \times 60^0 = 120^0$, a więc osi przystawania trzykrotnego $360^0 : 120^0 = 3$.

Do rodzaju $s(4'2'3)$ należą kryształy pirytu $FeS_2$ rys. 37.

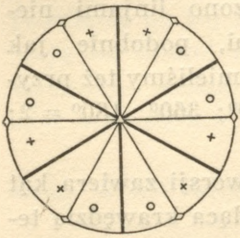
A zatem zespoleń płaszczyzny odbicia z płaszczyznami obrotu jest siedm.

$s(2\,2'\,2')$
$s(3\,2'\,2')$
$s(4\,2'\,2')$ $\quad$ $s(4'\,2'\,2)$
$s(6\,2'\,2')$ $\quad$ $s(6'\,2'\,2)$

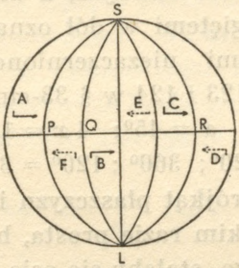
$s(4'\,2'\,3)$

W celu łatwiejszego zapamiętania symbolów tych siedmiu rodzajów symetryczności krystalograficznej, jako na regułę mnemoniczną, zwróćmy uwagę na to, że przecinkami są opatrzone tylko liczby parzyste, a obok nieparzystej liczby „3" przecinka niema: jeżeli jeden z boków trójkąta sferycznego jest przeciwległy kątowi $\frac{1}{3}\ 180^0$, to bok ten jest płaszczyzną odbicia, a płaszczyznami obrotu są boki przyległe do tego kąta.

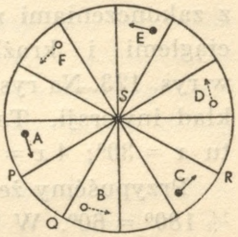
§ 37. *Rodzaje symetryczności krystalograficznej wynikłe z inwersji.* Wyczerpaliśmy już wywód wszystkich tych rodzajów symetryczności krystalograficznej, które wynikają z dwu przekształceń symetrycznych: z odbicia i z obrotu. Ale jak wiemy z § 33-go jest jeszcze przekształcenie trzecie, inwersja, które wykonywamy kolejnem odzwierciedleniem w trzech płaszczyznach zwierciadlanych, tworzących kąt bryłowy czyli trójkąt sferyczny. Czy każdy z wyżej wyprowadzonych trójkątów możemy zrobić



Rys. 169.




Rys. 170.




Rys. 171.

trójkątem inwersji, czy też niektóre z nich tak użyte doprowadziłyby do sprzeczności? Pytanie to rozstrzygniemy rozwiązaniem zagadnienia o rzędzie osi przystawania powstałej od przecięcia się płaszczyzn inwersji.

Na powierzchni kuli rys. 170 leży utwór *A* i obok niego na tej powierzchni jest trójkąt sferyczny płaszczyzn inwersji *SPQ* oraz jego powtórzenia symetryczne, to jest wszystkie wzajemne odzwierciedlenia w jego bokach. Inwersja utworu *A* w utwór *B* dalszemi odzwierciedleniami trójkąta inwersyjnego wywołuje istnienie utworu *C*, który do utworu *A* przystaje po obrocie kuli około średnicy *SL* o kąt *cztery* razy większy od kąta płaszczyzn inwersji przecinających się na prostej *SL*. Że kąt obrotu jest

cztery razy większy od kąta pomiędzy płaszczyznami *SP* i *SQ* widzimy zważywszy iż *A* przystaje do *C* gdy łuk *SP* doprowadzimy do przybrania położenia łuku *SR*. Łuk koła równikowego *PR* jest cztery razy dłuższy od łuku *PQ*. Podobnie jak w rys. 124 kropkami oznaczono utwory na tylnej stronie powierzchni kuli. Rys. 171 jest rzutem pionowym rys. 170 na płaszczyznę *PQR*, czyli jest to powierzchnia kuli rys. 170 widziana z góry. Utwory *A*, *C*, *E* będące na półkuli górnej, o końcach zagiętych w górę, narysowano linją ciągłą i krążkiem czarnym, a utwory półkuli dolnej z zakończeniami zagiętemi w dół oznaczono linjami niecią głemi i krążkami niezaczernionemi, podobnie jak w rys. 123. Na rys. 123 i 124 w § 33-cim mieliśmy też przykład inwersji. Tam $x = 45^0$; $4x = 180^0$; $360^0 : 180^0 = 2$; tu $x = 30^0$; $4x = 120^0$; $360^0 : 120^0 = 3$.

Przypuśćmy że trójkąt płaszczyzn inwersji zawiera kąt $\frac{1}{3}\ 180^0 = 60^0$. W takim razie prosta, będąca krawędzią tego kąta dwuściennego, stałaby się osią przystawania o najmniejszym kącie obrotu $4 \times 60^0 = 240^0$, a więc rząd jej byłby to iloraz $360^0 : 240^0 = (3 \times 120^0) : (2 \times 120^0) = {}^3/_2$, czyli byłaby to oś ${}^3/_2$ przystawania. To jest sprzeczność. Rząd osi jest liczbą całkowitą: przystawanie zachodzi dwa, trzy, cztery, sześć razy w pełnym obrocie. Przystawanie ułamka razy jest to wyrażenie bez treści, bez znaczenia, jest to sprzeczność taka sama jak naprzykład trójkąt kwadratowy, albo kwadrat o trzech bokach. Z tej sprzeczności wnosimy zatem, że trójkątów sferycznych [ 3 2 2 ] [ 3 2 3 ] i [ 4 2 3 ] nie możemy użyć na trójkąty inwersji, bo one zawierają kąt $\frac{1}{3}\ 180^0 = 60^0$.

Słowami prostszemi i więcej obrazowemi możemy wyrazić to samo sposobem takim. Gdyby płaszczyzny inwersji były płaszczyznami odbicia, to około krawędzi kąta $60^0$

utworzyłyby sześć odzwierciedleń. W przypadku inwersji z tych odzwierciedleń zostałaby tylko część czwarta. A to jest sprzeczność, bo czwarta część sześciu jest ułamkiem $^3/_2$, a nie liczba całkowita: $^3/_2$ powtórzeń symetrycznych utworu jest to wyrażenie sensu nie zawierające, bo możemy utwór powtórzyć dwa, trzy, cztery, sześć, ośm, dwanaście i wogóle całkowitą liczbę razy, ale nie możemy powtórzyć utworu pół raza. To byłoby przepołowienie utworu ale nie powtórzenie.

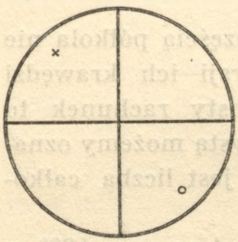
Oczywista, że kąty będące parzystą częścią półkola nie prowadzą do tej sprzeczności. W inwersji ich krawędzi stają się osiami rzędu całkowitego. Prosty rachunek to wykazuje. Każdą mianowicie liczbę parzystą możemy oznaczyć wyrażeniem ogólnem $2m$, gdzie $m$ jest liczba całkowita. Jeżeli więc kąt $x = \frac{1}{2m}\,180^0$, to $4x = \frac{4}{2m}\,180^0 = \frac{2}{m}\,180^0 = \frac{1}{m}360^0$, więc rząd osi $360^0 : \frac{1}{m}360^0 = m$. Ponieważ $m$ jest liczbą całkowitą, więc sprzeczności niema.

Stąd wynika, że inwersja jest to przekształcenie symetryczne, dokonywane trójkątami sferycznymi płaszczyzn zwierciadlanych przecinających się tylko pod takimi kątami, które są *parzystemi* częściami półkola. A zatem tylko trzy są rodzaje inwersyjne: $s(2''\,2''\,2'')$, $s(4''\,2''\,2'')$ i $s(6''\,2''\,2'')$. Płaszczyzny inwersji oznaczamy przecinkami dwoma, a w rysunkach linjami podwójnemi.

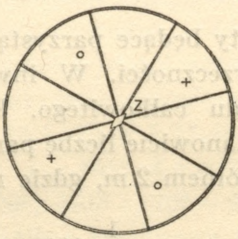
Rodzaj $s(2''\,2''\,2'')$ rys. 172 już znamy z rys. 125. Rozważyliśmy go w § 33-cim na str. 180-tej, gdy zastanawialiśmy się nad przekształceniami symetrycznemi. Wiemy już, że inwersja trzema płaszczyznami wzajemnie prostopadłe-

mi (możemy ją nazwać inwersją prostokątną) jest to środek równości odwróconej.

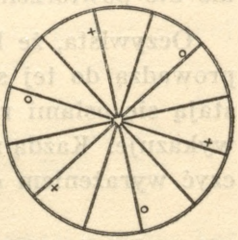
Gdy przeprowadzamy rozmaite płaszczyzny styczne z powierzchnią kuli, to w rodzaju $s(\,2''\,2''\,2''\,)$ każda przekształca się w płaszczyznę równoległą na przeciwległym końcu średnicy. Prowadzi to do brył takich jak naprzykład rys. 13, przedstawiający kryształ pirochromianu potasowego.



Rys. 172.



Rys. 173.



Rys. 174.

Rodzaj $s(\,4''\,2''\,2''\,)$ przedstawiony rys. 173 też znamy ze stronicy 180 oraz z rys. 123 i 124. W rodzaju tym krawędź kąta $\frac{1}{4}\,180^0$ jest osią przystawania dwukrotnego, bo $x = \frac{1}{4}\,180^0$, $4x = 180^0$, więc rząd osi $360^0 : 180^0 = 2$. Krawędzi kątów $\frac{1}{2}\,180^0$ nie są osiami przystawania, bo jeżeli $x = \frac{1}{2}\,180^0$, to $4x = 360^0$, a $360^0 : 360^0 = 1$. Oś przystawania jednokrotnego czyli rzędu pierwszego powoduje przekształcenie identyczności, a takiego przekształcenia doznaje każdy utwór obrócony około dowolnej prostej o $360^0$.

Wreszcie rodzaj $s(\,6''\,2''\,2''\,)$ rys. 174 daje dwuzwrotną oś przystawania trzykrotnego, bo $x = \frac{1}{6}\,180^0$, $4x = \frac{2}{3}\,180^0$, $360^0 : \frac{2}{3}\,180^0 = 360^0 : \frac{1}{3}\,360^0 = 360^0 : 120^0 = 3$.

§ 38. *Twierdzenie o trzydziestu dwu rodzajach krystalograficznych.* Przegląd rozumowania powyższego przeko-

nywa, że wyczerpaliśmy wszystkie rodzaje symetryczności niesprzeczne z jednorodnością ciała stałego. Streśćmy mianowicie to rozumowanie. A więc zdefinjowaliśmy kierunki równe i stwierdziliśmy, że leżą one symetrycznie w kryształach. Dalej orzekliśmy, że odwzorowaniem ich jest symetryczny zbiór wychodzących z jednego punktu odcinków równych, z których każdy jest przekształceniem symetrycznem któregokolwiek z pozostałych. Potem określiliśmy pojęcie płaszczyzny zwierciadlanej i udowodniliśmy, że istnieją tylko trzy przekształcenia symetryczne zachodzące z zachowaniem jednego punktu niezmiennego. Następnie zaznaczyliśmy, że sieci przestrzenne przekształcają się tylko obrotami około osi przystawania dwukrotnego, trzykrotnego, czterokrotnego i sześciokrotnego, co wynika z istoty sieci płaskiej. Wobec tego orzekliśmy, że kąty pomiędzy płaszczyznami zwierciadlanemi niesprzeczne z jednorodnością są tylko $180^0$, $90^0$, $60^0$, $45^0$ i $30^0$. Wreszcie poczyniliśmy wszelkie możliwe skojarzenia płaszczyzn zwierciadlanych, zawierające kąty rzeczone, i płaszczyznom tym nadaliśmy wszystkie możliwe znaczenia płaszczyzn odbicia, obrotu i inwersji. Tym sposobem udowodniliśmy istnienie:

| | |
|---|---|
| 11-stu | rodzajów symetryczności krystalograficznej, będących skojarzeniami tylko płaszczyzn odbicia, |
| 11-stu | rodzajów symetryczności krystalograficznej, będących skojarzeniami tylko płaszczyzn obrotu, |
| 7-miu | rodzajów krystalograficznych, będących zespoleniami jednej płaszczyzny odbicia z dwiema płaszczyznami obrotu, |
| 3-ch | rodzajów krystalograficznych, będących wynikiem inwersji, |
| razem 32-wu | rodzajów symetryczności krystalograficznej. |

Rozumowanie to jest dowodem zupełnym i wyczerpującym, że *rodzajów krystalograficznych jest trzydzieści*

*dwa*. W celu zapamiętania zbierzmy symbole ich w jedną tabelkę.

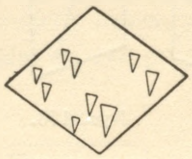
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $s(1)$ | $s(1')$ | | | |
| $s(2)$ | $s(2')$ | | | |
| $s(3)$ | $s(3')$ | | | |
| $s(4)$ | $s(4')$ | | | |
| $s(6)$ | $s(6')$ | | | |
| $s(222)$ | $s(2'2'2')$ | $s(22'2')$ | | $s(2''2''2'')$ |
| $s(322)$ | $s(3'2'2')$ | $s(32'2')$ | | |
| $s(422)$ | $s(4'2'2')$ | $s(42'2')$ | $s(4'2'2)$ | $s(4''2''2'')$ |
| $s(622)$ | $s(6'2'2')$ | $s(62'2')$ | $s(6'2'2)$ | $s(6''2''2'')$ |
| $s(323)$ | $s(3'2'3')$ | | | |
| $s(423)$ | $s(4'2'3')$ | | $s(4'2'3)$ | |

Nie wymaga udowodnienia, że rodzaje symetryczności dzielą się na syngonje tak samo jak sieci przestrzenne. Rodzaje $s(1')$ i $s(2''2''2'')$ należą do syngonji trójskośnej, rodzaje $s(1)$, $s(2)$ i $s(22'2')$ stanowią syngonję jednoskośną, rodzaje $s(2)$, $s(2'2'2')$ i $s(222)$ tworzą syngonję rombową, wszystkie rodzaje [4] i [422] są tetragonalne, wszystkie rodzaje [3], [6], [322] i [622] heksagonalne, a rodzaje $s(323)$, $s(3'2'3')$, $s(4'2'3')$, $s(4'2'3)$ i $s(423)$ należą do syngonji regularnej.

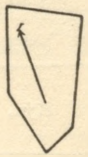
§ 39. *Znaczenie fizyczne rodzajów symetryczności krystalograficznej*. W początku książki niniejszej w § 13-stym zaznaczyliśmy, że kryształy niektórych ciał zdarzają się nader doskonałe. Nieskazitelność ich niekiedy bywa tak znaczna, że ściany ich są podobne do płaszczyzn szlifowanych i polerowanych na klejnotach. Ale wiadomo nam również, że na ścianach kryształów poddanych działaniu odczynników chemicznych lub rozpuszczalników powstają figury wytrawione. Z ich kształtu i położenia względem krawędzi na różnych ścianach kryształu możemy sądzić o je-

go rodzaju symetryczności. Figury te wskazują, czy ściana jest prostopadła do osi przystawania, czy do płaszczyzn odbicia, czy też nie jest prostopadła do żadnego elementu symetryczności.

Rys. 175 przedstawia ścianę romboedru na krysztale dolomitu $CaMg(CO_3)_2$ i schematyczny obraz figur na niej wytrawionych kwasem solnym. Widzimy, że ściana ta wraz z jej figurami nie przystaje sama do siebie po żadnym obrocie ani nie dzieli się na części symetryczne żadną płaszczyzną. Taką ścianę nazywamy asymetryczną albo jednokierunkową. Rozumiemy przez to, że jakiś kierunek (1) rys. 176 na takiej ścianie jest jeden, nie powtarza się symetrycznie. Takie figury uwidoczniają to, że ściana nie jest prostopadła do żadnego elementu symetryczności.



Rys. 175.

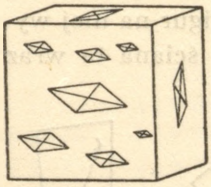


Rys. 176.

Bromian sodowy $NaBrO_3$ krystalizuje się w sześciany. Gdy kryształ tej soli poddamy krótkotrwałemu działaniu niedosyconego roztworu tej soli, to na ścianach jego pojawiają się figury wytrawione rys. 177. Ściany sześcianu soli omawianej nie możemy podzielić na części symetryczne, ale obróciwszy ją około prostej do niej prostopadłej o 180° przywiedziemy ją wraz z jej figurami wytrawionemi do przystania samej z sobą. Innemi słowy, oba zwroty (1) i (2) rys. 178 każdej prostej leżącej na tej ścianie są sobie równe fizycznie. Ściany takie są prostopadłe do osi przystawania dwukrotnego. Nazywamy je dwukierunkowemi.

Rysunek 179 przedstawia pewną ścianę kryształów chlorzanu sodowego $NaClO_3$ i schemat figury na niej wytrawionej. Kształt jej i położenie względem krawędzi ściany do-

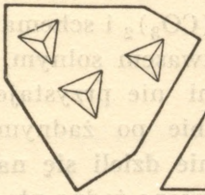
wodzi że ściana jest trójkierunkowa rys. 180, to jest prostopadła do osi przystawania trzykrotnego. Takie same figury są właściwe ścianom ośmiościanu na kryształach pirytu $FeS_2$ rys. 181.



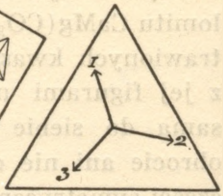
Rys. 177.



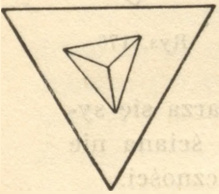

Rys. 178.



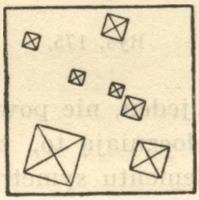
Rys. 179.



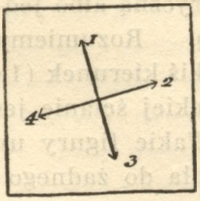

Rys. 180.



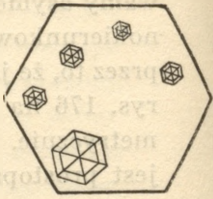
Rys. 181.



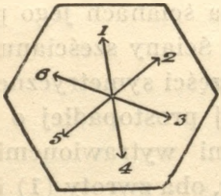
Rys. 182.




Rys. 183.



Rys. 184.



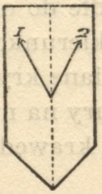

Rys. 185.



Rys. 186.



Rys. 187.




Rys. 188.



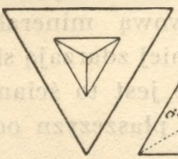
Rys. 189.



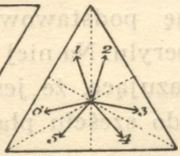

Rys. 190.

Rysunek 182 podaje kształt i położenie figur wytrawionych na ścianach sześcianu kryształów chlorku potasowego KCl. Ściany takie są czwórkierunkowe, co schematycznie tłumaczy rys. 183. Są one prostopadłe do osi przystawania czterokrotnego.

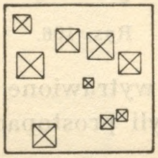
Rysunek 184 jest to przykład ściany sześciokierunkowej, a rys. 185 jest jej schematyczną interpretacją. Jest to mianowicie ściana podstawowa kryształów apatytu (porównaj rys. 18) trawiona kwasem azotowym. Widzimy, że ściana taka jest prostopadła do osi przystawania sześciokrotnego.



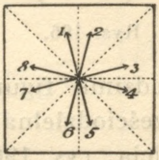
Rys. 191.



Rys. 192.



Rys. 193.



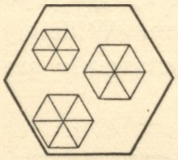
Rys. 194.

Rysunek 186 podaje kształt i układ figur wytrawionych na ścianie kryształów minerału kalaminu. Ściana ta, wraz z każdą figurą wytrawioną, w jednym kierunku dzieli się na dwie części symetryczne. To samo widzimy na ścianach romboedru kalcytu rys. 187 traktowanych kwasem solnym. Gdy na ścianie takiej weźmiemy kierunek dowolny (1) rys. 188, to znajdziemy na niej (2) symetryczny względem linji środkowej. Ściana taka jest prostopadła do jednej płaszczyzny odbicia. Mówimy o niej że jest ona jednodzielna.

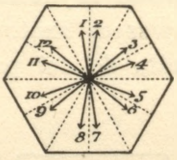
Rysunek 189 przedstawia ścianę podstawową minerału topazu poddaną działaniu stopionego wodorotlenku potasowego (porównaj z rys. 19). Ściana taka, dwudzielna, jest prostopadła do dwu płaszczyzn odbicia, rys. 190.

Część środkowa rysunku 191 przedstawia figurę wytrawioną na jednej ze ścian kryształów sfalerytu ZnS, a także ałunu (ob. rys. 17). Taka ściana jest trójdzielna, prostopadła do trzech płaszczyzn odbicia, rys. 192.

Rysunek 193 jest schematycznym wizerunkiem ściany sześcianu halitowego (NaCl), która podległa działaniu powietrza wilgotnego. Jest to przykład ściany czwórdzielnej to jest prostopadłej do czterech płaszczyzn odbicia, rys. 194.



Rys. 195.



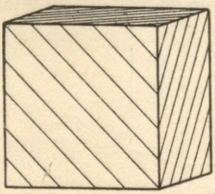

Rys. 196.

Wreszcie na rys. 195 mamy przedstawioną ścianę podstawową minerału berylu. Na niej zdarzają się rodzime figury wytrawione okazujące, że jest to ściana sześciodzielna czyli prostopadła do sześciu płaszczyzn odbicia: rys. 196.

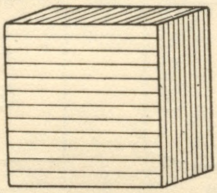
Nie znamy innych ścian na kryształach.

Postać kryształów jest wyrazem różnic prędkości ich przyrostu w różnych kierunkach. Ale zależy ona ponadto od wielu zjawisk zachodzących w roztworze, w którym kryształ powstaje i rośnie. Tylko więc w warunkach szczególnie pomyślnych na krysztale pojawia się ścian tak dużo i taki ich dobór, że sama postać ujawnia właściwy mu rodzaj symetryczności. W przeważającej większości przypadków wielościan wzrostu kryształów składa się ze ścian nielicznych, spólnych kilku rodzajom symetryczności. Naprzykład sześcian jest postacią wielu substancyj krystalizujących się w różnych rodzajach syngonji regularnej. Dopiero figury wytrawione odsłaniają właściwy rodzaj symetryczności tych kryształów. Ściany sześcianu na kryształach sfalerytu (rodzimego siarczku cynkowego ZnS) jako mine-

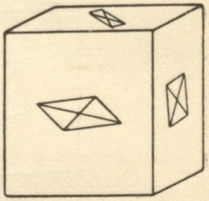
rału, a więc ciała podległego działaniu rozmaitych roztworów krążących w powłoce ziemskiej, nie są zupełnie gładkie. Pokrywa je delikatne prążkowanie przekątne, o kierunkach wskazanych na rys. 197. Oczywista, iż takiemu sześcianowi jest właściwa symetryczność rodzaju $s(3\,2\,3)$. Każda jego ściana jest prostopadła do osi przystawania dwukrotnego i do dwu wzajemnie prostopadłych płaszczyzn odbicia, których ślady tworzą kąty 45° z krawędziami sześcianu. Sześcian pirytu $FeS_2$ też jest prążkowany, ale równolegle do krawędzi, przyczem tak, że prążki dwu ścian przyległych



Rys. 197.



Rys. 198.

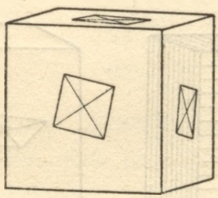


Rys. 199.

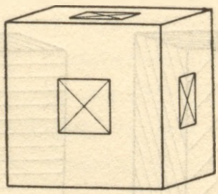
są sobie prostopadłe nawzajem: rys. 198. A więc każda ściana sześcianu pirytowego jest prostopadła do dwu płaszczyzn odbicia równoległych do krawędzi sześcianu, co jest zgodne z rodzajem $s(4'\,2'\,3)$. Od działania nienasyconego roztworu na ścianach sześcianów bromianu sodowego $NaBrO_3$ powstają figury wytrawione rys. 199, których zarys i stosunek przestrzenny do krawędzi sześcianu wskazuje, że ściany te są prostopadłe tylko do osi przystawania dwukrotnego i że niema tu płaszczyzn odbicia, a więc zachodzi symetryczność rodzaju $s(3'\,2'\,3')$. Na ścianach sześcianu sylwinu (rodzimego chlorku potasowego KCl) alkohol metylowy powoduje figury wytrawione kształtu i układu rys. 200, z których widzimy nieobecność płaszczyzn odbicia

i obecność osi przystawania czterokrotnego, to jest symetryczność rodzaju $s(4'2'3')$. I dopiero sześciany halitu (chlorku sodowego NaCl) okazują figury wytrawione rys. 201, z których wynika, że każda ściana sześcianu jest prostopadła do czterech płaszczyzn odbicia przecinających się pod kątem 45°. Jest to rodzaj $s(423)$. W nim własności fizyczne zachodzą zgodnie z symetrycznością geometryczną sześcianu umiarowego.

A więc *trzydzieści dwa rodzaje krystalograficzne są rodzajami symetryczności rozpuszczania się ciała stałego.*



Rys. 200.

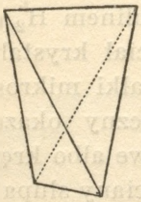


Rys. 201.

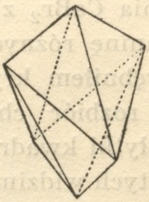
Prędkość rozpuszczania się jest to zjawisko najniesymetryczniejsze. Jaknajdokładniej przeto oddaje ono symetryczność krystalograficzną rozpuszczającego się ośrodka. Każde kierunki nierówne krystalograficznie, to jest nie będące wzajemnem powtórzeniem symetrycznem, są nierówne pod względem prędkości rozpuszczania się ciała krystalicznego. Kierunki jednoznaczne pod względem rozpuszczania się są równe, będąc wzajemnem powtórzeniem symetrycznem, a więc są równe pod względem wszystkich innych własności wektorowych. Symetrja różnych zjawisk fizycznych jest daleko większa od symetrji rozpuszczania się ciała krystalicznego. Niektóre więc kierunki niejednoznaczne symetrycznie, a zatem różniące się prędkością rozpuszczania, są jednakowe pod względem wielu innych własności fizycz-

nych. Stan krystaliczny jest anizotropny w stopniu bardzo niejednakowym względem różnych własności fizycznych. Najwięcej anizotropny jest on pod względem prędkości rozpuszczania się.

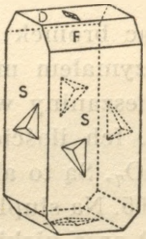
Na zakończenie rozejrzymy się w symetryczności jednego ciała, biorąc pod uwagę nie schematycznie narysowane lecz fotografowane figury wytrawione. Weźmy mianowicie rodzaj *s* ( 4″ 2″ 2″ ). Średnica kuli *Z* (rys. 173) jest osią przystawania dwukrotnego, bo jest ona krawędzią kąta 45° utworzonego płaszczyznami inwersji, a więc najmniejszy kąt jej obrotu jest $4 \times 45^0 = 180^0$ i rząd jej jest $360^0 : 180^0 = 2$. Gdy na powierzchni kuli położymy jakiś punkt, to jego jedna inwersja leży na tej samej półkuli (kółka), a dwie na półkuli



Rys. 202.



Rys. 203.




Rys. 205.

dolnej (krzyżyki). Gdybyśmy poprowadzili płaszczyzny styczne z powierzchnią kuli w tych punktach, to otrzymalibyśmy wielościan rys. 202: dwusfenoid tetragonalny. Przesuwając którykolwiek z punktów założonych na powierzchni kuli do okręgu koła tem samem przesuwalibyśmy trzy pozostałe. Na okręgu tym leżałyby one co 90°. Płaszczyzny styczne z powierzchnią kuli w tych punktach są równoległe do osi *Z*. Tworzą one słup tetragonalny. Gdy jeden z tych punktów przesuniemy do punktu *Z* to zleje się on z drugim punktem tej samej półkuli, a to samo stanie się z punktami półkuli

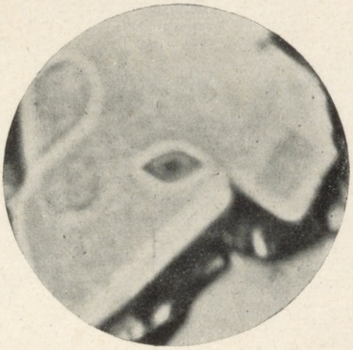
dolnej. Płaszczyzny styczne z powierzchnią kuli w tych punktach tworzą dwuścian podstawowy, prostopadły do inwersyjnej osi przystawania dwukrotnego.

Gdybyśmy wzięli rodzaj $s(4'2'2)$ rys. 167, to punkt położony w obrębie trójkąta sferycznego tych płaszczyzn zwierciadlanych doprowadziłby nas do otrzymania skalenoedru tetragonalnego rys. 203 ale przesunięty na bok *ZA* tak samo dałby dwusfenoid, przeniesiony w punkt *A* albo w *B* słup tetragonalny, w punkt *Z* dwuścian. Ale w rodzaju $s(4'2'2)$ ściany dwuścianu są dwudzielne, jako prostopadłe do dwu płaszczyzn odbicia, ściany słupa albo jednodzielne (prostopadłe do jednej płaszczyzny odbicia) albo dwukierunkowe (prostopadłe do osi przystawania dwukrotnego).

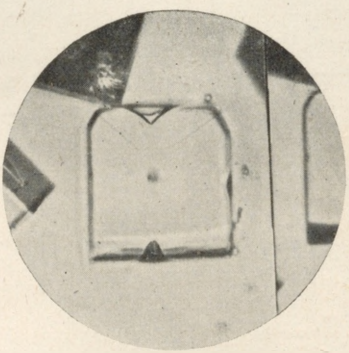
Topiąc bromek wapnia $CaBr_2$ z kaolinem $H_2Al_2Si_2O_8 . H_2O$ otrzymałem mieszaninę różnych ciał krystalicznych. Z tej mieszaniny wyodrębniłem kryształki mikroskopowe rys. 204. Ich ilościowy rozbiór chemiczny okazał skład $Ca_2Al_2SiO_7$. Są to albo płytki kwadratowe albo krępe słupki rys. 205. Na słupkach tych widzimy ściany słupa *S*, dwuścianu *D* oraz niekiedy dwusfenoidu *F*. Do którego rodzaju one należą: do $s(4''2''2'')$ czy do $s(4'2'2)$? Bo w obu tych rodzajach jest możliwe połączenie ścian słupa, dwuścianu podstawowego i dwusfenoidu. Figury wytrawione rozstrzygają na rzecz rodzaju $s(4''2''2'')$. Mianowicie na płaszczyznie podstawowej kwas solny wyżera figury rys. 206 dowodząc, że ściana ta jest prostopadła do osi przystawania dwukrotnego. Na rys. 207 widzimy inny kryształ substancji omawianej, leżący ścianą słupa, a więc figury wytrawione na ścianach podstawowych widzimy z boku. Tak się zdarzyło pomyślnie, że figury powstały na górnej i na dolnej ścianie podstawowej, co pozwala widzieć, że na



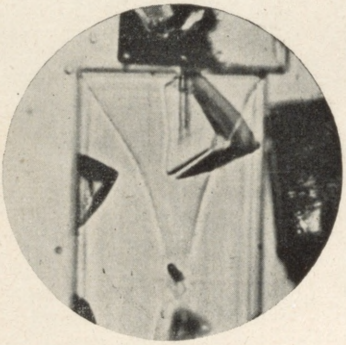
Rys. 204.



Rys. 206.



Rys. 207.



Rys. 208.

jednej ścianie figura leży podłużnie, na drugiej poprzecznie, tak jak to schematycznie przedstawia rys. 205 a więc są one wzajemnie w położeniu inwersji. Rys. 208 jest obrazem mikroskopowym figur wytrawionych na ścianie słupa: jedną widzimy wprost, drugą na lewo w profilu. Widzimy, że ściany słupa są asymetryczne, oraz że figury dwu przyległych ścian słupa są wzajemną inwersją, co schematycznie ilustruje rys. 205.

Rodzaje symetryczności krystalograficznej wywodzono rozmaitymi sposobami. Nie każdy jednak z tych sposobów prowadził do rodzaju $s(\,4''\,2''\,2''\,)$. Stąd więc niektórzy teoretycy albo powątpiewali o możliwości istnienia kryształów tego rodzaju, albo nawet twierdzili, że taki rodzaj symetryczności nie istnieje. Odkrycie kryształów rodzaju $s(\,4''\,2''\,2''\,)$ rozstrzygnęło na korzyść tych teoryj, z których wynikała konieczność istnienia rodzaju omawianego. Dotychczas substancja $Ca_2Al_2SiO_7$ jest jedynem urzeczywistnieniem symetryczności $s(\,4''\,2''\,2''\,)$. Innych ciał krystalizujących się w tym rodzaju nie znamy.

§ 40. *Losy twierdzenia o trzydziestu dwu rodzajach symetryczności krystalograficznej.* Dzieje teorji o symetryczności krystalograficznej i wywodu trzydziestu dwu rodzajów ciała krystalicznego są nader dziwne i podobne do losów teorji sieciowej pod tym względem, że tu również badacze wyprzedzali niejako czas należyty, a więc zapominano o ich dziełach i rzecz jedną kilkakrotnie odkrywano.

Niejasne przebłyski idei o syngonjach oraz zaczątki ujmowania symetryczności kryształów są już w traktacie krystalograficznym J. Rome de l'Isle'a. R. J. Haüy jasno zdawał sobie sprawę z symetryczności kryształów, rozumiał związek symetryczności kształtu z symetrją własności

fizycznych i w roku 1815-stym ogłosił o tem rozprawę, ale nie wysnuł wszystkich następstw wynikających ze związku symetryczności i ustroju sieciowego kryształów. Pierwszy dokonał tego J. Fr. Hessel roku 1830-go. Udowodnił on konieczność istnienia trzydziestu dwu rodzajów symetryczności krystalograficznej obszerną i wyczerpującą rozprawą. Ale nie była ona jeszcze na czasie. Nie zwrócono na nią uwagi należytej. Matematycy i fizycy ówczesni nie interesowali się sprawami krystalografji, a mineralogom czasu Hessla jego rozprawa była nieprzystępna, tak iż poszła ona w niepamięć. Niezależnie od Hessla, nie znając jego pomysłów A. Bravais zajął się sprawą symetryczności kryształów w roku 1849, ale nie wysnuł wszystkich rodzajów. Również nie znając rozpraw poprzedników w roku 1869-tym Aksel Gadolin poprawnie i wyczerpująco przeprowadził dowód istnienia trzydziestu dwu rodzajów omawianych, ale rozprawa jego o tym przedmiocie podzieliła los rozprawy Hessla. Tymczasem mineralodzy i krystalografowie opisowi empirycznie ustalili syngonje oraz wynikające z nich rodzaje symetryczności, mianowicie trójskośny $s(2''\,2''\,2'')$, jednoskośny $s(2\,2'\,2')$, rombowy $s(2\,2\,2)$, tetragonalny $s(4\,2\,2)$, heksagonalny $s(6\,2\,2)$ i regularny $s(4\,2\,3)$. Stopniowo, w miarę rozwoju mineralogji i badania krystalograficznego coraz większej liczby minerałów, poznawano kryształy, których symetrja postaci, symetryczność geometryczna (w fizyczną jeszcze się nie wdawano) była mniejszego stopnia niż przypadków wyżej wymienionych. Uznano więc owe przypadki za „pełne" rodzaje kryształów, a odkrywane kształty symetrji mniejszej wywodzono empirycznie z owych „pełnych" opuszczeniem naprzemianległem połowy, czwartej i ósmej części ścian na wielościanach „pełnych" oraz rozpościeraniem do przecięcia

się wzajemnego ścian pozostałych. Tym sposobem, empirycznym, nieracjonalnym, wyprowadzono dość liczne rodzaje, ale wywody te ani nie były przekonywające, ani nie wyczerpywały rzeczy. Zastanawiając się nad sieciowym ustrojem kryształów, w roku 1879-tym L. Sohncke po raz trzeci odkrył naukowy i poprawny dowód prawdziwości twierdzenia o istnieniu trzydziestu dwu rodzajów krystalograficznych, a niedługo potem różnemi drogami do tego samego twierdzenia doszedł E. Fiôdorow, P. Curie, B. Minnigerode, A. Schoenflies i inni. Rozprawy tych uczonych rozpowszechniły i spopularyzowały sprawę symetryczności kryształów. Zrozumiano ją i przyjęto, a zarazem wydobyto z zapomnienia rozprawy poprzedników.

Są entuzjaści bezkrytyczni, którzy lubią rozprawiać o symetrji w przyrodzie wogóle i łączą w jedno symetryczność kryształów z symetrją zwierząt i organów roślinnych: liści, kwiatów i t. d. Upatrywanie w tem łączności, rozprawianie o tych objawach z rozważaniem symetryczności kryształów pospołu może nasunąć czytelnikowi i słuchaczowi analogje błędne. Pomiędzy temi zjawiskami niema spólnego nic. Symetrja organizmów i części ich jest pozorna, tylko morfologiczna, a ponadto zaledwie przybliżona. Ciało kręgowców naprzykład z pozoru jest symetryczne względem jednej płaszczyzny, ale gdy dokładniej przyglądamy się jakiemukolwiek zwierzęciu to spostrzegamy znaczne różnice prawej i lewej strony, a już organy wewnętrzne zupełnie są niesymetryczne. Symetryczność kryształów natomiast jest symetrycznością ustroju i zachodzi jaknaściślej.

Zakończywszy snucie dedukcyjne następstw z sieci przestrzennej przejdziemy do opisu najcharakterystyczniejszych zjawisk fizycznych, zachodzących w kryształach, przedtem jednak zaznaczymy związek pomiędzy temi następstwami.

W naukach przyrodniczych prawem nazywamy taką zależność pomiędzy zjawiskami, którą ustanawiamy spostrzeżeniami, a nie wysnuwamy z jakiegoś założenia lub spostrzeżenia. Zależność natomiast nie tylko stwierdzoną empirycznie ale jeszcze dającą się wysnuć dedukcyjnie, czyli udowodnić, zowiemy twierdzeniem. Otóż zależności krystalograficzne odkryto empirycznie, stąd więc tradycyjnie nazywamy je prawami: prawo jednorodności, prawo kątów niezmiennych, prawo odcinków wymiernych, prawo pasów, prawo kierunków równych. Ale z treści tego, co napisano w książce niniejszej, wynika, że dziś umiemy wysnuwać te wypowiedzenia z jednorodności i z jego odwzorowania, z sieci przestrzennej. A więc umiemy udowodnić, że owe „prawa" są następstwem jednorodności, stwierdzonej spostrzeżeniem. Obecnie przeto możemy orzec, że prawo krystalograficzne jest jedno: prawo jednorodności. Wszystkim pozostałym wypowiedzeniom w krystalografji przystoi miano twierdzeń.

ROZDZIAŁ V

## O NAJCHARAKTERYSTYCZNIEJSZYCH WŁASNOŚCIACH FIZYCZNYCH STANU STAŁEGO

§ 41. *Geometrja kryształu a jego fizyka.* W tem, co wyłożyliśmy dotychczas, nadmienialiśmy od czasu do czasu o tych lub owych własnościach fizycznych stanu krystalicznego. Niektóre z tych własności objaśniliśmy nawet dość wyczerpująco. Mianowicie wszelkie położenia wzajemne płaszczyzn łupliwości wytłomaczyliśmy istnieniem czternastu sieci przestrzennych Frankenheima i Bravais'a, a symetryczność rozpuszczania się kryształów usprawiedliwiliśmy wywodem trzydziestu dwu rodzajów krystalograficznych. Przelotnie ponadto zaznaczyliśmy, że jednozwrotne osi przystawania są osiami elektrycznemi. Innych natomiast własności fizycznych nie poruszaliśmy, zaznaczywszy jedynie ogólnikowo, że istocie każdego zjawiska wektorowego jest właściwa pewna swoista symetryczność, tak że przebieg zjawisk w jakimś ośrodku jest wynikiem spółdziałania symetryczności zjawiska z symetrycznością ośrodka. Z tej więc przyczyny różna jest anizotropja kryształów względem różnych zjawisk wektorowych, a są kryształy nawet izotropne względem niektórych zjawisk. Mianowicie wszystkie kryształy syngonji regularnej pod względem zjawisk świetlnych są izotropne: każdy kryształ syn-

gonji regularnej, to jest należący do jednego z pięciu rodzajów symetryczności $s(3'2'3')$, $s(323)$, $s(4'2'3')$, $s(4'23)$, $s(423)$, we wszystkich kierunkach stawia jednakowy opór rozprzestrzenianiu się w nim fal świetlnych. Pod względem natomiast wielu innych własności fizycznych kryształy syngonji regularnej są anizotropne, tak jak wogóle kryształy syngonji każdej innej. Naprzykład kryształy halitu NaCl lub sylwinu KCl, jako należące do syngonji regularnej, optycznie są izotropne, ale ich łupliwość doskonała, ze ścianami sześcianu zgodna, jest dowodem ich anizotropji pod względem spójności. Ich figury wytrawione (rys. 200 i rys. 201) uwidoczniają anizotropję rozpuszczania się. Jeżeli więc pod względem kształtu kryształy dzielą się na sześć syngogji, pod względem łupliwości i kształtu „oczka" sieci przestrzennej na czternaście grup, odpowiadających sieciom Frankenheima i Bravais'a, pod względem rozpuszczania się na trzydzieści dwa rodzaje symetryczności, a pod względem ustroju „oczka" sieci przestrzennej możemy się w nich spodziewać aż dwustu trzydziestu rodzajów, to powstaje pytanie, na jakie grupy świat kryształów dzieli się pod względem własności sprężystych, optycznych, elektrycznych, magnetycznych i wszelkich innych, a następnie czy możemy wymierzyć kształt i wielkość „oczka" sieci w każdym krysztale, a także czy możemy rozpoznać ustrój jego oczka i udowodnić, którego z dwustu trzydziestu przypadków ustroju sieci przestrzennej jest on urzeczywistnieniem.

Zbiór systematycznych i wyczerpujących odpowiedzi na wszystkie te pytania nazywamy krystalografją fizyczną. To wszystko natomiast, o czem rozprawialiśmy dotychczas, jest wykładem popularnym najgłówniejszych acz nie wszystkich części nauki zwanej krystalografją geometrycz-

ną. Sens główny krystalografji, jak to już zaznaczyliśmy na początku, to właśnie jej część geometryczna, a w szczególności nauka o symetryczności oraz nauka o sieciach przestrzennych i o ich ustrojach. Wszystko to bowiem jest podstawą interpretacji zjawisk fizycznych w kryształach. Nie poruszając istoty zjawisk, to bowiem jest rzeczą fizyki ogólnej, krystalografja fizyczna przedstawia oraz interpretuje związek pomiędzy symetrycznością kryształów a ich wektorowemi własnościami fizycznemi. Innemi słowy opisuje ona i wyjaśnia sposób, w jaki każde zjawisko wektorowe zmienia się w krysztale ze zmianą kierunku zależnie od stopnia i rodzaju jego symetryczności. Rzecz jasna, że w krótkiej książce popularnej możemy podać tylko rzeczy najważniejsze, a zarazem najprzystępniejsze, w postaci opisów oderwanych. Rozpoczniemy tę rzecz od drugiej kategorji pytań wyżej zaznaczonych, mianowicie od sposobów pomiaru oczka sieci i wykrycia jego ustroju.

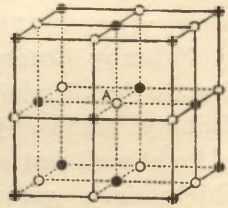
§ 42. *Badanie kryształów promieniami - x.* Zbiór wszystkich twierdzeń krystalografji oraz ich niesprzeczność jest podstawą sądu o ustroju kryształów. Za P. Grothem twierdzimy mianowicie, że każdy kryształ składa się z atomów ułożonych tak jak węzły sieci przestrzennej. W szeregach ciał krystalograficznie izomorfnych z odpowiednio wybranych ścian i ograniczonych niemi kątów dwuściennych oraz z ciężaru właściwego tych ciał i z ich ciężaru cząsteczkowego, należycie i odpowiednio wplecionego do rachunku, możemy obliczać względne wymiary „oczka" sieci, ale, zaznaczamy i raz jeszcze powtarzamy, że dokonanie tego zadania jest możliwe tylko w szeregach izomorfnych. Ponadto rozwiązanie tego zadania jest tylko w z g l ę d n e, bez miary absolutnej, to znaczy daje ono od-

powiedź ile ta lub owa krawędź „oczka" jest dłuższa lub krótsza od krawędzi obranej w jednem ogniwie szeregu izomorfnego za jednostkę, ale postępowanie to nie wskazuje stosunku tych krawędzi do centymetra lub do jakiejkolwiek innej jednostki długości. Wreszcie w tym rachunku jest znaczna domieszka pierwiastka hypotetycznego, mianowicie opiera się on na wyborze pewnych ścian kryształu, o których przypuszczamy, że są one równoległe do sieci płaskich najgęściej pokrytych atomami. Tego wyboru dokonywamy na zasadzie pewnych dość odległych analogji, a nie na podstawie faktów bezpośrednich. Nie wymaga udowodnienia, że rachunek ten rozwiązuje tylko przypuszczalny kształt „oczka" i nie daje nic o jego ustroju.

Do czasów ostatnich nie w każdym ośrodku naukowym jednakowo wyznawano poglądy atomistyczne. W jednych ośrodkach bywali ich przeciwnicy, w innych zwolennicy w mniejszej lub większej mierze. Uniwersytet w Monachjum, gdzie właśnie P. Groth wykładał długie lata, był środowiskiem gorącego wyznawania tych poglądów. W Monachjum więc zrodził się pomysł doświadczeń, które bezpośrednio odsłoniły atomowy ustrój kryształów. Streśćmy pokrótce kiełkowanie tego pomysłu, przyczem nasamprzód wykonajmy pewne, nader niezłożone, obliczenie, polegające na rozumowaniu następującem.

Najprostszej a zarazem najsymetryczniejszej sieci przestrzennej możemy się spodziewać w kryształach halitu NaCl i w jego izomorfonach, jak naprzykład w sylwinie KCl. Przypuszczenie to opieramy na spostrzeżeniach następujących. Halit, sylwin i inne ich izomorfony, to jest chlorki, bromki, jodki potasowców, krystalizują się w syngonji regularnej. Jest im właściwa łupliwość doskonała. Zachodzi ona w trzech kierunkach wzajemnie prostopa-

dłych, to jest równolegle do ścian sześcianu umiarowego. Wszystko to przemawia za przypuszczeniem, że siecią przestrzenną tych kryształów jest sieć heksaedryczna (§ 29), to jest że ich równoległościanem tworzącym o atomach najbliższych sobie czyli ich „oczkiem" jest sześcian. Do składu substancyj omawianych wchodzą dwa rodzaje atomów: potasowiec i haloid, a więc halit składa się tylko z atomów sodu Na i chloru Cl, sylwin tylko z atomów potasu K i chloru Cl i t. p. Przyjąwszy twierdzenie P. Grotha, że kryształ jest siecią przestrzenną jednostajnie ułożonych atomów, możemy przypuścić, że węzłami sieci przestrzennej halitu są atomy sodowe i chlorowe leżące naprzemianlegle w narożach sześcianów, tak jak to przedstawia rys. 209, w którym są naprzemiaległe węzły białe i czarne. Rysunek ten uprzytamnia, że w każdem narożu schodzi się ośm sześcianów (widzimy to dosadnie na węźle *A* rys. 209), oraz że cztery naroża każdego sześcianu zajmują atomy sodu i cztery naroża atomy chloru, a więc na każde oczko przypada jedna ósma każdego atomu, to jest $4 \times \frac{1}{8}$ Na i $4 \times \frac{1}{8}$ Cl. A ponieważ cztery ósme to jest połowa, więc na każde oczko przypada po połowie atomu sodu i po połowie atomu chloru, czyli pół cząsteczki chlorku sodowego: $\frac{1}{2}$ Na + $\frac{1}{2}$ Cl = $\frac{1}{2}$ NaCl.



Rys. 209.

Z małych sześcianków, naprzykład z kości do gry, ułóżmy sześcian większy. Jeżeli ułożyliśmy go tak, aby krawędź jego składała się z czterech sześcianków małych, to na jednej ścianie sześcianu większego leży sześcianków małych $4 \times 4 = 16$, czyli druga potęga długości krawędzi: $4^2$, a w całym większym sześcianie małych sześcianów

jest $16 \times 4 = 64$, czyli trzecia potęga długości krawędzi: $4^3$.

Oznaczmy długość krawędzi „oczka" sieci przestrzennej w halicie literą $d$. W takim razie objętość „oczka" jest $d^3$. A ponieważ na oczko przypada pół cząsteczki chlorku sodowego ½ NaCl, to cała cząsteczka NaCl przypada na dwa oczka, czyli objętość cząsteczki NaCl w stanie stałym jest $2d^3$.

Jeszcze w roku 1865-tym Loschmidt wskazał drogę, którą możemy wyrachować liczbę cząsteczek w jednym centymetrze sześciennym dowolnego gazu będącego pod ciśnieniem jednej atmosfery w temperaturze 0° C. Liczbę tę, zwaną liczbą Loschmidta, obecnie wymierzono i wyliczono nader dokładnie. Wynosi ona 2,7 razy po dziesięć do potęgi dziewiętnastej, czyli $2{,}7 \times 10^{19}$, to jest

2,7 × 10 000 000 000 000 000 000

Z liczby Loschmidta wynika tak zwana liczba Avogadry, to jest liczba cząsteczek zawarta w objętości jednej drobiny gramowej. Podstawowem mianowicie twierdzeniem chemji jest reguła Avogadry, głosząca, że w równych objętościach gazów, będących pod równem ciśnieniem i w równej temperaturze, jest równa liczba wolnych cząsteczek. Weźmy jakiegoś gazu tyle gramów, ile wynosi jego ciężar cząsteczkowy, (naprzykład 32 gramy tlenu, jego bowiem cząsteczki są dwuatomowe $O_2$ a ciężar atomowy tlenu jest 16; O = 16) i zmierzmy objętość tej ilości gazu w temperaturze 0° C pod ciśnieniem jednej atmosfery. Okaże się że jest to 22 litry i 412 centymetrów sześciennych, czyli 22412 centymetrów sześciennych. Jest to więc objętość tak zwanej drobiny gramowej w stanie gazu. Gdy przez nią pomnożymy liczbę Loschmidta, otrzymamy tak zwaną liczbę Avogadry, to jest liczbę wolnych cząste-

czek w drobinie gramowej każdego gazu. Innemi słowy gdy jakiegoś gazu odmierzymy tyle gramów ile wynosi jego ciężar cząsteczkowy, to w tej ilości jest wolnych cząsteczek

$$2{,}7 \times 10\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \times 22412 = \\ = 6{,}06 \times 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$$

albo w skróceniu $6{,}06 \times 10^{23}$ (6,06 razy dziesięć do potęgi dwudziestej trzeciej).

Objętość cząsteczki halitu oznaczyliśmy wyżej jako $2d^3$. Jeżeli więc w jednej drobinie gramowej jest cząsteczek tyle, ile wymienia liczba Avogadry, to ich objętość jest $2d^3$ pomnożona przez tę liczbę.

$$\text{Objętość drobiny gramowej NaCl} = 2d^3 \times 6{,}06 \times \\ \times 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$$

Ale objętość drobiny gramowej halitu NaCl w stanie stałym możemy obliczyć z ciężarów atomowych sodu i chloru oraz z ciężaru właściwego halitu. Mianowicie.

Ciężar atomowy sodu jest 23 (Na = 23,00), czyli atom sodowy jest 23 razy cięższy od atomu wodorowego. Ciężar atomowy chloru jest 35,46 (Cl = 35,46: atom chloru jest 35,46 razy cięższy od atomu wodorowego), a więc cząsteczka NaCl jest 58,46 razy cięższa od atomu wodorowego (Na = 23,00; Cl = 35,46; NaCl = 58,46).

Halit jest 2,161 razy cięższy od wody, a więc jego centymetr sześcienny, to jest sześcian, którego krawędzi są centymetrowej długości, waży 2,161 grama. W takim razie halitu objętość właściwa, czyli objętość jednego grama wynosi: $1 : 2{,}161\ cm^3$, a objętość 58,46 grama, czyli objętość drobiny gramowej halitu wynosi $58{,}46 : 2{,}161\ cm^3$. Przepiszmy to w osobnym wierszu.

$$\text{Objętość drobiny gramowej NaCl} = 58{,}46 : 2{,}161\ cm^3$$

Wyżej doszliśmy do tego, że

$$\text{objętość drobiny gramowej NaCl} = 2d^3 \times 6{,}06 \times \times 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$$

Jeżeli lewe części tych równań zawierają tę samą wartość, to prawe ich części są równe. A zatem

$$2d^3 \times 6{,}06 \times 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 58{,}46 : 2{,}161\ cm^3.$$

Z tego możemy obliczyć wartość $d$: mianowicie

$$d = \sqrt[3]{\frac{58{,}46}{2 \times 6{,}06 \times 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \times 2{,}161}}\ cm$$

Po wykonaniu mnożeń, dzieleń i wyciągnięciu pierwiastka trzeciego otrzymujemy wartość $d$, to jest krawędź „oczka" sieci halitu

$$d = 2{,}816 \times 0{,}00000001\ cm$$

albo w skróceniu

$$d = 2{,}816 \times 10^{-8}\ cm$$

ułamki dziesiętne możemy bowiem mieć za odjemne potęgi dziesięciu.

A więc odległość pomiędzy środkami dwu bezpośrednio sąsiadujących z sobą atomów sodu i chloru w halicie jest to 2,816 sto miljonowych części centymetra.

Jedną stomiljonową część centymetra, czyli jedną dziesięciomiljonową część milimetra, oznaczamy literą $\mathring{A}$ (jest to litera początkowa nazwiska fizyka skandynawskiego Ångstrema *) i nazywamy jednostką Ångstrema, albo nawet poprostu ongstremem.

Możemy więc napisać, że krawędź oczka halitu $d$ jest

$$d = 2{,}816\ \mathring{A}$$

* Wymawia się Ongstrem, bynajmniej nie Angsztrem, jak wielu sądzi mylnie.

Wartość ta jest zgodna z wynikami innych pomiarów, rozważań i obliczeń fizyko - chemicznych. Już mianowicie czterdzieści lat temu J. Beckenkamp doszedł do wniosku, że odległości pomiędzy sąsiedniemi węzłami sieci przestrzennych w kryształach są to liczby tego samego rzędu, co średnice cząsteczek, a G. Jaeger wywnioskował, że średnica cząsteczek wody jest nie mniejsza od 5 Å i nie większa od 7 Å. Również z teorji kinetycznej gazów i z lepkości pary rtęciowej obliczono średnicę jej atomów * na 3, 2 Å. Jednem słowem już od lat kilkudziesięciu uznano, że średnice atomowe i odległości węzłów sieci przestrzennych są to niewielkie wielokrotne stomiljonowych części centymetra.

Zarazem było wiadome, że fale promieni - $x$ ** są bardzo krótkie. Z pomiarów przybliżonych *** można było sądzić, że długości tych fal są to liczby bliskie dziesiątym częściom jednostki Ångstrema.

Zaznaczmy tu nawiasem, że fala światła żółtego, to jest fala długości $\lambda = 0{,}0000589$ *cm*, czyli 5890 Å ugina się i odchyla na 24° siatką zawierającą 7000 kresek w jednym centymetrze, to jest siatką o odstępach 14280 Å. Okres siatki jest tu 2,42 razy większy od okresu drgania świetlnego to jest od długości fali. Wobec tego w roku 1912-stym M. Laue, fizyk monachijski, orzekł, że jeżeli fale promieni - $x$ i odstępy węzłów sieci przestrzennych są to liczby niewiele się różniące, to kryształ ugnie wiązkę promieni - $x$

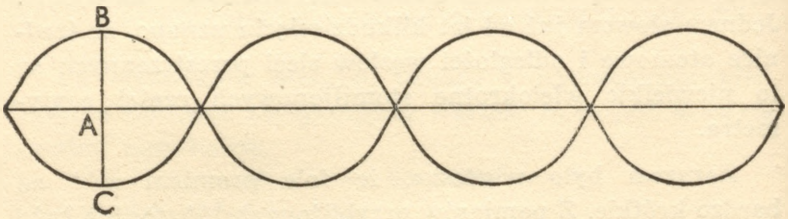
* Cząsteczki pary rtęciowej są jednoatomowe.

** Odkrywca ich Roentgen nazwał je promieniami - $x$. Powszechnie znane są one pod nazwą promieni Roentgena.

*** Pomiarów ścisłych wtedy jeszcze nie można było wykonać.

tak, jak siatka dyfrakcyjna ugina pęk fal długofalowego światła widzialnego.

Zjawisko to jest wynikiem interferencji *, czyli składania się fal. Jeżeli wzdłuż jednej prostej jedna za drugą podążają dwie fale, ale jedna względem drugiej opóźniła się akurat o pół długości lub o nieparzystą wielokrotną połowy swej długości, to ruch falowy zanika, ustaje, każdy bowiem punkt *A* rys. 210, leżący na prostej, jedną falą pchnięty w górę do *B* jednocześnie na tę samą odległość




Rys. 210.

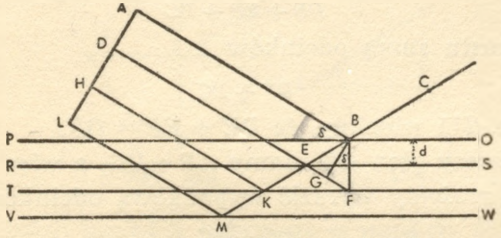
drugą falą jest pchnięty w dół do *C*, a zatem pozostaje na prostej w spokoju. W przypadku dwu fal świetlnych jest wtedy ciemno: „światło światłem się gasi".

Ale jeżeli opóźnienie jednej z tych fal względem drugiej jest równe długości fali lub parzystej wielokrotności ich połowy, to one składają się na falę energiczniejszą: światło światłem się wzmaga.

Pęk równoległych fal *AB, DE, HK, LM* rys. 211 długości $\lambda$ niechaj pada na kryształ, będący zbiorem sieci płaskich *PQ, RS, TU, VW*, których odstępy są *d*. Fale promieni-*x* są bardzo krótkie, więc nie odbijają się od ściany kryształu, ale przenikają w jego głąb. Tak samo zachowują się one, jak fale na powierzchni wody wobec rzędu wbi-

* „Inter" — między, pośród; „fero" — niosę, chodzę, obracam się, kieruję; „interfero" — spółdziałam.

tych w dno kołków. Fale długie odbijają się od takiego rzędu, a fale krótkie, o długości mniejszej od odstępów pomiędzy kołkami przechodzą pomiędzy niemi. Jednak fale promieni - $x$ przenikając w kryształ i padając na jego atomy, pobudzają elektrony tych atomów do drgań, tak iż atomy stają się źródłem fal wtórnych tej samej długości lub nader mało różnej. Fale te rozchodzą się we wszystkich kierunkach, więc w niektórych interferują tak, że wzmagają się dość znacznie. Z rys. 211 widzimy, że gdy fale




Rys. 211.

wtórne, wzbudzone w punktach $B$, $E$, $K$, $M$ biegną po jednej prostej i gdy ich opóźnienia względne są równe ich długości, to składają się one na falę o tyle dzielną, że podziała ona chemicznie na emulsję fotograficzną, lub padając na jakiś gaz zamknięty w odpowiedniej komorze zjonizuje go i znacznie zmniejszy jego opór prądowi elektrycznemu. Jednem słowem będzie ona dość energiczna, abyśmy mogli ją ujawnić fotograficznie lub elektrycznie. Rozważmy więc fale przebiegające przez punkt $C$. Ponieważ fale padające są równoległe, więc przechodzą one jednocześnie przez prostą do nich prostopadłą $AL$. Do punktu $C$ fala pierwsza przechodzi drogę $AB + BC$. Do tego samego punktu fala druga ma do przebycia drogę dłuższą:

$DE + EC$. Jaka jest różnica tych dróg, czyli o jaki odcinek $DE + EC$ jest dłuższe od $AB + BC$? Innemi słowy jakie jest opóźnienie względne dwu fal wzbudzonych atomami należącymi do dwu sąsiednich sieci płaskich?

Nasamprzód zauważmy, że drogę $DE + EC$ możemy przedstawić jako wypadkową odcinków

$$DE + EB + BC.$$

Ale ponieważ odcinek $EB$ jest równy odcinkowi $EF$, to również drogę tę możemy wyrazić wypadkową

$$DE + EF + BC$$

albo poprostu sumą odcinków

$$DF + BC$$

bo na rys. 211 widzimy, że $DE + EF = DF$.

Spuściwszy pion $BG$ mamy $AB = DG$, a więc drogę fali pierwszej możemy wyrazić wypadkową odcinków

$$DG + BC$$

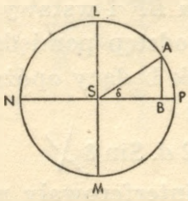
Od drogi fali drugiej odejmijmy drogę fali pierwszej:

$$DF + BC - DG - BC = DF - DG = GF$$

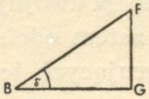
A więc opóźnienie fali drugiej względem fali pierwszej jest odcinek $GF$. To samo ściąga się do opóźnienia wszystkich fal wtórnych rozprzestrzeniających się wdłuż prostej $MC$. Każda fala późniejsza, to jest wzbudzona atomem leżącym w sieci głębszej, opóźnia się o odcinek tej samej długości. Oczywista, że jeżeli ten odcinek jest równy długości fali, lub jej całkowitej wielokrotności, to fale wtórne się składają tak iż powstaje fala dość energiczna. Rzecz jasna również, że rozprzestrzenianie się fal wtórnych po jednej prostej zachodzi tylko w pewnej wartości kąta odblasku, mianowicie kąta, który na rys. 211 oznaczyliśmy literą grecką $\delta$. Jaki jest związek tego kąta $\delta$, odstępu $d$ w serji sieci pła-

skich $p$ i odcinka $GF$, to jest opóźnienia względnego wtórnych fal interferujących? Zagadnienia tego nie możemy rozwiązać bez pewnych tablic pomocniczych i bez znajomości pewnych liczb zwanych wielkościami trygonometrycznemi.

Weźmy koło rys. 212. Przez jego środek poprowadźmy dwie proste prostopadłe $LM$ i $NP$. Na obwodzie koła weźmy dowolny punkt A i poprowadźmy promień $SA$ oraz odcinek $AB$ równoległy do $LM$ czyli prostopadły do $NP$. Oczy-




Rys. 212.




Rys. 213.

wista, że jeżeli punkt $A$ położymy w punkcie $P$, to odcinek $AB$ zniknie, będzie równy zeru. Gdy punkt $A$ będziemy przenosili po obwodzie koła coraz dalej od prostej $NP$, to odcinek będzie coraz dłuższy i gdy dojdzie on do punktu $L$ to stanie się równy promieniowi koła. Długość jego możemy obliczyć względem każdej wartości kąta $\delta$. Stosunek tej długości do niezmiennego promienia koła, czyli stosunek odcinka $AB$ do promienia koła użytego na jednostkę nazywamy *wstawą* kąta $\delta$. Wstawa po łacinie *Sinus;* a jej symbol Sin, w danym razie Sin $\delta$. Wstawy kątów są to więc ułamki większe od zera, mniejsze od jedności, a każdy z nich odpowiada pewnemu kątowi. Obliczono je nader dokładnie z wieloma miejscami dziesiętnemi i zebrano w odpowiednie tablice. Wartościami temi posługujemy się do rozwiązywania trójkątów. Mamy dajmy na to trójkąt prostokątny $BGF$ rys. 213, którego kąt $\delta$ i przeciwprostokątną

*BF* znamy, a poszukujemy przyprostokątnej *GF*. Z definicji wstawy mamy, że stosunek *GF* do *BF* jest wstawą kąta $\delta$

czyli
$$GF : BF. = \operatorname{Sin} \delta$$
$$GF = BF. \operatorname{Sin} \delta$$

mnożymy więc długość *BF* przez odczytaną w tablicach wstawę kąta $\delta$ i otrzymujemy długość odcinka *GF*.

Otóż więc ten przypadek mamy w rys. 211. Tam idzie o długość odcinka *GF*, jako opóźnienia względnego fal, jest on równy iloczynowi odcinka *BF* i wstawy kąta $\delta$. Ale odcinek *BF* jest to podwójny odstęp pomiędzy sieciami płaskiemi serji, a zatem odcinek będący opóźnieniem względnem fal interferujących jest

$$GF = 2\,d. \operatorname{Sin} \delta$$

Na to wszakże aby fale interferowały między sobą tak żeby wypadkowa ich była ich sumą a nie różnicą, odcinek *GF* ma być równy albo długości fali albo jej całkowitej wielokrotności. Mamy więc zależność poszukiwaną

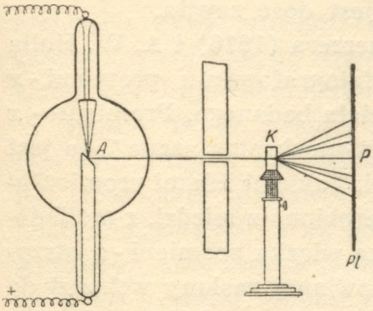
$$\lambda = 2\,d. \operatorname{Sin} \delta_1$$
$$2\,\lambda = 2\,d. \operatorname{Sin} \delta_2$$
$$\ldots\ldots\ldots$$

W jednym kącie odblasku odcinek ten jest równy jednej długości fali, w drugim dwu długościom, w trzecim trzem długościom i t. d. Najenergiczniejsze jest ugięcie pierwsze, drugie słabsze, trzecie jeszcze słabsze.

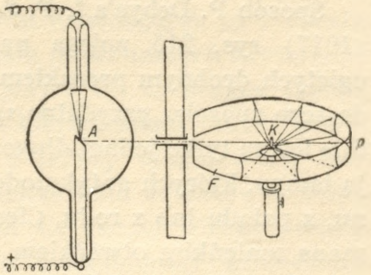
Jeżeli więc znamy długość fali promieni - $x$ i zmierzyliśmy kąt odblasku, to możemy obliczyć odstęp w serji sieci płaskich. Albo odwrotnie, jeżeli znamy odstęp ten i kąt $\delta$, możemy obliczyć długość fali $\lambda$.

Różne są sposoby badania kryształów promieniami - $x$, ale zasadą ich wszystkich jest równanie omówione przed chwilą.

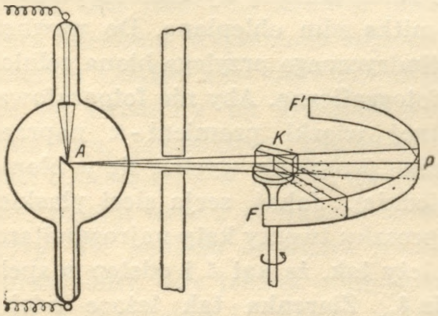
Sposób M. Lauego rys. 214 historycznie jest pierwszy. W sposobie tym źródłem promieni - $x$ jest zwykła lampa Roentgena, dająca tak zwane niewidzialne światło białe, to jest zawierające fale różnej długości. W grubej zasłonie




Rys. 214.




Rys. 215.




Rys. 216.

ołowianej maleńki okrągły otworek przepuszcza cienką wiązkę promieni - $x$ do komory zbudowanej z blachy ołowianej. Wiązka promieni - $x$ pada na prostopadłą do niej płytkę wyszlifowaną z badanego kryształu. Za płytką, równolegle do niej, jest płyta fotograficzna. Po dostatecznem działaniu promieni - $x$ i po wywołaniu na płycie staje się

widoczna plama środkowa, wytworzona działaniem pierwotnej wiązki promieni wszystkich długości fali, jakie lampa dostarcza, a naokoło niej małe plamki utworzone wiązkami odchylonemi fal jednej jakiejś długości. Interpretacja fotogramów Lauego jest dość zawiła.

Sposób P. Debye'a *, P. Scherrera (1916) i A. W. Hulla (1917) rys. 215 polega na fotografowaniu promieni - $x$ ugiętych drobnym proszkiem ciała badanego. Promienie - $x$ do tego sposobu przydatne są monochromatyczne *, to jest fale ich są tylko jednej długości. Takiemi falami promieniują lampy, których antykatodę zrobiono z miedzi, z molibdenu, z paladu lub z rodu. Cienka wiązka promieni - $x$ otrzymana maleńkim otworkiem ołowianej zasłony wchodzi do cylindrycznego metalowego naczynia, w którego środku umieszczono rurkę szklaną wypełnioną proszkiem badanym albo nawet nitkę nim oblepioną. Do wewnętrznej ściany naczynia cylindrycznego przylega błona celuloidowa pokryta emulsją fotograficzną. Aby nie fotografować niepotrzebnie pierwotnej wiązki promieni - $x$ naprzeciw otworka wpuszczającego promienie wycina się w błonie otwór średnicy odpowiedniej. Jakaś serja sieci płaskich w różnych ziarenkach proszku tworzy kąty najrozmaitsze. Bardzo wiele ziarenek leży tak, że kąt $\delta$ i odstęp $p$ spełnia równanie $n\lambda = 2d.\,\mathrm{Sin}\,\delta$. Ziarenka tak leżące odchylają wiązkę wtórną. Ponieważ ziarenek tych jest bardzo dużo, więc leżą one najrozmaiciej, zachowując jedynie spólny kąt pomiędzy pierwotną wiązką promieni - $x$ i serją pewnych sieci płaskich. A zatem wiązki, uchylone pewną jakąś serją sieci płaskich we wszystkich tych ziarenkach, leżą na powierzchni stożka naokoło wiązki pierwotnej. Ze ścianą na-

* P. Debye wymawia swe nazwisko „Debaj".

* Z greckiego: „monos" — jeden; „chroma" — barwa.

czynia cylindrycznego, a więc z przylegającą do niej błoną fotograficzną stożki te przecinają się na obwodach kół. Sposób omawiany nasuwa duże trudności w interpretacji $x$ - radjogramów, ale jest on nader cenny, bo możemy stosować go do badania ciał w postaci kryształów jaknajdrobniejszych, nawet ultramikroskopowych. Tym właśnie sposobem stwierdzono, że wiele ciał uchodzących za bezpostaciowe jest skupieniem bezładnem nader małych kryształów.

Sposób W. H. Bragga (ojca) i W. L. Bragga (syna), rys. 216, drugi w następstwie historycznem (1913) polega na stosowaniu promieni - $x$ o jednej długości fali (monochromatycznych) i na pomiarze kąta odblasku $\delta$. Odpowiedniemi szczelinami puszcza się cienką wiązkę promieni - $x$ na kryształ osadzony na osi pionowej gonjometru. Ponieważ promienie - $x$ są niewidzialne, więc czynność lunety spełnia tu albo film albo komora jonizacyjna. Jest to szczelna rura ołowiana, wypełniona odpowiednim gazem (bromkiem metylu $CH_3Br$, albo bezwodnikiem siarkawym $SO_2$). Koniec jej zwrócony do kryształu zamyka cienka blaszka aluminjowa, przenikliwa względem promieni - $x$. Komora ta jest izolowana, a w niej są dwie elektrody włączone w obwód baterji wraz z galwanometrem. Dopóki gaz w niej zawarty nie podlega działaniu promieni - $x$ prąd przezeń nie przechodzi. Gdy jednak odpowiednim obrotem osi gonjometru z kryształem i komory wprawimy części rzeczone przyrządu w takie położenie wzajemne, że promienie - $x$ przeniknąwszy w kryształ odchylą się serją sieci płaskich i trafią w aluminjową zasłonę komory, to wejdą w nią i zjonizują gaz w niej zawarty. Stanie się on przewodnikiem, co spostrzeżemy z odchylenia się wskazówki galwanometru. Odczytawszy położenie komory względem koła i nonjusza gonjometru możemy zmierzyć kąt $\delta$, a zna-

jąc długość fali możemy obliczyć odległość $d$ pomiędzy sieciami płaskiemi, których serja spowodowała odchylenie wiązki promieni - $x$. Sposób omawiany jest nader czuły i dokładny, ponadto ma on duże znaczenie w rozwoju badania promieni - $x$; był on pierwszem stadjum pomiarów długości fal w promieniach - $x$ gdy użyto kryształów o ustroju tak prostym iż można było przewidzieć odległość pomiędzy ich sieciami płaskiemi. Znając więc $d$ i wymierzywszy $\delta$, z równania $\lambda = 2\,d.\,\mathrm{Sin}\,\delta$ obliczano $\lambda$.

Ponieważ postępowanie Braggów jest najprostsze i najłatwiej zrozumiałe, więc w celu poznania najprzystępniejszych a zarazem najważniejszych wyników badania ustroju kryształów promieniami - $x$, rozejrzyjmy się w dwu przypadkach, będących dziełem tych dwu angielskich badaczy.

§ 43. *Pomiary oczka sieci przestrzennej w kryształach sylwinu i halitu.* Sylwin, rodzimy chlorek potasu KCl, jest izomorfny halitowi, rodzimemu chlorkowi sodowemu NaCl. Oba te ciała krystalizują się w syngonji regularnej, zwykłą postacią ich kryształów jest sześcian, obu im jest właściwa łupliwość równoległa do ścian sześcianu umiarowego. Twierdzimy więc, że ustrój sylwinu i halitu jest jednakowy.

Od kryształu sylwinu odłupano płytkę i na gonjometrze ustawiono ją pionowo, to jest tak że płaszczyzna łupliwości (ściana sześcianu) była prostopadła do koła dzielonego oraz do tej płaszczyzny, na której leżała wiązka promieni - $x$ i oś komory jonizacyjnej. Antykatoda lampy była paladowa. Obserwowano odchyloną kryształem wiązkę odpowiadającą smudze $K_\alpha$ widma - $x$ paladu. Galwanometr złączony z komorą jonizacyjną największe natężenia w wiązce odchylonej wykazał w kątach odblasku

$5^0\,23'$ $10^0\,49'$ $16^0\,20'$

Z tablicy wstaw wypiszmy wstawy tych kątów. Przekonamy się, że wstawy te mają się do siebie jak 1 : 2 : 3.

$$\text{Sin } 5^0\,23' : \text{Sin } 10^0\,49' : \text{Sin } 16^0\,20' = 0{,}0938 : 0{,}1875 : 0{,}2813 = 1 : 2 : 3$$

Pomiar ten przytoczyliśmy na dowód prawdziwości równania $n\lambda = 2d.\,\text{Sin}\,\delta$ i twierdzenia, że w tem równaniu $n$ jest liczbą całkowitą. Jeżeli bowiem uchylenie i wzmocnienie uchylonej wiązki promieni zachodzi w różnych kątach odblasku ale tylko w takich, które spełniają owo równanie z $n$ całkowitem, to wstawy tych kątów są wielokrotnościami całkowitemi wstawy kąta najmniejszego. Jeżeli bowiem mamy szereg równań

$$\begin{aligned}
n_1\lambda &= 2d.\,\text{Sin}\,\delta_1 \quad \text{z czego} \quad \text{Sin}\,\delta_1 = \frac{n_1\lambda}{2d}\\
n_2\lambda &= 2d.\,\text{Sin}\,\delta_2 \quad \text{„} \quad \text{Sin}\,\delta_2 = \frac{n_2\lambda}{2d}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
n_p\lambda &= 2d.\,\text{Sin}\,\delta_p \quad \text{„} \quad \text{Sin}\,\delta_p = \frac{n_p\lambda}{2d}
\end{aligned}$$

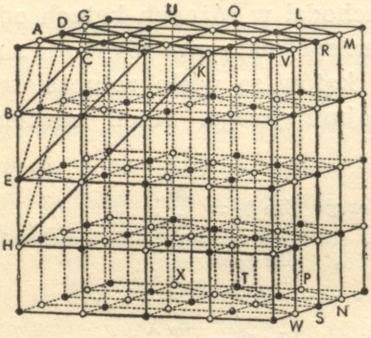
odnoszących się do tego samego $\lambda$ (ta sama antykatoda i ta sama smuga jej widma - $x$) i do tej samej serji sieci płaskich, to jest do tego samego $d$, to od dzielenia tych równań jedno przez drugie $\lambda$ i $2d$ się skraca i pozostają ilorazy będące szeregiem liczb naturalnych.

$$\frac{\text{Sin}\,\delta_2}{\text{Sin}\,\delta_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdots\cdots\cdots \frac{\text{Sin}\,\delta_p}{\text{Sin}\,\delta_1} = \frac{n_p}{n_1}$$

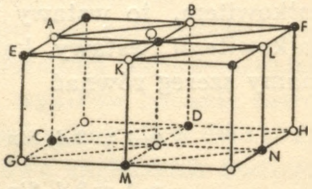
$$\text{Sin}\,\delta_1 : \text{Sin}\,\delta_2 : \ldots : \text{Sin}\,\delta_p = n_1 : n_2 \ldots : n_p = 1 : 2 : \ldots : p, =$$
$$= \text{Sin}\,\delta_1 : 2\,\text{Sin}\,\delta_1 : \ldots : p\,\text{Sin}\,\delta_1.$$

Następnie przyrządzono z sylwinu płytkę ograniczoną ścianami zgodnemi z serją sieci płaskich *LMNP*, *QRST*, *UVWX* rys. 217 oraz z płytką równoległą do serji sieci płaskich *ABC*, *DEF*, *GHK* rys. 217. Porównawszy rysunek 217 z rysunkami 26, 99 i 100 dostrzegamy, że serja *LMNP* —

*UWVX* jest zgodna ze ścianą dwunastościanu rombowego a serja *ABC — GHK* jest równoległa do jednej ze ścian ośmiościanu. Z płytkami temi postąpiono tak samo jak z płytką zgodną ze ścianą sześcianu, mianowicie otrzymano od nich odblask promieni - $x$, ale tylko pierwszego rzędu to jest z $n$ równem jedności, i zmierzono kąt odblasku.




Rys. 217.




Rys. 218.

Płytka sylwinu równoległa do ściany sześcianu, jak wiemy, o 5°23′ uchyla wiązkę fal smugi $K\alpha$ paladu. Używszy płytki zgodnej ze ścianą dwunastościanu rombowego otrzymano kąt odblasku 7°37′, a płytka równoległa do ściany ośmiościanu odchyliła te same fale o 9°23′. Oznaczmy sześcian literą *s*, dwunastościan rombowy literą *r*, ośmiościan literą *o* i zapiszmy, że

$$\delta_s = 5^0\,23' \qquad \delta_r = 7^0\,37' \qquad \delta_o = 9^0\,23'$$

Odstępy w serjach sieci płaskich oznaczmy temi samemi literami: $d_s$ w serji sześcianu, $d_r$ w serji dwunastościanu rombowego, $d_o$ w serji ośmiościanu.

Ponieważ kąty przytoczone są kątami odchylenia rzędu pierwszego, więc, jak to już zaznaczyliśmy, spełniają one

równanie $\lambda = 2\,d.\,\mathrm{Sin}\,\delta$ to jest równanie $n\,\lambda = 2\,d.\,\mathrm{Sin}\,\delta$ z liczbą $n$ równą jedności. Pomiaru dokonano tą samą lampą i tą samą smugą $K\alpha$ paladu, więc lewa strona równań

$$\lambda = 2\,d_s\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_s$$
$$\lambda = 2\,d_r\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_r$$
$$\lambda = 2\,d_o\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_o$$

jest niezmienna, a zatem prawa strona jest równa

$$2\,d_s\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_s = 2\,d_r\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_r = 2\,d_o\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_o$$

czyli prawe strony równań tych mają się do siebie jak 1:1:1

$$2\,d_s\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_s : 2\,d_r\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_r : 2\,d_o\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_o = 1:1:1$$

Załóżmy na chwilę, że każdy z tych iloczynów $2\,d.\,\mathrm{Sin}\,\delta$ jest równy jedności

$$2\,d_s\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_s = 1$$
$$2\,d_r\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_r = 1$$
$$2\,d_o\,.\,\mathrm{Sin}\,\delta_o = 1$$

Jeżeli podzielimy każdy z nich przez jego $2d$ to otrzymamy

$$\mathrm{Sin}\,\delta_s = \frac{1}{2\,d_s}$$
$$\mathrm{Sin}\,\delta_r = \frac{1}{2\,d_r}$$
$$\mathrm{Sin}\,\delta_o = \frac{1}{2\,d_o}$$

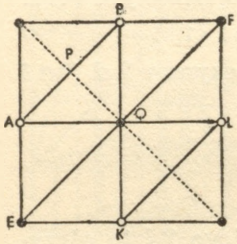
W takim razie stosunek tych wstaw jest taki:

$$\mathrm{Sin}\,\delta_s : \mathrm{Sin}\,\delta_r : \mathrm{Sin}\,\delta_o = \frac{1}{d_s} : \frac{1}{d_r} : \frac{1}{d_o}.$$

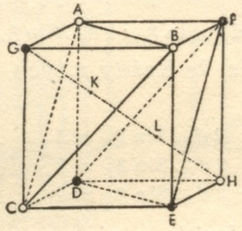
A więc, innemi słowy, wstawy kątów odblasku od różnych seryj płaskich mają się do siebie jak odwrotności odstępów w każdej serji.

Wyżej, jeszcze w § 42 założyliśmy, że w kryształach chlorku sodowego, chlorku potasowego i w innych połączeniach analogicznych, izomorfnie z halitem i sylwinem się

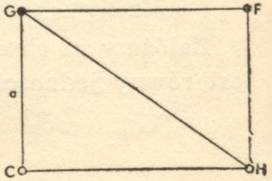
krystalizujących, atomy potasowca i chlorowca leżą naprzemianległe w węzłach sieci heksaedrycznej. W tej sieci przestrzennej obliczmy odstępy sieci płaskich w serji równoległej do ścian dwunastościanu rombowego i ośmiościanu. Rys. 218 a szczególnie rys. 219 będący widokiem płaszczyzny górnej czterech sześcianów rys. 218, dowodnie ukazuje, że odstępy w serji $r$ (dwunastościanu rombowego) są równe odcinkowi $PQ$ rys. 219, to jest połowie przekątnej kwa-




Rys. 219.




Rys. 220.




Rys. 221.

dratu, którego bok jest krawędzią oczka sieci heksaedrycznej. Jeżeli ta krawędź jest $a$, a przekątna kwadratu jest $x$, to zgodnie z twierdzeniem Pitagorasa $x^2 = a^2 + a^2$ czyli $x^2 = 2a^2$, a więc $x = \sqrt{2a}$ i połowa jego $\frac{1}{2}x = \frac{\sqrt{2a}}{2}$ Wyrażenie $\frac{\sqrt{2a}}{2}$ podnieśmy do potęgi drugiej. Otrzymamy $\frac{2a^2}{4}$ czyli $\frac{a^2}{2}$. Zpowrotem wyciągnijmy z $\frac{a^2}{2}$ pierwiastek drugi. Otrzymamy $\frac{a}{\sqrt{2}}$. A więc $PQ$ to jest $\frac{1}{2}x = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Co zaś do odstępów pomiędzy sieciami płaskiemi w serji ośmiościanu, to rysunek 220 dowodnie ukazuje, że są one równe jednej trzeciej przekątnej sześcianu: $GK = KL =$

$= LH = \frac{1}{3} GH$. W celu jej obliczenia poprowadźmy płaszczyznę $GCHF$ rys. 220 i 221 przez dwie równoległe krawędzi sześcianu nie przyległe do jednej jego ściany, czyli innemi słowy płaszczyznę zgodną z jedną ze ścian dwunastościanu rombowego. Jest ona prostokątem, którego dwa boki $GC$ i $FH$ są krawędziami sześcianu $a$, a dwa boki $GF$ i $CH$ są znanemi nam z ustępu poprzedniego przekątnemi kwadratu $a^2$, mianowicie znaną nam wartością $x = a\sqrt{2}$. Przekątna zaś tego prostokąta $GH$ jest przekątną czyli transwersalną sześcianu. Oznaczmy jej długość literą $y$, czyli napiszmy $GH = y$. Na zasadzie twierdzenia Pitagorasa z rys. 221 piszemy, że $y^2 = a^2 + (a\sqrt{2})^2$ czyli $y^2 = a^2 + 2a^2$ to jest $y^2 = 3a^2$ skąd $y = a\sqrt{3}$ i $\frac{1}{3}y = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, co analogicznie z $\frac{1}{2}x$ piszemy, że $\frac{1}{3}y = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Rzecz sama przez się zrozumiała, iż odstępy w serji sześcianowej są równe krawędzi oczka $a$. Możemy więc napisać, że

$$d_s = a$$

$$d_r = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$d_o = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Odwrotności ich

$$\frac{1}{d_s} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{d_r} = \frac{\sqrt{2}}{a}$$

$$a_{o} \frac{1}{\cdot} = \frac{\sqrt{3}}{a}$$

i stosunek tych odwrotności

$$\frac{1}{d_s} : \frac{1}{d_r} : \frac{1}{d_o} = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} = 1 : 1{,}414 : 1{,}732$$

Wyżej udowodniliśmy, że odwrotności odstępów w serjach sieci płaskich mają się jak wstawy ich kątów odblasku, oraz podaliśmy, że kąty odblasku sylwinu w serjach sześcianu, dwunastościanu rombowego i ośmiościanu są:

$$\delta_s = 5^0\,23' \qquad \delta_r = 7^0\,37' \qquad \delta_o = 9^0\,23'.$$

A więc stosunek ich wstaw jest następujący:

$$\frac{1}{d_s} : \frac{1}{d_r} : \frac{1}{d_o} = \text{Sin } 5^0\,23' : \text{Sin } 7^0\,37' : \text{Sin } 9^0\,23' =$$
$$= 0{,}0938 : 0{,}1326 : 0{,}1630 = 1 : 1{,}413 : 1{,}738$$

Zarówno nasze przyrządy jak nasze zmysły nie są bezwzględnie dokładne. Wykonywając pomiar zawsze popełniamy jakiś błąd. Stąd więc wyniki pomiaru nigdy nie są zupełnie zgodne z wartościami obliczonemi dedukcją matematyczną. Ale musimy przyznać, że liczby w omawianem zagadnieniu obliczone

$$1 : 1{,}414 : 1{,}732$$

i wymierzone

$$1 : 1{,}413 : 1{,}738$$

różnią się nader mało. Bez zastrzeżeń więc widzimy w nich dowód, że sieć przestrzenna kryształów sylwinu jest heksaedryczna, a nie centrowana.

Porównajmy teraz wyniki pomiarów sylwinu z wynikami pomiarów dokonanych na płytkach halitu NaCl. A więc odchylenie pierwsze smugi $K\alpha$ paladu serją sieci płaskich, zgodną ze ścianą sześcianu w halicie wynosi $\delta = 6^0\,0'$. W sylwinie, jak wiemy wartość tego kąta jest $5^0\,23'$. Oznaczmy odstępy sieci płaskich serji sześcianu w halicie znakiem $d_s^{NaCl}$, w sylwinie $d_s^{KCl}$. Wyżej udowodniliśmy, że odstępy sieci płaskich są odwrotnie proporcjonalne kątom odblasku $\delta$. A zatem jeżeli

$$\frac{1}{d_s^{NaCl}} : \frac{1}{d_s^{KCl}} = \text{Sin } 6^0\,0' : \text{Sin } 5^0\,23'$$

to

$$\frac{d_s^{NaCl}}{d_s^{KCl}} = \text{Sin } 5^0\,23' : \text{Sin } 6^0\,0' = 0{,}09382 : 0{,}10453 = 0{,}897$$

Ciężar atomowy potasu jest K = 39,10, sodu Na = 23,00, chloru Cl = 35,46, a więc drobina gramowa chlorku potasowego (sylwinu) KCl = 74,56 *g*, chlorku sodowego (halitu) NaCl = 58,46 *g*. Ciężar właściwy sylwinu jest 1,987 *g*, halitu 2,173 *g*. A zatem objętość jednego grama sylwinu jest $\frac{1}{1{,}987}$ $cm^3$, halitu $\frac{1}{2{,}173}$ $cm^3$; przeto objętości ich drobin gramowych, to jest ilorazy ciężaru drobiny gramowej i ciężaru właściwego są:

$$M_{NaCl} = 58{,}46 : 2{,}173 = 26{,}69\ cm^3$$
$$M_{KCl} = 74{,}56 : 1{,}987 = 37{,}52\ cm^3$$

Jeżeli objętość drobiny gramowej jest proporcjonalna objętości oczka sieci przestrzennej, to krawędź oczka jest proporcjonalna trzeciemu pierwiastkowi objętości drobiny gramowej. Stąd więc stosunek krawędzi oczka sieci przestrzennej halitu i sylwinu jest:

$$\frac{d_s^{NaCl}}{d_s^{KCl}} = \sqrt[3]{\frac{26{,}69}{37{,}52}} = 0{,}893$$

Znów widzimy zgodność liczby otrzymanej z pomiaru 0,897 i z obliczenia 0,893 w granicach błędu pomiarów.

Jeżeli więc stosunek krawędzi oczka halitu i sylwinu obliczony z założenia, że obu tym ciałom jest właściwa sieć heksaedryczna, zgadza się z tym stosunkiem, wynikłym z pomiarów, to przypuszczenie jednakowej w nich sieci jest trafne. W takim razie możemy się spodziewać zgodności wszelkich innych pomiarów w halicie i w sylwinie. Tymczasem, zaraz na wstępie, znaleziono różnicę. Mianowicie od serji sieci płaskich zgodnych ze ścianą ośmiościa-

nu pierwsze odchylenie smugi $K\alpha$ paladu w sylwinie zachodzi pod kątem 9′ 23°, w halicie natomiast ono zaledwie daje się dostrzec pod kątem około 5°13′. Jest ono tak słabe, że musimy je uznać za wynik różnicy a nie dodawania się fal interferujących. Dopiero drugie odchylenie jest mocne pod kątem 10° 27′. Badania dalsze, których tu już nie będziemy przytaczali, okazały, że tylko kryształom sylwinu KCl jest właściwe zachowanie się względem promieni - $x$ takie, jakie przystoi sieci heksaedrycznej. We wszystkich natomiast pozostałych chlorowcowych połączeniach potasowców stwierdzono takie samo odchylenie jak w kryształach halitu. Czem się to tłumaczy? Otóż właśnie odstępstwo to jest dowodem fizycznym, że węzłami sieci są *atomy* a nie cząsteczki. Gdyby ośrodkami drgającymi i wzbudzającymi fale wtórne były cząsteczki jako pewne całości, to nie zachodziłaby różnica w działaniu sieci jednakowego ustroju o węzłach tak mało różniących się objętością jak NaCl i KCl. Jeżeli wszakże tylko sieć KCl daje kąty odblasku zgodne z siecią heksaedryczną, a inne chlorowcowe sole potasowców uchylają się od tego, to wyjaśnienie znajdujemy jedynie w twierdzeniu P. Grotha, że *atomy* a nie cząsteczki są węzłami sieci. Zupełnie bowiem naturalne i proste jest przypuszczenie, że przyrodzona atomowi zdolność wzbudzania fal wtórnych zależy od liczby i układu jego elektronów, a liczby te i układ bardzo mało się różnią w pierwiastkach mało różniących się ciężarem atomowym. Ciężar atomowy potasu jest K = 39,10, jego numer porządkowy 19; ciężar atomowy chloru Cl = 35,46 i numer porządkowy 17. Jest to różnica niewielka, więc atomy potasu i atomy chloru działają jak jednakowe ośrodki wzbudzania fal wtórnych. A przecież w sieci heksaedrycznej naprzemianległych atomów potasowca i chlorowca sie-

ci płaskie w serji ośmiościanu są sieciami albo potasowca albo chlorowca naprzemianległe. Na płaszczyznie *ABC* (rys. 214 i 220) i *GKH* są kulki białe, na *DEF* czarne. Tylko więc atomy potasu i atomy chloru, jako bardzo mało różniące się ciężarem, sprawiają że sieci płaskie serji ośmiościanu działają jednakowo, bez względu na to, czy ich węzły są atomami potasu czy chloru, a więc odchylają wiązkę promieni - $x$ zgodnie z warunkami sieci heksaedrycznej, to jest zgodnie z odstępem $\frac{a}{\sqrt{3}}$. W halicie i w innych ogniwach izomorfnych tego szeregu naprzemianległe sieci serji ośmiościanu różnią się znacznie, a więc działają tu dwie serje sieci naprzemianległych o odstępach dwa razy większych. Jedna przeto fala względem drugiej opóźnia się o połowę odstępu, a więc o połowę długości, lecz ponieważ wzbudzają je różne atomy, przeto energja ich nie jest równa, więc z ich interferencji pozostaje niewielka reszta. Tak się dzieje w odchyleniu pierwszem oraz w odchyleniach rzędu nieparzystego. A w odchyleniach parzystych zachodzi składanie się fal i wzmocnienie ich, bo fale wzbudzone sieciami płaskiemi chlorowca i potasowca są opóźnione względem siebie o parzyste wielokrotności połowy fali.

Opierając się na twierdzeniu P. Grotha, w początku rozdziału niniejszego obliczyliśmy przypuszczalny wymiar krawędzi oczka sześciennego w halicie. Obecnie widzimy, że sieć ta istotnie jest siecią heksaedryczną naprzemianległych atomów sodu i chloru. Wobec tego uznajemy, że długość krawędzi oczka w halicie jest 2,816 $\mathring{A}$.

Jeden ongstrem jest dziesięciomiljonową częścią milimetra. Więc krawędź sześcianu halitowego takiej długości

jak wysokość wielkich liter w tej książce jest rzędem pięciu miljonów atomów sodu naprzemianległych z pięciu miljonami atomów chloru. Innemi słowy, gdyby oczko halitowej sieci przestrzennej zwiększyło się do wysokości pierwszej litery zdania niniejszego, to sześcian halitowy wielkości tej litery stałby się sześcianem o krawędzi dwudziestu ośmiu kilometrów!

Znając wymiary oczka halitu możemy mierzyć wielkości oczka każdej sieci innej, zarazem możemy mierzyć długość fali promieni - $x$. Ponieważ smugę $K_\alpha$ paladu serja sieci płaskich sześcianu w halicie uchyla o kąt odblasku $6^0 0'$ a krawędź oczka sieci halitu jest 2,816 Å, przeto długość fali $K\alpha$ paladu otrzymujemy jako

$$\lambda = 2 \times 2{,}816 \times \text{Sin } 6^0\,0' \times \mathring{A} = 0{,}587\,\mathring{A}.$$

Wyżej opisane badanie sylwinu i halitu jest dziełem W. G. i W. L. Braggów. Był to pierwszy b e z p o ś r e d n i fizyczny dowód prawdziwości twierdzenia P. Grotha o tem, że nie cząsteczki ale atomy są węzłami sieci przestrzennych w kryształach. Zarazem pomiarami temi W. G. i W. L. Braggowie dali początek spektrometrji, to jest mierzeniu długości fal w promieniach - $x$. Poczet niemały badaczy z Siegbahnem na czele wyzyskał należycie odkrycia Braggów. Używając kryształów jako siatek dyfrakcyjnych wymierzyli oni i sfotografowali widma promieni - $x$ wysyłanych antykatodami zrobionemi z różnych pierwiastków chemicznych. Pomiary te ogarnęły fizykę echem rozległem i głęboko sięgnęły w podstawy chemji. Zarazem niektórym fizykom udały się pomiary długości fal w promieniowaniach - $x$ innemi drogami i wyniki tych pomiarów wypadły zgodnie z pomiarami Braggów.

Łącząc sposoby Lauego, Braggów, Debye'a i innych, wielu badaczy poddało pomiarom promieniami - $x$ liczne setki ciał krystalicznych i rozwikłało ich ustrój. Dziś już prawie połowę teoretycznie wysnutych dwustu trzydziestu rodzajów sieci przestrzennych rozpoznano w różnych kryształach.

Jednak należy przypomnieć to, o czem wyżej nadmieniliśmy przygodnie, to mianowicie, że już od dawna krystalografowie obliczali stosunki względne krawędzi równoległościanów tworzących z odpowiednio obranych kątów i ścian kryształów oraz z ciężaru cząsteczkowego i z ciężaru właściwego tych kryształów. Tak naprzykład A. E. H. Tutton obliczył te stosunki w szeregu siarczanów izomorfnych. Jeżeli trzema literami greckiemi $\chi$, $\psi$, $\omega$ oznaczymy krawędzi równoległościanu i jeżeli $\psi$ kryształów siarczanu potasowego obierzemy za jedność, to stosunki tych krawędzi są następujące.

| | $\chi$ | $\psi$ | $\omega$ |
|---|---|---|---|
| $K_2SO_4$ | 0,5727 : | 1,0000 : | 0,7418 |
| $Rb_2SO_4$ | 0,5944 : | 1,0387 : | 0,7774 |
| $(NH_4)_2SO_4$ | 0,5946 : | 1,0552 : | 0,7723 |
| $Cs_2SO_4$ | 0,6213 : | 1,0877 : | 0,8191 |

Liczby te Tutton otrzymał kilka lat przed odkryciem $x$ - radjometrji. W roku 1928-ym Ogg i Hopwood promieniami - $x$ wymierzyli oczka sieci w tych kryształach. Otrzymali oni następujące krawędzi równoległościanów tworzących.

| | $a$ | $b$ | $c$ |
|---|---|---|---|
| $K_2SO_4$ | 5,731 Å | 10,008 Å | 7,424 Å |
| $Rb_2SO_4$ | 5,949 Å | 10,394 Å | 7,780 Å |
| $(NH_4)_2SO_4$ | 5,951 Å | 10,560 Å | 7,729 Å |
| $Cs_2SO_4$ | 6,218 Å | 10,884 Å | 8,198 Å |

Widzimy, że liczby te są zgodne z poprzedniemi, a zatem musimy przyznać, iż zanim zastosowano promienie - $x$ do badania kryształów, krystalografowie umieli wymierzać w liczbach względnych wielkości oczek sieci przestrzennych. Nie mogli podać rozmiarów, ale odpowiadali na pytanie, o ile ta lub owa krawędź oczka jest dłuższa lub krótsza od jakiejś innej. Trafność tych pomiarów zależała od pomyślnego wyboru odpowiednich ścian i kątów kryształu na podstawę tego rachunku. Pomiary te były możliwe tylko w szeregach ciał izomorfnych. Zastosowanie promieni - $x$ daje możność pomiaru oczka w każdym krysztale, a nie tylko w szeregach izomorfnych, dostarcza wymiarów absolutnych w ongstremach, odsłania nie tylko wymiary oczka ale jego ustrój, z wyboru translacyj o najmniejszych odstępach usuwa wszelką dowolność i hypotetyczność. Jednakże, jeżeli od stulecia siedmnastego teorja sieciowa jest jedynym sposobem naukowej interpretacji ustroju kryształów, jeżeli od lat pięćdziesięciu interpretacja tego ustroju sieciami *atomowemi* a nie cząsteczkowemi jest już znana, jeżeli badanie promieniami - $x$ nie zmieniło znanych przedtem względnych wymiarów sieciowych, lecz tylko dało im spółczynnik jednostki miary, to niema podstawy do twierdzenia o jakiejkolwiek zmianie zasadniczej w teorjach i w zagadnieniach krystalografji pod wpływem $x$ - radjometrji, jak to głosi wiele osób niepowołanych i niepoinformowanych należycie. Jest bowiem niemało takich, którzy około każdego odkrycia naukowego wytwarzają jazgotliwy zgiełk, hałasując szumnie i krzycząc, że oto pojawiła się nowa myśl i że ona dopiero jest jedynem światłem, mroki rozpraszającem, że wszystko co było przed nią nic nie jest warte i runęło w gruzy. Taki sam hałas wszczęto z powodu zastosowania promieni - $x$ do badania kryształów, głosząc,

że dopiero tem potwierdzono hypotezę sieciową i że to zupełnie na nowe drogi pchnęło krystalografję. Tymczasem należałoby to nazwać zastosowaniem kryształów do badania promieni - $x$, bo właśnie od tego zaczęła się spektrometrja tych promieni i badania te były wielkim postępem w poznawaniu promieni - $x$. Hałasującym o „nowej" nauce należy wpoić przekonanie, że w nauce, tak samo jak w sztuce, niema ani „nowej" ani „starej" nauki, jest tylko ciągły jej rozwój.

Ale nie depczcie przeszłości ołtarzy
Choć macie sami doskonalsze wznieść.
Na nich się jeszcze święty ogień żarzy
I miłość ludzka stoi tam na straży
I wy winniście im cześć.

§ 44. *Własności optyczne kryształów.* Poznanie zachowania się kryształów względem falowań tak krótkich, jakie są w promieniach - $x$, nasuwa pytanie: jakież zjawiska są właściwe kryształom w świetle widzialnem, długofalowem. Jak to już nadmieniono ubocznie w § 42-gim, fale światła widzialnego są dłuższe tysiące razy od fal promieni - $x$ i od odległości pomiędzy środkami ciężkości atomów w kryształach. Wobec tego kryształy wyraźnie są nieciągłe względem promieni - $x$, a względem światła widzialnego zachowują się tak jak gdyby były ciągłe. Dla fali tysiące razy dłuższej od średnic atomowych atomy niejako zlewają się z sobą w układ jednostajny, podobnie jak drzewa w lesie zlewają się w zbiór jednolity, gdy patrzymy nań zdaleka.

Można rzec, iż własności optyczne kryształów, to jest zachowanie się ich wobec światła widzialnego, pod każdym względem, nawet historycznym, są zupełnie inne niż względ-

dem promieni - $x$. Badanie kryształów promieniami - $x$ powstało w roku 1912-stym. Początki optyki kryształów są w stuleciu siedmnastem. W sprawie zachowania się kryształów względem promieni - $x$ dużo jeszcze napotykamy niejasności i sprzeczności, które dopiero przyszłość, może nawet daleka, usunie. Własności optyczne kryształów to jeden z najdokładniej i najbardziej wyczerpująco opracowanych działów fizyki, w którym wyniki dedukcji matematycznej schodzą się jak najściślej z wynikami spostrzeżeń i pomiarów. Pod jednym tylko względem w dwu tych tak odmiennych i różnych obszarach zjawisk zachodzi jedność. Będąc wynikiem drgań falistych, zjawiska, które w kryształach obserwujemy zarówno w świetle niewidzialnem, krótkofalowem jak długofalowem widzialnem, przeważnie są wynikiem interferencji fal.

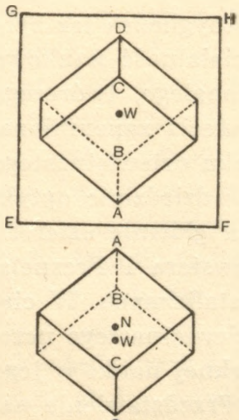
W roku 1670-tym z Islandji przywieziono do Kopenhagi wielkie okazy bezbarwnego przezroczystego minerału, który dziś nazywamy kalcytem. Okazy te dostały się do rąk Erazma Bertelsena jednego z profesorów uniwersytetu w Kopenhadze. Odkrył on w nich i opisał łupliwość oraz podwójne załamanie światła. Rozprawy o tem ogłosił on kilkakrotnie w Lipsku, w Kopenhadze, w Londynie, a okazy kalcytu porozsyłał wielu akademjom i towarzystwom naukowym. Jednak ówczesny świat matematyczno-przyrodniczy nie zrozumiał i nie ocenił należycie odkryć Bertelsena. Jego rozprawy, dla nas zupełnie jasne i poprawne, popadły w zapomnienie. We dwadzieścia lat potem zabrał się do tej rzeczy Chrystjan Huyghens. Stwierdził on poprawność badań Bertelsena i posunął je znacznie dalej; podwójne załamanie światła w kalcycie opisał zupełnie dokładnie i tak wyczerpująco, że jego interpretacja tego zjawiska pozostanie trwale w nauce. Zarazem stworzył on podwaliny falowej teorji

światła. Ale badania krystalograficzne Huyghensa też były przedwczesne. Wszystką inną jego działalność naukową rozumiano i ceniono, prócz jego doskonałego, twórczego „Traktatu o świetle", o którym na stulecia zapomniano. Po długim zastoju dopiero początek wieku dziewiętnastego był dobą główną i rozkwitem odkryć w dziedzinie optyki ciał krystalicznych. Działalność twórcza głównie czterech badaczy, mianowicie Arago, Biota, Brewstera i Fresnela, sprawiła szybki rozwój optyki ciał krystalicznych. W ciągu pierwszego trzydziestolecia wieku dziewiętnastego uczeni ci wznieśli prawie cały gmach tej pięknej nauki w jego głównych i najważniejszych zarysach. Przedstawienie należyte całości zjawisk optycznych w kryształach to traktat rozległy, opatrzony ścisłym rynsztunkiem matematycznym. Nie możemy się weń wdawać choćby ze względu na szczupłość miejsca. Opiszemy więc tylko zjawiska najcharakterystyczniejsze.

Wyżej nadmieniliśmy przygodnie, że pod względem optycznym kryształy syngonji regularnej są izotropne. Rozprzestrzeniająca się w nich fala świetlna napotyka opór jednakowy w każdym kierunku, a więc optycznie kryształy te nie różnią się od gazów, cieczy i przezroczystych ciał bezpostaciowych.

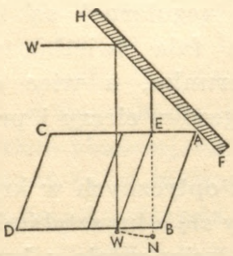
W celu zrozumienia zjawisk optycznych w kryształach syngonij pozostałych, obeznajmy się z kryształami najdawniej w tym względzie znanymi, mianowicie z kryształami kalcytu.

Kalcyt, jak wiemy, jest bezbarwny i przezroczysty. Łupie się on zgodnie ze ścianami romboedru. Na kartce papieru zróbmy jakiś niewielki ale wyraźny znak, naprzykład okrągłą plamkę średnicy około dwu milimetrów i połóżmy na nią odłupek romboedryczny kalcytu grubości kilku cen-

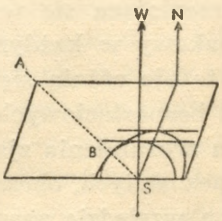



Rys. 222.

tymetrów. Spojrzawszy na górną płaszczyznę odłupka ujrzymy plamki *dwie* (rys. 222 część dolna) w odstępie wynoszącym prawie jedną dziesiątą grubości odłupka jedna od drugiej. Im grubszy jest odłupek kalcytu, tem dalej od siebie są te dwa obrazy plamki. Jedna plamka, bliższa do naroża *C* wydaje się leżącą nieco wyżej; z tego powodu na rys. 222 oznaczono ją literą *W*. Druga, niższa *N*, leży bliżej naroża *B*. Gdy obracamy odłupek około pionu płaszczyzny, na której on leży, to obraz *W* nie zmienia położenia, a obraz *N* okrąża plamkę *W*. Rys. 223 jest przekrojem *ABCD* rys. 222-go. Bieg promieni światła widzimy na nim z boku. Promień *W* nie jest załamany: jest on prostopadły



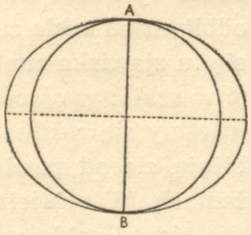

Rys. 223.




Rys. 224.

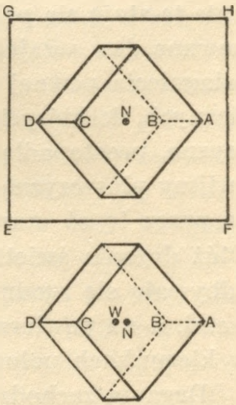
do górnej i dolnej płaszczyzny odłupka kalcytowego; promień *N* jest załamany. Oko widzi obraz *N* na dalszym ciągu prostej *EN*. Ponieważ światło od *N* do płaszczyzny *CA* odbyło dłuższą drogę niż od *W*, więc *N* widzimy niżej od *W*.

Interpretacją tego zjawiska jest rys. 224 i 225. Gdy w jakimś punkcie ośrodka optycznie izotropnego rozpoczyna się świetlny ruch falisty, to po pewnym czasie zachodzi on na




Rys. 225.

powierzchni kuli, bo w ośrodku optycznie izotropnym drgania świetlne rozprzestrzeniają się z prędkością równą we wszystkich kierunkach. W kalcycie natomiast jednoczesne drgania świetlne rozpoczęte w punkcie *S* rys. 224 odbywają się nie na jednej powierzchni kuli, ale na dwu powierzchniach, jedna jest kulą, a druga elipsoidą obrotową rys. 225. Powierzchnie te stykają się z sobą w dwu punktach *A* i *B*. Prosta przeprowadzona przez te dwa punkty jest osią obrotu elipsoidy obrotowej. Leży ona zgodnie z osią przystawania trzykrotnego kryształów kalcytu, którą na rys. 2 i na rys. 8 oznaczyliśmy literami *AB*.



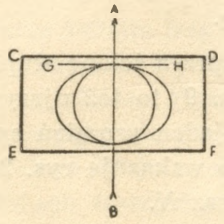

Rys. 226.

Weźmy płytę szklaną *EFHG* (rys. 222 część górna) i użyjmy jej jako zwierciadła. Obrotami około prostej *EF* możemy ją ustawić tak, że ujrzymy w niej odzwierciedlenie odłupka kalcytowego. W tym obrazie, odbitym od po-

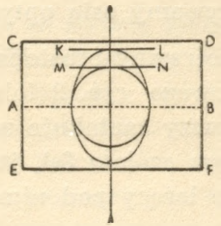
wierzchni szkła, zobaczymy tylko *jeden* obraz plamki, mianowicie wyższy *W*, nie zmieniający położenia gdy obracamy kalcyt około pionu tej płaszczyzny, na której on leży. To samo z boku przedstawia rys. 223. Obróćmy kalcyt o 90° rys. 226. W obrazie odbitym od szkła znika *W*, pojawia się natomiast *N*. Dzieją się tu zjawiska zupełnie inne niż w powietrzu, w wodzie lub w szkle: w ośrodkach optycznie izotropnych. Promień świetlny się rozdwaja. Po rozdwojeniu się promienie te odbijają się od powierzchni szkła tylko w pewnych jej położeniach. W powietrzu, w ośrodku izotropnym światło odbija się od szkła w każdym kierunku: stawiając na jego drodze zwierciadło, możemy je kierować wszędzie dokąd nam się podoba. A więc kulista fala świetlna, wszedłszy w kalcyt nie tylko rozdwaja się na fale dwie, kulistą i elipsoidalną, ale ponadto drgania odbywające się na tych dwu powierzchniach przybierają pewne tylko kierunki. Fale te stają się *polaryzowane*. Drgania ich są przyporządkowane dwu wzajemnie prostopadłym kierunkom. W celu osiągnięcia pewnej obrazowości użyjmy terminów geograficznych, do których każdy z nas przywykł oddawna. Płaszczyznę, prostopadłą do osi obrotu elipsoidy obrotowej nazwijmy płaszczyzną równikową, a płaszczyzny przechodzące przez tę oś nazwijmy płaszczyznami południkowemi. Otóż drgania świetlne w kalcycie na kulistej powierzchni odbywają się zgodnie z równikiem i kołami równoleżnikowemi, a na powierzchni elipsoidy obrotowej zachodzą one w kierunkach południków.

Drgania zachodzące na powierzchni kuli we wszystkich kierunkach naokoło każdego jej promienia, wchodząc w kalcyt rozdzielają się na dwa zbiory drgań: jeden, na powierzchni kulistej, równoleżnikowe, drugi na powierzchni elipsoidy obrotowej, południkowe. Omawianą powierzchnię

podwójną nazywamy powierzchnią Huyghensa, ten bowiem uczony jest jej twórcą. Badając podwójne załamanie światła w kalcycie doszedł on, że powierzchnia prędkości promieni świetlnych w tem ciele właśnie jest taka a nie inna. Chcąc usprawiedliwić zachowanie się płytki wyszlifowanej z kalcytu w jakimś kierunku w wyobraźni przesuwajmy




Rys. 227.




Rys. 228.

równolegle samej sobie powierzchnię Huyghensa w kierunku prostopadłym do płytki, to jest równolegle z kierunkiem promieni, jakie przez płytkę przechodzą podczas spostrzeżenia. Naprzykład, wyobraźmy sobie płytkę *CDEF* rys. 227 wyszlifowaną z kalcytu prostopadle do osi przystawania trzykrotnego. Znając powierzchnię Huyghensa i jej stosunek przestrzenny do elementów symetryczności kalcytu, z góry możemy orzec, że oglądając przez taką płytkę plamkę na papierze będziemy widzieć tylko jedną plamkę, tak samo jak przez szkło lub przez jakiekolwiek ciało optycznie izotropne. Fala świetlna opuszcza taką płytkę kalcytową i trafia ono w oko tem czołem (płaszczyzną styczną *GH*), w którem obie jej powierzchnie się stykają i na którem schodzą się wszystkie południkowe i równikowe kierunki drgań. Jest tu więc jedna tylko powierzchnia fali, niema przeto podwójnego załamania światła, a że każdy kierunek

na płaszczyznie stycznej w tym punkcie jest kierunkiem drgania świetlnego, więc niema polaryzacji. Oś przystawania trzykrotnego i zgodna z nią prosta łącząca punkty stykania się powierzchni kuli z powierzchnią elipsoidy obrotowej w powierzchni Huyghensa jest to kierunek taki, że światło przechodzące przez kalcyt w tym kierunku ani się nie polaryzuje ani nie załamuje się podwójnie. Taki kierunek nazywamy osią optyczną.

Gdy spojrzymy prostopadle przez ścianę słupa kryształu kalcytowego rys. 2 lub rys. 9 to też ujrzymy jeden obraz, bo oczy zaatakuje nam jeden promień spólny dwu równoległym czołom fal, jak to wskazuje rys. 228. Obraz *W* zakryje leżący pod nim obraz *N*.

Symetryczność kalcytu jest rodzaju $s(6'2'2)$, a więc kryształy tego minerału należą do syngonji heksagonalnej. Tak samo jak kalcyt względem światła zachowują się wszystkie inne kryształy heksagonalne i tetragonalne. Od wszystkich nich kalcyt różni się tylko tem że jego podwójne załamanie światła jest wyjątkowo wielkie. Różnica prędkości rozchodzenia się drgań na powierzchni kulistej i elipsoidalnej jest tak znaczna, że widzimy ją okiem nieuzbrojonem. Równie dosadnie zjawisko to zachodzi tylko w kryształach saletry sodowej $NaNO_3$, jak wiemy (§ 22) ściśle izomorfnych kalcytowi. We wszystkich innych kryształach podwójne załamanie światła jest tak niewielkie, że nie widzimy go bezpośrednio.

Ustrój kryształów heksagonalnych jest pochodny albo heksagonalnej albo romboedrycznej sieci przestrzennej. W obu tych sieciach przestrzennych sieci płaskie, prostopadłe do osi przystawania sześciokrotnego lub trzykrotnego, są równoboczne. Ustrój kryształów tetragonalnych jest

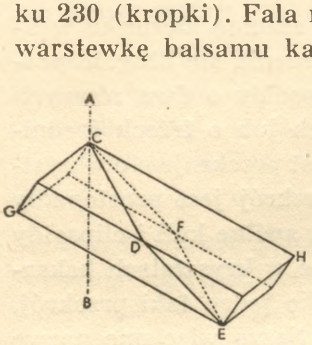
pochodny tetragonalnych sieci przestrzennych. W nich na płaszczyznach prostopadłych do osi przystawania czterokrotnego sieci płaskie są kwadratowe. A więc na płaszczyznach podstawowych w kryształach heksagonalnych są trzy kierunki równe co 60° a w kryształach tetragonalnych dwa co 90°. To samo również wynika z symbolów symetryczności.

W naturze światła leży to, że ze zmianą kierunku wektor świetlny zmienia się tak, jak zmienia się długość promienia w elipsoidzie. Przekrój elipsoidy o dwu równych średnicach wzajemnie prostopadłych lub o trzech średnicach równych co 60° jest kołem, to jest przekrojem o wszystkich średnicach równych. Taki przekrój jest prostopadły do tej prostej, na której leżą punkty spólne kuli i elipsoidy w powierzchni Huyghensa. Ponieważ w kryształach heksagonalnych i tetragonalnych jest tylko jeden taki przekrój, więc jest tylko jedna oś optyczna. Noszą więc one nazwę *optycznie jednoosiowych.*

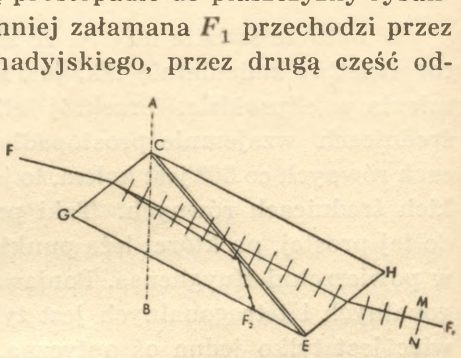
Zaznaczyliśmy wyżej, że tylko w kryształach kalcytu i w saletrze sodowej podwójne załamanie światła jest tak znaczne, że widzimy je bezpośrednio. We wszystkich innych ośrodkach podwójnie załamujących światło anizotropję optyczną wykrywamy interferencją ich dwu fal, z których jedna jest opóźniona względem drugiej. Ale one interferują dopiero wtedy gdy drgania ich, odbywające się na dwu płaszczyznach wzajemnie prostopadłych, sprowadzimy do płaszczyzny jednej. Sprowadzenia tego dokonywa się parą przyrządów, zwanych pryzmatami Nicola.

Odłupek kalcytowy rys. 229 mniej więcej trzy razy dłuższy od jego grubości fizyk szkocki William Nicol (1768—1851) przepiłował ukośną płaszczyzną *CDEF*, obie

powierzchnie przekroju wypolerował jaknajstaranniej i połowy tego odłupka skleił zpowrotem balsamem kanadyjskim. (*AB* kierunek osi optycznej). Wchodząc w kalcyt fala światła *F* (rys. 230, przekrój *CGEH* rysunku 229) rozdziela się na falę $F_1$ mniej załamaną o drganiach leżących na płaszczyznie rysunku 230 (kreski *MN*) i więcej załamaną $F_2$, której drgania są prostopadłe do płaszczyzny rysunku 230 (kropki). Fala mniej załamana $F_1$ przechodzi przez warstewkę balsamu kanadyjskiego, przez drugą część od-




Rys. 229.

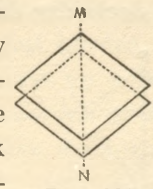



Rys. 230.

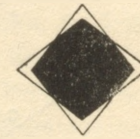
łupka i wychodzi w powietrze. Fala załamana więcej $F_2$, pod kątem odpowiednim natrafiwszy na balsam kanadyjski, w którym się ona mniej by załamała, doznaje zupełnego odbicia, usuwa się w bok, gdzie ją pochłania czarna metalowa osłona. Taki odłupek kalcytowy, zawierający odpowiednio w nim umieszczoną warstewkę halsamu kanadyjskiego, nazywamy pryzmatem Nicola. Z pryzmatu Nicola światło wychodzi polaryzowane na jednej płaszczyznie *MN*.

Weźmy dwa takie pryzmaty i ustawmy jeden za drugim tak aby ich osi długie leżały na jednej prostej i płaszczyzny polaryzacji *MN* były zgodne, rys. 231. Oczywista, światło wyszłe z jednego, wchodzi w drugi i wychodzi takie samo jak weszło, to jest polaryzowane na tej samej

płaszczyznie. Ale obróćmy o 90° jeden z nich około jego osi długiej rys. 232. Wtedy światło z jednego pryzmatu, polaryzowane na płaszczyznie *MN*, wchodzi w pryzmat drugi, ale w nim drgania *MN* leżą na płaszczyznie tej fali, która załamuje się więcej i usuwa się w bok. A więc drgania te doznają odbicia zupełnego od warstewki balsamu i do oka nie dochodzą. Zjawisko tak proste ale dopóki go nie wyjaśnimy nader dziwne. Przez dwa pryzmaty bezbarwne i przezroczyste światło nie przechodzi tak jak przez jakieś ciało nieprzezroczyste względem światła. Najpospoliciej dwa pryzmaty Nicola dołączamy do mikroskopu. Jeden umieszczamy pod stolikiem mikroskopu, to jest pomiędzy źródłem światła a przedmiotami badanymi, drugi pod okularem, a więc pomiędzy przedmiotem podległym badaniu i okiem obserwatora.



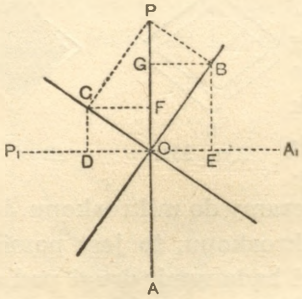
Rys. 231.


Rys. 232.

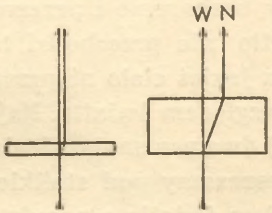
Płytkę kryształu jednoosiowego prostopadłą do osi optycznej połóżmy na stolik mikroskopu opatrzonego dwoma skrzyżowanymi pryzmatami Nicola. Nie widzimy nic. W mikroskopie ciemno i płytka jest ciemna, bo wszystkie kierunki na niej są jednakowe, drgania świetlne odbywają się w niej na każdym promieniu przekroju kołowego.

Ale weźmy przekrój niekołowy, to jest jakikolwiek inny, nieprostopadły do osi optycznej. Przechodząc przezeń każda fala światła rozdziela się na fale dwie, polaryzowane na dwu płaszczyznach wzajemnie prostopadłych. A więc drganie *OP* rys. 233, wyszłe z dolnego pryzmatu Nicola, w płytce rozdziela się na dwa drgania prostopadłe *OB* i *OC*, według zasady równoległoboku sił. Według tej samej zasady, wchodząc w drugi pryzmat Nicola, każde z tych

drgań też rozdziela się na dwa drgania wzajemnie prostopadłe. Drganie *OB* rozdziela się na *OG* i *OE*, drganie *OC* na *OD* i *OF*. Drgania *OG* i *OF*, odbywające się na płaszczyznie *AP*, w drugim pryzmacie Nicola odbijają się od balsamu kanadyjskiego i nie dochodzą do oka obserwatora. Drgania natomiast *OE* i *OD*, jako zachodzące na płaszczyznie $P_1A_1$ dochodzą do oka. A więc pomiędzy skrzyżo-



Rys. 233.



Rys. 234.

wanymi pryzmatami Nicola *jest widno*. Przez skrzyżowane pryzmaty Nicola i znajdujące się pomiędzy nimi ciało optycznie izotropne lub przekrój kryształu optycznie jednoosiowego, prostopadły do osi optycznej, światło nie przechodzi. Przez wszelki inny przekrój ciała optycznie anizotropnego umieszczony pomiędzy skrzyżowanymi pryzmatami Nicola światło przechodzi.

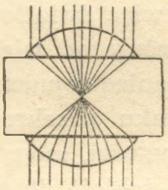
Obracajmy stolik mikroskopu około osi tego przyrządu wraz z leżącym na nim przekrojem ciała anizotropnego, czyli innemi słowy zmieniajmy wartość kąta *POB*. Widzimy, że gdy kąt ten staje się równy zeru, lub przybiera wartość 90°, odcinki *OE* i *OD* znikają, stają się równe zeru, a największą wartość przybierają gdy kąt *POB* ma 45°. Gdy odcinki *OD* i *OE* zmniejszają się do zera, drgań świetlnych

niema, płytka jest ciemna. Gdy odcinki te są większe od zera, drgania świetlne się odbywają, dochodzą do oka i wywołują w niem wrażenie światła. Innemy słowy w pełnym obrocie o 360° w płytce co 90° światło znika, oraz w położeniach pośrednich cztery razy się pojawia.

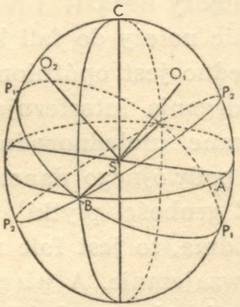
Zważmy ponadto, że oba drgania *OD* i *OE* zachodzą na jednej płaszczyznie, a z rys. 234 widzimy, że jeżeli płytka załamująca światło podwójnie jest bardzo cienka, to drgania te rozprzestrzeniają się prawie po jednej linji, bo odstęp pomiędzy linją *W* i *N* jest bardzo mały. Ponadto jedno drganie należy do fali kulistej, drugie do elipsoidalnej, a więc jedno jest opóźnione względem drugiego. A zatem dwa te drgania interferują. Jeżeli więc światło jest białe, mieszane, niejednorodne, to zależnie od wielkości załamania podwójnego danemu ciału anizotropnemu właściwego, od grubości płytki i od kierunku przekroju, różne części widma, to jest fale różnej długości, mogą się unicestwić wzajemnie. A więc gdy fale jakiejś długości znikną, światło nie jest już białe, pojawia się *barwa interferencyjna*. Płytka przezroczysta i bezbarwna pomiędzy skrzyżowanymi pryzmatami Nicola jest żółta, zielona, czerwona, niebieska, zależnie od tego, które fale światła białego zanikły a które pozostały.

Podaliśmy wyżej, że pomiędzy skrzyżowanymi pryzmatami Nicola płytka wyszlifowana z kryształu optycznie jednoosiowego prostopadle do osi optycznej zachowuje się tak samo jak płytka z kryształu syngonji regularnej i wogóle z każdego ciała optycznie izotropnego. Czemże możemy ją rozpoznać i odróżnić od płytki optycznie izotropnej? Oświetliwszy ją snopem fal zbieżnych, to jest umieściwszy pod nią i nad nią soczewki dużej krzywizny rys. 235. Wtedy fale przebiegają płytkę nietylko w kierunku osi

optycznej, w którym się nie rozdwajają, ale w wielu kierunkach innych, w których załamują się podwójnie, polaryzują się i między sobą interferują. Te fale, których drgania po przejściu przez płytkę leżą na płaszczyznach polaryzacji pryzmatów Nicola, zanikają. A inne interferują, przyczem wszystkie jednakowo nachylone do osi optycznej interferują jednakowo. Powstaje ciemny krzyż i koliste pierścienie rys. 236 ciemne i jasne w świetle jednorodnem, tęczowe różnych barw interferencyjnych w świetle białem.

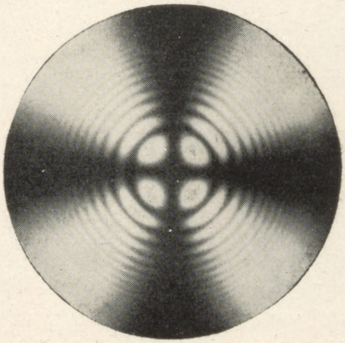


Rys. 235.

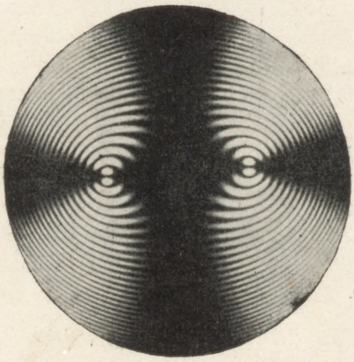



Rys. 237.

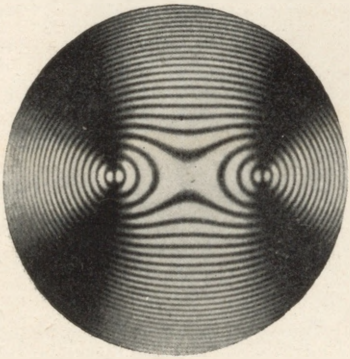
Własności optyczne kryształów rombowych, jednoskośnych i trójskośnych są znacznie zawilsze od własności kryształów optycznie jednoosiowych. Kryształy trzech syngonij wymienionych są optycznie dwuosiowe. W każdym z nich są dwa kierunki, w których niema załamania podwójnego, to jest rozdwajania się fali świetlnej, a zatem są dwa przekroje kołowe. Obecność dwu przekrojów kołowych, a więc dwu prostopadłych do tych przekrojów osi optycznych, usprawiedliwia się tem, że ogólnem odwzorowaniem optycznem kryształów dwuosiowych jest elipsoida trójosiowa rys. 237. Jeżeli jej półoś *SA* jest najmniejsza, półoś *SC* największa, to na płaszczyznie *CSA* jest promień



Rys. 236.



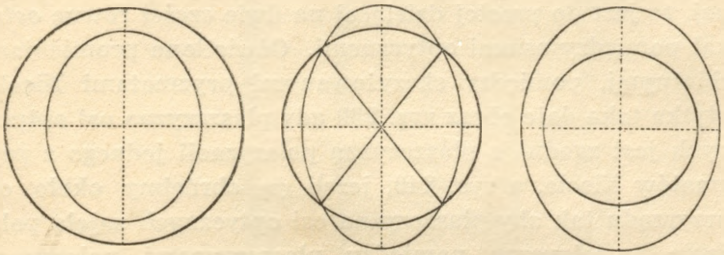
Rys. 239.



Rys. 240.

wodzący równy półosi *SB* większej od *SA*, mniejszej od *SC*. Dowolny przekrój elipsoidy jest elipsa, ale przekroje $P_1$ i $P_2$ są kołami, bo dwie ich wzajemnie prostopadłe średnice *SB* są równe. A więc kryształom rombowym, jednoskośnym i trójskośnym są właściwe dwa optyczne przekroje kołowe, tak jak elipsoidzie trójosiowej.

W kryształach optycznie dwuosiowych fala świetlna rozdwaja się na falę podwójną znacznie zawilszego kształtu niż w kryształach jednoosiowych. A. Fresnel rozpoznał



Rys. 238.

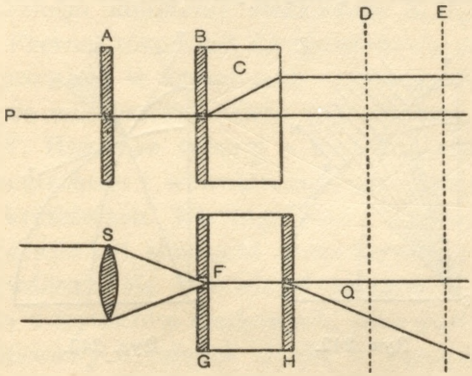
tę powierzchnię. Powierzchnia prędkości promieni kryształów optycznie dwuosiowych jest powierzchnią dwupowłokową o *czterech* punktach spólnych obu powłokom. Powierzchnia ta jest symetryczna względem trzech płaszczyzn wzajemnie prostopadłych. Każdy z tych trzech przekrojów jest kołem i elipsą, na jednym z nich okręg koła przecina się z obwodem elipsy w czterech punktach. To właśnie są owe punkty spólne obu powłokom powierzchni omawianej, a proste łączące te punkty to są osi optyczne. Trzy te przekroje przedstawia rys. 238, ale są to przekroje schematyczne, w celu wyrazistości odstępy pomiędzy dwiema powłokami są znacznie przesadzone. Pośród ciał optycznie dwuosiowych nie znamy ciała o tak wielkiem załama-

niu podwójnem, aby odpowiadały mu tak duże odstępy pomiędzy kołami i elipsami jak na rys. 238. Ciałom optycznie dwuosiowym o największem załamaniu podwójnem odpowiadałyby wykresy takie, w których z zachowaniem wielkości rysunku 238 odstępy byłyby najwyżej jednego milimetra.

Najcharakterystyczniejszem zjawiskiem kryształów optycznie dwuosiowych jest obraz interferencyjny płytki wyszlifowanej prostopadle do tak zwanej pierwszej dwusiecznej, to jest do prostej dzielącej na dwie części równe *ostry* kąt pomiędzy osiami optycznemi. Oświetlona promieniami zbieżnymi, pomiędzy skrzyżowanymi pryzmatami Nicola, płytka taka daje obraz rys. 239 gdy płaszczyzna osi optycznych jest zgodna z płaszczyzną polaryzacji jednego z pryzmatów Nicola, a rys. 240, jeżeli ją obrócimy około osi przyrządu tak aby płaszczyzna osi optycznych zajęła położenie symetryczne pomiędzy płaszczyznami polaryzacji skrzyżowanych pryzmatów Nicola, to jest aby utworzyła z niemi kąt 45°.

Prosta, przepoławiająca *ostry* kąt osi optycznych zowie się *pierwszą dwusieczną;* dzieląca na dwie połowy kąt *rozwarty* osi optycznych jest to tak zwana *druga dwusieczna.* Prosta prostopadła do obu dwusiecznych, czyli do płaszczyzny osi optycznych ma nazwę optycznej normalnej. W kryształach rombowych wszystkie te trzy kierunki są zgodne z krawędziami i ścianami kryształu. W kryształach jednoskośnych jeden z tych trzech kierunków jest zgodny z osią przystawania, albo z prostą prostopadłą do płaszczyzny odbicia. W kryształach trójskośnych powierzchnia prędkości promieni nie jest przyporządkowana ścianom i krawędziom, leży ona w nich krzywo, niesymetrycznie.

§ 45. *Załamanie stożkowe.* Z otworka w zasłonie *A* rys. 241 bardzo cienka wiązka równoległych fal świetlnych *P* pada na otworek w zasłonie *B* przylegającej do grubej płytki równoległościennej *C*, wyszlifowanej z kryształu optycznie dwuosiowego prostopadle do jednej z osi optycznych. W płytce wiązka ta rozbiega się w stożek, który wychodzi z płytki wiązką równoległą, cylindryczną, o średni-



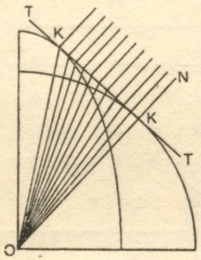

Rys. 241.

cy znacznie większej od średnicy wiązki pierwiastkowej. Na ekranie tworzy ona krążek *D* lub *E* o jednakowej średnicy w każdej odległości ekranu od płytki. To zjawisko nazywamy *wewnętrznem* załamaniem stożkowem.

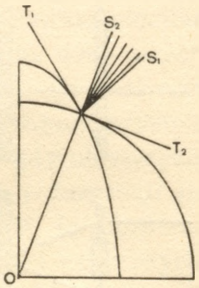
Gdy zaciskamy płytkę pomiędzy dwie zasłony *G* i *H* z maleńkimi otworkami i otworek *F* ustawiamy w ognisku głównem soczewki *S*, a soczewkę tę oświetlamy pękiem fal równoległych, a więc na kryształ kierujemy soczewką wierzchołek fal zbieżnych, to przez kryształ przechodzi cienka wiązka, która po wyjściu z kryształu rozprzestrzenia się w stożek *Q*, padający na ekran jako krążek świetl-

ny średnicy powiększającej się w miarę oddalania ekranu od kryształu. Jest to tak zwane *zewnętrzne* załamanie stożkowe.

Zjawiska te tłumaczymy w sposób następujący. Około punktu spólnego obu powłokom fresnelowska powierzchnia prędkości promieni się zapada, wgłębia się ku środkowi. Płaszczyzna styczna z powierzchnią prędkości promieni *TT* styka się z nią nie w jednym punkcie, ale na obwodzie koła




Rys. 242.




Rys. 243.

*KK* rys. 242. Proste, łączące środek powierzchni Fresnela z punktami styczności jej z płaszczyzną *TT*, to jest z punktami leżącymi na obwodzie koła *KK*, ograniczają stożek wewnętrznego załamania stożkowego. Wychodząc z kryształu w powietrze promień *OK* jako prostopadły do płaszczyzny ograniczającej płytkę, nie załamuje się. Inne załamują się tem więcej im więcej odchylają się od *ON*. Po wyjściu w powietrze wypełniają one cylinder czyli wywołują zjawisko *wewnętrznego* załamania stożkowego.

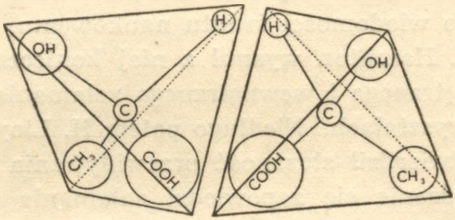
Co zaś do zewnętrznego załamania stożkowego, to zważmy, że w punkcie spólnym obu powłokom powierzchni fresnelowskiej istnieje nieskończenie wiele płaszczyzn stycznych leżących na powierzchni stożka $T_1 T_2$ rys. 243.

Wierzchołkiem tego stożka jest właśnie ów punkt spólny. Wobec tego istnieje nieskończenie wiele prostych prostopadłych do tych płaszczyzn w granicach stożka $S_1 S_2$. Każdej z nich odpowiada inna prędkość rozprzestrzeniania się światła, wobec czego każda z nich inaczej się załamuje, gdy przechodzi z kryształu w powietrze. A więc od promienia przebiegającego kryształ w kierunku $OS_2$ powstaje stożek *zewnętrznego* załamania stożkowego $S_1 S_2$.

Gdy A. Fresnel rozpoznał dwupowłokową powierzchnię prędkości promieni w kryształach optycznie dwuosiowych i podał ją do wiadomości światu naukowemu, matematyk angielski W. Hamilton wysnuł z niej konieczność zachodzenia zewnętrznego i wewnętrznego załamania stożkowego w tych kryształach. Niedługo potem H. Lloyd doświadczeniami potwierdził słuszność przewidywania W. Hamiltona. Sprawdzenie się zapowiedzi załamania stożkowego jest jednym z tryumfów naukowych, jako dowód prawdziwości podstawowych założeń nauki o rozprzestrzenianiu się energji promienistej wogóle, energji świetlnej w kryształach w szczególności.

§ 46. *Skręcanie płaszczyzny polaryzacji.* Odpowiednio dobranemi reakcjami chemicy umieją wykrywać budowę cząsteczek organicznych związków chemicznych, to jest oznaczać sposób powiązania pomiędzy sobą atomów różnych pierwiastków chemicznych. Tak naprzykład ponad wszelką wątpliwość ustanowili oni, że cząsteczka kwasu mlecznego jest połączeniem atomu węgla C z atomem wodoru H, z wodorotlenem OH, z grupą metylową $CH_3$ i z grupą karboksylową COOH. Ale takie ustosunkowanie się atomów jest możliwe w konfiguracji przestrzennej dwu rodzajów, będących wzajemnem odzwierciedleniem rys. 244.

Jeżeli jedną nazwalibyśmy prawą, to drugiej nazwa lewej byłaby odpowiednia. Organicznym związkom o takiej budowie cząsteczki, jak prawego i lewego kwasu mlecznego, w stanie cieczy i w stanie pary, a więc w izotropnym stanie skupienia, jest właściwe tak zwane *skręcanie płaszczyzny polaryzacji*. Zjawisko to polega na tem, że światło o drganiach odbywających się na pewnej płaszczyznie, po przejściu przez parę, przez ciecz lub przez roztwór ciała skręcającego, okazuje drgania na płaszczyznie innej, two-




Rys. 244.

rzącej z płaszczyzną drgań pierwotnych kąt tem większy im grubsza jest warstwa skręcającej pary lub cieczy, albo im większe jest stężenie rozpuszczonego ciała skręcającego. Gazem lub cieczą skręcającą napełnijmy rurkę na obu końcach zamkniętą przezroczystemi płaskiemi szybkami szklanemi i umieśćmy ją pomiędzy skrzyżowanymi pryzmatami Nicola, poczem układ ten oświetlmy światłem jednorodnem. Zamiast spodziewanej ciemności ujrzymy światło. Ciemność zapanowywa dopiero wtedy gdy jeden z pryzmatów Nicola skręcimy, to jest obrócimy, w prawo lub w lewo o kąt odpowiedni.

Stwierdzono, że substancje takie krystalizują się w tych rodzajach symetryczności, którym są właściwe postaci enantjomorfne, prawe i lewe, oraz że prawym i lewym

kryształom tych ciał, a więc i w ich stanie stałym, też jest przyrodzone skręcanie płaszczyzny polaryzacji w prawo i w lewo.

Oprócz tego jednak znamy nieorganiczne związki chemiczne, którym skręcanie rzeczone jest właściwe tylko w kryształach, a nie w roztworze, a więc których właściwość omawiana jest wynikiem śrubowego ustroju kryształów, a nie asymetrji ich cząsteczek. W każdym takim przypadku zawsze kryształy są enantjomorfne, istniejące w postaciach prawych i lewych i zawsze jedne z nich skręcają na prawo, drugie na lewo. Skręcanie ciał krystalizujących się w syngonji regularnej, jako optycznie izotropnych, jest jednakowe na każdym ich przekroju, to jest jednakowo widoczne w płytce dowolnie wyszlifowanej z kryształu. W kryształach optycznie anizotropnych jest ono widoczne na przekrojach kołowych, to jest prostopadłych do osi optycznej.

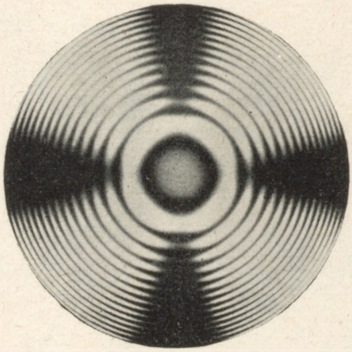
Z ciał syngonji regularnej skręcających płaszczyznę polaryzacji najlepiej zbadano kryształy chlorzanu sodowego $NaClO_3$. Należą one do rodzaju symetryczności $s(3'2'3')$. Płytka milimetrowa tego ciała skręca płaszczyznę polaryzacji o $3^0\ 8'\ 42''$ w świetle żółtem.

Z pośród kryształów optycznie jednoosiowych słynne z własności skręcania płaszczyzny polaryzacji są kryształy kwarcu, w nich bowiem F. Arago odkrył zjawisko omawiane w roku 1811. W roku 1812 J. B. Biot stwierdził, że kąt skręcenia jest tem większy im płytka skręcająca jest grubsza oraz ustanowił, że jedne płytki kwarcowe skręcają na prawo, a drugie na lewo. W roku 1821 J. Herschel udowodnił związek zjawiska skręcania z enantjomorfnością kwarcu.

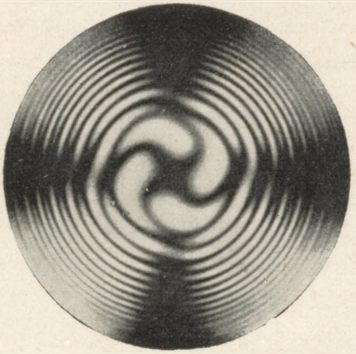
Dość grube płytki kwarcu, wyszlifowane prostopadle

do osi optycznej, oświetlone światłem białem, pomiędzy skrzyżowanymi pryzmatami Nicola nie są ciemne, jak przekroje kołowe nieskręcających ciał optycznie jednoosiowych, ale okazują barwę interferencyjną nie zmieniającą ani natężenia ani rodzaju w pełnym obrocie około osi optycznej. Kąt bowiem skręcania płaszczyzny polaryzacji zależy nietylko od grubości płytki, ale jeszcze od długości fali świetlnej. Im fale świetlne są krótsze, tem kąt ten jest większy. Milimetrowej grubości płytka kwarcu płaszczyznę polaryzacji światła purpurowego skręca o 12° 39′ a fijołkowego o 51° 11′. W każdem przeto położeniu pryzmatów Nicola jakaś część widma gaśnie. Gdy więc obracamy jeden z tych pryzmatów, w świetle białem nie otrzymujemy ciemności lecz zmianę barwy. Dopiero gdy użyjemy światła jednorodnego, jednobarwnego, wtedy po skręceniu jednego z pryzmatów Nicola otrzymamy ciemność. W świetle zbieżnem pomiędzy skrzyżowanymi pryzmatami Nicola prostopadłe do osi optycznej płytki kwarcowe dają obraz interferencyjny rys. 245. Ciemne smugi nie schodzą się we środku obrazu. W świetle jednorodnem obraz ten staje się podobny do obrazu interferencyjnego kryształów optycznie jednoosiowych nie skręcających, gdy jeden z pryzmatów Nicola obrócimy o kąt odpowiedni. Wtedy ramiona ciemnego krzyża dochodzą do środka obrazu. W świetle białem środek obrazu jest barwny. Barwa jego zmienia się z obrotem jednego pryzmatu Nicola. Gdy mamy dwie płytki kwarcowe jednakowej grubości, jedną skręcającą w prawo drugą w lewo i położymy jedną na drugą, to w snopie zbieżnych fal polaryzowanych widzimy obraz rys. 246 zwany spiralnemi Airy'ego.

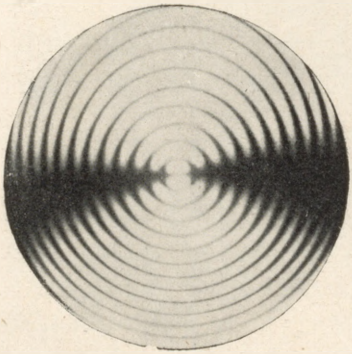
Na to, aby stwierdzić skręcanie płaszczyzny polaryzacji w krysztale optycznie dwuosiowym, trzeba wyszukać w nim



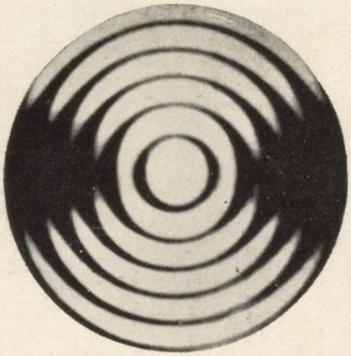
Rys. 245.



Rys. 246.



Rys. 247.



Rys. 248.

położenia osi optycznych, wyszlifować zeń grubą płytkę prostopadłą do jednej z tych osi i otrzymać obraz interferencyjny w snopie fal zbieżnych pomiędzy skrzyżowanymi pryzmatami Nicola. W ciałach optycznie dwuosiowych nieskręcających płaszczyzny polaryzacji obraz ten jest taki jak rys. 247. W obrazie natomiast ciał skręcających smugi ciemnej niema we środku rys. 248. Pojawia się ona dopiero po obrocie jednego z pryzmatów Nicola o kąt odpowiedni. Płytka milimetrowa wyszlifowana prostopadle do jednej z osi optycznych z kryształu kwasu winnego [rodzaj symetryczności $s(2')$] okazuje obraz normalny po skręceniu jednego pryzmatu Nicola o $8^0\,30'$ w świetle czerwonem, o $11^0\,24'$ w świetle żółtem, o $14^0\,22'$ w świetle zielonem.

Badania promieniami - $x$ odsłaniają śrubowy układ atomów w każdym krysztale skręcającym płaszczyznę polaryzacji.

§ 47. *Piroelektryczność i piezoelektryczność* *. Jeszcze w stuleciu siedmnastem koloniści holenderscy przywieźli z wysp azjatyckich do Europy kryształy minerału turmalinu. Zwrócili oni uwagę na ten minerał z powodu zachowania się jego w pobliżu ognisk rozpalanych w polu. Końce mianowicie pryzmatów turmalinowych, ogrzanych bliskością ogniska, przyciągają pyłki popiołu. Jest to własność zwana piroelektrycznością, o której nadmienialiśmy w § 34-tym. Okazało się później, że to samo wywołać możemy ściskaniem kryształu lub jego rozciąganiem. W kryształach substancyj nie przewodzących elektryczności ogrzewanie ich lub studzenie a także rozciąganie lub ściskanie, innemi słowy dopływ energji cieplnej lub mecha-

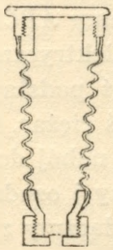
* Z greckiego: „pyr" — ogień; „piezo" — ściskam.

nicznej powoduje nietylko zmianę objętości i kształtu, ale oprócz tego w niektórych kryształach część tej energji przemienia się na elektryczną, o ile to nie jest sprzeczne z ich rodzajem symetryczności, to jest o ile tym kryształom są właściwe takie proste, których zwrot odjemny i dodatny nie są wzajemnem powtórzeniem symetrycznem. Wykrycie i okazanie tego zjawiska odbywa się w sposób następujący.

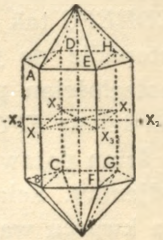
Kryształ ogrzewamy gorącem powietrzem, a następnie studzimy go w temperaturze zwykłej. Podczas ostygania posypujemy go mieszaniną jaknajdelikatniejszego pyłku minji $Pb_3O_4$ i siarki S, przesiewając go mieszkiem rys. 249 przez gęsty muślin bawełniany, którym jest zasłonięty wylot mieszka. Tarciem się o włókienka bawełny pyłki siarki elektryzują się odjemnie, a minji dodatnio. Jeżeli kryształ jest piroelektryczny, to po zrzuceniu zeń nadmiaru pyłku ujrzymy żółty pyłek siarki na częściach które naelektryzowały się dodatnio, a części naelektryzowane odjemnie przyciągną pyłek czerwonej minji. Rozkład żółtych i czerwonych pól na powierzchni kryształu ukazuje na niej rozkład nabojów elektrycznych, a tem samem ujawnia w krysztale obecność i układ prostych biegunowych, to jest tych prostych, których oba zwroty są nierównoznaczne fizycznie, jako nie będące wzajemnem powtórzeniem symetrycznem. Tym sposobem możemy ujawnić biegunowość czyli polarność osi przystawania w kryształach, których symetryczność należy do jednego z tych rodzajów symetryczności, które oznaczamy jednocyfrowym symbolem $s(\mathrm{p})$, albo biegunowość osi przystawania trzykrotnego w rodzajach $s(3\,2\,3)$ i $s(3'\,2'\,3')$, lub dwukrotnego w rodzaju $s(3'\,2'\,2')$.

Kryształ piroelektryczny przybiera naboje elektryczne gdy zmienia się jego temperatura. Gdy temperatura jego

się podwyższa, na jednym biegunie jego osi elektrycznej pojawia się nabój dodatny, na drugim odjemny. W razie spadania temperatury, zjawisko się odwraca: tam gdzie ogrzewanie wzbudzało elektryczność dodatną, studzenie wywołuje nabój odjemny, no i rzecz oczywista na miejscu naboju odjemnego od rozgrzewania zjawia się nabój dodatny gdy kryształ stygnie.



Rys. 249.




Rys. 250.

Ogrzewanie lub studzenie kryształu zmienia jego objętość. Kryształ rozszerza się lub kurczy i zarazem elektryzuje się samorzutnie o ile jest piroelektryczny. A więc gdy kurczy się on od nacisku mechanicznego też przybiera naboje elektryczne na biegunach osi elektrycznej takie jak od studzenia, a jeżeli go rozciągamy w kierunku osi elektrycznej, to elektryzuje się on odwrotnie, to jest w tym porządku jak od ogrzewania. To zjawisko nazywamy piezoelektrycznością.

Kryształy kwarcu należą do rodzaju symetryczności $s(3'2'2')$. W tym rodzaju na płaszczyznie prostopadłej do osi przystawania trzykrotnego leżą trzy osi przystawania dwukrotnego. Zwroty ich są równe naprzemianlegle co 120° jak to widzimy z rys. 155, a więc każda z nich jest polarna, czyli biegunowa: gdy jeden biegun jest dodatny

to drugi jest odjemny. A zatem powstawanie dodatnej i odjemnej elektryczności na zwrotach tych osi jest niesprzeczne z ich symetrycznością. Istotnie. Kryształom kwarcu jest właściwa postać słupa sześciobocznego. Gdy je studzimy lub ogrzewamy, a zarazem pudrujemy subtelnym pyłkiem minji i siarki z mieszka o muślinowej zasłonie, to krawędzi słupa są naprzemianlegle żółte i czerwone.

Z kryształu kwarcu rys. 250 wyszlifujmy równoległościan *ABCDHEFG* tak aby dwie jego ściany *ABCD* i *EFGH* były prostopadłe do jednej z osi piroelektrycznych. Gdy taki równoległościan położymy na jakąś podstawę ścianą *ABCD* a na ścianę *EFGH* położymy jakiś ciężar, to na jednej z tych ścian pojawia się elektryczny nabój dodatny, na drugiej odjemny. Ściany te posrebrzmy i osadzoną chemicznie na kwarcu warstewkę srebra złączmy z płytkami metalowemi, do których jest przymocowany drut zdolny przewodzić prąd elektryczny, poczem włączmy w ten obwód galwanometr. Gdy ściśniemy równoległościan kwarcowy nałożeniem ciężaru na jedną ze ścian rzeczonych to w przewodniku popłynie prąd, który odchyli strzałkę galwanometru. Odwrotnie, jeżeli zamiast galwanometru w obwód włączymy źródło prądu zmiennego to za każdą zmianą kierunku prądu równoległościan kwarcu skurczy się lub rozszerzy. Tym sposobem staje się on źródłem nadzwyczaj szybkich wibracyj. Równoległościan taki leżący na dnie naczynia z olejem powoduje wzdymanie się powierzchni oleju w pagórek do siedmiu centymetrów wysokości, z którego jak z wulkanu wylatuje w górę do wysokości czterdziestu centymetrów pyłek drobniutkich kropelek oleju. W takie naczynie z olejem wstawiono naczynie wypełnione mieszaniną wody z lodem, a w tej wodzie umieszczono probówkę z wodą i termometrem. Termometr ukazał szybkie podwyż-

szanie się temperatury około jednego stopnia na trzy sekundy, pomimo że probówkę, w której go umieszczono, otaczała woda z lodem. Energja podłużnych fal w oleju przeobrażała się w energję cieplną, która przechodziła przez dno naczynia i wodę z lodem. Cieniutką nitkę szklaną zakończoną niewielką kulką ujęto palcami i włożono do oleju nad wibrującym kwarcem. Po chwili obserwator puścił nitkę: boleśnie sparzył sobie palce. Fale wzbudzone w wodzie wibrującą płytką kwarcu zabijają żaby i drobne rybki w ciągu kilku minut, a także powodują rozpadanie się czerwonych ciałek krwi.

Rzeczonych własności kwarcu użyto do wielu zastosowań nader różnorodnych. Są one między innemi pomocne w radjofonji do oznaczania długości fal i do nastawiania fal ściśle jednakowej długości. Zastosowano je do pomiaru ciśnienia w armatach podczas strzału. Na nich też oparto budowę przyrządu służącego do wykrywania zbliżającej się łodzi podwodnej.

Wyczerpujące i nader ścisłe badania naukowe tych własności kwarcu są dziełem i zasługą braci P. i J. Curie.

## ZAKOŃCZENIE

§ 48. *Zasięg świata kryształów.* Książka popularna, przeznaczona do użytku szerokich kół publiczności, nie może być ani tomem wymiarów okazałych, ani traktatem wyczerpującym. W zarysach ogólnych ma ona informować czytelnika o rzeczach najważniejszych w dziedzinie obranej. Czas więc już skończyć, a raczej przerwać rozważanie świata kryształów. Dużo jeszcze pozostało nieporuszonych wiadomości o rozmaitych zjawiskach, zachodzących w świecie kryształów, ale są to albo sprawy mniej przystępne, albo rzeczy ciekawe tylko dla przyrodników, albo szczegóły znaczenia drugorzędnego. Najważniejsze prawa ogólne, rządzące kryształami, poznaliśmy już w książce niniejszej i teraz wiemy, jak dalekie od rzeczywistości jest owo zwyczajowe, potoczne i literackie znaczenie wyrazów „kryształ", „krystaliczny", „kryształowy". Nie będziemy już nazywali powietrza górskiego „krystalicznem", bo wiemy, że nie przezroczystość ale ustrój uporządkowany jest istotnym przymiotem kryształów. Zarazem również słowa W. Voigta przytoczone na początku książki niniejszej nabrały znaczenia bezpośredniego. Kto przebrnął przez książkę niniejszą, ten zdaje sobie sprawę z tego, że kryształy ukazują obszary zjawisk zupełnie obce i niedostępne ciałom bezpostaciowym.

W książce niniejszej poznaliśmy najgłówniejsze prawa krystalografji, ale bynajmniej nie jej całość. Przeważnie obracaliśmy się w obrębie tej dziedziny, której nazwą krystalografja geometryczna. Jest to odłam wiedzy doskonale opracowany, tak iż zupełnie możemy posługiwać się w nim dedukcją. Również dokładnie opracowana jest optyka kryształów. Inne działy, jak własności sprężyste, elektryczne, magnetyczne w znacznej mierze są w tyle. Nader zajmująca ponadto jest nauka o izomorfizmie krystalograficznym i wogóle o związku pomiędzy składem chemicznym, to jest substancją kryształu, a jego własnościami geometrycznemi i fizycznemi. Gdy zastanawiałem się nad ułożeniem książki niniejszej, miałem do wyboru albo poświęcić jej zakres opisowi świata kryształów, to jest nadać jej charakter anekdotyczno-fizyczny, albo wybrać najmniejszą liczbę faktów naukowych z krystalografji i dać zrozumiałą ich teorję. Wybrałem alternatywę drugą, bo nauka bez faktów to religja bez dogmatów, ale nauka bez teorji to religja bez Boga.

Dziś badanie kryształów przeważnie odbywa się na tle zachowania się ich względem promieni - $x$. Nowy ten sposób badania wartkim prądem ogarnął prawie wszystkich krystalografów. Wiele jeszcze w tem niejasności, nie wszystkie wyniki schodzą się niesprzecznie z całością krystalografji, ale przypuszczać należy, że te niezgodności, gdy je wyjaśnimy, a więc usuniemy i do niesprzeczności doprowadzimy, odsłonią niejedną tajemnicę dynamiki atomów. Atomy pierwiastków chemicznych dotychczas są dla nas utworami o symetryczności kuli. Przechodząc w stan krystaliczny zbiory atomów przybierają szyk najróżnorodniejszych ustrojów sieci przestrzennych. Promieniami - $x$ możemy odsłonić ustrój sieci w każdym przypadku. Znając

ten ustrój winniśmy się starać obliczyć, jakich moglibyśmy się spodziewać w nim własności wektorowych, gdyby on składał się z utworów o symetrji kuli. Należy przypuszczać, że wyniki tych obliczeń nie będą zgodne z pomiarami, ale właśnie z tej niezgodności prawdopodobnie będziemy mogli wnioskować o anizotropji i o symetryczności atomów. To przypuszczalnie droga dalszego rozwoju krystalografji.

A teraz, kiedy mamy się już rozstać z tym światem atomów porządnie uszeregowanych i ściśle żelazną dyscypliną z sobą związanych, na pożegnanie, ostatniem niejako obejrzeniem się poza siebie, pomyślmy o tem, jak rozległy i jak powszechny jest ten porządek krystaliczny. Dobija się go chemik w cukrowni, usiłując doprowadzić cukier do jaknajdoskonalszej krystalizacji; zabiega o niego każdy technik przyrządzający jakiekolwiek ciała stałe, a przyrządzamy tych ciał bez liku; biedzi się nad nim metalurg nietylko mikroskopem ale lampą Roentgena i płytą fotograficzną pilnie studjując kryształy i sposób ich zespolenia się w metalach i stopach metalicznych, które wyrabia do celów rozmaitych. W tkankach roślin i zwierząt biolog rozpoznaje rozmaite skupienia ciał krystalicznych, a lekarz z ich obecności lub braku wnioskuje o chorobie lub zdrowiu. Olbrzymie obszary podbiegunowe wieczyście osłania gruby pancerz kryształów lodu. Każda skała ziemska z kryształów się składa. Są między nimi tak drobne, że je ledwie dostrzegamy, uzbrajając oko najpotężniejszym mikroskopem, a od tych najmniejszych widzimy w skałach ziemi wszystkie stopnie wielkości kryształów aż do tak olbrzymich, że w jednym pokaźny kamieniołom założono. Od pyłków znikomych do wielometrowych olbrzymów te utwory uporządkowane ciągną się setkami kilometrów

w głąb ziemi. Krystalografowie, mineralodzy, petrografowie i geolodzy skrupulatnie badają mikroskopem kryształy minerałów i skalne ich zespoły, po własnościach optycznych ilościowo wymierzanych rozpoznając minerały, a z różnych krystalograficznych wiadomości stąd zaczerpniętych snują rozległe wnioski o losach skał a więc i wszystkiej powłoki ziemskiej, która się składa ze skał rozmaitych. A gdy z przestrzeni wszechświata wpada w sferę ciążenia ziemskiego zbłąkany wędrowiec - meteoryt, tak samo staje on nam przed oczyma jako zespolenie krystalicznie uporządkowanego żelaza wolnego, oliwinu i innych ciał krystalicznych, które znamy z powłoki ziemskiej.

Możemy więc śmiało twierdzić, że gdziekolwiek we wszechświecie zapada temperatura, ciśnienie i stężenie sprzyjające powstawaniu ciała stałego, wszędzie tam znika nieład i zamieszanie a zapanowywa porządek krystaliczny, pojawia się jednorodność i symetryczność, bo tak chce Stwórca, który „zawsze uprawia geometrję".

BIBLIOTEKA
Państwowej
Wyższej Szkoły Pedagogicznej
W KRAKOWIE

# SKOROWIDZ RZECZY


Airy'ego spiralne 280.
Ałun 52, 102, 115, 220.
Amfibol 49.
Amorfne ciała 3, 59.
Anizotropja 57.
Antypiryna 32.
Apatyt 53, 219.
Arabska guma 5, 6, 9.
Aragonit 31, 108.
Arsenowy kwas 127.
Asocjacja brytyjska 129.
Aspiryna 32.
Asymetryczne ściany 217.
Avogadry liczba 234.
Avogadry reguła 234.
Azotyn sodowy 110.

Balsam kanadyjski 45.
Barwa interferencyjna 271.
Beryl 220.
Bezpostaciowe ciała 2, 58.
Bezwodnik siarkawy 245.
Białka 63, 67.
Biegunowość osi 282.
Bromek metylu 245.
Bromek wapnia 224.
Bromian sodowy 217, 221.
Brytyjska Asocjacja 129.

Carrara 44.
Centrowanie 137, 144.
Ciała amorfne 3, 59.
Ciała bezpostaciowe 2, 58.
Ciała krystaliczne 4, 68.
Ciała stałe 43, 68.
Ciepło właściwe 38.
Ciężar właściwy 37.
Chlorek potasu 218, 221.
Chlorek sodu 5.
Chlorku sodowego rozpuszczalność 8.
Chlorofil 34.
Chlorzan sodowy 217, 279.
Chromian potasu 127.
Chryzoberyl 128.
Cukier 5, 32, 202.
Cyrkon 93, 128.
Cytrynowy kwas 32, 34.
Czworościan 97.
Cząsteczka 105.
Czwórdzielne ściany 220.
Czwórkierunkowe ściany 218.

Dedukcja 20.
Definicja kryształu 57.
Djament 13, 66.
Dodekaedryczna sieć 157.
Dolomit 217.
Drobina 105.
Druga dwusieczna 274.
Dwuchromian potasu 49.
Dwudzielne ściany 219.
Dwudziestoczworościan 123.
Dwukierunkowe ściany 217.
Dwunastościan pentagonalny 93.
Dwunastościan rombowy 123.
Dwuosiowe optycznie kryształy 272.
Dwupiramida 93.
Dwusieczna druga 274.
Dwusieczna pierwsza 274.
Dwuścian 149.

Dwuścianowa sieć jednoskośna 148.
Dwuścianowa sieć rombowa 151.
Dwusfenoid tetragolany 223.
Dyfrakcja koniczna 70.
Dyfuzja 43.

Enantjomorfizm 203, 273.

Falc polaryzowane 264.
Fazy 66.
Figury wytrawione 53.
Fluorek wapnia 162.
Fluoryt 162.
Fosforowy kwas 127.
Fresnela powierzchnia 273.

Galenit 102, 161.
Geochemja 30.
Gips 30, 49.
Glinu wodorotlenki 63.
Gonjometr optyczny 87.
Gonjometr przykładany 86.
Gorzka sól 172.
Grafit 13.
Grupa karboksylowa 277.
Grupa metylowa 277.
Guma arabska 5, 6, 9.
Gumy 63.

Halit 5, 30, 38, 39, 48, 52, 115, 161, 198, 220, 222, 230, 232.
Heksaedryczna sieć 157.
Heksagonalna sieć 154.
Heksagonalna syngonja 161, 216.
Hematyt 80.
Hemina 34.
Homologiczne utwory 47, 72.
Huyghensa powierzchnia 265.
Hydrozole 67.
Hydrożele 67.

Interferencja 238.
Interferencyjna barwa 271.
Interferencyjne obrazy 31, 274.
Inwersja 126, 183, 211.
Izomorfizm 109, 127.
Izotropja 43.

Jabłkowy kwas 34.
Jadalna sól 5.
Jednodzielne ściany 219.
Jednokierunkowe ściany 217.
Jednoosiowe optycznie kryształy 267.
Jednorodność 43, 51.
Jednoskośna dwuścianowa sieć 148.
Jednoskośna słupowa sieć 149.
Jednoskośna syngonja 161, 216.
Jednozewnętrzne centrowanie 145.
Jonizacyjna komora 245.

Kalafonja 2, 6, 50.
Kalamin 219.
Kalcyt 37, 38, 39, 46, 107, 108, 110, 127, 161, 219, 261.
Kamienna sól 5, 37.
Kamień siny 29.
Kanadyjski balsam 45.
Kaolin 224.
Kararski marmur 44.
Karboksylowa grupa 277.
Kauczuk 62.
Kąt osi optycznych 274.
Kątów niezmiennych prawo 76.
Kierunków równych prawo 169.
Kleje 63.
Kolimator 87.
Koloidy 59, 63, 64.
Kołowe przekroje 273.
Komora jonizacyjna 245.
Koniczna dyfrakcja 70.
Krystaliczne ciała 4.
Krystalizacja 14.
Krystalografja 16, 32.
Krystaloidy 64.
Kryształu definicja 57.
Kryształy 4, 11.
Krzemionki wodniki 63.
Ksenotym 128.
Kuchenna sól 5.
Kwarc 10, 12, 15, 80, 204, 279.
Kwas arsenowy 127.
Kwas cytrynowy 32.
Kwas fosforowy 127.

Kwas jabłkowy 34.
Kwas mleczny 277.
Kwas szczawiowy 34.
Kwas winny 32, 34, 203, 281.

Lawy 46.
Liczba Avogadry 234.
Liczba Loschmidta 234.
Linjowa sieć 135.
Loschmidta liczba 234.
Lód 3, 11.
Luneta 87.

Łyszczyk 50, 54.
Łupliwość 46, 158, 161.

Magnetyt 81.
Magnezu siarczan 172.
Marmur 44.
Matematyka 20.
Metalurgja 19.
Meteoryty 10.
Metylowa grupa 277.
Metylu bromek 245.
Miedziowy siarczan 29.
Mika 50, 54.
Mineralogja 32.
Minja 282.
Mleczny kwas 277.
Molekuła 105.
Monochromatyczne światło 244.
Moskowit 50, 54.

Naftalen 32.
Nasycony roztwór 6.
Niejednorodność 42.
Nienasycony roztwór 6.
Niezmiennych kątów prawo 76.
Normalna optyczna 274.

Objętość właściwa 3.
Obrazy interferencyjne 31, 274.
Obrót 183.
Oczko 104, 129.
Odbicie 183.
Odcinków wymiernych prawo 90.
Odwróconej równości środek 144, 176, 181.
Odwzorowanie 39.
Oktaedryczna sieć 157.
Oliwa 37.
Oliwin 128.
Ongstrem 236.
Optyczna normalna 274.
Optyczna oś 266.
Optycznie dwuosiowe kryształy 272.
Optycznie jednoosiowe kryształy 267.
Optyczny gonjometr 87.
Optycznych osi kąt 274.
Osi biegunowość 282.
Osi polarne 196.
Osi polarność 282.
Osi przystawania 48, 140.
Osi rząd 142.
Oś optyczna 266.
Oś pasa 99.
Ośmiobok 93.
Ośmiościan 13.

Parametry przestrzenne 129.
Pasy 99.
Pasa oś 99.
Pasowy związek 102.
Pasów prawo 95.
Pentagonalny dwunastościan 93.
Pierwsza dwusieczna 274.
Piezoelektryczność 281.
Pirochromian potasu 49.
Piroelektryczność 281.
Piramidowy sześcian 123.
Piryt 13, 91, 218, 221.
Płaska sieć 72, 136.
Płaszczyzna polaryzacji 268.
Płaszczyzna zwierciadlana 176.
Płaszczyzny polaryzacji skręcanie 277.
Poczwórny sześcian 123.
Polarne osi 196, 282.
Polaryzacji płaszczyzna 268.
Polaryzacji płaszczyzny skręcanie 277.
Polaryzowane fale 264.
Polimorfony 61, 64.
Polimorfizm 13, 128.

Powierzchnia Fresnela 273.
Powierzchnia Huyghensa 265.
Powierzchnia prędkości promieni 273.
Prawo kątów niezmiennych 76.
Prawo kierunków równych 169.
Prawo odcinków wymiernych 90.
Prawo pasów 95.
Przekroje kołowe 273.
Przenośnik 86.
Przestrzenne parametry 129.
Przestrzenne sieci 72, 142, 158.
Przesycony roztwór 8.
Przykładany gonjometr 86.
Przyrost kryształów 83.
Przystawania oś 48, 140.
Pryzmatyczna sieć jednoskośna 149.
Pryzmatyczna sieć rombowa 152.
Przezroczystość 13.
Pseudoroztwory 66.

Regularna syngonja 161, 216.
Regularne sieci 157.
Rodzaje krystalograficzne 168.
Romboedr 47.
Romboedryczna sieć 155.
Rombowa sieć dwuścianowa 151.
Rombowa sieć pryzmatyczna 152.
Rombowa sieć słupowa 152.
Rombowa syngonja 161, 216.
Rombowy dwunastościan 123.
Rozpuszczalniki 5.
Rozpuszczalność chlorku sodowego 8.
Roztwór nasycony 6.
Roztwór przesycony 8.
Równoległobok tworzący 137.
Równoległościan tworzący 104, 143.
Równopostaciowość 109.
Równości odwróconej środek 144, 176, 181.
Równych kierunków prawo 169.
Różnokierunkowość 57.
Różnorodność 51.
Rząd osi 142.

Sacharoza 58, 202.
Saletra potasowa 115.
Saletra sodowa 110, 127, 266.
Selenit 30, 49.
Sfaleryt 162, 219, 220.
Siarczan magnezu 172.
Siarczan miedzi 29.
Siarczan potasu 127.
Siarczany 257.
Siarczek cynku 162.
Siarka 4, 30, 282.
Siarkawy bezwodnik 245.
Sieci płaskie 72, 136.
Sieci przestrzenne 72, 142, 158.
Sieci regularne 157.
Sieć heksagonalna 154.
Sieć jednoskośna dwuścianowa 148.
Sieć jednoskośna pryzmatyczna 149.
Sieć jednoskośna słupowa 149.
Sieć linjowa 135.
Sieć romboedryczna 155.
Sieć rombowa dwuścianowa 151.
Sieć rombowa pryzmatyczna 152.
Sieć rombowa słupowa 152.
Sieć tetragonalna 153.
Sieć trójskośna 146.
Siny kamień 29.
Sinus 241.
Skalarne stałe 38.
Skalarne własności 38.
Skalenoedr 121.
Skalenoedr tetragonalny 224.
Skaleń 102.
Skały 10.
Skręcanie płaszczyzny polaryzacji 277.
Skupienia stany 41.
Słowiańszczyzna 26.
Słupowa sieć jednoskośna 149.
Słupowa sieć rombowa 152.

Smoły 2.
Sodu chlorek 5.
Sodowego chlorku rozpuszczalność 8.
Solanka 5.
Sól gorzka 172.
Sól jadalna 5.
Sól kamienna 5, 37.
Sól kuchenna 5.
Spękania halitu 52.
Spiralne Airy'ego 280.
Stałe ciała 43.
Stałe skalarne 38.
Stany skupienia 41.
Stożkowe załamanie 70. 275.
Sylwin 221, 230, 232, 246.
Symetryczność 47.
Syngonje 158, 161, 216.
Szczawiowy kwas 34.
Sześcian 48, 157.
Sześcian piramidowy 123.
Sześcian poczwórny 123.
Sześciodzielne ściany 220.
Sześciokierunkowe ściany 219.
Szkliwa 2, 59.
Szkło 2, 12, 66.
Śnieg 4, 13.
Środek równości odwróconej 144, 176, 181.

Talk 66.
Terpeny 34.
Tetragonalna sieć 152.
Tetragonalna syngonja 161, 216.
Tetragonalny dwusfenoid 223.
Tetragonalny skalenoedr 224.
Topaz 53, 219.
Transporter 86.
Trójkąty 138.
Trójdzielne ściany 220.
Trójkierunkowe ściany 218.
Truskawiec 30.
Trójskośna sieć przestrzenna 146.
Trójskośna syngonja 161, 216.
Trójzewnętrzne centrowanie 146.
Turmalin 281.
Trygonometryczne wielkości 241.
Tworzący równoległobok 137.
Tworzący równoległościan 104, 143.

Utwory homologiczne 47, 72.

Wapnia bromek 224.
Wapnia fluorek 162.
Wapnia węglan 44.
Wartości wektorowe 39.
Wektor 39.
Wektorowe wartości 39.
Wektorowe własności 39.
Wewnętrzne centrowanie 146.
Węglan wapnia 44, 108.
Węgiel 13.
Węzły 72.
Wieliczka 30.
Wielkości trygonometryczne 241.
Winny kwas 32, 34, 203, 281.
Witrjole 29, 115.
Właściwa objętość 3.
Właściwe ciepło 38.
Właściwy ciężar 37.
Własności skalarne 38.
Własności wektorowe 39.
Woda 3.
Wodniki krzemionki 63.
Wodorotlen 277.
Wodorotlenki glinu 63.
Wodorotlenki żelaza 63.
Wstawa 241.
Wulfenit 202.
Wymiernych odcinków prawo 90.
Wytrawione figury 53.

Załamanie stożkowe 70, 275.
Zawiesiny 66.
Zole 67.
Związek pasowy 102.
Zwierciadlana płaszczyzna 176.

Żelaza wodorotlenki 63.
Żelazin żelazawy 81.
Żele 67.
Żywice 2, 5, 6, 9.
Żyły 46.

# SKOROWIDZ NAZWISK


Airy 280.
Albert Wielki 15, 79.
Arago 261, 279.
Arystoteles 19, 23.
Ångstrem 236.
Avogadro 234.

Barlow 126.
Beckenkamp 237.
Bergmann 120.
Bernhardi 158.
Bertelsen 15, 80.
Biringoccio 79.
Biot 261, 279.
Born 31.
Boyle 80.
Bragg 245, 256.
Bravais 125, 132, 226.
Breithaupt 60.
Brewster 124, 261.
Buonarotti 24.

Capeller 16.
Carangeot 86.
Chełmoński 24.
Chrobak 30.
Curie 227, 285.

Dana 125.
Davisson 80.
Debye 244.
Delafosse 125.
Delamétherie 118.

Euklides 23.

Filon 20, 22.
Fiôdorow 126, 130, 227.
Frankenheim 62, 124.
Fresnel 70, 261, 277.
Fuchs 60.

Gadolin 226.
Gassendi 80.
Gierymscy 24.
Glocker 60.
Graham 63.
Groth 128, 231, 232, 256.
Guglielmini 15, 80, 115.

Hamilton 70, 277.
Haüy 17, 91, 122, 225.
Herschel 279.
Hessel 226.
Hestfeld 120.
Homer 11.
Hooke 15, 115.
Hopwood 257.
Hull 244.
Huyghens 15, 116, 265.

Jaeger 237.

Kant 21.
Kelvin 65.
Kepler 15, 80, 113.
Klaczko 23.
Knopp 64.
Kokszarow 118.
Kreutz 30.

Laue 29, 130, 243.

Leuwenhoek 80.
Linneusz 17, 117.
Lionardo da Vinci 21.
Lloyd 70, 277.
Lord Kelvin 65.
Loschmidt 234.
Lubawin 64.

Matejko 24.
Michał Anioł Buonarotti 24.
Minnigerode 227.
Mitscherlich 127.
Morozewicz 30.

Nicol 267.

Ogg 257.

Pitagoras 19.
Platon 11, 19.
Plinjusz 15.
Plutarch 19, 22.
Pochwalski 24.

Roentgen 29.
Rome de l'Isle 17, 80, 86, 225.
Rouelle 119.

Scherrer 244.
Schoenflies 126, 227.
Seeber 124.
Siegbahn 256.
Sohncke 126, 227.
Stenon 80.
Stensen 15, 80.

Tammann 65.
Tschermak 32.
Tutton 257.
Tzetzes 20.

Vincard 86.
Vinci 21.
Voigt 27, 65, 286.

Weiss 158.
Wiener 126.
Wollaston 123.
Wyspiański 24.

Znatowicz 23.

## Z DZIEDZINY NAUKI I TECHNIKI

### Bibljoteka popularno-naukowa

Tom 1. NIEBO. Astronomja dla laików. Napisał Sir James Jeans. Przełożył *Dr Wł. Kapuściński.* Str. XII, 196. 47 tablic i 2 mapy nieba. W opr. pł. zł 9,60.

Tom 2. NOWE DROGI NAUKI. Kwanty i materja. Napisał Dr Leopold Infeld, doc. Uniw. J. K. Str. X, 283, 27 fig. w tekście i na tabl. oraz 3 portr. W opr. pł. zł 11,60.

Tom 3. CZŁOWIEK USTOKROTNIONY. Dzieje cywilizacji na wesoło. Napisał Hendrik van Loon. Przełożył *P. Hulka-Laskowski.* Str. VIII, 250. Ze 181 rys. autora. W opr. pł. zł 11,60.

Tom 4. ZAGADNIENIA WSPÓŁCZESNEJ NAUKI. Indeterminizm. Zależność przyrodoznawstwa od środowiska. Trzy odczyty prof. M. Plancka i prof. E. Schrödingera, laureatów Nobla. Przełożył *Edw. Poznański.* Str. VIII, 93. W opr. pł. zł 6,20.

Tom 5. ŻYWE MASZYNERJE. Napisał Prof. A. V. Hill, laureat Nobla. Przełożył *Dr J. Dembowski.* Str. XVI, 222 z 105 fig. w tekście oraz na 24 tabl. W opr. pł. zł 11,60.

Tom 6. W POSZUKIWANIU ISTOTY ŻYCIA. Napisał Dr Jan Dembowski, prof. Uniw. S. B. Str. XII, 356, z 98 fig. i 8 tabl. W opr. pł. zł 14.

Tom 7. STARE RZEMIOSŁA A NOWA WIEDZA. Napisał prof. W. H. Bragg, laureat Nobla. Przełożyła inż. *M. Kubaszewska.* St. XII, 218 z 59 fi. i 41 tabl. W opr. pł. zł 12.

Tom 8. ŚWIAT KRYSZTAŁÓW. Napisał dr Z. Weyberg, prof. Uniw. J. K. Str. XII, 297 z 250 fig. i 6 tabl.

Tom 9. ŚWIAT DŹWIĘKÓW. Napisał W. H. Bragg. Przełożył i uzupełnił inż. dr. *J. Roliński.* Str. XII, 224 z 124 fig.

Tom 10. ŚWIAT DRGAŃ ŚWIETLNYCH. Napisał W. H. Bragg. Przełożył *Dr Wł. Kapuściński.* Z 103 fig.

Tom 11. ZIEMIA. Atmosfera - Oceany - Wnętrze Ziemi. Napisał Dr Edward Stenz. Z licznemi figurami.

Tom 12. BIOLOGJA. Napisali prof. J. B. S. Haldane i prof. J. Huxley. Przełożyła *Dr L. Lubińska* pod red. prof. dr. *J. Dembowskiego.* Z 122 fig.

Tom 13. MÓZG I JEGO MECHANIZM. Napisali prof. E. D. Adrian, Sir Charles Sherrington i prof. I. P. Pawłow, laureaci Nobla. Przełożyli, wstępem oraz przypisami zaopatrzyli *dr J. Konorski* i *dr S. Miller.* Str. XII, 172. Z 3 portretami. W opr. pł. zł. 8.

Tom 14. NA POGRANICZU MATERJI I PSYCHIKI. Mózg i jego czynności. Napisali Dr Jerzy Konorski i Dr Stefan Miller. Z licznemi figurami.

Tom 15. KLASYCZNE OBLICZE NATURY. Napisał dr L. Wertenstein, prof. W. W. P.

Tom 16. PODRÓŻ W PRZESTRZENI I W CZASIE. Napisał Sir James Jeans, F. R. S. Ze 106 fig. i 43 tabl.

Skład Główny w Książnicy - Atlas, Sp. Akc. Warszawa — Lwów.

## BIBLJOTEKA „MATHESIS POLSKIEJ"

Tom 1 i 2. DZIEJE ROZWOJU FIZYKI w zarysach. Napisali Dr M. Grotowski, M. Sadzewiczowa, Dr W. Werner i Dr S. Ziemecki. Wydanie nowe, całkowicie przerobione. Tom I. Str. VIII, 430. Z 78 fig. i 10 portretami. Zł. 30, w opr. pł. zł 35. Tom II. Str. IV, 706. Z 214 fig., 10 tabl. i 14 portretami. Zł 48, w opr. pł. zł 53. Tania edycja: 2 tomy brosz. (bez portretów) — zł 50.

Tom 3. FIZYKA WSPÓŁCZESNA. Wykład przystępny nowych pojęć fizyki współczesnej. Napisał Prof. O. D. Chwolson. Z 3-go znacznie uzupełnionego wydania oryginału przełożył *St. Warhaftman*. Str. VIII, 390. Z 41 fig. W opr. pł. zł 25.

Tom 4. WSZECHŚWIAT. Gwiazdy — Mgławice — Atomy, Napisał Sir James Jeans. Z 2-go uzupełnionego wydania oryginału przeł. *Dr Wł. Kapuściński*, Str. VIII, 306. Z 24 fig. i 24 tablicami. W opr. pł. zł 21,60.

Tom 5. NOWE OBLICZE NATURY. Pogląd na świat fizyki współczesnej. Napisał Sir Arthur Eddington. Przełożył *Dr A. Wundheiler*. Str. XX, 336. W opr. pł. zł 14,60.

Tom 6. TŁO NOWEJ NAUKI. Napisał Sir James Jeans. Przełożył *Prof. Dr Sz. Szczeniowski*.

### WIELCY LUDZIE — WIELKIE DZIEŁA

Tom 1. EPOKOWE WYNALAZKI W AMERYCE I W EUROPIE. Historja ich powstania i ich twórców. Napisał Waldemar Kaempffert, inż. rzecznik patent. U.S.A. Przełożył i uzupełnił Dr. *A. Kojrański*. Str. VIII, 552. 350 ilustr. Cz. I (str. 1-306) zł 16, cz. 2 (str. 307-552) zł 14. Całość w opr. pł. zł 33,80.

Tom 2. TOMASZ EDISON. Życie i dzieła. Napisał W. H. Meadowcroft. Przełożył i uzupełnił Dr *E. Stenz*. Str. XII, 282 z 15 tabl. W opr. pł. zł 13,40.

Skład Główny w Książnicy - Atlas, Sp. Akc. Warszawa — Lwów.

4843

UP - Kraków BG

1050135437