

269 155

4380

4575243

9380

Bisthek Mincia

931

A n l e i t u n g

z u r

R e c h e n k u n s t ,

R zum Gebrauche
d e r

202

d e u t s c h e n S c h u l e n
in den kaiserlich-königlichen Staaten.

E r s t e r T h e i l .

Für Trivial- und Hauptschulen von drey
Classen.

Kostet ungebunden . . . 13 Kr. Conv. M.

Gebunden in leinen Deckel . 16 Kr. Conv. M.

202 902



Mit Seiner kaiserl. königl. apost. Majestät
allergnädigster Druckfreiheit.

W i e n ,

im Verlage der k. k. Schulbücher-Verschleiß-Administra-
tion bey St. Anna in der Johannis-Gasse.

1 8 3 6 .

NEW 1836

UP - Kraków BG



1050279952



269 155

BIBL. WSP

199 5 K 136-1

E i n l e i t u n g.

§. 1. Rechnen heißt aus bekannten Zahlen unbekannte finden.

Die Rechenkunst ist für Jedermann nützlich. Wer die Rechenkunst versteht, wird seine Geschäfte viel leichter in Ordnung halten; er wird Alles aufschreiben, was er einnimmt und ausgibt, und nicht so leicht in Schulden gerathen.

§. 2. Man rechnet auf zweyerley Art, entweder bloß im Kopfe, ohne Ziffern, ohne etwas zu schreiben, oder schriftlich, mit Ziffern.

E r s t e s K a p i t e l.

Vom Nummerieren.

§. 3. Ein Ding allein nennt man eine Einheit. Z. B. Ein Buch, Ein Finger.

Mehrere Dinge von eben derselben Art machen zusammengenommen eine Zahl aus. Z. B. zwey Bücher, zwey Finger.

Eine Zahl, welche einen Namen hat, heißt eine benannte Zahl. B. B. drey Gulden.

Hat eine Zahl keinen Namen, so heißt sie unbenannt. B. B. drey.

§. 4. Will man wissen, welche Zahl mehrere Dinge derselben Art zusammen ausmachen; so muß man sie abzählen, das heißt: man muß von Eins anfangen, immer eine Einheit dazu setzen und aussprechen.)

Man zählt so: Eins, zwey, drey u. s. f. bis neun.

Alle diese Zahlen kann man auch schreiben. Es bedeutet nämlich:

- 1 Eins
- 2 Zwey
- 3 Drey
- 4 Vier
- 5 Fünf
- 6 Sechs
- 7 Sieben
- 8 Acht
- 9 Neun

Will man ausdrücken, daß keine Einheit vorhanden sey; so macht man das Zeichen der Null, nämlich 0. Die vorigen neun Zeichen mit der Null nennt man Ziffern, die ersten neun bedeutliche, und die Null eine unbedeutliche Ziffer.

Dieses ist der Anfang vom Nummerieren.

Nummerieren heißt Zahlen richtig abzäh-

ten, schreiben, und die geschriebenen richtig aussprechen.

§. 5. Neun Gulden und Ein Gulden sind zusammen zehn Gulden.

(Zehn Stücke von etwas nennet man einen Behner, (oft auch ein Behend.)

Zwey Behner machen zwanzig

drey " " dreyßig

vier " " vierzig

fünf " " fünfzig

sechs " " sechzig

sieben " " siebenzig

acht " " achtzig

neun " " neunzig

zehn " " hundert.

§. 6. Von zehn kann man so bis Hundert zählen: Eils, zwölf, dreyzehn, vierzehn u. s. w.

(Hundert Stücke von etwas nennet man einen Hunderter.)

(Ein Hunderter besteht aus Behnern.)

§. 7. Alle Zahlen unter Hundert bestehen entweder aus bloßen Einheiten, oder aus bloßen Behnern; oder sie bestehen aus beyden zugleich.)

3. B. drey Gulden, vierzig Kreuzer, fünf und zwanzig Pfunde.)

§. 8. Wenn mehrere Ziffer neben einander stehen, so nimmt man ihre Stelle von der rechten Hand gegen die linke. 3. B.

7654321 Menschen.

Hier steht 1 in der ersten Stelle, 2 in der zweyten u. s. f.

§. 9. / Um alle Zahlen bis hundert zu schreiben, lege man in die erste Stelle zur Rechten die Einheiten, in die zweyte die Zehner. Wo nichts vorhanden ist, wird eine Null (0) gesetzt.

Es bedeutet also:

23	.	.	.	drey und zwanzig
80	.	.	.	achtzig
67	.	.	.	sieben und sechzig
0029	.	.	.	neun und zwanzig
01	.	.	.	Gulden.

Die Nullen zur Linken, nach welchen keine bedeutende Ziffer folgt, sind unnöthig, und können wegbleiben.

Man schreibet demnach folgende Anzahl Gulden:

Vierzig mit	.	.	40
neun und dreyßig			39
neun und neunzig			99

§. 10. Über hundert hinaus wird so gezählet: Ein hundert eins, ein hundert zwey u. s. w. bis zwey hundert. Dann wird eben so auf drey, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, zehn hundert gezählet.

Zehn hundert nennet man tausend.

Die Hunderter stehen allezeit in der dritten Stelle.

Es bedeuten demnach folgende Anzahl Pfunde:

324	so viel, als	3 hundert	24
307	.	.	3 hundert 7
800	.	.	8 hundert.

Man schreibe eben so:

Drey hundert zwey und zwanzig	322
fünf hundert " " " "	500
ein hundert vier " " " "	104.

§. 11. Von tausend zählt man auf eben dieselbe Art weiter bis zehn tausend; zehn Zehntausender machen einen Hunderttausender; zehn Hunderttausender aber eine Million.

§. 12. Beym Schreiben der Zahlen sezet man überhaupt in die

1. Stelle die Einheiten,
2. " die Zehner,
3. " die Hunderter,
4. " die Tausender,
5. " die Zehntausender,
6. " die Hunderttausender,
7. " die Millionen.

§. 13. Will man eine Zahl, welche mit mehreren Ziffern bezeichnet ist, aussprechen, so theile man sie von der Rechten gegen die Linke so ein, daß man nach der dritten Ziffer oben einen Punct, nach der sechsten aber einen Strich machet. Dadurch wird die Zahl in Classen, jede zu drey Ziffern abgetheilet. Die erste Classe zur Linken kann auch weniger als drey Ziffern haben.

(Nach dieser Abtheilung fängt man an, die Classen von der Linken zur Rechten zu lesen, und bey dem Striche Million, bey dem Puncte aber tausend beyzufügen, da nach dem Striche die siebente

Stelle (die Millionen), nach dem Punkte die vierte Stelle (die Tausender) folgen. Z. B. In einem Lande hat man 41364035 Megen Getreide geerntet. Will man diese Zahl aussprechen, so muß sie so abgetheilet werden: 41,364.035. Man spricht sie aus:

41 Millionen

364 tausend

35 (denn 035 ist so viel als 35).

§. 14. Beym Anschreiben der Zahlen verfährt man so: Man schreibe die Zahlen, welche angegeben werden, in die gehörige Stelle; bey dem Worte Million mache man einen Strich zum Zeichen, daß noch sechs Ziffern nachfolgen müssen. Wird tausend ausgesprochen, so mache man einen Punkt, worauf drey Ziffern folgen. In die Stellen, welche bey der Aussprache der Zahlen nicht vorkommen, wird die Nulle gesetzt. Man soll z. B. anschreiben: Sechs Millionen, dreyßig tausend und acht Gulden. Dieses geschieht so:

6,030.008

§. 15. Beym Anschreiben und Aussprechen der Zahlen wird überhaupt folgendes Gesetz beobachtet: Jede Ziffer gilt in jeder Stelle zehn Mahl mehr, als in der nächst vorhergehenden Stelle zur Rechten. Es gilt also eine Ziffer in der dritten Stelle zehn Mahl mehr als in der zweyten; in der sechsten zehn Mahl mehr als in der fünften, u. s. w.

§. 16. Zahlen über einige Millionen hat man selten anzuschreiben, und sollte es doch vorkommen; so geschieht es nach den nähmlichen Regeln. Million Mahl Million heißt Billion, und steht in der 13. Stelle; Million Mahl Billion heißt Trillion, und steht in der 19. Stelle; dann kommen Quadrillionen, Quinquillionen, u. s. w.

§. 17. Will man wissen, welche von zwey Zahlen die größere sey, so sehe man:

1. Auf die Anzahl der Ziffern. Eine Zahl, welche mehr Ziffern als die andere hat, ist auch größer; 277 Gulden ist mehr, als 33 Gulden, weil 277 drey Ziffern, 33 nur zwey Ziffern hat.
2. Haben beyde Zahlen eine gleiche Anzahl Ziffern, so ist jene Zahl größer, welche auf einer höheren Stelle zur Linken die größere Ziffer hat. Z. B. 273 Pfund ist mehr, als 263 Pfund, weil 7 Behner mehr, als 6 Behner sind.

§. 18. Außer den bisher angeführten Ziffern, welche man arabische nennet, bedienet man sich auch manchmahl der römischen. Die römischen Ziffern haben folgenden Werth:

I	bedeutet	=	1
V	"	"	5
X	"	"	10
L	"	"	50
C	"	"	100
D oder IO	"	"	500
M oder CIO	"	"	1000

Mit diesen sieben Ziffern schreibt man alle übrigen Zahlen nach folgenden Gesetzen: So oft eine kleinere Ziffer zur Rechten einer größeren steht; so wird die kleinere Ziffer dazu gezählt. Steht die kleinere Ziffer zur Linken der größeren, so wird sie von derselben weggenommen. Man schreibt die Zahlen lieber mit wenigeren, als mehreren Ziffern. Es bedeutet:

VI	.	.	6	}	IV	.	.	4
VIII	.	.	8		IX	.	.	9
CX	.	.	110		XC	.	.	90
MDCL	.	.	1650		MDCCCXXXVI			1836

Man bedient sich der römischen Ziffern bey Aufschriften, Jahreszahlen, Abschnitten eines Buches, u. s. w.

Z w e n t e s K a p i t e l.

Vom Addieren gleich benannter Zahlen.

§. 19. Zwey oder mehrere Zahlen zusammenzählen, heißt addieren.

Die Zahlen, welche man addiert, heißen *Posten*; die Zahl, welche bey dem Addieren herauskommt, heißt die *Summe* (der Betrag). 3 fl. und 4 fl. machen zusammen 7 fl. aus; 3 und 4 sind die *Posten*, und 7 ist die *Summe*.

§. 20. Vorläufig bemerke man bey dem Addieren:

1. Die *Posten* müssen gleichnamig seyn.
2. Sie sind zusammengenommen der *Summe* gleich.
3. Wenn man zu einer Zahl nichts (die *Null*) addiert so bleibt die Zahl unverändert.

§. 21. Man darf nur nachzählen, so wird man finden:

E i n s u n d E i n s.

1	und	1	ist	2	4	und	4	ist	8
1	"	2	"	3	4	"	5	"	9
1	"	3	"	4	4	"	6	"	10
1	"	4	"	5	4	"	7	"	11
1	"	5	"	6	4	"	8	"	12
1	"	6	"	7	4	"	9	"	13
1	"	7	"	8					
1	"	8	"	9	5	"	5	"	10
1	"	9	"	10	5	"	6	"	11
					5	"	7	"	12
2	"	2	"	4	5	"	8	"	13
2	"	3	"	5	5	"	9	"	14
2	"	4	"	6					
2	"	5	"	7	6	"	6	"	12
2	"	6	"	8	6	"	7	"	13
2	"	7	"	9	6	"	8	"	14
2	"	8	"	10	6	"	9	"	15
2	"	9	"	11					
3	"	3	"	6	7	"	7	"	14
3	"	4	"	7	7	"	8	"	15
3	"	5	"	8	7	"	9	"	16
3	"	6	"	9	8	"	8	"	16
3	"	7	"	10	8	"	9	"	17
3	"	8	"	11					
3	"	9	"	12	9	"	9	"	18
					10	"	10	"	20

§. 22. Beym schriftlichen Addieren beobachte man folgende Regeln:

1. Man schreibe die Zahlen so unter einander, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner,

überhaupt die gleichen Stellen unter einander kommen, und mache nach der untersten Post einen Querstich, um die Posten von der Summe abzusondern.

2. Man addiere die Einheiten, dann die Zehner, ferner die Hunderter u. s. f., und schreibe die Summe jeder Reihe unter dieselbe. Beym Addiren bedient man sich des Wörtchens *und*.
3. Bey einer Reihe Nullen setze man eine Null in die Summe.
4. Kommt bey dem Zusammenzählen einer Reihe mehr als neun, nämlich eine solche Zahl heraus, welche schon Zehner, vielleicht auch Hunderter enthält; so setze man nur die Einheiten unter dieselbe Reihe, und zähle die Zehner und Hunderter, als Zehner, zur folgenden Reihe.
5. Die Summe der letzten Reihe zur Linken wird ganz angeschrieben.

Folgende Beispiele werden diese Regeln erläutern:

1. Aufgabe. Jemand hat in vier Tagen eingenommen: 3235 fl., 902 fl., 70 fl., 9 fl. Wie viel beträgt dieses zusammen?

R e c h n u n g.

Unrichtiger Ansaß.		Richtiger Ansaß.	
3235 fl.		3235 fl.	
902		902	Posten.
70		70	
9		9	
Antwort: 4216 fl.		4216 fl. Summe.	

2. Aufgabe. Es hat jemand vier Säcke Reis, von diesem Gewichte: 30 lb, 70 lb, 50 lb, 40 lb. Wie viel hat er Reis?

R e c h n u n g.

30 lb

70

50

40

190 lb

Antwort: 190 lb.

3. Aufgabe. Es hat jemand 30 Fässer im Keller, welche folgende Eimer Wein enthalten: 17, 19, 18, 29, 25, 12, 19, 17, 26, 14, 12, 28, 27, 18, 26, 19, 21, 36, 43, 56, 26, 18, 17, 15, 19, 18, 83, 43, 39, 26. Wie viel Eimer beträgt dieses zusammen?

R e c h n u n g.

17 Eimer

Einzelne

12

19

Summen

28

18

27

29

18

25

26

12

19

19

21

17

36

26

43

14

56

196

286

26	
18	
17	
15	
19	
18	
83	
43	
39	196
26	286
—	304
	—
	786

Hauptsumme.

Antwort: 786 Eimer.

§. 23. Bey Beyspielen, wie das eben berechnete, wo viele Posten zu addieren sind, kann man sich die Arbeit erleichtern, wenn man die Posten in zwey, oder mehrere Additionen abtheilt, und die einzelnen Summen, welche nach und nach herauskommen, am Ende addiert, um die Hauptsumme zu erhalten. So sind in dem vorigen Beyspiele zehn Posten zusammen genommen worden, um das Beyspiel in drey Additionen abzutheilen. Die Summe der zehn ersten Posten ist 196; der nächsten zehn Posten 286; der letzten zehn Posten 304. Diese drey Zahlen machen die Hauptsumme 786 Eimer aus, wenn man sie am Ende addiert.

Wenige Posten, etwa zehn bis zwölf pflegt man nicht abzutheilen. Besteht die Addition aus

mehreren Seiten, wie in Einschreibe- oder Handlungsbüchern; so zählt man eine Seite zusammen, und bemerkt diese Summe mit dem Worte *Fürtrag*; diese Summe schreibt man zugleich auf die folgende Seite mit dem Worte *Übertrag* (Transport) zu Anfange, wozu diese Seite addiert, und die Summe ferner übertragen wird.

§. 24. Wenn man schon einige Fertigkeit im Addieren hat, kann man während der Rechnung zwey bis drey Zahlen, welche zusammen nicht mehr als zehn ausmachen, auf Ein Mahl addieren. Man rechnet auf diese Art geschwinder, und gewöhnlich auch leichter, als wenn man Zahl für Zahl addiert. Nur muß man sich hüten, im Addieren zu springen, das heißt, die Zahlen außer der Ordnung, in welcher sie gesetzt sind, zu addieren, weil man leicht eine Zahl vergessen, oder auch doppelt zählen könnte. Um schneller zu addieren, vermeide man während der Rechnung unnöthige Worte durch Wiederholung der einzelnen Summen. Z. B. Man sage nicht, wenn man die Ziffern, 2, 4, 8, 7, zu addieren hat: 2 und 4 ist 6, 6 und 8 ist 14; 14 und 7 ist 21; sondern kürzer und besser so: 2, 6, 14, 21, ohne das *und*, oder die Posten auszusprechen.

4. Aufgabe. Es hat jemand an mehrere Personen folgende Anzahl Gulden geliehen: 12 fl., 15 fl., 14 fl., 23 fl., 17 fl., 11 fl., 14 fl., 13 fl., 19 fl. Wie viel hat er zu fordern?

R e c h n u n g.

fl.

Man zähle die 12 > 7
 Einheiten so: 15 > 7
 7 und 7 ist 14 u. 14 > 7
 s. w. 23 > 7

17 > 8

11

14 > 7

13

10

138 fl. Summe.

Antwort: 138 fl.

§. 25. Wenn man auch die Regeln der Addition gut weiß, so kann es dennoch geschehen, daß man im Rechnen eine unrichtige Summe herausbringt. Will man sich versichern, daß die Summe richtig ist; so muß man die Probe machen, daß heißt, man muß untersuchen, ob bey der Anwendung der Regeln kein Fehler vorgegangen sey.

Beym Addieren macht man die Probe so: Hat man Anfangs die Zahlen von unten hinauf gezählt, so zählt man sie zur Probe von oben herab. Wenn das Beyspiel richtig gerechnet ist, muß in beyden Fällen das Nähmliche herauskommen.

Noch mehr Gewisheit hat man, wenn man das Beyspiel zu einer andern Zeit wieder rechnet. Bey wichtigen Rechnungen ist es am

besten, wenn zwey zugleich rechnen. Wenn sie mit einander übereinstimmen, ist die Rechnung ohne Zweifel richtig; denn es ist sehr unwahrscheinlich, daß zwey Personen den nämlichen Fehler machen sollten. Wenn man allein rechnet, ist das Abtheilen der Posten und Addieren der einzelnen Summen in die Hauptsumme eine sehr gute Probe.

D r i t t e s K a p i t e l.

Vom Subtrahieren gleich benannter Zahlen.

§. 26. Eine Zahl von der andern wegnehmen, heißt subtrahieren (abziehen).

Beym Subtrahieren werden zwey Zahlen angegeben:

1. Eine Zahl, von welcher eine andere abgezogen werden soll, (der Minuendus).
2. Gene Zahl, welche abgezogen wird, (der Subtrahendus.)

Die Zahl, welche beym Subtrahieren herauskommt, heißt der Rest, die Differenz (der Unterschied).

Alle diese drey Zahlen sind gleich benannt. **B.** Wenn man von 8 fl. (Minuendus) 3 fl. (Subtrahendus) wegnimmt, bleibt 5 fl. Rest.

Wenn man von einer Zahl nichts (0) wegnimmt, bleibt sie unverändert.

§. 27. Man darf nur nachzählen, so wird man finden:

Eins von Eins.

1 von	2 bleibt	1	4 von	8 bleibt	4
1	3	2	4	9	5
1	4	3	4	10	6
1	5	4	4	11	7
1	6	5	4	12	8
1	7	6	4	13	9
1	8	7			
1	9	8	5	6	1
1	10	9	5	7	2
			5	8	3
2	3	1	5	9	4
2	4	2	5	10	5
2	5	3	5	11	6
2	6	4	5	12	7
2	7	5	5	13	8
2	8	6	5	14	9
2	9	7			
2	10	8	6	7	1
2	11	9	6	8	2
			6	9	3
3	4	1	6	10	4
3	5	2	6	11	5
3	6	3	6	12	6
3	7	4	6	13	7
3	8	5	6	14	8
3	9	6	6	15	9
3	10	7			
3	11	8	7	8	1
3	12	9	7	9	2
			7	10	3
4	5	1	7	11	4
4	6	2	7	12	5
4	7	3	7	13	6

7 von 14 bleibt 7				8 von 17 bleibt 9				
7	.	15	.	8				
7	.	16	.	9				
8	.	9	.	1				
8	.	10	.	2				
8	.	11	.	3				
8	.	12	.	4				
8	.	13	.	5				
8	.	14	.	6				
8	.	15	.	7				
8	.	16	.	8				
				9	.	10	.	1
				9	.	11	.	2
				9	.	12	.	3
				9	.	13	.	4
				9	.	14	.	5
				9	.	15	.	6
				9	.	16	.	7
				9	.	17	.	8
				9	.	18	.	9

§. 28. Beym schriftlichen Subtrahieren sind zwey Arten zu bemerken:

I. Das Subtrahieren mit dem Vorgen. Hier beobachte man folgende Regeln:

1. Man schreibe die kleinere Zahl unter die größere so, daß Einheiten unter Einheiten u. s. w. wie bey der Addition zu stehen kommen.
2. Dann fange man wie bey der Addition die Einheiten zu subtrahieren an, und schreibe den Rest unter die Einheiten.

Man bedient sich dabey des Wörtchens von.

3. Man subtrahiere ferner die Zehner, Hunderter, Tausender u. s. f., und schreibe den Rest jederzeit unter die abgezogenen Stellen.
4. Bleibt in einer Stelle nichts übrig, so wird eine Null (0) gesetzt; in den letzten Stellen zur Linken aber setzet man dieses Zeichen (-).
5. Ist in der unten stehenden Zahl (dem Subtrahendus) eine Ziffer größer als die über derselben stehende, von welcher abgezogen werden soll; so

Kann das Abziehen nicht geschehen, wenn man nicht von der nächst höheren Stelle eine Einheit nimmt (borgt), welche in der niederen Stelle gehen gilt, wozu die schon vorhandenen Einheiten gezählet werden.

6. Das Borgen wird an jener Ziffer, wo es geschieht, mit einem Puncte (Borgepuncte) bemerkt.
7. Eine Ziffer mit einem Borgepuncte gilt also um eine Einheit weniger, als sie ausdrückt; und ist sie eine Null (0), so muß so lange weiter geborgt werden, bis man auf eine bedeutliche Ziffer kommt. Die Null mit dem Borgepuncte gilt dann 0.

§. 29. II. Das Subtrahieren ohne Borgen. Hier hat man folgende Regeln zu beobachten:

1. Man lege die Zahlen wie bey der vorhergehenden Art an, man subtrahiere zuerst die Einheiten, und so stellenweise, bis man alle Ziffern durchgekommen ist. (1. 2. 3. Regel).
2. Man bedient sich bey dieser Art zu subtrahieren des Wörtchens UND; man sucht nämlich jederzeit jene Zahl, welche zum Subtrahendus (der unten stehenden Zahl) addiert, die über ihr stehende Ziffer gibt.
3. Ist eine Ziffer des Subtrahendus größer, als die Ziffer des Minuendus, welche darüber steht; so vermehre man die oben stehende Zahl um einen Zehner, welcher bey der

nächsten Stelle des Subtrahendus dazu gezählet wird.

Folgende Beispiele werden dieses erläutern.

5. Aufgabe. Jemand hat das vorige Jahr 937 fl. eingenommen, und nur 724 fl. ausgegeben. Wie viel wurden erspart?

R e c h n u n g.

Unrichtiger Ansaß.

$$\begin{array}{r} 937 \\ 724 \\ \hline \end{array}$$

Richtiger Ansaß.

$$\begin{array}{r} 937 \text{ fl. Minuendus.} \\ 724 \text{ " Subtrahendus.} \\ \hline 213 \text{ " Rest.} \end{array}$$

Antwort: 213 fl.

6. Aufgabe. In einem Keller sind 709 Eimer Wein; davon wurden aber 437 Eimer verkauft. Wie viel bleibt übrig?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r} 709 \text{ E.} \\ 437 \\ \hline \end{array}$$

das ist so viel, als:

$$\begin{array}{r} 6^{*}10^{*}9 \text{ E.} \\ 4^{*}3^{*}7 \\ \hline \end{array}$$

$$272 \text{ E. Rest.}$$

$$\begin{array}{r} 272 \end{array}$$

Antwort: 272 Eimer.

7. Aufgabe. Jemand ist mir 6002 fl. schuldig, er bezahlt 2008 fl. Wie groß ist die Schuld nun?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r} 6.0.0.2 \text{ fl.} \\ 2008 \\ \hline \end{array}$$

das ist so viel, als:

$$\begin{array}{r} 5^{*}9^{*}9^{*}12 \text{ fl.} \\ 2^{*}0^{*}0^{*}8 \\ \hline \end{array}$$

$$3994 \text{ fl. Rest}$$

$$3994$$

Anmerkung. Für beyde Arten zu subtrahie-

ren bedient man sich der nämlichen Ziffern; der Unterschied besteht nur in dem, was man während der Rechnung spricht oder denkt.

§. 30. Die Probe der Subtraction kann auf zweyfache Art gemacht werden:

1. Man addiere den Rest zum Subtrahendus, so muß, wenn die Rechnung richtig ist, der Minuendus herauskommen. B. B. bey der vorhergehenden Aufgabe:

2008 Subtrahendus

3994 Rest

6002 Minuendus.

Hier ist nicht nöthig, eine neue Ziffer zu schreiben.

2. Oder, man subtrahiere den Rest vom Minuendus, so muß der Subtrahendus herauskommen, B. B.

6002 Minuendus

3994 Rest

2008 Subtrahendus.

§. 31. Es ist bey dem Subtrahieren nicht unumgänglich nothwendig, alle Mahl die größere Zahl (1. Regel) oben zu setzen, um von unten hinauf zu rechnen. Ist der Fall, daß in einer Rechnung die kleinere Zahl schon angeschrieben ist, so kann man auch die größere Zahl darunter setzen, und von oben herab subtrahieren. Dieser Fall kommt in Geschäften oft vor.

§. 32. Bey der Addition macht man noch folgende Probe: Hat man die Summe gefunden, so addiere man neuerdings alle Zahlen,

bis auf eine, welche man bemerkt und wegläßt; und dieses kann diejenige seyn, wo man zu addieren anfing. Die neue Summe wird, wenn die Rechnung richtig ist, um die weggelassene Zahl kleiner, als die erste Summe seyn. Subtrahiert man beyde Summen, so bleibt die weggelassene Zahl übrig.

Die Probe der 4. Aufgabe stände so:

12 fl.	
15	
14	
23	
17	
11	
14	
13	
19 weggelassene Zahl.	
138 fl. Summe	
119 neue Summe ohne weggelassene Zahl.	
19 weggelassene Zahl.	

V i e r t e s K a p i t e l

Vom Multiplicieren gleich benannter Zahlen.

§. 33. Eine Zahl multiplicieren heißt, dieselbe mehrere Mal nehmen. Z. B. drey Kreuzer zweymahl genommen, machen sechs Kreuzer.

Bei der Multiplication werden zwey Zahlen angegeben:

1. Eine Zahl, welche man mehrere Mal nimmt, oder welche multipliciret werden soll. Man nennet diese Zahl den Multiplicandus, welcher gleichsam die leidende Zahl ist. Im obigen Beispiele sind drey Kreuzer der Multiplicandus.
2. Jene Zahl, welche anzeigt, wie oft man den Multiplicandus nehmen soll, heißt Multiplicator, welche die thätige Zahl ist. In obigem Beispiele ist zwey der Multiplicator.

Der Multiplicandus ist gewöhnlich eine benannte, der Multiplicator aber während der Rechnung eine unbenannte Zahl.

Beide angegebenen Zahlen nennet man auch Factoren.

Was bey der Multiplication herauskommt, heißt Product; im obigen Beispiele die sechs Kreuzer.

Das Product hat mit dem benannten Factor einerley Nahmen.

Die Multiplication ist eine verkürzte Addition, wie das obige Beispiel: 3 fr. und 3 fr. sind 6 fr.

§. 34. Wer im Multiplicieren Fertigkeit erlangen will, muß das Ein Mal Eins wissen, welches so lautet:

E i n M a h l E i n s.

1	Mahl	1	ist	1
2	Mahl	2	ist	4
2	Mahl	3	ist	6
2	Mahl	4	ist	8
2	Mahl	5	ist	10
2	Mahl	6	ist	12
2	Mahl	7	ist	14
2	Mahl	8	ist	16
2	Mahl	9	ist	18
2	Mahl	10	ist	20

3	Mahl	3	ist	9
3	Mahl	4	ist	12
3	Mahl	5	ist	15
3	Mahl	6	ist	18
3	Mahl	7	ist	21
3	Mahl	8	ist	24
3	Mahl	9	ist	27
3	Mahl	10	ist	30

4	Mahl	4	ist	16
4	Mahl	5	ist	20
4	Mahl	6	ist	24
4	Mahl	7	ist	28
4	Mahl	8	ist	32
4	Mahl	9	ist	36
4	Mahl	10	ist	40

5	Mahl	5	ist	25
5	Mahl	6	ist	30
5	Mahl	7	ist	35
5	Mahl	8	ist	40
5	Mahl	9	ist	45
5	Mahl	10	ist	50

6	Mahl	6	ist	36
6	Mahl	7	ist	42
6	Mahl	8	ist	48
6	Mahl	9	ist	54
6	Mahl	10	ist	60

7	Mahl	7	ist	49
7	Mahl	8	ist	56
7	Mahl	9	ist	63
7	Mahl	10	ist	70

8	Mahl	8	ist	64
8	Mahl	9	ist	72
8	Mahl	10	ist	80

9	Mahl	9	ist	81
9	Mahl	10	ist	90

10	Mahl	10	ist	100
----	------	----	-----	-----

10	Mahl	100	ist	1000
----	------	-----	-----	------

§. 35. Beym Multiplicieren bemerke man vorläufig Folgendes:

1. Gleiche Zahlen geben auch ein gleiches Product, man mag welche immer zum Multiplicandus, oder Multiplicator machen, z. B. 3 Mahl 4 Fr. sind 12 Fr., eben so sind 4 Mahl 3 Fr. ebenfalls 12 Fr.

Gewöhnlich nimmt man die größere Zahl zum Multiplicandus, und die kleinere Zahl zum Multiplicator, wenn man nicht eines Vortheiles wegen eine Ausnahme macht.

2. Wird einer, oder werden beyde Factoren größer, so wird auch das Product größer. Z. B. Zwey Mahl 6 Fr. sind 12 Fr.; drey Mahl 6 Fr. sind 18 Fr.; und sieben Mahl 8 Fr. sind 56 Fr.

3. Aus dem Ein Mahl Eins sieht man, daß verschiedene Zahlen das nämliche Product geben können. Z. B. 2 Mahl 6 und 3 Mahl 4 gibt 12.

4. Jede Zahl, welche mit der Einheit multipliciert wird, ändert sich nicht. Z. B. 1 Mahl 6 ist 6.

5. Eine Zahl mit Null (0) multiplicieret, gibt Null zum Producte. Z. B. 0 Mahl 5 gibt 0 zum Producte.

§. 36. Beym schriftlichen Multiplicieren kommen folgende Fälle vor:

I. Wenn der Multiplicator nur aus bloßen Einheiten besteht, und also nur mit Einer Ziffer multipliciert wird.

Hier ist Folgendes zu bemerken:

1. Man schreibe den Multiplicator, welcher hier

nur eine Ziffer hat, unter die Einheiten des Multiplicandus.

2. Sind aber bey dem Multiplicandus an der rechten Seite Nullen, so kommt der Multiplikator unter die nächste, nach den Nullen stehende bedeutliche Ziffer.
3. Die Nullen zur Rechten des Multiplicandus werden, ehe man zu multiplicieren anfängt, zum Producte herabgesetzt.
4. Man fängt bey den Einheiten, oder den nach den Nullen kommenden bedeutlichen Ziffern zu multiplicieren an, und schreibt das Product unter die Einheiten.
5. Besteht das Product der Einheiten aus zwey Ziffern, das heißt, enthält es Einheiten und Zehner; so schreibe man die Einheiten in die gehörige Stelle, und behalte die Zehner, um sie bey der Multiplication der nächsten Stelle zum Producte zu zählen.
6. Dann multipliciere man nach und nach die Zehner, Hunderter, Tausender, u. s. f., und zähle jedes Mahl die aufbehaltenen Zehner des Productes der vorhergehenden Stelle dazu.
7. Das Product der letzten Stelle zur Linken wird ganz angeschrieben.
8. Folgt in was immer für einer Stelle des Multiplicandus eine 0, so kommt in das Product eine 0, wenn nicht von der vorhergehenden Stelle etwas geblieben ist; ist etwas geblieben, so wird es an die Stelle derselben gesetzt.

Folgende Beispiele werden diese Regeln deutlich machen.

8. Aufgabe. Wenn die Elle Zeug 3 fl. kostet, wie hoch kommen 463 Ellen?

R e c h n u n g.

Unrichtiger Ansag.

463

3

Richtiger Ansag.

463 fl. Multiplicandus.

3 = Multiplicator

1389 fl. Product.

Eben dieses Product wird auch durch die Addition gefunden:

463 fl.

463

463

1389 fl.

Antwort: 1389 fl.

9. Aufgabe. Wie viel Gulden werden 370 Stück Einlösungsscheine, jeder zu 5 fl. betragen.

R e c h n u n g.

Unrichtiger Ansag.

370 St.

5

Richtiger Ansag.

370) Beyde Factoren.

5)

1850 fl.

Antwort: 1850 fl.

10. Aufgabe. Wie hoch kommen 2009 Eimer Essig, den Eimer zu 9 Gulden gerechnet?

R e c h n u n g.

2009 E.

9

18081 fl. Product.

Antwort: Auf 18081.

§. 37. II. Will man eine Zahl mit einer andern multiplicieren, welche mit der Einheit und mehreren angehängten Nullen geschrieben wird, so hängt man, um das Product zu finden, der Zahl so viele Nullen an, als neben der Einheit stehen.

Dieses sieht man in folgenden Beyspielen:

11. Aufgabe. Wie hoch kommen 36 Ellen Tuch, jede zu 10 fl.

R e c h n u n g.

36 eine 0 angehängt, gibt 360 fl.

Antwort: 360 fl.

12. Aufgabe. Wie viel Gulden betragen 21 Stück Einlösungsscheine, jeder zu 100 fl.

R e c h n u n g.

21 zwey Nullen angehängt, gibt 2100 fl.

Antwort: 2100 fl.

§. 38. III. Wenn der Multiplicator nur eine bedeutliche Ziffer hat, und die übrigen Ziffern zur Rechten Nullen sind, hat man folgende Regeln zu beobachten:

1. Man schreibe hier die Factoren so unter einander, daß die bedeutliche Ziffer des Multiplicators unter die erste bedeutliche Ziffer des Multiplicandus kommt.
2. Die Nullen des Multiplicators werden über die Nullen des Multiplicandus hinausgesetzt.

3. Die bedeutlichen Ziffern werden, wie vorher, multiplicieret, nachdem man die Nullen beyder Factoren herabgesetzt hat.

Folgende Beyspiele werden dieses zeigen.

13. Aufgabe. Wie hoch kommen 360 Pfund Indigo, wenn das Pfund 20 fl. kostet?

R e c h n u n g.

Unrichtiger Anſatz.			Richtiger Anſatz.		
360		360	360	) Factoren.	
20	oder	20	20		
			7200 fl. Product.		

§. 39. IV. Hat der Multiplicator mehr als eine bedeutliche Ziffer; so sind folgende Regeln zu beobachten:

1. Man schreibe die bedeutlichen Ziffern beyder Factoren so unter einander, daß die erste, zweyte, dritte Stelle u. s. w. unter einander kommen, und die kleinere Zahl der bedeutlichen Ziffern der Multiplicator wird.
2. Die Nullen zur Rechten der Factoren werden, wie vorher gesagt wurde, hinausgeschrieben und herabgesetzt.
3. Man multipliciere dann mit den Einheiten der bedeutlichen Ziffern, und fange das Product an unter die Einheiten zu schreiben. Das Product der Zehner wird in der zweyten Stelle unter den Zehnern, das Product der Hunderter unter den Hunderten zu schreiben angefangen, mit welchen man multiplicieret hat.
4. Steht nach der ersten bedeutlichen Ziffer des Mul-

tiplicators eine Null (0), so wird diese Stelle bey der Multiplication übergangen, da im Producte ohnehin lauter Nullen kämen, denn eine Zahl mit 0 multiplicirt, gibt 0.

5. Zuletzt werden alle einzelnen (Partial-) Producte addiert, um das Haupt-Product zu erhalten.

Folgende Aufgaben werden dieses erläutern.

14. Aufgabe. Es ist ein großer viereckiger Platz mit Quadersteinen gepflastert. In der Länge liegen 126 solche Steine, in der Breite aber 94 Steine. Wie viele Steine wurden zur Pflasterung dieses Platzes erfordert?

R e c h n u n g.

Unrichtiger Ansaß.		Richtiger Ansaß.		
126		126 L.)	Factoren.	
94		94 Br.)		
		504)	Partial-Producte.	
		1134)		
		(11844)		

Antwort: 11844 Steine.

15. Aufgabe. In einer Nadel-Fabrik werden den täglich 12050 Stück Nadeln versertiget. Wie viele Stücke liefert diese Fabrik in 207 Arbeitstagen?

R e c h n u n g.

Unrichtige Ansätze.

12050	oder	207	oder	12050
207		12050		207

Richtiger Ansatz.

12050 R.

207

84350

2410

2494350

Ansatz mit den Nullen.

12050

207

84350

0000

2410

2494350

Antwort: 2494350 Nadeln.

Anmerkung. Die Probe der Multiplication wird später vorkommen.

Fünftes Kapitel.

Vom Auflösen größerer Benennungen in kleinere, oder dem Resolvieren.

§. 40. Um das Folgende zu verstehen, muß hier die Eintheilung der Maße, Gewichte, Münzen und anderer beym Rechnen üblichen Benennungen vorkommen.

I. Von den Maßen, und zwar:

A. Vom Längenmaße.

Im österreichischen Kaiserstaate kommen folgende vor:

1. Das Fußmaß bey Gebäuden, Äckern, Wäldern, u. s. w.

Die Ruthe hat	2 Klafter
eine Klafter =	6 Fuß (auch Schuh)
ein Fuß =	12 Zoll
ein Zoll =	12 Linien Wiener-Maß.

Man bezeichnet die Klafter mit o, den Fuß mit', den Zoll mit", die Linie mit'''. Eine Faust bey Bestimmung der Höhe der Pferde hat 4 Wiener-Zoll; die österreichische Meile ist 4000 Wiener-Klafter lang.

§. 41. 2. Das Ellenmaß bey Seugen, Tuch, Leinwand, Bändern u. s. f. Die Wiener-Elle wird in 2 halbe Ellen, 3 Drittel, 4 Viertel, 8 Achtel u. s. f. eingetheilet. Die halbe Elle hat 2 Viertelellen; die ganze Elle 6 halbe Drittel.

30 Ellen Tuch, Leinwand, Flanell;
20 Ellen Moldon oder Musselin;
16 Ellen Kattun oder Kammertuch;
15 Ellen Battist, nennt man ein Stück.
10 Stück Tuch ist ein Ballen.

§. 42. B. Von dem Flächenmaße.

Alle Flächen, Baupläze, Gärten u. s. w. werden mit regelmäßigen Vierecken, die man Quadrate nennt, ausgemessen.

Eine Quadrat-Klafter hat 36 Quadrat-Fuß.
Ein Quadrat-Fuß = 144 Quadrat-Zoll.
Ein Quadrat-Zoll = 144 Quadrat-Linien.
Ein Foch hat 1600 Quadrat-Klafter.
Es gibt auch Quadrat-Meilen.

§. 43. C. Vom Körpermaße.

1. Alle körperlichen Räume werden mit Körpern in der Gestalt eines Würfels (Cubus) ausgemessen.
Anleit. z. RechenK. I. Thl. E

Eine Cubik-Klafter hat	216 Cubik-Fuß.
Ein Cubik-Fuß	1728 Cubik-Zoll.
Ein Cubik-Zoll	1728 Cubik-Linien.
Es gibt auch Cubik-Meilen.	

§. 44. 2. Getreide, Obst, Samen u. s. w. mißt man mit dem Wiener-Megen aus.

Ein Megen hat 2 halbe Megen oder 8 Achtel-Megen.

Das Achtel hat 4 große Massel, das große Massel hat 2 kleine Massel, das kleine Massel hat 2 Becher; der Megen hat 128 Becher.

Der Muth hat 30 Megen.

Der Kohlen-Stübich hat 2 Megen, das Kalk-Mittel hat zwey einen halben Megen.

§. 45. 3. Wein, Bier, Branntwein und einiges Obst wird mit dem Wiener-Eimer gemessen, der etwas kleiner als der Megen ist.

Der Eimer hat 40 Maß, eine Maß hat 4 Seidel; ein Seidel hat 2 halbe Seidel.

10 Eimer Wein oder 2 Eimer Bier nennet man ein Faß.

§. 46. D. Zeitmaß.

Die Zeit wird nach Jahren bestimmt. Ein gemeines Jahr hat 365 Tage; ein Schaltjahr aber 366 Tage; ein Jahrhundert (Säculum) hat 100 Jahre.

Ein Jahr hat 12 Monathe von ungleicher Anzahl Tage in folgender Ordnung.

I. Jänner hat 31 Tage.	VII. Julius hat 31 Tage.
II. Februar . 28 .	VIII. August . 31 .
im Schaltjahre 29 .	IX. September 30 .
III. März . 31 .	X. October . 31 .
IV. April . 30 .	XI. November . 30 .
V. May . 31 .	XII. December . 31 .
VI. Junius . 30 .	

Gewöhnlich rechnet man den Monath zu 30 Tagen; in diesem Falle kommen auf das Jahr 360 Tage. Eine Woche hat 7 Tage; das Jahr hat 52 Wochen und Einen, bis 2 Tage. Das Jahr hat 4 Quartale, jedes zu 3 Monathen, oder 13 Wochen.

Der Tag hat 24 Stunden; die Stunde 60 Minuten; die Minute 60 Secunden.

§. 47. II. Von den Gewichten.

Im österreichischen Kaiserstaate sind folgende gewöhnlich:

1. Das Mark- oder Münzgewicht, womit man Münzen oder Silber abwägt.

Die Wiener-Mark hat	16 Loth.
Ein Loth . . .	4 Quentchen.
Ein Quentchen . . .	4 Pfennige.
Ein Pfennig . . .	2 Häller.
Ein Häller . . .	128 Reichpfennige.

Das Loth Silber hat 18 Gran.

Das Wiener-Probefilber ist 13 oder 15 löthig, nachdem 13 oder 15 Loth feines Silber bey der Mark Vermischung ist. Das feine Silber ist 16 löthig.

- §. 48. 2. Das Handelsgewicht, womit man Fleisch, Brot, Zucker u. dgl. abwägt.

Das Wiener-Pfund ist etwas weniger als 2 Mark, und hat 32 Loth, ein Loth hat 4 Quentchen; ein Quentchen hat 4 Pfennige, ein Pfennig hat 15 Gran. Das halbe Pfund hat 16 Loth; der Viertling hat 8 Loth; der halbe Viertling hat 4 Loth. Ein Szentner hat 100 Pfund.

§. 49. 3. Das Ducaten-Gewicht, womit man Gold abwieg. 5 Stück kaiserl. Ducaten wiegen ungefähr ein Loth Handlungsgewichtes.

Der Ducaten wird in 60 Gran getheilt.

Die Mark Gold hat 24 Karat; der Karat aber 12 Goldgrän.

Feines Gold ist 24 Karat fein; die Kremniger-Ducaten 23 Karat, 9 Grän.

Probegold gibt es dreyerley, Nro. 3 ist das feinste, hernach kommt Nro. 2, dann Nro. 1.

Die Schwere eines Ducaten gilt von

Nro. 3	"	"	"	3 fl. 30 fr.
--------	---	---	---	--------------

2	"	"	"	2 fl. 30 fr.
---	---	---	---	--------------

1	"	"	"	1 fl. 30 fr.
---	---	---	---	--------------

in klingender Münze und zwar in Ducaten bezahlt.

§. 50. 4. Juwelen-Gewicht.

Ein Juwelen-Karat hat 4 Juwelen-Gran.

§. 51. 5. Apotheker-Gewicht. Ein Apotheker-Pfund hat 24 Loth (vom Handlungsgewichte) oder 12 Unzen; die Unze hat 2 Loth oder 8 Drachmen (Quentchen), eine Drachme hat 3 Scrupel, eine Scrupel hat 20 Gran.

§. 52. III. Von den Münzen.

In dem österreichischen Kaiserstaate ist der so genannte Zwanzig-Gulden-Fuß eingeführt; es werden nämlich aus einer kölnischen feinen Mark Silber (welche kleiner als die Wiener-Mark ist) 20 Gulden geprägt.

Die Münzen theilet man in: Gold-, Silber-, Kupfer-, Rechnungsmünzen und Papiergeld.

§. 53. 1. Die Goldmünzen sind aus Gold geprägt, und haben folgenden gesetzmäßigen Werth in Silbermünze:

Ein Souveraind'or (Souv.)	13 fl. 20 kr.
Ein kaiserl. oder Kremnitzer-Ducaten	4 = 30 =
Holländer-Ducaten	4 = 30 =
Ein halber Souveraind'or	6 = 40 =
Ein Doppel-Ducaten	9 = = =

§. 54. 2. Silbermünzen sind aus Silber geprägt, und haben folgenden gesetzmäßigen Werth in Silbermünze:

Ein Niederländer-Kronenthaler	2 fl. 12 kr.
Ein Kronengulden	1 = 6 =
Ein halber Kronengulden	= 33 =

Ein harter Species- oder Conventi-

ons-Thaler	.	.	.	.	2 fl. — Kr.
Ein Gulden	.	.	.	.	60 .

Außerdem gibt es noch kleinere Silbermünzen, wobey der Rahme die Anzahl Kreuzer ausdrückt, welche sie gelten.

Ein Groschen (Gr.) hat 3 Kreuzer (Kr.), der Gulden hat 20 Groschen.

§. 55. 3. Kupfermünzen. Sie sind aus Kupfer geprägt. Ein Kreuzer hat 4 Pfennige (Pf.) Es gibt noch andere Kupfermünzen.

Im österreichischen Kaiserstaate berechnet man Alles, oder hält Buch und Rechnung in Gulden zu 60 Kreuzer, der Kreuzer zu 4 Pfennige in Conventions-Münze, auch in Wiener-Währung (Einlösungsscheinen).

Größere Münzen, als Ducaten, Thaler, Gulden, u. s. w., nennet man Species-Geld; kleinere Münzsorten, welche ihrer Bestimmung nach im Inlande umlaufen sollen, Scheidemünze. B. B. Groschen, Kreuzer u. a. Beym Abzählen nennet man 5 Stück einen Wurf.

§. 56. 4. Rechnungsmünzen sind solche, welche nicht wirklich geprägt sind, aber doch öfters im Rechnen vorkommen. B. B. Der Wiener-Reichsthaler ist Ein und ein halber Gulden.

§. 67. Papiergeld. 1. Die Einlösungsscheine zu 1, 2, 5, 10, 20, 100 Gulden. 2. Die

Anticipations-Scheine zu 2, 5, 10, 20 Gulden. 3. Die Banknoten der österreichischen National-Bank zu 5, 10, 25, 50, 100, 500 und 1000 fl. Sie werden sämmtlich im österreichischen Staate für bares Geld angenommen.

§. 58. IV. Besondere Benennungen, welche österr. beym Rechnen vorkommen.

Eine Tonne Goldes ist 100,000 Gulden.

Ein Schock hat 60, ein Schilling 30 Stücke, 8 Schilling sind ein Pfund.

Ein Mandel hat 15, ein Dugend 12 Stücke.

Ein Buschen Leder hat 10 Felle, ein Ballen Häute 30 Stücke.

Ein Ballen Papier hat 10 Rieß, ein Rieß hat 20 Buch, ein Buch Schreibpapier hat 24, Druckpapier hat 25 Bogen.

Ein Bund Federn sind 25 Stücke.

Ein Stoß Holz hat 2 Klafter.

Bei verschiedenen Geschäften sind noch andere Abtheilungen und Arten zu zählen üblich.

§. 59. Nun sind die vorzüglichsten Eintheilungen der benannten Zahlen vorgekommen. Man sieht dabey leicht, daß oft eine Benennung mehr als eine andere in sich begreift. Z. B. Ein Gulden beträgt mehr als ein Groschen oder ein Kreuzer. Diese Benennung nennet man die höhere, die andere aber die mindere, z. B. die Gulden und Pfunde sind höhere Benennungen; Kreuzer und Loth sind mindere Benennungen in Hinsicht auf die ersteren.

Die Zahl, welche anzeigt, wie viele Einheiten der kleineren Benennung eine Einheit der größeren

Benennung enthält, heißt die Auflösesezahl. Die Auflösesezahl der Gulden zu Kreuzern ist 60; denn Ein Gulden hat 60 Kreuzer.

Wenn man eine oder mehrere Einheiten von größerer Benennung als Einheiten einer kleineren Benennung ausdrückt, so nennet man dieses Verfahren auflösen (resolvieren). Z. B. 2 fl. geben aufgelöst 120 Kr. oder 480 Pf.

§. 60. Um eine größere Benennung in eine kleinere aufzulösen, multipliciere man die Einheiten der größeren Benennungen mit der Auflösesezahl. Folgende Beispiele werden dieses erläutern:

16. Aufgabe. Wie viele Kreuzer betragen 24 fl.?

R e c h n u n g.

24

60 Auflösesezahl.

1440 Kr.

Antwort: 1440 Kr.

17. Aufgabe. Wie viele Lothe machen 38 Pfunde?

R e c h n u n g.

38

32 Auflösesezahl.

76

114

1216 Loth.

Antwort: 1216 Loth.

§. 61. In Rücksicht auf den Gulden sind die Kreuzer die nächste Benennung; von der

nächsten Benennung Kreuzer kommt man erst auf die Pfennige. So kommt man vom Zentner auf die Pfunde, dann auf die Lothe, endlich auf die Quentchen.

Will man eine benannte Zahl in eine kleinere Benennung auflösen, so geschieht dieses eben so stufenweise, von Benennung zu Benennung, wie folgende Beyspiele zeigen:

18. Aufgabe. Wie viel Pfennige betragen 124 fl.?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 124 \\
 60 \\
 \hline
 7440 \text{ Fr.} \\
 4 \\
 \hline
 29760 \text{ d.}
 \end{array}$$

Antwort: 29760 Pfennige.

19. Aufgabe. Wie viele Pfennige (Viertel-Quentchen) beträgt 1 Zentner?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 1 \text{ Zentner} \\
 100 \\
 \hline
 100 \text{ lb} \\
 32 \\
 \hline
 3200 \text{ Loth.} \\
 4 \\
 \hline
 12800 \text{ Quentchen.} \\
 4 \\
 \hline
 51200 \text{ Pfennige.}
 \end{array}$$

Antwort: 51200 Pfennige.

§. 62. Hat man Zahlen von größerer Benennung in eine kleinere aufzulösen, wo neben der größeren Benennung auch Einheiten der kleineren Benennung angegeben sind; so müssen diese dazu gezählt werden, entweder während der Multiplication (durch das so genannte Eintheilen) oder, welches nicht so bequem ist, nach der Multiplication, wie man aus folgendem Beispiele sieht.

10. Aufgabe. Wie viele Pfennige betragen 26 fl. 18 fr. 3 pf.?

R e c h n u n g.

Mit den Einheiten.	Ohne dasselbe.
26 fl. 18 fr. 3 pf.	26 fl. 18 fr. 3 pf.
60	60
1578 fr. ist 26 fl. 18 fr.	1560 fr. ist 26 fl.
4	18 dazu
6315 pf. ist 26 fl. 18 fr.	1578 fr. ist 26 fl. 18 fr.
3 pf.	4
	6312 ist 26 fl. 18 fr.
	3 dazu
	6315 pf. ist 26 fl. 18 fr.
	3 pf.

Antwort: 6315 Pfennige.

S e c h s t e s K a p i t e l.

Vom Dividieren gleichbenannter Zahlen.

§. 63. Das Dividieren wird in zwey Fällen angewendet; es heißt:

1. Eine Zahl in mehrere gleiche Theile theilen. In diesem Falle ist die Division eine Eintheilung. Z. B. Wenn man 8 fl. unter 2 Personen so theilt, daß jede gleichviel bekommt, wird jede 4 fl. bekommen.
2. Untersuchen, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist. Hier findet eine wiederholte Subtraction Statt. Z. B. Wenn die Elle Band 5 fr. kostet, wie viele Ellen bekommt man für 15 fr.? Drey Ellen: nämlich

15

5

10

5

5

5

,

Man kann fünf Kreuzer von 15 fr. drey Mahl abziehen.

Beide Erklärungen werden im Rechnen angewendet.

§. 64. Beym Dividieren werden zwey Zahlen angegeben.

1. Die Zahl, welche dividirt wird (gleichsam die leidende Zahl), sie heißt Dividendus; in obigen Beyspielen die Zahlen 8 und 15.
2. Jene Zahl, mit welcher man dividirt (die thätige Zahl), sie heißt Divisor; in den obigen beyden Beyspielen die Zahlen 2 und 5.

Jene Zahl, welche bey der Division heraus-

Kommt, heißt Quotient; in unsern Beyspielen die Zahlen 4 und 3.

Bei der Division bedient man sich des Wörtchens in oder durch; und jene Zahl, auf welche eines dieser Wörtchen folgt, ist der Divisor. Z. B. wenn man sagt: 2 ist in 6 drey Mahl enthalten, so ist 2 der Divisor.

§. 65. 1. Will man eine Zahl in mehrere gleiche Theile theilen, so steht man während der Rechnung den Divisor als eine unbenannte Zahl an. Der Quotient bekommt in diesem Falle den Rahmen, welchen der Dividendus hat. Im ersten Beispiele theile man 8 fl. in 2 gleiche Theile, und erhält 4 zum Quotienten.

2. Suchet man, wie oft eine Zahl in der andern enthalten sey, so müssen Divisor und Dividendus einerley Rahmen haben, und der Quotient ist während der Rechnung unbenannt.

Die Umstände der Aufgabe müssen bestimmen, welchen Rahmen der Quotient nach der Rechnung erhält. So z. B. sagt man, 5 Kr. sind in 16 Kr. drey Mahl enthalten.

3. Bleiben Divisor und Dividendus sich gleich, so kommt einerley Quotient, und zwar für beyde Fälle der Division. Während der Rechnung pflegt man daher jedes Mahl für beyde Fälle bloß zu fragen, wie oft der Divisor im Dividendus enthalten sey, wenn auch die Division eine Eintheilung ist.

§. 66. Schon aus dem Ein Mahl Eins,

daß bey der Multiplication vorkam, wird man schließen:

E i n s i n E i n s.

2 in 4 ist 2 Malhenth.

2 = 6 = 3 =

2 = 8 = 4 =

2 = 10 = 5 =

2 = 12 = 6 =

2 = 14 = 7 =

2 = 16 = 8 =

2 = 18 = 9 =

3 = 6 = 2 =

3 = 9 = 3 =

3 = 12 = 4 =

3 = 15 = 5 =

3 = 18 = 6 =

3 = 21 = 7 =

3 = 24 = 8 =

3 = 27 = 9 =

4 = 8 = 2 =

4 = 12 = 3 =

4 = 16 = 4 =

4 = 20 = 5 =

4 = 24 = 6 =

4 = 28 = 7 =

4 = 32 = 8 =

4 = 36 = 9 =

5 = 10 = 2 =

5 = 15 = 3 =

5 = 20 = 4 =

5 = 25 = 5 =

5 in 30 ist 6 Malhenth.

5 = 35 = 7 =

5 = 40 = 8 =

5 = 45 = 9 =

6 = 12 = 2 =

6 = 18 = 3 =

6 = 24 = 4 =

6 = 30 = 5 =

6 = 36 = 6 =

6 = 42 = 7 =

6 = 48 = 8 =

6 = 54 = 9 =

7 = 14 = 2 =

7 = 21 = 3 =

7 = 28 = 4 =

7 = 35 = 5 =

7 = 42 = 6 =

7 = 49 = 7 =

7 = 56 = 8 =

7 = 63 = 9 =

8 = 16 = 2 =

8 = 24 = 3 =

8 = 32 = 4 =

8 = 40 = 5 =

8 = 48 = 6 =

8 = 56 = 7 =

8 = 64 = 8 =

8 = 72 = 9 =

9 in 18 ist 2 Mahl enth.	9 in 54 ist 6 Mahl enth.
9 • 27 • 3 • •	9 • 63 • 7 • •
9 • 36 • 4 • •	9 • 72 • 8 • •
9 • 45 • 5 • •	9 • 81 • 9 • •

§. 67. Beym Dividieren bemerke man beyläufig Folgendes:

1. Jede Zahl ist in sich selbst Ein Mahl enthalten. Z. B. 2 ist in 2 Ein Mahl enthalten.
2. Wenn man eine Zahl durch die Einheiten dividirt, so kommt die nämliche Zahl zum Quotienten. Dieses druckt man auch so aus: Eins ändert nichts beym Dividieren. Z. B. 1 ist in 5 fünf Mahl enthalten.
3. Jede Zahl ist in der 0 nicht (oder Nulle Mahl) enthalten. Z. B. 2 in 0 ist 0 Mahl enthalten.
4. Beym Dividieren nimmt man, wenn die Division nicht so genau geschehen kann, den nächst kleineren Quotienten. Z. B. man sagt, weil 3 in 7 nicht genau enthalten ist, 2 in 7 ist 3 Mahl enthalten und nicht 4 Mahl, denn 2 Mahl 4 ist schon 8.

§. 68. Beym schriftlichen Dividieren kommen folgende Fälle vor:

I. Wenn der Divisor aus bloßen Einheiten besteht, also nur eine Ziffer hat.

Hier beobachte man Folgendes:

1. Man schreibe die Zahlen nicht, wie bey den vorigen Rechnungsarten unter, sondern so neben einander, daß der Dividendus zwischen zwey aufrechten Strichen (den Divisions-Strichen), der Divi-

vor außer denselben zur Linken zu stehen kommt. Der Quotient wird nach und nach zur Rechten der Divisions-Striche gesetzt.

2. Man suche, wie oft der Divisor in der ersten Ziffer des Dividendus enthalten sey, und schreibe die gefundene Zahl zur Rechten des Quotienten.
3. Ist der Divisor größer als die erste zur Linken stehende Ziffer des Dividendus, so nehme man noch die nächste Ziffer dazu.
4. Oft wird der Fall seyn, daß der Divisor in dem Theile des Dividendus, der eben dividiret wird, nicht genau enthalten ist. In diesem Falle wird der nächst kleinere Quotient genommen.
5. Man multipliciere den gefundenen Quotienten mit dem Divisor, und schreibe das Product unter die Zahl, welche dividiert wurde.
6. Man subtrahiere das gefundene Product von der dividirten Ziffer. Bleibt ein Rest, so setze man die nächste Ziffer des Dividendus dazu herab, um weiter zu dividieren. Bleibt kein Rest, so werden statt desselben zwey Querstrichelchen (-) gemacht, und die herabgesetzte Zahl wird dividiert.
7. Ist der erhaltene Rest größer als der Divisor, so ist dieses ein Zeichen, daß der Divisor öfter enthalten ist. Kann man nicht subtrahieren (wenn nämlich das erhaltene Product größer als die dividirte Ziffer ist), so muß der Quotient kleiner gesetzt werden.
8. Ist der Divisor größer als die Ziffer, welche dividiert wird, also in derselben nicht enthalten; so

muß aus dem Dividendus so viel Mahl eine Ziffer dazu genommen, und allezeit dafür eine 0 in den Quotienten gesetzt werden, bis der Divisor darin enthalten ist.

9. Auf diese eben angegebene Art dividire man so lange, bis man alle Ziffern herabgesetzt hat.

10. Für jede herabgesetzte Ziffer muß eine Ziffer in den Quotienten kommen, und sollte es nur eine Nulle seyn.

Folgende Beispiele werden dieses erläutern:

21. Aufgabe. Man soll unter zwey Personen 2580 fl. gleich vertheilen. Wie viel bekommt jede?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 \text{Divisor } 2 \mid 2580 \mid 1290 \text{ fl. Quotient.} \\
 \begin{array}{r}
 2 \\
 \hline
 - 5 \\
 4 \\
 \hline
 18 \\
 18 \\
 \hline
 = 0
 \end{array}
 \end{array}$$

Antwort: 1290 fl.

22. Aufgabe. Man soll 10060 fl. mit Einlösungscheinen zu 5 fl. auszahlen, wie viele Stücke werden erfordert?

R e c h n u n g.

Divisor		Dividendus		Quotient.
5		10060		2012

10

= 06

5

= 10

= 10

.

Antwort: 2012 Stücke.

§. 69. Geübte Rechner pflegen das jedesmalige Product von der dividirten Ziffer im Kopfe abzugiehen, ohne es anzuschreiben.

Die eben berechneten zwey Aufgaben ständen so:

21. Aufgabe.			22. Aufgabe.		
2	2580	1290 fl.	5	10060	2012 St.
	<u>5</u>			<u>= 06</u>	
	18			<u>10</u>	
	<u>= 0</u>			<u>=</u>	

Man thut am besten, wenn man auch die Reste nicht anschreibt, und dieselben im Kopfe behält. Um den Platz zu sparen, mache man unter den Dividendus einen Querstrich, und schreibe den Quotienten darunter; nämlich so;

2	<u>2580</u>		5	<u>10060</u>
	1290			2012

Anleit. z. Rechnen. I. Thl.

D

Vorbegriffe von den Brüchen.

§. 70. Brüche sind ein oder mehrere gleiche Theile eines Ganzen. Z. B. Drey Viertling in Ansehung des ganzen Pfundes.

Die Zahl, welche man eintheilt, nennet man das Ganze wie z. B. hier das Pfund.

Bey jedem Bruche liegt ein Ganzes zum Grunde.

§. 71. Jeder Bruch wird mit zwey Zahlen ausgedrückt:

1. Dem Nenner, welcher anzeigt, in wie viele gleiche Theile das Ganze getheilt wird. In dem obigen Beispiele ist 4 der Nenner.
2. Dem Zähler, welcher anzeigt, wie viele solcher gleichen Theile man nehmen müsse. In dem obigen Beispiele ist 3 der Zähler.

§. 72. Einen Bruch spricht man so aus: Man sagt zuerst den Zähler, dann den Nenner; und schreibt den Zähler ober, den Nenner unter den Querstrich, oder neben einem schiefen *s*, z. B.

Drey Viertel Pfund mit $\frac{3}{4}$ oder $3/4$

Fünf Sechstel Gulden, $\frac{5}{6}$ = $5/6$.

§. 73. Bey den Brüchen bemerke man:

1. Brüche, bey welchen der Zähler dem Nenner gleich ist, sind dem Ganzen gleich; z. B. $\frac{4}{4}$ *W* ist ein ganzes Pfund.
2. Ein Bruch, dessen Zähler kleiner als der Nenner ist, ist kleiner als das Ganze, und heißt ein eigentlicher oder echter Bruch. Z. B. $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ fl. sind echte Brüche, und betragen weniger als einen ganzen Gulden.

3. Ein Bruch, dessen Zähler größer als der Nenner ist, beträgt mehr als ein Ganzes, und heißt ein uneigentlicher oder unechter Bruch, z. B. $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{13}{8}$ fl. sind unechte Brüche, und betragen mehr als einen ganzen Gulden.
4. Steht neben dem Bruche noch eine ganze Zahl, so nennt man ihn einen gemischten Bruch oder auch eine gemischte Zahl, z. B. $3\frac{5}{8}$ fl. das ist 3 ganze und $\frac{5}{8}$ Gulden.

Man schreibt die ganze Zahl der Deutlichkeit wegen mit größeren Ziffern, und sezet sie gerade vor den Querstrich.

§. 74. Brüche sind nichts als Divisionen des Zählers durch den Nenner. z. B. $\frac{12}{6}$ fl. heißt, man soll 12 fl. in 6 gleiche Theile theilen. Hieraus folget, daß man bey unechten Brüchen die Division wirklich vornehmen kann, das ist, unechte Brüche zu Ganzen macht, wenn man den Zähler durch den Nenner dividirt, wodurch man die Ganzen erhält, und wenn ein Rest bleibt, ihn zum Zähler des Bruches macht, der noch dazu kommt. z. B.

$\frac{12}{6}$ fl. machen 2 Gulden.

$$\frac{13}{4} \text{ fl.} = 3\frac{1}{4} \text{ fl.}$$

§. 75. Will man eine ganze Zahl als einen Bruch ausdrücken, oder wie man sagt, ihr die Gestalt eines Bruches geben; so darf man nur die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruches multiplicieren, und den angegebenen Nenner darunter schreiben. z. B.

2 fl. zu Drittel gibt 2 Mahl 3 oder $\frac{6}{3}$ fl.

7 $\mathbb{W}$ zu Viertel gibt 7 Mahl 4 oder $\frac{28}{4}$ $\mathbb{W}$.

§. 76. Soll man einen vermischten Bruch als einen unechten ausdrücken, oder, wie man sagt, den vermischten Bruch einrichten; so multipliziere man den Nenner des Bruches mit der ganzen Zahl, und addiere den Zähler dazu. Unter diese Zahl wird der Nenner geschrieben. Z. B. $2\frac{1}{2}$ fl. machen $\frac{5}{2}$ fl.; denn das Ganze sind 4 Halbe und noch eines $\frac{1}{2}$ fl.

$6\frac{3}{4}$ $\mathbb{W}$ machen $\frac{27}{4}$ $\mathbb{W}$.

§. 77. Der Bruch eines größeren Ganzen beträgt oft mehrere Einheiten vom kleineren Ganzen, z. B.

$\frac{1}{2}$ fl. beträgt 30 Fr.	$\frac{1}{2}$ $\mathbb{W}$ beträgt 16 Loth.
$\frac{1}{3}$ " " 20 "	$\frac{1}{4}$ " " 8 "
$\frac{1}{4}$ " " 15 "	$\frac{1}{8}$ " " 4 "
$\frac{1}{5}$ " " 12 "	$\frac{1}{16}$ " " 2 "
$\frac{1}{6}$ " " 10 "	$\frac{1}{32}$ " " 1 "
$\frac{1}{8}$ " " $7\frac{1}{2}$ "	
$\frac{1}{10}$ " " 6 "	
$\frac{1}{12}$ " " 5 "	
$\frac{1}{15}$ " " 4 "	
$\frac{1}{20}$ " " 3 "	
$\frac{1}{30}$ " " 2 "	
$\frac{1}{60}$ " " 1 "	

Wenn also $\frac{1}{4}$ fl. so viel als 15 Fr. beträgt; so betragen $\frac{3}{4}$ fl. auch drey Mahl so viel, das ist 45 Fr.

Kleine Auflösungen der Brüche können im Kopfe gemacht werden.

Soll man aber die Auflösung schriftlich vornehmen; so multipliciere man den Zähler des Bruches mit der Auflöseseahl, und dividire dieses Product durch den Nenner. Bleibt bey der Division ein Rest, so wird er entweder als Bruch hinaufgeschrieben, oder ferner in eine kleinere Benennung aufgelöset.

Folgende Beispiele werden dieses erläutern.

23. Aufgabe. Wie viele Kreuzer betragen $\frac{5}{6}$ Gulden.

R e c h n u n g.

5 der Zähler
60 Auflöseseahl

Nenner 6 | 300 | 50 Kr.

Antwort: 50 Kr.

24. Aufgabe. Wie viel Loth betragen $\frac{5}{8}$ Pfund?

R e c h n u n g.

5

32

8 | 160 | 20 Loth.

Antwort: 20 Loth.

Dies war von den Brüchen hier anzuführen
nothwendig; in dem Folgenden wird mehr davon
vorkommen.

§. 78. Wenn in der Division zuletzt ein
Rest übrig bleibt, so kommt zum Quotienten noch
ein Bruch, dessen Zähler der Rest und dessen Nen-
ner der Divisor ist. Dieser Bruch kann in eine
kleinere Benennung aufgelöst werden. In der
Ausübung läßt man bey der kleinsten Benennung
jene Brüche ganz weg, wo weniger als die Hälfte
der Theile vorhanden sind; sind aber die Hälfte
oder mehrere Theile vorhanden, so nimmt man da-
für ein Ganzes; so läßt man $\frac{1}{8}$ fr. weg, und
nimmt für $\frac{1}{2}$ fr. einen ganzen Kreuzer.

Folgende Beyspiele werden dieses erläutern.

25. Aufgabe. Drey Erben sollen 9311 fl.
gleich vertheilen, wie viel bekommt jeder?

R e c h n u n g.

$$3 \mid 9311 \mid 3103 \text{ fl.}$$

3

11

Rest 2 d. i. $\frac{2}{2}$ fl.

60

$$3 \mid 120 \mid 40 \text{ fr.}$$

Antwort: 3103 fl. 40 fr.

26. Aufgabe. Es kauft jemand in einer Ver-

steigerung 7 Eimer Wein um 208 fl. Wie hoch kommt Ein Eimer?

R e c h n u n g.

$$7 \overline{) 208} \quad | \quad 29 \text{ fl.}$$

68

Rest 5 das ist $\frac{5}{7}$ fl.

60

$$7 \overline{) 300} \quad | \quad 42 \text{ fl.}$$

= 20

Rest 6 d. i. $\frac{6}{7}$ oder 1 fl.

Antwort: 29 fl. 43 fl.

§. 79. II. Ist der Divisor 10, 100, 1000 u. s. w., das ist, die Einheit mit einer oder mehreren daneben stehenden Nullen, so kann man ohne weiteres Anschreiben dividieren, wenn man von dem Dividendus so viele Ziffern zur Rechten wegläßt (oder abschneidet), als im Divisor Nullen sind. Dividiert man mit 10, so läßt man Eine Ziffer, bey 100 zwey u. s. f. weg. Sind die weggelassenen Ziffern Nullen, so ist der Divisor genau im Dividendus enthalten; sind sie aber bedeutliche Ziffern, so werden sie als Rest entweder zum Zähler eines Bruches gemacht, dessen Nenner der Divisor ist, oder dieser Bruch wird in eine kleinere Benennung aufgelöst.

Folgende Aufgaben dienen zur Erläuterung.

27. Aufgabe. Wenn 10 Ellen Tuch 90 fl. kosten, wie hoch kommt Eine Elle?

R e c h n u n g.

9,0 fl.

Antwort: 9 fl.

28. Aufgabe. Wenn 100 fl. Zucker 485 fl. kosten, wie hoch kommt ein Pfund?

R e c h n u n g.

fl. 4,85

60

 51,00

Antwort: 4 fl. 51 fr.

§. 80. III. Hat der Divisor nur Eine bedeutliche Ziffer mit mehreren zur Rechten befindlichen Nullen, so lasse man

1. Im Dividendus so viele Ziffern weg, als im Divisor Nullen sind. Dieses wird mit einem runden Striche bemerkt, in welchem man die abgekürzten Ziffern einschließt.
2. Dann dividire man mit der bedeutlichen Ziffer des Divisors die übrigen Ziffern des Dividendus.
3. Sind die weggelassenen Ziffern im Dividendus Nullen, so heben sie sich ganz und gar gegen die Nullen des Divisors auf; sind sie aber bedeutliche Ziffern, so werden sie zum Reste der Division herabgesetzt, um den vollständigen Rest zu erhalten. Dieser Rest wird dann entweder als Bruch angelegt, oder in eine kleinere Benennung aufgelöst. Dieses sieht man aus folgenden Aufgaben.

29. Aufgabe. Wenn 40 Eimer Wein auf 1894 fl. zu stehen kommen, wie hoch kommt Ein Eimer?

R e c h n u n g.

$$4(0 \mid 189(4 \mid 47 \text{ fl.}$$

$$= 29$$

$$\cdot 14$$

$$60$$

$$4(0 \mid 84(0 \mid 21 \text{ fl.}$$

$$\dots$$

Antwort: 47 fl. 21 fr.

30. Aufgabe. Wie viel Schock machen 1440 Stück Äpfel?

R e c h n u n g.

$$6(0 \mid 144(0 \mid 24 \text{ Schock.}$$

$$\cdot 24$$

$$==$$

Antwort: 24 Schock.

§. 81. IV. Hat der Divisor mehr als eine bedeutliche Ziffer, so befolge man außer den bisher vorgetragenen Regeln noch folgende:

1. Sind im Divisor zur Rechten Nullen, so werden sie gegen gleich viele Ziffern des Dividendus abgekürzt. Man hüthe sich aber im Divisor eine bedeutliche Ziffer mit abzukürzen, wenn es sich gerade fände, daß auch eine Null zur Rechten des Dividendus wäre.
2. Ist der ganze Divisor eben so groß oder klei-

ner, als eine gleiche Anzahl Ziffern von der Linken zur Rechten des Dividendus; so suche man zuerst, wie oft der Divisor in diesen Ziffern enthalten sey. Ist der Divisor größer als diese Ziffern des Dividendus, so nimmt man noch Eine aus denselben dazu, und mache da einen Punct (Anfangspunct im Dividieren), um anzuzeigen, wo man das folgende Product hinzuschreiben habe.

3. Um leicht zu erfahren, wie oft der Divisor in den durch den Punct abgesonderten Ziffern enthalten sey, so suche man, wie oft die erste Ziffer des Divisors in der ersten Ziffer des Dividendus enthalten ist. Hat der Divisor um eine Ziffer weniger als der Theil des Dividendus; so nimmt man im Dividendus zwey Ziffern zusammen.

Die Ziffer, welche man hier erhält, wird in den Quotienten geschrieben. Wie oft der Divisor, wenn er mehr als eine Ziffer hat, genau enthalten sey, kann man nicht leicht überall angeben. Man merke sich folgende Regeln: Je größer die auf die erste folgenden Ziffer des Divisors sind, desto weniger Mahl ist derselbe enthalten; je kleiner hingegen die folgenden Ziffern des Divisors sind, desto öfter ist er enthalten.

4. Nun wird der ganze Divisor mit dem gefundenen Quotienten multipliciert, und das Product davon unter die dividirten Ziffern gesetzt.

Es versteht sich von selbst, daß man zuerst die Einheiten, dann die Zehner u. s. w. multipliciert.

5. Dann ziehe man, wie bey der Subtraction mit einer bedeutlichen Ziffer, ab.
6. Bleibt bey der Subtraction kein Rest, so ist der Divisor genau in den dividirten Ziffern des Dividendus enthalten. Ist das gefundene Product größer als die dividirten Ziffern, so ist der Quotient zu groß angenommen. Bleibt ein Rest übrig, der größer als der Divisor ist, so ist der Quotient zu klein angenommen worden.
7. Zum Reste wird die nächste Ziffer des Dividendus herabgesetzt. Man dividirt so lange weiter, bis alle Ziffern herabgesetzt sind.
8. Bleibt zuletzt ein Rest, so wird er eben so, wie bey der Division mit Einer Ziffer, entweder als Bruch angesetzt, oder in eine kleinere Benennung aufgelöst.

Wird im Dividendus eine bedeutliche Ziffer abgekürzt, so wird sie zum Reste herabgesetzt.

Folgende Beyspiele werden dieses deutlich machen.

31. Aufgabe. Wenn 25 Ellen Tuch 425 fl. kosten, wie hoch kommt eine Elle?

$$\begin{array}{r}
 \text{R e c h n u n g.} \\
 25 \overline{) 425} \quad | \quad 17 \text{ fl.} \\
 \underline{25} \\
 175 \\
 \underline{175} \\
 0
 \end{array}$$

Antwort: 17 fl.

32. Aufgabe. Ein Gutsbesitzer verkauft einen Wald von 786 Foch um 150650 fl. Wie hoch kommt ein Foch?

R e c h n u n g.

$$786 \mid 1506.50 \mid 191 \text{ fl.}$$

$$\underline{786}$$

$$7205$$

$$\underline{7074}$$

$$= 1310$$

$$\underline{786}$$

$$\text{Rest } 524$$

$$60$$

$$786 \mid 31440 \mid 40 \text{ Fr.}$$

$$\underline{3144}$$

$$= = = 0$$

Antwort: 191 fl. 40 Fr.

33. Aufgabe. Wenn 320 Zentner feines Öl auf 89600 fl. zu stehen kommen, wie hoch kommt Ein Zentner?

R e c h n u n g.

$$320 \mid 896.00 \mid 280 \text{ fl.}$$

$$\underline{64}$$

$$256$$

$$\underline{256}$$

$$= = = 0$$

Antwort: 280 fl.

§. 82. Geübtere Rechner pflegen bey der Di.

vision mit mehreren Ziffern das jedesmahlige Product wegzulassen, und während der Multiplication durch Dazuzählen abzuziehen (durch das Subtrahieren ohne Vorgen).

Die übrigen Regeln der Division bleiben die nämlichen.

Die drey letzten Aufgaben ständen so:

$$\begin{array}{r|l} 31. \text{ Aufgabe.} \\ 25 \mid 425 \mid 17 \\ \hline 175 \mid \end{array}$$

...

$$\begin{array}{r|l} 32. \text{ Aufgabe.} \\ 786 \mid 150650 \mid 191 \text{ fl.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 7205 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 1310 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 524 \text{ Rest} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 786 \mid 31440 \mid 40 \text{ fr.} \end{array}$$

....

$$33. \text{ Aufgabe.}$$

$$32(0 \mid 8960(0 \mid 280 \text{ fl.}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ \hline \end{array}$$

...

§. 83. Die Probe der Multiplication gründet sich auf den Satz: Wenn man ein Product durch Einen Factor dividirt, so kommt der andere heraus. Die Probe der Multiplication wird also durch die Division gemacht. Z. B.

Folgende Multiplication:

$$\begin{array}{r}
 380 \\
 24 \text{ fl.} \\
 \hline
 1520 \\
 76 \\
 \hline
 9120 \text{ fl. Product.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 24 \overline{) 9120} \\
 \underline{192} \\
 \dots
 \end{array}$$

Probe:

380 der Eine
Factor

oder

38(0 | 912(0 | 24 der andere
Factor

$$\begin{array}{r}
 152 \\
 \hline
 \dots
 \end{array}$$

§. 84. Die Probe der Division wird gemacht, wenn man den Divisor mit dem Quotienten multiplicieret, und wenn ein Rest geblieben ist, denselben zum Producte addieret. Ist die Rechnung richtig, so muß der Dividendus herauskommen.

Folgende Division.

Probe.

$$\begin{array}{r}
 \text{fl.} \\
 7 \overline{) 3420} \mid 488 \frac{4}{7} \text{ fl.} \\
 \underline{62} \\
 \underline{60} \\
 \text{Rest } 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 488 \\
 \underline{7} \\
 3416 \\
 \underline{4} \\
 \text{fl. } 3420
 \end{array}$$

Siebentes Kapitel.

Von der Art, eine kleinere Benennung auf eine größere zu bringen, oder dem Reducieren.

§. 85. Wenn man Einheiten kleinerer Benennung als Einheiten der größeren Benennung ausdrückt, so nennet man dieses Verfahren das

Reducieren. 3. B. 120 fr. sind zu Gulden reducirt, gerade 2 fl.

Resolvieren und Reducieren sind einander entgegengesetzt.

§. 86. Will man eine kleinere Benennung auf eine größere bringen, so muß man die Einheiten der kleineren Benennung mit der Auflösesezahl dividieren. Der Quotient zeigt die gefundenen Einheiten der größeren Benennung, der Rest bey der Division die übrig gebliebenen Einheiten der kleineren Benennung an. Bleibt kein Rest, so sind keine Einheiten der kleineren Benennungen vorhanden. Auch das Reducieren geschieht stufenweise von Benennung zu Benennung.

Folgende Beyspiele werden dieses erläutern.

24. Aufgabe. Wie viele Gulden geben 3424 fr.?

R e c h n u n g.

$$60 \mid 3424 \mid 57 \text{ fl.}$$

$$\underline{\quad 42 \quad}$$

$$= 4 \text{ fr.}$$

Antwort: 57 fl. 4 fr.

35. Aufgabe. Wie viel Pfunde machen 576 Loth?

R e c h n u n g.

$$32 \mid 576 \mid 18 \text{ lb}$$

$$\underline{\quad 256 \quad}$$

$$= 0$$

Antwort: Genau 18 lb.

36. Aufgabe. Wie viele Gulden machen 12351 pfennige?

R e c h n u n g.

d.	Fr.	Fr.	fl.
4 12351	3087	60 308	(7 5
= 35		= 27	
31			
Rest = 3 d.			

Antwort: 51 fl. 27 fr. 3 d.

§. 87. Resolvieren und Reducieren dienen sich wechselweise zur Probe. Z. B. die Probe der 36. Aufgabe stände so:

51 fl. 27 fr. 3 d.

60

3087 fr.
4
12351 d.

Es kommt durch das Resolvieren jene Zahl, welche reduciret wurde.

A c h t e s K a p i t e l.

Von den vier Rechnungsarten in ungleich benannten Zahlen.

§. 88. Eine Zahl heißt ungleich benannt, wenn sie aus Einheiten größerer und kleinerer Benennung besteht. Z. B. 17 fl. 18 fr. 3 d.

Diese Zahlen schreibt man in der Ausübung so, daß das Zeichen der größten Benennung voraussteht, und die Zahlen unter sich durch Punkte abgesondert sind. In Büchern der Kaufleute sind sie mit aufrechten Linien getrennt. Z. B. man schreibe die obige Zahl so:

fl. 17. 18. 3.

§. 89. Beym Addieren ungleich benannter Zahlen bemerke man nebst den oben angegebenen Regeln noch folgende:

1. Man schreibe die Zahlen so untereinander, daß gleich benannte Zahlen unter einander kommen; und mache, wie sonst, bey der untersten Post einen Strich.
2. Man fange bey der kleinsten Benennung zu addieren an, und addiere nach und nach alle Stellen. Ist die jedesmahlige Summe so groß, daß sie eine Einheit der größeren Benennung geben kann; so wird sie auf die größere Benennung gebracht, und nur die übrig gebliebenen Einheiten der kleineren Benennung werden angeschrieben. Die erhaltenen Einheiten der größeren Benennung werden zur größeren Benennung gezählt. Dieses Reducieren geschieht größten Theils im Kopfe.
3. In die Stelle, wo eine Benennung fehlt, kommt ein Querstrich.

Folgende Aufgabe wird dieses deutlich machen.

37. Aufgabe. Jemand hat in drey Monathen nachstehendes Geld eingenommen, wie viel beträgt es zusammen?

Anleit. z. Rechenl. I. Theil.

Ⓔ

R e c h n u n g.

fl. 723 . 28 Kr. 1 Pf.

935 : 54 : 3

839 . — . —

fl. 2498 . 23 . —

Antwort: fl. 2498 . 23 fr.

§. 90. Soll man ungleich benannte Zahlen von einander subtrahieren: so merke man nebst den oben angegebenen Regeln noch folgende:

1. Man schreibe die kleinere Zahl so unter die größere, daß die gleich benannten Zahlen unter einander kommen.

Jene Zahl ist größer, wo in der größten Benennung die meisten Einheiten vorhanden sind.

2. Man fange bey der kleinsten Benennung zu subtrahieren an, und subtrahiere Benennung für Benennung, bis man zur größten Benennung kommt.
3. Ist die unten stehende Zahl größer als die oben stehende, so borge man bey der nächst höheren Benennung eine Einheit; löse sie in die kleinere Benennung auf, und zähle die vorhandenen Einheiten der kleineren Benennung dazu. Dann kann man subtrahieren.
4. Wo nichts übrig bleibt, setze man einen Querstrich.

Folgende Beispiele werden dieses erläutern.

38. Aufgabe. In einer Casse befinden sich fl. 2832. 24. Kr. 3 pf. Wie groß ist nun der Casse-Stand, wenn fl. 784. 54 kr. 3 pf. ausgegeben worden sind?

R e c h n u n g.

fl. 2832 = 24 Kr. 3 pf.

784 = 54 = 3 =

fl. 2047 = 30 = —

Antwort: fl. 2047. 30 kr.

39. Aufgabe. Ein Kaufmann hat 324 Th Seide. Wenn er davon 116 Th 18 Loth 3 Quentchen verkauft, wie viel bleibt ihm noch übrig?

R e c h n u n g.

Th 324 = — Loth. — Q.

116 = 18 = 3

Th 207 = 13 = 1

Antwort: Th 207. 13 Lth. 1 Quentchen.

§. 91. Soll man eine ungleich benannte Zahl mit einer unbenannten Zahl multiplicieren, so kann dieses auf zweyfache Art geschehen:

1. Art. Man löse die ungleich benannte Zahl in die kleinste Benennung auf, und multipliciere sie dann mit der angegebenen Zahl. Man erhält alsdann wieder Einheiten der nämlichen Benennung. Diese werden auf die größte Benennung gebracht. Oder:

2. Art. Man fange bey der kleinsten Benennung zu multiplicieren an, und multipliciere Benen-

nung für Benennung, bis man zur größten kommt. Erhält man in einem Producte so viel, oder mehr, als eine Einheit der größeren Benennung beträgt, so bringe man sie auf die größere Benennung, schreibe den Rest der kleineren Benennung an, oder wenn keiner vorhanden ist, einen Querstrich.

Folgendes Beyspiel wird dieses deutlich machen.

40. Aufgabe. Vier Kinder erben das Vermögen ihrer Ältern zu gleichen Theilen, und jedes erhält fl. 824. 45 fr. 3 pf. Wie groß war das ganze Vermögen?

R e c h n u n g.

Erste Art.	4 791772	197943 fr.
fl. 824. 45. 3.	39	
60	31	
49485 fr.	37	
4	17	
197943 d.	12	
4 multipl.		
791772 d.		
	6(0 19794(3	3299 fl.
	17	
	59	
	54	
	3 fr.	

Zweyte Art.

$$\begin{array}{r}
 \text{fl. } 824 = 45 \text{ Kr. } 3 \text{ pf.} \\
 \hline
 \text{fl. } 3299 = 3 = \text{—}
 \end{array}$$

Antwort: fl. 3299. 3 fr.

§. 62. Beym Dividieren ungleich benannter Zahlen kommen zwey Fälle vor.

I. Wenn der Divisor eine unbenannte Zahl ist. In diesem Falle kann man entweder, wie bey der Multiplication, die ungleich benannte Zahl in die kleinste Benennung auflösen, dann dividieren, und zuletzt wieder die kleinere Benennung auf die größere bringen; oder man kann bey der größeren Benennung zu dividieren anfangen, und so fortfahren, bis die ganze ungleich benannte Zahl dividirt ist. Bleibt bey der Division einer Benennung ein Rest; so wird er in die nächst kleinere Benennung aufgelöst, und die schon vorhandenen Einheiten der kleineren Benennung dazu gezählt. Die letzte Art ist vortheilhafter.

Folgende Aufgabe wird dieses erläutern.

41. Aufgabe. Es sollen unter fünf Personen fl. 1182. 3 fr. 3 pf. gleich vertheilet werden. Wie viel wird jede erhalten?

R e c h n u n g.

1. Art.

fl. 1182. 3. 3.

60

70923

4

5 | 283695 | 56739 pf.

33

36

19

45

==

4 | 56739 | 14184 Fr.

16

=7

33

19

3 pf.

60 | 1418(4 | 236 fl.

21

38

24 Fr.

Antwort: fl. 236. 24. Fr. 3 pf.

2. Art.

$$5 \overline{) 1182. 3. 3.} 236 \text{ fl.}$$

$$\underline{18}$$

$$\underline{32}$$

$$\text{Rest } 2$$

$$\underline{60}$$

$$5 \overline{) 123} 24 \text{ fr.}$$

$$\underline{23}$$

$$\text{Rest } 3$$

$$\underline{4}$$

$$5 \overline{) 15} 3 \text{ pf.}$$

==

Antwort: fl. 236. 24 fr. 3 pf.

§. 93. II. Wenn der Divisor eine genannte Zahl ist, so müssen sowohl Divisor, als Dividendus in jene Benennung aufgelöst werden, welche unter beyden gleich und die kleinste ist. Nun wird erst dividiert. Der Rest drückt Einheiten der nähmlichen Benennung aus, und kann als Bruch zum Quotienten kommen. Der Quotient ist während der Rechnung unbenannt, und erhält als Resultat die Benennung nach den Umständen der Aufgabe. Folgendes Beispiel kann dieses erläutern:

42. Aufgabe. Wenn die Elle Tuch fl. 8 45 fr. kostet, wie viele Ellen bekommt man um fl. 78. 45 fr.?

R e c h n u n g.

fl. 8. 45	78. 45	525 4725 9 E.
60	60	
525	4725	

Antwort: 9 Ellen.

§. 94. Die Probe der vier Rechnungsarten ungleich benannter Zahlen wird eben so gemacht, wie es bey den gleich benannten Zahlen gelehrt worden ist.

N e u n t e s K a p i t e l.

Von den Brüchen.

§. 95. In dem IV. Kapitel war es der Deutlichkeit wegen nothwendig, die Vorbegriffe zur Lehre der Brüche vorzutragen. Ehe wir einen Schritt weiter machen, müssen einige Eigenschaften der Zahlen vorkommen:

1. Wenn eine Zahl durch die Multiplication zweyer oder mehrerer Zahlen entsteht, so sagt man, sie sey eine aus diesen Factoren zusammengesetzte Zahl. 3. B. Wenn man 3 mit 6 multipliciert, entsteht 18. Die Zahl 18 ist aus den Factoren 3 und 6 zusammengesetzt.

§. 96. 2. Zahlen, welche nur aus der Multiplication der Einheiten in sich selbst entstehen, und außer diesen Zahlen keine Factoren haben, nennet man einfache (oder Prim-Zahlen). Bis 100 gibt es folgende einfache Zahlen: 1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101.

Alle dazwischen stehenden Zahlen sind zusammenge-
 mengesetzt, und bestehen aus zwey oder mehreren von
 diesen einfachen Zahlen.

§. 97. 3. Eine Zahl ist durch eine andere
 theilbar, wenn sie sich durch dieselbe ohne Rest
 dividieren läßt. Z. B. 12 ist durch 2, 3 und 4
 theilbar. Einfache Zahlen sind nur durch sich selbst
 und die Einheit theilbar. Z. B. 11 ist nur durch 1
 und 11 theilbar.

§. 98. Um zu wissen, wodurch eine angegebene
 Zahl theilbar ist, können in einigen Fällen folgende
 Bemerkungen dienen:

1. Jede Zahl, deren erste Ziffer zur Rechten (die
 Stelle der Einheiten) entweder 2, 4, 6, 8 oder
 0 ist, ist durch zwey ohne Rest theilbar.
 Z. B. folgende Zahlen: 2, 4, 6, 8, 10, 12,
 784, 1878. Diese nennet man gerade Zahlen.

§. 99. 2. Ist die erste Ziffer zur Rechten ei-
 ner Zahl 1, 3, 5, 7, 9; so läßt sich die Zahl nicht
 durch 2 ohne Rest theilen; es bleibt nämlich der
 Rest 1 übrig. Z. B. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 281,
 719. Diese nennet man ungerade Zahlen.

§. 100. 3. Eine Zahl ist durch drey theilbar,
 wenn sich die Summe des Werthes der Ziffern, ohne
 auf die Stellen zu sehen, durch drey ohne Rest theilen
 läßt. Geübte Rechner lassen während der Addition
 die Ziffern 3, 6, 9 und alle durch drey theilbaren
 Summen weg. Folgende Zahlen sind durch drey
 theilbar: 3, 6, 9, 12, 15, 21, 42, 813, 723.

Folgende Zahlen sind nicht durch drey theilbar: 2, 7, 22, 82, 112, 1811.

§. 101. 4. Eine Zahl ist durch vier theilbar, wenn die zwey ersten Ziffern zur Rechten (die Stelle der Zehner und Einer) durch vier theilbar sind. Z. B. 124, weil 24 durch vier theilbar ist, ferner 48, 108, 1844, 2400. Folgende Zahlen sind nicht durch vier theilbar: 27, 39, 1206, 2802.

§. 102. 5. Eine Zahl ist durch fünf theilbar, wenn die erste Ziffer zur Rechten (die Stelle der Einheiten) entweder 5 oder 0 ist. Folgende Zahlen sind durch 5 theilbar: 5, 10, 15, 20, 200, 315, 8000. Folgende Zahlen sind nicht durch fünf theilbar: 21, 43, 86, 322, 1804.

§. 103. 6. Eine Zahl ist durch sechs theilbar, wenn sie zugleich durch 2 und 3 theilbar ist, d. h., wenn die erste Ziffer zur Rechten 2, 4, 6, 8 oder 0 ist, und sich über dieß die Summe der Ziffern durch 3 ohne Rest theilen läßt, 6, 12, 18, 432, 2160. Folgende Zahlen sind nicht durch sechs theilbar: 8, 19, 231, 184, 333.

Anmerkung. Für die Theilbarkeit mit der Zahl sieben hat man kein eben so leichtes Kennzeichen, als für die bisherigen Zahlen. Hier muß man die Division mit sieben versuchen.

§. 104. 7. Eine Zahl ist durch acht theilbar, wenn sich die drey ersten Ziffern zur Rechten

(Einheiten, Zehner und Hunderter, durch acht ohne Rest theilen lassen. Z. B. 18408 ist durch 8 theilbar, weil 408 durch 8 theilbar ist. Folgende Zahlen sind durch acht theilbar: 48, 336, 472, 1016, 6648. Folgende Zahlen sind nicht durch acht theilbar: 42, 332, 470, 1010, 6641.

§. 105. 8. Eine Zahl läßt sich durch neun ohne Rest dividieren, wenn sich die Summe der Ziffern durch neun ohne Rest dividieren läßt. Während der Addition läßt man der Kürze wegen alle neun weg.

Folgende Zahlen sind durch neun theilbar: 9, 18, 27, 3645, 7101. Folgende Zahlen sind nicht durch neun theilbar, 8, 12, 276, 8103.

§. 106. 9. Eine Zahl läßt sich durch 10, 100, 1000, u. s. w., ohne Rest dividieren, wenn die Zahl zur Rechten entweder eine, zwey oder drey Nullen hat. Es läßt sich ohne Rest dividieren:

40 mit 10.

700 mit 10 und 100.

2000 mit 10, 100, 1000.

§. 107. 10. Eine Zahl läßt sich durch elf ohne Rest dividieren, wenn man zuerst die geraden Stellen, dann die ungeraden addirt, und beyde Summen von einander abzieht; ist dann der Rest 0, oder eine durch 11 theilbare Zahl, nämlich 11, 22, 33, u. s. w., so kann man mit elf ohne Rest theilen. Z. B. 1331, 2211, 13574, 20911. Folgende Zahlen lassen sich nicht ohne Rest mit elf theilen: 44, 218, 18761.

§. 108. Vermittelt diese Bemerkungen kann man größten Theils leicht eine Zahl in ihre einfachen Factoren zerfallen, da man mittelst derselben Einen Factor weiß, und den andern durch die Division findet. Z. B. von 36.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{array}$$

erhält man 2. 2. 3. 3., welche multipliciert 36 geben:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ \hline 4 \\ 3 \\ \hline 12 \\ 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

§. 109. Die ganze Rechnung mit Brüchen gründet sich vorzüglich auf folgende sechs Sätze.

1. Wenn man den Zähler eines Bruches mit einer ganzen Zahl multipliciert, den Nenner aber ungeändert läßt, so wird der Werth des Bruches so viel Mal größer, als die ganze Zahl anzeigt.

Brüche werden also mit ganzen Zahlen multipliciert, wenn man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliciert, und den Nenner ungeändert darunter schreibt. Z. B. Wenn ein Buch Papier $\frac{2}{3}$ fl. kostet, so kosten 4 Buch $\frac{8}{3}$ fl., das ist $2\frac{2}{3}$ fl.

§. 110. 2. Wenn man den Nenner eines Bruches mit einer ganzen Zahl multipliciert, den Zähler aber ungeändert läßt; so wird der Werth des Bruches so viel Mal kleiner, als die ganze Zahl anzeigt. Brüche werden also mit ganzen Zahlen dividirt, wenn man den Nenner mit der ganzen Zahl multipliciert, und den Zähler ungeändert läßt. Z. B. Wenn zwey Ellen Bänder $\frac{3}{4}$ fl. kosten, so kostet eine Elle $\frac{3}{8}$ fl.

§. 111. 3. Wenn man Zähler und Nenner eines Bruches mit der nämlichen Zahl multipliciert; so bleibt der Werth des Bruches unverändert. Z. B. $\frac{3}{4}$ fl. ist so viel, als $\frac{6}{8}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{15}{20}$, u. s. w.

§. 112. 4. Wenn man den Zähler eines Bruches mit einer ganzen Zahl dividirt, den Nenner aber ungeändert läßt; so wird der Bruch so viel Mal kleiner, als die ganze Zahl anzeigt. Wenn man also einen Bruch durch eine ganze Zahl dividiren soll: so kann dieses auch geschehen, wenn man den Zähler mit der ganzen Zahl dividirt, den Nenner aber ungeändert läßt. Hier muß der Zähler durch die ganze Zahl theilbar seyn. Z. B. Der dritte Theil von $\frac{3}{4}$ fl. ist $\frac{1}{4}$ fl.

§. 113. 5. Wenn man den Nenner eines Bruches mit der ganzen Zahl dividirt, den Zähler aber ungeändert läßt; so wird der Werth des Bruches so viel Mal größer, als die ganze Zahl anzeigt. Man kann also einen Bruch ebenfalls mit einer gan-

zen Zahl multiplicieren, wenn man den Nenner des-
selben mit der ganzen Zahl dividirt, und den Zäh-
ler ungeändert läßt. Der Nenner muß aber durch die
ganze Zahl theilbar seyn. Z. B. fl. $\frac{2}{3}$ ist drey Mahl
so viel als fl. $\frac{2}{9}$.

§. 114. 6. Wenn man Zähler und Nenner
eines Bruches durch die nämliche Zahl dividirt, so
bleibt der Werth des Bruches unverändert, z. B. $\frac{6}{12}$
ist so viel als fl. $\frac{1}{2}$.

Wenn man einen Bruch auf diese Art mit ei-
nem kleineren Zähler und Nenner ohne Verände-
rung des Werthes ausdrückt, so nennet man die-
ses Verfahren Abkürzen oder Aufheben des
Bruches.

Die Zahl, womit man den Bruch abkürzt, heißt
man die Hebezahl.

Die Hebezahl muß sowohl im Zähler,
als im Nenner ohne Rest enthalten seyn, und
wird ober den Bruch, den man abkürzt, geschrieben.
Der vorige Bruch wird so mit der Hebezahl 6 ab-
gekürzt:

$$\begin{array}{r} 6 \\ \overline{) 6 \mid 1} \\ 12 \mid 2 \end{array}$$

§. 115. Soll man einen Bruch abkürzen,
so merke man sich vorläufig folgende Regeln:

1. Ein Bruch, dessen Nenner eine einfache Zahl
ist, läßt sich nicht abkürzen, der Zähler mag
was immer für eine Zahl seyn. Z. B. $\frac{7}{11}$, $\frac{5}{13}$,

- $\frac{1}{2}$ lassen sich nicht abkürzen, weil 11, 13, 19, einfache Zahlen sind.
2. Ist der Zähler eines Bruches eine einfache Zahl, so läßt sich der Bruch, wenn er sich anders abkürzen läßt, nur allein durch den Zähler aufheben.
3. B. $\frac{1}{3}$ läßt sich nur mit 11 aufheben, und gibt $\frac{1}{3}$. Aber $\frac{7}{20}$ läßt sich nicht abkürzen, weil er sich nicht mit 7 aufheben läßt.
3. Läßt sich der Bruch wahrscheinlich abkürzen; so suche man nach den oben gegebenen Kennzeichen, ob sich nicht sowohl Zähler, als Nenner durch die Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 100 aufheben lassen. Diese Zahl ist dann die Hebezahl. Man merke sich aber wohl, daß sich beyde Zahlen, Zähler und Nenner durch die nämliche Zahl müssen theilen lassen; und wenn die Zahl nur in einer enthalten ist, sich der Bruch durch dieselbe nicht aufheben läßt.

Um nicht ohne Noth in diesen Versuchen weitläufig zu seyn, merke man nur noch:

4. Wenn sich ein Bruch nicht durch zwey aufheben läßt, so läßt er sich auch nicht durch 4, 6, 8, 10, oder was immer für eine gerade Zahl aufheben.
5. Läßt sich der Bruch nicht durch drey aufheben, so läßt er sich weder durch 6, 9, noch was immer für eine durch drey theilbare Zahl aufheben.
6. Läßt sich der Bruch nicht durch fünf aufheben, so läßt er sich weder durch 10, noch was immer für eine durch fünf theilbare Zahl aufheben.

7. Man thut wohl, wenn man, nachdem man zuerst die Nullen am Ende abkürzt, das Aufheben mit den Zahlen 2, 3 und 5 versucht, weil sich die übrigen Zahlen darauf gründen.
8. Man kürze lieber durch eine größere, als kleinere Zahl ab; denn dadurch wird die Abkürzung weniger weitläufig.

Folgende Beispiele dienen zur Erläuterung.

43. Aufgabe. Man soll folgenden Bruch abkürzen $\frac{360}{720}$ fl.

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r|l} \overline{6} & 6 \\ 360 & | 6 | 1 \\ \hline 720 & | 12 | 2 \end{array}$$

Antwort: $\frac{360}{720}$ fl. ist so viel als $\frac{1}{2}$ fl.

44. Aufgabe. Man soll den Bruch $\frac{24}{36}$ fl. abkürzen.

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r|l} \overline{4} & 3 \\ 24 & | 6 | 2 \\ \hline 36 & | 9 | 3 \end{array}$$

Antwort: $\frac{24}{36}$ fl. ist so viel als $\frac{2}{3}$ fl.

§. 116. Durch das angegebene Verfahren läßt sich beynahe jeder Bruch abkürzen. Sind aber Zähler und Nenner groß; so ist leicht möglich, daß sich der Bruch weiter abkürzen läßt, wenn man die Bezahlszahl auf folgende Art sucht.

1. Dividiere man den Nenner des Bruches mit dem Zähler. Entsteht in dieser Division kein Rest, so ist der Divisor (der Zähler) die Hebezahl.
2. Bleibt ein Rest, so ist derselbe für eine neue Division der Divisor, und der vorige Divisor wird Dividendus.
3. Dieses Dividieren wird so lange fortgesetzt, bis der Divisor endlich einmahl im Dividendus enthalten ist.
4. Der Divisor, welcher in seinem Dividendus enthalten ist, ist auch die Hebezahl. Der durch dieselbe aufgehobene Bruch läßt sich nicht weiter aufheben.
5. Kommt zuletzt die Einheit zum Reste, so läßt sich der Bruch in keinem Falle aufheben.

Diese Art, die Hebezahl durch die Division zu suchen, nennt man gewöhnlich die *Staffel-Division*.

Folgende Beispiele werden dieses erläutern.

45. Aufgabe. Man soll den Bruch $\frac{15212}{26320}$ fl. aufheben.

R e c h n u n g.

$ \begin{array}{r} 3 \\ 8 \overline{) 15912 \, \, 1080 \, \, 663 \, } \\ \underline{26520 \, \, 3315 \, \, 1105 \, } \\ 221 \, \, 663 \, \, 3 \\ \underline{ } \\ \end{array} $	Staffel-Division. $ \begin{array}{r} 663 \overline{) 1105 \, \, 1} \\ \underline{442 \, \, 663 \, \, 1} \\ 221 \, \, 442 \, \, 2 \\ \end{array} $ Hebezahl
--	---

Antwort: $\frac{15212}{26320}$ sind $\frac{3}{2}$ fl.

Anleit. z. Rechnen. I. Thl.

F

46. Aufgabe. Man soll den Bruch $\frac{37}{181}$ fl. abkürzen.

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 101} \mid 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 37} \mid 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 27} \mid 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 10} \mid 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 7} \mid 2 \\ \hline \end{array}$$

Hebezahl

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 3} \mid 3 \\ \hline \end{array}$$

Antwort: Da mittelst der Staffel-Division 1 als Hebezahl kommt, so läßt sich der Bruch ohne Veränderung des Werthes nicht aufheben.

§. 117. Läßt sich dieser Bruch nicht abkürzen, oder wird er durch die Abkürzung nicht so bequem, als man ihn wünscht; so kann man ihn ungefähr abkürzen, so, daß nichts Beträchtliches fehlt. Dieses geschieht gewöhnlich, wie wohl nicht genau, wenn man sowohl im Zähler als Nenner zur Rechten gleich viele Ziffern wegläßt. B. B. $\frac{2}{4} \frac{11}{13} \frac{3}{5}$ fl. ist ungefähr $\frac{3}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ fl.

§. 118. Oft ist es nothwendig, einen Bruch durch einen größeren Nenner auszudrücken, ohne den Werth desselben zu ändern. Dieses kann aber nur geschehen, wenn der Nenner des angegebenen Bruches in dem größeren Nenner ohne Rest enthalten ist.

Zu dem Ende dividire man den größeren Nen-

ner durch den angegebenen, und multipliciere den Quotienten durch den Zähler. B. B. soll man $\frac{3}{4}$ fl. als 24 Theile ausdrücken, so erhält man

$$\begin{array}{r|l} 4 & 24 \\ \hline & 6 \\ & 3 \end{array}$$

18 nämlich $\frac{1}{2} \frac{8}{4}$, welche abgekürzt wieder $\frac{3}{4}$ fl. geben.

§. 119. Will man wissen, welcher von mehreren Brüchen größer ist als der andere, so kann man dieses leicht erfahren, wenn sie gleiche Nenner haben.

Bei gleichen Nennern ist jener Bruch der größte, welcher den größten Zähler, das ist, bei gleich großen Theilen die meisten hat. B. B. $\frac{1}{3} \frac{7}{5}$ fl. ist mehr als $\frac{1}{3} \frac{2}{5}$ fl.

§. 120. Haben die Brüche ungleiche Nenner, so kann man erst dann wissen, welcher größer ist, wenn man sie mit dem nämlichen Nenner ausdrückt, das ist, unter gleiche Benennung bringt, wobey man Folgendes zu beobachten hat:

1. Man suche den allgemeinen Nenner, welcher so beschaffen seyn muß, daß jeder einzelne Nenner in demselben ohne Rest enthalten ist.

Dieser allgemeine Nenner wird im Allgemeinen gefunden, wenn man alle Nenner in was immer für einer Ordnung mit einander multiplicieret.

Der allgemeine Nenner wird oben zur Seite der Brüche, doch nur Ein Mal geschrieben.

2. Um den Zähler eines jeden Bruches zu finden, dividire man den allgemeinen Nenner mit dem Nenner eines jeden Bruches, und multipliciere den Quotienten mit dem Zähler. Die gefundenen Zähler werden unter den allgemeinen Nenner an die Seite der dazu gehörigen Brüche geschrieben.

Das Leichte wird hierüber im Kopse berechnet.

Folgende Aufgabe dient zur Erläuterung.

47. Aufgabe. Folgende Brüche sollen unter einerley Benennung gebracht werden: $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$ fl.

R e c h n u n g.

fl.	30	2	
	15	3	
	20	<u>6</u>	
	18	5	
	<u>30</u>	<u>30</u>	allgemeine
			Nenner.
2 30 15	3 30 10	5 30 6	
<u>2</u>	<u>3</u>	<u>5</u>	
„ erster Z.	2	3	
	20 zweyter Z.	18	
		Dritter Z.	

Antwort: Man erhält für die obigen folgende gleich benannte Brüche $\frac{1}{30}$, $\frac{2}{30}$, $\frac{1}{20}$ fl. Hier ist der zweyte Bruch $\frac{2}{30}$ der größte.

§. 121. Es ist gut, wenn der allgemeine Nenner so klein ausfällt, als es angeht. um

durch Abkürzen einen kleineren und vortheilhafteren allgemeinen Nenner zu finden, beobachte man folgende Regeln:

1. Man schreibe alle Nenner in einer Reihe, und mache zwischen ihnen zur Absonderung Punkte.
2. Man suche, ob nicht ein Nenner in dem andern ohne Rest enthalten ist, und durchstreiche den kleineren.
3. Lassen sich zwey Nenner gegen einander aufheben, das ist, mit der nämlichen Zahl dividieren, so kürze man sie ab. Zu dem Ende mache man unter den Nennern einen langen Querstrich, schreibe an die Seite desselben die Zahl, mit welcher man zwey Nenner abkürzt, unter dem Striche aber die Nenner, welche sich nicht aufheben lassen, unverändert herab. Von den aufgehobenen Zahlen kommen nur die Quotienten herab.
4. Zuletzt, wenn sich nichts mehr aufheben läßt, multipliciere man alle unter dem Querstriche befindlichen Zahlen mit jenen, welche an der Seite des Querstriches stehen, (mit dem man nämlich abkürzte). Dieses Product ist der kleinste allgemeine Nenner, der gefunden werden kann, wenn man so lange abgekürzt hat, als es möglich war.

Folgende Aufgabe wird dieses erläutern.

48. Aufgabe. Es sollen folgende Brüche unter einerley Benennung gebracht werden: $\frac{1}{2}$ fl., $\frac{2}{3}$ fl., $\frac{3}{4}$ fl., $\frac{5}{6}$ fl., $\frac{1}{8}$ fl.

R e c h n u n g.

fl.	252	2	Alle Nenner.
$\frac{1}{2}$	126	3	2. 3. 7. 12. 18.
$\frac{2}{3}$	168		7. 6. 9.
$\frac{3}{4}$	108	6	7. 2. 3.
$\frac{5}{7}$	105		2
$\frac{1}{8}$	182		14
			3
			42
			6
			182
			Allgem. Nenner 252

Erklärung. 2 und 3 sind durchstrichen, weil sie in 12 und 18 enthalten sind. Durch 2 ist 12 und 18, durch 3 aber 6 und 9 abgekürzt.

Die Zähler findet man aber so:

2 252 126	3 252 84	7 252 36
12	2	3
168	42	108
12 252 21	18 252 14	
5	13	
12	72	42
105	14	182

Antwort: Für die angegebenen Brüche erhält man folgende gleich benannte: fl. $\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{6}{6}$, $\frac{1}{3}\frac{6}{3}\frac{8}{6}$, $\frac{1}{5}\frac{8}{5}\frac{8}{6}$, $\frac{1}{6}\frac{8}{6}\frac{2}{6}$, woraus man sieht, daß der letzte, $\frac{4}{3}\frac{3}{8}$ (oder) $\frac{1}{5}\frac{8}{5}\frac{2}{6}$ unter allen der größte ist.

§. 122. Beim Addieren der Brüche hat man Folgendes zu bemerken:

1. Man addiert Brüche von der nämlichen Benennung, wenn man die Zähler addiert, und ihren Nenner darunter schreibt.
2. Haben die Brüche ungleiche Nenner, so bringe man sie vorher auf gleiche Benennung.
3. Sind ungleich benannte Zahlen mit Brüchen zu addieren, so addiere man zuerst die Brüche, als die kleinste Benennung, dann erst die Ganzen.
4. Liegen bey den Brüchen verschiedene Ganze zum Grunde, so müssen die Brüche zu dem nämlichen Ganzen aufgelöst werden. Außer dem würde man sie nicht addieren können.
5. Kommt in der Summe ein uneigentlicher Bruch, so wird er zu Ganzen gemacht, und nur der Rest angeschrieben; das Ganze aber zu den folgenden Ganzen der nämlichen Benennung addiert.
6. Läßt sich zuletzt der Bruch abkürzen, so kann und soll dieses auch geschehen.

Folgende Aufgaben werden dieses erläutern.

49. Aufgabe. Es hat jemand nach und nach Folgendes an Safran verbraucht: $2\frac{3}{16}$ Lth., $5\frac{7}{16}$ Lth., $4\frac{1}{16}$ Lth., $2\frac{7}{16}$ Lth. Wie viel beträgt dieses zusammen?

R e c h n u n g.

	16
	3
2.	3
5.	7
4.	15
2.	7
15!	$\frac{32}{16}$ sind 2 Ganze.

Antwort: 15 Loth.

50. Aufgabe. Jemand hat vier Fässer Wein, welche Folgendes enthalten:

12 Eimer 7 $\frac{3}{4}$ Maß.

9 " 12 $\frac{1}{2}$ "

13 " 26 $\frac{3}{8}$ "

7 " 31 $\frac{5}{8}$ "

Wie viel beträgt dieses zusammen?

R e c h n u n g.

E. M. 8

12 " 7 = 6

9 " 12 = 4

13 " 26 = 3

7 " 31 = 5

E. 42 = 38 = $\frac{1}{4}$ ($1\frac{1}{8}$ gibt $2\frac{1}{4}$ Maß).

Antwort: 42 Eimer 38 $\frac{1}{4}$ Maß.

51. Aufgabe. Wie viel beträgt $\frac{1}{2}$ Ducaten und $\frac{1}{4}$ Kronenthaler zusammen in barer Münze.

R e c h n u n g.

fl. 4. 30

2 fl. 2. 15

fl. 2. 12

4 fl. — 33

fl. 2. 15

33

fl. 2. 48

Antwort: 2 fl. 48 fr. in barer Münze.

§. 123. Bey der Subtraction in Brüchen, wenn nämlich beyde Zahlen Brüche sind, oder nur Eine einen Bruch bey sich hat, merke man, wenn die größere Zahl oben, die kleinere unten ist, folgende Regeln:

1. Man sehe zuerst, ob die Brüche gleiche Nenen-

nung haben; ist dieses nicht, so bringe man sie darauf.

2. Man subtrahiere dann den Zähler des unten stehenden Bruches von dem über ihm stehenden.
3. Kann man nicht subtrahieren, so borge man bey dem nächsten Ganzen eine Einheit, löse sie in einen Bruch von dem gegebenen Nenner auf, und addiere den vorhandenen Bruch dazu. Nun kann man den Zähler subtrahieren, und schreibe den Nenner darunter.
4. Liegen verschiedene Ganze zum Grunde, so löse man die Brüche in das nämliche Ganze auf; außer dem könnte nicht subtrahiert werden.
5. Der Rest kann, wenn es sich thun läßt, abgekürzt werden.
6. Nach den Brüchen subtrahiere man die Ganzen.

Folgende Beispiele werden dieses erläutern.

82. Aufgabe. Es ist jemand schuldig $12\frac{3}{4}$ fl.; wenn darauf $7\frac{1}{4}$ fl. bezahlt werden, wie groß bleibt die Schuld?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 \text{fl. } 12 \frac{3}{4} \\
 \underline{7 \frac{1}{4}} \\
 \text{fl. } 5 \frac{2}{4} \left(\frac{1}{2} \right).
 \end{array}$$

Antwort: $5\frac{1}{2}$ fl.

53. Aufgabe. Es kauft jemand $3\frac{1}{4}$ Ellen Batist, und verbraucht davon $1\frac{2}{3}$ Ellen. Wie viel bleibt noch übrig?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 \text{E. } 3 \frac{1}{4} 3 - 15 \\
 1 \frac{2}{3} 8 \\
 \hline
 1 \frac{7}{12}
 \end{array}$$

Antwort: $1 \frac{7}{12}$ Ellen.

54. Aufgabe. Es hat jemand 200 fl. eingenommen, aber 153 fl. 24 $\frac{3}{4}$ kr. wieder davon ausgegeben. Wie viel bleibt noch übrig?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 \text{fl. } 200 - \\
 153. 24 \frac{3}{4} \\
 \hline
 \text{fl. } 46. 35 \frac{1}{4}
 \end{array}$$

Antwort: 46 fl. 35 $\frac{1}{4}$ kr.

55. Aufgabe. Es hat jemand $\frac{3}{4}$ Zent. Zucker gekauft, aber davon $21 \frac{3}{4}$ Th verbraucht. Wie viel bleibt übrig?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 100 \\
 \hline
 4 \overline{) 300} \quad 75 \text{ Th} \\
 \underline{20} \\
 \hline
 \dots
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \text{Th. } 75 \\
 21 \frac{3}{4} \\
 \hline
 \text{Th. } 53 \frac{1}{4}
 \end{array}$$

Antwort: $53 \frac{1}{4}$ Th .

§. 124. Wenn in der Multiplication ein Factor oder beyde Factoren Brüche sind, so gehört das

Beispiel zur Multiplication der Brüche. Man beobachte bey derselben folgende Regeln:

1. Man gebe beyden Factoren die Gestalt der Brüche, und multipliciere dann Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.
2. Es wird zu dem Ende, wenn ein Factor ein gemischter Bruch ist, derselbe eingerichtet, und ist er eine ganze Zahl, so wird die Einheit darunter geschrieben.
3. Eine ungleich benannte Zahl wird in die kleinste Benennung aufgelöst.
4. Am Ende kann das Product abgekürzt, und in eine kleinere Benennung aufgelöst, die kleinere Benennung auf eine größere gebracht, und uneigentliche Brüche zu Ganzen gemacht werden.

Anmerkungen. Hier ist der schicklichste Ort, etwas von den bey dem Rechnen gewöhnlichsten Zeichen zu sagen. Es sind folgende:

1. Das Zeichen der Addition, ein gerades Kreuz (+), es wird mit dem Worte mehr oder UND ausgesprochen. B. B. $3 + 4 \text{ Th}$ heißt 3 mehr 4 Th. Hier soll 3 und 4 addiert werden.
2. Das Zeichen der Subtraction, ein Querstrich (—), es wird mit dem Worte weniger, oder VON ausgesprochen, und man setzt dasselbe nach der Zahl, von welcher man abzieht. B. B. $3 - 1 \text{ fl.}$ heißt 3 fl. weniger 1 fl. Hier soll 1 fl. von 3 fl. abgezogen werden.

Diese beyden Zeichen sind im gemeinen Leben weniger gewöhnlich als folgende.

3. Das Zeichen der Multiplication, ein lie-

gendes Kreuz ($\times$); es wird mit dem Worte multiplicirt oder Mahl ausgesprochen, und vorzüglich bey der Multiplication in Brüchen zwischen die Factoren gesetzt. B. B. $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$ fl. heißt $\frac{3}{4}$ multiplicirt mit $\frac{4}{5}$ fl.

4. Das Zeichen der Division, ein Doppelpunct ($:$); man setzet den Dividendus vor, den Divisor nach demselben, und spricht es mit dem Worte dividirt aus. B. B. fl. $\frac{3}{4} : \frac{4}{5}$ heißt, fl. $\frac{3}{4}$ dividirt mit $\frac{4}{5}$. Hier ist fl. $\frac{3}{4}$ der Dividendus, $\frac{4}{5}$ der Divisor.

5. Das Zeichen der Gleichheit, zwey gleiche über einander stehende Querstriche ($=$); es wird mit gleich ausgesprochen. B. B. $3 + 4 = 7$ heißt 3 mehr 4 ist gleich 7.

Folgende Aufgaben werden die Regeln der Multiplication in Brüchen erläutern.

56. Aufgabe. Wie hoch kommt $\frac{1}{4}$ Maß Wein: wenn die Maß $\frac{5}{6}$ fl. kostet.

R e c h n u n g.

$$\frac{1}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{24}.$$

Antwort: $\frac{5}{24}$ fl.

57. Aufgabe. Jemand kauft ein Haus um 24000 fl., und bezahlt $\frac{3}{4}$ Theil bar. Wie viel beträgt dieses?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r} 24000 \\ \hline 1 \end{array} \times \frac{3}{4} = \frac{72000}{4} = 18000 \text{ oder } \begin{array}{r} 24000 \\ \hline 3 \\ 72000 \\ \hline 4 \\ 18000 \end{array}$$

Antwort: 18000 fl.

58. Aufgabe. Wenn die Elle Leinwand $1\frac{3}{4}$ fl. kostet, wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Ellen?

R e c h n u n g.

$$\frac{1\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}}{\frac{7}{4} \times \frac{3}{4}} = \frac{2\frac{1}{4}}{1\frac{1}{8}} = 1\frac{5}{8}.$$

Antwort: $1\frac{5}{8}$ fl.

59. Aufgabe. Wenn die Klafter Holz $21\frac{5}{8}$ fl. kostet, wie hoch kommen 20 Klafter?

R e c h n u n g.

$$\frac{21\frac{5}{8} \times 20}{\frac{131}{6} \times \frac{20}{1} \left| \frac{2620}{6} \right|} = 436\frac{4}{8} \left(\frac{2}{3} \right).$$

Antwort: $436\frac{2}{3}$ fl.

60. Aufgabe. Eine Flasche Quecksilber wiegt $2\frac{3}{4}$ lb, wovon das Pfund $3\frac{1}{2}$ fl. kostet. Wie viel beträgt dieses?

R e c h n u n g.

$$\frac{2\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2}}{\frac{11}{4} \times \frac{7}{2} \left| \frac{77}{8} \right|} = 9\frac{5}{8}.$$

Antwort: $9\frac{5}{8}$ fl.

§. 125. Bey der Multiplication in Brüchen bemerkt man noch:

1. Wenn man einen Bruch mit seinem eigenen Nenner multipliciert, kommt der Zähler zum Producte.

$$\text{B. B. fl. } \frac{3}{5} \times 5 = \frac{3}{5} \times \frac{5}{1} = \frac{15}{5} = 3 \text{ Product.}$$

2. Brüche, welche mehr als einen Nenner haben, nennt man Brüche aus Brüchen. B. B. fl. $\frac{1}{2}$ ein halbes Drittel, fl. $3 \frac{1}{2}$ drey ein halbes Fünftel. Man bringt sie auf gemeine Brüche, wenn man Zähler mit Zähler, Nenner mit Nenner multiplicieret. B. B. obige beyde Brüche

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ und } 3 \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$$

Es beträgt fl. $\frac{1}{2}$ so viel als fl. $\frac{1}{6}$.

und $3 \frac{1}{2}$ $\frac{7}{10}$.

§. 126. Wenn bey einer Division entweder der Divisor, oder der Dividendus, oder beyde Brüche sind, so gehört die Aufgabe zur Division in Brüchen.

Man beobachte hierbey folgende Regeln:

1. Man gebe den Zahlen, wenn sie keine Brüche sind, die Gestalt der Brüche, und löse zugleich benannte Zahlen, wie bey der Multiplication, in die kleinste Benennung auf. Zwischen beyden Zahlen kommt das Divisions-Zeichen, vor dasselbe aber der Dividendus zu stehen.
2. Man lehre den Divisor um, das ist, man mache den Zähler zum Nenner, und den Nenner zum Zähler. Nun ist die Rechnung in eine Multiplication in Brüchen verwandelt.

3. Man multipliciere dann, wie bey der Multiplication, Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner. Der dadurch erhaltene Bruch ist der Quotient.

4. Der Quotient kann, wenn es sich thun läßt, abgekürzt, in eine kleinere Benennung aufgelöst, und uneigentliche Brüche zu Ganzen gemacht werden.

Folgende Beispiele werden dieses erläutern.

61. Aufgabe. Es hat jemand $4\frac{1}{2}$ Ellen Tuch mit fl. $48\frac{3}{8}$ bezahlt, wie hoch kommt Eine Elle?

R e c h n u n g.

$$48\frac{3}{8} : 4\frac{1}{2} \\ \frac{387}{8} : \frac{9}{2} = \frac{387}{8} \times \frac{2}{9} = \frac{774}{72} = 10\frac{54}{72} \left(\frac{3}{4}\right).$$

Antwort: Um fl. $10\frac{3}{4}$.

62. Aufgabe. Wenn $20\frac{1}{2}$ Eimer Wein $522\frac{7}{8}$ fl. kosten, wie hoch kommt der Eimer?

R e c h n u n g.

$$522\frac{7}{8} : 20\frac{1}{2} \\ \frac{4183}{8} : \frac{41}{2} \\ \frac{4183}{8} \times \frac{2}{41} = \frac{8366}{328} = 25\frac{166}{328} \text{ oder beynahe } \frac{1}{2}.$$

Antwort: Etwas über $25\frac{1}{2}$ fl.

§. 127. Will man wissen, welcher Theil eine Zahl von einer andern ist, welche entweder die nämliche Benennung hat, oder auf gleiche Benennung gebracht werden kann, so nennet man dieses Verfahren Reducieren in Brüchen.

Hierbey beobachte man folgende Regeln:

1. Man löse beyde Zahlen so lange in eine kleinere Benennung auf, bis beyde eine gleiche Benennung erhalten.
2. Nun ist die Aufgabe eine Division in ganzen Zahlen oder Brüchen, nachdem die Zahlen beschaffen sind: nur merke man, daß jene Zahl Divisor ist, von welcher die andere ein Theil seyn soll.
3. Die Division geschieht gewöhnlich so, daß man die Zahlen bruchweise ansetzt, wo der Divisor Nenner wird. Dieser Bruch kann abgekürzt werden.

Folgende Beispiele werden dieses erläutern.

63. Aufgabe. Was für einen Theil eines Pfundes machen 24 Loth?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 3 \overline{) 24} \quad 3 \\ \hline 32 \quad 4 \end{array}$$

Antwort: Sie sind $\frac{3}{4}$ Pf.

64. Aufgabe. Was für ein Theil eines Kronenthalers ist ein Zwanziger?

$$\begin{array}{r|l}
 \text{fl. 2. 12} & 4 \\
 \hline
 60 & | \quad 20 \quad | \quad 5 \\
 132 & | \quad 132 \quad | \quad 33 \\
 \hline
 \text{Antwort: Der } \frac{5}{33} \text{ Theil.}
 \end{array}$$

65. Aufgabe. Was für ein Theil eines Gul-
dens sind $52\frac{1}{2}$ Fr.

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r|l}
 52\frac{1}{2} & 60 \\
 \hline
 105 & \text{Halbe 2} \\
 & \hline
 & 120 \\
 \hline
 \text{Antwort: } \frac{7}{8} \text{ fl.}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 5 & 3 \\
 \hline
 105 & | \quad 21 \quad | \quad 7 \\
 120 & | \quad 24 \quad | \quad 8
 \end{array}$$

§. 128. Zum Schlusse dieses Kapitels kann man sich Folgendes merken.

1. Die Proben bey den Brüchen werden wie bey den ganzen Zahlen gemacht.
2. In Geschäften, wo Brüche vorkommen, sind sie von der Beschaffenheit, daß sie sich leicht wirklich darstellen und leicht unter sich vergleichen lassen, und sind meistens nur folgende: Halbe, Viertel, Achtel, Sechszehntel, Drittel, Sechstel u. s. w.
3. Kommen mittelst der Rechnung andere Brüche vor, welche sich nicht darstellen lassen; so nimmt man statt ihrer die nächsten Brüche, wo dieses der Fall ist. Z. B. anstatt fl. $\frac{1}{2}\frac{1}{3}$ nimmt man fl. $\frac{1}{2}$. Die Rechnung wird dadurch freylich nicht ganz genau: allein es fehlt nichts Beträchtliches, und das Verfahren wird verkürzt.

4. Eine Zahl kann nicht anders verändert werden, als wenn man etwas dazu setzt oder wegnimmt. Das ganze Rechnen gründet sich also eigentlich auf zwey Rechnungsarten, auf das Dazulegen (Addieren) und das Wegnehmen (Subtrahieren).

Die Multiplication ist eine bequemere Art zu addieren; die Division eine bequemere Art zu subtrahieren.

Es können demnach nicht mehr als folgende vier Rechnungsarten (Species) seyn: Die Addition, Subtraction, Multiplication, Division. Das Nummeriren ist keine Rechnungsart, weil dabey nicht gerechnet wird.

5. Der Gebrauch einer jeden Rechnungsart erhellet schon aus der Erklärung derselben; um aber dieses recht geläufig zu machen, ist es nothwendig, sich in der Berechnung vieler wirklichen Rechnungsfälle zu üben.

6. Oft wünscht man zwischen mehreren verschiedenen Zahlen eine mittlere Zahl zu finden, welche man Durchschnitt nennt. In diesem Falle addiere man die Zahlen, und dividire die Summe mit der Zahl derselben, wie folgendes Beispiel zeigt:

66. Aufgabe. Jemand verdient sich durch drey Monathe: Im Jänner fl. 150. 24 kr., im Februar 110 fl. 18 kr., im März fl. 96. 21. kr. Wie viel kommt im Durchschnitte auf jeden Monath?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 \text{fl. } 150. \quad 24 \text{ fr.} \\
 110. \quad 18 \\
 96. \quad 21 \\
 \hline
 3 \mid \text{fl. } 357. \quad 3 \mid 119 \text{ fl. } 1 \text{ fr.} \\
 \hline
 27 \\
 \hline
 \end{array}$$

Antwort: fl. 119 fl. 1 fr.

Z e h n t e s K a p i t e l.

Von den Verhältnissen, von der Proportion, von der einfachen geraden und umgekehrten Regel de Tri in ganzen Zahlen und Brüchen.

§. 129. Die Vergleichung zweyer Zahlen nennt man ein Verhältniß.

Es gibt zwey Arten von Verhältnissen:

1. Das geometrische, nämlich die Vergleichung zweyer Zahlen, wenn man sucht, wie viel Mahl eine Zahl größer oder kleiner als eine andere gleichnamige sey, und also wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist. Hierbey wird die Division angewendet. Z. B. Wenn ich sage, 6 fr. sind drey Mahl so viel als 2 fr.; so betrachte ich das geometrische Verhältniß zwischen 6 fr. und 2 fr.
2. Das arithmetische, nämlich die Vergleichung zweyer Zahlen, wenn man sucht, um wie viel eine Zahl größer oder kleiner sey, als eine an-

dere gleichnamige. Wenn ich sage : 6 Fr. sind um vier Kreuzer mehr als 2 Fr. ; so betrachte ich das arithmetische Verhältniß der Zahlen 6 Fr. und 2 Fr.

Von dem geometrischen Verhältnisse wird im gemeinen Leben vorzüglich Gebrauch gemacht ; und wenn in der Folge von Verhältnissen geredet wird, versteht man jederzeit das geometrische.

§. 130. Die zwey Zahlen, welche man vergleichen will, müssen entweder schon einerley Benennung haben, oder auf dieselbe gebracht werden können. **B. B.** Es stehen im Verhältnisse:

fl. 2 zu fl. 4

℥ 6 zu ℥ 18

Es stehen nicht im Verhältnisse:

fl. 2 zu ℥ 4

℥ 6 zu fl. 18

Eben so stehen fl. 2 mit 30 Fr. nur im Verhältnisse, wenn man sie gleich benannt macht:

fl. 2. zu fl. $\frac{1}{2}$ oder

Fr. 120 zu Fr. 30

§. 131. Die Zahlen, welche mit einander im Verhältnisse stehen, heißen Glieder; wovon jenes, welches zuerst steht, das vorhergehende oder erste Glied, das andere aber das nachfolgende oder letzte, oder auch zweyte Glied genannt wird.

Weil bey dem geometrischen Verhältnisse die Division angewendet wird, setzt man zwischen beyde Glieder das Divisions-Zeichen: **z. B.**

Vorhergehendes

℥ 3

Nachfolgendes Glied

6 ℥

§. 132. Die Glieder eines Verhältnisses können gleich oder ungleich seyn.

Sind sie gleich, so hat das Verhältniß der Gleichheit Statt. Z. B. fl. 2 : fl. 2.

Sind die Glieder des Verhältnisses ungleich, so nennet man dasselbe steigend, wenn das vorhergehende Glied kleiner als das nachfolgende ist; und im umgekehrten Falle fallend z. B.

Verhältniß der Gleichheit. fl. 12 : fl. 12

steigendes Verhältniß fl. 12 : fl. 24

fallendes Verhältniß fl. 24 : fl. 12

§. 133. Jene Zahl, welche anzeigt, um wie vielmehr das größere Glied größer als das kleinere, oder wie oft das kleinere Glied im größeren enthalten ist, nennet man den *Nahmen* oder *Exponenten* des Verhältnisses, welcher durch die Division gefunden, über das Divisions-*Zeichen* gesetzt wird, und allezeit eine unbenannte Zahl ist. Z. B.

$\underbrace{3}$ *Nahme.*

fl. 2 : fl. 6

$\underbrace{6}$ *Nahme.*

fl. 7 : 42 fl.

$\frac{1}{4}$ *Nahme.*

fl. 9 : fl. 2

§. 134. Der *Nahme* des Verhältnisses bleibt eben derselbe, es mag das größere oder kleinere Glied im Anfange stehen. Daher kann man jedes Verhältniß umkehren, das heißt, das erste Glied zum zweyten und das zweyte zum ersten machen,

ohne daß der Name verändert wird. Dadurch wird aus dem steigenden ein fallendes, und aus dem fallenden ein steigendes Verhältniß. Z. B.

$$\begin{array}{ccc} \overset{2}{\text{fl.}} & 2:\text{fl.} & 4 \text{ umgekehrt} & \overset{2}{\text{fl.}} & 4:\text{fl.} & 2 \\ \overset{9}{\text{W}} & 9:\text{W} & 1 & \overset{9}{\text{W}} & 1:\text{W} & 9 \end{array}$$

§. 135. Gleiche Verhältnisse sind solche, welche einerley Namen haben, der auf einerley Art entsteht, wenn gleich die Glieder des einen Verhältnisses von den Gliedern des andern Verhältnisses sowohl der Größe, als auch der Benennung nach verschieden sind. Verhältnisse, welche verschiedene Namen haben, sind ungleich. Z. B.

$$\begin{array}{ccc} \overset{3}{\text{W}} & 2:\text{W} & 6 \text{ ist gleich mit fl. } 7:21 \\ \overset{2}{\text{W}} & 3:\text{W} & 6 \text{ ist gleich mit fl. } 20:10, \text{ aber} \\ \overset{3}{\text{W}} & 2:\text{W} & 6 \text{ ist ungleich mit fl. } 10:\text{fl. } 20. \end{array}$$

§. 136. Die Verhältnisse bleiben so lange gleich, als sich der Name derselben nicht ändert; derselbe ändert sich aber nicht, wenn man beyde Glieder mit derselben Zahl multipliciert oder dividiert. Z. B.

$$\begin{array}{r}
 \overset{2}{\text{fl. } 3 : 6} \\
 \text{multiplic. } 2 : 2 \\
 \hline
 \overset{2}{6 : 12}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{3}{\text{fl. } 5 : 15 \text{ fl.}} \\
 \text{dividiert fl. } 5 : 5 \\
 \hline
 \overset{3}{1 : 3}
 \end{array}$$

§. 137. Zwey gleiche Verhältnisse nennet man eine Proportion. Sie besteht demnach aus zwey Verhältnissen, und hat vier Glieder; zwischen beyden Verhältnissen setzet man das Zeichen der Gleichheit. Z. B.

$$\begin{array}{ccc}
 \text{fl. } 2 & \text{fl.} & \\
 \text{fl. } 3 : 6 & = & 7 : 14
 \end{array}$$

Es gibt aber keine Proportion:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{fl. } 2 & \text{fl.} & \\
 \text{fl. } 3 : 6 & & 7 : 21
 \end{array}$$

weil beyde Verhältnisse verschiedene Nahmen haben.

§. 138. Es gibt zweyerley Proportionen:

1. Gerade, wenn beyde gleiche Verhältnisse entweder steigend, oder beyde fallend sind. Z. B.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{fl.} & \text{fl.} & & \text{fl.} & \text{fl.} & & \text{fl.} & \text{fl.} \\
 \text{fl. } 2 : 4 & = & 7 : 14 & \text{oder} & 6 : 2 & = & 18 : 6
 \end{array}$$

2. Umgekehrte, wenn von beyden gleichen Verhältnissen eines steigend, das andere fallend ist. Z. B.

Arbeiter.		Arbeiter.		Tage.		Tage.
3	:	6	=	8	:	4
steigend,				fallend.		

§. 139. Die Glieder einer Proportion nennet man nach der Stelle, in welcher sie von der Linken gegen die Rechte stehen. Das erste und vierte Glied nennet man auch die äußeren; das zweyte und dritte Glied auch die inneren Glieder. Z. B.

1tes	2tes	3tes	4tes Glied
℥	℥	fl.	fl.
2	: 4	= 7	: 14
Äußere Glieder sind 2 Pfund und 14 fl.			
Innere Glieder sind 4 Pfund und 7 fl.			

Anmerkung. Wenn es nicht ausdrücklich erinnert wird, versteht man unter dem Worte Proportion allezeit eine geometrische.

§. 140. Beym Gebrauche der Proportion merke man folgende zwey Sätze:

1. In jeder geraden Proportion ist das Product der äußeren Glieder dem Producte der innern Glieder gleich. Z. B.

℥	℥	fl.	fl.
2	:	4	= 7 : 14
Die äußeren		die inneren Glieder	
14	multipliziert	4	
2	geben	7	
28		28	
gleiche Producte			

2. Wenn vier Zahlen so stehen, daß das Product der ersten und vierten Zahl (das Product der äußern) dem Producte der zweyten und dritten (dem Producte der innern) gleich ist; so sind diese Zahlen, in der Ordnung, in welcher sie

stehen , in gerader Proportion. B. B. diese Zahlen :

$$\begin{array}{cccc} \text{W} & & \text{W} & & \text{fl.} & & \text{fl.} \\ 3 & : & 6 & = & 8 & : & 16 \end{array}$$

weil das Product der äußern sowohl , als der inneren Glieder 48 ist , stehen in dieser Ordnung in Proportion.

§. 141. Eine umgekehrte Proportion kann leicht auf eine gerade gebracht werden , wenn man eines von beyden Verhältnissen umkehrt ; dadurch wird das Product der äußeren Glieder dem Producte der inneren Glieder gleich. B. B.

Die umgekehrte Proportion :

$$\begin{array}{cccc} \text{Arbeiter} & & \text{Arbeiter} & & \text{Tage} & & \text{Tage} \\ 3 & : & 12 & = & 8 & : & 2 \end{array}$$

gibt durch Umkehrung eines Verhältnisses folgende zwey gerade Proportionen :

$$\begin{array}{cccc} \text{A.} & \text{A.} & \text{Z.} & \text{Z.} & \text{A.} & \text{A.} & \text{Z.} & \text{Z.} \\ 12 : 3 = 8 : 2 & \text{oder} & 3 : 12 = 2 : 8 \end{array}$$

§. 142. Eine Proportion bleibt so lange eine Proportion , so lange das Product der äußeren Glieder dem Producte der inneren Glieder gleich bleibt. Hieraus folget :

1. Daß man die zwey inneren Glieder unter sich verwechseln könne (d. h. das zweyte zum dritten , und das dritte zum zweyten machen) , ohne daß die Proportion geändert werde. Man betrachte aber hierbey die Zahlen als unbenannte. B. B.

Wenn $2 : 4 = 8 : 16$ eine Proportion ist , so ist $2 : 8 = 4 : 16$ ebenfalls eine.

2. Eben so können die äußeren Glieder einer Proportion verwechselt werden, ohne dieselbe zu ändern. B. B.

Wenn $2 : 4 = 8 : 16$ eine Proportion ist; so ist $16 : 4 = 8 : 2$ ebenfalls eine.

In beyden Fällen bleibt das Product der äußeren Glieder dem Producte der inneren Glieder gleich.

3. Ist in einer geraden Proportion das erste Glied dem zweyten gleich: so muß auch das dritte Glied dem vierten gleich seyn. B. B.

$$\begin{array}{cccc} \text{W} & \text{W} & \text{A.} & \text{A.} \\ 2 & : 2 = & 3 & : 3 \end{array}$$

4. Ist das erste Glied dem dritten gleich (als unbenannte Zahl), so ist das zweyte Glied dem vierten gleich. B. B.

$$\begin{array}{cccc} \text{W} & \text{W} & \text{A.} & \text{A.} \\ 2 & : 4 = & 2 & : 4 \end{array}$$

§. 143. Oft ist in einer Proportion ein Glied unbekannt, vorzüglich das vierte; und es sind die drey übrigen Glieder gegeben. Man findet das vierte Glied einer geraden Proportion, wenn man das zweyte Glied mit dem dritten multipliciert, und das Product durch das erste Glied dividirt. Das unbekannte Glied bezeichnet man mit dem Buchstaben X. B. B.

Man soll in der Proportion $\begin{array}{cccc} \text{W} & \text{W} & \text{A.} & \text{A.} \\ 2 & : 6 = & 8 & : X \end{array}$ das vierte Glied suchen, so rechne man so:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{W} & : & \text{W} & = & \text{A.} & : & \text{A.} \\ 2 & : & 6 & = & 8 & : & X. \\ & & & & 6 & & \end{array}$$

$$\underline{\underline{2 \mid 48 \mid 24}}$$

Das unbekannte vierte Glied ist also 24 A.

§. 144. Wie man das vierte Glied einer Proportion gefunden hat, kann man auf eine ähnliche Art jedes andere Glied finden, wenn die drey übrigen Glieder bekannt sind, nämlich:

1. Ist das unbekannte Glied ein äußeres, so multipliciere man die inneren Glieder mit einander, und dividire dieses Product durch das bekannte äußere Glied, z. B.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{A.} & & \text{A.} & & \text{W} & & \text{W} \\ X & : & 24 & = & 3 & : & 8 \\ & & 3 & & & & \end{array}$$

$$\underline{\underline{8 \mid 72 \mid 9 \text{ A. das erste Glied}}}$$

2. Ist das unbekannte Glied ein inneres, so multipliciere man die beyden äußeren Glieder mit einander, und dividire dieses Product durch das bekannte innere, z. B.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{A.} & & \text{A.} & & \text{W} & & \text{W} \\ 3 & : & X & = & 4 & : & 12 \\ & & & & 3 & & \end{array}$$

$$\underline{\underline{4 \mid 36 \mid 9 \text{ A. das zweyte Glied.}}}$$

§. 145. Sucht man zu drey Gliedern einer Proportion das unbekannte vierte Glied; so nen-

net man dieses Verfahren die einfache Regel de Tri (Regel von drey Sägen). Gewöhnlich nennet man auch die dabey vorkommende Proportion, wiewohl uneigentlich, Regel de Tri.

Die einfache Regel de Tri.

1. Die einfache gerade Regel de Tri, wenn dabey eine gerade Proportion, nämlich zwey steigende oder zwey fallende Verhältnisse zum Grunde liegen.
2. Die einfache umgekehrte Regel de Tri, wenn dabey eine umgekehrte Proportion, nämlich zwey Verhältnisse, wovon eines steigend, das andere fallend ist, zum Grunde liegen.

§. 146. Will man untersuchen, ob zwischen mehreren Zahlen eine Proportion Statt habe oder nicht (ob nämlich die Aufgabe zur Regel de Tri gehöre), so merke man sich folgende Regeln:

1. Es müssen unter den vier Zahlen nur zwey Hauptbenennungen seyn, wovon zwey und zwey gleichnamig sind. B. B.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{fl.} & \text{Kaffeh} & \text{fl.} & \text{Kaffeh} & \text{fl.} & \text{fl.} & \\ 3 & : & 6 & = & 10 & : & X. \end{array}$$

Die zwey Hauptbenennungen sind Pfund Kaffeh und Gulden.

1. Die Glieder müssen wirklich, nicht bloß anscheinend gleichnamig seyn. B. B.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Maß Oesterreicher.} & \text{Maß Tolayer} & \text{fl.} & \text{fl.} & & & \\ 2 & : & 4 & = & 3 & : & X. \end{array}$$

ist keine Proportion; denn der Oesterreicher und To-

Kayer = Wein sind im Preise, also auch in der Benennung verschieden.

3. Wenn die zwey Glieder, welche gleichnamig seyn sollen, es nicht sind; so hat dennoch eine Proportion Statt, wenn man sie gleichnamig machen kann. B. B.

fr. fl. lb lb
16 : 4 = 1 : X wird als Proportion ausgedrückt:

fr. fr. lb lb
16 : 240 = 1 : X

4. Wenn nicht je zwey Zahlen gleiche Benennung haben, so hat auch keine Proportion Statt. B. B.

lb Ellen fl. fl.
3 : 12 = 36 : X

Hier sind drey verschiedene Benennungen: Pfund, Ellen, Gulden.

5. Die zwey Verhältnisse, welche eine Proportion ausmachen sollen, müssen einerley Rahmen (Exponenten) haben; außerdem geben sie keine Proportion.

Um zu sehen, ob die Verhältnisse einerley Rahmen haben, muß man sich über die Aufgabe befragen, d. h. eine von den zwey Hauptbenennungen in Gedanken zwey, drey oder mehrere Male größer setzen, und nach der Vernunft untersuchen, ob die andere Hauptbenennung auch eben so viel Mal größer oder kleiner werden müsse. In diesem Falle haben die Verhältnisse gleiche Rah-

men, und machen also eine Proportion aus. Im entgegengesetzten Falle hat keine Proportion Statt.

Kann ich bey dem Befragen: Je mehr — desto mehr, je weniger — desto weniger sagen; so liegt bey der Aufgabe eine gerade Proportion, und also auch eine gerade Regel de Tri zum Grunde; weil beyde Verhältnisse im ersten Falle steigend, im zweyten fallend sind.

Muß man aber vielmehr sagen Je mehr — desto weniger, je weniger — desto mehr; so hat eine umgekehrte Proportion Statt: denn im ersten Falle ist das erste Verhältniß steigend, das andere fallend; im zweyten Falle ist das erste Verhältniß fallend, und das zweyte steigend. Um dieses zu erläutern, wird es am besten seyn, einige Fälle anzuführen, in welchen eine Proportion Statt hat.

§. 147. I. Eine gerade Proportion hat Statt:

c. Zwischen der Menge einer Ware und dem Preise derselben. Denn zwey Mahl so viel von der nämlichen Ware kostet auch zwey Mahl so viel; drey Mahl so viel Ware kostet drey Mahl so viel u. s. w.

Oder der halbe Theil Ware kostet nur halb so viel u. s. w. Man kann also hier sagen: Je mehr, desto mehr; je weniger, desto weniger; (das Zeichen einer geraden Regel de Tri.) Hier ist die einfache Ware zur doppelten das erste Verhältniß mit dem Nahmen 2, der einfache Preis zum doppelten das zweyte Verhältniß mit eben demselben Nahmen 2.

- b. Die Arbeit ist mit dem Lohne in gerader Proportion. Denn hier läßt sich, wie im vorigen Falle, sagen: Je größer die Arbeit, desto größer der Lohn; je kleiner die Arbeit, desto kleiner der Lohn, u. s. w.
- c. Das angelegte Capital ist mit dem Interesse in gerader Proportion. Je größer das Capital ist, desto größer ist das Interesse u. s. w.
- d. Münzen sind gegen Münzen in gerader Proportion. Je mehrere Ducaten, Souveraind'or, Kronthalen u. d. gl. ich habe, desto mehrere Gulden werden sie betragen. Außer diesen Fällen gibt es viele andere, wo eine gerade Regel de Tri Statt hat.

§. 148. Eine umgekehrte Proportion hat Statt:

- a. Zwischen der Zahl der Arbeiter und der Zeit, wann sie fertig werden. Je mehrere Arbeiter ich habe, z. B. einen Garten umzugrahen, desto weniger Zeit werden sie brauchen. Habe ich zwey Mahl so viel Arbeiter, so werden sie in zwey Mahl kürzerer Zeit fertig. Hier ist das erste Verhältniß steigend, das zweyte fallend; die Proportion ist also umgekehrt.
- b. Die Länge oder Breite eines Tuches oder Zeuges, welche bey der nämlichen Sache gefordert wird, stehen gegen einander im umgekehrten Verhältnisse. Je breiter das Tuch ist, woraus man ein Kleid ver-

fertiget, desto weniger wird man dazu nöthig haben. Ist das Tuch zwey Mahl so breit, so hat man zum nähmlichen Kleide zwey Mahl weniger Ellen nöthig.

Außer dem Kommen noch mehrere Fälle der umgekehrten Regel de Tri vor.

§. 149. In den folgenden und mehreren andern Fällen haben die zwey Verhältnisse nicht einerley Rahmen; es ist also hier keine Regel de Tri.

1. Zwischen der Größe und dem Preise eines Spiegels, Diamanten u. d. gl. Ein zwey Mahl so großer Spiegel kostet mehr als bloß zwey Mahl so viel, weil ein größerer Spiegel seltener geräth. Im ersten Verhältnisse ist der Rahmen 2, im zweyten ist er größer.
2. Zwischen der Größe des Weges, den ein fallender Körper durchläuft, und der Zeit des Falles. Nach der Erfahrung durchläuft ein fallender Körper in einer zwey Mahl größeren Zeit einen vier Mahl so großen Weg.

Das erste Verhältniß hat den Rahmen zwey, das andere den Rahmen vier.

3. Zwischen der Dicke eines Körpers, z. B. einer Kugel und dem Gewichte desselben. Ich habe eine eiserne Kugel, welche ein Pfund wiegt; eine eiserne Kugel, welche zwey Mahl so dick ist, wiegt acht Pfund. Das erste Verhältniß hat den Rahmen 2, das zweyte 8.

§. 150. Liegt bey einer Aufgabe eine Proportion zum Grunde (welche man leicht sieht, wenn

man sich darüber befragt); sind drey Glieder dieser Proportion gegeben, so kann man durch die Regel de Tri das vierte Glied finden. Man beobachte hierbey Folgendes:

1. Man setze die Zahlen ordentlich an. Im gemeinen Leben pflegt man dasjenige Glied, welches in der Aufgabe der Gegenstand der Frage ist (die Fragezahl), in die dritte Stelle, das mit der Fragezahl gleichnamige Glied in die erste Stelle zu setzen. Das noch übrige Glied kommt in die zweyte Stelle. Man merke sich: Das erste Glied muß mit dem dritten, und das zweyte Glied mit dem vierten in der Benennung übereinstimmen.

A n m e r k u n g.

- a. Man hüthe sich, die Zahlen immer gerade so in der Regel de Tri anzusetzen, wie sie in der Aufgabe angegeben werden.
 - b. Nach den bey der Proportion gegebenen Regeln sollte eigentlich das erste Glied der Regel de Tri mit dem zweyten und das dritte mit dem vierten in der Benennung übereinstimmen. Der gewöhnliche Ansatz ist von dem Ansätze nach der Proportion nur darin verschieden, daß die mittleren Glieder verwechselt sind, welches, wie schon gesagt wurde, ohne die Proportion zu ändern, geschehen kann.
2. Man befrage sich, ob die Aufgabe zur geraden oder umgekehrten Regel de Tri gehöret. Je mehr, desto mehr; je weniger, desto weniger, ist ein Zeichen der geraden; je mehr, desto weniger; Unleit. 3. Rechenk. I. Thl.

je weniger, desto mehr, ein Zeichen der umgekehrten Proportion.

3. Gehört die Aufgabe zur geraden Regel de Tri, so bleiben die Glieder in der angegebenen Ordnung stehen. Gehört sie aber zur umgekehrten Regel de Tri, so muß man dieselbe auf eine gerade bringen, welches geschieht, wenn man ein Verhältniß, das ist, zwey gleichnamige Glieder (nämlich das erste und dritte) umkehrt.
4. Hat das erste mit dem dritten Gliede nicht einerley Benennung, so müssen sie durch das Auflösen der größeren Benennung dazu gebracht werden. Dieses geschieht bey kleineren Zahlen im Kopfe.
5. Ist ein Glied eine ungleich benannte Zahl, so löse man dasselbe in die kleinste Benennung auf.
6. Um die Regel de Tri aufzulösen, d. h. das vierte Glied zu finden, multipliciere man, wie bey der Proportion gelehrt wurde, das zweyte mit dem dritten Gliede, und dividire das Product durch das erste Glied.
7. Läßt sich das gefundene vierte Glied auf eine höhere Benennung bringen, oder wenn ein Bruch herauskommt, in die kleinere Benennung auflösen; so kann dieses geschehen. Wenn man schon vorausieht, daß das vierte Glied ein Bruch wird, so thut man am besten, wenn man das zweyte Glied auflöset, um im vierten Gliede das Ganze der kleineren Benennung zu erhalten.

8. Da die Multiplication und die Division mit Eins die Zahl nicht ändert, so wird die Regel de Tri eine bloße Multiplication, wenn das erste Glied Eins ist, und eine bloße Division, wenn das zweyte oder dritte Glied Eins ist. Aufgaben von dieser Art werden auch nicht als Regel de Tri angesehen. Die meisten Fälle der Regel de Tri sind von dieser Art.
9. Sind ein oder mehrere Glieder Brüche (man nennt sie dann Regel de Tri in Brüchen); so multipliciere und dividire man; wie bey den Brüchen gelehret wurde. Die Regel de Tri in Brüchen fordert keine eigenen Regeln.
10. Allgemein bekannte Glieder verschweigt man in der Aufgabe. Diese müssen dennoch im Ansage vorkommen.

Folgende Aufgaben werden diese Regeln erläutern.

67. Aufgabe. Wenn ich um 8 fr.] 3 Eyer kaufe, was werden 60 Eyer kosten?

R e c h n u n g .

Gemeiner Ansaz.				Nach der Proportion.			
E.	fr.	E.	fr.	E.	E.	fr.	fr.
3	: 8	=	60 : X	3	: 60	=	8 : X
	8				8		
3	480		160 fr.	3	480		160 fr.
	18				18		
=				=			

Antwort: 160 fr. oder fl. 2. 40 fr.

68. Aufgabe. Wenn 5 Tagelöhner einen Gar-

ten in vier Tagen umgraben, wie lange werden 10 Tagelöhner zu arbeiten haben?

Rechnung.

Arb. Tag. Arb. Tag.

$$\begin{array}{r} 5 : 4 = 10 : X \\ \hline 10 \quad \quad 5 \\ \quad \quad \quad 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{umgekehrte Regel de Tri in} \\ \text{ganzen Zahlen.} \\ \text{Verwechselte Glieder.} \end{array}$$

$$1,0 | 2,0 | 2.$$

Antwort: Nur 2 Tage.

60. Aufgabe. Es braucht jemand von 2 Ellen breitem Tuche zu einem Kleide $3\frac{1}{2}$ Ellen, wie viel Tuch wird zu dem nähmlichen Kleide erfordert, wenn das Tuch nur $1\frac{3}{4}$ Ellen breit ist?

Rechnung.

ℓ. br. ℓ. l. ℓ. br. ℓ. l.

$$2 : 3\frac{1}{2} = 1\frac{3}{4} : X \quad \begin{array}{l} \text{umgekehrte Regel de Tri} \\ \text{in Brüchen.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline 1\frac{3}{4} \quad \quad 2 \end{array} \quad \text{Verwechselte Glieder.}$$

$$\frac{7}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{14}{2} = 7$$

$$7 : 1\frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{1} : \frac{7}{4} = \frac{7}{1} \times \frac{4}{7} = \frac{28}{7} \text{ Ellen.}$$

Antwort: 4 Ellen.

70. Aufgabe. Wenn das halbe Dugend Schnupfstücher fl. 10 kostet, wie hoch kommen davon drey Dugend?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{ccccc} \text{St.} & & \text{fl.} & & \text{St.} & & \text{fl.} \\ 6 & : & 10 & = & 36 & : & X \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \hline 6 \overline{) 360} \overline{) 60} \\ \hline \end{array}$$

Antwort: fl. 60.

71. Aufgabe. Wenn das Pfund blaue Farbe auf fl. 8 zu stehen kommt, wie hoch kommt das Loth?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{ccccc} \text{lb} & & \text{fl.} & & \text{Lth.} & & \text{fr.} \\ 1 & : & 8 & = & 1 & : & X \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \hline 32 \overline{) 480} \overline{) 15 \text{ fr.}} \\ \hline 160 \\ \hline \end{array}$$

Antwort: Auf 15 fr.

72. Aufgabe. Es hat jemand monatlich fl. 35 Einnahme, wie viel beträgt dieses in 2 Jahren 4 Monathen?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{ccccc} \text{M.} & \text{fl.} & \text{J.} & \text{M.} & \text{fl.} \\ 1 & : & 35 & = & 2 + 4 : & X \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 35 \\ \hline 140 \\ 84 \\ \hline \text{fl. 980.} \end{array}$$

Antwort: fl. 980.

Eine bloße Multipli-
cation.

73. Aufgabe. Wenn 872 lb Kreide fl. 270 19 fr. kosten, wie hoch kommt das Pfund?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r} \text{lb} \quad \text{fl.} \quad \text{fr.} \quad \text{lb} \quad \text{fr.} \\ 872 : 270 + 19 = 1 : X \\ \hline 60 \end{array}$$

$$872 \overline{) 16219} \mid 18 \text{ fr.}$$

Eine bloße Division.

7499

Rest 523

872 beynah 3/4

Antwort: Ungefähr 18 3/4 fr.

Aufgabe. Wenn das Rieß Papier fl. 9 3/4 kostet, wie hoch kommen von diesem Papier 12 Buch?

R e c h n u n g.

Buch fl. Buch fl.

$$20 : 9 \frac{3}{4} = 12 : X \quad \text{Gerade Regel de Tri in Brüchen.}$$

$$\frac{39}{4} \times \frac{12}{1}$$

$$\frac{468}{4} : 1$$

$$\frac{468}{4} \times 20 = \frac{80}{1}$$

$$\frac{468}{4} \times 20 = \frac{80}{1}$$

$$\frac{468}{4} \times 20 = \frac{80}{1}$$

$$\frac{468}{4} \times 20 = \frac{80}{1}$$

$$\frac{468}{4} \times 20 = \frac{80}{1}$$

$$\frac{468}{4} \times 20 = \frac{80}{1}$$

$$\frac{468}{4} \times 20 = \frac{80}{1}$$

$$\frac{468}{4} \times 20 = \frac{80}{1}$$

$$\frac{468}{4} \times 20 = \frac{80}{1}$$

Antwort: fl. 5. 51 fr.

75. Aufgabe. Wenn ein Zentner Zucker fl. 490 kostet, wie hoch kommen $4\frac{1}{2}$ W?

Rechnung.

W fl. W fl.
 $100 : 490 = 4\frac{1}{2} : X$ Gerade Regel de Tri in Brüchen.

$$\frac{490}{1} \times \frac{9}{2}$$

$$\frac{4410}{2} : 100 = \frac{4410}{200}$$

$$2(00 | 44(10 | 22 \text{ fl.}$$

60

$$2(00 | 6(00 | 3 \text{ fr.}$$

Antwort: fl. 22. 3 fr.

76. Aufgabe. Jemand erhält von seinem Hause in $2\frac{1}{2}$ Jahren fl. 6203 $\frac{3}{4}$ reinen Zins; wie viel kommt davon auf $\frac{1}{2}$ Jahr?

Rechnung.

S. fl. S. fl.
 $2\frac{1}{2} : 6203\frac{3}{4} = \frac{1}{2} : X$ Gerade Regel de Tri in Brüchen.

$$\frac{5}{2} : \frac{24815}{4} = \frac{1}{2} : X$$

$$\frac{24815}{8} : 2$$

$$\frac{24815}{8} : 5 \mid \frac{49630}{40}$$

$$4(0 \mid 4963(0 \mid 1240\frac{3}{4} \text{ fl.}$$

$$\cdot 16$$

$$= 30$$

Antwort: fl. $1240\frac{3}{4}$.

Anmerkung. 1. In der Ausübung sind die Regeln de Trien am gewöhnlichsten bloße Multiplicationen und Divisionen, und die Brüche sind gewöhnlich nicht in allen drey bekannten Gliedern.

2. Die leichteste Probe der Regel de Tri ist wohl die nachmahlige aufmerksame Berechnung des Beyspieles. Außerdem sind zweyerley Proben gewöhnlich.

a. Wenn man das gefundene vierte Glied in seine Stelle sezet; so muß, wenn richtig gerechnet worden ist, das Product der äußern Glieder dem Producte der innern Glieder gleich seyn. B. B. in der 67 Aufgabe.

P r o b e.

$$3 : 8 = 60 : 160$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 3 \\ \hline 480 & 480 \end{array}$$

480 | 480 gleiche Producte.

b. Wenn man was immer für ein anderes Glied der Regel de Tri wegläßt und suchet. B. B. in der nähmlichen Aufgabe:

P r o b e.

$$X : 8 = 60 : 160$$

$$8$$

$16(0 \mid 48(0 \mid 3$ das erste Glied, welches mit dem weggelassenen ersten Gliede übereinstimmt.

Fünftes Kapitel.

Von den Rechnungsvortheilen.

§. 151. Alles, was im bürgerlichen Leben zu rechnen vorkommt, besteht in der Anwendung der vier Rechnungsarten und der Regel de Tri; man kann aber größten Theils viel schneller rechnen, als es im Vorigen gelehrt wurde, nämlich, wie man sagt, mit Vortheil.

Man wendet bey Berechnung einer Aufgabe einen Rechnungsvortheil an, wenn man entweder nicht so viele Ziffern oder nicht so viele Mühe, als nach der gewöhnlichen, weitläufigen Art zu rechnen nöthig hat. So z. B. erspart man bey dem Dividieren, wie eben gelehrt wurde, viele Ziffern, wenn man, ohne das jedesmahlige Product darunter zu schreiben, den Rest sucht. Man rechnet oft kürzer und leichter, wenn man die Einheiten der kleineren Benennung als Brüche der größeren Benennung ansieht.

§. 152. Man merke sich von den Rechnungsvortheilen überhaupt folgende Grundsätze:

1. Man addiert und subtrahiert überhaupt leichter, als man multipliciert und dividirt.
2. Man multipliciert überhaupt leichter, als man dividirt.
3. Man rechnet leichter mit kleinen Zahlen, als mit größern; leichter mit runden, das ist, mit solchen Zahlen, welche am Ende Nullen haben, als mit andern.

4. Da bey der Addition die Summe, und bey der Subtraction der Rest unmittelbar aus dem Kopfe angeschrieben wird, so läßt sich bey diesen beyden Rechnungsarten kein eigentlicher Rechnungsvortheil anwenden.

5. Um nicht so viele Ziffern nöthig zu haben, schreibe man nur diejenigen an, welche schlechterdings zum Verhältnisse der ganzen Rechnung nöthig sind; alle übrigen lasse man weg. Man hüthe sich aber, nothwendige Ziffern wegzulassen; weil es alle Mahl besser ist, einige Ziffern mehr zu schreiben, wenn die Rechnung dadurch erleichtert wird, als sie wegzulassen, und undeutlich zu werden.

6. Lassen sich bey einer Aufgabe mehrere Vortheile zugleich anwenden, so wähle man den leichtesten und faßlichsten Vortheil, auch wenn man nicht so viele Ziffern ersparete.

Man sey in dieser Wahl nicht ängstlich; der Vortheil, welcher sich ohne Zeitverlust am ersten darbiethet, ist auch der beste für den beyliegenden Fall.

7. Was sich ohne besondere Anstrengung im Kopfe berechnen läßt, ist vorteilhafter im Kopfe zu berechnen. Durch viele Übung, besonders in einer und derselben Art von Berechnung, lernt man leicht eben so schnell, als sicher rechnen.

§. 153. I. Vortheile bey den vier Rechnungsarten in gleich und ungleich benannten Zahlen.

Geübte Rechner pflegen bey der Multiplication mit einer Ziffer den Multiplicator wegzulassen, und das Product sogleich gehörig darunter zu schreiben. Eben so geschieht es bey runden Zahlen, wobey nur Eine bedeutliche Ziffer steht. Z. B. in der Multiplication mit 20, 50, 400 u. a.

Ist der Multiplicator 11, 13, 19, 31, 41, u. s. w. nämlich eine Zahl, wobey das einfache Product vorkommt; so kann man das Anschreiben desselben ersparen, wenn man das Product der andern Ziffer gehörig darunter schreibt, den Multiplikator aber ausläßt. Dieses zeigen folgende Beispiele.

77. Aufgabe. Wie viele Gulden betragen 269 Stück Einlösungsscheine, jeder zu fl. 5?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.	Ohne Vortheil.
$\begin{array}{r} 269 \\ \hline \text{fl. } 1345 \end{array}$	$\begin{array}{r} 269 \\ 5 \\ \hline \text{fl. } 1345 \end{array}$

Antwort: fl. 1345.

78. Aufgabe. Wie viel Buch Papier machen 74 Rieß?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.	Ohne Vortheil.
$\begin{array}{r} 74 \\ \hline \text{Buch } 1480 \end{array}$	$\begin{array}{r} 74 \\ 20 \\ \hline \text{Buch } 1480 \end{array}$

Antwort: 1480 Buch.

79. Aufgabe. Jemand macht eine Reise, wobey er täglich im Durchschnitte fl. 11 ausgibt; wie viel beträgt dieses in 143 Tagen?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

143

143

fl. 1573

Ohne Vortheil.

143

11

143

143

fl. 1573

Antwort: fl. 1573.

80. Aufgabe. Wie hoch kommen 31 Bentner Kreide, der Bentner zu fl. 24.

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

24

72

fl. 744.

Ohne Vortheil.

31

24

124

62

fl. 744

Antwort: fl. 744.

81. Aufgabe. Wie hoch kommen 87 Ellen Tuch, die Elle zu fl. 18.

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

87

696

fl. 1566

Ohne Vortheil.

87

18

696

87

fl. 1566

§. 154. Man multiplicieret leicht mit einer einzelnen Ziffer, selbst auch wenn sie Nullen bey sich hat, das ist, mit einer runden Zahl, z. B. mit 5, 7, 200, 300. Wir wollen in der Folge solche Factoren bequeme nennen.

§. 155. Oft kann man sich die Multiplication erleichtern, wenn man einen Factor in zwey oder mehrere Theile zertheilet (zerfället), welche bequeme Factoren sind, und dann die einzelnen Producte addiert. So z. B. multipliciert man leicht mit 102, wenn man dem Multiplicandus 00 anhängt (das ist mit 100 multipliciert), und das Zweysfache desselben dazu addiert. Soll man mit 2009 multiplicieren; so multipliciere man zuerst den Multiplicandus mit 2; hänge diesem Producte zur Rechten drey Nullen an, und addiere zu diesem 1000fachen das 9fache dazu. Man hat hier den einen Factor 2009 in 2000 und 9 zerfället. Man nennet dieses das Zerfällen durch die Addition, weil die Theile des einen Factors und also auch nachher die einzelnen Producte addiert werden müssen, um das ganze Product zu erhalten.

Folgende Aufgabe wird dieses erläutern.

82. Aufgabe. Es ist ein Feld 78 Klafter lang, 102 Klafter breit, wie viel Quadrat Klafter enthält es?

Mit Vortheil.	Ohne Vortheil.
7800	102
156	78
N. Kl. 7956	816
	714
	7956

7956 Quadrat-Klafter.

§. 156. Ist ein Factor kleiner als eine runde Zahl, und fehlt nur ein leicht zu berechnender Theil; so multipliciere man mit der runden Zahl, und ziehe das Product aus dem abgängigen Stücke ab. Hat man also z. B. eine Zahl mit 98 zu multiplicieren; so multipliciere man sie mit 100 (durch Anhängung von 00), und ziehe das Zweysfache derselben ab, weil die Zahl zwey Mahl zu oft genommen wurde. Man nennet dieses Verfahren das Zerfallen der Subtraction, weil bey der Rechnung subtrahiert wird.

Folgende Aufgabe wird dieses erläutern.

83. Aufgabe. Ein Uhrmacher versertigt durch eine Zeit 213 Stück Taschenuhren, jede zu 95 fl. Wie viel beträgt dieses?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.	Ohne Vortheil.
21300	213
1065	95
20235	1065
	1917
	fl. 20235

Antwort: 20235 fl.

§. 157. Ist ein Factor eine zusammengesetzte Zahl, die etwa im Ein Mahl Eins steht, so kann man sich oft die Multiplication erleichtern, wenn man zuerst mit dem einen Factor der zusammengesetzten Zahl, dann das Product durch den andern Factor derselben multipliciert, um das Product zu erhalten. B. B. Soll man eine Zahl mit 48 multiplicieren, so multipliciere man sie zuerst mit 6, und das Sechsfache dann mit 8; denn 6 Mahl 8 ist 48. Wenigstens erspart man durch diese die Addition der einzelnen Producte.

Folgende Aufgabe wird dieses erläutern.

84. Aufgabe. Wenn der Zentner Bleyweiß fl. 54 kostet, wie hoch kommen 23 Zentner?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

$$\begin{array}{r} 23 \\ \hline 138 \\ \hline 1242 \end{array}$$

Ohne Vortheil.

$$\begin{array}{r} 54 \\ 23 \\ \hline 162 \\ 108 \\ \hline \text{fl. } 1242 \end{array}$$

Antwort: fl. 1242.

§. 158. Man dividirt leicht mit einer einzelnen Ziffern, auch wenn sie am Ende Nullen bey sich hat (mit runden Zahlen), weil man mit dem Divisor, ohne die jedesmahligen Producte und Reste anzuschreiben, dividieren kann. Eine solche Divi-

sion wollen wir in der Folge eine bequeme Division, und den Divisor einen bequemen Divisor nennen. Es ist ferner leichter, mit kleineren, wenn auch mehreren bedeutlichen Ziffern, als mit größeren Ziffern zu dividieren; weil man im ersteren Falle leichter errathen kann, wie oft der Divisor jedesmahl enthalten ist, und über dieß ist auch die Multiplication des Divisors viel leichter. Man sieht leichter, wie oft der Divisor im Dividendus enthalten ist, wenn die nach der ersten Ziffer des Divisors folgenden Ziffern kleiner, als wenn sie größer sind. Z. B. man dividirt bequemer mit 10, 100, 300; als mit 565, 194; bequemer mit 1121, als mit 1087; man sieht leichter, wie oft 311, als wie oft 398 im Dividendus enthalten ist.

§. 159. Die Division läßt sich erleichtern, wenn der Divisor eine zusammengesetzte Zahl ist; z. B. 24, 66, 125 u. dgl. In diesem Falle kann man Divisor und Dividendus durch die nämliche Zahl dividieren (abkürzen), wie es beym Abkürzen der Brüche geschehen ist; denn Bruch und Division ist einerley, und nur im Anschreiben verschieden. Man kürze Divisor und Dividendus so lange ab, bis man entweder nicht mehr abkürzen kann, oder auf einen bequemen Divisor kommt. Man merke sich noch, daß das Abkürzen kein Vortheil ist, wenn man dadurch einen weniger bequemen Divisor erhält; ferner, daß man lieber mit einer größeren, als mit einer kleineren Zahl abkürzt, um geschwinder eine leichtere Division zu erhalten. Man kann auch eine

Division abkürzen, wenn sich nur allein der Divisor mit der Hebezahl ohne Rest theilen läßt; nur kommen in diesem Falle in dem Dividendus, und also auch am Ende in dem Quotienten Brüche, welche man nach der Lehre von Brüchen behandelt.

Eine Division läßt sich nicht abkürzen, wenn der Divisor eine einfache Zahl ist. B. B. 11, 23, u. s. w. Man kann ferner durch keine Zahl abkürzen, welche nicht im Divisor ohne Rest enthalten ist.

Folgende Aufgaben werden dieses erläutern:

85. Aufgabe. Es kosten 24 Klafter Holz fl. 504. Was kostet eine Klafter?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

$$\begin{array}{r|l} 24 & 504 \\ \hline 3 & 63 & 21 \text{ fl.} \end{array}$$

Antwort: 21 fl.

Ohne Vortheil.

$$\begin{array}{r|l} 24 & 504 & 21 \\ \hline & 24 & \end{array}$$

86. Aufgabe. Wenn 48 Ellen Leinwand fl. 68 kosten, wie hoch kommt die Elle?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 68 & \\ \hline 6 & 8\frac{1}{2} & 1 \text{ fl.} \end{array}$$

$2\frac{1}{2}$

60

$$\begin{array}{r|l} 6 & 150 & 25 \text{ fl.} \end{array}$$

30

==

Ohne Vortheil.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 68 & 1 \text{ fl.} \\ \hline & 20 & \end{array}$$

60

$$\begin{array}{r|l} 48 & 1200 & 25 \text{ fl.} \end{array}$$

240

...

§. 160. Oft ist es vorthailhaft, den Divisor und Dividendus mit der nähmlichen Zahl zu multiplicieren, wenn man dadurch einen bequemen Divisor, z. B. eine runde Zahl erhält.

Folgende Aufgabe wird dieses erläutern.

87. Aufgabe. Wenn eine Klafter Holz fl. 25 kostet, wie viele Klafter bekommt man für fl. 1250?

R e c h n u n g.

Mit Vorthail.		Ohne Vorthail.		
1250	25	25	1250	50 Kl.
Kl. 5000 ⁴	100 ⁴		...	

Antwort: 50 Klafter.

§. 161. Es ist sehr leicht, uneigentliche Brüche zu Ganzen zu machen, wenn die Nenner solcher Brüche bequeme Divisoren sind; man kann nähmlich den Quotienten (die Ganzen) unmittelbar anschreiben.

ben. Soll man z. B. $\frac{1121}{2}$ fl. zu Ganzen machen; dann stände die Rechnung so:

$$\begin{array}{r} 1121 \\ \hline \text{macht fl. } 560\frac{1}{2} \end{array}$$

Die Ganzen anderer Brüche, deren Nenner aus zwey oder mehreren bedeutlichen Bissern bestehen, sind nicht so leicht zu berechnen.

§. 162. Hat man Brüche, deren Zähler Eins ist, z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, u. dgl. mit einer ganzen Zahl zu multiplicieren, und zugleich das Product auf

Ganze zu bringen; so darf man nur die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruches dividieren. Folgende Aufgabe wird dieses erläutern.

88. Aufgabe. Ein Buch Papier kostet fl. $\frac{1}{4}$, wie hoch kommen 3 Rieß, das ist 60 Buch?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \hline \text{fl. } 15 \end{array}$$

Ohne Vortheil.

$$\begin{array}{r} 60 \\ 15 \\ \hline 6(0|90(0| 15 \text{ fl.} \\ == \end{array}$$

Antwort: fl. 15.

§. 163. Brüche, deren Zähler die Einheit, deren Nenner aber eine bequeme Zahl zum Dividieren ist, nennt man bequeme Brüche der größeren Benennung, z. B. fl. $\frac{1}{2}$, $\text{fl. } \frac{1}{4}$.

Zur Übersicht der bequemen Brüche und ihres Werthes in kleinerer Benennung dienet folgende Tafel:

$\frac{1}{2}$	fl. beträgt 30 fr.		Kreuzer beträgt pf.
$\frac{1}{2}$	" " 20 "	$\frac{1}{2}$	" " " 2
$\frac{1}{3}$	" " 15 "	$\frac{1}{4}$	" " " 1
$\frac{1}{4}$	" " 12 "		
$\frac{1}{5}$	" " 10 "	Zentner beträgt fl.	
$\frac{1}{6}$	" " 10 "	$\frac{1}{2}$	" " " 50
$\frac{1}{8}$	" " 7 $\frac{1}{2}$ "	$\frac{1}{4}$	" " " 25
$\frac{1}{8}$	" " 6 "	$\frac{1}{5}$	" " " 20
$\frac{1}{10}$	" " 3 "	$\frac{1}{8}$	" " " 12 $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{10}$	" " 2 "	$\frac{1}{10}$	" " " 10
$\frac{1}{10}$	" " 1 "		

Zentner beträgt W.

$\frac{1}{20}$	"	"	5
$\frac{1}{25}$	"	"	4
$\frac{1}{30}$	"	"	2
$\frac{1}{100}$	"	"	1

Pfund beträgt Loth.

$\frac{1}{2}$	"	"	16
$\frac{1}{4}$	"	"	8
$\frac{1}{8}$	"	"	4
$\frac{1}{16}$	"	"	2
$\frac{1}{32}$	"	"	1

Loth beträgt Quentchen.

$\frac{1}{2}$	"	"	2
$\frac{1}{4}$	"	"	1

Muth beträgt Mezen.

$\frac{1}{2}$	"	"	15
$\frac{1}{3}$	"	"	10
$\frac{1}{4}$	"	"	$7\frac{1}{2}$
$\frac{1}{5}$	"	"	6
$\frac{1}{8}$	"	"	5
$\frac{1}{10}$	"	"	3
$\frac{1}{15}$	"	"	2
$\frac{1}{30}$	"	"	1

Mezen beträgt Achtel.

$\frac{1}{2}$	"	"	4
$\frac{1}{4}$	"	"	2
$\frac{1}{8}$	"	"	1

Klafter beträgt Fuß.

$\frac{1}{2}$	"	"	3
$\frac{1}{3}$	"	"	2
$\frac{1}{6}$	"	"	1

Fuß beträgt Zoll.

$\frac{1}{2}$	"	"	6
$\frac{1}{3}$	"	"	4
$\frac{1}{4}$	"	"	3
$\frac{1}{6}$	"	"	2
$\frac{1}{12}$	"	"	1

Eben diese bequemen
Brüche sind auch bey den
Zollen.

Jahr beträgt Monath.

$\frac{1}{2}$	"	"	6
$\frac{1}{3}$	"	"	4
$\frac{1}{4}$	"	"	3
$\frac{1}{6}$	"	"	2
$\frac{1}{12}$	"	"	1

Monath beträgt Tage.

$\frac{1}{2}$	"	"	15
$\frac{1}{3}$	"	"	10
$\frac{1}{4}$	"	"	$7\frac{1}{2}$
$\frac{1}{6}$	"	"	5
$\frac{1}{10}$	"	"	3
$\frac{1}{15}$	"	"	2
$\frac{1}{30}$	"	"	1

Die bequemen Brüche anderer benannten Zahlen werden auf ähnliche Art bestimmt.

§. 164. Sind Einheiten der Kleineren Benennung mit einer ganzen Zahl zu multiplicieren, und sieht man voraus, daß man das Product wird auf größere Benennung bringen müssen; so wird auf die Art vortheilhaft gerechnet:

1. Können die Einheiten der Kleineren Benennung als ein bequemer Bruch der größeren Benennung betrachtet werden, so mache man unter dem andern Factor zur Absonderung einen Querstrich; theile denselben durch den Nenner des bequemen Bruches, und schreibe den Quotienten, welcher den Nahmen der größeren Benennung erhält, unter den Querstrich. Dieser Quotient ist das Product in Einheiten der größeren Benennung.
2. Geben die Einheiten der Kleineren Benennung keinen bequemen Bruch der größeren Benennung, so zerfalle man sie in zwey oder drey bequeme Brüche (Zerfällung durch die Addition.)

Dieses Zerfällen lernt man am besten durch Übung; man merke sich aber im Allgemeinen: In je weniger Theile man die kleinere Benennung zerfällt, je mehrere Theile unter sich gleich sind; desto vortheilhafter ist die Zerfällung.

3. Man theile den andern Factor durch den Nenner eines jeden einzelnen Bruches; schreibe den Quotienten ordentlich unter den Querstrich, und addiere sie. Kommen zwey gleiche Divisionen vor, so darf der Quotient ohne neue Rechnung bloß das zweyte Mahl angeschrieben werden.

Ist ein bequemer Bruch die Hälfte oder ein Drittel u. s. w. eines andern; so nehme man auch die Hälfte, das Drittel des durch ihn erhaltenen Quotienten.

4. Sind die Einheiten der kleineren Benennung so nahe an der Einheit der größeren Benennung, daß nur noch ein bequemer Theil daran fehlt: so theile man den andern Factor durch den Nenner des bequemen Theiles, und ziehe den Quotienten von dem andern Factor ab. Der Rest ist das gesuchte Product. (Zerfällung durch die Subtraction).
5. Sind neben der kleineren Benennung noch kleinere, z. B. nebst den Kreuzern noch Pfennige angegeben, so berechne man sie besonders, und addiere den Betrag zu dem erhaltenen Producte.
6. Läßt sich der unbekannte Factor vortheilhafter zerfällen als der benannte; so kann man, ohne das Product zu ändern, die Benennung beyder Factoren verwechseln, und dann mit Vorthail rechnen.

Folgende Aufgaben werden dieses erläutern.

89. Aufgabe. Wie hoch kommen 3 Eimer Wein, wenn die Maß 30 Kreuzer kostet?

R e c h n u n g.

Mit Vorthail.		Ohne Vorthail.	
30	120 Maß	40	
$\frac{1}{2}$ fl.	60	3	
		120	
		30	
		6(0 360(0 60 fl.	
		..	
Antwort: 60 fl.			

90. Aufgabe. Es läßt sich jemand seine Büchersammlung in 340 Bänden binden. Wenn er für den Band 20 fr. bezahlt, wie hoch wird dieses kommen?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.	
20	340 B.
$\frac{1}{3}$	fl. 113. 20 fr.

Ohne Vortheil.	
340	
20	
600	6800
113	fl.
20	
20	fr.

Antwort: fl. 113. 20. fr.

91. Aufgabe. Wie hoch kommen 215 Bund Federn, jeder zu 45 fr.

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.	
45	215 B.
30	fl. 107. 30 fr.
15	53. 45
fl.	161. 15

Ohne Vortheil.	
215	
45	
1075	
860	
600	9675
161	fl.
36	
7	
15	

Antwort: fl. 161. 15 fr.

92. Aufgabe. Wie hoch kommen 120 Ellen Bänder, die Elle zu 47 fr.

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.	
47	120 G.
30 fl:	60—
10	20—
6	12—
1	2—
	fl. 94

Noch leichter, wenn man
die Benennungen ver-
wechselt:

120	47 G.

fl. 2. fl. 94.

Antwort: fl. 94.

Ohne Vortheil.	
47	
120	
940	
47	
6(0 564(c 94 fl.	
= 24	
=	

93. Aufgabe. In einem Hause hat man wö-
chentlich 28 Maß Tischwein nothwendig, wie viele
Eimer beträgt dieses im Jahre?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.	
28	52 M.
20 G. 26. M.	
5	6. 20
2	2. 24
1	1. 12
G. 36. 16 M.	

Ohne Vortheil.	
52 M.	
28	
416	
104	
4(0 145(6 36 G.	
25	
16 M.	

Antwort: 36 Eimer 16 Maß.

94. Aufgabe. Jemand braucht im Hause täglich um 50 Fr. Brot. Wie viel beträgt dieses jährlich?

R e c h n u n g.

	Mit Vortheil.
50	365 £.
30	fl. 182. 30
20	121. 40
	fl. 304. : 0

Oder mit Zerfällung
durch Subtraction.

60	365 £.
10	60 50
	fl. 304. 10

	Ohne Vortheil.
	365 £.
	50

60		1825	(0	304. 10.
		25		
		10		

Antwort: fl. 304. 10 Fr.

95. Aufgabe. In einer größeren Haushaltung braucht man täglich 24 Loth Zucker. Wie viel beträgt dieses in 2 Monathen oder 60 Tagen?

R e c h n u n g.

	Mit Vortheil.
24	60 £.
16	30
8	15
	45 lb

	Ohne Vortheil.
24	
60	

32		1440		45 lb
		160		
		...		

Antwort: 45 lb

96. Aufgabe. Wenn der Bogen größeres Papier auf $10\frac{1}{2}$ Fr. kommt, was kostet ein Buch?

R e c h n u n g.

	Mit Vortheil.		Ohne Vortheil.
$10 \left\{ \begin{array}{l} \\ \frac{1}{2} \end{array} \right.$	$\begin{array}{r} 24 \\ \hline \text{fl. } 4 \end{array}$		$\begin{array}{r} 24 \\ 10\frac{1}{2} \\ \hline 240 \\ 12 \end{array}$
	$\begin{array}{r} 12 \\ \hline \text{fl. } 4. 12 \text{ Fr.} \end{array}$		$\begin{array}{r} 60 \mid 25(2 \mid 4 \text{ fl.} \\ \hline 12 \text{ Fr.} \end{array}$

Antwort: fl. 4. 12 Fr.

Anmerkung. Die hier vorgetragene Art mittelst der Zerfällungen zu rechnen, nebst dem, was noch davon im Folgenden vorkommen wird, pflegt man auch die wälsche Practik zu nennen.

§. 165. Sind außer den Einheiten der kleineren Benennung noch Einheiten der größeren vorhanden, in welche man die kleinere reducieren soll, z. B. nebst den Kreuzern noch Gulden; so multipliciere man zuerst mit der größeren Benennung; berechne dann den Betrag der kleineren, und addiere die Posten.

Folgende Beispiele werden dieses zeigen.

97. Aufgabe. Wie hoch kommt das Stück Leinwand, wenn die Elle fl. 1. 45 Fr. kostet?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.	
45	30
30	15
15	7. 30 Fr.
fl. 52. 30 Fr.	

Ohne Vortheil.	
fl. 1.	45.
60	
105	
30.	
6(0 315(0 52 fl.	
15	
= 30 Fr.	

Antwort: fl. 52. 30 Fr.

98. Aufgabe. Die Elle Tuch kostet fl. 7. 24. Fr., wie hoch kommen 24 Ellen?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.	
24	24
fl. 168. —	
12	4. 48
12	4. 48
fl. 177. 36 Fr.	

Ohne Vortheil.	
fl. 7.	24
60	
444	
24	
1776	
888	
6(0 1065(6 177 fl.	
= 46	
= 45	
= 36 Fr.	

Antwort: fl. 177. 36 Fr.

§. 166. Ehe wir die folgenden Vortheile vornehmen, müssen wir noch bemerken:

1. Wenn man Divisor und Dividendus mit der nämlichen Zahl multipliciert, oder dividirt; so bleibt der Quotient unverändert. Dieser Satz ist schon vorgekommen.
2. Bestehen Divisor und Dividendus aus Factoren, so bleibt der Quotient unverändert, wenn man einen Factor des Divisors und einen Factor des Dividendus mit der nämlichen Zahl dividirt, die neuen Factoren dann multipliciert, und die Division verrichtet. Z. B. man hat folgende Division:

Divisor	Dividendus	Quotient
12	360	50
und die Zahlen in Factoren aufgelöst:		
3 • 4	30 • 12	
abgekürzt: 4	10 • 12	
1	10 • 3	30 Quotient.
	30	

Diese beyden Sätze sind der Grund von sehr vielen Vortheilen, wo Multiplicationen in Verbindung mit Divisionen vorkommen:

§. 167. Wenn in einer Rechnungsaufgabe Multiplicationen von gleich benannten Zahlen vorkommen, wo das Product durch ein anderes Product gleich benannter Zahlen zu dividieren ist; so kann man sich die Rechnung erleichtern, wenn man folgende Regeln beobachtet:

1. Man schreibe die Factoren des Dividendus unter

einander, und ziehe an der linken Seite derselben einen aufrechten Strich zur Absonderung, den wir in der Folge Kettenstrich, und den Ansatz eine Kette nennen wollen.

2. An die linke Seite des Kettenstriches kommen die Factoren des Divisors unter einander. Wir wollen die linke Seite des Kettenstriches, wo die Factoren des Divisors sind, die Divisor-Seite, und die rechte Seite desselben, wo die Factoren des Dividendus sind, Dividendus-Seite desselben nennen.

3. Man sieht leicht ein, daß, wenn man alle Zahlen der Dividendus-Seite mit einander multipliziert, und dieses Product durch das Product aller Zahlen der Divisor-Seite dividirt, man den verlangten Quotienten erhält. Den Namen des Quotienten bestimmen die Umstände der Aufgabe; den Rest der Division setzt man als Bruch an, und entwickelt ihn.

4. Will man diesen Quotienten kürzer finden, so kürze man Zahlen von verschiedener Seite (Factoren vom Divisor und Dividendus), welche man durch die nämliche Zahl dividieren kann, ab; das ist, durchstreiche beyde Zahlen, und dividire sie durch die nämliche Zahl. Die Quotienten werden neben der abgekürzten Zahl, oder unter der Kette in die nämliche Reihe geschrieben.

5. Beym Abkürzen selbst merke man sich: Gleiche

Zahlen auf beyden Seiten bleiben weg, von runden Zahlen werden auf beyden Seiten gleich viele Nullen aufgehoben.

Man merke sich noch: Es ist vortheilhafter, mit größern, als mit kleinern Zahlen abzukürzen: und man suche durch dasselbe leichte Factoren, und auf der Divisor-Seite einen bequemen Divisor zu erhalten.

6. Die Einheit, weil sie nichts im Multiplicieren und Dividieren ändert, läßt man der Kürze wegen weg.

7. Man setze dieses gegenseitige Abkürzen so lange fort, als sich noch ganze Zahlen von verschiedener Seite abkürzen lassen.

8. Läßt sich nichts mehr abkürzen, so multipliciere man alle erhaltenen Zahlen der Divisor-Seite in was immer für einer Ordnung mit einander, um den Divisor zu erhalten; dann alle Zahlen der Dividendus-Seite, um den Dividendus zu erhalten. Am Ende verrichte man die Division wirklich.

9. Die Zahlen werden bey dem Multiplicieren so geordnet, wie man am bequemsten multiplicieren kann. Die bereits multiplicierten Factoren werden durchstrichen.

10. Es versteht sich von selbst, daß, wenn in einer Reihe keine Ziffer stehen bleibt, die Einheit herabgesetzt wird; dann, wenn am Ende der Divisor größer als der Dividendus wird, der Quotient ein Bruch ist, der nach den gegebenen Regeln aufgelöst werden kann.

11. Durch das gegenseitige Abkürzen erhält man zwar nicht allezeit weniger Ziffern; allein man erleichtert sich die Multiplication oder Division, gewinnt dadurch an Zeit, und rechnet bequemer.

Folgende Aufgaben werden dieses erläutern.

99. Aufgabe. Wie hoch kommt ein Zentner arabischer Gummi, wenn das Loth 6 fr. kostet?

Rechnung.

Ansatz:		Bearbeitung.	
Divisor.	Dividendus.		
Seite.	Seite.		
	100	60	100
	6		6
60	32		32
			fl. 320

Rechnung ohne Vortheil.

$$\begin{array}{r}
 100 \\
 32 \overline{) 100} \\
 \underline{32} \\
 68 \\
 6 \overline{) 68} \\
 \underline{60} \\
 80 \\
 6 \overline{) 80} \\
 \underline{60} \\
 20 \\
 6 \overline{) 20} \\
 \underline{12} \\
 8 \\
 6 \overline{) 8} \\
 \underline{6} \\
 2
 \end{array}$$

Antwort: 320 fl.

100. Aufgabe. Es verdient sich jemand täglich 48 fr. Wie viel beträgt dieses in 4 Monathen?

R e c h n u n g.

Kette.	
60	48
2	4 2
	30
fl. 96	

Ohne Vortheil.	
48	
30	
1440	
4	
6(0 576(0 96 fl.	
36	

Antwort: fl. 96.

101. Aufgabe. Wie hoch kommt das Rieß Papier, wenn der Bogen 2 Kr. kostet?

R e c h n u n g.

Kette.	
60	20
	24 4
	2
fl. 16.	

Ohne Vortheil.	
20	
24	
480	
2	
6(0 96(0 16 fl.	
36	

Antwort: fl. 16.

§. 168. II. Vortheile bey den Brüchen. Bey der Addition und Subtraction der Brüche läßt sich kein anderer Vortheil anwenden, als die

Art durch Abkürzung den allgemeinen Nenner zu finden. Dieses ist bereits vorgekommen.

Oft läßt sich die Multiplication der Brüche erleichtern, wenn man sie gehörig, nämlich beyde Brüche auf die Dividendus-Seite der Kette sezet, die Nenner durchstreicht, und als Divisoren auf die Divisor-Seite schreibt. Nur hat man es mit ganzen Zahlen zu thun, welche man gegenseitig abkürzt, und am Ende die Division verrichtet. Vermischte Brüche werden vorher eingerichtet. Zu dem Ende schließet man sie ein, und schreibet den Zähler darneben, den Nenner aber auf die entgegengesetzte Seite des Kettenstriches.

Ganze Zahlen dürfen hier eben nicht die Gestalt der Brüche haben, weil die Einheit weder als Factor noch als Divisor die Rechnung ändert.

Folgende Aufgaben werden dieses zeigen:

102. Aufgabe. Wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Ellen Band, wenn die Elle fl. $\frac{2}{3}$ kostet.

R e c h n u n g.

Kette.	Ohne Vortheil.
$ \begin{array}{r l} 4 & 3s4 \\ 3 & 2s3 \\ 2 & \\ \hline \text{fl.} & \frac{1}{2} \end{array} $	$ \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} $

Antwort: fl. $\frac{1}{2}$

Anleit. 3. Rechenk. I. Theil.

R

103. Aufgabe. Wie hoch kommt das Rieß Papier, wenn das Buch fl. $\frac{3}{4}$ kostet?

R e c h n u n g.

	K e t t e.		Ohne Vortheil.
	$3\frac{3}{4}$		
4	20		$\frac{20}{1} \times \frac{3}{4} = 15$ fl.
	5		
fl.	15.		

Antwort: fl. 15.

104. Aufgabe. Wie hoch kommen $3\frac{3}{4}$ Ellen Tuch, die Elle zu fl. $10\frac{1}{3}$?

R e c h n u n g.

	K e t t e.		Ohne Vortheil.
	$3\frac{3}{4} \times 5$		$3\frac{3}{4} \times 10\frac{1}{3}$
4	$10\frac{1}{3}$		$\frac{15}{4} \times \frac{31}{3} = 46\frac{5}{12}$
3	31		$12 \overline{) 465} \overline{) 38}$
4	155		105
	$= 35$		
	$= 3$		$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ fl.

Antwort: fl. $38\frac{3}{4}$.

§. 169. Bey der Division in Brüchen setze man den Divisor auf die Divisor-Seite des Kettenstriches, den Dividendus aber auf die Dividendus-Seite. Dann werden die vermischten Brüche eingerichtet. Um die Brüche der Kette wegzuschaffen, das

ist, anstatt der Brüche lauter ganze Zahlen ohne Veränderung der Quotienten an die Kette zu bringen, schreibe man die Renner auf die entgegen gesetzte Seite. Die Auflösung der Kette geschieht wie im Vorigen.

Folgendes Beyspiel wird dieses zeigen:

105. Aufgabe. Wenn $3\frac{3}{4}$ lb fl. $28\frac{1}{8}$ kosten, wie hoch kommt das Pfund Chocolade?

R e c h n u n g.

K e t t e.

$$\left(\begin{array}{c|c} 3\frac{3}{4} & 28\frac{1}{8} \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{r|l} x\cancel{8} & 22\cancel{8} \\ 8 & 4\cancel{8} \\ 2 & 15 \\ \cancel{8} & 4 \\ \hline 2 & 15 | 7\frac{1}{2} \\ & 1 \\ \hline & 2 \end{array}$$

Ohne Vorthell.

$$28\frac{1}{8} : 3\frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{r} 225 \quad 15 \\ \hline 8 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \quad 4 \\ \hline 8 \quad 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ 4 \end{array}$$

$$12(0|90(0|7 \text{ fl.}$$

$$\begin{array}{r} .6 \\ \hline 12 \end{array}) \frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Antwort: fl. $7\frac{1}{2}$.

§. 170. Will man über die Ausarbeitung einer Kette, wo der Ansatz richtig ist, die Probe machen; so setze man dieselbe neuerdings an, und den gefundenen Quotienten auf die Divisor-Seite. Hat man richtig gerechnet, so lassen sich beyde Sei-

ten so lange abkürzen, bis sich die Glieder wechselseitig ganz aufheben.

Die Probe der vorigen 105. Aufgabe würde so gemacht:

$$\begin{array}{r} 3\frac{3}{4} \\ 7\frac{1}{2} \end{array}$$

$$28\frac{1}{8}$$

Gegenseitiges Aufheben.

$$\begin{array}{r} \cancel{x5} \left(\begin{array}{r} 3\frac{3}{4} \\ 7\frac{1}{2} \\ 8 \end{array} \right) \begin{array}{r} 28\frac{1}{8} \\ 225 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 45 \\ \cancel{x5} \end{array}$$

Die Glieder heben sich gegenseitig auf, also war die Kette richtig berechnet.

§, 171. Oft läßt sich die Multiplication der Brüche erleichtern, wenn ein Factor oder beyde Factoren vermischte Brüche, und die bey den Ganzen befindlichen Brüche entweder bequem sind, oder leicht in bequeme Brüche können zerfallet werden.

In diesem Falle setze man die Factoren, wie bey dem Zerfällen, unter einander; multipliciere alle Theile des unteren Factors durch den ganzen obern Factor, und addiere die erhaltenen einzelnen Producte zusammen. Die erhaltenen Brüche des Productes kann man sogleich in die kleinere Benennung auflösen. Ist einer von den Factoren kein bequemer Bruch, so zerfalle man ihn in bequeme Brüche.

Folgende Aufgaben werden dieses erläutern:

106. Aufgabe. Wenn die Elle Weinwand fl. $1\frac{1}{4}$ kostet, wie hoch kommen $12\frac{1}{2}$ Ellen?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

$$\begin{array}{r}
 12\frac{1}{2} \text{ E.} \\
 1\frac{1}{4} \\
 \hline
 12. \text{ } 30 \\
 3. \text{ } 7\frac{1}{2} \\
 \hline
 \text{fl. } 15. \text{ } 37\frac{1}{2}
 \end{array}$$

Antwort: fl. 15. $37\frac{1}{2}$ fr.

Ohne Vortheil.

$$\begin{array}{r}
 12\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{4} \\
 \hline
 25 \quad 5 \quad 125 \\
 \underline{2} \quad \underline{4} \quad \underline{8} \quad 15\frac{5}{8}
 \end{array}$$

107. Aufgabe. Wenn die Elle Tuch fl. $15\frac{3}{4}$ kostet, wie hoch kommen $4\frac{1}{2}$ Elle?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

$$\begin{array}{r}
 \text{fl. } 15\frac{3}{4}) \frac{1}{2} \frac{1}{4} \\
 4\frac{1}{2} \\
 \hline
 \text{fl. } 60 \\
 2 \\
 1 \\
 7. \text{ } 30 \\
 22\frac{1}{2} \\
 \hline
 70. \text{ } 52\frac{1}{2}
 \end{array}$$

Antwort: fl. 70. $52\frac{1}{2}$ fr.

Ohne Vortheil.

$$\begin{array}{r}
 15\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{2} \\
 \hline
 63 \quad 9 \\
 \underline{8} \quad \underline{2} \\
 567 \quad 70\frac{7}{8} \\
 \underline{8}
 \end{array}$$

108. Aufgabe. Wenn die Maß Wein fl. $2\frac{3}{4}$ kostet, wie viel muß man für $7\frac{3}{4}$ Maß bezahlen.

R e c h n u n g.

Mit Vortheil

$$\begin{array}{r} 7\frac{3}{4}) \frac{1}{2} \frac{1}{4} \\ 2\frac{3}{4}) \frac{1}{2} \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{fl. } 14 \\ 1. 30 \\ 3. 30 \\ 1. 45 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7\frac{1}{2} \\ 7\frac{1}{2} \\ 3\frac{3}{4} \end{array}$$

$$\text{fl. } 21. 18\frac{3}{4}$$

Ohne Vortheil.

$$2\frac{3}{4} \times 7\frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{r} 11 \quad 31 \\ \hline 4 \quad \times \quad 4 \end{array}$$

$$31$$

$$31$$

$$16 | 341 | \quad 21 \text{ fl.}$$

$$21$$

$$5$$

$$60$$

$$16 | 300 | \quad 18 \text{ fr.}$$

$$140$$

$$1\frac{2}{3}) \frac{5}{4}$$

Antwort: fl. 21. 18 $\frac{3}{4}$ fr.

§. 172. III. Vortheile bey der Regel de Tri.

Da jede umgekehrte Regel de Tri durch die Umkehrung eines Verhältnisses auf eine gerade gebracht werden kann, so sieht man leicht, daß die Vortheile, welche für die gerade Regel de Tri vorkommen, auch für die umgekehrte gelten, wenn sie auf eine gerade gebracht ist.

Für die gerade Regel de Tri und für die umgekehrte, wenn sie auf eine gerade gebracht ist, merke man sich Folgendes:

1. Ist das erste Glied einer Regel de Tri mit dem

drritten gleichnähmig und eine Einheit; so wird das vierte Glied gefunden, wenn man das zweyte Glied mit dem dritten multiplicieret. Diese Regeln de Trien sind Multiplicationen.

2. Ist bey einer Regel de Tri das zweyte oder dritte Glied eine Einheit, so ist sie eine Division.
3. Ist eine Regel de Tri eine bloße Multiplication oder Division; so kann man alle Vortheile anwenden, welche von diesen beyden Rechnungsarten gelehrt wurden. Bey den eben vorgekommenen Beyspielen der Multiplication und Division liegt überall eine Regel de Tri zum Grunde.

§. 173. Ist bey einer Regel de Tri kein Glied ungleich benannt, so kann man dabey den Kettenstrich anbringen, den man zwischen das erste und zweyte Glied setzt.

Sind das erste und dritte Glied ungleich benannt, so löse man die größere dadurch in die kleinere Benennung auf, daß man die Auflösungszahl als Factor an dieselbe Seite schreibt.

Bekommt das vierte Glied wahrscheinlich eine höhere Benennung als das zweyte, so setze man die Auflösungszahl der höheren Benennung auf die Divisor-Seite.

Übrigens wird die Kette wie im Vorigen aufgelöst, wie folgende Beyspiele zeigen:

109. Aufgabe. Wie hoch kommen 5 Ellen Leinwand, wenn das Stück von 30 Ellen fl. 57 kostet?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil,

$$30 \overline{) 57} = 8$$

$$6 \overline{) } =$$

$$\text{fl. } 9\frac{1}{2}$$

Antwort: fl. $9\frac{1}{2}$

Ohne Vortheil.

$$\text{G. fl. G. fl.}$$

$$30 : 57 = 5 : X$$

$$30 \overline{) 285} = 9\frac{1}{2} \text{ fl.}$$

$$\frac{15}{30} \overline{) \frac{1}{2}}$$

110. Aufgabe. Wenn der Eimer Wein fl. 32 kostet, wie hoch kommen 8 Maß?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

$$40 \overline{) 32} = 8$$

$$5 \overline{) } =$$

$$\text{fl. } 6\frac{2}{3}$$

Ohne Vortheil.

$$\text{M. fl. M. fl.}$$

$$40 : 32 = 8 : X$$

$$8$$

$$40 \overline{) 256} = 6\frac{2}{3}$$

$$\frac{16}{40} \overline{) \frac{2}{3}}$$

Antwort: fl. $6\frac{2}{3}$ oder fl. 6. 24 kr.

111. Aufgabe. Wenn $\frac{3}{4}$ Bentner Mehlsucker fl. 240 kosten, wie hoch kommen $12\frac{1}{2}$ Th?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

$$3 \overline{) 240} = 80$$

$$4 \overline{) 80} = 20$$

$$2 \overline{) 20} = 10$$

$$2 \overline{) 10} = 5$$

$$40$$

Antwort: fl. 40.

Ohne Vortheil.

$$3. fl. Th fl.$$

$$\frac{3}{4} : 240 = 12\frac{1}{2} : X$$

$$75 \overline{) 12\frac{1}{2}}$$

$$480$$

$$24$$

$$120$$

$$75 \overline{) 3000} = 40 \text{ fl.}$$

§. 174. Außer den bloßen Multiplications- und Divisions-Aufgaben wollen wir auch zwey Fälle anführen:

I. Wenn das erste Glied der Regel de Tri die Einheit ist, beobachte man:

1. Ist das dritte Glied eine höhere Benennung als das erste, so löse man dieselbe in die Benennung des ersten Gliedes auf, und berechne die Aufgabe als eine Multiplication.
2. Ist im dritten Gliede noch eine kleinere Benennung, so wird auch diese in bequeme Brüche der größeren Benennung zerfället, und die einzelnen Posten addiert.
3. Ist die kleinste Benennung im dritten Gliede kein Bruch des ersten Gliedes, so nehme man eine größere Anzahl Einheiten, welche ein bequemer Bruch der größeren Benennung sind, und wovon die kleinere ein bequemer Bruch ist. Man durchstreiche aber diejenige Post, welche man bloß, um die kleinste Benennung zu finden, berechnet hat (Hülfsatz).
4. Oft wird auch das zweyte Glied zerfället, wenn es nicht lauter Einheiten enthält, in welchen man das vierte Glied berechnen will. Folgende Beispiele werden diese Regeln erläutern:

112. Aufgabe. Die Elle Tuch kostet fl. 10. 45 Kr., wie hoch kommen $3\frac{3}{4}$ Ellen?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

E.	fl.	fr.	E.	
1	:	10.	45.	= 3 $\frac{3}{4}$: X
		3	3 $\frac{3}{4}$)	1 $\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{4}$) 45
			30	—
		1.	30	15
		—	45	
		5.	22 $\frac{1}{2}$	
		2.	41 $\frac{1}{4}$	
fl.		40.	18 $\frac{3}{4}$	

Ohne Vortheil.

E.	fl.	E.	fl.
1	:	10 $\frac{3}{4}$	= 3 $\frac{3}{4}$: X
		4 $\frac{3}{4}$ ×	1 $\frac{5}{4}$
			43
			15
			215
			43
			16 645 40 fl.
			5 $\frac{5}{16}$

Antwort: fl. 40. 18 $\frac{3}{4}$ fr.

113. Aufgabe. Eine Maß Wein kostet 40 fr., wie hoch kommen davon 3 Eimer?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.

M.	fr.	E.
1	:	40 = 3 : X
		oder ohne Ansatz.
40		3 E.
30		120 M.
10		fl. 60 —
		20 —
		fl. 80

Antwort: fl. 80.

Ohne Vortheil.

M.	fr.	E.
1	:	40 = 3 : X
		40
		120
		40
		60 480 80 fl.

114. Aufgabe. Das Stück Leinwand kostet fl. 50. 30 fr., wie hoch kommen 3 Stück 1 $\frac{1}{2}$ Elle?

R e c h n u n g.

Mit Vortheil.				Ohne Vortheil.			
St.	fl.	fr.	St. E.	St.	fl.	fr.	St. E.
1	:	50.30	= 3. $1\frac{1}{2}$: X	1	:	50.30	= 3. $1\frac{1}{2}$: X
	3				60	30	
	<u>150</u>	—			<u>30</u>		
	1.	30			60	3030	$91\frac{1}{2}$
Hilfsf. 8 8 (Post. 3 E.)					183		<u>183</u>
	1.	41			9090		
	<u>—</u>	$50\frac{1}{2}$			2424		
fl.	154.	$1\frac{1}{2}$.			303		
					<u>60</u>	<u>554490</u>	<u>9241</u> fr.
						= 14	
						<u>= 24</u>	
						<u>= 9</u>	
						$\frac{3}{6}$) $\frac{1}{2}$ fr.	
						<u>60</u>	<u>9241</u> 154 fl. $1\frac{1}{2}$ fr.,
						32	
						<u>= 24</u>	
						<u>= 1\frac{1}{2}</u>	

Antwort: fl. 154 $1\frac{1}{2}$ fr.

§. 175. II. Ist das erste Glied der Regel de Tri nicht die Einheit, sondern eine andere gleich benannte Zahl: so rechne man, wie in dem vorigen Falle, als stände die Einheit im ersten Gliede, und dividire den gefundenen Betrag durch das erste Glied, um den wirklichen Betrag zu erhalten.

115. Aufgabe. Wenn 3 Ellen Tuch fl. 42. 30 fr. kosten, wie hoch kommen $27\frac{1}{2}$ Ellen?

R e c h n u n g.

$$3 : \text{fl. } 42. 30 = 27\frac{1}{2} : X$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \hline 294 \\ 84 \\ 13. 30. \\ 21. 15. \\ \hline 1168. 45 \\ \hline \text{fl. } 389. 35. \end{array}$$

Ohne Vortheil.

$$3 : 42. 30 = 27\frac{1}{2} : X$$

$$\begin{array}{r} 6 \quad 60 \quad 55 \\ \hline 2550 \\ 55 \\ \hline 12750 \\ 1275 \\ \hline 6 \overline{) 140250} \overline{) 23375} \text{ fr.} \\ \underline{\cdot 20} \\ \cdot 22 \\ \underline{\cdot 45} \\ \cdot 30 \\ \underline{\cdot \cdot} \\ 6(0 \overline{) 2337} (5 \overline{) 389} \text{ fl.} \\ \underline{\cdot 53} \\ \cdot 57 \\ \underline{\cdot 35} \text{ fr.} \end{array}$$

Antwort: fl. 389. 35 fr.

Anmerkung. Bey Warenberechnungen ist der Preis des Zentners, Pfundes, Lothes, der Eleu. s. w. gegeben, und größten Theils wird gefragt,

was eine gewisse Menge davon koste. Dieses wird nach den bisher gegebenen Regeln berechnet, nur bleibt der Kürze wegen der förmliche Regel de Tri-
Ansatz weg. Folgende Beispiele werden dieses er-
läutern:

116. Aufgabe. Wenn der Zentner Bley fl. $51\frac{1}{2}$ kostet, wie hoch kommen 1843 W ?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 1843 \text{ W} \\
 51\frac{1}{2} \\
 \hline
 1843 \\
 9215 \\
 921\frac{1}{2} \\
 \hline
 \text{fl. } 949,14\frac{1}{2} \\
 60 \\
 \hline
 8,70 \text{ fr. d. i. } 9 \text{ fr.}
 \end{array}$$

Antwort: fl. 949. 9 fr.

117. Aufgabe. Der Zentner Bergkreide kostet Gr. 43, wie hoch kommen 6294 W ?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 6294 \\
 43 \\
 \hline
 18882 \\
 25176 \\
 \hline
 2706,42 \text{ Gr.} \\
 \hline
 \text{fl. } 135. 6 \text{ Gr.}
 \end{array}$$

Antwort: fl. 135. 18 Gr.

118. Aufgabe. Wenn der Eimer Wein fl. $24\frac{3}{4}$ kostet, wie hoch kommen $12\frac{7}{8}$ Eimer?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 12\frac{7}{8} \text{ Gr.} \\
 24\frac{3}{4} \text{ fl.} \\
 \hline
 48 \text{ —} \\
 24 \text{ —} \\
 6 \text{ —} \\
 3 \text{ —} \\
 12 \text{ —} \\
 6 \text{ —} \\
 3 \text{ —} \\
 \hline
 45
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 21\frac{1}{2} \\
 12\frac{1}{4} \\
 5\frac{5}{8} \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \frac{7}{8} \text{ von } \frac{3}{4} \text{ fl.}$$

fl. 318. 39 $\frac{3}{8}$ fr.Antwort: fl. 318. 39 $\frac{3}{8}$ fr.

129. Aufgabe. Wenn eine Flasche Erlauer Wein 75 Gr. kostet, wie hoch kommen 12 Flaschen?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 75 \\
 12 \\
 \hline
 150 \\
 75 \\
 \hline
 900 \\
 \hline
 \text{fl. } 45
 \end{array}$$

Antwort: fl. 45.

120. Aufgabe. Wenn das Loth Vanille fl. 4 $\frac{1}{2}$ kostet, wie hoch kommen 16 $\frac{1}{2}$ Loth?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 16\frac{1}{3} \\
 4\frac{1}{2} \\
 \hline
 64 \\
 2 \\
 8. 15 \\
 \hline
 \end{array}$$

fl. 74. 15 fr.

Antwort: fl. 74. 15 fr.

122. Aufgabe. Wenn der Eimer Wein fl. 36
 kostet, wie hoch kommen 24 Eimer 12 Maß?

R e c h n u n g.

$$\begin{array}{r}
 36 \\
 24. 12 \\
 \hline
 144 \text{ —} \\
 72 \text{ —} \\
 9 \text{ —} \\
 1. 48 \\
 \hline
 \end{array}$$

fl. 874. 48 fr.

Antwort: fl. 874. 48 fr.

Anmerkung. Da sich die Preise der Waren,
 welche in dem Buche vorkommen, beständig än-
 dern; so wird es zweckmäßig seyn, alle Beispiele,
 wo solche Änderungen Statt finden, jedes Mal auch
 im wahren Preise zu berechnen, wodurch der Un-
 terricht erst wirklich nützlich wird. Beym Unter-
 richte im Rechnen sollen immer wirkliche Rech-
 nungsvorfälle vorkommen.

I n h a l t.

	Seite.
Einleitung.	3.
Erstes Kapitel. Vom Nummerieren.	3
Zweytes Kapitel. Vom Addieren gleich benannter Zahlen.	10
Drittes Kapitel. Vom Subtrahieren gleich benannter Zahlen.	17
Viertes Kapitel. Vom Multiplicieren gleich benannter Zahlen.	23
Fünftes Kapitel. Vom Resolvieren.	32
Sechstes Kapitel. Vom Dividieren gleich benannter Zahlen.	42
Vorbegriffe von den Brüchen.	50
Siebentes Kapitel. Vom Reducieren.	62
Achtes Kapitel. Von den vier Rechnungsarten in ungleich benannten Zahlen.	64
Neuntes Kapitel. Von den Brüchen.	72
Zehntes Kapitel. Von den Verhältnissen, von der Proportion, von der einfachen, geraden und umgekehrten Regel de Tri in ganzen Zahlen und Brüchen.	99
Elftes Kapitel. Von den Rechnungsvorthellen.	121
I. Vorthelle bey den vier Rechnungsarten in gleich- und ungleich benannten Zahlen.	122
II. Vorthelle bey den Brüchen.	144
III. Vorthelle bey der Regel de Tri.	150



UP - Kraków BG



1050279952