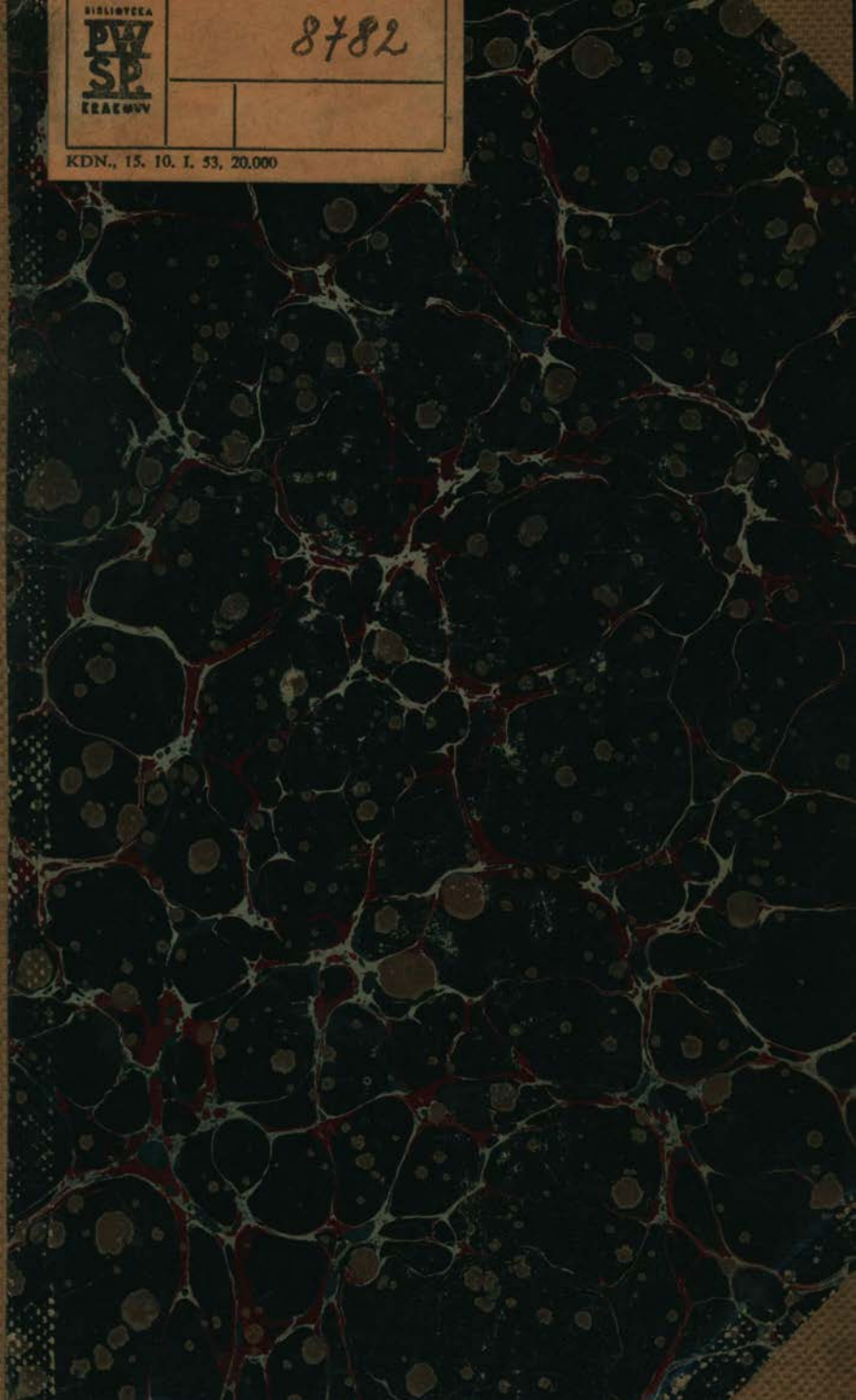


БИБЛИОТЕКА
ПВ
СП
КРАСНОВ

8782

KDN., 15. 10. I. 53, 20.000







Georga
elektromagnetyczna
światła

według wykładów Prof. Dr. A. Witkowskiego

Łódź 1910

Wydano staraniem H. Scherera
i K. Zurzyckiego.

Wszelkie prawa zastrzeżone.



8782

Notatkę stenografowanych wykładów
raczyt łaskawie przejrzeć i poprawić
prof. Dr. J. Witkowski.

Rozchodzenie się światła polega na rozchodzeniu się pewnych peryodycznych zmian w hipotetycznym ośrodku, wypełniającym wszystko nawet ciała materjalne, a zwanym eterem kosmicznym. Faktów dostarcza w przeważnej ilości fizyka eksperymentalna; i tak wiemy n.p. że światło rozchodzi się w każdym ośrodku jednolitym z pewną stałą prędkością. W próżni wynosi ona $300,000 \text{ km/sec}$ bez względu na rodzaj światła: każdy rodzaj promieniowania, nawet niewidzialnego, jak ciepła, rozchodzi się w próżni z tą samą prędkością. W innych ośrodkach prędkość ta jest również skończoną i wogóle mniejszą niż w próżni, które to różnice zresztą drobne sprawiają zjawisko dyspersji.

Teoria emisyjna światła i tona,

eraca w pewien sposób zjawiska świat-
 łne, wobec faktów doświadczalnych
 stojących z nią w sprzeczności ostać się
 nie mogła; i tak z teorii tej wyni-
 kato, iż światło przechodząc z ośrodka
 rzadszego do gęstszego, zatamuje się
 i zwiększa swoją prędkość, podczas
 gdy doświadczenia wykazywały iż prę-
 dkość przechodzenia się światła w tym
 przypadku się zmniejsza. Ostatecz-
 nie zaś zjawiska interferencji
 Younga, wykarujące, iż dwa pro-
 mienie światłne, gdy wychodzą
 z jednego źródła po przebyciu dróg
 różnej długości mogą się niszczyć,
 obalily tę teorię.

Znane to zjawisko Younga po-
 lega na tem, iż przez dwie szczeliny
 przepuszczamy światło, pocho-
 dzące pierwotnie z jednej rozpo-
 nej szczeliny, które dając na ekranie
 nie prątki naprzemiennie jasne i

ciemne. N. p. w punkcie jakimś A ek,
raun będzie światło lub ciemność, zależ-

I_1 |-----| A nie od różnicy dróg
 I_2 |-----| $I_1 A - I_2 A$. Przekona-

no się, że jeżeli różnica ta jest równą
pewnemu: $\frac{x}{2}, \frac{3x}{2}, \frac{5x}{2}, \dots$

mamy ciemność, jeżeli zaś mamy pa-
rzyście wielokrotności tego x , występu-
je jasność. Ta wielkość x nie zależy
od natury użytych przyrządów, nie
zależy od odległości szczelin od siebie;
na x otrzymujemy dla pewnego rodzaju
ju światła zawsze tę samą wartość;
mamy tu więc do czynienia z pewną
wielkością stałą, ściśle związaną z na-
turą światła.

Przez rzysetnie analogiczną można
zaobserwować przy zjawisku zwanem

piersścieniami Newtona, gdzie powstawa-
wanie kół jasnych czy ciemnych zależa-
ło od tego, czy grubość warstwy po-
wietrza między dwiema płytami
szklanemi była parzystą czy niepa-
rzystą wielokrotnością pewne-
go stałego, dla każdego promieniowa-
nia x , niezależnego od ustroju użyte-
go do się dosiwiadczenia aparatu, a
tego samego, jak w dosiwiadczeniu
Younga.

Na promieniu świetlnym są zatem
wymieszerzone pewne zmiany, w równych
odstępach $\frac{x}{2}$ w ten sposób, że w dwóch
odstępach sąsiadnych mamy zmiany
wprost przeciwne, tak że się one mo-
gą przy spotkaniu znosić. Mogły-
by to być n.p. ogrzewania i ochładzania,

przesunięcia w jedną i przesunięcia w drugą stronę: stowem jakiekolwiek zmiany, które mogą przyjmować znaki przeciwne, tak że przy spotkaniu mogą się niszczyć.

Ustrój promienia świetlnego jest zatem peryodyczny w przestrzeni, a jeżeli uważamy że promień świetlny nigdy nie jest nieruchomy, lecz leci naprzód z bardzo wielką prędkością, to dostrzeżemy, że ta peryodyczność w przestrzeni musi pociągać za sobą peryodyczność w czasie; czyli jeśli weźmę pewną część A w przestrzeni, to do niej przynosi ten promień różne zmiany, raz zmianę $(+Z)$, drugi raz zmianę $(-Z)$, z tem stan rzeczy w punkcie A będzie ulegał szeregowi zmian przeciwnych,

będzie przeto zachodzić peryodyczna zmiana czyli drganie.

Po upływie n. p. czasu T stan rzeczy w punkcie A będzie się powtarzał; wtedy w tym punkcie zachodzić będą takie zmiany, jakie wzdłuż promienia rozmieszczone są w odstępach

$$vT = 2x = \lambda.$$

Wszelka zmiana, która się odbywa peryodycznie w czasie i w przestrzeni, da się najkrócej scharakteryzować nazwą falowania.

Mozna przeto powiedzieć jako fali i światło rozchodzi się jako fala; na czem jednak polega ta fala, względnie te zmiany $(+x)$ i $(-x)$ tego nam przytoczone zjawiska na razie nie tłumaczą.

Natomiast t. zw. zjawisko polaryzacji objaśnia nieco tę rzecz. Można bowiem każde światło zamienić na światło spolaryzowane, po przepuszczeniu go przez nikol i t.; promień taki spolaryzowany nabiera pewnych charakterystycznych cech: wykazuje on mianowicie istnienie pewnej płaszczyzny symetrii, przechodzącej przez jego długość, a wyróżnioną od innych.

Możliwość istnienia światła spolaryzowanego domaga się przyjęcia, iż te zmiany (z) są zmianami kierunkowymi, gdyż tylko wtedy można konstatując kierunkowość, scharakteryzować tę płaszczyzną polaryzacji.

Zmiany te są zatem kierunkowe, czyli wektorowe, a nie skalarne jak n.p. zmiany temperatury, gęstości i t.p., i one wywołują ten stan osrodku, który określamy wektorem świetlnym; jest on do kierunku rozchodzenia się światła prostopadły. Jeżeli rzucimy promień świetlny na płytkę krystaliczną, która ma dwie wyróżnione płaszczyzny do siebie prostopadłe, to promień rozszczepi się na dwa, w których drgania odbywają się poprzecznie do kierunku rozchodzenia się ich, gdyż taki kierunek ma wektor świetlny. Takie rozbiecie światła nie byłoby możliwe, gdyby w świecie rzeczywistym nie istniał już ten

wektor świetlny. Nie mogą to też być zmiany wektora fal postrzępionych, gdyż z niego nie możnaby wytworzyć dwóch fal poprzecznych.

Jeżeli staniamiy na tem stanowisku, to musimy przyjąć teorię undulacyjną światła: iż światło polega na rozchodzeniu się fal poprzecznych.

Zatemnie odtęgo czy będziemy uwarali te fale jako sprężyste, albo elektro-magnetyczne, teoria falowa rozpada się na dwie:

- 1^o teorię sprężystą, i nowszą.
- 2^o " elektromagnetyczną światła.

W teorii sprężystej owe zmiany (z) polegają tylko na przesunięciach cząstek eteru, przyjętych

jako doskonale sprężyste, a wzbudza, nie światła polega na szybkim drgającym ruchu cząstek ciała świecącego, wywołującym w ten sposób fale świetlne. Ten sposób tłumaczenia zjawisk świetlnych natrafił jednak na bardzo ważne trudności: przede wszystkim miały to być fale poprzeczne, które - jak wiemy - mogą się wytwarzać tylko w ciałach sztywnych; płyny nie mają sprężystości postaci, nie mogą przeto dać fal poprzecznych, lecz tylko podłużnych. Musiano więc przypuszczać, że ten eter to ma być ciało state, sprężyste i nieściśliwe, by wywołować fale podłużne.

Teoria elektromagnetyczna po-

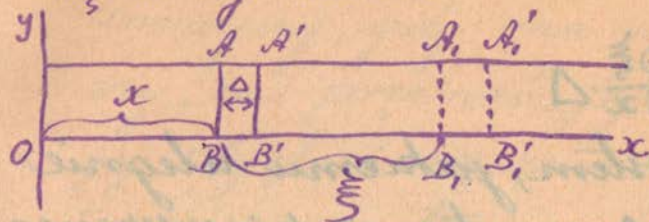
zbyła się zasadniczo tych fal podłuż-
nych: wychodzi ona z zupełnie in-
nych źródeł, nie zależy wcale do wytwo-
rzenia mechanicznej natury zjawisk
światlnych, lecz koniecznie na skonstruowa-
niu faktu, że wektor światlny pole-
ga na perypetycznem namagneszo-
waniu i naelektryzowaniu ośrodka.
Przyпуска ona, iż w eterze
zachodzą podobne zmiany, jakie
mają miejsce między oktaedrami kon-
densatora.

W ten sposób postawioną teorię
elektromagnetyczną można uważać
za fakt eksperymentalnie dowiedzio-
ny z chwilą, kiedy Hertz otrzymał
takie fale elektromagnetyczne
sztucznie.

W ogólnej teorii rozchodzenia się fal, rozróżniamy fale połużne i fale poprzeczne, pierwsze odpowiadają falom akustycznym, drugie świetlnym.

Wyobraźmy sobie osłodek płynny wypełniający prostą rurę dostatecznie szeroką i przypuśćmy, że biorę pod uwagę zaburzenie, stanowiące falę płaską, t.j. takie wysunięcie cząstek z położenia równowagi, żeby wszyskie te cząstki, które leżą na tym samym przekroju poprzecznym rury były równocześnie jednakowo oddalone od przyjętej osi x . Biorę pod uwagę przekroje AB i $A'B'$ oddalone od siebie o Δ i badam pewne wstrząśnienia rozchodzące

się w tej rurze.



Wyobraźmy sobie, że zasrto pewne rzu-
wienie takie, że po czasie t przekroje
nasze zajmą odpowiednio położenia
 A, B , i A', B' . Weźmy nieskończenie
małe przesunięcie ξ pierwszej war-
stwy; ono będzie wielkością zmienną
zależną od x i t : od tego, w którym
miejscu rury i w której chwili uwa-
żam położenie tej warstwy, krótko
niech będzie

$$\xi = f(x, t).$$

przyczem x nie zmienia się już
z biegiem czasu. Jeżeli ξ jest róż-
niczkowalne względem x to wyra-

zenie :

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} \Delta$$

jest przyrostem, jakiemu ulegnie odległość Δ warstw w pierwszym potożeniu po przesunięciu się ich do następnego potożenia, czyli pierwszy przekrój AB przesunięty o η będzie się znajdował w miejscu $x + \eta$, a drugi będzie w miejscu $x + \Delta + \eta + \frac{\partial \eta}{\partial x} \Delta$.

Warstwa zatem zawartą między przekrojami będzie z biegiem czasu grubość swoją zmieniać i w potożeniu rozważanem następnem grubość jej wynosić będzie

$$\Delta + \frac{\partial \eta}{\partial x} \Delta \quad \text{lub} \quad \Delta \left(1 + \frac{\partial \eta}{\partial x}\right);$$

ta zmiana grubości warstwy musi za sobą pociągnąć efekt sprężyste: mianowicie przynosić jej się

zmniejszy, gdy ona się sama zwiększy, zaś przynosi jej wzrosnięcie, gdy jej objętość się zmniejszy. Będą tu więc występować pewnego rodzaju zaburzenia i my postawimy sobie zadanie: zbadać jak się będzie rozchodzić nierównie małe zaburzenie wstępie płynu po zwichnięciu równowagi, trzymając się przytem założenia, że woskowe cząstki na tym samym poprzecznym przekroju mają odchylenia jednakowe.

Określając przekrój poprzeczny rury przez A widzimy, że w pierwszym położeniu, objętość uważanej warstwy będzie: $a \cdot \Delta$,
a w drugim: $a \cdot \Delta \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x}\right)$.

Ta zmiana objętości pociągnie za sobą oczywiście odpowiednią zmianę prężności plynu. Znając spółczynnik sprężystości objętościowej tego plynu σ , wiemy z nauki o sprężystości, iż zmiana prężności, wynikająca ze zmiany objętości jest proporcjonalną do stosunku zmiany objętości, zatem u nas

$\Delta p \propto \Delta \frac{\partial m}{\partial x}$, do objętości pierwotnej $a \cdot \Delta$. Ten stosunek

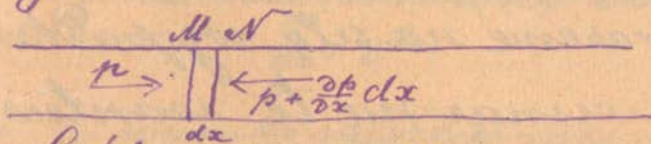
$\frac{a \Delta \frac{\partial m}{\partial x}}{a \Delta} = \frac{\partial m}{\partial x}$ jest miarą zgęszczenia względnie rozrzedzenia przestrzennego naszej warstwy. Otrzymujemy zatem, że wywołana w naszej warstwie zmiana ciśnienia wynosi

$$(1) \quad p = - \sigma \frac{\partial m}{\partial x}.$$

Źnak minus oznacza, że p wzrasta, gdy objętość maleje i naodwrot.

Gdyby przesunięcia odbywały się „en bloc” nie mielibyśmy zmiany ciśnienia t.j. tego p , gdyż nie byłoby zmiany objętości.

Weźmy jeszcze raz pod uwagę dwa przekroje płynu w rurze: przekrój M i N nieskończenie bliski tam, tego, oddalone od siebie o dx .



Środkowa pierwszego niech będzie x i niech na nią płyn wywiera pewne ciśnienie p ; ciśnienie na warstwę następną N będzie nieco większe i będzie wynosić

$$p + \frac{dp}{dx} dx$$

i ta nierówność ciśnienia powoduje
 je ruch tej warstwy. Głoczyn p.a
 daje siłę catkowitą, działającą na
 warstwę pierwszą, a iloczyn
 $(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx)$ a daje siłę działającą
 na warstwę drugą. Różnica tych
 dwu sił daje siłę wypadkową

$$p_1 = -a \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

lub na mocy równania (1)

$$(2) \quad p_1 = a dx \cdot 5 \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

Jest to wyrażenie na siłę wypadko-
 wą, która cisnaci na tę warstwę,
 kę o powierzchni a nadaje jej
 przez to pewne przyspieszenie.

Chcąc napisać równanie ruchu
 dla tej warstwy, musimy wartość
 tej siły przyrównać do iloczynu
 masy m warstewki, przez jej

przyspieszenie y .

Jeżeli oznaczę przez ρ gęstość uważane go płynu, przez a powierzchnię przekroju, a przez dx grubość warstwy to ta siła

$$p_1 = m y = \rho a dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

lub na mocy równania (2):

$$a dx \sigma \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \rho a dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

a po skróceniu mamy

$$\sigma \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Jeżeli dla krótkości oznaczymy

$$\frac{\sigma}{\rho} = v^2$$

to wynik naszego rachunku można napisać w postaci równania

$$(3) \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

przyczem v jest stałą zależną tylko od fizycznych własności płynu mianowicie od jego współczynnika spręż.

zysłości objętościowej δ i od jego gęstości ρ .

Otrzymaliśmy więc jako ogólną, cechę tego ruchu równanie różniczkowe o pochodnych cząstkowych.

By to równanie scałkować i dowiedzieć się w ten sposób, jak się przedstawia przypadek najogólniejszy rozchodzenia się zaburzeń w płynie, spróbujemy zadość uczynić temu równaniu przez wprowadzenie nowej zmiennej.

$$(4) \quad q = v \cdot t - x.$$

i zobaczymy, czy można będzie zadość uczynić równaniu różniczkowemu

(3) zakładając, że ξ jest jakąkolwiek funkcją q byle skończoną i różniczkowalną względem t i x ,

krótko gdy

$$(5) \quad \xi = F(q).$$

Wykonajmy następujące różniczkowanie równania (5) /: uwzględniając równanie (4) /

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial F(q)}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} = - \frac{\partial F(q)}{\partial q}$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = - \frac{\partial^2 F(q)}{\partial q^2} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial^2 F(q)}{\partial q^2}$$

Podobnie

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial F(q)}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} = v \frac{\partial F(q)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 F(q)}{\partial q^2} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} \cdot v = v^2 \frac{\partial^2 F(q)}{\partial q^2}$$

A wstawiając otrzymane wartości w równanie (3) widzimy, że ono jest rzeczywiście spełnione przez funkcję (5). Zatem widzimy, że jakakolwiek funkcja zależna od argumentów v, t, x , w postaci (4) i różniczkowana spełnia równanie różniczkowe (3). Jeżeli zatem, że ξ jest jakąkol.

wiek inną funkcją dowolną argu-
mentu

$$q' = vt + x$$

n. p.

$$\xi = \mathcal{P}(q')$$

to taki sam prosty rachunek prze-
konatby nas, że i ta funkcja wy-
ni zadość naszemu równaniu (3).

Ponieważ rozwiązywanie ξ równania
(3) występuje w postaci dwóch do-
wolnych funkcji pewnych dwóch
funkcji liniowych q i q' , przeto i
suma rozwiązań - oczem się łatwo
bezpośrednio przekonać - czyli
zadość naszemu równaniu również,
kolewnu (3) czyli że mamy również

$$\xi = \mathcal{F}(vt - x) + \mathcal{P}(vt + x).$$

Jest to znana cecha równań różnic-
kowych o pochodnych cząstkowych:

że ich rozwiązanie jest pewną ogólną funkcją typową, mieszczącą w sobie rozwiązania o różnych szczególnych postaciach i dzięki temu równanie nasze może się dostosować do wszelkich przypadków ruchu, różniących się między sobą tylko warunkami początkowymi. Trzeba zatem, jakkolwiek byłyby dane początkowe warunki, odnaleźć, jakie będą następne zjawiska.

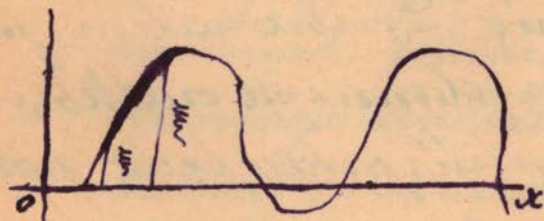
W tym celu zajmiemy się graficznem przedstawieniem przebiegu zjawiska, zakładając napróżd, że funkcja ξ , która może być zupełnie dowolną, równa się zero, będzie zatem

$$\xi = F(vt - x).$$

równaniem określającym wyznaczenie

częstek płynu z położenia równowagi w pewnej chwili t .

Uwazajmy krzywą taką, by rzędne ξ jej punktośo wyrażały odchylenie cza-
stek z położenia równowagi w tej sa-
mej chwili, zaś' odcięte nich wyrażają
oddalenia x tych czastek od początku
układu. Nasze ostatnie równanie wyra-



za rozmieszczenie
cząstek w czasie t .
Weźmy teraz czas
o t' późniejszy,

przyjem uwazamy wszystkie x jako po-
większone równocześnie o vt' ; z ostatnie-
go równania otrzymamy na rozmiesz-
czenie czastek w czasie $t+t'$ wyrażenie

$$\xi = F[v(t+t') - (x + vt')] = F(vt - x)$$

Z równania tego widac, że funkcja ξ

wcale się nie zmienia a więc, że cząstki o odległościach $x + vt'$ mają w chwili $t + t'$ takie same odchylenia, jakie cząstki x miały w chwili t . A zatem widzimy, że zmiana w czasie o pewne t' nie przysuwa za sobą zmiany odchylenia cząstelek z pozorami równowagi, jeżeli jedno: cześnie wystąpi odcięte zwiększymy o vt' . Jest to więc periodycznie powtarzające się rozmieszczenie cząstek, czego geometryczną interpretacją jest periodycznie powtarzający kształt krzywej po prawej stronie od początku układu; odcięte bowiem - jak znamy - zwiększają się odpowiednio o vt' . Jest to racjonalną cechą rozchodzenia się rozwarianego zaburzenia w postaci fali w sposób taki, że

zaburzenie to nie zmieniając swego typu przechodzi z jednego miejsca do dalszych, z pewną stałą prędkością, mianowicie prędkością v . Fala ta jest falą podłużną, która rozchodzi się z prędkością stałą:

$$v = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$$

bez dyspersji i rozszczepienia, gdyż szybkość rozchodzenia się jej v nie zależy od rodzaju funkcji F , lecz tylko od fizycznych własności ośrodka.

Są to dobrze znane cechy rozchodzenia się fal głosowych w powietrzu: wszyscy rodzaje głosów lecą w powietrzu z tą samą prędkością, nie ma tu dyspersji czyli zależności między prędkością rozchodzenia się głosów, a ich naturą.

To cośmy powiedzieli o funkeyi F , moze-
my powtórzyć o funkeyi G ; zakładając

$$\xi = G(vt + x)$$

widzimy, że mamy nową falę, ale
w kierunku wprost przeciwnym. Ponie-
waż argument funkeyi G się nie zmienia
gdy wzięmy czas o t' późniejszy a jednak
ciężnie zmniejszymy odległość o vt' , prze-
to po czasie t' to samo zaburzenie, wyra-
żone ostatniem równaniem, przesunie
się do innego miejsca, będzie w innej
mniejszej odległości od początku ukła-
du.

Zbierając razem ostatnie dwa wyniki
możemy powiedzieć, że jakkolwiek
wprowadzimy w ruch cząstki tego płynu
przez wyprowadzenie ich z położenia
równowagi, to dalszy rozwój stanu tego

zjawiska w płynie, samemu sobie porosta, wionego, da się przedstawić w postaci dwóch fal, jednej na prawo, drugiej na lewo od miejsca zaburzenia, rozchodzących się z tą samą prędkością, niezależną od natury zaburzenia.

Funkcje F i G mogą być także funkcjami periodycznymi, wtedy odpowiednie fale będą falami periodycznymi. Takie funkcje F lub G dają się przedstawić na mocy twierdzenia Fouriera w postaci sumy, czasem skończonej, zwykle nieskończonej, funkcji periodycznych prostych t.j. wstaw i dostaw. Zawsze więc możemy napisać że

$$F(x) = a \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \delta\right) + a' \sin\left(2 \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta'\right) + a'' \sin\left(3 \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta''\right) + \dots$$

gdzie $a^{(i)}$ i $\delta^{(i)}$ są pewnymi stałymi.

Jeżeli zatem dany jest początkowy kształt funkcji, to zawsze można według teorii Fouriera tak dobrać wartości stałych

$$a, a', a'', \dots, \delta, \delta', \delta'', \dots$$

żeby dostatecznie wielka liczba wyrazów takiego szeregu - w rzeczywistości nieskończenie wielka - przedstawiała wiernie tę daną funkcję, periodyczną i to periodyczną w okresie λ .

Gdyby się zdarzyło, że z tego szeregu rosta, je tylko jeden wyraz, n.p. pierwszy, to takiego rodzaju falowanie nazywalibyśmy falą prostą; ona się daje wyrazić przez costawę lub costawę jakiegos' argumentu i mielibyśmy w tym wypadku

$$\xi = a \sin\left(\frac{2\pi vt}{\lambda} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta\right).$$

Widac' odrazu, że ξ zmienia się peryo-

olycznie w czasie w okresie

$$T = \frac{L}{v}$$

i w przestrzeni w okresie L : co odstęp L będzie stan rzeczy się powtarzał, jeżeli zatem x się zwiększy o L , to funkcja ξ pozostaje niezmieniona; jeżeli zaś uważać będziemy x za stałą, a t za zmienną, tzn. że bierzemy pewien stały punkt i obserwujemy zmiany, jakim on ulega z biegiem czasu, to wtedy znówu stan rzeczy powtarza się w odstępach czasu równych T . Jak z ostatniego wzoru wynika, czasem taka będzie odbywała ruch drgający prosty, t.j. ruch w którym wielkość odchylenia jest proporcjonalną do wstawy kąta bieżącego.

Czas T , po upływie którego zmiany powtarzają się w każdym miejscu, nazywamy

okresem drgania.

Równocześnie ruch falisty miał tę własność, że czoła fali porostawiały zawsze w płaszczyznach do siebie równoległych, rozumiejąc ~~przez~~ czoła fali zbiór cząstek, które w jednokowych czasach znajdują się w jednokowych stanach / fazach / ruchu.

Wielkość λ jest wykładnikiem periodyczności przestrzennej; jest też odległością, wzdłuż której stan rzeczy się powtarza przy statem t .

Stata a nazywa się amplitudą, czyli kątem, którego wartość bierzemy - fazą, a stata δ fazą początkową, dla chwili $t=0$.

Powtórzmy to samo dla przypadku

$$q' = vt + x$$

funkcji q , otrzymalibyśmy również

fale postępująca w kierunku wprost przeciwnym poprzedniemu.

Jeżeli przyjmijemy, że obie te fale istnieją jednocześnie, że są periodyczne w tym samym okresie, że mają tę samą długość fali i jednakowe amplitudy, to znajdziemy jako jedno z możliwych rozwiązań zasadniczego równania różniczkowego

$$\xi = F(x) + G(x') \quad \text{czyli}$$

$$(7) \quad \xi = a \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta\right) + a \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta'\right)$$

Równanie to przedstawia zjawisko t. zw. fali stojących

Aby to okazać, wprowadzamy nowy układ współrzędnych x' według wzoru

$$(8) \quad \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{2\pi x'}{\lambda} + \frac{\delta - \delta'}{2}$$

do równania (7) i otrzymamy

$$\xi = a \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x'}{\lambda} + \frac{\delta + \delta'}{2}\right) + a \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x'}{\lambda} + \frac{\delta + \delta'}{2}\right)$$

doprowadzając w ten sposób do zależności

faz początkowych.

Po rozwinięciu tego wyrażenia według wstę,
wy sumy kątów i po zredukowaniu otrzymamy

$$\xi = 2 \cos \frac{2\pi x'}{\lambda} \sin \left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\delta + \delta'}{2} \right).$$

Wyrażenie to charakteryzuje się tem, że
dla pewnych określonych wartości na x'
będzie $\xi = 0$ dla wszelkich wartości
czasu t , czyli że w pewnych miejscach x'
zaburzenia locale nie będzie. Mianowicie

$$\xi = 0 \text{ gdy kąt}$$

$$\frac{2\pi x'}{\lambda} = \pm (2k+1) \frac{\pi}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

czyli gdy będzie

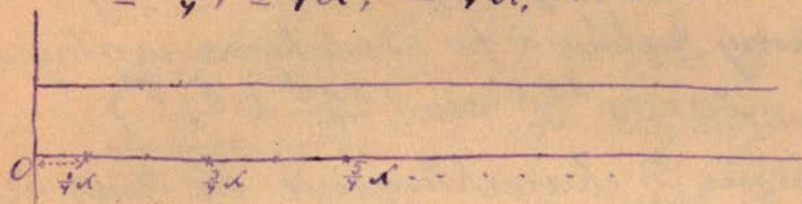
$$(3) \quad x' = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{4} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

Te wartości na x' wyrażają t.zw. werty
fali stojącej.

Zatem w naszej rurze, w której falowa,
nie się rozchodzi, punkty dla których
 $\xi = 0$, są węzłami, leżącymi od początku

spółrzędnych w odległościach równych -
jak to z równości (9) wynika -

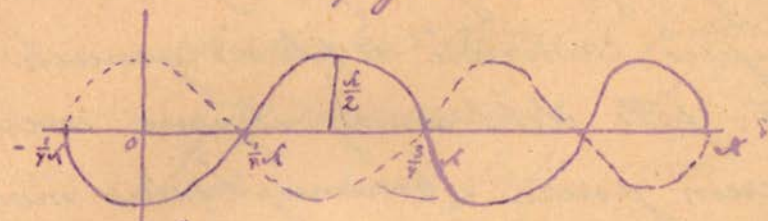
$$\pm \frac{x}{4}, \pm \frac{3x}{4}, \pm \frac{5x}{4}, \dots$$



Stowem cały ten stup rozpadnie się na odcinki równej długości $\frac{x}{2}$ oddzielone od siebie płaszczyznami wertowymi, w których ruch drgający będzie trwale zerem. Natomiast we wszystkich punktach pomiędzy wertami będzie się trwale odbywał drganie o amplitudzie $2a \cos \frac{\pi x}{x}$, zależnej od odległości od wertów; drgania będą największe wtedy gdy $x' = 0, \frac{x}{2}, \frac{3x}{2}, \frac{5x}{2}, \dots$

wtedy bowiem $\cos$ ma największą wartość bezwzględną. Widac' odrazu, iż

punkty, odpowiadające tym wartościom na ξ , są położone między węzłami w poł. środka; czego graficznym wyobrażeniem może być krzywa sinusoidalna, jak przedstawia figura:



Dla $x'=0$ mamy drganie największe skierowane ku górze, gdyż wtedy $\cos$ kąta $=1$, o $\frac{1}{4}$ długości fali dalej mamy węzeł, o $\frac{1}{2}$ długości fali drganie maksymalne jest skierowane w dół - jak wskazuje krzywa kreskowana - gdyż dla tej wartości na x' $\cos$ kąta $=-1$, i t. d.

To zjawisko fal stojących ma wielkie znaczenie wszędzie tam, gdzie chodzi o zbadanie falowego rozchodzenia się zaburzenia,

gdyżi tym sposobem wiążę się i utrwała
niejako te fale w jednym miejscu.

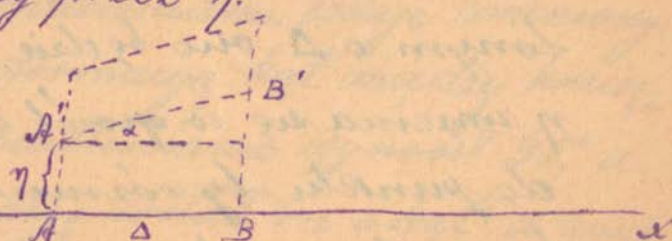
Można, jak wiadomo z fizyki ekspery-
mentalnej; wytworzyć stojące fale świetlne,
wykarzające ciemność w ptaszykach
wzrostów; fale elektromagnetyczne wresz-
cie, o czym jeszcze obszerniej będzie mowa
potem.

Zajmiemy się jeszcze zbicianiem jednego
przykładu rozchodzenia się wstrząśnięć
w postaci fal, a to mianowicie w postaci
fal poprzecznych w nieograniczonem sprę-
żystem medium, które zatem w tym przy-
padku nie może być płynem, lecz cia-
łem stałym; przytem dla prostoty uwa-
żamy przypadek fikcyjny, gdy ośrodek
rozciąga się do nieskończoności.

Uwazajmy więc ośrodek stały, niech w nim

rozchodzą się zaburzenia płaskie, polegające na tem, że wszystkie cząstki poruszające się w płaszczyźnie np. prostopadłej do przyjętej osi x , doznają jednakowego odchylenia również w kierunku do osi x prostopadłym, przyjmując równocześnie os' x za kierunek rozchodzenia się fali.

Niech cząstka A podczas przechodzenia z zaburzenia odchyli się do A' , to odchylenie oznaczamy przez η .



Podobnie sąsiednia cząstka B niech się odchyli również prostopadle do osi x , dajemy na to do B' . Niech wszystkie cząstki poruszające się w płaszczyźnie prostopadłej do x odchylają się w tym samym kierunku

o tę samą wielkość, więc n. p. wszystkie punkty będące w płaszczyźnie prostej, padłej do osi x i przechodzącej przez punkt A mają to samo odchylenie ojed., nakowym kierunku i wielkości. Bierzemy tu znówu zjawisko naturalne tylko od odciętej x ; wszystko, co ma to samo x , ma to samo η , które będzie się zmieniać od punktu do punktu wzdłuż osi x . Jeżeli η oznacza odchylenie cząstki w punkcie x , to w sąsiednim punkcie, oddalonym o Δ ono będzie $\eta + \Delta \frac{\partial \eta}{\partial x}$; gdzie η zmienia się w sposób ciągły od punktu do punktu, to różniczkowanie byto możliwe. Tego rodzaju odchylenie cząstek z potrojenia równowagi będzie rozbudką, to sprężystą deformację, ale nie zgięcie, nie w tym przypadku, lecz skrócenie.

Przeżywiście gdy weźmiemy pod uwagę część
ką materialną np. prostopadłością równo-
ległą do osi x - jak na figurze - to podczas prze-
chodzenia zaburzenia ten prostopadłością
przesunie się ku górze w ogóle; ale ponieważ
różne jego punkty doznają przesunięć nie-
jednakowych, przeto on będzie się skręcał,
nie zmieniając swej objętości. Miarą tej de-
formacji jest miara torkowa: jest to
kąt, o jaki kąt prosty między krawędziami
mi tego prostopadłością zostaje zmieniony.
U nas przed deformacją kąt między krawę-
dziami prostopadłością wynosił 90° , a
przez deformację został on o kąt α zmie-
niony. Jeżeli to odchylenie będzie bardzo
małe, to ten kąt α możemy wyrazić
pod postacią:

$$\alpha = \frac{BB' - AA'}{\Delta}$$

uwzględniając $BB' - AA'$ z powodu małych roz-
miarów ra tutek koła o promieniu Δ , lub
przechodząc do granicy mamy
$$\alpha = \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

Z nauki o sprężystości wiemy, że tego ro-
dzaju deformacja postaci wzbudza siłę
sprężystości, sprawia napięcie w tonie
materii proporcjonalne do t.zw. spot.,
czynnika siły co do materii, który ozna-
czamy przez ϵ ; wzbudza się zatem cis-
nienie p proporcjonalne do kąta odk-
ształcenia α , czyli

$$p = \epsilon \cdot \alpha$$

Taki prostopadłościan skrecony usytu-
je się wyprostować i, jak z figury widać,
ciągnie materię z lewej strony ku górze,
a z prawej w dół.

Wielkość tego ciśnienia, działającego

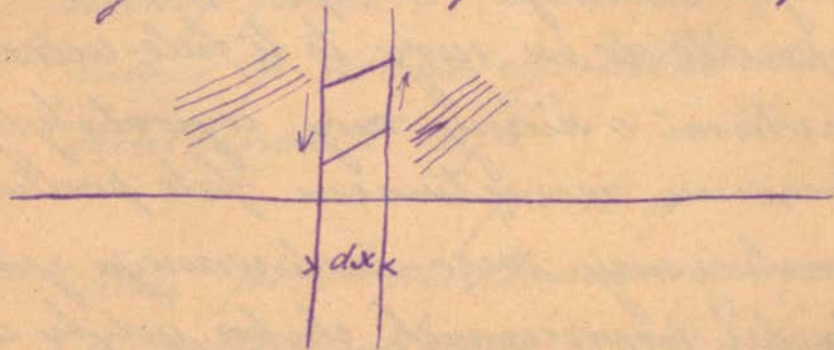
równoległe do powierzchni uciskanej wynosi

$$p = \tau \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

gdzie η jest miarą odchylenia z potoremia równowagi.

Jest to przypadek dość fizyczny, który się zrealizować nie da, gdyż chcąc wywołać objawy poprzecznego falowania, musimy mieć warstwy nieskończenie równoległe. Gdybyśmy w rurze o skończonej średnicy chcieli wywołać fale poprzeczne, prostopadłe do osi rury, to te fale, uderzając o ścianę rury, wywołałyby w otoczeniu zewnętrznym fale podłużne, nie mielibyśmy więc izolowanego zjawiska fal poprzecznych, chyba, gdyby się powiedziało, że to otoczenie zewnętrzne jest ośrodkiem zupełnie nieściśliwym, niezdolnym do falowania.

Wyznaczymy zatem wartość ciśnienia, wywołanego w kierunku stycznym do płaszczyzn przesuwaających się prostopadłe do osi x , można także napisać równanie ruchu. W tym celu bierzemy pod uwagę to samo ciało, w którym zaburzenie się rozchodzi i os x do której prostopadłe następują przesunięcia z potężniami równowagi. Bierzemy pod uwagę cienką warstwę o grubości dx ; na koniec, bliski o spórz. dnej x , działają np. ciśnienie p ;



w odległości $x + dx$ będzie ciśnienie $p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$; zatem to p jest siłą, z jaką

otaczające warstwy na 1 cm^2 warstwułki wy-
ciętej wzdłuż osi x działają. Są to ciśnie-
nia, które na obie strony tej warstwułki
działają; nierówność tych ciśnień, de-
lujących na punkty o różnych odciętach
daje siłę wypadkową, która się równa
różnicy tych ciśnień

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} dx - p = \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

będzie to siła nieskompensowana, mogą-
ca przeto całą tę warstwą wprowadzić
w ruch; ale ponieważ mamy

$$p = \bar{\tau} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

przeto siła działająca na 1 cm^2 warstwy
o grubości dx będzie

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx = \bar{\tau} \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} dx$$

Jest to siła wypadkowa, działająca
na każdy cm^2 warstwy dx i ona wywo-
duje pewne przyspieszenie i ruch.

Równanie ruchu napiszemy odrzutu, jeśli napiszemy, że iloczyn z masy i przyspieszenia równa się sile działającej; jeżeli ρ oznacza gęstość, to $\rho \cdot l \cdot m^2$ jest masą je, dnołki pola, na którą działają sily wyrażone ostatniem równaniem; ona wyroodu, je przyspieszenie $\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$. Otrzymujemy zatem następujące równanie ruchu:

$$\rho \cdot dx \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \tau \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot dx.$$

Wprowadzamy znowu nową statą

$$\sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = v$$

i dochodzimy do wniosku, że przebieg tego rodzaju zaburzenia równowagi, zupełnie innego niż poprzedniego, wyraża się temsamem równaniem różniczkowem cząstkowem. Jeżeli mianowicie podzielimy całe równanie przez ρ , skrócimy przez dx , i uwzględnimy poczynione

oznaczenia, to otrzymamy, że równanie, któ-
remu to zjawisko czyni radosć, będzie mieć
reczywiście odpowiedziany kształt.

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}.$$

Mamy zatem równanie tej samej formy, co
poprzednio, forma bowiem zaburzenia jest
ta sama tu, co i tam. Ten ogólny kształt
równania różniczkowego cząstkowego nie od-
nosi się więc do jakichś specjalnych zaburzeń:
postaci czy objętości, lecz do zjawiska rocho-
dzenia się fal w ogóle, które ma tu, jak i
tam miejsce.

Oznaczywszy przez ξ odchylenie z poło-
żenia równowagi punktu, który w położe-
niu równowagi miał spółrzędną x ,
przekonał się my się, że to ξ , uważane
jako funkcja miejsca i czasu
czyni to radosć - jak widzieliśmy.

równaniu różniczkowemu cząstkowemu postaci następującej:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

gdzie dla skrótowania oznaczyliśmy

$$v = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$$

i okazało się, że to v to jest nie innego jak tylko prędkość rozchodzenia się fali; czy to w kierunku dodatnim, czy ujemnym osi x .

Jako ogólne rozwiązanie tego równania otrzymaliśmy

$$\psi = F(x) + G(x).$$

gdzie F i G są dowolnymi funkcjami zmiennych parametrów x i x' zależnych od współrzędnej sprężystości objętościowej σ płynu, w którym się fala rozchodzi i od jego gęstości.

Następnie rozważaliśmy drugi przypadek

przewodnik, zakładając, że ośrodek jest ciałem sprężystym, sitywnym i że fale, znówu płaskie, poruszają się także w kierunku osi x , wywołane wstrząśnięciami prostopadłymi do kierunku poruszania się fali. Rozważając przez η odchylenie cząstki z położenia równowagi, które byto to samo dla wszystkich cząstek leżących na jednej płaszczyźnie prostopadłej do osi x , czyli mających wspólną spółrzędną x , doszliśmy do wyniku, że zmienną η czyni zależność równanie różniczkowe tej samej postaci, co poprzednio ξ , mianowicie równanie

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}.$$

gdzie

$$v^2 = \frac{\tau}{\rho}$$

worem τ jest współczynnikiem sprężystości postaci, czyli sitywności tego materiału,

a z jego gęstością.

W tych dwóch zagadnieniach występują różne zmiennne, zależne od fizycznych własności środowiska; wszystkie te zmiennne jednak kryją się w całości temu samemu równaniu różniczkowemu, które przeto nie zależy od tego, czy to ξ , czy η oznacza zgięcie, czy skręcenie, czy jeszcze inne jakie zaburzenie równowagi n.p. zmiany temperatury, sta. nu elektrycznego, lub magnetycznego środowiska, to równanie różniczkowe oznacza tylko postać jakiegokolwiek zaburzenia postaci fali; ono określa zjawisko falowania w ogóle.

Dotychczas ograniczaliśmy się do rozważania fal płaskich, czy to podłużnych, czy poprzecznych. Określenia na rozchodzenie się fal w ogóle nie płaskich podaje nam teoria sprężystości; n.p. na rozchodzenie

się fal kulistych w materji, która rosta,
je wyprawadzenia z potoremia równowagi
w jakikolwiek bądź sposób. Dla tego ro-
dzaju rozchodzenia się fal otrzymuje się
system równań różniczkowych, których
wyprawadzeniem zajmować się nie
będziemy, lecz podamy ostateczny resul-
tat.

Wyobraźmy sobie punkt w ośrodku
elastycznym i dajmy mu to, że w tym
ciele rozchodzą się jakikolwiek wstrząs-
nienia. Niech punkt ten, którego spot-
rzedne są: x, y, z w przypadku równo-
wagi, zostaje wyprawadzony z tego po-
toremia równowagi do nowego o pewien
odcinek i spotrzedne jego oznaczmy przez
 $x + \xi, y + \eta, z + \zeta$, i każdą z wielkości
 ξ, η, ζ , uważamy za funkcję x, y, z, t .

czyli uwaramy przebieg tego zaburzenia
 1) w przestrzeni, jak się ono mianowicie zmie-
 nia od miejsca do miejsca, jako funkcja współ-
 rzędnych i 2) w czasie, t.j. jeśli x, y, z będąc-
 my uwarai' ra state, to się dowiemy, jak
 ξ, η, ζ zmieniają się jako funkcje czasu.

Oznaczymy przez σ współczynnik sprężystości
 objętościowej tego ośrodka, który uwarai-
 my ra równokierunkowy, a taki ma tylko
 dwa współczynniki sprężystości: jeden wy-
 mieniony już σ i współczynnik sprężystości
 postaci, czyli wtywności τ .

Wprowadzamy jeszcze dla skrócenia wielkość

$$K = \sigma + \frac{2}{3}\tau.$$

Dalej wprowadzamy znak Δ na oznacze-
 nie sumy trzech głównych pochodnych

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

który nazywa się „Laplacianem”, i ozna-

czamy jeszcze przez Θ sumę następujących
pierwszych pochodnych:

$$\Theta = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}$$

Wielkość ta nosi nazwę w nauce sprężysto-
ści rozszerzenia albo zgrzeszenia przestrze-
nego. Jest to wielkość tego rodzaju, że jeżeli
to bardzo małym elementem materji przesunię-
cia ξ, η, ζ są takie, iż suma ich pochod-
nych tj. Θ , to element, który miał obję-
tość v w stanie równowagi, będzie miał
po wykonaniu przesunięcia objętość $v(1+\Theta)$
większą, czyli objętość jego wynosić bę-
dzie $v(1+\Theta)$.

To Θ zatem jest przyrostem jednostko-
wym objętości takiego elementu.

Przy tych rachunkach najogólniejszem
równaniem różniczkowem, któremu
funkcje ξ, η, ζ czynią zależność, jest

niewo inne, ogólniejsze, niż poprzednie.

Równań tych jest mianowicie trzy, stosunkowo nie do trzech wymiarów; oznaczając je, cze przez ξ gęstość ośrodka, możemy je napisać w sposób następujący:

$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \tau \Delta \xi + (\kappa - \tau) \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \tau \Delta \eta + (\kappa - \tau) \frac{\partial \theta}{\partial y}$$

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \tau \Delta \xi + (\kappa - \tau) \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

Równanie pierwsze odnosi się do osi x , drugie do y , trzecie do z .

Jest to ogólny kontakt, stosujący się do przypadku, kiedy ciało sprężyste zostaje wprowadzone w ruch w sposób dowolny.

Odchylenie potężenia cząstki od potężenia równowagi w miejscu i czasie jest te, mi równaniami określone.

Przypadkiem szczególnym tego układu równań są te przypadki, któreśmy już

omawiali. Np. gdyby chodziło o fale płaskie, rozchodzące się w płynie, to trzeba by zatorzyć, ponieważ zaburzenie w tym przypadku rozchodzi się tylko w kierunku osi x , $y = z = 0$ i wtedy zostaje tylko ξ jako zaburzenie w kierunku osi x się rozchodzące, a zatem tylko pierwsze z tych równań:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \tau \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + (\kappa - \tau) \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \kappa \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

gdzie Δ pozostaje tylko wyraz pierwszy. Gdybyśmy mieli do czynienia z płynem, którego $\tau = 0$, to wtedy $\kappa = 5$. Ponieważ ten szczególny przypadek właśnie rozważamy, przeto widzimy, że mamy zrezygnować z równań, które wyprowadziliśmy dla fali płaskiej podługowej.

Gdybyśmy teraz znówu zatorzyli w tych

równaniach, że chodzi o falę poprzeczną,
ale znówu płaską to trzeba by znówu zatorzyć
 $\xi = \zeta = 0$, gdyż wtedy przesunięcia w kie-
runku osi x i z nie ma. Mamy zatem falę
spolaryzowaną, gdyż drgania idą tylko
w jednym kierunku, zostaje się tylko
 η i mamy wtedy

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial z} = 0;$$

otrzymujemy zatem z tych trzech równań
tylko równanie drugie w postaci:

$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \tau \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + (\mu - \tau) \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2}$$

lub

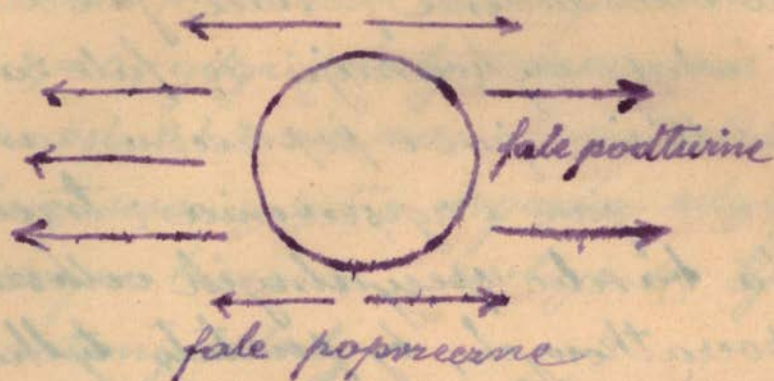
$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2}$$

zatem znówu znane równanie dla fali
płaskiej poprzecznej.

Zatem przekonaliśmy się, że w ogół-
nym przypadku oba te typy występują
Jakkolwiek ciało wstrząsane do.

wolnie wywołuje w swem otoczeniu zawirowania, no odkształcenie postaci, jak i objętości i wtedy wytworzą się fale zarówno podłużne, jak i poprzeczne, zarówno skłębienia jak i zgęszczenia; trzebałby chyba bardzo specjalnych odkształceń początkowych, by powstały tylko jedne z nich. Gdybyśmy n.p. zamierzali wywołać fale, czysto poprzeczne, w ten sposób, żebyśmy wewnątrz danego materiału wyobrażali sobie kulę, którą możemy wstrząsać dowolnie, to rzecz jasna, że gdybyśmy poruszcili tę kulę dajmy na to na prawo i na lewo, to otrzymalibyśmy zarówno podłużne, jak i poprzeczne fale, jerek jest uwidocznione na figurze. Możnałby otrzymać fale jedną tylko, gdybyśmy tę kulę

skręcałi raz w jednym, drugi raz w drugim kierunku około stałej osi.



Otrzymalibyśmy w tym wypadku fale tylko poprzeczne, ale najcięższe na płaszczyźnie równika, a najcięższe w biegunie, gdzie nie ma żadnego ruchu.

Określiśmy falę poprzeczną jako odchylenie cząstek w kierunku prostopadłym do przechodzenia się fali; określenie to oczywiście zawodziłoby gdyby to były fale kuliste, lub nawet fale bez ściśle określonego kierunku.

Platego wprowadzamy określenie następujące: przez falę podturing rozumimy tylko zgerowanie, przez falę poprzeczną tego rodzaju falę, która nie wywołuje zgerowania.

Cheby badać falę podturing musimy badać to wyżej określone O , jako zgerowanie przestrzenne. Trzeba po prostu zbadać, jak ono się zmienia. W tym celu musimy z naszych ogólnych trzech równań różniczkowych wyprowadzić nowe równanie różniczkowe dla tej wielkości O . To da się natychmiast uskutecznić jeżeli po zróżniczkowaniu tych trzech równań: pierwszego względem x , drugiego względem y , trzeciego względem z dodamy je wszystkie do siebie, to

widac natychmiast, iż otrzymujemy
równanie następujące:

$$\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \tau \Delta \theta + (\kappa - \tau) \Delta \theta = \kappa \Delta \theta$$

względniając symbole θ i Δ , ponieważ
operację brania nabliżonego można przedsta-
wić z braniem pochodnej.

Z ostatniego równania mamy zatem

$$\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \kappa \Delta \theta$$

i widzimy, że bez względu na to, jakim
prawom podlegają ξ , η , ζ można zawi-
szę wywołać zgerowanie w materjali
i to zgerowanie rozchodzi się znów
w postaci fal podłużnych, gdyż θ wy-
ni znówu radość formie równania
dla jakiegokolwiek fali; fala ta bę-
dzie się rozchodzić z prędkością

$$v = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} \quad \text{gdzie} \quad \kappa = \tau + \frac{2}{3} \tau.$$

W ten sposób można wydzielić

z całego wstrząśnienia tę jego część, która
wywołuje zgęszczenie materji, a zatem fale
podługine rozchodzące się z prędkością

$$v = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}.$$

Przez falę poprzeczną rozumieć można bę-
dziemy taką falę, która żadnego zgęsz-
czenia nie daje. Przesunięcie cząstek mate-
ryi z położenia równowagi w tym przypadku
jest tak ustosunkowane, że zawsze i wszę-
dzie jest spełniony warunek

$$\Delta = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0.$$

Nie ma więc nigdzie zgęszczenia materji;
tego rodzaju falowanie nazywamy falowaniem
poprzecznem, nie troszcząc się o to, w jakim kie-
runku to odchylenie z położenia równowagi
będzie się odbywać względem
promienia.

By zbadać, jakim prawom analitycz.

nym podlega wychyleniu się takiej fa-
li, trzeba zatorzyć

$$\Theta = 0.$$

∴ wtedy otrzymany z zasadniczych trzech
równań różniczkowych trzy nowe

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \tau \Delta \xi$$

$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \tau \Delta \eta$$

$$\rho \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \tau \Delta \zeta$$

Jest to typ fali poprzecznej, która roz-
chodzi się ze stałą prędkością

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$$

Tego rodzaju trzy równania są najogól-
niejszym wyrażeniem na fale poprzeczne.

Znowu ten typ równań różniczkowych
nie stosuje się bynajmniej wyjątkowo
do zjawiska sprężystego, wstrząśnienia,
do wysunięć z potrojenia równowagi
ciał elementarnych materii; są to

równania typu ogólnego: wszelkie zaba-
rzenia równowagi, czy to będzie wstrząs
miejsc mechaniczne, czy zmiana stanu
elektrycznego lub magnetycznego, jeżeli
tylko rozchodzi się w ten sposób, że
spełnia taki system równań, to powie-
damy, że to zaburzenie równowagi
rozchodzi się w postaci fal poprzecznych.

Eksperymentalna optyka prowa-
dzi nas do wniosku, że rozchodzenie
się światła polega na rozchodzeniu
się fal poprzecznych, nie podając wzru-
tę, na czym to zaburzenie równowagi
polega. Ale na czymkolwiek by ono po-
legało, jeśli to jest istotnie falowanie
poprzeczne, to ono musi spełniać ten
system równań różniczkowych, który bę-
dzie zatem podstawą dla każdego

systemu teoretycznej optyki.

By mieć pewność, że w danym ośrodku, w którym się rozchodzi falowanie, nie pojawiają się fale podłużne, lecz tylko poprzeczne, musimyśmy z góry założyć $O=0$. Jeżeli zaś to ma zachodzić, to musimy znów założyć, że to ciało sprężyste jest absolutnie nieściśliwe, gdyż zaburzenie równowagi w ogóle wzbudza fale poprzeczne i podłużne; tylko w bardzo specjalnych przypadkach mogłyby tylko jedno z nich porośtać, n. p. gdy założymy $O=0$, mamy tylko fale poprzeczne. Wac w optyce z teorii rozchodzenia się światła w postaci fal wyłacznie poprzecznych, trzeba koniecznie porzucić się fal podłużnych, co uskuteczniamy faktem, dając właśnie $O=0$.

System optyki, który pod wpływem tych

wyników w nauce napanować, a którego twórcą był Green, stał właśnie na tem stanowisku, przyjmując dla światła, w którym się światło rozchodzi $\sigma = \infty$; przyjmował on, iż eter jest ciałem miejscowym, wykluczając w ten sposób fale podłużne, uważał, iż one rozchodzą się z nieskończonością wielką prędkością i mkną natychmiast.

Jednak jak mogli się wówczas teoretycy z tem pogodzić, by ten eter, w którym się wszystkie planety poruszają, mógł być ciałem statem, absolutnie miejscowym. Były też próby wyłamania się z pod tej konieczności uważania eteru za ciało absolutnie miejscowe; i tak n.p. Lord Kelvin porbył się w ten sposób fali podłużnej, że zatorzył $\kappa = 0$,

wtedy nie ma już fali podłużnej; gdyż
prędkość jej będzie zerem. Ale gdy
 $n=0$ to $v = -\frac{1}{3}c$ czyli eter byłby ujemny,
nie ściśliwy: ulegając ciśnieniu rozprę-
załby się jeszcze, czego przykładu nigdzie
w naturze nie spotykamy.

Tak jak teoria Greena sięgała jed-
nego końca, przyjmując $v' = \infty$, fa-
le podłużne natychmiast uciekają z nie-
skończoną wielką prędkością, tak
znowu teoria Helvina przez przyjęcie
 $n=0$, scygnęła prędkość rozchodzenia
się fal podłużnych do falowania świat-
łnem równą zeru, czyli przyjął ten,
że tych fal wcale nie ma.

W ten sposób trudnili się wówczas teore-
tycy nad rozwiązaniem tego fundamen-
talnego problemu optyki. Na większe

jeszcze trudności natrafili przy zjawiskach
zatarmania i odbijania się fal, gdyż
fale poprzeczne musiałyby przy skośnem
padaniu odbijać się od powierzchni,
chci tamże wywołać fale podłużne.

Te spekulacje przeto, iż przechodzenie się
światła polega na sprężystem przecho-
dzeniu się zaburzeń naley już dnie
do historii.

Te wszystkie hipotezy tomacyste
zjawisko przechodzenia się światła
w t. zw. świetlnym eterze na
podstawie tego wyobrażenia, że
w ciele świeżym cząstki wykonują
niezomniące szybko drgania, i one
to wywołują fale na podobieństwo
fal akustycznych.

W drugiej potowie mniej więcej resztę stulecia, kiedy optyka elastyczna wal. kryta z tymi teoretycznymi trudnościami, wystąpił Maxwell ze swą teorią elektromagnetyczną światła. Jest to twór kryto duchowy i umysłowy; za owych czasów bowiem nie były znane żadne dane eksperymentalne, któreby za tę teorię świadczyły. Opierając się tylko na badaniach Faradaya, zbudoował Maxwell całą tę teorię, nie mając zresztą na poparcie swej teorii żadnego eksperymentu.

Dopiero Herr drogą doświadczalną dał tej całej teorii eksperymentalne podstawy, zapewniając jej w ten sposób panowanie w nauce. Eksperymenty jego polegały na badaniu fal elektro.

magnetycznych, powstających podczas wyta-
dowania prądu za pomocą iskier. Już Lord
Kelwin w r. 1853. znalazł zjawisko prądów
oscylacyjnych, objawiających się podczas
przekazywania iskry między przewodni-
kami o bardzo małym oporze i według jego
teorii, ile opór dwóch przewodników
u. p. butelki Leydejskiej i rozbrajacza
jest mały, to wytaśdowanie odbywa się
w sposób oscylacyjny, występują objawy ta-
kie jakgdyby ten prąd był obciążony
bezwładnością. Wiemy również że te
zjawiska zależą jeszcze od wielkości po-
jemności elektrycznej C kondensatora
i od wartości współczynnika indukcji
własnej L tego rozbrajacza, i teoria
Kelvina przewiduje, że rozbrojenie będzie
mieć charakter oscylacyjny, lub nie, za-

leżenie od tego, w jakim stosunku poro-
staje opór przewodnika & do jego induk-
cji własnej i pojemności. Jeżeli rozjdzie
warunek

$$r^2 < \frac{rL}{c}$$

wtedy rozbrojenie ma charakter peryo-
dycznych oscylacji. Jeżeli opór & jest
znaczny n. p. gdybyśmy jako rozbra-
jacz użyli wilgotnej nitki, więc
ciężka & wielkim oporem, to rozbrojenie
będzie się odbywać spokojnie i jedno-
kierunkowo.

Można to hydrodynamicznym przy-
kładem nieco oświecić: weźmy
dw. biorniki napetnione cieczą,
do nierównych poziomów; jeżeli je
połączymy cienką rurką, ratem o
wielkim oporem, to poziom będzie

się wyrównywały powoli bez impetu. Precyzyjnie gdy wirujemy rury grubiej, która ma więc bardzo mały opór, to na zasadzie przewodności przepływu energii będzie się odbywał oscylacyjny, oczywiście z pewną różnicą rodzaju i kierunku ruchów, które nastąpi po pewnym czasie z nową wagą.

Wróćmy do naszej ostatniej nierówności: w przypadku, kiedy przewodność rozbrajająca ma opór mały, możemy ją i wskazać przez tę ostatnią nierówności, otrzymamy oscylacje elektryczne i wiemy z teorii elektryczności i magnetyzmu, iż okres tych oscylacji:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{L^2 - \frac{r^2}{22}}}$$

Formuła ta we wszystkich praktycznych

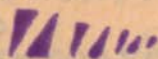
nych przypadkach upraszcza się przez to że jeżeli r t.j. opór jest bardzo mały, to drugi wyraz pod pierwiastkiem można pominąć i okres ten

$$T = 2\pi \sqrt{C \cdot L}$$

By mieć pewne przybliżone wyobrażenie o wielkości tego okresu oscylacyjnego, przytoczmy doświadczenie Federssena, które wykazało eksperymentalnie te zjawiska.

Naprzeciwko przyrządu, w którym powstała iskra, umieścił Federssen bardzo szybko wirujące zwierciadło wklęsłe. Powstały obraz iskry rzucił na płytę fotograficzną. Jeżeli zatem rozbrojenie odbywało się oscylacyjnie, to obraz ten musi się składać z całego szeregu iskieł; i rzeczywiście po opracowaniu płyty otrzymano szereg obrazów równo oddalonych

od siebie, które mniej więcej wyglądają
tak, jak na zamieszczonej figurze



i po kontatkie ich można było porównać, iż ma-
my do czynienia z oscylacjami. Ponieważ
iskra płynie tam i z powrotem, przeto moż-
na sobie odrazu wytlomaczyć, skąd po-
chodzą kolejne zgrubienia i wycieńce-
nia iskry na końcach. Z rozmiarów
aparatu użytego i z odstępów obrzo-
w na płycie fotograficznej, można było
okres oscylacji określić. Można by to
również rachunkiem obliczyć, opierając
się na formule Thomsona i Helwina.
Celem dania przykładu takiego zja-
wiska przyjmijmy dla przykładu, iż
z pomiarów dla użytej butelki lej-
dejszkiej pojemność jej wynosi:

$$L = 4000 \text{ elm} = \frac{4000}{9 \cdot 10^{10}} \text{ elm.}$$

By mieć zaś określoną indukcję rotas, na, przyjmijmy, że przewodnik jest nawinięty na walcowatej cewce i wtedy na mocy wzoru wyprowadzonego w teorii elektromagnetyczności i magnetyzmu indukcja rotasna takiej, go rwoju obliża się z formuły

$$L = \frac{4\pi \mu n^2 a}{l}$$

gdzie μ jest zdolnością magnetyczną ośrodka otaczającego rwoj, więc w tym wypadku powietrza, n - liczbą rwojów, a - przekrojem poprzecznym cewki wreszcie l długością cewki.

Niech n.p. $l = 10 \text{ cm}$, $a = 1 \text{ cm}^2$, $n = 100$ i niech to wszystko będzie otoczone powietrzem, którego zdolność magnetyczna $\mu = 1$, wówczas indukcja

własna - przyjawy jeszcze okrągło
 $4\pi = 12$

$$L = \frac{12 \cdot 10^2}{1} = 12000 \text{ cm}$$

Mając to otrzymamy, iż okres oscylacji
 my $T = 6.28 \sqrt{\frac{1000}{9 \cdot 10^{10} \cdot 12000}} = \frac{14}{10^8} \text{ sek.}$

Zatem elektryczne oscylacje odbywają
 się z prędkością milion razy na sekundę,
 idę tak, że promień światła, który leci
 z prędkością 300.000 km/sek., w przeciągu
 jednej takiej oscylacji przebiegnie dro-
 gę $\frac{14}{10^8} \cdot 3 \cdot 10^5$ t.j. prawie równą
 0.2 km czyli 200 m.

Tego rodzaju oscylacje wywołują
 fale elektromagnetyczne w otaczają-
 cym eterze i szybkość rozchodzenia się
 ich jest identyczną z szybkością roz-
 chodzenia się światła

Droga przebyta w przeciągu okresu

oscylacyjnego T narysowa się długością fa-
li, zatem aparaty Federssena dają nam
fale o długości 200 m.

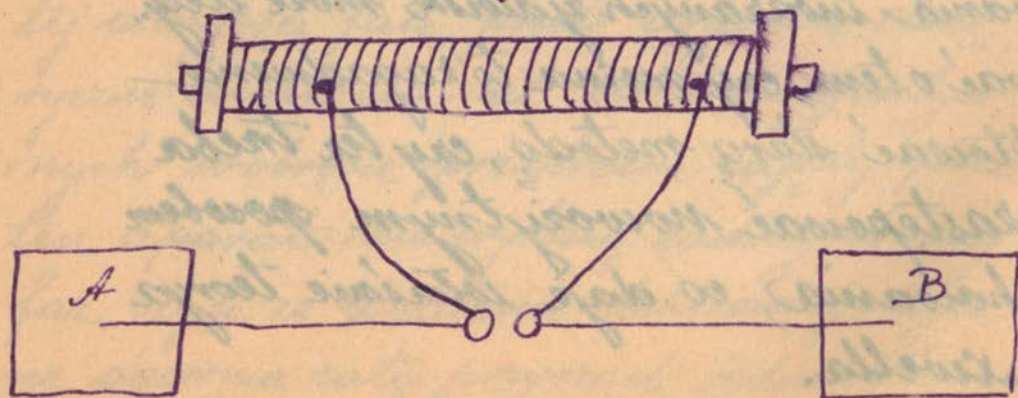
Ta ogromna długość fali jest powodem,
że nie spostrzegano istnienia ich w apa-
ratach, one bowiem w obrębie samego
aparatu nie wykazują żadnej różnicy
głęb. różnicy faz. Wyobraźmy sobie
bowiem falę długą na 200 m. i niech
batelka, w której się eksperymentuje,
ma 20 cm, jest więc punktem wobec
tej długości fali, przeto drgania elekt.
równie drżania sił elektromagnetycz-
nych w obrębie przestrzeni zajętej przez
ten aparat nie wykazują żadnej różnicy
faz, czyli, że drżanie elektromagnetycz-
ne ogarnia cały przyrząd jednocześnie,
tak jak gdyby to drżanie rozchodziło

się nieskończenie szybko. Gdyby te obry-
nia były częstsze, gdyby im odpowia-
daly fale o długości kilku mm., to
wtedy żadną miarą nie można by sto-
sować do tych przypadków prostych
formuł, wyprowadzonych z prądów
statycznych, gdyż w tym wypadku natę-
żenie prądu nie byłoby tak samo w ca-
łym drucie. Wobec szybkich oscylacji
występowałyby różnice faz w obrębie
samego aparatu.

Widzimy, jak zmiana szybkości wystę-
powania uwarianych zjawisk może decy-
dować o tem, czy można to zagradowanie
traktować starą metodą, czy też trzeba
już postępować noworodzonym sposobem
rachowania, co daje istotnie teorię
Maxwella.

Tego rodzaju rozwarowania skłoniły Hertra do podjęcia starań o uzyskanie przesyłanych elektrycznych oscylacji, nierzadko nazywanych dotychczas.

Jak trzeba było w tym celu postąpić wskazuje ta formuła Kelvina dla określenia okresu T : trzeba zmniejszyć indukcyjność własną i pojemność; to właśnie doprowadziło Hertra do skonstruowania swego wibratora. Zrobił zatem kondensator o bardzo odległych płytach, a do rozbijania użył prostego drutu.



Płyty kondensatora A i B miały około 40 cm długości boku.

Chodziło teraz o to, by te płyty naelektryzować. Użył do tego cewki Ruhmkorffa umieszczając w drucie, tworzącym płyty przerwę olla umieszczenia tam iskrownika składającego się z dwóch kul, między którymi miała być iskra. Łącząc to z cewką Ruhmkorffa, elektryzujemy płyty kondensatora prądem indukcyjnym jedną dodatnio, drugą ujemnie. Przy odpowiednim ustawieniu napięcia przeskoczy między kulkami iskra, która tworzyć będzie niejako pomost między obu blachami A i B. W ten sposób otrzymujemy elektryczne oscylacje bardzo krótkie, które się też nie długo utrzymują, podczas jedno-

warowego wyładowania, gdyż dochodzi tu także do grz opór samej iskry elektrycznej; która nie jest dobrym przewodnikiem. Wreszcie szybki zanik oscylacji jest spowodowany, jeszcze tem, że te oscylacje otwarte, w przeciwstawieniu do federssenowskich zamkniętych, przemieniają obficie energię elektryczną na rezonator przez wydawanie fal elektromagnetycznych i dlatego drga, nie iskry musi szybko zanikać. Przy zamkniętym obwodzie działanie na punkt pora obwodem jest bardzo słabe, gdyż jak wiadomo z figury, lewa część obwodu działa indukcyjnie przeciwnie, niż prawa, podczas gdy przy otwartym obwo-

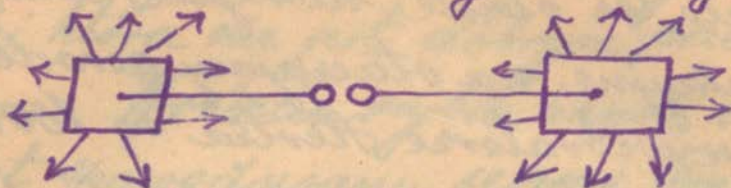


drze Hertza mamy tylko jeden kierunek prądu, przeto też o wiele silniejsze obciążenie indukcyjne na otaczający ośrodek.

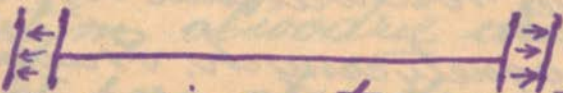
Oscylacje w vibratorze Hertza są 100 razy szybsze niż Federssena; odpowiednią ilość razy różniejsza się zatem i okres oscylacji. Do tego przypadku nie można już stosować heinowskiej teorii; opartej na tych starych elektrodynamicznych formułach, które nie uwzględniają skończonej szybkości rozchodzenia się zębów pól elektromagnetycznych. Trudno przy vibratorze Hertza mówić o jakims' kondensatorze, gdyż tu mamy okładki oddalone od siebie zupełnie, podczas gdy n.p. w tablicy Franklina linie sił elektrycznych idą wprost od jednej płyty do drugiej; przy wi-



bratowze linie elektryczne biegną prze,



warwie na zewnątrz, łączność między
nimi jest bardzo słaba; większa jest
łączność między nimi i otoczeniem
każdej płyty sąsiedniemi /: ziemią /,
tak, że ten jeden kondensator można
właściwie uważać za dwa kondensatory

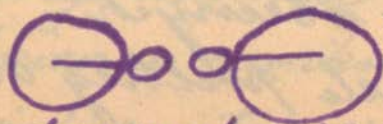


Na teoryę nie ma to nawet takiego
zno wielkiego wpływu, tak że zgruba
formuły Kelvina stosują się i w tym
przypadku.

Spółczynnik indukcji własnej L
jest wielkością, którą można nazwać
pewnem tylko pomocnikiem matema,

tycznem pojęciem, wyprowadzonem
 dla prądów zamkniętych zmieniają-
 cych się stosunkowo powoli. Dla prze-
 wodnika otwartego, jak w przyrządzie
 Hertza, znane sorory na L nie da-
 drz się wprost zastosować. Co wstępu-
 je w tym przypadku na miejsce L ,
 o tem może nas pouczyć dopiero
 zupełna teoria, uwzględniająca
 zmiany zachodzące w polu.

By pojemność kondensatora jeszcze
 bardziej zmniejszyć, odrzucono pty-
 ty i otrzymano w ten sposób wibra-
 tor Richiego, zapomocą którego

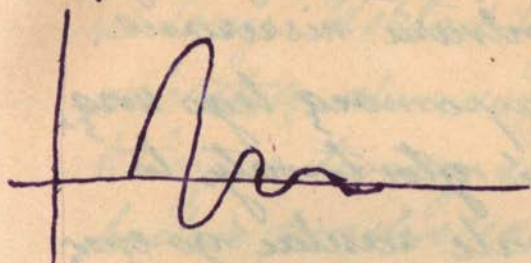


można uzyskać krótkie pomniejszyć
 okres oscylacji i dochodzimy do

1000, 000000 obrotów na sekundę. Pojem-
ność i indukcyjność nie są w tym przypad-
ku rozdzielone, one siedzą w tej samej
masie. Jeżeli płynnie prowadzi elektryczny
do wibratora, wtedy elektryzują się
kulki: najcięższe w miejscach najbliższych
sobie, gdzie powstaje iskra i prąd sam
płynnie przez tę samą masę, która elek-
tryczność na sobie nagromadza. Przy
takich przypadkach trzeba metodą
równocześnie odniedź i brać pod uwagę
nie tylko to, co się w tym aparacie dzie-
je, ale i to, co się dzieje w całym oto-
czeniu, co będzie istotnie przedmiotem
tem wykładów obecnych.

Gdybyśmy chcieli przebieg oscylacji
my przodu przedstawić graficznie
w postaci linii falistej, to otrzymalibyśmy

my linię falistą o bardzo szybko zanikają-
cej amplitudzie, czego jako wrenny są dwa



powody: 1^o Zmniejszenie
oporu przewodników,
przez które prąd płynie,
nie, wywołuje objawy

cieplne i one są źródłem dyssypacji ener-
gii. 2^o Wywołanie fal elektromagne-
tycznych w otoczeniu. Tego rodzaju zani-
k drgań prądowych można zilustrować przy-
kładem wziętym z akustyki: weźmy pisze-
czkę z jednej strony zamkniętą, a z dru-
giej zatkana korkiem; jeżeli ten korek
nagle wyrwiemy, usłyszymy głucho od-
głos, którego drgania odpowiadają bar-
dzo szybkoemu zanikowi fal, gdyż myś-
my o rozprzestrzenieniu energii przez otwore-
nie piszczałki i energia ta rośnie od.

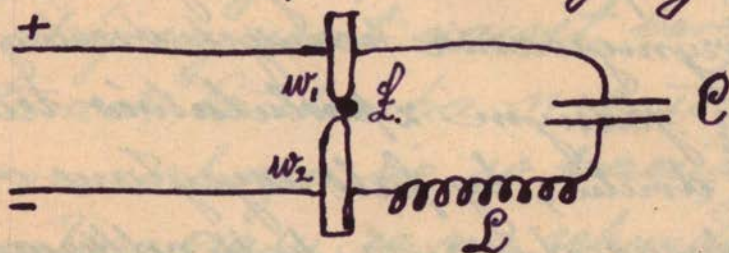
razu wyprzemiowana i dlatego drga, nie jest krótkie i odrazu niszczone.

Gdybyśmy chcieli zapomocą tego urządzenia utrzymać dłużej trwały, to musielibyśmy trwale rozciągnąć go energią, n.p. przy flecie trwały prąd powietrza wywołuje selest, z którego piszczałka przez rezonancję wybiera pewne drgania, gdyż ona sama jest nastrojona na pewien ton.

Analogicznego sposobu można użyć do wytworzenia ciągłych oscylacji elektrycznych w obwodzie mającym pewną pojemność i indukcyjność własną.

By dać przykład tego rodzaju urządzeń, polegających na oscylacjach, dość wspomnieć o t. zw. tuku ipie, wajałym, w którym drżaniem sit

elektromagnetycznych wywołuje się styszał, nie tony. Wskład tego tuku śpiewającego wchodzi dwoma węglami w_1, w_2 , między którymi tworzy się tuk L , w którym będzie prąd elektryczny nierównomierny, gdyż gazy rozrzucone przewodzą nierównie prąd elektryczny.



Jeżeli z tymi dwoma węglami zrobimy obwód mający pewną pojemność C i pewną indukcyjność L i który dzięki swej pojemności i indukcyjności własnej jest na pewien okres drgania, to te krótkie zmiany w natężeniu prądu głównego, jak wzrost prądu powietrza

długości na otwór fletu, wniczają, powodują
drżania czołki oscylacje prądu, a obwód
ten z tego bezładu drgań wybiera właśnie
swoją okres drgań i w tym bezładnym obwo-
dzie wytworząją się oscylacje zupełnie
prawidłowe. Ten tak powstały również
wprowadzony w oscylacje i o ile częstota
drżania jest odpowiednia, wydaje dźwięk.

Sposoby otrzymywania pierwszych oscylacji
tzwanych są jedynym z postulatów tele-
grafii bez drutu; by fale wysyłane o
pewnym okresie drżania były odbierane
przez aparaty tak samo nastrojone, przez
co mogłaby uzyskać dyskrety w telegra-
fii bez drutu: nie każdy aparat mógłby
odbierać różne telegramy.

Tego rodzaju prądy oscylacyjne są zdolne
wywoływać prądy indukcyjne nawet

na znaczną odległość, co tłumaczy iż tem,
że mamy tu do czynienia z prądami
bardzo nagle się zmieniającymi i bardzo
silnymi. Można to objaśnić przykładem
następującym: przypuszczamy że w kon-
densatorze nagromadziliśmy nabój
i niech on oscyluje bardzo szybko n.p.
1,000 000 razy na sekundę. Gdyby ten
nabój wynosił nawet bardzo mały
ułamek Coulomba n.p. $\frac{1}{1000}$ Coul.,
to on rozbrzaja się w przeciągu tak
małego czasu, że na sekundę liczony
średnio daje w rezultacie bardzo sil-
ny prąd w tym przypadku n.p. 1000
Amp.

Z drugiej strony znów zdolność
prądów do wywołowania indukcji
jest warunkowana, mierzalnie

krótkim okresem drgań. Jeżeli mamy
n. p. otwór obwodu, to zmienność prądu
w jednym indukuje prąd w drugim,
którego siła elektromotoryczna, zależna
od szybkości zmieniania się prądu,
jest proporcjonalną do $\frac{di}{dt}$, które
jest nie mniej potężne przy bardzo wiel-
kich, rychkich oscylacjach. Z tego potęż-
nego działania indukcyjnego prą-
dów oscylacyjnych skorzysta fizyk
Tesla przy konstrukcyi swych induk-
torów. Aparat jego jest cewką in-
dukcyjną, w której prąd pierwot-
ny jest prądem oscylacyjnym,
otrzymanym przez rozładowanie kon-
densatora, którym może być wyciąż-
na butelka lejdejska nabitą, a któ-

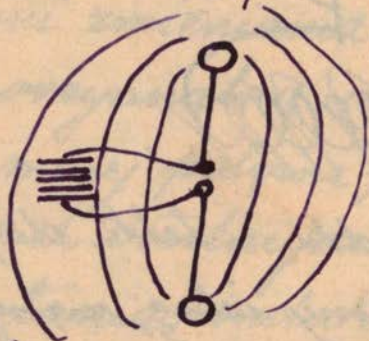
te okładki są połączone iskiernikiem
ze zwojem drutów otoczonych wycierającą
cewką wtórną



Elektryzując okładki butelki do pewnej
wartości otrzymamy iskrę, zamykając
cały obwód przez który zaczyna płynąć
prąd oscylacyjny; ten, niestety, nie
zmieniający przesko milion razy
w sekundzie kierunku, szybko zmienn.
ny prąd wywołuje potężne induk-
cyjne działanie na cewkę wtórną
i otrzymujemy w niej prąd o prędkości
bardzo słaby, ale za to o bardzo wyso.

kiem napięciu.

Wyobraźmy sobie teraz vibrator, czyli oscylator Hertza, złożony z dwóch płyt połączonych drutem z iskiernikiem i dwoma kulkami:



Wyobraźmy sobie, że w tym drucie wykonyją się elektryczne drgania, zatem w chwili kiedy przeskoczy iskra następuje rozbrojenie i przepływ prądu oscylacyjnego. Te oscylacje elektryczne wywołują ruch elektryczny we wszystkich pobliskich przewodnikach, zarówno przez oddziaływanie elektryczne, jak

i magnetyczne czyli indukcyjne. Podczas elektrycznych oscylacji bowiem mają miejsce drgania elektrostatyczne i drgania elektroindukcyjne na otaczające przewodniki, uładowanie w chwili, w której te dwie kule są najsilniej naelektryzowane drgają one elektrycznie.

Gdy jednak w chwili potem nabije przetykają, kule kondensatora Hertza stają się obojętne elektrycznie i wtedy mamy najsilniejszy prąd elektryczny, który wytwarza znów pole magnetyczne, w którym linie magnetyczne tworzą zamknięte obwody około przewodzącego prądu. Jeżeli znów to pole magnetyczne nieregularnie szybko zmienia oscylacyjnie trafia na jakiś przewodnik,

to wzbudza w nim tak samo szybko
zmienne prądy przez działanie induk-
cyjne.

Do badania tych obu działań elek-
trycznego i magnetycznego używają
Hertz t. zw. elektrycznych rezonato-
rów. Przyrządy te w pierwotnej swej
postaci składały się z jakiegokolwiek
drutu napiętego w postaci koła, któ-
rego końce rozpatrzone były albo
miałem kulkami, albo stykły i rub-
ka, by można końce do siebie do-
wolnie zbliżać.



Wprowadzamy taki prze-
woznik w pole drga-
jącego elektrycznie wibra-
tora (oscylatora), w nim zachodzą

ptynąć prądy elektryczne i jeżeli one
dojdą do pewnego materjału, jeżeli na-
pięcie na końcach tego obwodu będzie
dostatecznie duże, to w tej materji prze-
wie racznie będzie iskierka, która zatem
zdradza obecność prądu indukcyjnego.
wywołanego w przewodniku przez pole
elektromagnetyczne.

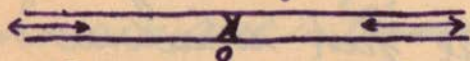
Jeżeli więc do danego vibratora
będziemy zbliżać tego rodzaju resona-
tory, to się okaże, że nie wszystkie bę-
dą jednakowo odpowiedzisty na elek-
tromagnetyczne pobudki. Okazuje się
mianowicie, że w pewnych resonatorach
będzie iskierka intensywniejsza,
zatem i prąd silniejszy, w innych
slabszy. W ten sposób ustawił Hertz

pojęcie rezonancyi elektrycznej.
Taki drut zgięty w postaci kota jest
przewodnikiem, w którym wzbudzony
prąd elektryczny posiada pewne okre-
szone drganie, tak jak określone drga-
nie ma prąd w oscylatorze i można
sobie odrazu uświadomić, jak to drga-
nie będzie się odbywało i nawet ocenić
jego częstotliwość. Jasną rzeczą, że jeżeli przez
ten drut płynąć będzie prąd elektryczny
to, przeciwnie on ma przerwę, prąd bę-
dzie nagromadzał elektryczność na
końcach tego drutu, gdzie będziemy
mieli t. zw. stratki potencjału, są to
miejsca, gdzie amplituda wahań
potencjału jest największą; prąd
elektryczny natomiast będzie miał

stratki pośrodku drutu.

Sposób tłumienia naboju elektrycznych w tym drucie jest analogiczny do drgania powietrza w otwartej piszczalce.

W rurze drgania powietrza mogą się odbywać w różne sposoby, ale głównym sposobem jest ten, że na obu końcach tej rury tworzą się stratki prędkości, wśrodku zaś mamy węzeł prędkości.



Zgęszczenia natomiast - jak prąd w drucie rezonatora elektrycznego - ma stratkę pośrodku rury, węzły na jej końcach.

Widoczną jest analogia między rozmiarem napięcia i prądu na drucie, a prędkości i zgęszczenia w rurze. Tu i tam odległość od węzła

fony jest resonator:

$$n = \frac{c}{2l}$$

Jeżeli więc taki drut zbliżymy do oscyła-
toru, który ma tę samą częstotliwość drgań,
to jest rzecz odrazu zrozumiałą, że
w tym przypadku ten resonator będzie
najpotężniej odpowiadał na te drga-
nia zewnętrzne, gdyż wywołane puls-
sacje będą we właściwym tempie
wzmocnione. Porozumiejsz się to po wystąpieniu
iskierki, która jednak nie będzie
mogła rosnąć nad pewną miarę,
gdyż skoro się tylko iskra wytworzy,
otrzymujemy zamknięty obwód i wte-
dy warunki drgania elektrycznego zmie-
niają się, wytworzą się dwie stratki
napięcia i dwie stratki najsilniej,

szeego prądu i w ten sposób mamy jak,
gdyby dwa przewody i wstać iwa temu
obwodowi krętość drgań
stanie się dwa razy większa.



Zapomocą tego rodzaju
resonatora Hertza zbadat ustrój pola
elektromagnetycznego, otaczającego oscy-
lator. Gdy płyty wibratora Hertza są



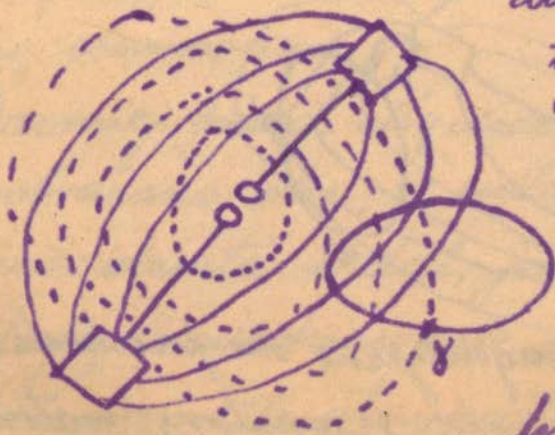
najsilniej naelektryzowane prze-
biega w ich otoczeniu pole elek-
tryczne od płyty +, do płyty -
naelektryzowanej. Ale po upływie $\frac{1}{4}$ okre-
su drgania kiedy te płyty się rozbijają,



będziemy mieli najsilniejszy
prąd elektryczny w tym dru-
gie przebiegający, a który to prąd
wytworzy pole magnetyczne w swoim

otworzeniu. Zależnie od tego, w jaki sposób taki rezonator utworzony z kłosa drutu, przerwane go na wytworzenie iskry będzie ustawiony w polu wytworzonym przez vibrator, on będzie reagował na drucia, nie sił elektrycznych albo magnetycznych.

Jeżeli sobie wyobraźmy oscylator Hertza to oczywiście linie sił elektrycznych mają kierunek od okładki (+) kondensatora do okładki (-); natomiast je linie ciągłe.



Linie sił magnetycznych mają kierunek prostopadły do drutu - natomiast je linie przerywane.

na₃. Ustawmy najpierw resonator tak, żeby jego płaszczyzna przechodziła przez oś oscylatora, wtedy linie magnetyczne będą przebijały tę płaszczyznę, a ruchomość ich indukuje w obwodzie prądu przerwienie. -

Ustawmy natomiast resonator tak, żeby prostopadła jego płaszczyzny środka trafiła prostopadle w środek oscylatora



wtedy linie magnetyczne nie przechodzą, wcale przez obwód resonatora, natomiast dristać będą elektryczne. - Najsilniej

wtedy gdy iskiernik znajduje się
w α lub α' - wecale nas' nie, gdy znaj-
duje się w β lub β' . W pierwszym przy-
padku drątają razem wytaśnięcie linie
magnetyczne, gdy iskiernik jest w γ .
Zapomnę tych dwóch przyrządów:
oscylatora i resonatora Herta wyko-
nat wspomniane doświadczenia, któ-
re udawadniają że drątaną elektro-
magnetyczne rozchodzą się z prędko-
ścią skończoną.

Dawniej przed Maxwellem jeszcze
wyobrażano sobie, że ciąto naelektryzo-
wane drąta w dal, jak masy gra-
witujące, z nieskończeniem wielką prędko-
ścią. Mniemanie to utrzymało się jeszcze
w pierwszej połowie XIX stulecia; dopie-

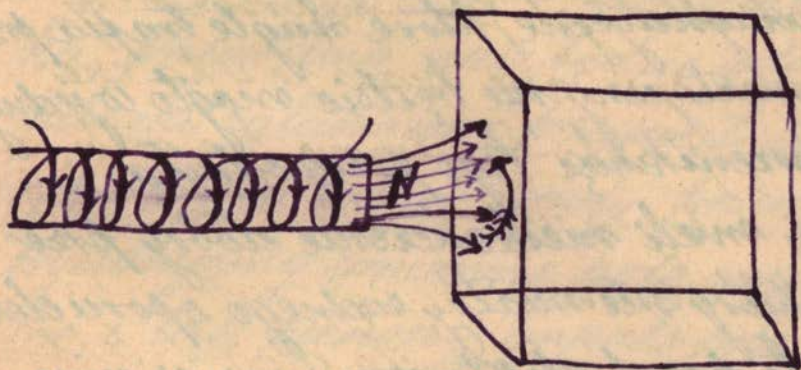
Maxwell opierając się na teoriach Faradaya, na tem założeniu jego, że w przenoszeniu się działania pośredni, czy ośrodek, który rozciąga się między tymi ciałami, doszedł do wniosku, iż to działanie rozchodzi się z prędkością skomercowaną. W r. 1867. zbudował on nawet matematyczną całą teorię, określił we wszystkich szczegółach prędkości rozchodzenia się tych fal, a nawet powiedział, że ona się równa prędkości rozchodzenia się światła w próżni.

Aż do połowy 19tego wieka byto to tylko czystą teorią, która się przyjęła u fizyków angielskich. Dopiero doświadczenia Herta potwierdziły ten wniosek. Żeby okazać, że działa,

nie elektryczne i magnetyczne, na które oscylator reaguje, wychodzi się z pewną prędkością skierowaną i określoną i że one wychodzą się w postaci fali, ponieważ pochodzą od prądów szybko zmieniających i periodycznych, - Hertz użył fal stojących. Skoro bowiem te fale wychodzą się z prędkością taką jak światło, to nie można tej fali inną drogą udławić, niejako unieruchomić, jak tylko przez wytworzenie fal stojących, dochodząc do jednego szeregu fal postępujących w jednym kierunku drugi szereg przeciwny. Przy metodzie fal stojących można zastanawiać, trzeba znaleźć sposób odbijania tych fal. Hertz znalazł rzeczywiście sposób, okazał mianowicie - co zresztą teoria Maxwella przewidywała z góry przewi-

drzeć - że dostatecznie gruba płyta z dobrego przewodnika jest dla fal elektromagnetycznych niejako nieprzeriwista. Fakt ten odbijania się łatwo zrozumieć: gdy przyjmujemy tylko, że płyta jest dla tych fal nieprzeriwista, to ponieważ one muszą ze sobą energię, muszą przeto koniecznie być odbite, gdyż energia ich zniknąć nie może, a że taka płyta dobrego przewodnika musi być nieprzeriwista dla fal elektromagnetycznych, można w taki sposób sobie wyobrazić: Weźmy płytę n.p. miedzianą przed którą umieszczamy elektro-
magnes, owinięty drutem izolowanym, przez który przepuszczamy prąd elektryczny w kierunku wskazanym strzałkami. Prąd ten wytworzy bieżący

potrącający N magnesem który wywołą prąd indukcyjny w płycie o kierunku przeciwnym tamtemu i otrzymany pochodzący z płyty pole elektromagnetyczne o wprost przeciwnym kierunku, niż poprzednie.



Wzbudzony prąd elektryczny w zewnętrznej warstwie płyty ratamuje przejście skłatania elektromagnetycznemu magnesu do jej wnętrza. Prąd ten nie będzie jednak ciągle płynął, gdyż występujący opór elektryczny spowoduje zamianę elektromagnetycznej ener.

zji na ciepło. Wierzą, że drżanie prądu w płycie
będzie zamieraty, a razem z nim i pole magne-
tyczne kompensujące drżanie magnesu.

Wtedy dopiero będzie pole magnetyczne zdol-
ne głębiej wnikać do tej płyty. Wierzą, że
jeżeli pole magnetyczne, które nagle trafia prze-
wodnik elektryczny nie będzie mogło w jednej
chwili przeniknąć tego przewodnika.

Jeżelibyśmy mieli nieskończenie dobry prze-
wodnik, który nie miałby żadnego oporu elekt-
rycznego, to prąd elektryczny raz w nim
wzbudzony trwałby wiecznie i zewnętrzne
pole magnetyczne nie byłoby zdolne go prze-
niknąć. Jednak znane nam przewodniki
nie są idealnymi przewodnikami i dlatego
pole magnetyczne razem z prądem, który
go wytworzył sposobem dyfuzyjnym prze-
dostanie się przez wnętrze takiego przewod-

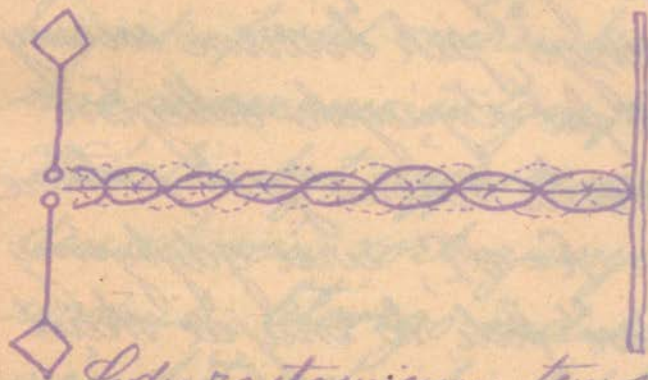
nika; przy idealnym przewodniku szybkość dyfuzji byłaby równą zero.

Gdy mamy do czynienia nie z polem stałym, lecz z szybko zmiennem, a takie wytworzą n. p. oscylacje elektryczne, to jeżeli szybkość drgania pola jest dostatecznie wielka, przewodnik nasz będzie zdolny w zupełności ratamować przejście takich pól, gdy przepuszczając prądy przemienne wywołujemy zmiennne pole magnetyczne i tak pierwszy impuls pola magnetycznego wywołuje w naszym przewodniku prąd indukcyjny hamujący rozprzestrzenianie się pola. Po pewnym czasie pole wnikałoby do wnętrza przewodnika, za pierwszym impulsem lecz jednak drugi, który jest przeciwny i z nim pierwszy prąd zdola wygasnąć, powstaje dru-

gi przeciwny po nim trzeci przeciwny drugiemu i t. d. i te szybko po sobie następujące prądy krótkie nie pozwolą na głębsze wnikanie drżania elektromagnetycznego do wnętrza przewodnika.

Na tym fakcie nieprzepuszczalności pól szybkozmiennych opart Hertz swą metodę wytworzenia fal elektromagnetycznych stojących. Polega ona na tem, że na przeciw wibratora, w którym wytworzą się szybko elektryczne oscylacje około 100,000,000 na sekundę, ustawit blaszkę i zmierzrenie między wibratorem a blaszką oddat zapamocą opisanego wyżej resonatora. Okazato się, że w punkcie leżącym na samej blaszce był węzeł fali elektrycznej; resonator nie drżał wcale; gdy resonator oddalał się od

blachy, ustawiany zawsze tak, by drgał tylko pod wpływem sił elektromagnetycznych, iskiereka stawała się coraz silniejsza aż do pewnego maximum, potem stabilizowała się, przy dalszem oddalaniu się mowu zaczęła świecić i t.d. Mamy więc do czynienia z falą elektryczną stojącą, która wykazuje w miejscach, gdzie iskry nie by, to, rozmieszczenie węzłów.



Gdy zastawimy ten sam rezona-
tor byt drgał wskutek drgań magne-
tycznych, to się okaże, że na blasce bę-
dzie strathka drgania magnetycznego.

co się stwierdzi ukazaniem się iskiarki, a tam gdzie poprzednio była strzałka drgania elektrycznego, wypadną werty drgania magnetycznego.

Ten przewodniczy wynik nie można inaczej interpretować jak tylko tak, że fale te a więc i drgania wychodzące z oscylatora rozchodzą się ze skończoną prędkością.

Metoda tych fal stojących porwała dłu, gość fali wymierzyć, jak bowiem wiemy z ogólnej teorii fal stojących od węzła do węzła równa jest połowie fali $\frac{\lambda}{2}$, a że $\lambda = vT$, więc gdybyśmy znaleźli długość fali, to znając skąd i nad okres T drgania oscylacyjnego, można prędkość rozchodzenia się fali v wyliczyć i tą też drogą próbować Herta to zadanie rozwiązać. Jego rachunki jed,

nak nie są bez narzutu, mianowicie on próbował określić okres T przez zastawienie formuły Helwina: $T = 2\pi \sqrt{C \cdot L}$.

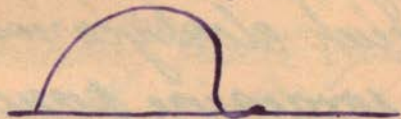
Już poprzednio mówiliśmy, że ta formuła traci rację bytu, gdy chodzi o obwody otwarte, jakim jest vibrator Hertza, gdyż wtedy pojemność C jest nieokreślona i pojęcie indukcji własnej L ułatnia się, albowiem jest to niejako fortel rachunkowy, które traci swe znaczenie w tym przypadku.

Wzór ten był wprowadzony dla kondensatorów rozbrzajanych przez przewodnik, którego indukcja i pojemność były od siebie lokalnie oddzielone, natomiast przy tym oscylatorze uwzględnienie kondensatora jest tylko iluzoryczne. W tym przypadku ora-

stosowaniu prostej teoryi Helvinga sąs-
te mowy być nie może.

Jest jeszcze jedna przyczyrna, która
sprawia, że to całe zjawisko, które Hertz
odkrył, nie przedstawia się tak prosto,
jak on sobie to wyobrażał. Jest to zjawis-
ko znane pod nazwą rezonancyi
wielokrotnej. Dotrzonono mianowicie
że odległość węzłów można dostać
tak łatwo, jak się nam podoba, że to
nie zależy wcale od oscylatora, lecz
od wybranego resonatora. Zależnie od
tego, czy się wyuje dłuższego, czy krót-
szego resonatora otrzymujemy od-
stęp węgłów dłuższe lub krótsze. Op-
isnięcie tego zjawiska dał Poincaré
i Bjerkness, przez co wzmocniono
jeszcze teoryę Maxwella i utwierdono

badanie fal stojących. Zależność długości fali od użytego resonatora wyjaśnili tem, że organia takich oscylatorów ściśle biorąc nie są organiami peryodycznymi, są to organia niestykane mocno tłumione. Gdyby one były stykane, to słyszełibyśmy jednorazowe puknięcie bez określonej peryodyczności, a więc bez określonej wysokości tonu, co możemy przedstawić graficznie, jak



rozkazuje obok kamień,
czarna figura.

Nie może więc być mowy o tworzeniu się pewnych pochodzących od wibratora fal stojących, gdyż wogóle nie ma tu właściwie określonej długości fali.

Ażeby jednak wytlumaczyć obserwowane na resonatorze zjawisko, wy-

obraćmy sobie między oscylatorem a ścia-
ną odbijającą, ustawiony resonator. Po-
nieważ on stanowi obwód prawie zam-
knięty, więc będzie mu przystępował twier-
dzeniem Kelvina zdefiniowany okres
drgania, czyli prąd elektryczny będzie
się w nim wahał w okresie pewnym T .
Jeżeli zatem z oscylatora iskra wyru-
ci impuls, to on będzie leciał z pewną
prędkością v , dobiegnie resonatora
i wywoła w nim ruch elektryczności od-
bije się od płyty i wracając ponownie
go uderzy. Jeżeli go trafi w fazie stosow-
nej, t.j. gdy ten impuls ponowny drgała
w tym samym kierunku, w jakim się
właśnie odbywa w resonatorze drganie,
to resonator to drganie powiększy i to
będzie poręczya, w której otrzymujemy

w resonatorze iskry. Jeżeli z tego potosi-
nia przesuniemy resonator do takiego, by
ten impuls po odbiciu się od ściany potre-
bowat na przebieżenie od pierwszej pozy-
cji resonatora do jego drugiej pozycji
czasu T' , to przekonamy się, że w tej pozycji
mamy znowu optimum drżania ob-
jawiające się wystąpieniem iskry. Jeżeli
od tego położenia odśmujemy się znowu
o długość $\lambda' = vT'$ to w tej pozycji
mamy także optimum drżania i tę
~~drżani~~ długość λ' nazywamy długością
fali ale nie dla oscylatora lecz resonatora.
Tem tłumaczy się zjawisko rezonancyi wie-
lokrotnej. Jeżeli bowiem weźmiemy in-
ny resonator u. p. mniejszy, to i te od-
ległości λ' będą krótsze zatem od okre-
su drżania tego resonatora, od T ,

które można już znaleźć na mojej teorii
Helwina, gdyż resonator jest już obwodem
zamkniętym.

Odkryte zatem przez Savassina i De
la Rive zjawisko resonancji wielokrotnej
przez użycie resonatorów różnych wymia-
rów do badania przestrzeni między oscyla-
torem a blachą odbijającą wykazało,
że te dwa użyte instrumenty, oscylator
i resonator przyjmujący te fale różnią
się od siebie zasadniczo. Oscylator jako
przewodnik otwarty wykonuje oscylacje
bardzo szybko zanikające, tak że każda
pojedyncza iskra wywołuje prawie jeden
jedyński impuls niejako pół fali, jak to na
ostatniej figurze uwidoczniono, poczem
następują dalsze tak tłumione, że się
do istotnego zjawiska nie przyczyniają.

Mamy więc tylko jeden elektromagnetyczny impuls za każdym uderzeniem mto, teczka cewki Ruhmkorffa. Przejmując rezonator-przewodnik ramkniety jest zdolny do sturimych drgań, gdyż: stabilizuje promieniując energię elektromagnetyczną. Jeżeli więc będziemy rezonator umiścić w różnym odległościach od ściany, to okaże się, że odległości wartości i okres, tak nie będą zależne od okresu drgania oscylatora - takiego okresu, prowadzącego, więc, wcale nie ma - to będzie zależnie od okresu drgania rezonatora od T' tak, że długość fali $\lambda = vT'$.

Ta okoliczność ułatwia zadanie wyznaczenia prędkości rozchodzenia się tych fal elektromagnetycznych, gdyż rezonator można tak skonstruować, żeby okres

drżania można obliczyć teoretycznie.
 Resonator można tak zbudować, jak to
 Blondlot czynił na podobieństwo tych
 obwodów, do których da się zastosować
 teorię Helwina, przytem do obwodu wtę-
 czamy także matę kondensator, którego
 pojemność już łatwo wymierzyć. Znając
 pojemność i indukcyjność własną dr-
 tu, tworzącego okładki kondensa-
 tora możemy już okres drga-
 nia obliczyć według wzoru



$$T' = 2\pi\sqrt{CL}$$

Płyty tego kondensatora mają bardzo
 małe guziczki / piskierniki / na sobie, by
 można poznać resonans w stosownej
 chwili. Znając T' i mając długość fa-
 li z bezpośrednich pomiarów mamy
 tem samem i prędkość rozchodzenia się

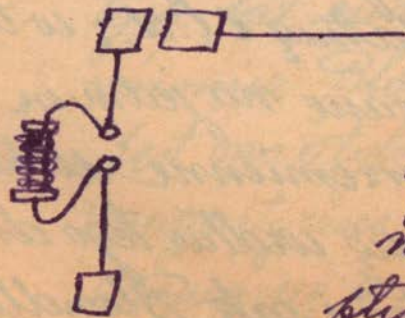
fali ze wzoru

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Tę metodą otrzymat Blondlot:

$$v = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek.}$$

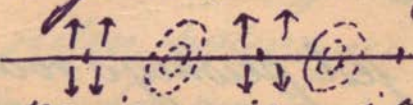
dowodząc bezpośrednio teorię, że fale elektro-
magnetyczne rozchodzą się z prędkością fal
światlnych. Właściwie wykonał on pomiary
wzrostu i stratek fal stojących, prowadząc
te fale wzdłuż drutu zamiast w powietrzu.
Najprostszym sposobem stosowanym przez Herta
polegał na tem, że do wywołania wstrząs-
nień elektromagnetycznych zatem i fal na
drucie, stosował siły elektryczne. Wzrmy



oscylator Herta; jeżeli
do jednej z elektad mają-
cych reprezentować pojem-
ność zbliżymy podobną
płytę i połączymy ją z atem

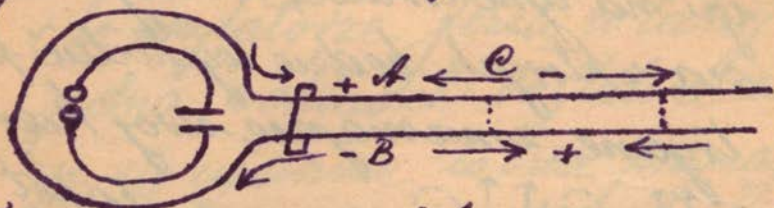
gim prostym drutem, to odbywające się
osyłuje i zmiany stanu elektrycznego
oktadek będą wywoływały ruch elektryczny,
nosici w tym drucie. Ruch ten będzie się
odbywał oczywiście w takim okresie, jak
i w oscylatorze. Jeżeli w takiej chwili
jedna z oktadek oscylatora elektrycznego,
je się ujemnie, to ona przyciąga elektryczność
dodatnią, czyli przez drut będzie
przemykał prąd, ale po bardzo krótkiej
chwili ta sama okładka naelektryzuje
się dodatnio, indukcyjnie działając
przyciągnie elektryczność ujemną, a
wdepchnie dodatnią i t.d.; w ten spo-
sób są wywoływane na jednym końcu
drutu prądy przemienne elektryczne
i one rozchodzą się wzdłuż tego drutu
w postaci falistej i jak Blondlot

stwierdzić, że tą samą prędkością jak
w próżni. Fale te lecąc wzdłuż drutu od-
bijają się od drugiego końca i dają
wzrosty fal elektrycznych i magnetycznych.
Gdy będziemy badać rozmieszczenie ener-
gii na tym drucie, to otrzymamy miej-
sca, z których będzie wychodzić pole elek-
tryczne, zmieniające swój kierunek

 co pół okresu,
ciągnące i zmianę pola magne-
tycznego / linie kreskowane / obracają-
cego ten drut.

Doğodniejszy sposób otrzymywania
tych fal oznajmiono w urządzeniu, które
również Blandolotowi zawdzięczamy.
Jest ono o tyle dogodniejsze, że te elektro-
magnetyczne fale idą po dwóch drutach
Używa się w tym celu znówu oscylatora

zgiętego kołowo, zakończonego kuleczkami,
które tarcy się z biegunami aparatu Ruhmkorffa lub Tesli. Ten oscylator otacza,
my drutem w kształcie pętli przedturo-
nej w dwa równoległe do siebie druty.



Tocane urządzenie jest pewnego rodzaju
cewka Ruhmkorffa przystosowana do
bardzo rychkich drgań: miliony razy na
sekundę, działających na cewkę wtórną
przedturoną w dwa druty. Na początku
tych drutów kładziemy metalowy mostek,
który utrzymuje je w jednakowym na-
pięciu. Utrzymujemy więc system elektrycz-
ny zdolny do własnego okresu drgania
wspetnie określonego. Wzdłuż tych dru-

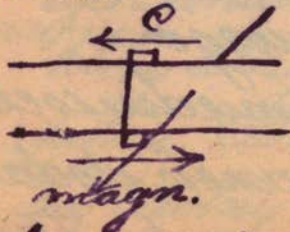
Tów są przewodzone impulsy w postaci fal odbijających się od końców tych drutów, przez co wytworzają się fale stojące. W śledzić można obecność tych fal n.p. za pomocą rurki

Geisslera, która intensywnie świeci w pobliżu strzałek organów elektrycznych. W pewnych miejscach odstępach mamy miejsca, gdzie nie ma żadnego drgania i punkty te mające jeden potencjał można potaćzyć mostkiem bez zmiany zjawiska, znajdując się one w równych od siebie odstępach. Coś analogicznego do rury akustycznej, w której są pewne warstwy, gdzie można nawet po umieszczać cienkie denka nie zmieniając tem całego procesu głosowego.

Jeżeli w punkcie A pomiędzy elektrodami magnetycznymi się elektryczność dodatnia, to znaczy, że prąd płynie ku temu

punktowi, a po jego stronie przeciwej mamy elektryczność ujemną, wytwarza się tu zatem momentalne pole elektryczne, a linie elektryczne idą od jednego drugiego, od A do B. Wpół określić rzecz się o tyle zmienia, że w punkcie .¹ gromadzi się elektryczność ujemna a naprzeciw dodatnia, czyli otrzymujemy pole elektryczne o kierunku wprost przeciwnym. Zatem w tem samym miejscu mamy pole elektryczne to w jednym to w drugim kierunku.

Wzimy pod uwagę część drutu w pobliżu mostka C. Niech prąd ma kierunek oznaczony strzałką na figurze. Taki prąd wytwarza pole magnetyczne prostopadłe do płaszczyzny wy-

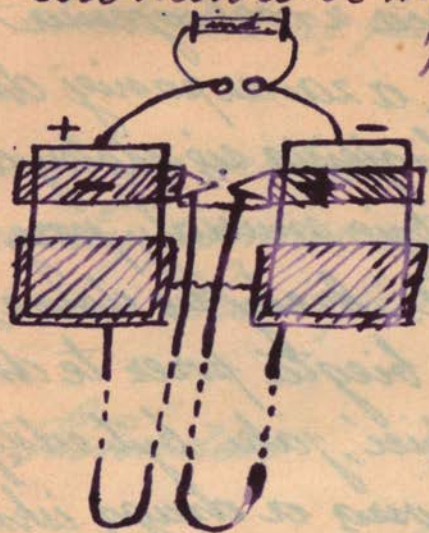


sunku ku nam skierowane. Wpół okre-
su później mamy przeciwny kierunek prą-
du, a zatem i przeciwny kierunek po-
ła magnetycznego. Pola te elektryczne
i magnetyczne są względem siebie
skrzyżowane, pole magnetyczne jest
prostopadłe do drutów, a elektryczne
do płaszczyzny drutów. Maximum
magnetyczne przypada tam, gdzie jest
minimum elektryczne.

Zajmiemy się obecnie przedstawieniem
metody eksperymentalnej, za pomocą
której można szybko dochodzić się
fali elektromagnetycznej wzdłuż drutu
określić niezależnie od teorii Helwina,
która w bardzo szybkich drganiach
elektromagnetycznych nie nawet
zawodzi, gdyż n. p. pojemność kondens,

satora, figurująca w odpowiednim wzro-
rze Helvina, jest wielkością określoną
w elektrostatyce, ale jeżeli mamy do
czynienia z prądami oscylacyjnymi,
to one wpływając do kondensatora nie
elektryzują go momentalnie, lecz po-
trzebują na to pewnego czasu; dlatego
ta pojemność jest rzeczą w tym przy-
padku bardzo nieokreśloną i stosowa-
nie formuł elektrostatyki może nawet
prowadzić do poważnych błędów.

Dlatego byto rzeczą bardzo ważną
umieć zmierzyć prędkość rozchodze-
nia się fali metodą niezależną od
teorii Helvina, ani od obliczenia
pojemności, ani indukcji własnej, któ-
ra jest stosowalną tylko do prądów
statycznych. Jedną z tych metod znane



Blondlotowi mamy do zawodniczenia
Wyobraźmy sobie dwie bu-
telki lejdejskie, których
okładki zewnętrzne
są złożone z dwóch
izolowanych od sie-
bie części. Elektryzuj-
my butelki taśmą iskie-
rnik i cewką indukcyj-
ną jedną dodatnio drugą ujemnie.
Dwie okładki zewnętrzne taśmą z tym
przewodnikiem: nitką cienką, wilgotną
i dwoma kołkami, między którymi jest
przestrzeń kilkomilimetrowa; okładki
dolne są połączone za pomocą bardzo
stługiego drutu połączonego z tymi
kołkami. Gdy napięcie dostatecznie
wzrośnie, przeskoczy między tymi kol-

camii iskra, pochodząca z rozbrojenia się górnych okładek, a zaraz po niej druga pochodząca z rozbrojenia się dolnych okładek, których naboje musiały przejść przez ten drugi drut. Aby się dowiedzieć, jaki czas fala biegnie przez te druty, trzeba się dowiedzieć, jaki był odstęp czasu między pierwszą a drugą iskrą. W tym celu wrywa się znówu szwieraadta wirującego i fotogramu na którym otrzymuje się te iskry w pewnym odstępie; ten odstęp porówna obliczyć czas między iskrami, a podzieliwszy znaną długość drutu przez ten czas, otrzymamy prędkość fal w drucie. Na ilustracji przytoczymy niektóre wyniki tej metody i innymi podobnymi uzyskane: i tak Blondlot znalazł szybkość roz-

chodzenia się fali wzdłuż drutu równą
302,200 km/sec.

drugą metodą: 276,400 "

inny pomiar dat 298,000 "

Mac Lean: fale swobodne w powietrzu
299,110 km/sec.

Pannders 1) 298,200 "

2) 299,70 "

Średnia prędkość dla fal elektromag-
netycznych wynosi z tych pomiarów
299,130 km/sec., podczas gdy prędkość
światła wynosi 299,800 km/sec. Więc
jest rzecz zupełnie ściśle stwierdzoną, że
prędkość rozchodzenia się drgań elektro-
magnetycznych jest identyczna z prę-
dkością rozchodzenia się fal świetlnych.
Resonatorem Blondlota można ba-
dać rozchodzenie się fal w ośrodkach

innych, niż powietrze n.p. w wodzie, naftie, terpentynie i t. p. ale w tym wypadku trzeba jeszcze na to wrócić uwagę, że okres własnych drgań resonatora zmienia się, gdyż mamy $T = 2\pi \sqrt{C/L}$.

Jeżeli włożymy zamiast powietrza inny dielektryk o stałej dielektrycznej K , to pojemność kondensatora w resonatorze będzie $K \cdot C$, a odpowiednio do tego zmieni się i okres drgania własnego resonatora $\sqrt{K}$ razy. Jeżeli zatem takim resonatorem będziemy badać fale, to znajdziemy dla pewnego ośrodka długość fali

$$\lambda' = v' T \sqrt{K}$$

gdzie v' jest prędkością fali w tym ośrodku.

Blondlot zmierzył bezpośrednio odległości węzłów wzdłuż drutów, zanurzo-

nych w różnych ciałach i skonstruować
że $\lambda' = \lambda$: że otrzymuje się fale o tej
samej długości, co w powietrzu; z tego wy-
nika, że prędkość rozchodzenia się fali
musi być inna gdyż w powietrzu

$$\lambda = vT'$$

a w środku o stałej dielektrycznej κ

$$\lambda' = v'T'\sqrt{\kappa}$$

z czego otrzymujemy

$$vT' = v'T'\sqrt{\kappa}$$

a stąd prędkość fali w danym środku

$$v' = \frac{v}{\sqrt{\kappa}}$$

t. zn.

prędkość rozchodzenia się fal elektro-
magnetycznych w różnych środkach
jest proporcjonalna odwrotnie do pier-
wiastka kwadratowego ze stałej dielek-
trycznej danego środku.

Skierowaliśmy więc doświadczalnie, w zaburzenia elektryczne lub magnetyczne wywołują zjawisko fal elektromagnetycznych, rozchodzących się w próżni z tą samą prędkością co i światło.

Obejście będzie naszym zadaniem w szczególności zjawisko to wytlumaczyć na zasadzie ogólnych wyobrażeń, które porobiliśmy w samej nauce o elektryczności.

Wiemy, że pole elektryczne, magnetyczne lub ogólnie pole elektromagnetyczne charakteryzuje się w każdym punkcie pewnymi określonymi wektorami: pole elektryczne wektorem $\vec{E}$, któremu daliśmy nazwę elektrycznego natężenia, pole magnetyczne innym wektorem $\vec{H}$, który nosi nazwę

ię materiału magnetycznego. Te wektory
określają się w ten sposób, że jeżeli wyobra-
zimy sobie n.p. jednostkowy biegun elek-
tryczny, to pole wywiera na niego pewne
działanie i kierunek siły działającej
jest kierunkiem tego wektora, a wiel-
kość tej siły wyobraźnia materiału pola,
czyli materiału tego wektora $\mathcal{E}$. To sa-
mo dotyczy siły wektora magnetycznego, czy-
li pola magnetycznego.

Są przypadki, kiedy w polu istnieją tyl-
ko elektryczne, lub tylko magnetycz-
ne wektory. Pole, w którym mamy
wektora $\mathcal{H}$, a jest tylko wektor $\mathcal{E}$ jest
t. zw. polem elektrostatycznym; n.p.
pole takie mamy między okładkami
kondensatora. Podobnie gdy w polu
jakiś istnieje tylko wektor $\mathcal{H}$, a nie ma

wektora $\vec{E}$ mamy do czynienia z polem i zjawiskami magnetostatycznymi, n.p. okoto nieruchomych magnesów, albo prądu elektrycznego statycznego.

Doświadczenie uwy, że takie rozdzielenie tych dwóch wektorów jest możliwe tylko w stanie zupełnej równowagi elektrycznej czy magnetycznej. W stanach zaś nierównowagi, gdy jedno albo drugie ulega zmianie z konieczności występuje drugie pole. W przypadku zmiennosci obu stanów, te dwa pola są zwikta, nie ze sobą i nawiązują się polem elektromagnetycznym, gdzie występuje jednocześnie i jeden i drugi z tych wektorów. Jeżeli wektor $\vec{E}$ istnieje w jakimś punkcie przestrzeni, to skutkiem jego istnienia, należy od tego, ja,

ki jest ośrodek, w którym ten punkt jest umieszczony i tak, gdy wektor E znajduje się w dobrym przewodniku, to jego istnienie połączone z objawami rozpraszania energii w postaci ciepła i z myślą prawo Joule'a, ilość tego ciepła zależy od elektrycznego natężenia i od natury ośrodka, wyraża się elementarną formułą

$$Q = c \cdot E^2$$

t. zn. że

jeżeli w pewnym punkcie istnieje natężenie pola o wielkości E i jeżeli sobie wyobrażamy dookoła tego punktu nieskończenie mały element objętościowy $d\tau$ cm³ to w czasie dt wywołuje się ciepła w ilości

$$dQ = c \cdot E^2 d\tau dt.$$

z czego otrzymujemy, iż wzór ostateczny, oczywiście podaje ilość wywołującego się ciepła w jednej sekundzie na jeden cm³

Obok tej cechy wywierania ciepła, prąd płynący wywołuje działania magnetyczne w otoczeniu. Jeżeli wektor prądu oznaczymy literą p , to według prawa Ohma

$$\bar{p} = c \cdot \bar{E}$$

licząc tu prąd nie na ampery, lecz wektor prądu t.j. prąd liczony na jeden cm^2 . Przez wektor p rozumiemy zatem ilość prądu liczoną na przekrój poprzeczny jednego cm^2 ; jest on, jak z ostatniego wywniosku, wprost proporcjonalny do panującego w danym punkcie natężenia E , przy czem czynnik proporcjonalności c nazywa się elektrycznym przewodnictwem danego materiału.

Ilość wywieranego się ciepła $Q = c E^2$ wyrażamy w ergach; wstawimy w to ostatnie równanie $p = c E$ mamy na

ilość dyssypowanej energii Q wów:

$$Q = p \cdot t$$

Noczym tego rodzaju nosi nazwę pracy elektrycznej. Powiadamy, że prąd elektryczny, płynący przez dany ośrodek przewodzący wykonuje pracę, która w całości zamienia się na ciepło. Gdyby się zdawało, że to natężenie elektryczne padło nie w przewodnik, lecz w izolator, dla którego $\sigma = 0$, w tym razie rozprószania energii nigdzie nie ma, lecz przeciwnie możemy dostrzec, że w takim punkcie ośrodka następuje nagromadzenie się energii pod postacią t. zw. elektrycznej energii.

Przez prąd elektryczny płynący przez pewien izolator n. p. szkło, porzniętą i t. d. rozumiemy co następuje: uwarajmy n. p. kondensator potaerony z biegunami

baterji, która będzie na tym kondensatorze
gromadzić elektryczne naboje; to mianowicie
tego, że jak bateria dostarcza coraz więcej
elektryczności okładkom kondensatora,
pole elektryczne będzie się wytworzać i na-
rastać coraz bardziej i zjawisko to zachodzi
ce między okładkami tego kondensato-
ra, a więc w izolatorze pojmował Maxwell
jako zjawisko elektrycznego niejako prądu
i nazywał to narastanie pola w izolato-
rze po prostu prądem z tem ^{specyficznym} zasto-
sowaniem, iż z tego rodzaju narastanie po-
la wywołuje również działania mag-
netyczne, podobne do tego, jakie się wy-
tworza podczas przepływu prądu w
drucie. Z chwilą gdy nastanie stan
równowagi elektrycznej, gdy kondensa-
tor naelektryzuje się odpowiednio do

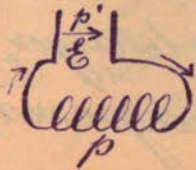
sity baterji, ustaje ten prąd w izolatorze razem ze zmiennością pola. Ten prąd elektryczny w izolatorach sposobem narastania powstający liży się to nauce elektryczności i magnetyzmu jako proporcjonalny do szybkości narastania pola, a zatem jako proporcjonalny do pochodnej $\frac{d\mathcal{E}}{dt}$; zależy on jeszcze od pewnej stałej charakteryzującej dany dielektryk, którą oznaczamy przez $\frac{\kappa}{4\pi}$, gdzie κ jest stałą zwaną zdolnością elektryczną danego dielektryka.

Wreszcie iloczyn

$$p' = \frac{\kappa}{4\pi} \cdot \frac{d\mathcal{E}}{dt}$$

nazywamy prądem dielektrycznym.

Przez wprowadzenie do nauki tej wielkości p' obwód, przez który płynie prąd w kondensatorze zamyka się; to p' jest niejako przedłużeniem prądu p , płynącego przez druty. Wice ten prąd p'



wykonuje także pracę elektryczną i jeżeli ją zdefiniujemy tak samo jak poprzednio jako iloczyn z prądu przez panujące tam natężenie elektryczne $\mathcal{E}$, to na podstawie ostatnich oznaczeń otrzymujemy, iż praca elektryczna prądu p' na jednostkę czasu wynosi

$$p' \mathcal{E} = \frac{\kappa}{4\pi} \frac{d\mathcal{E}}{dt} \cdot \mathcal{E}.$$

Chcąc obliczyć całkowitą pracę, jaką ten prąd elektryczny wykonuje od pierwszej chwili, kiedy zaczyna płynąć, aż do chwili kiedy pole dochodzi do swojej końcowej wartości trzeba wrzucić

$$U = \int \frac{\kappa}{4\pi} \mathcal{E} \frac{d\mathcal{E}}{dt} dt$$

co po wykonaniu całkowania daje

$$U = \frac{\kappa}{8\pi} \mathcal{E}^2$$

wyrażenie dobrze znane z teorii elektryczności przedstawiające wartość nagroma-

drzonej energii elektrycznej w jednostce objętości.
Ta wielkość, której szybkość narastania stanowi
ten dielektryczny prąd nosi nazwę elektrycz-
nej indukcji, którą oznaczamy przez D i mamy

$$D = \frac{k}{4\pi} E.$$

W środku w tym miejscu, gdzie jest elektryczne
natężenie E , panuje indukcja D .

To ostateczne równanie dotyczy się przypadku,
gdy mamy do czynienia z ośrodkiem równo-
kierunkowym, jak próżnia i wtedy wekto-
ry D i E są do siebie proporcjonalne i
mają kierunek ten sam. W przypadku
ośrodka różnokierunkowego n. p. kryszta-
łu, D występuje jako wielkość związana
linijnie z wielkością E , nie jest już do
niej proporcjonalną. Gdybyśmy w tym
wypadku oznaczyli składowe wektora D
przez D_x, D_y, D_z , to nie będzie jak po-

przednio

$$Q_x = \frac{k}{4\pi} E_x, \quad Q_y = \frac{k}{4\pi} E_y, \quad Q_z = \frac{k}{4\pi} E_z,$$

lecz to Q_x będzie w ogóle zależne także od E_y i E_z , co ogólnie można napisać:

$$Q_x = \frac{k_1}{4\pi} E_x + \frac{k_2}{4\pi} E_y + \frac{k_3}{4\pi} E_z \quad \text{i t. d.}$$

Zdolność elektryczna przestaje być jedną tylko, lecz występuje w ogóle trzy zdolności elektryczne w każdym miejscu. To stanowi podstawę t. zw. podwójnego zatamania.

Przechodźmy do rozważania magnetycznego wektora H , powodującego podobnie nagromadzenie się energii, którą nazywamy energią magnetyczną i podobnie jak energią elektryczną wyraża się wzorem $\frac{kE^2}{8\pi}$, tak znów energia magnetyczna wyraża się wzorem

$$J = \frac{\mu H^2}{8\pi}$$

który wyraża ilość energii nagromadzonej

w polu dzięki jego namagnesowaniu. Wgółem
własności i teorye pól magnetycznych są zupełnie
podobne do teoryi pól elektrycznych. Istnieje
tylko jedna istotna i charakterystyczna różnica:
mianowicie w zakresie magnetyzmu nie ma zjaw,
niej analogii do prądów przewodzonych, nie ma
tam niczego podobnego do elektrycznego prądu,
nictwa; po prostu nie znamy przewodników
magnetycznych któreby powodowały dysypację
energii podczas przewodzenia prądu magne-
tycznego, nie może też być mowy o prądach prze-
wodzonych magnetycznych. Natomiast istnieje
prąd magnetyczny analogiczny do prądu eli-
ktrycznego maxwellozskiego. Mianowicie
podobnie jak stan, w którym się znajduje osro-
dek izolujący w polu elektrycznem, gdy to pole
narasta lub znika, narodził się prąd elek-
tryczny, tak samo też, jeżeli w osrodku sta-
te,

zmienie pola magnetycznego będzie narastać, to mówimy, że tam płynie magnetyczny prąd. Jeżeli oznaczymy przez g prąd magnetyczny, to definiujemy ten prąd wzorem

$$g = \frac{\mu}{4\pi} \frac{dH}{dt}$$

Głębokość narastania pola magnetycznego liczy się jako proporcjonalną do pochodnej czasowej natężenia magnetycznego H i uwarzymy ją za zależną od natury ośrodka, wprowadzając czynnik μ , wielkość zwaną magnetyczną przenikalnością danego ośrodka. Tu występuje prąd magnetyczny jako pochodna od wektora μH przez co wektor ten oznaczamy przez B

$$B = \mu H$$

i nazywamy go podobnie jak w elektrycyzmie magnetyczną indukcją. Zlekroć powiada, my że magnetyczne pole się zmienia, a więc indukcja magnetyczna wzrasta, rozumiejąc

przez to, że w tym ośrodku płynie prąd magnetyczny

$$g = \frac{1}{4\pi} \frac{dB}{dt}$$

Podobnie jak mówiliśmy poprzednio, że prąd elektryczny wykonuje pewną pracę, która nagromadza się w postaci energii elektrycznej, tak można i teraz wykazać, że praca prądu magnetycznego nagromadza się w postaci

energii magnetycznej. Wyobraźmy sobie mianowicie t.zw. solenoid t.j. rurkę owiniętą

drutem izolowanym, przez który można przepuszczać prąd elektryczny. Wskazać działania



prądu powstanie we wnętrzu tego solenoi-

du pole magnetyczne i wytworzy się

indukcja magnetyczna w ośrodku

tego solenoidu. Gdy zatem ten prąd elektrycz-

ny narasta, t.zn. że indukcja narasta, powia-

damy, że przez wnętrze takiej rury płynie prąd

magnetyczny g w tym kierunku w którym

indukcyja się wytwarza i to proporcjonalnie do
szybkości narastania jej. Jeżeli określimy pracę
tego magnetycznego prądu tak samo jak poprzed-
nio pracę elektrycznego prądu jako iloczyn

$$g \cdot H = \frac{\mu}{4\pi} H \frac{dH}{dt}$$

to całkowitą ilość tej pracy magnetycznej; odchwi-
li kiedy prąd był równy zero, aż do ustalenia
się końcowej wartości pola magnetycznego, otrzy-
mamy biorąc całkę

$$\int \frac{\mu}{4\pi} H \frac{dH}{dt} = \frac{\mu}{8\pi} H^2 = T$$

To pojęcie magnetycznego prądu ma tę zaletę,
tę całą teorię, że w bardzo jasnym świetle przed-
stawia nam t.zw. dualizm elektromagnetyczny,
to jest analogię zachodzącą między objawami
elektrycznymi i magnetycznymi; to oddaje nam
wielkie usługi przy sformułowaniu słownych za-
sadniejszych praw elektromagnetycznych pól.
Nawiązaliśmy, że pola elektryczne albo magne-

tyczne mogą oddzielnie istnieć tylko w stanie stałym, zmiiana jednego pola pociąga za sobą objawy drugiego. Istnieje zatem także wzajemne skrzyżowanie tych pól. Mamy więc dwa następujące fundamentalne twierdzenia, na których polega cała współczesna teoria elektromagnetycznych pól, datująca się od Maxwella:

- 1^o Prąd elektryczny stwarza również pole magnetyczne dookoła siebie

- 2^o Prąd magnetyczny stwarza również pole elektryczne dookoła siebie ale w kierunku ujemnym.

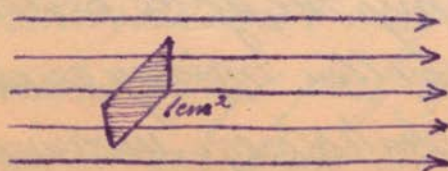
Prąd elektryczny pojmowaliśmy tutaj ogólniej, niż się zwykłe przez prąd elektryczny uważa, t.j. rozważaliśmy nie tylko t.zw. prąd Ohma, ale i wszelkie zmiany czasowe elektrycznej indukcji, wskutek czego uważamy, iż prąd elektryczny może płynąć i przez

izolatory. Jeżeli tylko istnieje w izolatorze ϵ , elektryczna indukcja $D = \frac{k}{4\pi} E$, to każda zmiana tej wielkości jest uwarunkowana prądem elektrycznym p' , którego miarą jest pochodna względem czasu

$$p' = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{k}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t}.$$

Prąd elektryczny całkowity składa się z części przewodzonej i z części dielektrycznej; te części mogą występować oddzielnie zupełnie, gdy mamy ośrodek tylko przewodzący lub tylko izolujący, albo też równocześnie przy półprzewodnikach: szkło.

Jeżeli mamy rozmieszczenie wektora p , czyli przepływ prądu p to przez wielkość tego wektora rozumiemy ilość prądu przypadającą na 1 cm^2 mierzoną zatem w amperach, którą oznaczamy przez



$$i = p \cdot a$$

z czego wektor p można wyznaczyć.

Podobnie mieliśmy w związkach indukcji magnetycznej, że zdolność magnetyczna ośrodka

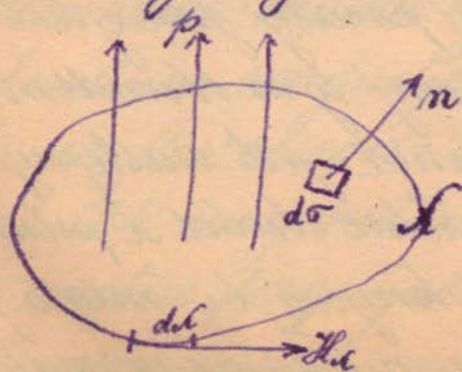
$$\mu = \frac{B}{H}$$

dla prądu ras' magnetycznego g mieliśmy

$$g = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial B}{\partial x}$$

licząc te wielkości p i g na 1 cm^2 .

Wyobraźmy sobie w ośrodku jakimś "pły" nący prąd elektryczny p przewodzący lub dielektryczny. W ośrodku tym wytworzy się pole magnetyczne.



Wiermy w tym ośrodku obwód w sobie zamknięty L , to całka siły magnetycznej wzięta po takim obwodzie

ma wartość skończoną i różną od zera, gdyż

w tym ośrodku tworzą się linie magnetyczne obejmujące te prądy jednostkowe. Uważajmy nieskończenie krótki element o długości $d\mathbf{r}$ i niech w tym miejscu pole magnetyczne będzie $\mathbf{H}$; obliczmy składową tego wektora w kierunku stycznej t.j. w kierunku elementu $d\mathbf{r}$, składową, którą oznaczamy przez H_c . Po utworzeniu iloczynu $\mathbf{H}_c d\mathbf{r}$ mamy z teorii elektryczności i magnetyzmu:

$$\oint \mathbf{H}_c d\mathbf{r} = 4\pi \int p_n d\sigma$$

przyczem pierwsza całka jest wzięta po całem tym obwodzie, druga po całej jakiegokolwiek powierzchni ograniczonej tym obwodem.

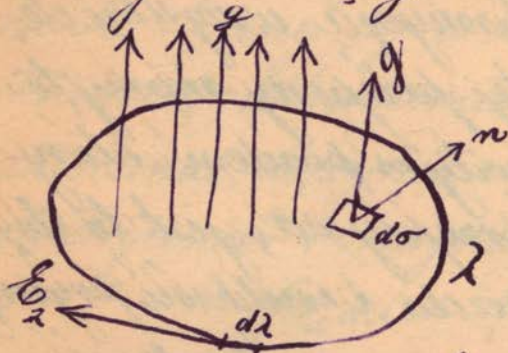
Znaczenie tego równania jest następujące:

Wyobraźmy sobie przez ten obwód $\mathbf{r}$ powierzchnię płaską lub krzywą, by miała ją jako kontur $\mathbf{r}$. Weźmy nieskończenie mały element płaski o wielkości $d\sigma$, w którym kreś-

linij normalną n w kierunku prądu; bierzemy następnie wektor prądu p , który w tem miejscu istnieje i składową p_n wektora p w kierunku dodatniej normalnej n wektora ds , pomnożymy ją przez ds i obliczymy całkę obejmującą wszystkie elementy powierzchni tej przepony, mamy to co nazywamy całkowitym prądem, który przez ten obwód przepływa, jest to iloczyn z wektora prądu i wielkości powierzchni; bierzemy się zatem w amperach.

Równanie ostatnie wyraża zatem, że całka obwodowa magnetycznego natężenia, wzięta według obwodu zamkniętego, równa się 4π razy całkowity prąd, który płynie to wewnątrz przepływa. To równanie będzie stanowiło punkt wyjścia dla naszych dalszych rozważań.

Drugie takie równanie odpowiada temu samemu po stronie magnetycznej. Weźmy ośrodek, w którym płynie prąd magnetyczny i wykreślimy w tym ośrodku znów dowolny zamknięty obwód $\mathcal{K}$. Weźmy na tym



obwodzie nieskończenie mały krótki element $d\mathcal{L}$ i obliczymy składową elektryczną $\mathcal{E}$ wywołanej przez prąd

magnetyczny w kierunku stycznym do $\mathcal{K}$ i obliczymy całkę $\int \mathcal{E}_2 d\mathcal{L}$ po całym obwodzie, to na mocy drugiego twierdzenia że prąd magnetyczny wywołuje pole elektryczne w kierunku ujemnym, mamy

$$\int \mathcal{E}_2 d\mathcal{L} = -4\pi \int g_n d\sigma$$

gdzie znów wyobraźmy sobie przepone mającą $\mathcal{K}$ jako kontur i bierzemy ele,

ment powierzchni $d\vec{s}$, kreślimy normalną $\vec{n}$ w kierunku prądu $\vec{g}$ obliczamy składową tego wektora $\vec{g}$, który w tem miejscu istnieje w kierunku $\vec{n}$ i pomnożymy przez $d\vec{s}$ tworzymy sumę takich wyrażení otrzymujemy całą powierzchnię.

Mozemy na tej zasadzie regułę Ampera prawego wrotu określając kierunek dodatni powstawania pól magnetycznego pod wpływem prądu elektrycznego podać krócej i ogólniej w ten sposób: Wyobraźmy sobie oko patrzące w kierunku prądu elektrycznego, w takim razie ono dojrzy kierunek magnetycznego natężenia H obracającego ten obwód w kierunku dodatnim, t.j. w kierunku wskazówek zegara: zatem wartość tego określenia prąd elektryczny stwarza magne-

tyżony w kierunku dodatnim.

Przećniemy gdy wzmieniemy pole magnetyczne i wyobraźmy sobie oko patrzące w kierunku magnetycznego prądu t. j. w tym, w którym indukcya narasta, wtedy ten prąd magnetyczny stwarza analogicznie pole elektryczne ale w kierunku ujemnym, ośw. drogiu kierunek obiegu przeciwny ruchowi wskazówek zegara.

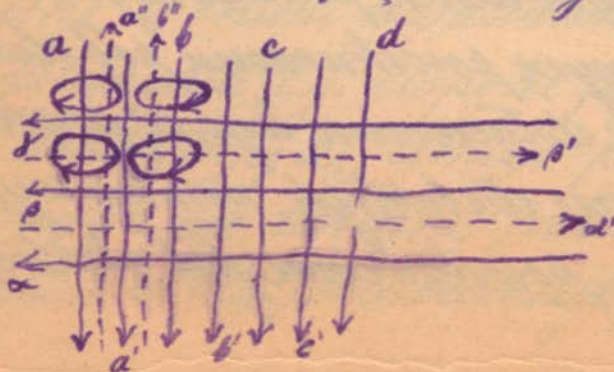
Przez wprowadzenie pojęcia przepływu prądu przez dielektryk zatorziliśmy, że ten prąd p^r stwarza tak samo pole magnetyczne jak i prąd p, t. zn. że w iroba, torze w chwili narastania elektrycznego potencjału t. j. w połaci płyty kondensatora elektryzują się, istnieje pole magnetyczne, zawsze tak samo jak linie magnetyczne około drutu przewodzącego prąd elektryczny.

To drugie twierdzenie, którego wyrazem jest wymienione równanie magnetyczne, wyobraża fakty znane jako magnetoelektryczna indukcja. Wyobraźmy sobie n.p. przyrząd Ruhmkorffa, przez który puszczamy prąd. Przez cały czas narastania prądu od swej zerowej wartości do wartości końcowej, wzrasta się namagnesowanie n.p. rdzenia żelaznego, które nie jest miernikiem, jak prądem magnetycznym go wzbudza, jakim znów prąd elektryczny o kierunku ujemnym w cewce wtórnej; w przypadku izolatora w miejscu rdzenia żelaznego otrzymujemy oczywiście w nim prąd dielektryczny.

Na podstawie tych dwóch podstawowych twierdzeń o wzajemnym powstawaniu pól elektrycznych i magnetycznych z istnieniem tego, iż prąd może płynąć przez dielektryk, można wyjaśnić mechanizm powstawania fal elektrycznych.

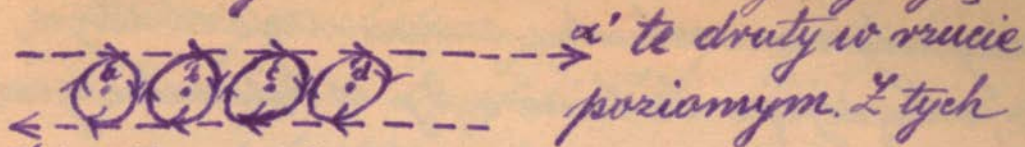
magnetycznych. Nim jednak przystąpimy do wykarania, jak z tych naszych dwóch równań, wypada system równań elektromagnetycznego pola, które wskazują na istnienie fal, przytłaczamy sobie to na bardzo prostym przykładzie, który pokaże jak te fale elektromagnetyczne powstają i jak się rozchodzą w ośrodku z pewną stałą prędkością.

Wyobraźmy sobie szereg drutów prostych leżących w jednej płaszczyźnie i równo oddalonych od siebie i niech przez te druty, jak po ściąganiu spływa prąd elektryczny z góry na dół. Ten prąd elektryczny stwarza od,



razu pole magnetyczne tak, iż linie magnetyczne okrążają te druty w kierunku

kierunku, jak strzałka to wskazuje rysując



strzałek widzimy, że między dwoma sąsiednimi drutami n.p. a, b, wytwarzające się pola rne, są się wzajemnie. Natomiast części obwodów po stronie zewnętrznej od dotu i od góry mają jednakie kierunki linii, one się zatem złączą i dadzą pole magnetyczne skierowane na lewo bliższe nam względnie na prawo poza drutami i otrzymujemy w ten sposób linie magnetyczne α, β, γ bliżej nas skierowane do lewo i α', β', γ' poza drutami skierowane do prawo, które ze wzrostem prądu elektrycznego, wytwarzającego je, również wzrastają, wzmagają się i stanowią dwie warstwy równoległych do siebie prądów magnetycznych, płynących przed drutami,

ni na lewo, za nimi na prawo. Te prądy
magnetyczne wzbudzą znowu pole elektrycz-
ne, okrążające te linie α, β, γ w kierunku ujem-
nym i znowu linie pomiędzy $\alpha, \beta, \gamma \dots$ zno-
wą się i dadzą z przodu pole elektryczne
skierowane na dół w płaszczyźnie prze-
sumiętej ku nam α', β', γ' i pole skierowa-
ne do góry po przeciwnej stronie linii
 α, β, γ . Jednocześnie te powstające obwo-
dów części przyczynią się do tego,
by wygasić pierwotny prąd, który był skier-
owany na dół. W ten sposób te prądy elektrycz-
ne wtórne znoszą prądy poprzednie i pow-
staje warstwa nowych prądów elektrycz-
nych, równoległych do tamtych, ale prze-
sumięta ku przodowi. Z nią powtarza się
to samo, co z tamtymi; w chwili narasta-
nia stwarza pole magnetyczne, ono zno-



wie elektryczne i t. d.; w ten sposób przez ciągłą interakcyę elektrycznych i magnetycznych drgań wytworują się dwie fale płaskie, złożone z wychodzących się elektrycznych i magnetycznych drgań skrzyżowanych ze sobą, czyli zawierających kąt prosty. W ten sposób można sobie zgrubeł wyobrazić, jak takie fale elektromagnetyczne powstają i jak się rozchodzą. Gdyby w płaszczyźnie tych drgań były wzbudzone prądy z pomocną rychłotą Hertza, nie miałbyśmy nie dwie fale, lecz całą tę ścianę byłaby nieustannie źródłem zaburzeń, które powodowałyby fale złożone z drgań elektrycznych i skrzyżowanych z nimi drgań magnetycznych.

Zajmiemy się obecnie ustawieniem systemu rezonansu, które zachodzi między natężeniem elektrycznem E , magnetycznem H , elektryczną indukcyą $D = \frac{k}{v} E$, magnetycz-

na indukcję $B = \mu H$, prądem przewodnym p , prądem dielektrycznym $p' = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t}$ i magnetycznym $g = \frac{\mu}{4\pi} \frac{\partial H}{\partial t}$, wreszcie między energią elektryczną U i magnetyczną T . Cały ten szereg wielkości jest powiązany ze sobą prawami znanymi z fizyki eksperymentalnej jak np. prawo Ohma, iż prąd p jest wprost proporcjonalny do natężenia elektrycznego E i przewodnictwa c materiału.

System równań zachodzących pomiędzy tymi wielkościami napiszemy w odniesieniu do pewnego układu współrzędnych; będziemy zatem te wszystkie wektory przedstawiać w postaci ich składowych w kierunkach trzech osi x, y, z . Jeżeli zatem wektor p prądu Ohma rozłożymy na trzy składowe i oznaczymy je odpowiednio przez p_x, p_y, p_z —

podobnie gdy natężenie elektryczne $\mathcal{E}$ rozłożymy na trzy składowe i oznaczymy je przez $\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_y, \mathcal{E}_z$, to system równań wyrażający prawo Ohma $p = c \cdot \mathcal{E}$, przyjmie postać:

$$(I) \quad \begin{cases} p_x = c \cdot \mathcal{E}_x \\ p_y = c \cdot \mathcal{E}_y \\ p_z = c \cdot \mathcal{E}_z \end{cases}$$

Mamy następnie prawo Joule'a, które wyraża, że praca elektrycznego prądu przewodzonego objawia się jako ciepło, i że ilość ciepła wytworzonego w objętości

$d\tau$ w czasie dt wyraża się wzorem

$$dQ = p \cdot \mathcal{E} d\tau dt = (p_x \mathcal{E}_x + p_y \mathcal{E}_y + p_z \mathcal{E}_z) d\tau dt$$

a uwzględniając prawo Ohma otrzymamy

$$dQ = c(\mathcal{E}_x^2 + \mathcal{E}_y^2 + \mathcal{E}_z^2) d\tau dt = c \cdot \mathcal{E}^2 d\tau dt$$

Jeżeli dalej składowe prądu dielektrycznego p oznaczymy przez p'_x, p'_y, p'_z , otrzymamy drugi system równań

$$(II) \begin{cases} p'_x = \frac{k}{4\pi} \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t} \\ p'_y = \frac{k}{4\pi} \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial t} \\ p'_z = \frac{k}{4\pi} \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} \end{cases}$$

Wiemy że praca prądu dielektrycznego nie ro-
sta rozproszoną, lecz nagromadza się w po-
staci energii elektrycznej, wyrażającej się
rozorem (III) (140 str.)

$$p'_x \mathcal{E}_x + p'_y \mathcal{E}_y + p'_z \mathcal{E}_z = \frac{k}{8\pi} (\mathcal{E}_x \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t} + \mathcal{E}_y \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial t} + \mathcal{E}_z \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t}) d\tau dt$$

Ta wielkość wyrażająca pracę prądu dielek-
trycznego jest różniertką zupełną wielkości,
którą nazwalismy energią elektryczną
układu materialnego i to można napisać
jescze w postaci:

$$p'_x \mathcal{E}_x + p'_y \mathcal{E}_y + p'_z \mathcal{E}_z = \frac{k}{8\pi} d\tau \frac{\partial}{\partial t} (\mathcal{E}^2) dt$$

Tę całkowitą wielkość wyrażającą energię
elektryczną możemy napisać w postaci całki
obejmującej cały obszar prądu w formie

$$(U) = \frac{1}{8\pi} \int k \mathcal{E}^2 d\tau.$$

Tyle na razie o do strony elektrycznej; podobnież po stronie magnetycznej mamy materię magnetyczną, indukcję i prąd magnetyczny, które są ze sobą powiązane układem równań, których wypisaniem wstawnie się zajmujemy.

Przedewszystkiem odpowiadają równania analogiczne równaniom (I), gdyż nie znamy przewodników magnetycznych; mamy na przód równania określające indukcję magnetyczną

$$B_x = \mu H_x$$

$$B_y = \mu H_y$$

$$B_z = \mu H_z.$$

Kładąc zmienność indukcji magnetycznej z biegiem czasu, nazwalismy magnetycznym prądem $\mathcal{G}$, jeżeli składowe jego oznaczmy przez $\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y, \mathcal{G}_z$, to otrzymamy system równań:

$$\begin{aligned} g_x &= \frac{\mu}{v^2} \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ g_y &= \frac{\mu}{v^2} \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ g_z &= \frac{\mu}{v^2} \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{aligned}$$

Widzieliśmy, że jak obliczenie pracy prądu elektrycznego prowadzi nas do energii elektrycznej, tak i tu dochodzimy do pojęcia pracy magnetycznej.

$$T = \int g H dr dt = \frac{\mu}{v^2} \frac{\partial H}{\partial t} H dr dt.$$

z czego praca obejmująca cały obszar pola

$$(T) = \frac{1}{8\pi} \int \mu \dot{H}^2 dr.$$

Musimy sobie wyobrazić, że w każdym elemencie pola istnieje energia po stronie elektrycznej i po stronie magnetycznej; tak że cała energia tego pola przedstawia się jako suma

$$(T) + (U) = \frac{1}{8\pi} \int k \dot{E}^2 dr + \frac{1}{8\pi} \int \mu \dot{H}^2 dr.$$

przyczem mieliśmy między temi wielkościami dwa związki wyrażające ten fakt zasadniczy, że iloczyn jedna z nich z biegiem

czasu ulega zmianie, przostaje z konieczności druga, które to związki nazywaliśmy odpowiednio dwiema elektromagnetycznymi i magneto-elektrycznymi: pierwsze w przypadku elementarnym wyrażają, że naokoło prądu elektrycznego wytwarza się pole magnetyczne (na wet i okoto prądu dielektrycznego, tak że przostawiać będzie pola magnetyczne i w próżni, gdy w niej pole elektryczne ulegać będzie zmianie), i te dwa zasadnicze związki wyrażilibyśmy pod postacią dwóch równań

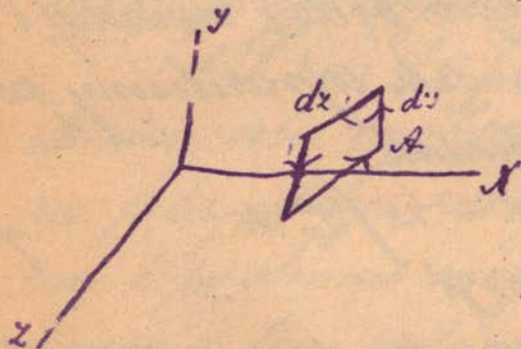
$$(1) \quad \int H_x dx = 4\pi \int P_n d\sigma \quad \text{gdzie}$$

$$P = p + p'$$

a liczone w kierunku trzech osi x, y, z składowe będą:

$$\begin{aligned} P_x &= c E_x + \frac{k}{4\pi} \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ P_y &= c E_y + \frac{k}{4\pi} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ P_z &= c E_z + \frac{k}{4\pi} \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{aligned}$$

To równanie (α) jak wiemy, wyraża ten fakt, że całka natężenia magnetycznego na obwodzie λ jest równą całce prądu, który przepływa przez wnętrze tego obwodu λ . By zwiarek ten otrzymać w najogólniejszej postaci, zastujemy go na przykład do szczególnego obwodu λ , mianowicie do bardzo małego prostokąta prostopadłego do osi x , p. z prawa,



drzonego przez punkt A o współrzędnych x, y, z ; jeżeli przez H_x, H_y, H_z będziemy rozumieć wartości pola w punkcie A to $\oint H_x dx$

będzie się skł. składać z czterech części odpowiednio do boków prostokąta. Pierwszem wyrażeniem będzie $H_x dy$ odnośnie do boku dy , z którego przejdziemy do boku dx , przesuwając się zatem

o dy w górze w polu magnetycznem. Z tego powodu składowa w tym nowym punkcie będzie

$H_z + \frac{\partial H_z}{\partial y} dy$, drugi rątem element catki będzie $(H_z + \frac{\partial H_z}{\partial y} dy) dz$. Trzecia część ukośnego wyznika będzie mieć znak $(-)$ i będzie skierowana wzdłuż osi y rątem będzie $-(H_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} dx) dy$, gdzie przyrost pochodni z przesunięcia się o dx .

Czwarty element odnosi się do czwartego boku dz również w kierunku ujemnym rątem będzie $-H_x dz$. Wobec tego mamy

$$\oint H_{\alpha} d\lambda = H_z dy + (H_z + \frac{\partial H_z}{\partial y} dy) dz - (H_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} dx) dy - H_x dz$$

albo

$$\oint H_{\alpha} d\lambda = (\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x}) dy dz = 4\pi \int \mathbf{P}_n \cdot d\mathbf{S}$$

co wyraża iloczyn 4π razy catkowity prąd przez prostokąt, ale u nas kierunek normalny $\mathbf{P}_n$ jest identyczny z kierunkiem osi x czyli z $\mathbf{P}_x$ przeto, ponieważ $dy dz = dS$, mamy

$$(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x}) dy dz = 4\pi \mathbf{P}_x dy dz$$

ale ponieważ $\mathcal{P} = p + p'$ przeto ⁽¹⁶⁾

$$\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) dy dz = 4\pi \left(c E_x + \frac{k}{4\pi} \frac{\partial E_x}{\partial t} \right) dy dz$$

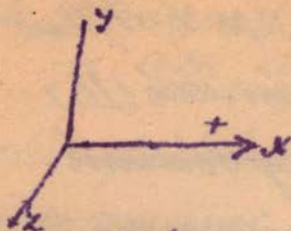
i dwa podobne równania dla osi y i z .

Otrzymujemy zatem t. zw. pierwsze trzy, z pięciu równań różniczkowych maxwellowskich, wyrażających związek między wielkościami charakteryzującymi pole elektryczne i magnetyczne. Między wielkościami H i E po lewej stronie mamy zmienność przestrzenną siły magnetycznej, po prawej zaś siłę elektryczną i jej zmienność czasową, co w postaci równania różniczkowego wyraża ten fakt, że zmiana czasowa któregośkolwiek z wektorów wywołuje drugi. Jest to pierwsze równanie z grupy trzech równań podobnych, gdyż wróciwszy taki sam element do prostopadłej do osi y , potem do z , otrzymalibyśmy dwa analogiczne równania, któreby z pierwszego wynikały

przez bółowe przedstawienie liter x, y, z . W ten sposób dochodzimy do systemu równań (VI) które noszą nazwę pierwszej grupy równań Maxwellowskich; można je także nazwać równaniami elementarnymi; gdyż wyrażają w postaci najogólniejszej ten główny elektro- magnetyczny związek, a którego równania są

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= 4\pi c E_x + k \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= 4\pi c E_y + k \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= 4\pi c E_z + k \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{aligned} \quad (VI)$$

Do tych równań jedną tylko jeszcze uwagę trzeba dodać, tycząc się wyboru osi współrzędnych, które do nich powinno się zastosować. Te równania wypisaliśmy w odniesieniu do t . res. prawego systemu osi współrzędnych t. j. do takiego, że patrząc wzdłuż dodatniego kierunku osi x dobieramy tak osi y by po obrocie o 90° w dodatnim kierunku t. j. zgodnym



z ruchem wskazówek zegara,
zerita się o π z osią z ; można
oczywiście zamienić oś x na y i z .

Gdybyśmy wybrali układ osi inny n. p. taki, aby
os z stała prosto pionowo, to układ
byłby t. zw. układem lewoskrętnym, dla którego,
otrzymalibyśmy te same równania tylko zna-
ki zmieniłyby się na przeciwne. Wier, w tym przy-
padku i w dalszych zastosowaniach będziemy
za podstawę naszych rachunków brać system
osi prawoskrętny.

Z tych równań (VI) łatwo przejść do grupy
trzech równań, wyrażających związki mag-
netoelektryczne, czyli do drugiej grupy rów-
nań Maxwellowskich, wyrażających w pos-
taci najogólniejszej ten drugi zasadniczy
fakt, że każdy magnetyczny prąd stwarza
dokola siebie elektryczne pole w kierunku ujem,

nym. Wiemy, że jeżeli w jakimś obwodzie płynie
prąd magnetyczny $g = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t}$, to dokolta nie,
go tworzy się pole elektryczne ujemne t.j. n. że
oko patrzące wzdłuż dodatniego magnetycznego,
go prądu widzieć będzie pole elektryczne ujem-
ne w kierunku ujemnym; jeżeli oznaczymy
przez $d\lambda$ element takiego obwodu, a element
płaski przepony przez $d\sigma$, to wielkości E i H
związane są równaniem następującem:

$$\int E_{\lambda} d\lambda = -4\pi \int g_{\sigma} d\sigma.$$

wzorem, zupełnie podobnym do poprzedniego
i to tylko różnicą, że zamiast wektora E ma-
my wektor H , czyli zamiast prądu elektrycz-
nego mamy prąd magnetyczny g . Nie
widac, że skoro ze związku elektromagnetycz-
nego wynikają wzory (II), to ze związku mag-
netoelektrycznego wynikają analogicznie zwią-
ki (III), które wiążą przestrzenną zmiennosć

wektora E x czasową zmienność wektora H , przyczem opuszcimy tylko ze wzorów (VI) wyrażenia zawierające E_x, E_y, E_z , gdyż nie mamy tu analogii z ohmowskim przewodnictwem.

$$(VII) \begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \end{cases}$$

W tych obu systemach równań (II) i (VII), mieści się istotna treść teorii elektromagnetycznej przez Maxwella poraz pierwszy postawionej; który podał jednak te równania w postaci zawiłej; dopiero jego następcy ~~John~~ Heaviside i Hertz dopatryli się tego dualizmu, na co Maxwell nie zwrócił uwagi. Te równania stanowią zasadnicze równania różniczkowe elektromagnetyzmu, w których uwzględniamy nie statyczne pole, lecz zmienność obu wektorów. Z tych równań wyprowadzi takie

Maxwell domniósł, że każde zmienny zachodzące w wartościach tych wektorów pochodzą się z pewną statyczną prędkością. Zatem fakt powstawania fal elektromagnetycznych tkwi już w tym systemie równań.

Nim jednak do tego przystąpimy, musimy te równania zastosować do znalezienia t. zw. warunków granicznych. Te równania są przedewszystkiem warne nie tylko w zastosowaniu do jakiegoś jednolitego ośrodka: próżni i t. p., ale one mają uzasadnienie swoje i wtedy, gdy ośrodek jest niejednorodny, gdzie wyprowadziliśmy je dla nieskończenie małych elementów. By dowieść tych warunków granicznych dla zetknięcia się dwóch ciał, można tak postąpić, jak Hertz, mianowicie uważać przejście nagłe od jednego ośrodka do drugiego jako przypadek gra-

nierny przejścia ciągłego. Można sobie wyobrazić, że niema na rozbie matematycznej granicy, lecz że n. p. substancja A w sposób ciągły przechodzi w substancję B, że istnieje bardzo cienka warstewka przejściowa, co do której będziemy zakładali, że przejście odbywa się w sposób ciągły. Potem ścisłujemy ją do zera, otrzymamy warunki dla powierzchni choćby matematycznie ostrej.

Przedtem jednak napiszemy systemy równań (VI) i (VII) krócej, opierając się na określeniach wziętych z rachunku wektorowego. Weźmy mianowicie dwa wektory, natężenie elektryczne E , natężenie magnetyczne H i dwa wektory związane rotacjami (curl), których składowe w kierunku osi mają wartości wyrażone przez lewe strony tych równań: mianowicie $\text{rot } H$ ma jako składowe lewe strony równań (VI),

rot E lewe strony równań (VII). Łatem wektor rot H jest wytworzony z natężenia magnetycznego, a wektor rot E z natężenia elektrycznego.

Podobnie wielkości po prawej stronie pierwszej trójki równań (II), przedstawiają składowe wektora prądu C_{mna} p, pomnożonego przez czynnik 4π ; reszta zaś prawej strony równań (II) wyraża składowe prądu dielektrycznego p' pomnożonego również przez 4π .

Podobnie i prawe strony równań (VII), można tworzyć za składowe prądu magnetycznego pomnożonego przez (-4π) .

Łatem mając dwa wektory, których składowe są sobie równe zarówno i wzdłuż, czyli składowe rotacji wektora magnetycznego i składowe wektora, który nazywa się prądem elektrycznym są sobie równe; można zamiast wyrażać to w formie trzech rów.

nan' różniarkowych, napisać' faktor równo-
ści w odniesieniu do samych wektorów w
przestrzeni w następujący sposób

$$\text{Rot } H = 4\pi P$$

i drugą trójkę równań

$$\text{Rot } E = -4\pi g$$

przez

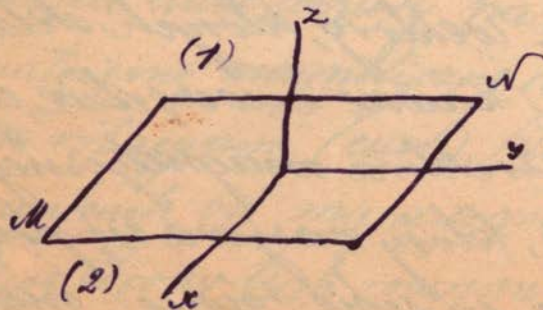
$$P = p + p'$$

Wyobraźmy sobie teraz dwa ośrodki ga-
tunkowo różne t. zn. mające różne
własności przewodnictwa c , zdolności elek-
trycznej k i magnetycznej μ i oznaczmy
wielkości k, μ, c dla jednego ośrodka

przez k_1, μ_1, c_1 , a dla
drugiego przez k_2, μ_2, c_2 .
Niech powierzchnia

MN oddziela ośrodek
(1) od ośrodka (2). ga-

tunkowo różnego od poprzedzającego. Żeby



się dowiedzieć, jaki zachodzi stosunek między wartościami wektora elektromagnetycznego - zatem E , lub H po jednej i po drugiej stronie powierzchni, bierzemy tak małą część powierzchni MN , by ją można uwarować za płaszczyznę i w niej budujemy układ współrzędnych prostokątny. Jeżeli zatem wektory E i H mają pewną wartość po jednej stronie powierzchni, pytamy się jakie będą mieć wartości po drugiej stronie w sąsiednim ciele?

To zadanie można rozwiązać, uwarując granicę między tymi dwoma ciałami nie za matematycznie ścisłą, lecz jako pewną przejściową warstwę, w której k , μ , c stopniowo się zmieniają. Takie pojmowanie warstwy granicznej w znacznej mierze odpowiada rzeczy,

wistości, gdyż nigdzie nie mamy, w szczególności
ścisłej granicy. Nasze równania stosują się
i do tak pojmowanej warstwy granicznej,
gdyż one stosują się w ogóle do wszelkich
środków nawet niejednorodnych. Z tego wy-
nika że wektory składowe równoległe do
przecznej płaszczyzny E_x, E_y, H_x, H_y
we wnętrzu uważanej warstwy muszą mieć
wartości skończone, a zatem i ich pochod-
ne figurujące w naszych równaniach.
Z tego znowu widzimy od razu, że i w granicy
gdy ta warstwa staje się nieskończenie
cienką, wartości tych części składowych
po obu stronach tej granicy muszą być
jednakie, gdyż jeżeli pochodna $\frac{\partial E_x}{\partial z}$ ma
określoną wartość we wnętrzu tej warstwy,
a ona wyraża szybkość zmieniania się
wielkości E_x w kierunku osi z , która ma

przebiegi być skończoną, przeto jeżeli ta warstwa
jest bardzo cienka, a nawet zerem w grani-
cy, to ponieważ szybkość zmieniania się skła-
dowej E_x, E_y jest skończoną, to zmienność
w obrębie warstwy, równej zero, dąży do zera
czyli pisząc symbolicznie

$$(H_x)_1 = (H_x)_2$$

tzn. że składowa magnetyczna w kierunku
osi x ma tę samą wartość z obu stron;
to samo tyczy się drugiej składowej

$$(H_y)_1 = (H_y)_2 \quad \text{tak samo}$$

$$(E_x)_1 = (E_x)_2$$

$$(E_y)_1 = (E_y)_2$$

Jeżelibyśmy wzięli jakikolwiek kierunek t
styczny do granicy, to składowe i w tym
kierunku będą sobie równe dla obu stron

$$(E_t)_1 = (E_t)_2$$

oraz

$$(H_t)_1 = (H_t)_2$$

Pierwszy zatem wynik przypadku granicznego jest ten, że składowe styczne do powierzchni zetknięcia x, y materia elektrycznego i magnetycznego przechodzą przez granicę w sposób ciągły.

Chodzi jeszcze o zbadanie jak się będą zachowywać normalna tych składowych i jaką wartość mieć będzie n.p. $\frac{\partial E_x}{\partial z}$.

Z naszych równań nie można wprowadzić wniosku bezpośrednio wyciągnąć, gdyż tych pochodnych tam nie ma, ponieważ jednak E_x i E_y mają te same wartości po obu stronach dla wszelkich x, y , przeto $\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}$ jest po obu stronach jednakowe; więc według trzeciego równania drugiej trójki musi być

$$\mu \left(\frac{\partial H_z}{\partial t} \right)_1 = \mu \left(\frac{\partial H_z}{\partial t} \right)_2 \quad \text{i podobnie}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}, \text{ skąd wynika także}$$

$$4\pi c_1(E_z)_1 + k_1\left(\frac{\partial E_z}{\partial t}\right)_1 = 4\pi c_2(E_z)_2 + k_2\left(\frac{\partial E_z}{\partial t}\right)_2$$

Obie strony tego równania wyrażają nie innego, jak tylko składowe całkowitego prądu elektrycznego normalne do powierzchni, z czego zatem wynika, że całkowity prąd elektryczny, stworzony z okresu przewodzonej i dielektrycznej w drugim ciele jest przedłużeniem prądu w pierwszym ciele.

W szczególnym przypadku, gdy uważamy ciała izolujące, zatem gdy $c_1 = c_2 = 0$, otrzymujemy z ostatniego równania

$$k_1\left(\frac{\partial E_z}{\partial t}\right)_1 = k_2\left(\frac{\partial E_z}{\partial t}\right)_2$$

a jeżeli zważymy że mamy

$D = \frac{k}{4\pi} E$ i $B = \mu H$, to można powiedzieć, że pochodne względem czasu składowej normalnej indukcji elektrycznej i magnetycznej muszą być po obu stronach sobie równe. One zmieniają się

jednak w czasie, lecz gdy są sobie w pewnej chwili równe, n.p. obie równe zero, to muszą być już w dalszym ciągu sobie równe. Łatem dla składowej normalnej, w kierunku prostym do powierzchni granicznej można napisać wyrażenia

$$(D_z)_1 = (D_z)_2$$

$$(B_z)_1 = (B_z)_2$$

analogicznie do poprzednich, tylko tu chodzi nie o natężenie, lecz o indukcję. Krótko mówiąc, można we wszystkich przypadkach graniczne warunki określić w następujący sposób:

Na każdej powierzchni, w której stykają się dwa izolatory, stykane składowe natężenia i normalna składowa indukcji przechodzą z jednego ośrodka w drugi w sposób ciągły, bez skoków.

Z rozważania tych granicznych przypadków
wychodzimy we wszystkich zastosowaniach teorii
elektromagnetycznej światła w przypadku wielkiej
ilości ośrodków.

Każdy ośrodek będący siedliskiem pola, posiada
pewien rasób energii, która występuje w części ja-
ko energia elektryczna zależna od obecności wek-
tora E , w części jako energia magnetyczna i su-
ma tych dwu rodzajów energii jest energią elek-
tromagnetyczną danego ośrodka. Łapas elektro-
magnetycznej energii pola ograniczonego będzie
się wyrażał w postaci sumy dwu całek:

$$U + T = \int \frac{k E^2}{8\pi} d\tau + \int \frac{\mu H^2}{8\pi} d\tau.$$

Prócz tych form mogą być jeszcze inne postacie
energii: cieplnej, kinetycznej i t.p. W tych przy-
padkach kiedy chodzi o czasową zmienność wek-
torów E , H , te wektory ulegają zmianie w sta-
nym ośrodku, zatem całkowita ilość energii

która mieści się w takim ograniczonym kawałku
pole, zmienia się z biegiem czasu. Gdy
($T+U$) staniemy na stanowisku Faradaya
i Maxwella i przyjmimy że energia
elektryczna tkwi w samym elektromagnetycznym
polu, to zmiana w zapasie tkwiącej energii
to elemente dz. prowadzi nas do rozważania
ruchu energii, gdyż ta zmiana ilości energii
może pochodzić od wewn. przyczyn, z wytworzenia się
energii jakimś sposobem, lub z wywiedrowania
energii na zewnątrz. Przykłady ruchu energii
mamy w zjawiskach świetlnych, po przesyłaniu
fal elektrycznych i t.d.

Zajmamy się obecnie przerwami ruchu
energii elektromagnetycznej; w tym wzglę-
dzie zajmujemy się z prostym twierdzeniem,
które zawdzięczamy Poyntingowi: ono nam
pozwoli określić w jaki sposób odbywa się ruch

energii elektromagnetycznej. Te teoryę Poyntinga wyprowadzimy z zasadniczych równań (VI) i (VII).

W tym celu umiemy pierwszą trójkę równań odpowiednio przez $\frac{E_x}{4\pi}$, $\frac{E_y}{4\pi}$, $\frac{E_z}{4\pi}$, podobnie równania (VII), umiemy kolejno przez $-\frac{H_x}{4\pi}$, $-\frac{H_y}{4\pi}$, $-\frac{H_z}{4\pi}$ i dodajemy te wszystkie sześć równań do siebie. Pomnożymy otrzymaną sumę przez nie, skrócenie mały element dł. obszaru, w którym zmienność energii zamierzamy określić i całkując wyrażenie w ten sposób otrzymane na całym obszarze τ , otrzymujemy co następuje

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \int d\tau \left\{ E_x \left(\frac{\partial H_y}{\partial y} - \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) + E_y \left(\frac{\partial H_z}{\partial z} - \frac{\partial H_x}{\partial x} \right) + E_z \left(\frac{\partial H_x}{\partial x} - \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) - \right. \\ & \quad \left. - H_x \left(\frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) - H_y \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) - H_z \left(\frac{\partial E_y}{\partial y} - \frac{\partial E_x}{\partial x} \right) \right\} = \\ & = \int d\tau c (E_x^2 + E_y^2 + E_z^2) + \frac{\partial}{\partial t} \int d\tau \left\{ \frac{k}{8\pi} (E_x^2 + E_y^2 + E_z^2) + \right. \\ & \quad \left. + \frac{u}{8\pi} (H_x^2 + H_y^2 + H_z^2) \right\} = \int d\tau c E^2 + \frac{\partial}{\partial t} \int d\tau \left\{ \frac{k}{8\pi} E^2 + \frac{u}{8\pi} H^2 \right\}. \end{aligned}$$

To ostatnie wyrażenie przedstawia elektromagnetyczną energię, pierwsza część elektryczną, druga magnetyczną. Całkowanie wyraża zapas

energii w uwzględnianej objętości τ tego pola, a znak różniczkowania względem czasu przed całką powiada, że energia, którą przedstawia ostatnie wyrażenie, wyraża pochodną względem czasu całkowitego zapasu energii, czyli szybkość zmieniania się energii na jednostkę czasu. Przedostatnie wyrażenie przedstawia według prawa Joule'a, szybkość narastania ilości ciepła w obszarze τ wskutek istnienia prądu; prawo to mianowicie opiewa, że ilość ciepła wywołana przez prąd prędo, skłony, w elemencie $d\tau$ w ciągu czasu dt

$$dQ = c \cdot E^2 d\tau dt$$

Z tego przyrost wywołanego ciepła na jednostkę ciepła czasu $\frac{dQ}{dt} = c E^2 d\tau$, co po scałkowaniu daje całkowitą ilość ciepła Q wywołanego w obszarze τ . Na podstawie tych uwag mamy

$$2; \frac{1}{4\pi} \int d\tau \left\{ \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) E_x + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) E_y + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) E_z - H_x \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - H_y \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) - H_z \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \right\} = \frac{dQ}{dt} + \frac{d}{dt} (T + U).$$

Rozważając znaczenie tego wyzniku z punktu
widzenia zasady zachowania energii cła, do-
chodzimy do wniosku, że przyrost zapasu energii
cieplnej i elektromagnetycznej może powstawać
tylko kosztem innej formy energii i źródłem
tej energii może być tylko cła: ona może się
wytworzać w samym obszarze τ , albo może
wchodzić do tego obszaru z zewnątrz. Jeżeli
założymy, że pole τ jest puste pod względem
energetycznym, to cała zmienność zapasu
energii w obszarze τ będzie musiała iść na
kierunek migracji i energii z zewnątrz. Wier-
ząc, że ta lewa strona równania, która nas
jedynie będzie interesować, musi w uwa-
żanym przypadku wyrażać dopływ energii
z zewnątrz do uwzględnionego obszaru τ . Ale to
całe wyrażenie jest całką przestrzenną roz-
ciągniętą na wszystkie elementy obszaru ob-

jętosiowego τ , a znaczenie jej fizyczne polega na tem, że ona wyraża dostępną energię przez granicę do środka obszaru τ . Stosując do niej znane z nauki o elektryczności twierdzenie Greena, można je przedstawić w postaci całki powierzchniowej w sposób następujący:
Całkę (1) można jak łatwo sprawdzić napisać w kształcie następującym

$$(3) \quad -\frac{1}{4\pi} \int d\tau \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (E_y H_z - E_z H_y) + \frac{\partial}{\partial y} (E_z H_x - E_x H_z) + \frac{\partial}{\partial z} (E_x H_y - E_y H_x) \right\}$$

Widzimy że wyrażenie pod całką można napisać w ogólnej postaci wymaganej przez twierdzenie Greena w formie

$$\frac{\partial}{\partial x} U + \frac{\partial}{\partial y} V + \frac{\partial}{\partial z} W.$$

Zatem rzeczywiście całkę przestrzenną (1) względnie (3) da się przedstawić w postaci całki powierzchniowej, obejmującej elementarne powierzchnie do, otaczające cały

obszar τ w następujący sposób według wzoru

$$\int \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) d\tau = - \int d\sigma [U \cos nx + V \cos ny + W \cos nz]$$

$$(\alpha) = (\beta) = \frac{1}{4\pi} \int d\sigma \{ (E_y H_z - E_z H_y) \cos(nx) +$$

$$+ (E_z H_x - E_x H_z) \cos(ny) + (E_x H_y - E_y H_x) \cos(nz) \}$$

gdzie n oznacza normalną do powierzchni granicznej wystawioną w elemencie uwzględnionym $d\sigma$, a $(nx), (ny), (nz)$ oznaczają kąty, jakie tworzy ta normalna z osią x, y, z , przyczem ta normalna n jest wykreśloną do wierzchołka objętości τ . Niec w ten sposób dotyczy energii zostaje przedstawiony przez sumę wyrazów takich, jak gdyby przez każdy z tych elementów energia wstrzymana do wierzchołka.

Łatko tę można wyrazić zwięźle przez odpowiednie wadzenie wektora Poyntinga S o składowych

$$S_x = \frac{1}{4\pi} (E_y H_z - E_z H_y)$$

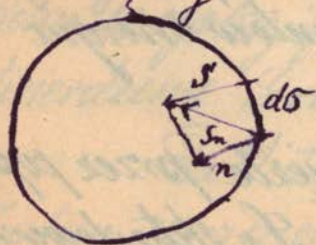
$$S_y = \frac{1}{4\pi} (E_z H_x - E_x H_z)$$

$$S_z = \frac{1}{4\pi} (E_x H_y - E_y H_x)$$

Odrzuć widnieć z tego, że tę całkę powierzchniową można napisać krótko w postaci

$$\oint S_n d\sigma$$

Jest to całka bardzo podobna do tych, które się spotyka w zastosowaniach hydrodynamicznych. Niech n.p. powierzchnia σ będzie wykreślona wewnątrz płynącej cieczy i niech wektor S oznacza prędkość przekroju tej cieczy, zatem ta ciecz będzie wpytywała do rozważanego obszaru lub będzie wypływała zależnie od kąta między wektorem S a normalną wykreśloną do wnętrza objętości.



Gdyby n.p. wektor S był skierowany do wnętrza, jak to na figurze jest uwidocznione,

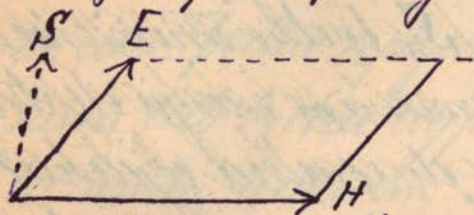
to iloczyn $S_n d\sigma$, gdzie S_n jest składową wektora S w kierunku normalnej, a $d\sigma$ elementem powierzchniowym powierzchni σ , wyraża

nie innego jak tylko objętość cieczy, która przez $d\sigma$ przepływa w 1 sek. Cierka zaś wyraża nagromadzenie się cieczy w uwarowanej objętości; względnie nadwyżkę cieczy wchodzącej ponad wychodzącą, gdyż ona mieści w sobie i iloczyn $S_n d\sigma$ także, w których wektor S jest skierowany na zewnątrz uwarowanej objętości, powoduje wypływ cieczy znowu po postaci walca o objętości $S_n d\sigma$. Zupełnie tak samo, czy S_n będzie strumieniem cieczy płynącej; czy strumieniem energii elektrycznej, magnetycznej, która z wnętrza objętości τ przez powierzchnię σ wchodzi cała ostatecznie wyraża znowu nadwyżkę energii wchodzącej ponad wychodzącą; energia powiększa się o tyle, ile wynosi $\oint S_n d\sigma$.

Oczywiście że z tego nie wiemy ile przez każdy element przepływa energii; gdy jednak użyjemy założenia, że na każdy element $d\sigma$ przyp.

padła ten przepływ, który odpowiada odpowiedniemu elementowi ciatki, to w każdym razie do sprzeczności nie dojdziemy, gdyż suma ich będzie ta sama.

Wektor S' jak widać z równań określających jego składowe - jest t. zw. kierunkowym albo wektoryalnym iloczynem wektorów E i H i jest prostopadły do płaszczyzny utworzonej przez wektory



E i H i idzie w kierunku takim, że dla

oka patrzącego w kierunku tego wektora S' należałoby obrócić pierwszy wektor E o kąt ostry w kierunku dodatnim (wskaźówek zegara) żeby padł na drugi wektor H ; co do wielkości wektor S' równa się powierzchni równoległoboku zbudowanego na obu wektorach E i H . Tego rodzaju iloczyn oznacza się

zwykle symbolem $[EH]$ przy czym nie
jest obojętny porządek w jakim te wektory bierze-
my. Mamy zatem

$$S' = \frac{1}{4\pi} [EH]$$

Treba dodać, że uczyniona hipoteza co do
rozkładu całkowitego przepływu na poszczegól-
ne elementy, w praktyce nigdy nie zawodzi
i w zastosowaniu do zmiennych pól i zam.
kniętych powierzchni przostaje zawsze w zgo-
dzie z rzeczywistością, co do pól statycznych
wywołanych n.p. magnesem trwałym i cia-
łem naelektryzowanym oczywiście o ziadnym
przepływie energii mowy być nie może.

Wyobraźmy sobie dla przykładu kondensa-
tor naelektryzowany, zatem między jego



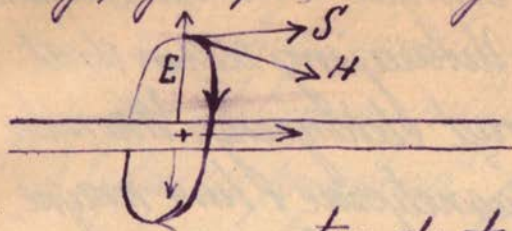
okładkami jest nagromadzona
energia. Po połączeniu okładek
otrzymujemy prąd elektryczny

który wytworzy pole magnetyczne o kierunku określonym regułą Ampera; według zasady Poyntinga odbywa się ruch energii określonej wektorem S o kierunku pionowym z góry na dół, gdyż jak to wynika z tworzenia kierunkowego iloczynu dwóch wektorów, wektor S będzie prostopadły do płaszczyzny EH i pojdzie w dół, bo oki patrzące w kierunku pionowym na dół zobaczą ruch od E do H przez kąt ostry jako zgodny z ruchem wskazówek zegara.

To tworzenie się wektora S jest w zgodności z prawdą, gdyż energia elektryczna musi w naszym przypadku zdyktować na dół by zdysypować się w drucie na energię ciepła.

Weźmy przykład fal elektromagnetycznych i to fal biegnących wzdłuż drutu. Weźmy drut, przez

który płynie prąd elektryczny; dokola niego utworzy się pole elektryczne



związane z polem elektrycznym i silące radykalnie i magnetyczne okrążające

ten drut w kierunku wskazanym regułą Ampera prostopadle do drutu. Te dwa wektory E i H obecne równocześnie w polu składają wektor Poyntinga, jak łatwo się przekonać, w kierunku równoległym i identycznym z kierunkiem przechodzenia się fali po drucie.

Więc energia elektromagnetyczna leci w tym samym kierunku, w którym poruszają się naboje. Gdyby ruch naboje odbywał się w stronę przeciwną, to, jak odrazu można się przekonać i energia w rozrzucie leciałaby w stronę przeciwną więc znówu identycznie z nabojami. Ten przypadek, kiedy energia biegnie w kierunku oddalającym drut, możemy przeciwstawić

przypadkowi, kiedy energia z zewnątrz zleci do drutu optycznego. Ustawiamy zatem drut przez który płynie prąd elektryczny. Wewnątrz niego istnieje pole magnetyczne i linie magnetyczne okrążające w danym kierunku drut.



W punkcie jakimś M tego drutu wektor elektryczny

E jest skierowany równolegle w kierunku prądu, a pole magnetyczne H ma oczywiście kierunek prostopadły do E , zatem jak z tego można łatwo wywnioskować, ruch energii odbywa się ku osi drutu od powierzchni i objawia się ogrzaniem się drutu; to ma n.p. miejsce podczas przepływu prądu z elementu galwanicznego przez drut, podczas którego energia wywołana się przez chemiczną reakcję w postaci ciepła.

Skoro światło ma rozchodzić się w postaci fal

elektromagnetycznych, przeto jeżeli sobie wyobra-
zimy, że promień światła jest tak samo skierowany
jak fale elektromagnetyczne, to oczywiście wektor
 H będzie do promienia prostopadły, wektor E
ma kierunek radialny, przeto wartość promie-
nia światła musi być energia, czyli wektor
 S Poyntinga.

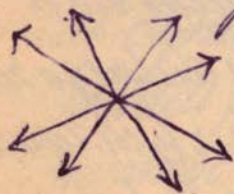
Zajmijmy się kwestią samych elektrycznych
nabojów. Do tego czasu nie mówiliśmy wcale
o elektryczności, lecz odpowiednio do nowo-
^{znanego} ~~znanego~~ traktowania pola elektromagnetycznego
jako wielkości zasadniczej przyjmowaliśmy
tylko dwa wektory E i H , nie troszcząc się o
naboje i masy elektryczności. Wschu dalszego roz-
tworzenia wyprowadzimy jednak z tych zasad
mocy równań elektromagnetycznych pojęcie
elektrycznego naboju. Biorąc za punkt wyjścia
najpierw równania (IV), zróżniczkujemy pier-

wzrę względem x , drugie względem y , trzecie wzglę-
dem z i dodajemy je do siebie, wówczas otrzymamy

$$*) \quad 0 = 4\pi \left(\frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial p_y}{\partial y} + \frac{\partial p_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial (KE_x)}{\partial x} + \frac{\partial (KE_y)}{\partial y} + \frac{\partial (KE_z)}{\partial z} \right)$$

Równanie to wyraża, jak chcemy, fakt, że jeżeli
mamy w jakimś układzie ładunek elektryczny, to on
będzie się tylko wtedy zmieniał, gdy z tej przestrze-
ni prąd elektryczny będzie odpływał lub dopływał.

By dojść do pojęcia elektrycznego ładunku trzeba
zwrócić uwagę na to że po prawej stronie równa-
nia mamy składowe wektora prądu i elektrycz-
nej indukcji, na których jest wykonana pewna
różniczkowa operacja i wam obliczaniem róż-
niczek tych dwóch wektorów. Jeżeli w jakiejś



części pola wektor jest n.p. tak
rozmięszony, jak to jest na figu-
rze uwidocznione, to powiadamy
że wektor ten ma dodatnią różniczkę, gdyż
rozprzestrzenia się w tym polu. Gdyby

wektory były przeciwnie skierowane to jest ku
punktowi; to nazwalibyśmy je
zbierziny mi.



W dalszym ciągu możemy
to ostatnie równanie przez element $d\tau$ i całkę,
jamy obie strony tego równania po całkowanym
obszarze τ . Mamy zatem znowu do secatkowa-
nia co pierwszym wyrazie przy 4π sumę fun-
kcji, do których da się zastosować twierdzenie
Greena, więc z pierwszego wyrazu prawej stro-
ny mamy

$4\pi \int d\tau [p_x \cos(nx) + p_y \cos(ny) + p_z \cos(nz)] = 4\pi \int d\tau p_n$
przy czem p oznacza prąd na jednostkę powier-
chni σ ograniczającej ten obszar τ , zaś $p_n d\tau$
jest liczbą amperów, która przez element $d\tau$
przepływa. Całka zaś będzie w takim ra-
zie wyrażać ilość amperów prądu przepły-
wającego przez wszystkie elementy $d\tau$ do

w metra obszaru τ . Oznaczając jak zwykle tę liczbę amperów, która jest natężeniem prądu przez i mamy

$$(a_1) \quad i = \int p_n d\sigma$$

po wykonaniu zaś wspomnianych działań nad równaniem (*) otrzymujemy:

$$(a_2) \quad i = \frac{e}{10^9} \frac{1}{4\pi} \int d\tau \left\{ \frac{\partial(\kappa E_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\kappa E_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\kappa E_z)}{\partial z} \right\}$$

a oznaczając funkcję mającą być źródłem, kowaną krótko przez e mamy

$$i = \frac{de}{dt}$$

Dochodzimy więc do znajomości pewnej wielkości skalarnej e , która rośnie gdy do obszaru wpływa prąd elektryczny p , a która maleje gdy prąd elektryczny wypływa na zewnątrz z tego obszaru; wiado-
mo zaś z teorii elektryczności, że to, co się nagromadza w ciele podczas przepływu prądu nazywa się ładunkiem elektrycznym

zawartym w ciele, przyczem ten nabój e może być dodatni, lub ujemny. Łatem uwol-
ka elektryczność we wnętrzu obszaru τ , jest
przedstawioną przez całkę przestrzenną,
której każdy element jest iloczynem elemen-
tów przestrzennych $d\tau$ obszaru τ przez ja-
kieś wyrażenie, stanowiące to, co nazywamy
gęstością elektryczną naboju; jest to zatem
ilość elektryczności zawarta w jednostce ob-
jętości: Cm^3 . Wskutek tego, gęstość naboju
elektrycznego pomnożona przez element
 $d\tau$ daje nam kwantum elektryczności
w tym elemencie, a suma - w całym obszarze.
Wielkość nazywaną nabojem elektrycznym
będziemy definiować za pomocą gęstości w po-
sobie następującej: jeżeli w jakimś punkcie
pola indukcya elektryczna D ma wartość
nabój q czyli gędy

$$(a_4) \operatorname{div} \mathcal{D} = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\partial(\kappa E_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\kappa E_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\kappa E_z)}{\partial z} \right\} = \rho$$

t.j.m. że pole elektryczne jest takie, że z niego linie elektryczne idą na zewnątrz, to mówimy, że w tym miejscu jest dodatni elektryczny nałóg i mianowicie, że na jednostkę objętości przypada go ilość ρ , określona przez ostatnie równanie; i tę wielkość ρ nazywamy gęstością naboju.

Wnauce o elektryczności ρ odgrywa ważną rolę, w teorii światła jednak nie będziemy mieli z tem nigdy do czynienia, gdyż te odczaje pol, które my będziemy studiować, charakteryzują się właśnie brakiem tego ρ ; jako jedną z cech naszego pola będziemy uważać $\rho = 0$ czyli $\operatorname{div} \mathcal{D} = 0$, albo, gdy κ jest stałe,

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0.$$

Jest to równanie bardzo charakterystyczne.

i bardzo ważne w elektromagnetycznej teorii światła. Ono bowiem sprawia to, nad czem mierzono się w teorii sprężystej eteru, chcąc zmusić ten eter do tego, by drgał tylko w kierunku poprzecznym. Warunek ten wymaga, że mamy do czynienia z polem elektromagnetycznem, które nie ma ładunku i ono właśnie zapewnia nam tę istotną transwersalność fal.

Powtórzmy ten sam rachunek w zastosowaniu do magnetoelektrycznych równań (VII), to otrzymamy:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial (\mu H_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\mu H_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\mu H_z)}{\partial z} \right\};$$

zupełnie analogiczne wyrażenie w nawiasie nazywamy gęstością magnetyczną $\mathcal{G}'$ zatem pominięciem prądu przewodzonego magnetycznego nie mówiąc, mamy krótko

$$\frac{d\mathcal{G}'}{dt} = 0$$

$$\mathcal{G}' = \text{Const.}$$

czyli

Jeżeli więc istnieje magnetyzm, to w każdym razie on może być tylko stały, jeżeli są masy

magnetyczne to one mogą być tylko w trwałych magnesach, magnesów, któreby się w czasie zmieniły, nie będąc, gdyż nie ma nic takiego, co by magnetyzm mogło nagromadzić.

Dla czystego eteru, gdzie niema elementów magnetycznych, mamy $\mathcal{G}' = 0$ i dochodźmy tym sposobem do drugiego charakterystycznego równania

$$\text{Div. } B = 0.$$

albo w szczególnym przypadku, gdy mamy ośrodek, w którym μ jest stałe,

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0.$$

Opierając się na tych równaniach można już z naszych zasadniczych równań wyprowadzić równanie określające własności fal elektromagnetycznych.

Z równania *) otrzymaliśmy zatem na rozbieżność wektora elektrycznego prądu,

Chcia wyrażenie

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = - \left(\frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial p_y}{\partial y} + \frac{\partial p_z}{\partial z} \right)$$

Na mocy równań (a₁) (a₂) (a₃) otrzymujemy

$$\frac{d}{dt} \int \varphi d\tau = \int p_n d\sigma$$

Znaczenie fizyczne tego równania jest następujące: p jest wektorem prądu wyrażającym ilość elektryczności, która przepływa przez 1 cm^2 powierzchni σ ograniczającej objętość τ . Zatem $p_n d\sigma$ jest ilością elektryczności przypadającą na element $d\sigma$ pola σ ; całka ras' wyraża całkowity prąd, który przez tę powierzchnię przepływa wyrażony w amperach. Wielkość po lewej stronie ostatniego równania wyraża przyrost, względnie ubytek elektryczności w samej objętości τ na jednostkę czasu, ono się równa zatem prądowi który przez powierzchnię przepływa. To ras, co jest pod znakiem różniczkowania względem czasu.

jest całkowitą ilością elektryczności, która w tem wnętrzu się znajduje, definiujemy przeto, że

$$\int \rho \, d\tau = e$$

jest ilością elektryczności, która zależy od ustroju pola elektrycznego. Jeżeli $e \neq 0$ t. zn. że w danym miejscu znajdują się elektryczne naboje, w przeciwnym razie, gdy $e = 0$ mamy pole puste.

Zastanowimy się jeszcze nad wyrażeniem $\frac{d\rho}{dt}$ które jest w ogóle zmianą gęstości określającą się rozbieżnością danego prądu. Gdy prąd wchodzi do objętości τ gęstość rośnie, w przeciwnym przypadku maleje.

Ponieważ jak wiemy

$$p_x = c \cdot E_x \quad \text{przeto z równania}$$

poprzedniego, jeżeli jeszcze spotyczmy się z uogólnieniem, będziemy za staty w naszym ośrodku, dzieląc i mnożąc przez k otrzymujemy

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{c}{k} \left(\frac{\partial (k E_x)}{\partial x} + \frac{\partial (k E_y)}{\partial y} + \frac{\partial (k E_z)}{\partial z} \right).$$

- 207 -

lub na mocy równania (a_4)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{4\pi c}{k} \rho$$

Równanie to pozwala nam ocenić, jak zmienia się gęstość elektrycznego naładowania w ośrodku, który ma pewne elektryczne przewodnictwo c i zdolność dielektryczną k . Równanie to dla się natychmiast całkować, jeżeli dla krótkości oznaczmy

$$\frac{k}{4\pi c} = \theta$$

wobec czego

$$\frac{d\rho}{dt} = - \frac{\rho}{\theta}$$

a po scałkowaniu

$$\rho = C e^{-\frac{t}{\theta}} \quad \text{gdzie } C \text{ jest stałą całkową.}$$

Ta wielkość θ zależy od zdolności dielektrycznej i elektrycznego przewodnictwa ośrodka, ma też, do pewnego znaczenia fizyczne, charakteryzując zachowanie się ośrodka elektrycznego, jest to tzw. czas zanikania stanu elektrycznego, albo czas elektrycznej relaksacji danego ośrodka, t.j. że mając ośrodek w części przewodzący, w części dielektryczny i jeżeli w nim znaj-

duje się nabój elektryczny, to nasze równanie pokazuje, że taki ośrodek wraca z biegiem czasu do stanu neutralnego zależnie od ϵ . Gdyby nasze ciało było doskonałym przewodnikiem, dla którego $\epsilon = \infty$, to dla niego $\epsilon = 0$, czas elektrycznego zanikania byłby nieskończenie krótki, czego przykładem jest czas zaniku stanu elektrycznego w rozbrajanych dobrych przewodnikach.

Gdybyśmy zaś przyjęli $\epsilon = 0$, to $\epsilon = \infty$, a $\epsilon = \epsilon$ mielibyśmy przypadek doskonałego izolatora, w którym raz powstałe rozmieszczenie elektryczne pozostaje niezmiennie w czasie.

Należy nadmienić, że jest kwestyą sporną, jaką wartość należy przypisać stałej dielektrycznej k dla metali, to jednak wiadomo, że ϵ jest dla nich bardzo małe.

Przechodząc do drugiej grupy równań maxwellowskich, do równań magnetoelek,

trycznych otrzymaliśmy analogiczne wyrażenie na gęstość magnetyczną $\mathcal{G}$, która jednak zawsze porostaje w czasie mierzniemą.

Stosując wektoryalny sposób pisania równań Maxwella otrzymujemy na równania (VI), krótko równanie

$$(6) \quad \text{Rot } H = 4\pi c E + k \frac{\partial E}{\partial t}$$

Pisząc podobnie grupę równań (VII) mamy

$$(7) \quad \text{Rot } E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

Te dwa równania łączą ze sobą ściśle wektor elektryczny E , z wektorem magnetycznym H .

Obecnie zajmiemy się rozdzielaniem tych wektorów od siebie, by wynaleźć prawa rozchodzenia się każdego z nich bez względu na zachowanie się drugiego. W tym celu należy poryć odpowiednio rugowanie w tych ostatnich dwóch równaniach wektoryalnych; i tak możemy równanie (6) napisać w formie

$$\text{Rot. Rot } H = 4\pi c \text{ Rot } E + k \frac{\partial}{\partial t} \text{ Rot } E$$

Wstawiając zamiast $\text{Rot } E$ wartość z równania (8) mamy

$$(8) \text{ Rot. Rot } H = -4\pi c \mu \frac{\partial H}{\partial t} + k \mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

Chcąc to równanie wektorialne przepisać na trzy składowe, musimy obliczyć składowe wektora H , wziętego po lewej stronie równania, a który z Hagenka przez dwukrotne wykonanie brania Rot. Według tego obliczenia, uwarajmy dwa wektory A i B tak, że by

$$\text{Rot. } A = B \quad \text{t.j.n. że}$$

rozbijając na trzy składowe otrzymamy

$$\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = B_x$$

$$\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} = B_y$$

$$\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = B_z$$

Obliczmy teraz wartości operacji

$$\text{Rot. Rot. } A = \text{Rot } B$$

Oznaczając składowe wektora $\text{Rot } B$ odpowiednio przez $(\text{Rot } B)_x$, $(\text{Rot } B)_y$ i $(\text{Rot } B)_z$ otrzymamy

$$(\text{Rot } B)_x = (\text{Rot. Rot } A)_x = \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} =$$

$$= \frac{\partial^2 A_y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z}$$

Dodajmy i odejmijmy równocześnie od tych czterech ostatnich wyrazów $\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2}$ to otrzymamy

$$(\text{Rot. Rot. } A)_x = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right] - \left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \right)$$

ale ponieważ wyrażenie w nawiasie kwadratowym jest dywergencją, czyli rozbieżnością wektora A , a wyrażenie w nawiasie okrągłym Laplasjanem składowej A_x , który oznaczamy symbolem Δ lub ∇^2 przeto

$$(\text{Rot. Rot. } A)_x = \frac{\partial}{\partial x} \text{Div } A - \Delta A_x \quad \text{i podobnie}$$

$$(\text{Rot. Rot. } A)_y = \frac{\partial}{\partial y} \text{Div } A - \Delta A_y$$

$$(\text{Rot. Rot. } A)_z = \frac{\partial}{\partial z} \text{Div } A - \Delta A_z$$

Wracając do poprzednich rozważań, możemy już napisać następujące trzy równania, równoważne wektoryalnemu równaniu (8):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \text{Div } H - \Delta H_x &= -4\pi c \mu \frac{\partial H_x}{\partial t} - k \mu \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial}{\partial y} \text{Div } H - \Delta H_y &= -4\pi c \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} - k \mu \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} \\ \frac{\partial}{\partial z} \text{Div } H - \Delta H_z &= -4\pi c \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} - k \mu \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \end{aligned}$$

Tym ratem równaniem podlega wektor H w przy-
padku najogólniejszym. Ale w optyce, gdy mamy
pola elektryczne takie jak prądnia, elektryczność i t. p.,
gdzie nie ma żadnych magnesów, ratem mag-
netyczna gęstość jest zerem, to ponieważ $\text{div } H$
jest proporcjonalną do wartości magnetycznej
gęstości, przeto ona odpowiadnie z równaniami ostatnimi
i wówczas wszystkie trzy składowe wektora H czynią
zadanie pewnemu równaniu jednej i tej samej formy.
Jeżeli którąkolwiek z nich oznaczymy przez Φ , to one
wszystkie czynią zadanie równaniu

$$(9) \quad \mu \Delta \Phi = 4\pi c \frac{\partial \Psi}{\partial t} + k \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$$

które wyraża sposób rozchodzenia się magnetycz-
nego natężenia czyli magnetycznej indukcji w osi-
rodku magnetycznie pustym, jakikolwiek byłby
ten ośrodek pod względem elektromagnetycznym:
jakikolwiek miałby elektryczne przewodnictwo,
dielektryczność k i magnetyczną μ .

Łupetnie analogicznie można z równań (6) i (7) wyeliminować wektor H i otrzymać równanie różniczkowe tego samego kształtu, co równanie ostatnie dla składowych E_x, E_y, E_z wektora E , przypuszczając znów że ośrodek jest elektrycznie pusty t.j. że nie ma w nim naładowań, wtedy bowiem odpadnie $\text{div } E$.

Zatem te wszystkie sześć wielkości t.j. składowe wektora elektrycznego i magnetycznego przy przyjętych założeniach, iż ośrodek rozważany jest elektrycznie i magnetycznie pusty, że zatem $\text{div } E$ i $\text{div } H$ są zerami, - czynią zadanie równania różniczkowemu (9) stanowiącemu podstawę elektromagnetycznej teorii światła. Równanie to stosuje się do ośrodka, który może mieć pewne przewodnictwo elektryczne ϵ i dielektryczne k . Szczególnie będzie rzecz wrażliwą rozpatrzyć to równanie w dwóch szczególnych przypadkach:

1^o Przypuśćmy, że mamy doskonały przewodnik, w wnętrzu którego wytworzyliśmy pole elektro-
magnetyczne; pytamy się, jak się ono będzie
w dalszym ciągu zmieniało w tym przewodniku?

W tym celu dzielimy równanie (9) przez $4\pi c\mu$ mamy

$$\frac{1}{4\pi c\mu} \Delta \mathcal{F} = \partial \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t^2} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t}$$

W przypadku granicznym przewodnika doskonałego
czas relaksacji ∂ staje się zerem i równanie ostat.
nie przyjmie postać

$$(10) \quad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = \frac{1}{4\pi c\mu} \Delta \mathcal{F}$$

• it to dobrze znane równanie dyfuzyjne, okres-
lające w ogóle zjawiska dyfuzji n.p. soli w wodzie
przy czym $\mathcal{F}$ oznaczało w tym przypadku stężenie
czyli ilość rozpuszczalnika w 1 cm^3 roztworu, stała
czas figurująca przy Laplasianie oznacza współ-
czynniki dyfuzyjny; podobnie zjawisko rozchodze-
nia się ciepła w ośrodku, który ma pewne prze-
wodnictwo cieplne, odbywa się sposobem dyfu-

zycznym określonym również równaniem (10), - gdzie φ oznacza w tym przypadku temperaturę środka, a współczynnik $\frac{1}{4\pi\sigma}$ ma znaczenie przewodnictwa cieplnego.

Stowem wszelkie zjawiska rozchodzące się sposobem dyfuzyjnym podlegają wspólnemu prawu, które się tem typowem równaniem (10) wyraża.

Łatem i indukcya elektryczna jak i magnetyczna, na rozchodzi się w sposób dyfuzyjny w doskonałym przewodniku. Mielimy poprzednio przykład ilustrujący tego rodzaju zjawisko, mianowicie płyta z metalu nie odrazu przepuszczata, - jak poprzednio wykazaliśmy - linie magnetyczne, lecz powoli dyfuzyjnie przenikaty linie pola elektromagnetycznego przez nią. Łupetnie podobnie gdybyśmy taką płytę metalową z jednej strony nagłe silnie ogrzali, to po przeciwniej jej stronie nie odrazu podniesie się silnie temperatura, lecz powoli

o miarę przenikania ciepła do wnętrza płyty.
 Głębokość, z jaką się ten proces odbywa, będzie zależała
 nie w przypadku pola elektromagnetycznego od
 współczynnika c i μ . Im większą wartość ma
 c , tem mniejszą wartość mieć będzie współczynnik
 dyfuzyjny. Wartość jego zależy też od współczynnika
 magnetycznej μ ośrodka, jest tem mniejszy, im
 μ jest większe: n. p. w żelazie proces ten dyfuzyjny
 będzie się wolniej odbywał, niż w jakim innym
 metalu.

Gdybyśmy sobie wyobrazili przypadek graniczny
 przewodnika doskonałego, dla którego byłoby
 $c = \infty$, wtedy mielibyśmy dyfuzję równą zero
 i przewodnik taki nie przepuściłby przez siebie
 żadnych linii magnetycznych ani elektrycznych.

2^o Drugim skrajnym przypadkiem zastępującym
 naszym na szczególną uwagę w teorii optyki, jest
 przypadek doskonałego izolatora dla którego $c = 0$

i z równania (9) otrzymujemy równanie

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{1}{\kappa \mu} \Delta \varphi$$

znanej z poprzednich wywodów postaci; tyżące się każdego rodzaju zjawisk rozchodzących się w sposób falisty. Oznacza ono, że wielkość φ , cokolwiek ona fizycznie wyraża, rozchodzi się w postaci fali tzn. że gdziekolwiek w ośrodku takie φ powstaje, będzie ono bieгло ze stałą prędkością na wszystkie strony, tak że ustępując z pewnego miejsca przenosi się niezmienione w inne. Spotczymy przy $\Delta \varphi$ oznacza - jak z równań na samym wstępie kursu wynika - kwadrat prędkości w rozchodzeniu się fali elektromagnetycznej w uważanym ośrodku, tak że

$$v = \frac{1}{\sqrt{\kappa \mu}}$$

Prędkość zatem rozchodzenia się drgań elektromagnetycznych w ośrodku izolującym jest ściśle określona i zależy tylko od właściwości elektrycznej κ

i magnetycznej μ środka, a nie zależy od rodzaju zaburzenia.

Przypadek pośredni między tymi dwoma granicznymi oznacza rozchodzenie się fal, potęcone i dyfuzję. Można sobie wyobrazić, że przełot takiej fali tem się różni od przełotu fali krystej, że podczas gdy fala krysta przelatując nie porostawia za sobą żadnego śladu, przenosi się z jednego miejsca w drugie nie tracąc, to fala niejako dyfundująca przelatując zostawia za sobą ogon, ślad, który w sposób dyfuzyjny się rozchodzi, wskutek tego traci energię po drodze i zwoleń gaśnie.

Obecnie zajmiemy się tem czysto falistym rozchodzeniem się elektromagnetycznego zaburzenia i zdamy sobie sprawę ze znaczenia wyrażenia na prędkość rozchodzenia się fali $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$.

W tym celu wprowadzimy zamiast k i μ wielkości bardziej bezpośrednim doświadczeniom dostępne.

Mianowicie zdolność elektryczną κ określiliśmy jako stosunek elektrycznej indukcji do elektrycznego natężenia według znanego określenia

$D = \frac{\kappa}{4\pi} E$. Stosunek $\frac{\kappa}{\kappa_0}$ jest statą dielektryczną danego ośrodka, którą oznaczamy krótko

$$\kappa = \frac{\kappa}{\kappa_0}$$

Stosunek zdolności magnetycznej ośrodka do zdolności magnetycznej próżni oznaczamy

$$\nu = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Przy tych założeniach mamy

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{\kappa_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\kappa \nu}} = \frac{\nu_0}{\sqrt{\kappa \nu}}$$

Stale κ dielektryczna i ν diamagnetyczna znane są z doświadczenia. Tak wemy, że w bardzo wielu ośrodkach, przeważnie, niklu i kobaltu, wartość ν jest bardzo mało różna od 1. Krótko mówiąc dla wszelkich ośrodków, któremi się optyka zajmuje, ν jest tak mało różne od jedności, że można

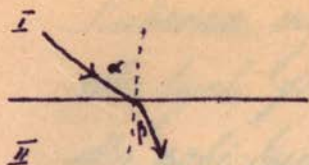
potwierdzić z błędem śladowym się zaledwie wykryć
doświadczenia $v=1$, a wówczas
prędkość rozchodzenia się fali elektromagnetycz-
nej w którymkolwiek z tych ośrodków, prócz
tzw. ciał ferromagnetycznych: żelaza, niklu
i kobaltu

$$(11) \quad v = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon}}$$

gdzie v_0 oznacza prędkość rozchodzenia się fali
w próżni. Wynik ten był już poprzednio przy-
doświadczeniach Branellotta otrzymany.

Stojąc na stanowisku, że fale optyczne są
takiemi elektromagnetycznemi falami, tylko
o bardzo małej długości fal, trzeba zbadać,
czy w ten sposób obliczona prędkość dla fal
elektromagnetycznych zgadza się z obliczoną
eksperymentalnie poprzednio.

W tym celu przytoczmy prace Fresnela,
orzekające, że stosunek



-221-

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

gdzie n jest współczynnikiem załamania światła przy przejściu z jednego ośrodka w drugi.

Ogólna teoria falowania prowadzi do wniosku

$$(12) \quad n = \frac{v_0}{v}$$

Jeżeli porównamy ten wynik (12) z poprzednim (11), to, jeśli wniosek z teorii elektromagnetycznej da się przenieść do optyki, powinno być:

$$(13) \quad n = \sqrt{\kappa}$$

Jeżeli zatem staniemy na stanowisku, że światło jest zjawiskiem elektromagnetycznego zaburzenia, to współczynnik załamania jakiegos' ciała przezroczystego powinien być równy kwadratowi, wemu pierwiastkowi ze statycznej dielektrycznej danego ciała. To sprawdza się w zupełności przy ciałach gazowych i tak z dowiadaniem Boltzmanna wypadało, że współczynnik załamania

mania powietrza

$$n^2 = 1.000299$$

podczas gdy stała dielektryczna dla powietrza

$$\kappa = 1.000295$$

Dla wodoru otrzymat

$$n^2 = 1.000138, \text{ zaś } \kappa = 1.000132$$

Prza gazoni jednak dla rzadnych ośrodków re,
lacja (13) się nie sprawdza, i nie dziwnego ona
sprawdzać się nie może, gdyż rzadne ciało nie
ma jednego współczynnika załamania n , lecz
różne dla różnych barw, zachodzi bowiem zjawisko
znane dyspersji, przeto, ponieważ κ jest stałe
dla danego ośrodka a n zmienne, zatem
w tym wypadku związek (13) zachodzić nie
może.

Okazato się jednak, że w zakresie bardzo
dużych fal podczerwonych związek (13) znówu
zaczyna się sprawdzać. Stak z pomiarów

Rubensa oznaczonych na ciastach przeciętych
dla tych fal wypowodło

dla soli kuchennej $n^2 = 5.02$, $\kappa = 5.08$

" flintu $n^2 = 6.08$, $\kappa = 6.07$

" fluorytu $n^2 = 6.01$, $\kappa = 6.07$

W tych ostatnich spostrzeżeniach mamy pew-
ne wskazówki, dla czego tej zgodności nie ma
dla fal świetlnych, lecz dopiero dla fal bardzo
długich. Przyczyna leży w tem, że teoria Max-
wella, charakteryzująca działanie elektro-
magnetyczne przypuszcza, iż w pewnym ośro-
dku κ i μ są stałe, przypuszcza zatem, że ośrodki
są to jednostajne kontinua. Teoria ta jednak
jest z gruntu przeciwna wszelkiej atomisty-
ce, twierdziąc że każda cząstka ciała ma te
same własności, jakie ma cała masa. Jednak
wiemy z faktów takich, jak zjawisko Zeema-
na, że każde ciało materii uwarzać za zbiór

atomów zawierających w sobie ruchome elektrony, dostosowane do drgania w pewnych okresach i obecność tych elektrycznych ładunków ma znaczący wpływ na rozchodzenie się fal w danym ośrodku. Jeżeli będziemy takie ciało poddawać powolnym zmianom elektrycznym jak n. p. przy mierzeniu stałej dielektrycznej, to wobec tych fal powolnych wystąpią te elektrony nie jako usuwają się w jedną i tę samą stronę i ustępują miejsca polu elektrycznemu. W polu zaś zmiennym powoli te elektrony będą się wahać i poddawać niejako polu. Wobec tego, tych fal zatem może ośrodek być uważanym za kontinuum.

Jeżeli jednak chodzi o drgania bardzo szybkie, porównywalne już z drganiami samych elektronów, to w obrębie jednej fali świetlnej mogą już zachodzić różne perturbacje, za-

leżące od długości fali. Dla tego przypadku do-
tychczasowa teoria nie wystarcza i trzeba op-
tykę uzupełnić i zbudować na teorii elektro-
magnetycznej bynajmniej nie przeciwnej
z maxwellowską, lecz stanowiącej tylko jej
uzupełnienie.

Jak z poprzednich rozważań wypadło, pręd-
kość rozchodzenia się światła w ośrodkach dla
których zdolność magnetyczna bardzo mała
się różni od zdolności magnetycznej próżni
jest odwrotnie proporcjonalną do pierwiast-
ka kwadratowego stałej dielektrycznej ośrod-
ka, który to pierwiastek powiemy ztem rów-
ną n i się spotrymukowi załamania n .

Teoria ta jednak nie biorąc w rachubę
zjawiska dyspersyi nie stosuje się do cię-
stegarów w przypadku fal krótkich,
jak fale świetlne; z tego stanowiska należy

też teoryę Maxwella uzupełnić teoryę nową.
Istnieje jeszcze jedna zgodność praw Maxwella
z eksperymentami, która skłamała go do usta-
wienia swej teoryi. Można mianowicie przed-
łożyć w rozchodzenia się elektromagnetycznych za-
burzeń, wyznaczyć na podstawie elektrycznych
pomiarów, to szczególności dla próżni:

$$V_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

przezem w nauce o elektryczności rozróżniamy
dwie sposoby brania liczb ϵ_0 i μ_0 . Tak gdy po-
stępując się układem elektromagnetycznym
miar przyjmujemy, że zdolność magnetyczna
próżni $\mu_0 = 1$, wtedy na mocy ostatniego związku
musimy w tych samych miarach przyjąć

$$\epsilon_0 = \frac{1}{V_0^2}$$

Postępując się zaś elektrostatycznym układem
miar przyjmujemy dla próżni $\epsilon_0 = 1$ i otrzy-
mujemy w tym przypadku elektrostatycznym.

$$\mu_0 = \frac{1}{v_0^2}$$

Łatem v_0 t.j. prędkość rozchodzenia się fal elektro-
magnetycznych w próżni. można będzie określić
metodą elektrostatyczną i metodą elektromag-
netyczną.

W tym celu uwarazjmy n.p. prawo Coulomba
określające wielkość siły P z jaką działają na
siebie dwa naboje e i e' z odległości r ; jeżeli zaś
noś elektryczna ośrodka jest k wtedy

$$P = \frac{ee'}{kr^2}$$

a jeżeli założymy $e = e'$ to dla próżni

$$P = \frac{e^2}{k_0 r^2}$$

Wzór ten może posłużyć do wymierzenia wielkości
naboju sposobem mechanicznym gdyż

$$e = r \sqrt{k_0 P}$$

i licząc e zależy od tego jaką wartość przy-
miemy na k_0 . Przyjmuje elektrostatyczny
układ miar otrzymamy na e pewną wartość

$$e_s = r \sqrt{P}$$

Przećniwie gdybyśmy chcieli wymierzyć wielkość tego samego naboju w elektro-, magnetycznych jednostkach miary, wtedy zakładamy $k_0 = \frac{1}{v_0^2}$ a liczbę wyrażającą ten sam nabój będzie

$$e_m = \frac{r \sqrt{P}}{v_0}$$

a więc v_0 razy mniejsza od e_s .

Zatem jednostka elektryczności w układzie elektromagnetycznym byłaby $\frac{r \sqrt{P}}{v_0}$ razy mniejsza od jednostki elektrostatycznej. Jest już teraz rzecz doświadczenia wymierzyć pewien nabój elektryczny raz w jednym, drugi raz w drugim układzie miar. Przy użyciu n.p. kondensatora do tego celu można raz mierząc mechaniczne drżenie płyt na sobie zatem P i ich odległość od siebie r przy $k_0 = 1$ znaleźć nabój e w jednostkach elektrostatycznych; drugi

raz przy użyciu n.p. galwanometru balistycznego można znaleźć c w jednostkach elektro-
magnetycznych. Przytaczamy dla przykładu
dwa wyniki uzyskane tą drogą na d.

Wr. 1856 Weber i Kohlrausch znaleźli

$$v_0 = 3.11 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek}$$

Wr. 1868 Maxwell wykonał pomiary inną
metodą niż poprzednicy i znalazł

$$v_0 = 2.88 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek}$$

Thomson młodszy twórca teorii jonizacji
gazów znalazł

$$v_0 = 2.96 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek}$$

Klemencić

$$v_0 = 3.02 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek}$$

Dimstrandt

$$v_0 = 3.01 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek.}$$

Porównując te wyniki z prędkością rozchodzenia się światła w próżni wynoszącą $2.998 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek}$
widzimy absolutnie prawdziwą zgodność,
która świetnie potwierdza teorię Maxwella
uważającą światło za rozchodzenie się per.

turbacji elektrycznej elektromagnetycznych w próżni, czyli w eterze.

Zajmiemy się w dalszym ciągu przypadkiem dla optyki najważniejszym, rozchodzeniem się fal elektromagnetycznych w ośrodkach doskonale izolujących jak w próżni, szkła, powietrza i t. d. dla których należy przyjąć $c=0$. W tym przypadku nasze zasadnicze równania wektorowe (II) i (III) będą

$$\text{Rot } H = k \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\text{Rot } E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

a obok nich omaniane już równania warunku

$$\text{div } E = 0$$

$$\text{div } H = 0.$$

Wypisane te równania wektorowe, w odniesieniu do układu współrzędnych kartezjanskich, dają dwie następujące trójki równań:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= k \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= k \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= k \frac{\partial E_z}{\partial t}\end{aligned}$$

i druga trójka równań

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t}\end{aligned}$$

oraz dwa równania dodatkowe

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} &= 0\end{aligned}$$

w każdym czasie i punkcie pola.

Każda z tych sześciu składowych E i H rozcho-
dzi się w sposób falisty, t.j. że każda z nich
czymś zadaje równania fali, które krótko
można napisać w postaci

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = v^2 \Delta \phi$$

gdzie ϕ stoi zamiast którejkolwiek z sześciu
wielkości: $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$, a $v = \frac{1}{\sqrt{\kappa\mu}}$.

Jest to system równań zupełnie ogólny, w którym się zatem powinna pomieścić cała elektromagne-
tyczna optyka.

Zastosujemy wyniki otrzymane do przypadku
fal płaskich, rozchodzących się w jednym skoń-
czonym kierunku; założmy mianowicie, że wszystko
zależy tylko od jednej współrzędnej x , czyli że we
wszystkich punktach jakiegokolwiek płaszczyzny
prostopadłej do osi x ma być to samo E i H . Je-
żeli stosownie do założenia przyjmiemy, wszystkie
pochodne względem y i z równe zero, wtedy
uproszczony nasz system równań przyjmie pos-
taci

$$\begin{aligned} k \frac{\partial E_x}{\partial t} &= 0 \\ k \frac{\partial E_y}{\partial t} &= -\frac{\partial H_z}{\partial x} \\ k \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{\partial H_y}{\partial x} \end{aligned}$$

oraz

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial H_x}{\partial t} &= 0 \\ \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} &= -\frac{\partial E_y}{\partial x} \end{aligned}$$

wreszcie

rownanie fali

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$$

Z równań pierwszych obu trójek widzimy, że E_x i H_x są wielkościami od czasu niezależnymi; te dwie składowe mają cechę pól elektrostatycznych, względnie magnetostrykcyjnych, tak, że bez użycia dla ogólności rozważania można przyjąć $E_x = 0$, $H_x = 0$ t.j. że oba wektory E i H nie mają składowych w kierunku osi x , czyli są do niej prostopadłe, a temsamem i do kierunku promienia, czyli nasza fala elektromagnetyczna płaska jest falą poprzeczną. Dodałoby do tego wyniku w sposób bardzo naturalny bez uciekania się do sztucznych hipotez i dwuczynnych założeń, któremi musiata posługiwać się sporyjta teoria światła, by dojść do tych rezultatów.

Natomiast względem osi y i z wektory E i

H mogą być również polarizowane; na razie zajmijmy
 się tylko t. zw. falą prostolinijnie spolaryzowaną,
 czyli założymy, że także $E_z = 0$, zatem przyj-
 mujemy, że wektor E jest równoległy do osi Y .
 Wobec tego z rozważanych sześciu równań mamy

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial H_y}{\partial z} = 0.$$

tak, że składowa H_z stanowi jakies "magneto-
 statyczne pole nie wpływające na zmienną
 elektromagnetyczną i można znów potrząść be-
 zymy dla ogólności $H_z = 0$. Twierdymy, że, o ile
 ułożymy założenia, z których wynika, że E jest
 równoległy do osi Y , to z tego wprost wypada,
 że wektor H jest równoległy do osi Z . A więc ta
 fala płaska spolaryzowana będzie taką, że
 w każdym punkcie będzie istniał wektor
 magnetyczny prostopadły do elektrycznego.
 Na koniec oba wektory E i H mają jeszcze
 równanie fali postaci:

- 235 -

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2}$$

o których wiemy, że mają rozwiązania następujące

$$E_z = F(vt - x)$$

$$H_z = f(vt - x)$$

ale te dwie funkcje F i f w fali elektromagnetycznej nie są od siebie niezależne, one powinny czy-
nić zadość dwóm równaniom z poprzednich tryjek

$$k \frac{\partial E_z}{\partial t} = - \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad \text{czyli}$$

$$(a) \quad kv F' = f' \quad \text{oraz}$$

$$\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = - \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad \text{czyli}$$

$$(b) \quad \mu v f' = F'$$

By zbadać znaczenie tych równań (a) i (b) wpro-
wadzimy na powrót $v = \frac{1}{\sqrt{k\mu}}$ wtedy rów-
nania te będą kształtu

$$(a_1) \quad \frac{k}{\sqrt{k\mu}} F' = \sqrt{\frac{k}{\mu}} F' = f'$$

$$(b_1) \quad \sqrt{\frac{\mu}{k}} f' = F'$$

Równania te prowadzą zatem do tego samego

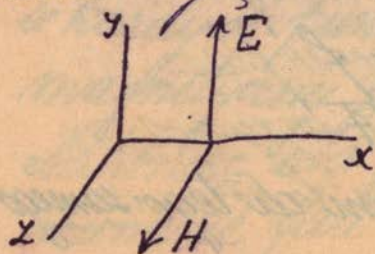
rezultatu, zatem nie są od siebie niezależne,
lecz mamy związek

$$f(vt-x) = F(vt-x) \sqrt{\frac{\kappa}{\mu}}$$

a ponieważ $f = H_z$, a $F = E_y$ i te składowe
są jedynymi składowymi wektorów E i H
zatem można związek ten napisać w formie

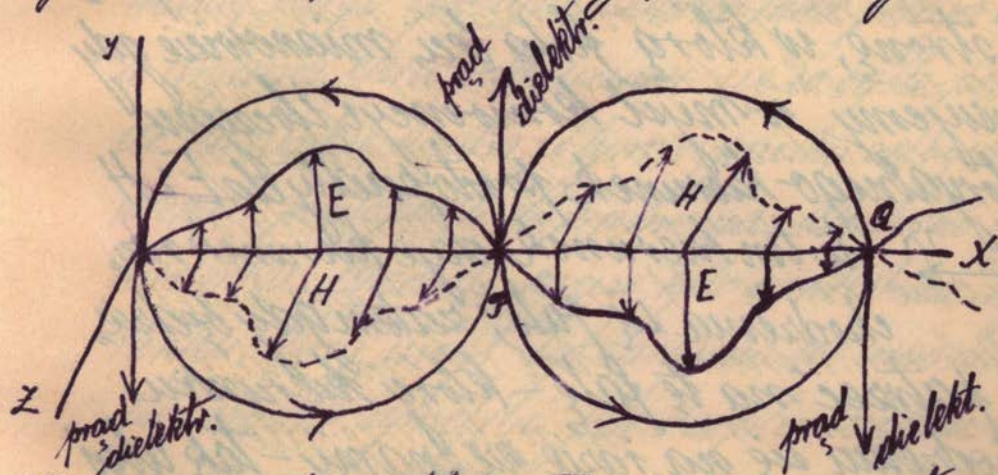
$$H = \sqrt{\frac{\kappa}{\mu}} E$$

Wektory E i H rozchodzą się zatem od siebie nie-
zależnie, chociaż jak z ostatniego równania
widac, są do siebie proporcjonalne, a potem,
nie proporcjonalności zależy od elektromag-
netycznych własności ośrodka: tam gdzie
 $E=0$ będzie także $H=0$, gdzie E ma maxi-
mum lub minimum, tam i H ma maxi-
mum względnie minimum, tylko że jeden

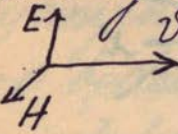


idzie w kierunku osi y
drugi w kierunku
osi z .

ustosunkowanie takiej fali elektromagnetycznej: jak to mają rozmieszczone wektory E i H , jak od siebie zależą i jak się poruszają, można wyrozumić najlepiej, jeżeli przedstawimy graficznie taką falę, odnosząc do układu takiego, by oś x była kierunkiem, w którym fala leci, a osi y i z tworzyły z temutą jak zwykle, układ prawoskrętny prostokątny



Rozmieszczenie wektora E_y , leżącego w płaszczyźnie xy wyobraża linia falista, wyrysowana na pełno i jej rzędne wyznaczające to rozmieszczenie

czenie wektora E , podają natężenie pola elektrycz-
 nego w poszczególnych miejscach. Promień,
 czenie zaś magnetycznego wektora H będzie
 takie, że on będzie w każdym miejscu $\sqrt{\frac{E}{\mu}}$ razy
 dłuższy od wektora E w danym miejscu, zatem
 znów otrzymamy fale geometryczne do tamtej
 podobne, zaznaczamy je linią kreskową.
 Z rozmieszczenia wektorów E i H można rozpo-
 znać stronę, w którą fala leci, mianowicie gdy
 wyrysujemy w myśl konwencji i bierzemy
 wektoryalnego kierunku prostopadły do E i H

 To ten kierunek daje kierunek roz-
 chodzenia się fali; zatem gdy będzie-
 my patrzeć na tę falę - który kierunku
 rozchodzenia się na razie nie znamy - tak abyś-
 my musieli wektor E obrócić o 90° na prawo,
 by padł na wektor H , to ruch fali elektromagne-
 tycznej będzie się odbywał postępowania osi

światła dodatniej obracanej od E do H więc w dodatnim kierunku osi x.

Obrazem tego rodzaju fal jest światło prostoliniowo spolaryzowane, dające się n.p. nikodem wygasić. Jest to światło, na którego promieniu występuje pewna charakterystyczna płaszczyzna symetrii, a z koniecznie i druga do niej prostopadła.

Według teorii sprężystej światło takie polega na tem, że drgania eteru odbywające się w ogóle prostopadłe do kierunku światła, w tym wypadku odbywają się również prostopadłe do promienia ale tylko w jednym kierunku; Chodziło więc tylko o określenie tego kierunku, który mógł być zawieszony we wspomnianej płaszczyźnie symetrii, jak i w płaszczyźnie do niej prostopadłej. Płaszczyznę polaryzacji określa się, jak wiadomo, na podstawie zjawiska polaryzowania się światła przez odbicie. Powiada się, że światło spolaryzowane przez odbicie n.p. od płyty szklanej.

jest spolaryzowane „w płaszczyźnie padania.”
 Długo przecierano się o to głównie, w teoriach Fres-
 nela i Neumana, czy drganie odbywa się w płaszczyźnie
 padania (Neumann), czy też prostopadle
 do niej (Fresnel).

Z naszej teorii widzimy, że obie płaszczyzny są
 zajęte odpowiednio wektorem elektrycznym i
 magnetycznym; która z nich jest płaszczyzną
 polaryzacji, to będzie mogła rozstrzygnąć teoria
 odbicia.

Uwagażmy na naszej fali punkt Prokorym
 w pewnej chwili $H = E = 0$, prądu i rozwariana
 fala porusza się z bardzo wielką szybkością w kierunku
 elektrycznej osi x , przeto w punkcie tym P
 natężenie elektryczne E szybko uwrasta, czyli otrzy-
 mujemy w ten sposób prąd dielektryczny, który jest
 niezem innym, jak zmianą wektora E w czasie.
 Jest on skierowany na rysunku do góry.

Podobnie mamy w punkcie Q prąd elektryczny skierowany na dół. Według reguły Ampera, powinniśmy mieć między P i Q pole magnetyczne skierowane poza płaszczyznę rysunku, jak to jest istotnie. Podobnie w punkcie P mamy w tej samej chwili $H=0$, które stałoby się znowu szybko narastać naprzód t.j. że linie magnetyczne zaczynają w tym miejscu przybierać, a stosując prawo indukcji, kłójących prądów elektrycznych: iż ilekroć przez obwód wchodzi linie magnetyczne narastające mamy sity elektryczne w kierunku ujemnym i odwrotnie, widzimy, że istotnie natężenia E okrążają punkt P w kierunku ujemnym względem narastającego H zgodnie z regułą Faradaya. Co do kierunku samej fali elektrycznej czy magnetycznej, to zostaje on dowodzony, mierzonym, gdyż równanie $E_y = F(vt-x)$, gdzie F jest funkcją dowolną, oznacza tylko, że fala

posuwa się naprzód w kierunku dodatniej osi x z prędkością v nie zmieniając swego kształtu, który pozostaje resztą zupełnie dowolny, w ten sposób, że znikając w jednym miejscu, powstaje E w dalszych punktach. Jest to przypadek rozchodzenia się fali z prędkością niezależną od jej kształtu czyli od jej typu, gdyż v jest niezależną od rodzaju funkcji f . Przy takim rozchodzeniu się fali nie ma więc rozróżnienia czyli dyspersji. Z tych różnorodnych fal jedne zastępują nas w dalszej, mianowicie te, które mogą być zastosowane do wyrażenia własności światła jednorodnego. Sta-
wiamy sobie zatem następujące pytanie: jaki ma-
si mieć kształt rozważanej fali, by otrzymać światło jednorodne t.zn. światło zdolne do całko-
witej interferencji. W pierwszym rzędzie, żeby
interferencja była możliwą, musi fala porusza-
ć się płasko, t.zn. że funkcja F będzie style

ograniczoną, że musi w pewnych równych odstępachosi
x do swojej wartości wracać, w tych właśnie odstępach
które są równe długości fali λ . Zatem musi być:

$$F(vt-x) = F[vt-(x+\lambda)] = F[vt-(x+2\lambda)] = \dots\dots$$

lub oznaczając $vt-x = q$ powinno być

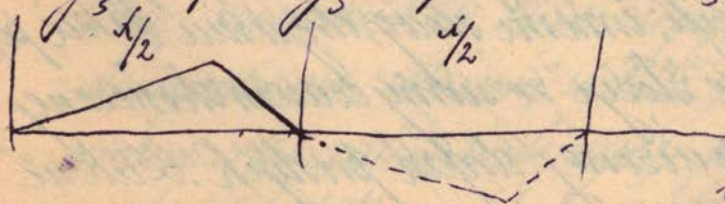
$$F(q) = F(q-\lambda) = F(q-2\lambda) = \dots\dots\dots$$

jak tego od nas eksperyment wymaga, gdy fala
ma być periodyczną. Ale taką funkcję peryo-
dyczną F można przedstawić na mocy twierdzenia
Fouriera przez sumę - w ogóle nieskończoną - fun-
kcji sinus, czyli innymi słowy, drgania takie po-
winny dać się złożyć ze sumy drasem skończonej
różnie nieskończonej drgań prostych. Zatem

$$F(q) = \text{Const} + a_1 \sin\left(\frac{2\pi q}{\lambda} + \delta_1'\right) + a_2 \sin\left(2 \frac{2\pi q}{\lambda} + \delta_2'\right) + \dots\dots$$

Obok tego rodzaju rozwinięcia, koniecznem jest jeszcze
gdy ma zachodzić całkowita interferencja, że
by dwa promienie po przebyciu nierównych drog
i to różniących się o $2n$ długości w ogóle o

pełną nieparzystą wielokrotność pół fali znosi,
 ty się wzajemnie - zatem funkcja F musi być
 tak uosunkowana, żeby gdy zamiast q napisze-
 my $q \pm \frac{\lambda}{2}$ tj. gdy posuniemy się względem
 osi x o pół fali, funkcja ta zmieniała tylko znak,
 bez zmiany wartości bezwzględnej. Tylko wtedy
 bowiem takie dwa promienie dobrane do siebie
 przy odpowiednim spotkaniu będą trafiły
 do tej samej części impulsu roionym i przeciwno-
 nego kierunku. Graficznie krzywa przedsta-
 wiająca funkcję F , przedstawia się w ten sposób,



iz. tak podobną
 będzie mieć
 odbiciem w zwier-
 ciadle

luku przylegającego, potrojnego nadciąg.
 Przy tych warunkach następuje pewne ograniczenie
 kształtu tej funkcji $F(q)$ i tak, żeby miała miej-
 sce wspomnianą zmienność znaku funkcji.

przy zmianie x o długość $\frac{\lambda}{2}$, musi $\text{Const} = 0$.
 Powtóre: z tego samego powodu muszą ~~przyjąć~~ wyrażenia
 sumy parzystej wielokrotności $\frac{2\pi x}{\lambda}$ zatem
 pozostały tylko: $a_1 \sin(\frac{2\pi x}{\lambda} + \delta')$, $a_3 \sin(3\frac{2\pi x}{\lambda} + \delta''')$ it.p.
 Jeżeli się porównaie powrotamy na doświadczenie, to
 okazuje się, że w przypadku światła jednorodnego
 że to całe rozwinięcie funkcji F redukuje się do pier-
 wszego wyrazu $a_1 \sin(\frac{2\pi x}{\lambda} + \delta')$. Wnosimy to
 z tego faktu, że jeżeli przeprowadzimy do interferen-
 cji dwa promienie tego samego rodzaju światła
 czyli o tym samym okresie drgań, a których róż-
 nica dróg, nie równa się $\frac{\lambda}{2}$, lecz ma wartość poś-
 rednią między 0 a $\frac{\lambda}{2}$, to otrzymamy pewne światło,
 to tej samej barwy, zatem z niezmiennym
 okresem drgań, a natężenie jego będzie
 w porównaniu między sobą, a maksymalna
 wartość, która byłaby sumą natężeń obu
 promieni. Żeby analitycznie wykazać, że

przy uwzględnieniu tylko pierwszego wyrazu rozwinięcia funkcji otrzymujemy przybliżony fakt doświadczalny dla promieni jednorodnych przyjmijmy

$$F(x) = a \sin\left(\frac{2\pi t v}{\lambda} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta\right)$$

albo uwzględnijac związek $\lambda = vT$

$$F(x) = a \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta\right)$$

Wprowadzając okres dla krótkości $\omega = \frac{2\pi}{T}$

możemy funkcję wyrażającą drganie światła jednorodnego napisać w postaci:

$$F(x) = a \sin(\omega t + \delta)$$

Dodajmy do tego drgania, drganie tego samego okresu, chwili i amplitudy i fazy początkowej.

$a' \sin(\omega t + \delta')$ to otrzymamy

$$F(x) = a \sin(\omega t + \delta) + a' \sin(\omega t + \delta')$$

lub przekształcając sumę sinusów mamy

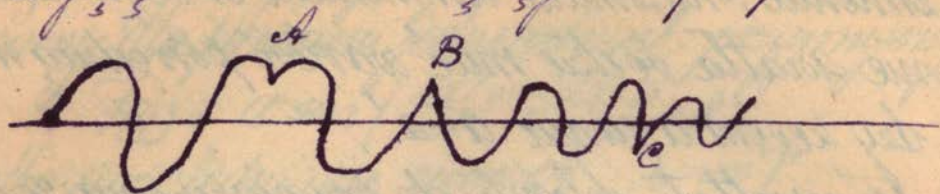
$$F(x) = A \sin(\omega t + \Delta)$$

z czego widzimy, że po spotkaniu się takich promieni, mamy okres drgania t.j. ω ten sam,

zatem barwa światła takiego rzeczywicie się nie
zmienia; natomiast amplituda A czyli natężenie
nie światła będzie mieć wartość pośrednią między
zerem a sumą $a + a'$

Ze rezultaty skłony do przypuszczenia, że to, co
nazywamy światłem jednorodnem jest drganiem
elektrycznem polegajacem na drganiach prostych
sinusowych. W ten sposób zdefiniowane światło
czysto jednorodne nie może w przyrodzie istnieć
z tego powodu, iż proces wydławiania światła
jest procesem burzliwym a nie równomiernym
wsprowadzeniem w drganie tych świecących cząs-
tek, czyli elektronów. Trzeba sobie mianowicie wy-
obrazić, że cząstka podniecona do drgania wywo-
tuje w eterze fale sinusowe, jednak ciążosć tej
fali wywołuje się odrazu z uderzeniem tej cząstki
inną, wskutek czego możemy sobie drganie

czarstwi graficznie uzmysłowie, jako sinusoidalny,
wający, niestannie albo ciągły n.p. w punktach A, B, C...



Z tego wynika, że przy wzięciu tych sinusowych roz-
twierzeć zapomocą twierdzenia Fouriera a nie otrzymamy
my na światło jednorodne w przyrodzie jednej sinusoidalnej

$$F(t) = a \sin(\omega t + \delta)$$

uderzenia czarstek o siebie wywołują bowiem drga-
nia tamujące wzajemnie sinusoidalnie lecz w ogóle

$F(t) = a \sin(\omega t + \delta) + \dots$ wyrażenia dalsze
w ogóle mierzalne, których wielkość i znaczenie
będzie tem mniejsze, im rzadziej takie zrywania
ciągłości będą następować czyli im bliżej światła
światła zbliża się do jednego punktu drga-
jącego. Wobec siebie biorąc nie można się spodziewać
światła absolutnie jednorodnego, gdyż do na-
szych aparatów pada światło pochodzące od

miliardów drgających elektronów, uderzających
osobie i wytwarzających przez to najcięższe drgania.
To mniemamy, że każda linia spektralna nie może
być nieskończenie cienką, nawet przy najczystszej
jednorodnej świetle i silnie rozszerzającym
elektroskopie. Otrzymuje się linie naprawdę cien-
kie, ale nie nieskończenie cienkie i wemy z doś-
wiadczenia, że dla różnych jednorodnych promie-
ni mamy linie różnej szerokości, nie dające się
zmniejszyć, a nawet zamarzać. To mniemamy jest
wynikiem tego, iż drgania światła światła
nie są ściśle jednorodne, jestne mniej inne wię-
cej. Stwierdzono najcięższą linię, którą się cili-
Chelson posługiwał przy wyznaczaniu metra
długością, pierwszej określonej fali, jest linia czerw-
na, na każdym.

Wracając do systemu równań odnoszących się do
fali płaskiej prostoliniowej spolaryzowanej
dającej się kaskadować ze światłem jednokrot,

nem spolaryzowaniem, zajmujemy się jeszcze pyta-
niem: od czego będzie zależać natężenie takiej fali,
czyli natężenie światła odpowiadającego tego ro-
zdraju falom?

Samo ustosunkowanie wektorów E i H względem
siebie warunkuje już ruch energii elektromagne-
tycznej wskazany wyżej omawianym wektorem
Poyntinga, zatem i nasza fala świetlna nie-
śie ze sobą energię, której bliższemu zbadaniem
właśnie się zajmujemy.

Jak wiadomo z fizyki klasycznej natężenie
jakiegoś rodzaju promieniowania określa się jako
ilość energii, którą dane promieniowanie przeno-
si w jednostce czasu przez jednostkę pola.

Jeżeli sobie wyobraźmy wiązkę promieni świet-
lnych, to wiemy, iż takiej wiązce towarzyszą zja-
wiska ruchu energii. Żeby natężenie promieniowa-

nia zdefiniować, wyobraźmy sobie prostopadłe do promieni ustalone pole o powierzchni 1 cm^2 ; powiadamy, że miarą natężenia energii promienistej padającej na to pole S , która trafia to pole w jednostkę czasu.

Twierdzenie Poyntinga, o którym wyżej była mowa, powiada, że jeśli w polu jest jednocześnie wektor elektryczny i magnetyczny, wtedy odbywa się ruch energii elektromagnetycznej, składającej się w części z energii elektrycznej, w części z energii magnetycznej, przy czem ruch tej energii odbywa się w kierunku prostopadłym do obu wektorów E i H , wskazanym przez sam wektor Poyntinga $S = \frac{1}{4\pi} [E H]$.

Łatwo sprawdzić, że w naszym przypadku ruch energii elektromagnetycznej odbywa się w kierunku fali, której równania były:

$$E = a \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta\right)$$

$$H = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} a \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta\right).$$

Żeby znaleźć wartość energii elektromagnetycznej fali świetlnej, uwarajmy ogólne wyrażenia na energię elektryczną U i magnetyczną T , zawartą w nieskończenie małym elemencie $d\tau$

$$U = \frac{k}{8\pi} E^2 d\tau$$

$$T = \frac{\mu}{8\pi} H^2 d\tau$$

Energia ta nie będzie oczywiście nieruchoma, lecz w miarę tego jak będzie fala, będzie ona zmie-
niać się od miejsca do miejsca. Podstawmy
wartości na E i H w ostatnie równania

$$U = \frac{k}{8\pi} a^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta \right)$$

$$T = \frac{\mu}{8\pi} \frac{k}{\mu} a^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta \right)$$

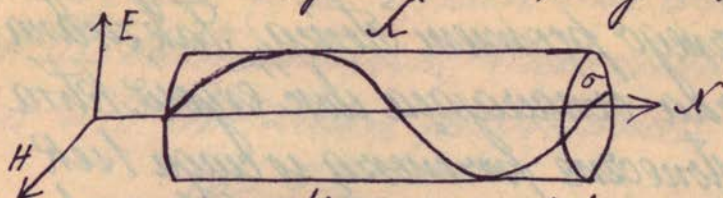
przy założeniu że $d\tau = 1 \text{ cm}^3$

Łącząc wartość energii elektromagnetycznej
wynosie będzie

$$\frac{1}{4\pi} a^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta \right)$$

Łas' ilość energii która się w pewnej chwili znaj-
duje w waleku równoległym do fali z podstawą
o przystopadłą do kierunku promieni o długości

różnej jednostki będzie $\sigma \frac{k}{4\pi} a^2 \sin^2(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta)$
a w walcu długości na λ , długości fali, energia



wyraża się całką rozciągniętą do całego walca

$$\sigma \frac{k}{4\pi} \int_0^L a^2 \sin^2(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta) dx$$

Na podstawie znanego wzoru

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \alpha d\alpha = \pi$$

nasza całka równa się

$$\frac{k}{4\pi} a^2 \sigma L = \text{ilości energii}$$

w walcu o przekroju σ , a długości L . Gdybyśmy
zamiast walca o długości L wzięli wałek o
długości, którą fala przebiegnie w 1 sek, zatem o dłu-
gości v cm i gdyby jeszcze założymy $\sigma = 1 \text{ cm}^2$,
to otrzymamy bezpośrednią wartość natężenia
światła w postaci

$$y = \frac{k a^2 v}{4\pi}$$

Więc natężenie takiej elektromagnetycznej fali

Zalery od amplitudy a oznaczającej maximum natężenia elektrycznego E .

Zastępujemy ten wór do natężenia elektrycznego i magnetycznego promieni Słońca. Tak zwana stała słoneczna oznaczająca ilość ergów, która promienie słoneczne przenoszą w ciągu 1 sek przez 1 cm^2 wynosi mniej więcej 20 grst. lub wyrażając to w ergach, ponieważ

1 grst. = 41, 870, 000 erg, natężenie promieni słonecznych wynosi

$$Y = 2094500 \text{ erg/cm}^2 \text{ sek i to natężenie}$$

nie powinno być równe $\frac{ka^2v}{4\pi}$

niezupełnie jednak dokładnie, gdyż to równanie wyprowadziliśmy, dla fali jednorodnej, jakby fala światła słonecznego bynajmniej nie jest. Jeżeli wykonamy rachunki wuk, to dla elektromagnetycznym miar gdzie $\mu=1$ a $k = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}}$; $v \approx 3 \cdot 10^{10}$ cm/sek. Także powinno być $2094500 = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \cdot \frac{a^2 \cdot 3 \cdot 10^{10}}{4 \cdot 3 \cdot 14}$.

Z czego otrzymujemy że

$$a = 8.88 \cdot 10^8 \text{ elm bezwzględnych.}$$

Chcąc wyrazić to w Voltach t.j. w jednostkach siły elektromotorycznej trzeba zauważyć, że $1 \text{ Volt} = 10^9 \text{ elm}$. Łatem przybliżenie

$$a = 9 \frac{\text{volt}}{\text{cm}}$$

Widzimy więc, że to natężenie sprawione przez promienie słoneczne wynosi mniej więcej tyle, ile wynosi natężenie elektryczne między dwoma okładkami kondensatora oddległemi od siebie na 1 cm i naelektryzowanemi do napięcia 9 Volt. Jest to napięcie oczywiście bardzo małe w stosunku do napięcia n.p. chmury, gdzie ono wynosi czasem setki milionów Volt.

Maximalne natężenie magnetyczne w promieniu słonecznym wynosi $\frac{1}{2} a$, w rozważanym zaś układzie wynosi ono $\frac{9 \cdot 10^8}{3 \times 10^{10}} = 0.03 \text{ elm czyli}$
tak zw. Gaussów.

Tymczasem natężenie n.p. magnetyzmu ziem,

skiego wynosi 0.2 a całe natężenie 0.4, jest zatem około 10 razy większe od poprzedniej amplitudy magnetycznego i elektrycznego natężenia, która nie jest oczywiście zupełnie dobitadną, gdyż trzeba by rozwarzać każdą barwę promieniowania białego z osobna.

Rozważaliśmy tutaj pewien szczególny przypadek fali płaskiej; mianowicie fali jednorodnej i spolaryzowanej, czyli pewną szczególną falę wibrowania różniczkowego

$$\frac{\partial \phi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

gdzie jako zmienne niezależne wchodzi tylko x i t . Prócz tego był jeszcze cały szereg innych, kół dodatkowych, wypisanych poprzednio.

Obecnie zajmujemy się drugim rozważaniem tego systemu wibrowania, które przedstawia przypadek znany z doświadczeń części wyżej, cło, mianowicie falami elektromagnetycznymi płaskimi, jednorodnymi, spolaryzo-

wanemi ale stojącemi.

Zalorimy mianowicie

$$E_y = 2a \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \delta\right)$$

co jak z poprzednich rozważań nad falami sprzyskami stojącemi wiemy, jest rzeczywicie jednym z rozwiązań naszego równania.

Wrozpatrywaniu edalnych szczegóło tego rozwiązania zastanawiamy się, jakie H musi być do tego E należec? Oczywiście, że znówu H_z .

Okazuje się, że $H_z = 0$, gdyż $E_z = 0$, gdyż fala ma być spolaryzowana drugą, w swej części elektrycznej w kierunku z .

Jeżeli $E_z = 0$ to i $H_z = 0$ i rzeczywicie, jak poprzednio materię magnetyczną drga, więc w płaszczyźnie (xz) jest do elektrycznego drgającego w płaszczyźnie (xy) prostopadłe. Żeby obliczyć wartości H trzeba jeszcze uwzględnić rezonans na H. Są one następujące:

$$\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = - \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad \text{skąd}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = - \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

lub na mocy podstawienia na E_y

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{4\pi a}{\lambda \mu} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \left(\frac{2\pi t}{T} + \delta \right)$$

Po scałkowaniu tego równania i opuszczeniu stałej całkowania, nie mającej dla nas tu żadnego fizycznego znaczenia

$$H_z = - \frac{2aT}{\mu \lambda} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \left(\frac{2\pi t}{T} + \delta \right)$$

Zatem zadane pole magnetyczne będzie

$$H_z = - \frac{2a}{\mu v} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \left(\frac{2\pi t}{T} + \delta \right)$$

Poprzednio rozważana fala w której H jest względem E skrócone, w stosunku $\sqrt{\frac{\kappa}{\epsilon}}$, zero fali magnetycznej zchodzą się z zerami fali elektrycznej, zaś maximum natężenia magnetycznego pada na maximum natężenia elektrycznego, co przornie zdaje się stać w gorzeckności z naszymi wynikami

eksperymentalnymi uzyskanymi przez Hertza przy badaniu ustroju fali elektromagnetycznej stojącej, przy której natężenie magnetyczne było względem elektrycznego przesunięte o $\frac{1}{4}$ fali; zatem werty fali magnetycznej nie wyprzedzały jak u nas w wiertach, lecz śmiedły wierzchołkami fali elektrycznej. Przypadek poprzeczny nie odnosi się jednak do fal stojących, eksperymentalnych przez Hertza. Natomiast ostatnio uzyskane wyniki po przyjęciu tego drugiego szczególnego rozważania ogólnego równania różniczkowego fali płaskiej jednorodnej spolaryzowanej w zupełności zgadzają się z wynikami doświadczalnymi Hertza, gdyż rzeczywiste przy wartościach n i x , dla których E_1 ma maximum, H_2 ma zero i odwrotnie. Przy dotychczasowych rozważaniach fali elektromagnetycznej płaskiej jednorodnej i prostoliniowej spolaryzowanej, zupełnie obojętnie wprowadziliśmy ograniczenie, że ta fala ma być pro-

tożsamość spotęgowana, czyli, że dla niej ma być $E_z = 0$; jeżeli by dla niej nie $E_z \neq 0$, ale $E_z = 0$ to wówczas $H_z = 0$ i zjawisko byłoby dokładnie to samo. Z kształtu równań, z których wyprowadzamy ten wniosek, okazuje się, iż mogłyby istnieć równocześnie E_y drgające w kierunku osi y , i E_z drgające w kierunku osi z odmiennie od zera. Jeżeli zatem będzie ustrunokowanie fali płaskiej jednorodnej w najogólniejszym przypadku, kiedy obok wyrażenia

$$E_y = a \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta \right)$$

występuje jakiś

$$E_z = b \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \delta' \right)$$

malujące do tej samej fali płaskiej jednorodnej, czyli o tej samej długości fali i o tym samym okresie drgań. Przekonamy się, że otrzymamy przy wypotniżeniu wektorów E_y i E_z siłki elipsy, tzn. że wektor wypadkowy wektorów E_y i E_z z biegiem czasu zakreśli.

elipse. Drganiami elektrycznym towarzyszą
z kółeczności drgania magnetyczne do nich
proporcjonalne i prostopadłe

$$H_z = \sqrt{\frac{k}{\mu}} E_y ; \quad H_y = \sqrt{\frac{k}{\mu}} E_z$$

W ten sposób fala elektromagnetyczna okazuje
się zależną od dwóch fal, z których jedną jest
fala elektryczna, druga fala magnetyczna.



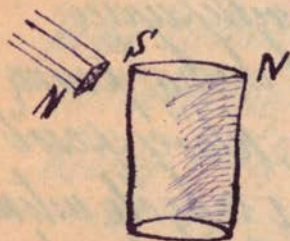
Głównocześnie występujące
wektory E_y i E_z dają pewną
wykreskową, której sposób
zmieniania się i w ogóle ustau,

rowanie fali poznamy przez prosty rachunek.

Pojęcie fali eliptycznej spolaryzowanej jest dobrze
znane w optyce, gdzie na mocy teorii sprecyzowanej
światła wyobrażano sobie, że drganie eliptyczne
światła polega na drganiu cząstek eteru po jakiejś
elipsie; ale w teorii elektromagnetycznej, nie się
nie porusza, mamy tylko pewne zmiennosci
w namagnetyzowaniu i naelektryzowaniu środowiska,

ka, a nie występują tu bezpośrednie żadne ruchy ośrodka. Jeżeli natomiast zbadamy zmienność tego wektora wypadkowego E , to się okaże, że z czasem czasu ulega on zmianie tak, że jego punkt końcowy zakreśli pewną elipsę.

Dla sprytniejszego utworzymy cylindryczny kawałek miękiego żelaza, około którego poru-



szaemy magnes tak, by on pozostał w stałej odległości od żelaza; wtedy zmieniać się będzie tylko kierunek namag-

nesowania strzałki; a nie będzie się zmieniać jego natężenie. Ale gdybyśmy magnes ten poruszali wokół strzałki po elipsie n.p., to zmieniłby się i kierunek i natężenie namagnesowania. Gdybyśmy chcieli ten sam namagnesowania graficznie przedstawić, to mielibyśmy linię podobną do tej, po jakiej poruszamy magnes.

Żeby wykazać, że wektor E rzeczywiście opisuje elipsę, wystarczy z ostatnich wyrażen na E_y i E_z wyeliminować czas t i wtedy E_y i E_z będą przedstawiać współrzędne końcowego punktu wektora E . Otrzymamy w ten sposób równanie między E_y i E_z podda nam kształt krzywej. W tym celu później dla skrócenia

$$\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} = \omega$$

Wtedy równania nasze przyjmą postać

$$E_y = a \sin(\omega + \delta)$$

$$E_z = b \sin(\omega + \delta') \quad \text{lub}$$

$$E_y = a \sin \omega \cos \delta + a \cos \omega \sin \delta$$

$$E_z = b \sin \omega \cos \delta' + b \cos \omega \sin \delta'$$

Żeby wyeliminować ω , mnożymy naprocz pierwsze równanie przez $b \sin \delta'$, drugie przez $a \sin \delta$ i odejmujemy; wówczas otrzymamy

$$b E_y \sin \delta' - a E_z \sin \delta = a \cdot b \sin \omega \sin(\delta' - \delta)$$

Następnie mnożymy pierwsze równanie przez $b \cos \delta'$, drugie przez $a \cos \delta$ i znów odejmujemy,

my i otrzymujemy

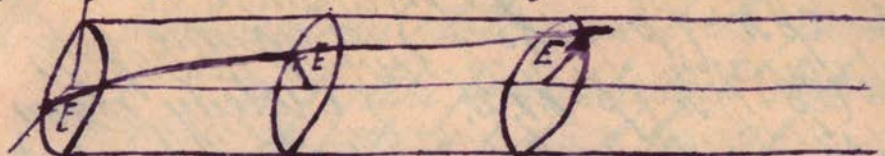
$$b^2 E_y \cos \delta' - a E_z \cos \delta = -a b \cos \omega \sin(\delta' - \delta)$$

Po podniesieniu obu tych równań do kwadrata, i po dołączeniu, otrzymujemy rzeczywiście równanie elipsy

$$b^2 E_y^2 + a^2 E_z^2 - 2ab E_y E_z \cos(\delta' - \delta) = a^2 b^2 \sin^2(\delta' - \delta)$$

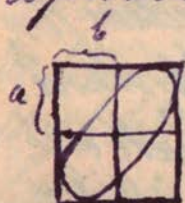
odniesione do punktu środkowego, gdzie równanie to nie zmienia się gdy E_y i E_z równocześnie zmienią znak. W równaniu tem ω , które zawierało t i x już nie występuje, a zatem równanie tej elipsy nie zależy ani od czasu, ani od x , tak, że zawsze i w każdym miejscu osi x elipsa jest ta sama, położona zawsze w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny (Oxy) , zatem prostopadła do osi x , przez co wszystkie elipsy w różnych punktach osi x są ze sobą identyczne. Tylko fazy (natężenie) wektora E w różnych czasach będą oczywiście różne, bo jego składowe zależą od czasu

Gdybyśmy potoczyli punkty końcowe wektora E ,



odpowiadające pewnym tym samym czasem, otrzymamy pewną linię śrubową obracającą się zbieżną z osi dookoła walca elipsoidalnego opisanego na wykreślonych elipsach.

Ponieważ maksymalną wartość dla E_x jest a , a dla E_z - b , przeto każda z elips będzie wpisana w prostokąt, którego bokami będą



$2a$ i $2b$, tworząc prostą jednokątną, co będzie zależeć jak się dowiemy - od różnicy faz prostokowych E_x i E_z t.j. od $(\delta' - \delta)$.

Przyjmijmy najpierw, że różnica faz prostokowych, obu składowych elipsoidalnego drgania dla $x=0$ i $t=0$ jest zerem, albo wynosi w ogóle $n\pi$ ($n=0, 1, 2, \dots$),

- 266 -

wtedy w równaniu elipsy (e) $\sin(\delta' - \delta) =$
a cos będzie dodatnie gdy

$\delta' - \delta = 2p\pi$ ($p = 0, 1, 2, \dots$), a ujemne, gdy

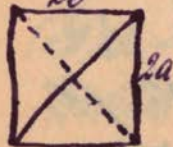
$\delta' - \delta = (2p+1)\pi$ ($p = 0, 1, 2, \dots$) i wtedy równa-
nie (e) otrzymamy w formie zupełnego kwadratu

$$b^2 E_y^2 + a^2 E_z^2 + 2ab E_y E_z = 0 \quad \text{czyli}$$

$$(b E_y + a E_z)^2 = 0 \quad \text{lub ostatecznie}$$

$$\frac{E_y}{E_z} = \pm \frac{a}{b}$$

zatem mamy równanie dwóch prostych, gdy
obie składowe wektora elektrycznego wierz-
szą się w formie początkowej a częstotliwość wielokrot-
ność liczby π , albo gdy jedna względem dru-
giej jest spóźniona o całkowitą wielokrotność
pełnowy długości fali. Proste, do których elip-
są się zciagnęta będą przekątnymi
prostokąta o bokach $2a$ i $2b$.



Jeżeli w dalszym ciągu założymy
 $\delta' - \delta = (2n-1)\frac{\pi}{2}$ ($n = 1, 2, \dots$) to rów-
nanie (e) przyjmie kształt:

- 267 -

$$b^2 E_y^2 + a^2 E_x^2 = a^2 b^2$$

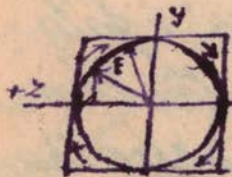
W tym szczególnym przypadku otrzymamy elipsę, której osiami głównymi będą proste łączące środki przeciwległych boków prostokąta o bokach $2a$, $2b$.



W tym ostatnim przypadku, kiedy mamy elipsę ośmiesioną do osi współrzędnych jako osi głównych, szczególnie interesującym jest przypadek, kiedy $a = b$, wtedy elipsa zamienia się na koło i mamy do czynienia z falą kołisto spolaryzowaną. W tym przypadku koniec wektora E biegnie w każdym miejscu ośrodka po linii kołistej. Walec obejmujący w sobie tę falę elektromotoryczną będzie kołistym, a linia łącząca punkty końcowe wektora E odpowiadające tym samym czasom jest zwykłą linią śrubową, obracającą się z takim samym wirtem z wektorem E około osi waleca, czyli osi x . W tym przypadku mogą zachodzić jeszcze

druga podprzyjmadki: można mieć falę spolaryzowaną kołisto bądź w prawo bądź w lewo. Zależnie od różnicy faz: $\delta' - \delta = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$, wtedy mamy światło spolaryzowane na prawo,

gdyż wtedy $E_y = a \sin(\omega + \delta)$
 $E_z = a \sin[\omega + \delta + \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi] = a \cos(\omega + \delta)$
 i gdy $\sin$, względnie E_y rośnie, $\cos$, względnie E_z maleje czyli kierunek obiegu wektora E odbywa się od dołu do góry i na prawo.



Gdybyśmy przyjęli $\delta' - \delta = \frac{3\pi}{2} + n \cdot 2\pi$, wtedy poróżniemy:

$$E_y = a \sin(\omega + \delta); \quad E_z = -a \cos(\omega + \delta).$$

W tym wypadku, gdy $\sin$ czyli E_y rośnie, $\cos$ czyli E_z maleje poróżniacie również ujemne i wektor E wiruje w kierunku przeciwnym od wskazanego na figurze i mamy polaryzację kołową lewą.

Nasunęło się pytanie, jak obliczyć natężenie

światła eliptycznego.

W tym celu musimy się odwołać do ogólnej metody obliczania energii fal elektromagnetycznych, składającej się z dwóch części.

$$U = \frac{k}{8\pi} E^2 \quad \text{oraz} \quad T = \frac{\mu}{8\pi} H^2$$

Ponieważ wektory E i H mają składowe E_y, E_z i H_y, H_z przeto, zważając jeszcze na to że

$$H_y = \sqrt{\frac{k}{\mu}} E_z \quad \text{i} \quad H_z = \sqrt{\frac{k}{\mu}} E_y \quad \text{mamy}$$

$$U = \frac{k}{8\pi} (E_y^2 + E_z^2); \quad T = \frac{k}{8\pi} (E_y^2 + E_z^2). \quad \text{t.j.m.}$$

że tak w przypadku fali prostopadłościennie spolaryzowanej, jak w przypadku fali eliptycznie spolaryzowanej, całkowita energia jest w połowie elektryczna, w połowie magnetyczna.

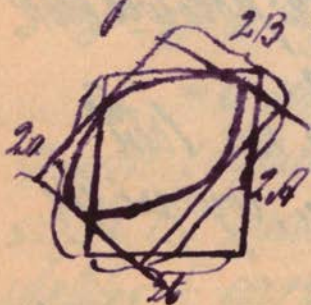
Całkowita energia przypadająca na 1 cm^3 ośrodka, przez który taka fala leci, wyrazi się

$$J = T + U = \frac{k}{4\pi} (E_y^2 + E_z^2)$$

lub że względu na to, że ilość energii spowodowanej obecnością E_y i E_z z osobna - jak to wiemy - wynosi odpowiednio

$$J_1 = \frac{\kappa a^2 v}{4\pi}; \quad J_2 = \frac{\kappa b^2 v}{4\pi} \quad \text{przeto} \\ J = \frac{\kappa v}{4\pi} (a^2 + b^2)$$

Zatem energia ta wyraża się zapowiem a i b, co
mogłoby oznaczać przypuszczenie, że to zależy
od wyboru osi współrzędnych na których rozciągają
się a i b. Ale oczywiście natężenie promieniowa-
nia, wielkość czysto fizyczna od osi układu zależy
nie może, i rzeczywiście jeżeli zamiast w prostokąt
o bokach 2a i 2b wpisujemy elipsę w prostokąt
inny o bokach 2A i 2B - przez co najwidoczniej
zmieniamy układ odniesienia - to faktem jest, że geo-
metrycznie $a^2 + b^2 = A^2 + B^2$.



Zatem istotnie natężenie roz-
warzanego światła jest od
wyboru osi najzupełniej
niezależne.

Tego rodzaju światło spo-
laryzowane eliptycznie, występujące w każdym
świecie jednorodnym, powinno się otrzymywać

z każdego źródła, które wysłaje światło jednorodne;
wiemy, iż tak w ogóle nie jest, światło jednorodne z
jednego źródła nie jest spolaryzowane. Stoiśmy zatem
w sprzeczności z przytoczonymi faktami, przyczem
trzeba dodać, że nieregularny przypadek światła po-
długowanego eliptycznego t.j. światło spolaryzowane
nie kolisto nie wykazuje wcale zmian w materii
po przepuszczeniu go przez nikol, tak, jak światło
jednorodne otrzymywane w praktyce. To jednak
światło koliste uwniesmy odrobinę od zwykłego
przez zamienienie go na prostolinijne spolary-
zowane przez przepuszczenie go przez krzyż
kurwe falowego tęczówki.

Spółczesność ta między innymi niekiedy anachronizuje
i doświadczeniem, jest to dla państwa, niestety,
wielką wadą, do czynienia z światem jest
wolnym i niepodległym państwem, lecz z wyboru
niekiedy wiele punktów widzenia, jak n.
p. p. państwem, w którym w ogóle obywateli

sie w sposób zupełnie nieregularny; i jeżeli się nawet
przyjmie, że każdy punkt ulega siri. To spójny,
złożone eliptyczne, to kształt i położenie tych elips
są tak różnorodne i bezładne, że faktycznie o jakimś
jednostajnym świetle porównywanym mowy być nie
może. Gdybyśmy nawet uzięli pod uwagę pojed.
dynezy punkt: elektron, to nikt nie może twier.
dzić, że taki elektron długo wciąż jednakowe, on
może nawet długość elipsy, która jednak może
się nieustannie zmieniać co do kierunku osi i kształtu,
tak, iż rzeczywiście nie mamy nigdy do czynienia
ze światłem ściśle jednostajnym. Lub raczej światło
naturalne możemy uważyć jako światło eliptyczne,
w którym kształt i położenie elipsy, ulega bardzo
szybkim zmianom. Choć nasze zmysł. będzie dostate.
cznie przeciętny wynik, iż że żaden kierunek nie jest
uwzględniony, preto jako przeciętny rezultat co,
bierzemy światło pozbawione cech polarizacji.
Widzieliśmy, że natura nie światła ściśle jednolite.

nego, którego amplitudy są a i b jest proporcjonalne do sumy $a^2 + b^2$, przez czas skrócony jest, nak amplituda statyczna nigdy nie otrzymujemy, one się zmieniają bardzo, wskutek ciągłej zmiany różnicy faz i obserwujemy tylko przeciętną wartość, jaką przyjmują a i b w ciągu skróconego czasu n. p. wzdłuż $\bar{a}$ i $\bar{b}$, tak że przeciętne natężenie światła jest proporcjonalne do $\bar{a}^2 + \bar{b}^2$. Ponieważ czas kierunku x i y są jednakowo uprzedzone, przeto musi być przeciętnie $\bar{a}^2 = \bar{b}^2$, co jest istotnie cechą jakiegokolwiek światła niespolaryzowanego, które zatem możemy uważać za wypadek współistnienia dwóch światel prostolinijnie polarizowanych: w kierunku osi y z amplitudą przeciętną $\bar{b}$ i w kierunku osi x z amplitudą przeciętną $\bar{a} = \bar{b}$. Każde światło można, jak wiemy, rozłożyć na dwie składowe w kierunkach do siebie prostopadłych, zresztą jakiegokolwiek, mające przeciętne amplitudy jednakowe i pod względem

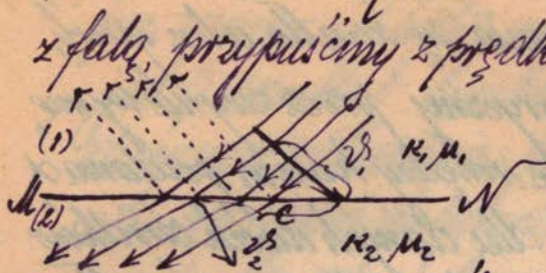
zważać na to, że światło jest zjawiskiem fizycznym.

Jest to rezultat badań wariacji, dla zjawisk po-
chodzących z ~~zjawisk~~ zjawisk, przy których mamy mni-
wiec zjawisk takiego rodzaju, że albo albo
nie ma prostej jednakże jawnie po przeobrażeniu
światła przez pryzmat, septat i podobne i t. p.

W tym badaniu ustroju pojedynczo spalonego
wzajemnie, przechodzących do rozważania zjawisk,
które występują wtedy, gdy ciążą pole elektromag-
netyczne przechodzi z jednego ośrodka w dru-
gi. Lecz nie są z praw geometrycznych zjawiska za-
łamania i odbicia się światła. Już w staro-
żytności wiadomo, że promień światła przy wstę-
pieniu padania i tworzy z normalną kąt ta-
ki sam, jak promień padający. Długo wieków
upłynęło, nim sformułowano drugie geomet-
ryczne prawo dotyczące się zjawisk załamania.
Miejszy innymi Keppeler, Vitello silił się na-
tem, dopiero Holender Snellius w XVII wieku

określić to prawo załamania się światła w ten sposób,
 iż na drodze czysto empirycznej przez zwoytkę wymie-
 renie kąta wykreślał, że między kątem padania α
 a kątem załamania β dla danych dwóch ośrodków
 i danej barwy kryje się cięstość idźcia światła za-
 chodzi stały związek $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$.

Uzasadnienie tego - jak wiadomo - nadzwyczaj proste
 dokonuje się w każdej niemal teorii światła, trzeba
 się tylko oprzeć na tym eksperymentalnym fakcie,
 że jeśli na granicy M.V dwóch ośrodków pada
 wiązka fali płaskiej, to ona wytwarza jeden ciąg
 fali idący do drugiego ośrodka w kierunku rzucenia
 nym, a mający ślad na M.V wspólny z falą pada-
 jącą, i drugi ciąg fali odbitej, mierzniej również
 ślad wspólny z falą padającą na M.V. Jak wie-
 domo - prędkość przechodzenia się światła w pierwszym
 ośrodku - oznaczmy ją przez v_1 - jest inną od prę-
 dkości v_2 tej samej fali w ośrodku drugim. Ślad, któ-
 ry fala zostawia na granicy M.V. też równocześnie



z fali, przypuścimy z prędkością c . Owoż, jeżeli v_1 ,
czyli kąt padania
przez α , kąt załamania,
nia przez β , to prędkość

$$c = \frac{v_1}{\sin \alpha}$$

posuwania się tego światła

ale ten świat materii także i do fali załamanej, prze-
to będzie również

$$c = \frac{v_2}{\sin \beta}$$

z czego

$$\frac{v_1}{\sin \alpha} = \frac{v_2}{\sin \beta}$$

czyli otrzy mamy równość

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n$$

Sneliusa

Ale jak poprzednio wiodzieliśmy prędkość rozchodzenia
nia się fal elektromagnetycznych wyrazi się

$$v_1 = \frac{1}{\sqrt{\kappa_1 \mu_1}}$$

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{\kappa_2 \mu_2}}$$

z czego współczynnik załamania

$$n = \frac{\sqrt{\kappa_1 \mu_1}}{\sqrt{\kappa_2 \mu_2}}$$

Ale zdolność magnetyczna ośrodków μ , któremi
się optyka zajmuje n. p. próżni, powietrza, szkła it. p.
jest wielkością niestęchnie małą różniącą od zdol-
ności magnetycznej próżni, tak że można pójść
z dokładnością zupełnie wystarczającą $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$

i wtedy

$$n = \sqrt{\frac{\kappa_1}{\kappa_2}}$$

Co do fali odbitej, to ona odbijając się zachowuje tę samą prędkość v_1 i odbija się - przypuszczamy - pod kątem α' . Prędkość fali w drugiej dielektryce

$$c = \frac{v_1}{\sin \alpha} = \frac{v_1}{\sin \alpha'}$$

zatem

$$\alpha = \alpha'$$

Nie jakkolwiek byłaby teoria falowa, sprężysta czy elektromagnetyczna, kiedy prowadzi do wniosku, że fala odbija się pod tym samym kątem, pod jakim pada i zachowuje się według prawa Snelliusa.

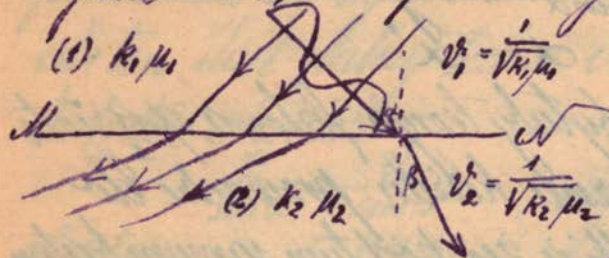
Wobec tego rzecz się ma z natężeniem fali odbitej i załamanej. Na granicy AB pada fala o jakimś natężeniu I_1 ; fala ta w części odbitej ma jakieś natężenie I_1' w części załamanej I_2 . Na zasadzie zachowania energii o ile te wartości są zupełnie przezroczyste musi być $I_1 = I_1' + I_2$.

Natężenie natężeń I_1 i I_2 przedstawia energia sprężystej zagęszczenia niemal nieprzerwywalnej truchłości, podczas gdy teoria elektromagnetyczna

na wzniaruje to zadanie w sposób bardzo prosty i zgodny z zupełności z doświadczeniem.

Przedstawia więc ono tutaj w następujący sposób.

Mamy dwa ośrodki różne stykające się w płaszczyźnie, czynniki k, μ oba przezroczyste i izolujące; różnią



sie one między sobą prędkością prędkości, składowa fali świetlnej, wskutek czego k, μ

w pierwszym ośrodku będą różne k, μ w ośrodku drugim. W pierwszym z tych ośrodków pada ciąg fali płaskich pod kątem n.p. α , powstaje więc ciąg fali odbitych przystających w ośrodku pierwszym i drugi ciąg fali płaskich załamanych pod kątem załamania β . Pytanie, jeśli dana jest faza i amplituda, czyli natężenie światła, względnie fali elektromagnetycznej padającej, jakie będą fazy i amplitudy fali odbitej i załamanej?

Żeby rozurządzenie tego zadania utatwić, będziemy rozważali na przykład przypadek, kiedy fala padająca jest prostopadłą nie spolaryzowaną w taki sposób, że natężenie elektryczne E drga w płaszczyźnie padania, potem przypadek gdy E drga prostopadle do płaszczyzny padania.

W przypadku pierwszym wektor H będzie prostopadły do płaszczyzny padania. Zatem przyjmujemy, iż w dowolnym punkcie promienia wektor elektryczny wyraża się funkcją harmoniczną:

$$E = a \cos \frac{2\pi t}{T}$$

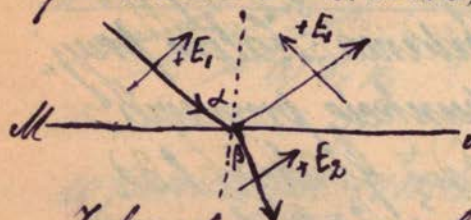
Wiadomo, że w jakimkolwiek punkcie odległym od punktu przyjętego o odcinek p drganie będzie się wyrażało

$$E = a \cos \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{p}{v} \right)$$

Wszystkie więc punkty tego promienia będą się różniły w sposobie drgania, tylko fazą, która będzie tem mniejsza, im dalej odsuwamy się od punktu przeciętnego.

Uważajmy wektor E w pewnym punkcie na

powierzchni łamiącej M.N; ponieważ w fali elektrycznej drganie tego wektora E bywa raz dodatnie, drugi raz ujemne, zależnie od znaku prądu przyjmującego cos, przeto umawiamy się za dodatni kierunek natężenia elektrycznego uważać kierunek wstępu względem kierunku ruchu promienia na lewo, jak to na figurze uwidocz-



nione strzałkami idące mi poprzecznie do kierunku promienia.

Jako dane zagadnienia mamy dane to, co się tyczy promieni padających i mianowicie:

1^o dane jest natężenie elektryczne E po punkcie na samej powierzchni granicznej równaniem

$$E = a \cos \frac{2\pi t}{T} \text{ lub oznaczając } \frac{2\pi}{T} = \omega \text{ mamy}$$

$$(1) \quad E = a \cos \omega t$$

Zatem punkt powrotu przyjmujemy na chł. 2^o Z doświadczenia wiemy, że promień jednokrotny po odbiciu i załamaniu daje zarówno w pro-

mieniu odbitym jak i załamany $tę$ samą
 barwę; wnioskujemy z tego, że zarówno w promieniu
 odbitym jak i załamany będącymi mieli dla
 materiałów E_1 i E_2 takie same funkcje harmo-
 niczne tego samego okresu drgania T i ω , ale
 amplitudy będą inne oczywiście mniejsze
 od amplitudy a promienia padającego.
 Możemy zatem napisać, że materiał E_1 światła
 odbitego

$$(2) \quad E_1 = b \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \delta\right) = b \cos(\omega t + \delta)$$

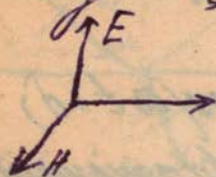
gdzie δ oznacza różnicę faz między promieniem
 odbitym a padającym, gdyż może się zdarzyć,
 że faza promienia padającego nie jest tą sa-
 mą, co faza promienia odbitego na granicy A_1
 o czym jeszcze poinformuje nas Hlief następ-
 ny rachunek. Tak samo możemy powiedzieć
 i co do promienia załamane

$$(3) \quad E_2 = c \cos(\omega t + \delta')$$

gdzie δ' znówu dla ogólności oznacza różnicę

Jeżeli między promieniem padającym a zataczającym.
Wszystkie te wielkości E, E_1, E_2 odnoszą się do
punktu na powierzchni MN i do każdego z tych
elementów elektrycznych należy skrzyżować z nim
element magnetyczny.

Te trzy wektory, natężenie elektryczne, magne-
tyczne i kierunek rozchodzenia się fali - są jak
wzajemnie związane prawem Poyntinga i tak, gdy



wzłamiemy wektor E do góry, a ręką
światła na prawo, to obrotownie H
pojdzie naprzód i jak ogólnie oka-

żalismy $H = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E$ a że dla ciał przezroczys-
tych w optyce zakładamy $\mu = \mu_0 = 1$ w układzie
jednostek elektromagnetycznym, przeto moż-
na przyjąć dla ciał rozważanych w optyce

$$(4) \quad H = \sqrt{\epsilon} E.$$

Do tych trzech natężeń elektrycznych nale-
żą trzy natężenia magnetyczne: fali padają-
cej, odbitej i zataczanej; ich sumy

prostopadłe do płaszczyzny padania i jak łatwo
wyprowadzić, stosując prawo Fytinga, wszystkie trzy
będą skierowane naprzeciw wartości zwichł określę się
równaniami po zastosowaniu relacji od (1) do (4)
dla fali padającej $H = \sqrt{K_1} a \cos \omega t$

$$\left. \begin{array}{l} \text{" " odbitej} \quad H_1 = \sqrt{K_1} b \cos(\omega t + \delta) \\ \text{" " załamanej} \quad H_2 = \sqrt{K_2} c \cos(\omega t + \delta') \end{array} \right\} (V)$$

Z tych sześciu równań (1), (2), (3), (V) możemy już ob-
liczyć wartości niewiadomych zadania: amplitu-
dy b i c oraz różnice faz δ i δ' . W tym celu trzeba
zastosować ogólne warunki graniczne, które po-
przechnie wyprowadziliśmy.

Mozna jednak cały rachunek znacznie uprościć,
poł wzięciem crypto matematycznym stosując me-
todę wielkości wziętych po raz pierwszy wzięto
przez Fresnela, przyczem zamiast funkcji try-
gonometrycznych wprowadzimy funkcje Eulera
ne według znaczenia wzoru Eulera

$$e^{i\omega} = \cos \omega + i \sin \omega$$

Składniemy zatem:

$$E = ae^{i\omega t}, \quad E_1 = be^{i\omega t}, \quad E_2 = ce^{i\omega t}$$

$$H = a\sqrt{\kappa_1}e^{i\omega t}, \quad H_1 = b\sqrt{\kappa_1}e^{i\omega t}, \quad H_2 = c\sqrt{\kappa_2}e^{i\omega t}$$

permietając o tem, że w ostertecznym rezallacie możemy zatrzymać tylko część rezegwenta, przez co locale postaci rzeczy nie zmienimy.

W pierwszym ośrodku pole elektryczne składa się z dwóch części; tak, że całkowite natężenie elektryczne będzie sumą geometryczną $E + E_1$; podobnie magnetyczne natężenie będzie w pierwszym ośrodku sumą geometryczną $H + H_1$, natomiast w drugim ośrodku będzie samo E_2 i H_2 . Napiżemy teraz wspomniane warunki graniczne ciągłości: z warunków tych wynika, że normalna suma składowych stycznych wektorów E i E_1 jest równą składowej stycznej wektora E_2 w tym samym punkcie na powierzchni oddzielającej. Przeto jako pierwszy warunek graniczny ciągłości otrzymamy równanie

$$(10) \quad E \cos \alpha - E_1 \cos \alpha = E_2 \cos \beta$$

Drugi warunek graniczny ciągłości dla składowych wektora magnetycznego będzie

$$(20) \quad H + H_1 = H_2$$

gdyż wektory H , H_1 , H_2 są prostopadłe do płaszczyzny padania zatem równoległe do CH i skierowane wszystkie naprzód.

Warunek trzeci: normalne składowe indukcji elektrycznej w pierwszym ośrodku i drugim na granicy muszą być sobie równe. Zatem mamy równanie

$$(30) \quad k_1 E \sin \alpha + k_1 E_1 \sin \alpha = k_2 E_2 \sin \beta$$

Czwartego warunku odnoszącego się do indukcji magnetycznej nie będzie, gdyż normalnej składowej wektor H prostopadły do płaszczyzny padania oczywiście wentu nie ma.

Ostatnie równanie dla się jeszcze uprościć, gdy zastosujemy prawo Snelliusa: $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$

Wprowadzając to przez $\frac{k_1}{k_2}$ otrzymujemy

$$\frac{k_1 \sin \alpha}{k_2 \sin \beta} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \quad \text{a po mnożeniu stroną przez}$$

$\sqrt{\frac{k_1}{k_2}} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ przeto równanie ostatnie możemy po odpowiednim podstawieniu napisać w formie

$$(3^o) \quad E \sin \beta + E_1 \sin \beta = E_2 \sin \alpha$$

Jeżeli w równanie (1) i (3) podstawimy nasze wartości na E i skrócimy przez wspólny czynnik $e^{i\omega t}$, otrzymamy dwa równania następujące

$$*) \begin{cases} a \cos \alpha - b \cos \alpha e^{i\delta} = c \cos \beta e^{i\delta} \\ a \sin \beta + b \sin \beta e^{i\delta} = c \sin \alpha e^{i\delta} \end{cases}$$

a dzieląc pierwsze przez drugie mamy

$$(4^o) \quad \frac{a - b e^{i\delta} \cos \alpha}{a + b e^{i\delta} \sin \beta} = \frac{\cos \beta}{\sin \alpha}$$

zasadnicze równanie w teorii odbijania się światła, na którym musimy się oprzeć przy szukaniu tych niemiernych wielkości. Mogą się zdarzyć dwa przypadki 1) mamy promień zstępujący

2) nie " promienia zstępującego

W przypadku pierwszym kąt zstąpienia β wypadła pewna wartość rzeczywistą w drugim natomiast urojona. Jeśli będziemy uważać kąt β za rzeczywisty, to prawa strona równania (4)

będzie rzeczywiste, a więc i lewa strona musi za-
wierać tylko wyrażenia rzeczywiste zatem w
wyrażeniu $e^{\delta i}$ musi być $\sin \delta = 0$ przeto $\delta = 0, \pi$;
gdy więc mamy do czynienia z przypadkiem
odbitcia, któremu towarzyszy rzeczywiste zatama-
nie promienia, to w promieniu odbitym ma miej-
sce jeden z dwóch przypadków: albo nie będzie
żadnej różnicy faz, między promieniem odbitym
i padającym, albo różnica faz będzie wynosić
 π lub całkowitą wielokrotność π , co powoduje zmia-
nę amplitudy b . Wytwarzy zatem przypieć $\delta = 0$
pamiętając iż zmiana ewentualna znaku am-
plitudy b na $(-b)$, wywołaną zostata tem, że $\delta = \pi$
w tym przypadku.. Wówczas, ponieważ $e^{\delta i} = 1$.
Równanie (4°) przyjmie postać

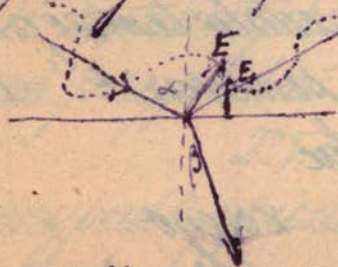
$$\begin{aligned} \frac{a-b}{a+b} \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} &= \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} && \text{z czego} \\ (a-b) \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} &= \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} (a+b) && \text{lub} \\ a \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} - \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} \right) &= b \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} + \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} \right) && \text{Stąd} \\ b &= \frac{\sin \alpha \cos \alpha - \sin \beta \cos \beta}{\sin \alpha \cos \alpha + \sin \beta \cos \beta} \cdot a && \text{lub} \end{aligned}$$

$$b = a \frac{\sin(\alpha - \beta) \cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} \quad \text{i ostatecznie}$$

$$b = a \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}$$

jest pierwowzorem równaniem Fresnela na odbijanie się światła prostolinijnie spolaryzowanego, w którym natężenie elektryczne obiega w płaszczyźnie padania. Któremu to przypadkowi odpowiada, czy światło spolaryzowane w płaszczyźnie padania, czy płaszczyźnie do niej prostopadłej dobie, my się z konsekwencyi tego wzoru.

Przyjmijmy, na przykład, że światło pada z ośrodka rzadszego do gęstszego, zatemuje się więc do prostopadłej: $\alpha > \beta$ wtedy $\tan(\alpha - \beta) > 0$ i jeżeli jeszcze założymy przypadek kiedy $\alpha + \beta < 90^\circ$ wtedy na b otrzymamy wartość dodatnią.



Fala elektromagnetyczna będąca wektorem promienia da się przedstawić graficznie w postaci linii falistej określającej rozmieszczenie amplitudy drgania elektrycznego. W pro-

mieniu odbitym amplituda ϵ będzie dodatnią
równocześnie z amplitudą e i da linie falistą
o większej amplitudzie, przeto natężenie E , będzie
dodatnie, gdy E będzie dodatnie, zatem będzie
skierowane w ogóle przeciwnie niż E , w rezul-
tacie więc kierunku elektrycznego natężenia wchwi-
li odbicia się promienia od powierzchni ciała
optycznie gęstszego od ośrodka, w którym się pro-
mien porusza przed odbiciem zmienia się na
przeciwny. Odpowiada to zjawiskom znanym
z akustyki, iż fala głosowa uderzając o twardą
osłonę zmienia znak po odbiciu; podobnie tęta
przytępienie do twardego przedmiotu uderzą,
słuch daje fałs, która po odbiciu przesuwa się na
przeczną stronę i wraca o przeciwną amplitudę;
gdyż następuje to odbicie od wolodnej powierzchni
nie ma zmiany kierunku w drganiu fali odbitej;
podobnie i to nas, gdy przez innemu przypadek, gdy
promień światłany wchodzi do ośrodek optycznie

rzadziej, wtedy będzie $\alpha < \beta$ i jeśli oznaczamy,
my, iż kąt padania α jest taki, że $\alpha + \beta < 90^\circ$
wtedy $\frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} < 0$ i gdy amplitudę
a iwaranc' będziemy za dodatnią, wówczas
 $b < 0$ czyli E_1 i E będą jednako skierowane,
w chwili oddziaływania nie ma przeskoku fazy i obu
wektorów E i E_1 idą w tę samą stronę.

Wyrażenie na b porównała obliczyć' zdolność od-
bijania powierzchni granicznej. Jeżeli na po-
wierzchnię szkła, wody i t.p. puścimy promień
światła otrzymamy promień odbity bardzo słab-
szy od padającego i ten utwórka wstąpi na-
zywamy zdolnością odbijania.

Jeżeli przez I oznaczymy ilość energii, która
w danym czasie wpada przez 1 cm^2 to mamy

$$I = C \alpha^2$$

jeżeli analogicznie I' oznacza natężenie elektrycz-
ne w promieniu odbitym, to mamy

$$I' = C \beta^2$$

Z tego stosunek materiałów

$$r = \frac{y'}{y} = \frac{b^2}{a^2} = \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)}$$

jest miarą zdolności odbijania powierzchni.

Jeżeli by $\alpha + \beta = 90^\circ$ wtedy $\tan(\alpha + \beta) = \infty$ i zdolność odbijania $r = 0$. Wtedy przy pewnym określonym kącie padania zwanym kątem Brewstera, promień odbity wcale się nie tworzy, rozwarstwienie światła to spolaryzowane wcale się nie odbija, odpowiadającego drgania elektrycznego E , w płaszczyźnie padania wcale nie ma.

Z prawa Snelliusa $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ otrzymujemy t. zw. prawo Brewstera w formie porzeczniej wyrażonej

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin(90 - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \quad \text{Stwierdzić:}$$

Materiał światła odbitego, w którym materiał elektryczny dla tylko współrzędnej padania, staje się zerem wtedy, gdy styżna kąta padania staje się równa współrzędnej zatamania dla dwóch danych ośrodków.

Ten rezultat Brewstera jest dla nas szczególnie

nie interesującym, prawiła bowiem dość odpowiedź
na pytanie, jak jest położony wektor elektryczny
względem płaszczyzny polaryzacji, która się okre-
śla na drodze czysto empirycznej. Przyjemna zmi-
niania się światła rozkładu na prostolinię nie po-
zwolane leży w tem, że można promień rozkła-
da światła uważać za wypadkową dwóch promie-
ni idących obok siebie. Jeżeli tedy odpowiednio
rzucimy jakiegokolwiek światła na tafłę szklaną,
to możemy uważać, że promień rozpadł się na
dwie, z których jeden droga w płaszczyźnie padania,
nie a drugi w płaszczyźnie prostopadłej do płaszc-
czyzny padania i jeżeli odbicie następuje pod
kątem Brewstera wtedy wytracają się po-
laryzacja objawia się zniknięciem jednego z tych
światł składowych, znikanie zaś musi ten, który
obliczyliśmy t.j. w którym drganie elektryczne
odbija się w płaszczyźnie padania; obserwujemy
bowiem, że światło, w którym E droga prostopadła

do płaszczyzny padania nie zmika przy zmiennym kącie padania. Zatem płaszczyzna, którą empirycznie definiujemy na podstawie prawa odbicia jako płaszczyznę polaryzacji jest prostopadła do elektrycznego Elementu. Znajdujemy w ten sposób rozwiązanie, nie kwestyj, która przez wiele lat była spornym przedmiotem optyki, nie można bowiem było dościsnąć, czy Element światła spolaryzowanego odbijający się o płaszczyznę polaryzacji, czy o płaszczyznę do niej prostopadłą - wyniki nasze potwierdzają to ostatnie przypuszczenie w odniesieniu do Elementów elektrycznych.

Treba jeszcze dodać, że znając amplitudę światła odbitego b i padającego a można już z równania x) określić amplitudę c światła załamane.

$$c = a \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}$$

i gdybyśmy przypuszczali tutaj $\alpha + \beta = 90^\circ$, c nie miałaby zachowywać wartości rzeczywistej. Formuła ta jest zresztą mniej ważna, gdyż zasada b i a

pozwała odrazu wnioskować o amplitudzie c i o na-
tężeniu światła, które na mocy zasady zachowania
energii i w przypuszczeniu, że fale elektromagne-
tyczne, czyli światło przechodzą przez doskonały
izolator, gdzie nie ma prądu Ohma zatem nie
ma absorbcji, wynosi $I - I_1 = I_2$

Zajmijemy się teraz przypadkiem całkowitego od-
bicia, wychodząc znówu z ogólnych równań
równań, stosując się do wszystkich przypadków

$$(6) \frac{a - be^2}{a + be^2} \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = \frac{\cos \beta}{\sin \alpha}$$

Nieboć powstaje promień załamany prawu a za-
tem i lewa strona tego równania muszą być re-
cyprowite. Według prawa Snelliusa mamy

$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$; jeżeli puszczaemy światło
z ośrodka optycznie gęstszego do rzadszego, wtedy
 $\alpha < \beta$ i $\sin \alpha < \sin \beta$ zatem $n < 1$ i jeżeli
puszczamy promień pod kątem takim aby
 $\sin \alpha = n$ wtedy $\sin \beta = 1$ czyli $\beta = 90^\circ$
otrzymamy przypadek graniczny, kiedy

promień załamany ściega się po powierzchni
tłumiącej.

Jeżeli natomiast ujemy kąt α takim, aby $\sin \alpha > n$,
wtedy z prawa Snellusa wypada $\sin \beta > 1$, czemu
nie odpowiada żaden kąt rzeczywisty, nie ma promień
nia załamane go zaś $\cos \beta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \pm i \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha - n^2}{n^2}}$

Prawa strona równania (6) będzie zatem urojona, a więc
i lewa czyli w tym wypadku S musi być różne od
zera i π .

Fakt, że promień załamany nie tworzy się, musi zwró-
cić naszą uwagę, mianowicie, jak to się stać może,
że mając powierzchnię graniczną, na której odbywa
się drganie elektryczne i magnetyczne, cząstki drga-
jące eteru nie reprezentują drgania w ośrodku
drugim. Zgadza się to z rezultatem zasady Huygensa,
według której fala padająca nie daje wtedy fali
załamanej, gdyi wzbudzone na powierzchni gra-
nicznej drgania nie tworzą się, by dać falę wypad-
kową i przekona nas dyskusja analityczna opar-

ta na teorii elektromagnetycznej, że światło wnika
wprzewodzie i w ten drugi ośrodek, ale tylko na
nieco mniejszą głębokość, jeśli ono
pada pod kątem wiekszym, niż kąt graniczny i jak
zobaczymy światło istnieje poza powierzchnią gra-
niczną, ale o amplitudzie bardzo szybko zanikającej;
tak, że w głębokości równej długości fali świetlnej
natężenie światła jest już niezauważalne.

Celem analitycznego znalezienia wartości wektora
elektrycznego E_z i magnetycznego H_z w środku dru-
gim, rozważamy przypadek, gdy na powierzchni
granicznej pada promień światła o natężeniu elek-
trycznym

$$E = ae^{i\omega t}$$

i kiedy to,

czy się promień załamany pod kątem β , któremu
odpowiada drganie wektora elektrycznego

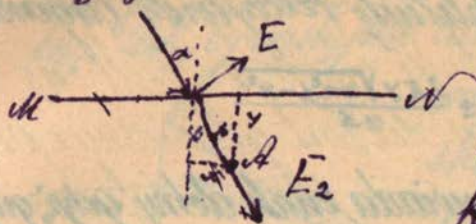
$$E_z = ce^{i(\omega t + \delta)}$$

na samej

powierzchni granicznej; gdzie oznaczenia są
nam już znane z poprzednich rozważań.

Wziemy jakiś punkt A w głębi ośrodka drugiego

odległy o p od punktu padania. W takim punkcie będą



$$E_2 = c e^{i(\omega t - \frac{2\pi p}{\lambda} + \delta)}$$

a więc drganie w tym punkcie będzie względem poprzecznego

wiecu w fazie wcześniejszej o $\frac{2\pi p}{\lambda}$. Obliczając współrzędne punktu A przez x, y wektor

$$p = x \sin \beta + y \cos \beta = x \frac{\sin \alpha}{n} + y \cos \beta$$

Zatem wektor elektryczny

$$E_2 = c e^{i(\omega - \frac{2\pi x \sin \alpha}{n \lambda} t + \delta)} e^{-i \frac{2\pi y \cos \beta}{\lambda}}$$

W przypadku całkowitego odbicia

$$\sin \beta > 1, \quad \cos \beta = \pm i \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha - n^2}{n^2}}$$

a więc dla amplitudy drgania elektrycznego w punkcie A(x, y) otrzymamy w tym wypadku:

$$E_2 = c e^{\pm \frac{2\pi y \sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{n \lambda}} e^{i(\omega - \frac{2\pi x \sin \alpha}{n \lambda} t + \delta)}$$

Wielkość naszego sposobu rachowania matematyczne ogólnie rozwiązywanie zadania odpowiada tylko ciągłości rzeczywistej zagadnienia fizycznego. Jeśli więc z wyniku naszego weźmiemy tylko część rzeczywistą

wista, to otrzymamy amplitudę rzeczywistą drgania elektrycznego w formie

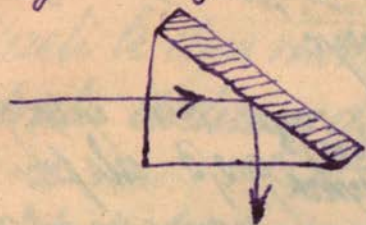
$$E_2 = C \cdot e^{\pm \frac{2\pi y \sqrt{n^2 k^2 - n^2}}{n^2}}$$

Przypadekowi zerowemu odpowiada znak dodatni, gdyż, gdy byśmy wzięli znak ujemny, to znaczyłoby, że w miarę wzrostu y rosnęło natężenie światła, co jak wiemy, byłoby w sprzeczności z doświadczeniem.

Znaleźliśmy więc, że mając przypadek całkowitego odbicia, nie można powiedzieć, że światło de drugiego ośrodka całkiem nie wnika, przeciwnie w drugim ośrodku mamy nieregularnie cienką warstwę światła o amplitudzie bardzo szybko znikającej, gdyż, założając $y = \lambda$ już mamy z ostatniego wzoru amplitudę bardzo małą, tak że w odległości dwóch lub trzech długości fali już tego światła nie można było zwać.

Wynik ten nie jest czysto teoretyczny, są sposoby eksperymentalne badania tego światła wnikającego w ośrodek drugi mimo całkowitego odbicia.

Wziemy n.p. pryzmat, na który puszczaemy promień światła tak, by nastąpiło całkowite odbicie; wtedy na po-



wieralnym odbijającej powierzchnii skonstruować mierniemiare płytkę warstwową światła, którego obrotu możemy stwierdzić przez przy-

łożenie n.p. płytki szklanej i przez wywołanie w ten sposób interferencji.

Przystępujemy do obliczenia wartości amplitudy światła odbitego całkowicie i ewentualnej różnicy faz.

W tym celu musimy się znowu powrócić do równania

$$(7) \frac{a - be^{i\delta}}{a + be^{i\delta}} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} \quad \text{określającego}$$

w najogólniejszym przypadku zależność między amplitudą światła padającego i odbitego, bez-
tem padania i ratowania.

W tym przypadku $\cos \beta$ jest wielkością ujemną, a więc w prawej stronie muszą też istnieć wielkości ujemne czyli $\delta \neq 0, \delta \neq \pi$. zatem zuchodzi rzeczywiście różnica faz między fa-

mieniem przedstawiamy w odbitym w punkcie na powierzchni całkowitej tamtego; zadaniem zatem będzie nam teraz wartość tego δ obliczyć.

Równania (7) mamy

$(a - be^{\delta i}) \cos \alpha = (a + be^{\delta i}) \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cos \beta$ ale ponieważ $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{1}{n}$, to podstawiając jeszcze za $\cos \beta$ wartość ujętą ze znakiem dołnym mamy

$$(a - be^{\delta i}) \cos \alpha = -(a + be^{\delta i}) i \frac{\sqrt{n^2 \alpha^2 - n^2}}{n^2} \quad \text{lub}$$

$$a \left\{ \cos \alpha + i \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{n^2} \right\} = be^{\delta i} \left\{ \cos \alpha - i \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{n^2} \right\}$$

wprowadzając nowe zmienne s i φ na mocy równań

$$(8) \quad \begin{cases} \cos \alpha = s \cos \varphi \\ \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{n^2} = s \sin \varphi \end{cases}$$

ostatnie równanie przyjmie postać

$$ase^{\delta i} = bse^{\delta i} e^{-\varphi i} \quad \text{lub}$$

$$be^{\delta i} = ae^{2\varphi i} \quad \text{względnie}$$

$$b(\cos \delta + i \sin \delta) = a(\cos 2\varphi + i \sin 2\varphi).$$

Arzbyając to równanie na części rzeczywiste i ujętą otrzymamy własnie dwa równania na szukane wielkości b i δ w postaci

$$\begin{cases} b \cos \delta = a \cos 2\varphi \\ b \sin \delta = a \sin 2\varphi \end{cases}$$

Jeżeli te dwa równania popodniesiemy do kwadratu i dodamy do siebie, to otrzymamy

$$b^2 = a^2 \quad \text{albo, ponieważ } a, b \text{ są amplitudami,}$$

zatem otrzymamy również w wartościach brzojowych

$$a = b$$

wynik, który można było z góry przypuszczać, i który wskazuje, że w przypadku całkowitego odbicia światła promień odbity ma taką samą amplitudę, jak i promień padający.

Jeżeli teraz podzielimy drugie równanie przez pierwsze to mamy $\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} 2\varphi$ czyli $\delta = 2\varphi \pm n\pi$ lub

$$\varphi = \frac{\delta}{2} \pm n \frac{\pi}{2} \quad \text{tak, że}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \left(\frac{\delta}{2} \pm n \frac{\pi}{2} \right) \quad \text{ale z brzojowego}$$

równania (8) przez siebie mamy

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{n^2 \cos \alpha} = \operatorname{tg} \left(\frac{\delta}{2} \pm n \frac{\pi}{2} \right)$$

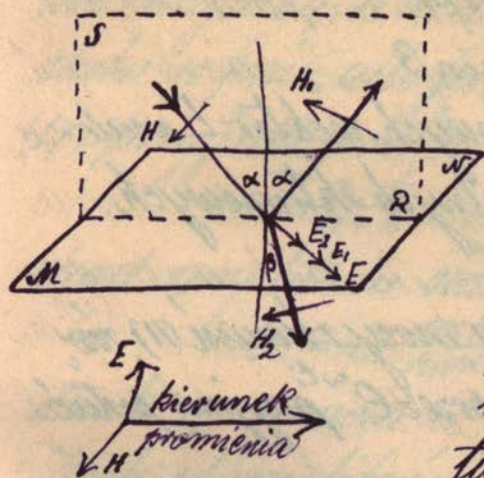
A zatem różnica faz promienia padającego i promienia odbitego zależy od kąta pad.

nia α , od spotykania zatamania n , czyli od
matury obu ciał na których granicy ma miejsce cała,
krośte odbicie.

W ten sposób zostały rozwiązane wszystkie przypadki
ki wchodzące w zakres pierwszej części naszego zagad-
nienia odnoszącego się do problemu światła spolaryzowa-
nego prostoliniźnie w płaszczyźnie padania. Należy
zatem przystąpić do drugiej części, do t.j. do drugiego
zagadnienia Fresnela odnoszącego się do odbijania
się światła spolaryzowanego także wektor elekt-
ryczny drga w płaszczyźnie prostopadłej do płaszc-
zyzny padania. Dla lepszego zdanie sobie spra-
wy z zagadnienia, uzmystowimy sobie wzajem-
ne rozmieszczenie wszystkich wektorów perspek-
tywicznie za pomocą rysunku.

Niech płaszczyzna MT będzie płaszczyzną rozga-
niczającą dwa różne ośrodki, a płaszczyzna SR
płaszczyzną padania, w której znajduje się pro-
mień padający pod kątem α i promień odbity.

W punkcie O promienia wektor E w rozważanym przypadku światła prostoliniźnie spolaryzowanego leży w płaszczyźnie MN ; zaś wektor H jest do niego prostopadły i ma tworzyć według prawa Poyntinga z kierunkiem E i promieniem światła układ prawy, zatem jest skierowany, jak to na figurze uwidocznił, leży w płaszczyźnie padania i tworzy z powierzchnią tamiają



kat α . Ponieważ w punkcie O wektor E , leży równie w płaszczyźnie MN i jest do E równoległy, a zatem schodzą się ze sobą i różnią się tylko o stałą; podobnie i wektor E_2 w punkcie O będzie wraz z poprzednimi znów na jednej linii.

Podobnie, jak poprzednio założymy

$$^{(u)} \begin{cases} E = ae^{i\omega t}, & E_1 = be^{i(\omega t + \delta)}, & E_2 = ce^{i(\omega t + \delta')} \\ H = a\sqrt{\kappa_1}e^{i\omega t}, & H_1 = b\sqrt{\kappa_1}e^{i(\omega t + \delta)}, & H_2 = c\sqrt{\kappa_2}e^{i(\omega t + \delta')} \end{cases}$$

i do tych wektorów stosujemy znane nam warunki graniczne. Otrzymamy równania

$$(12) \quad E + E_1 = E_2$$

$$(13) \quad H \cos \alpha - H_1 \cos \alpha = H_2 \cos \beta$$

$$(14) \quad H \sin \alpha + H_1 \sin \alpha = H \sin \beta$$

Ponieważ normalnych składowych wektor E wcale nie ma zatem nie ma i normalnych składowych indukcji elektrycznej

Wykonując podstawienie na mocy równań (11), równania (12) i (13) po skróceniu przez E^{st} przyjmijmy postać

$$(15) \quad a + b e^{\delta_i} = c e^{\delta_i}$$

$$a \sqrt{\kappa_1} \cos \alpha - b \sqrt{\kappa_1} e^{\delta_i} \cos \alpha = c \sqrt{\kappa_2} e^{\delta_i} \cos \beta,$$

a wprowadzając znany związek $\frac{\sqrt{\kappa_2}}{\sqrt{\kappa_1}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

ostatnie równanie warunkowe przyjmie formę

$$(16) \quad a \cos \alpha \sin \beta - b e^{\delta_i} \cos \alpha \sin \beta = c e^{\delta_i} \sin \alpha \cos \beta$$

Z równania (14) po podstawieniu wartości (15), otrzymujemy znów równanie (16).

Podzielając równanie (16) przez (15) otrzymujemy

$$(17) \quad \frac{a - b e^{\delta_i}}{a + b e^{\delta_i}} \cos \alpha \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta.$$

z którego to równania podobnie jak poprzednio wyprowadzimy wniosek do odbicia się światła.

Jeżeli tworzy się promień załamany, to β ma wartość rzeczywistą, a wtedy $\delta = 0$, tzn. że nie ma skoku w fazie, albo jest skok o 180° ; równanie (17) przyjmie postać

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \sin \beta}$$

skąd amplituda światła odbitego

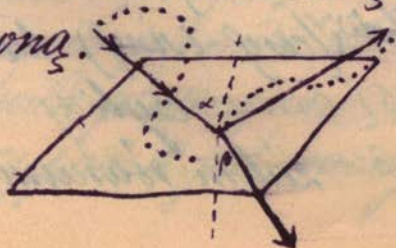
$$b = -a \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

znak (-) oznacza że $\delta = \pi$.

Jeżeli odbierzemy c, co zresztą jest mniej intuicyjne to

$$c = a \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Gdy mamy $\alpha > \beta$ czyli przejście światła z ośrodka optycznie rzadszego do gęstszego, to $b < 0$ czyli następuje odbicie fali ze zmianą kierunku, podobne do odbicia się fali akustycznej na powierzchni.



Przeciwnie gdyby było $\alpha < \beta$, wtedy $b > 0$.

więc w promieniu odbitym natężenie elektryczne nie będzie przerzucone na drugą stronę, lecz będzie miało ten sam znak, co w promieniu padającym; w tym przypadku natężenia elektryczne w promieniu padającym i odbitym będą się dodawały zatem wzmacniały, podczas gdy poprzednio się odejmowały.

W przypadku całkowitego odbicia, wypadnie tak samo, jak w przypadku światła spolaryzowanego, go prostopadle do płaszczyzny padania

$$\cos \beta = -i \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{n}$$

Żeby znaleźć b i δ podstawiamy ostatnie wyrażenie w równanie (17) oraz związek z prawa Snelliusa i po odpowiednim zredukowaniu otrzymamy

$$a(\cos \alpha + i \sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}) = b e^{\delta i} (\cos \alpha - i \sqrt{\sin^2 \alpha - n^2})$$

a wprowadzając wyrażenie już powyżej podstawienie (8) możemy równanie to napisać w formie

$$a s(\cos \varphi + i \sin \varphi) = b e^{\delta i} s(\cos \varphi - i \sin \varphi) \text{ lub}$$

$$a e^{\varphi i} = b e^{\delta i} e^{-\varphi i}$$

$$b e^{\delta i} = a e^{2\varphi i}$$

czyli
zatem równanie

które snownu rozpada się na dwa; pierwsze z nich daje
 $a = b$ tzn. że ampli.

tuda czyli natężenie w świetle odbitym jest równa amplitudzie światła padającego, co usprawiedliwia nazwę całkowitego odbicia.

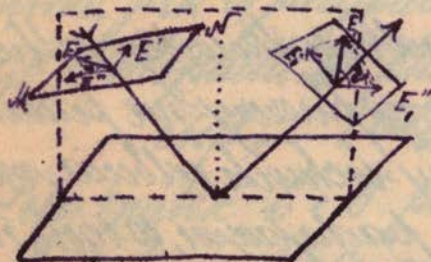
Równanie resz drugie odnosi się do części ugiętej daje $\delta = 2\varphi$ stąd $\tan \frac{\delta}{2} = \tan \varphi$ a na mocy (8)
$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{\cos \alpha}$$

Widzimy więc, że i w przypadku całkowitego odbicia się światła spolaryzowanego w płaszczyźnie padania zachodzi nagła zmiana fazy w chwili odbicia między promieniem odbitym a padającym, w ogóle różna od różnicy faz w przypadku całkowitego odbicia się światła spolaryzowanego prostopadle do płaszczyzny padania.

Zajmiemy się teraz zjawiskiem odbicia w przypadku ogólnym, kiedy na powierzchni nie rzucimy promień światła spolaryzowanego a jakiegokolwiek płaszczyźnie, ale prostopadłej, któryto przypadek jest ważny ze względu na szerokie

zastosowanie praktyczne.

Żeby ustosunkowanie geometryczne, jakie zachodzi między promieniem padającym, odbitym, płaszczyzną taniącą i padania, połamie, padamy per. Spektrowy rzynek, uwidoczniając drugie wektora E w płaszczyźnie do promienia prostopadłej; resztą drugie dowolne co do kierunku.



Zatem wyobraźmy sobie płaszczyznę MN ustawioną prostopadle do promienia i na niej znajdujący się wektor E światła padającego spójnego

rozrównanego co jakimkolwiek kierunku, oznaczamy go u nas strzałką E . Rozłożymy wektor E na dwie składowe, jedną równoległą, a drugą prostopadłą do płaszczyzny padania, oznaczamy je przez E' i E'' . Położenie płaszczyzny polaryzacji można określić za pomocą t.zw. azymutu t.j. kąta, jaki płaszczyzna polaryzacji zawiera z płaszczyzną padania, albo co na jedno wychodzi, kąt jaki wektor E zawiera

z prostopadła do płaszczyzny padania n.p.kat u , także
tg $u = \frac{E'}{E''}$. Znajomość kąta u wskazuje
położenie płaszczyzny polaryzacji i wektora światła
tego względem płaszczyzny padania.

Jeżeli przyjmiemy drganie odpowiadające światłu
jednorodnemu i założymy, że wektor E światła pa-
dającego da się wyrazić wzorem

$$E = a \cos \omega t.$$

w takim razie składowa równoległa do płaszczyzny
padania

$$(19) \quad E' = a \cos \omega t \sin u$$

a składowa prostopadła do tej płaszczyzny

$$E'' = a \cos \omega t \cos u$$

t.zn. że światło padające rozpada się na dwa pro-
mienię do siebie prostopadłe spolaryzowane jeden
w płaszczyźnie padania, drugi prostopadłe do niej
zgodnie do fazy ωt ale różniące amplitudą,
która dla pierwszego wynosi $a \sin u$, a dla
drugiego $a \cos u$. Każde z tych promieni E' i E''
oddziwry się zmienną amplitudą według wzoru

Fresnela odpowiednia na E_1' i E_1'' potrzone znowu E_1' to płaszczyznę padania, E_1'' prostopadłe do tejże.

Według wzoru Fresnela mamy

$$E_1' = a \sin u \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \cos \omega t$$

$$E_1'' = -a \cos u \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \cos \omega t$$

znak (-) oznacza, że w świetle odbitem składowa E_1'' idzie przeciwnie niż E_1' .

Te dwie składowe są znowu współzawisłe, którą się na światło spolaryzowane prostoliniowe o pewnym określonym kierunku E_1 , a którego płaszczyznę polaryzacji będzie znowu zawierała z płaszczyzną padania kąt ψ odmienny od kąta u , t.j.m. że arymut płaszczyzny polaryzacji w świetle odbitem jest odmienny od arymutu w świetle padającym. Wartość tego arymutu dana jest przez

$$\frac{E_1'}{E_1''} = \tan \psi = -\tan u \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta)}$$

W każdym zatem wypadku znajomość kąta padania, załamania i współczynnika załamania pozwala obliczyć wartość arymutu.

Inaczej przedstawia się rachunek, gdy chodzi

o całkowite odbicie z pewną nagłą zmianą fazy
dotyczącą zarówno składowej E' jak i E'' o równy
stopień; stąd wynika, że przy całkowitem odbiciu
światło prostoliniajnie spolaryzowane zamieni się na
światło eliptycznie spolaryzowane. Amplitudy skł.
składowych drgania w świetle odbitym są odpo-
wiednio te same, co w świetle padającym. A więc
składowa E' dla po całkowitem odbiciu składowa,
którą na mocy poprzednich wzorów możemy napisać

$$(20) \quad E' = a \sin \mu \cos(\omega t + \delta')$$

Tak samo E'' po odbiciu wytworzy drganie

$$(21) \quad E'' = a \cos \mu \cos(\omega t + \delta'')$$

Wartości na δ' i δ'' można określić z równań

$$\operatorname{tg} \frac{\delta'}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{n^2 \cos \alpha}; \quad \operatorname{tg} \frac{\delta''}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{\cos \alpha}$$

Wiemy, że ilekroć składowy dwa promienie
pierwotnie współfazowe z jednego źródła pocho-
dzące, między którymi wytworzyta się pewna
różnica faz - u nas $\delta' - \delta''$ - będziemy mieli
i t., to otrzymujemy w ogóle światło spolaryzowane.

wzrost eliptyczny, przyczem potocznie elipsy nade-
wieć będzie od różnicy $\delta' - \delta''$. Łatwo sprawdzić
że powyższe elementarna formuła trygonometryczna
mamy $\text{tg } \frac{\delta' - \delta''}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{\sin \alpha \text{ tg } \alpha}$

Widimy, że gdy $\delta' - \delta'' = 0$ mamy drganie po linii
prostej, a gdy $\delta' - \delta'' = \frac{\pi}{2}$ mamy drganie po elipsie
odchylonej do osi głównych, a gdyby jeszcze amplitu-
dy tych drgań były sobie równe to mielibyśmy potra-
fiące koła, najwzajemniejszą w praktycznej op-
tyce; równość amplitud zachodzi zaś jak to wynika
z równań (20) i (21) wtedy gdy $n = 45^\circ$ ten.

gdy na granicy tamtejszą rzućmy światło spolary-
zowane prostoliniowo, takie by "staszczona polary-
zacji tworzyła z "staszczoną padającą kąt 45° ,
wtedy składowe będą jednakie i otrzymamy światło
spolaryzowane kołowe, jeżeli różnica $\delta' - \delta'' = \frac{\pi}{2}$.
Jeżeli b. iny mieć do czynienia n.p. ze szkłem, to
nie będzie dobrać kąt padania tak, by różnica fur-
była $\frac{\pi}{2}$. Fresnel postępuje w ten sposób, że przez

dwie kolejne odbicia całkowite uzyskuje światło koher.,
to spolaryzowane, allowiem rozważać odbicie na
graniczy szkła i powietrza mamy $n = \frac{1}{1.51}$ i okazu-
je się że dla $\alpha = 54^\circ 37'$ otrzymujemy $\delta' - \delta'' = 45^\circ$
a więc po drugim takim samym odbiciu otrzymu-
je się $\delta' - \delta'' = 90^\circ$

Przyrządem bardzo użytecznym przy otrzymywaniu
tak spolaryzowanego światła jest t.zw. romb fresne-
lowski; jest to równoległoscian szklany ścięty dwoma
płaszczyznami nachylenymi do ścian równoległych
pod kątem $\alpha = 54^\circ 37'$ jeżeli promień pocho-
dzący z nikolu, spolary-



zowany pod kątem 45°
puszczamy prostopadłe na

ścianie, to po dwukrotnem odbiciu się pod kątem $\alpha = 54^\circ 37'$
promień ten wyjdzie z rombu fresnelowskiego jako pro-
mień koher. spolaryzowany.

Przyrząd ten zastępuje brzościwość t.zw. ćwierćfal-
ki robione z tytanu obróconej grubości, powodują

ce różnicę dróg równą $\frac{1}{4}$ fali; dające zatem różnicę światła kołisto spolaryzowane, gdyż różnica faz o 90° jest równoważną różnicy dróg równej $\frac{1}{4} \lambda$. Mamy zatem proste i dokładne sformułowanie teorii, którą wyprowadziliśmy wychodząc z teorii elek. i magnetycznej.

Prostą jest jeszcze jeden temat odnoszący się do odbijania światła, mianowicie kwestya odbicia światła rozpraszającego. Zasadą powszechną poprzecznie można i tutaj stosować, gdy się tylko oprzemy na zasadzie, że promień światła rozpraszającego można uważać za wypadkową dwóch promieni, czyli dwóch rodzajów światła spolaryzowanych prostoliniźnie w dwóch jakichkolwiek zupełnie dowolnych i prostopadłych do siebie płaszczyznach, z jednakową częstotliwością i natężeniem ale zupełnie niezależnych co do fazy, które mogą się zmieniać w sposób zupełnie dowolny i przypadkowy.

$$Y_1' = Ca^2 \frac{\tan^2(\alpha-\beta)}{\tan^2(\alpha+\beta)} ; \quad Y_1'' = Ca^2 \frac{\sin^2(\alpha-\beta)}{\sin^2(\alpha+\beta)}$$

a całkowite natężenie światła odbitego

$$Y_1 = Y_1' + Y_1'' = Ca^2 \frac{\tan^2(\alpha-\beta)}{\tan^2(\alpha+\beta)} + Ca^2 \frac{\sin^2(\alpha-\beta)}{\sin^2(\alpha+\beta)}$$

a ponieważ $Ca^2 = \frac{1}{2} Y$ przeto

$$Y_1 = \frac{1}{2} Y \left[\frac{\tan^2(\alpha-\beta)}{\tan^2(\alpha+\beta)} + \frac{\sin^2(\alpha-\beta)}{\sin^2(\alpha+\beta)} \right].$$

Stąd zależność oddziaływania $r = \frac{Y_1}{Y}$ nie zależy wcale od amplitudy światła, lecz tylko od kąta padania i załamania, czyli jest ta sama dla światła silnego, co i słabego.

Ponieważ natężenia Y_1' i Y_1'' są w ogóle różne, przeto światło odbite nie będzie już światłem rozpraszającym jak padające, gdyż znoszą jeden z tych dwóch składowych kierunków natężenia będzie miał przewagę, otrzymamy to, co się nazywa światłem częściowo spolaryzowanym, a które może być uważane za mieszaninę światła rozpraszającego ze światłem prostoliniowo spolaryzowanym. Jeżeli na takie światło patrzeć będziemy przez pryzmat Nicol'a, to nie zaobserwujemy zupełnego wygaszenia w żadnym położeniu Nicol'a, lecz tylko częściowe zmie-

niające się przy obrocie. Niekoniecznie jest to również światło eliptyczne spolaryzowane, gdyż przy wyjściu cięciwy falówek - zmieniły się wskutek wytworzenia różnicy dróg o $\frac{1}{2}$ fali światło spolaryzowane eliptycznie na spolaryzowane prostolinijskie - nie otrzymujemy światła prostolinijskiego spolaryzowanego. Stosunek, w jakim światło spolaryzowane jest zmieszane ze światłem niewymierzonym, będzie zależał od kąta padania; i tak, gdy α jest bardzo małe, to i β będzie niewymierzalnie małe, i możemy napisać: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta}$. Zatem

$$y_1' = \frac{y}{2} \left(\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} \right)^2 \quad \text{oraz} \quad \frac{\alpha}{\beta} = n \quad \text{przy małych} \\ \text{wymierzalnie małych kątach } \alpha \text{ i } \beta \text{ przeto}$$

$$y_1' = \frac{y}{2} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad \text{oraz} \quad y_1'' = \frac{y}{2} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2$$

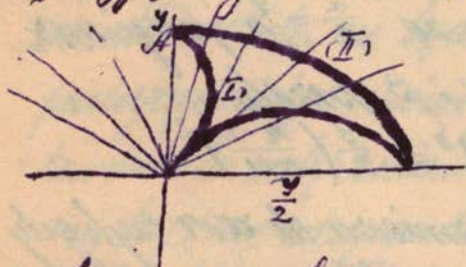
Widać więc, że gdy kąt α zmierza do zera, czyli gdy światło pada prostopadle na powierzchnię, wtedy oba ułamki y_1' i y_1'' dążą do wartości wspólnej, z tego zaś wynika, że w tym wypadku światło odbite będzie również światłem niewymierzonym, chociaż różnym od padającego w stosunku $\left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2$.

Podobnie, gdybyśmy zatoryli, że kąt α rośnie się do 90° , to znów wzory poprzednie prowadzą do relacji:

$$y_1' = \frac{y}{2} \frac{\tan^2(90^\circ - \beta)}{\tan^2(90^\circ + \beta)} = \frac{y}{2}; \quad y_1'' = \frac{y}{2} \frac{\sin^2(90^\circ - \beta)}{\sin^2(90^\circ + \beta)} = \frac{y}{2}$$

w granicy, gdy β zmierza do 90° . Promień odbity staje się w przypadku $\alpha = 90^\circ$ po prostu przedłużeniem promienia padającego.

Żeby strumień obu składowych I_1' i I_1'' światła odbitego graficznie przedstawić w przypadku ogólnym uważajmy cały szereg kątów padania poczynawszy od 0 aż do $\frac{\pi}{2}$ i przyjaśnijmy natężenie promienia padającego za jed-



nostkę, odcinajmy natężenie odpowiadające składowym światła odbitego na odpowiednich promieniach odbitych,

otrzymamy wtedy dla $\alpha = 0$ na składowe I_1' i I_1'' te same wartości $\frac{y}{2} \left(\frac{\pi-1}{\pi+1} \right)^2$ odpowiadające punktowi A na osi y . Jeżeli kąt α rośnie i przyjmie wartość kąta polaryzacji Brewstera, wtedy $\alpha + \beta = 90^\circ$ i promień spolaryzowany prostopadłe do płaszczyzny padania,

odpowiadający zatem drganiu elektrycznemu w płaszczyźnie prostopadłej do materii $\frac{1}{2}$ staje się zerem, poczem dla $\alpha = 90^\circ$ staje się równy $\frac{1}{2}$. Odpowiada to przebiegowi krzywej (I).

Światło natomiast spolaryzowane w płaszczyźnie padania, przedstawiane przez krzywą (II) zachowuje się zupełnie regularnie wmagajac materię od $\frac{1}{2} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2$ dla $\alpha = 0$ aż do $\frac{1}{2}$ dla $\alpha = 90^\circ$. Tak, że natężenie światła odbitego będzie się równać sumie tych składowych, wchođzących jednak w miarowej ilości do sumy, ale ponieważ i przewagę mieć będzie stále $\frac{1}{2}$ nie gładka, ce przy kącie polaryzacji, przeto światło odbite będzie spolaryzowane w części w płaszczyźnie padania z wyjątkiem tych dwóch granicznych położeń $\alpha = 0, 90^\circ$ gdzie następuje z równanie się natężeń $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$.

Naturę tego światła spolaryzowanego można sobie łatwo wyobrazić; mamy bowiem

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) + 2 \frac{1}{2}$$

i nadwyżka będzie odpowiadająca światłu spolaryzowanemu t.j. nadwyżka $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$ a $2 \frac{1}{2}$ światła zwy-

czajnemu. Ten udział światła spolaryzowanego będzie róż-
ny, zmienny zależnie od tego, pod jakim kątem pada-
nia rzecz rozważamy; przy kącie Brewstera jeden
z nich znika i zostaje tylko światło całkowicie spolary-
zowane w płaszczyźnie padania.

Te same uwagi dotyczą się światła przepuszczonego, gdyż
uwarunkowania substancje doskonale przezroczyste, zatem
nie ma absorpcji i musi się stoworzyć zasada zachowa-
nia energii $I = I_1 + I_2$ lub $I_2 = I - I_1$, co mo-

żemy napisać $I_2 = I - (I_1^2 I_1' - 2 I_1'$
gdzie I i $2 I_1'$ będą światłem zaryzycznym zis' różni-
ca $I_1 - I_1'$ światłem spolaryzowanym, tzn. że z ko-
mierzności jeżeli światło odbite jest światłem częściowo
spolaryzowanym, to to samo musi być i światło prze-
transmisyjne i to gdy pierwsze jest częściowo spolaryzo-
wane w płaszczyźnie padania, to drugie prostopadle
do tej płaszczyzny. Jak wiadomo, jeżeli na szybę
szklaną rzucimy światło nawet dookreślnie pod kątem
Brewstera, to światło przepuszczone otrzymamy
tylko mały procent światła spolaryzowanego, gdy jest

nak to światło przepuścimy jeszcze przez cały stos szklany, otrzymamy po wyjściu dostatecznej ilości jest światło przepuszczone prawie zupełnie spolaryzowane prostopadle do płaszczyzny padania.

Stąd, tę teorię wyprowadziliśmy w założeniu, że ciałko, elek. w którym przechodzi się zjawisko elektromagn., typowe jest doskonałym rezonatorem czyli, że przewod., $\mu = 0$; z tego wynika, że w tych przypadkach które pole elektromagnetyczne wniknęło, nie ma prądu Ohma, lecz prądy dielektryczne nie wytwarzające zatem ciepła Joule'a i przez takie ośrodki przechodzi elektromagnetyczna bez uszczerbku w wnętrzu, bez absorbcji. Ośrodkami takimi byłoby próżnia, inne zaś ośrodki przez rozrytkę zbliżają się mniej lub więcej do tego przypadku granicznego.

Zajmijmy się zechorowaniem się ferli elektromagnetycznej w ośrodku, którego $\epsilon \neq 0$. Zgodny już mamy przypuszczać, że takie ośrodki nie będą przewodzić ferli elektromagnetycznej bez absorbcji, lecz będą zmniejszać jej natężenie i to tem bardziej, im większe będzie przewodnictwo

takiego ośrodka. Do tego przypadku zblizają się naj-
bardziej metale, o których nie możemy powiedzieć, by by-
ły absolutnie nieprzekroczyste, n.p. cienkie listki złota prze-
puszczają w znacznej ilości światło barwy zielonkawej.
Żeby wyjaśnić przypadek $c=0$, musimy wrócić się
wstecz do ogólnych równań różniczkowych, odnoszą-
cych się do elektromagnetycznych zaburzeń w jakimś
kończącym ośrodku, któremu należy przypisać nie tylko
elektryczną i magnetyczną przenikalność k i μ ale i prze-
wodnictwo elektryczne. Wektory E i H we wszystkich
swych składowych czynią razem jedynemu ogólnemu
równaniu brzmieńkowemu:

$$\Delta \varphi = k\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + c\mu \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$

Znalezienie ogólnego rozwiązania tego równania
bardzo zawarte w przypadku ogólnym, pod względem
matematycznym, upraszcza się niemiernie, gdy
choćby o pewien określony typ elektromagnetycznego
zaburzenia, jeśli się ograniczymy do rozwiązania
tylko takich pól, w których wektory E i H zmieniają
się proporcjonalnie do jakiejś kołowej funkcji

harmonicznej czasu, w szczególności gdy założymy

$$\varphi = \text{Const. } f(x, y, z) \cos \frac{2\pi t}{T}$$

Rozwiązanie to określa pole elektromagnetyczne, które w danym punkcie statym zmienia się proporcjonalnie do $\cos \frac{2\pi t}{T}$ z tym samym światłem jednostajne.

Jeżeli do tego rodzaju rozwiązania ograniczymy się, to stosując powyższy sposób rachowania całka tego równania sprowadzi się do bardzo prostej formy, identycznej z rozwiązaniem odnoszącym się do sprężynki cięt przezroczystych gdy $c=0$ w formie

$$\varphi = C e^{i\omega t} f(x, y, z)$$

Żeby okazać, że tego rodzaju funkcja spełnia równanie różniczkowe obliczmy

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = i\omega \varphi \quad ; \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\omega^2 \varphi \quad *)$$

a podstawiając to w zasadnicze równanie, mamy

$$\Delta \varphi = -k\mu \omega^2 \varphi + i c \mu \omega \varphi \quad \text{albo}$$

$$(1) \quad \Delta \varphi = -\mu \omega^2 (k - i \frac{c}{\omega}) \varphi$$

i jeśli odpowiednio do tego wyznaczymy wartości φ jako funkcji x, y, z , to równanie będzie spełnione.

Gdybyśmy mieli ośrodek izolujący to $\epsilon = 0$ i wtedy to równanie sprowadza się do kształtu

$$(2) \quad \Delta \varphi = -u \omega^2 k \varphi \quad \text{namoczy} *$$

jako więc kształt obu ostatnich równań jest taki sam, z tą tylko różnicą, że zamiast wielkości rzeczywistej k , wchodzą tam wielkość złożona, którą oznaczamy

$$K = k - i \frac{\epsilon}{\omega}$$

i wtedy w przypadku ogólnym równanie (1) możemy napisać w postaci analogicznej do równania (2)

$$(3) \quad \Delta \varphi = -u \omega^2 K \varphi$$

gdzie K , wielkość złożona z części rzeczywistej i urojonej przez analogię do k w równaniu (2) nazywamy także zdolnością elektryczną w ogóle. Wiadac więc, że wszystkie warunki przeprowadzone dla równania (2) można dostosować porównując odnośnie do równania (3). W ten sposób teoria ciał przewodzących sprowadza się od razu do teorii ośrodków przewodzących prąd elektryczny. Łatwo do poprzednich wyników wystarczyć, bo wprowadzenie wskazaną substitucję i otrzymamy rozwiązania, których część rzeczywista będzie być

rozróżniane zjawiska fizyczne. Wielkość K określa
tę samą takie rzeczy jak współczynnik załamania
lub prędkość światła doprowadzi nas do bardzo prostych
wyników, gdy w rezultacie ograniczymy się do rzeczy
wzajemnych wielkości. Jeżeli v_0 oznacza prędkość rozchodzenia
się światła w próżni, a v prędkość w danym
ośrodku, którego zdolność elektryczną oznaczamy
przez K , to otrzymamy

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}}; \quad v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$$

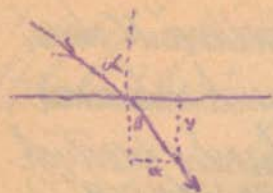
wskutek tego współczynnik załamania N w rozwa-
żanym ośrodku

$$N = \frac{v_0}{v} = \sqrt{\frac{K}{\epsilon_0}} \quad \text{albo}$$

$$(4) \quad N = v_0 \sqrt{K - i \frac{\sigma}{\omega}}$$

Podobnie wyrażenia na wektor elektryczny i mag-
netyczny poprzednio wypisane zachowują znaczenie
i w ubranym przypadku, tak, że jeśli wezmę światło
to wiążące wewnątrz metalu, to jako wyrażenie
na wektor elektryczny w jakimś punkcie x, y, z w głębi
metaliku będzie

$$(5) \quad E = c e^{\omega \left(t - \frac{x \sin \beta + y \cos \beta}{v} \right) + \delta i}$$



Jeżeli oznaczymy $ce^{i\omega t} = C$

to wektor elektryczny

$$E = Ce^{i\omega(t - \frac{x \sin \beta + y \cos \beta}{v})}$$

W wyrażeniu tem wielkość C może być również uważana za amplitudę w ośrodku drugim, ale uogólnijmy tak, że ilekroć otrzymamy tego rodzaju wyrażenie na amplitudę to to będzie znaczyło, że rzeczywista amplituda jest modulem tego wyrażenia, a kąt δ , który stoi w wykładniku wskazuje różnicę faz. Żeby wyrazić $\sin \beta$, $\cos \beta$ figurujące w równaniu na E przekształcić możemy, że musi istnieć związek

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = N = \frac{v_0}{v} \quad \text{zatem} \quad \frac{\sin \beta}{v} = \frac{\sin \alpha}{v_0} \quad \text{skąd}$$

$$\text{ponieważ} \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{N^2}} \quad \text{przeto}$$

$$\frac{\cos \beta}{v} = \frac{1}{v_0} \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}$$

Beckie rzeczy korzystną, zamiast słotyche asowych startych elektrycznych k i c wprowadzić nowe stałe n i k , które można będzie nazwać stałymi optycznymi, gdyż mają one pewne proste znaczenie fizyczne w optyce. Wprowadzamy je na

podstawie równania

$$\frac{1}{v_0} \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{v_0} (n - \kappa i)$$

Podnosząc to równanie do kwadratu, mamy na mocy (4)

$$n^2 - \kappa^2 - 2n\kappa i = v_0^2 (k - i \frac{c}{\omega}) - \sin^2 \alpha$$

a rozkładając na część rzeczywistą i urojoną, otrzymamy

$$(6) \begin{cases} n^2 - \kappa^2 = v_0^2 k - \sin^2 \alpha \\ n\kappa = \frac{v_0^2 c}{2\omega} \end{cases}$$

z których to równań możemy wyznaczyć n i κ jako funkcje k i c . Ale przekonamy się że te wielkości są jeszcze zależne od kąta padania; będzie więc rzeczą korzystną wprowadzić jako dane stałe wartości, które przyjmują n i κ w przypadku, gdy światło pada prostopadłe, t. j. gdy $\alpha = 0$; oznaczając te nowe stałe przez n_0 i κ_0 mamy z równań (6) równania

$$(7) \begin{cases} n_0^2 - \kappa_0^2 = v_0^2 k \\ n_0 \kappa_0 = \frac{v_0^2 c}{2\omega} \end{cases}$$

z których n_0 i κ_0 wyznaczymy jako absolutne stałe nie zależne od kąta padania; nazywają się one odpowiednio współczynnikiem załamania i współczynnikiem ekstynkcji.

kąci lub absorpcji. Możemy teraz w przypadku ogólnym dla jakiegokolwiek kąta padania napisać równanie (8) równania (6) napisać w postaci:

$$(8) \begin{cases} n^2 - k^2 = n_0^2 - k_0^2 - \sin^2 \alpha \\ n \cdot k = n_0 k_0 \end{cases}$$

Aby jeszcze uprościć wyrażenie zastaniemy N wyrażenie przez n i k podniesiemy do kwadratu: $\sqrt{N^2 \sin^2 \alpha} = n - k$ to otrzymamy $N^2 = n^2 - k^2 + \sin^2 \alpha - 2nk$, a na mocy równania (8)

$$N^2 = (n_0 - k_0 i)^2$$

Korzystając z wyprowadzonych wyrażen możemy wzór (5) na wartość wektora E wewnątrz metalu napisać

$$(9) \quad E = C e^{-\frac{k \omega y}{v_0}} e^{\omega i (t - \frac{x \sin \alpha}{v_0} - \frac{\pi y}{v_0})}$$

Wyrażenie to tylko w swej części rzeczywistej stanowi szukane rozwiązanie zadania. Określenie amplitudy C mamy czynnik rzeczywisty $e^{-\frac{k \omega y}{v_0}}$, gdzie wszystkie wielkości są dodatnie, wskutek tego najmniejsza wartość ma y , czyli w osi kalenik większej głębokości przez granicę metalu, wykładnik jest tak znaczny, że wyrażenie (9) staje

się utamkiem bardzo małym, innemi słowy obryzanie gęstszemu
trafiające powierzchnię metalu wnikła do niego, ale już w naj-
cieńszej warstwie prawie zupełnie znikła. Żeby mieć przybliżone
wyobrażenie, jak grubą musi być blaszka metalu, przez którą
już światło nie przechodzi, przytoczmy przykład dla $\kappa = 5$.
Żeby ocenić jak szybko znikła
$$e^{-\frac{\kappa \omega y}{v_0}} \quad (10)$$

zdroćmy uwagę na to, że $\omega = \frac{2\pi}{T}$ zatem $\frac{\omega}{v_0} = \frac{2\pi}{v_0 T} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$
więc
$$e^{-\frac{2\pi \kappa y}{\lambda_0}} = e^{-\frac{\kappa \omega y}{v_0}}$$
 przyczem λ_0 oznacza

całą długość fali danego światła w próżni i jeżeli nawet przy-
miemy $\lambda = \lambda_0$ wtedy $e^{-\frac{\kappa \omega y}{v_0}} = e^{-10\pi}$ lub w przybliże-
niu $\frac{1}{10^{13}}$, zatem w metalach w grubości dochodzącej
jednej fali świetlnej natężenie spada do wartości
małego utamka, nie dającego się ocenić; tylko dlatego
się wybie w tak cienkie płaski, że przepuszczają światło.

Druga część naszego rozważania wyraża się w postaci

$$e^{-\omega t} \left(t - \frac{x \sin \alpha}{v_0} \pm \frac{\pi y}{v_0} \right)$$

a porównując to z wyrażeniem odpowiadającym osi
kom przezroczystym t.j.
$$e^{\omega i} \left(t - \frac{x \sin \beta}{v_0} \pm \frac{y \cos \beta}{v_0} \right)$$

gdzie β' oznacza rzeczywisty kąt załamania, a v' rzeczywistą prędkość fali światłej; dochodźmy do wniosku, że i do metalu wnika światło padające w postaci fali światłej; chociaż bardzo szybko zanikającej; figurując tu bowiem w wykładniku funkcya sinusowa zaniżająca x, y w stopniu póżniejszym. Żeby znaleźć prędkość v' światła w metalu, porównajmy ze sobą współczynniki przy x i y ; otrzymamy

$$(11) \quad \frac{\sin \beta'}{v'} = \frac{\sin \alpha}{v_0}; \quad \frac{\cos \beta'}{v'} = \frac{n}{v_0}$$

Gdybyśmy zatem chcieli mówić o przechwyceniu się promienia załamane go w metalu i o prędkości v' rozchodzenia się światła, to należy β' uważać za kąt załamania, v' zaś za prędkość, na które z (11) otrzymamy inne wyrażenia

$$\frac{1}{v'^2} = \frac{\sin^2 \alpha + n^2}{v_0^2}; \quad v = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta'} = \frac{v_0}{n} = \sqrt{\sin^2 \alpha + n^2}$$

jeżeli zachowamy i tutaj zachowamy to samo określenie dla współczynnika załamania co dla ciał przezroczystych. Obie te wielkości zatem zależą od kąta padania i jak wiemy prawo Snelliusa już się tu nie stosuje.

Tę wielkość v mierny ocenimy, gdy założymy $\alpha = 0$, wtedy $v = n_0$ zatem jest wielkością, która przyjmuje

wartość współczynnika załamania, ale tylko przy prostym padaniu.

A zatem znaczenie wspomnianych stałych fizycznych k , v , n_0 jest następujące: k jest współczynnikiem ekstynkcji, powiada jak szybko fala wygasa gdy wnika w metal, zależna jest od kąta α ; v oznacza wielkość, która przy prostym padaniu pendulum przyjmuje na sobie rolę współczynnika załamania.

Określenie to podaje sposób eksperymentalnego wyznaczenia $v = n_0$ za pomocą pryzmatów metalicznych.

Zadanie to udało się rozwiązać Humelowi, który sporządził pryzmaty z metalu lub z rozrywanego metalu tak cienkie, iż otrzymywał światło przepuszczane, które okazało się znacząco mniej zoboczone wskutek fali, tylnego załamania. Okazało się, że n_0 bywa czasem nawet znaczne. Dla miedzi wykazał P. ude że wynosi ono od 0.5 do 0.6 dla światła czerwonego, przepuszczonego przez srebro $n_0 = \frac{1}{2}$, zatem prędkość światła w metalach potęguje się znacznie.

Niektóre n_0 i k_0 można także ze wzorów rachunkiem

wyznaczyć i to jeszcze dokładniej niż bezpośrednio.

Okazało się również, że światło odbite od metalu ulega na powierzchni metalu eliptycznemu spolaryzowaniu.

Zajmiemy się zbadaniem ustroju fali odbitej od powierzchni dobrego przewodnika. Przypuścimy najpierw, że na powierzchni metalu padła fala płaska jednorodna.

Stosując do części odbitej formuły Fresnela i przyjmując na przykład przy padku światła spolaryzowanego prostopadle do płaszczyzny padania, otrzymujemy, oznaczając przez a_1 i b_1 amplitudy światła padającego i odbitego

$$b_1 = a_1 \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}$$

Dla światła spolaryzowanego w płaszczyźnie padania, oznaczając przez a_2 i b_2 amplitudy światła padającego i odbitego, mamy

$$b_2 = -a_2 \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Chcąc w przypadku ogólnym światła prostoliniowo spolaryzowanego w dowolnym kierunku zbadać ustroj fali odbitej rozkładamy dane padające na dwie składowe: jedną w płaszczyźnie padania, drugą do niej pro-

stopadłe i obliczamy amplitudy, jakie mieć będą po odbiciu karida ze składowych osobn. jeżeli b_1, b_2 oznaczają odpowiednie amplitudy w świetle odbitem to stroniek

$$\frac{b_1}{b_2} = -\frac{a_1 \cos(\alpha + \beta)}{a_2 \cos(\alpha - \beta)} \quad \text{odnosi się do osi roduka prosta,}$$

rozrzuconego. Żeby to zastosować do odbicia od osi roduka pochłaniającego światło, musimy zamiast rzeczywistych współczynników wprowadzić urojone

$$N = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_0 - k_0 i$$

gdzie kąt załamania β ma wartość urojoną, zatem i amplitudy b_1, b_2 będą urojone postaci

$$b_1 = b' e^{\delta' i}, \quad b_2 = b'' e^{\delta'' i}$$

gdzie b' i b'' są rzeczywistymi amplitudami odbicia a δ' i δ'' różnicami fazy. Skazujemy zatem stroniek będzie

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{b'}{b''} e^{(\delta' - \delta'') i} = -\frac{a_1 \cos(\alpha + \beta)}{a_2 \cos(\alpha - \beta)}$$

Oznaczmy dla krótkości

$$\frac{b'}{b''} = R, \quad \delta' - \delta'' = \Delta$$

rozwiemy wartości funkcji, dodajemy i odejmujemy od jedności i tak otrzymane równania połączymy przez siebie, to otrzymamy:

- 334 -

$$\frac{1 + e e^{\Delta i}}{1 - e e^{\Delta i}} = \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}$$

Nat zatamania β urojony wyraża się jak wiemy przez

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{N}; \quad \cos \beta = \frac{1}{N} \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}$$

Podstawiając te wartości w ostatnie równanie mamy

$$\frac{1 + e e^{\Delta i}}{1 - e e^{\Delta i}} = \frac{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}} \quad \text{lub wprostociek,}$$

jezeli state opy nie n_0 i n_0 mamy równanie

$$\frac{1 + e e^{\Delta i}}{1 - e e^{\Delta i}} = \frac{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{n_0^2 - k_0^2 - \sin^2 \alpha - 2 n_0 k_0 i}}$$

z którego możemy wyznaczyć stosunek amplitud e i różnicę faz Δ przez spytównanie wielkości rzeczyw. i urojonych do siebie.

Z ostatniego równania można dostrzedz, że płyta metal. liczna nigdy nie może stawić jako polaryzator, gdyż że które powinno zniknąć podczas polaryzacji - ono wyraża stosunek $\frac{b'}{a'}$, zaś b' jest składową wektora elektrycznego prostopadłą do płaszczyzny padania - nie może być zerem, gdyż inaczej prędkość strona równania byłaby wielkością rzeczywistą, równą jedności, co nie ma wogóle miejsca, gdy k_0 i n_0 są od zera odmiennie. A zatem po jakimkolwiek kątem padania odbijamy światło

od lustra metalicznego nigdy nie otrzymamy światła spolaryzowanego

Co się tyczy różnicy faz, weźmy pod uwagę dwa skrajne przypadki: załóżmy, że promień trafia powierzchnię prosta, tu pod kątem $\alpha = 0$, wtedy po prawej stronie równania ostatniego mamy zero, zatem otrzymujemy

$$\rho e^{i\Delta} = -1 \quad \text{ale ponieważ}$$

$$\rho e^{i\Delta} = \rho (\cos \Delta + i \sin \Delta) \quad \text{przeto}$$

$$\rho = -1, \quad \Delta = 0^\circ$$

W przypadku prostopadłego odbicia nie otrzymujemy zatem żadnej różnicy faz, a stosunek amplitud wynosi -1 .

Gdy zaś załóżmy $\alpha = 90^\circ$ to prawa strona staje się nieskończonością i otrzymujemy $\rho e^{i\Delta} = 1$ co daje

$$\rho = 1, \quad \Delta = 0^\circ$$

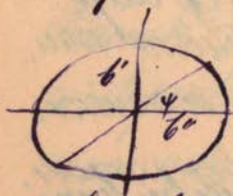
a zatem znowu nie ma różnicy faz.

Gdybyśmy jednak wzięli kąt pośredni między tymi przypadkami, to otrzymalibyśmy w ogóle $\Delta \neq 0$. Między tymi kątami pośrednimi jeden szczególnie jest godny uwagi, wywołany w pomiarach eksperymentalnych

nych, t. zw. główny kąt padania. Jeżeli doberzemy tak kąt padania, by $\Delta = \frac{\pi}{2}$, to powiadaemy, że promień trafia powierzchnię metalu pod kątem padania głównym i wtedy $e^{\Delta i} = 1$ i dla tego głównego kąta padania otrzymamy ostatecznie równanie w formie

$$*) \quad \frac{1 + \rho_0 i}{1 - \rho_0 i} = \frac{\sin \alpha_0 \operatorname{tg} \alpha_0}{\sqrt{n_0^2 - k_0^2 - 2 n_0 k_0 i - \sin^2 \alpha_0}}$$

gdzie α_0 oznacza główny kąt padania. Ten kąt łatwo przenieść doświadczeniowo, gdyż jeżeli promień odbity rozłożymy na dwie składowe E i E' prostopadłą i równoległą do płaszczyzny padania, to gdy one wykazują różnicę faz $\frac{\pi}{2}$ mamy drganie eliptyczne, odmierzone do osi głównych, z których jedna jest prostopadła a druga równoległa do płaszczyzny padania.



Ten przypadek można zatem eksperymentalnie wyróżnić i wyznaczyć kąt α_0 , jeżeli jeszcze wyznaczymy strzałkę obu osi tej elipsy t. j. $\rho = \frac{E}{E'}$ to równanie $*)$ zawiera tylko dwie niewiadome k_0 i n_0 , które można wyliczyć przez rozbięcie tego równania na dwie, przegrupując do siebie

części rzeczywiste i urojone. Jeżeli jeszcze opuszcimy w miarę, niku $\sin^2 \alpha$, jako liczbę bardzo małą, w stosunku do n_0 i n , rachunek uprości się jeszcze bardziej. Oznaczmy jeszcze przez ψ arzymut, który to kąt da się wyznaczyć przez zamienienie za kątem ciworem falbiski, światła eliptycznego na prostolinię spolaryzowaną, którego płaszczyznę drgania będzie zawierała natomiast kąt ψ z kierunkiem prostopadłym do płaszczyzny padania, wówczas $\sin^2 \psi = \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + n_0^2}$

Z równania *) otrzymujemy dwa wzory

$$\tan 2\psi = \frac{n_0}{n} ; \quad \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha = n^2 + n_0^2$$

stosowane w optyce praktycznej do znalezienia n i n_0 na podstawie kąta głównego α i arzymutu ψ .

Zwróćmy się teraz do znalezienia wstępnego odbijania światła przez metale. Jeżeli na lustro metaliczne rzucimy promień światła o znanem natężeniu, to po zmierzeniu fotometrem ~~swie~~ natężenia światła odbitego można eksperymentalnie znaleźć zdolność odbijania r danego lustra.

W przypadku ośrodków przezroczystych, gdy promień

padat i odbijał się normalnie mieliśmy

$$r = \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

Przerabiamy ten wzór dla ośrodków odbijającego i pro-
wadzącego odpowiednie wielkości wyjdzie i otrzymujemy
na zdolność odbijania wyrażenie

$$\frac{b e^{-\sigma_i}}{a} = \frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+1}} = \frac{n_0 - k_0 i - 1}{n_0 - k_0 i + 1}$$

gdy $\sin \alpha = 0$, atkadac - i zamiast i mamy

$$\frac{b e^{-\sigma_i}}{a} = \frac{n_0 + k_0 i - 1}{n_0 + k_0 i + 1}$$

a mnożąc te równania przez siebie otrzymujemy

$$(I) \quad r = \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{n_0^2 + k_0^2 - 2n_0 + 1}{n_0^2 + k_0^2 + 2n_0 + 1}$$

~~gdy~~ zdolność odbijania dla metali jest pewną rze-
czywistą wielkością, wyrażającą jaki procent światła
ta pewna lustro o znanych statycznych optycznych k_0 i n_0 odbija.
Ale k_0 n_0 można wyrazić za pomocą statycznych elektrycz-
nych k i ϵ nar mocy wzorów

$$n_0^2 - k_0^2 = v_0^2 \epsilon$$

$$n_0 k_0 = c \frac{v_0^2}{2\omega}$$

$$n_0 k_0 = c \frac{v_0^2 T}{4\pi}$$

$$\text{gdzie } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ czyli}$$

i o ile teoria elektromagnetyczna światła jest słuszną,

powinno się w dacie wyliczyć na podstawie elektrycznych wielkości ϵ i k . Zatem jest rzeczą pierwszorzędną wiedzieć czy można przeprowadzić własności optyczne metalu, znając jego stałe elektryczne. Trzeba więc zobaczyć odbijanie i wyprznięcie nie przez stałe optyczne, lecz elektryczne.

Jeżeli chodzi o metale, to poprawdnie nie możemy ściśle rozstrzygnąć, co mamy rozumieć pod jego zaobserwowaną elektryczną k , jednak wiemy, że dla nich czas relaksacji $\tau = \frac{\epsilon}{4\pi k}$ jest bardzo mały: nałój rozchodzi się bardzo szybko wewnątrz metalu przeto ϵ musi też być bardzo mały, a zatem $v_0^2 k$ będzie wielkością bardzo małą, tak że w przybliżeniu przyjmować możemy

$$n_0^2 = \kappa_0^2 = \frac{\tau \epsilon}{4\pi k_0} \quad \text{bo} \quad v_0^2 = \frac{1}{\epsilon_0}$$

Jeżeli wartości te na n_0 i κ_0 podstawimy w równanie (X), to otrzymamy

$$r = \frac{\frac{\tau \epsilon}{4\pi k_0} - 2\sqrt{\frac{\tau \epsilon}{4\pi k_0}} - 1}{\frac{\tau \epsilon}{4\pi k_0} + 2\sqrt{\frac{\tau \epsilon}{4\pi k_0}} + 1}$$

a jeżeli chodzi tylko o rząd wielkości, to mamy:

$$r = 1 - 2\sqrt{\frac{\gamma \lambda k}{\pi \epsilon}} \quad - 340 -$$

wzór dający związek pomiędzy wielkością r czysto optyczną, a wielkościami elektrycznymi k, ϵ . Tzn. okres drgania światła użytego do pomiarów.

Było rzeczą bardzo ciekawą dowiedzieć się, czy ten wzór rzeczywiście się sprawdza, czy r obliczone ze wzoru i r znalezione doświadczalnie fotometrem nakrywają się. Rubens i Huggens wykonali pomiary przy zastosowaniu blasku promieni podczerwonych o długości

$$\lambda = 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

ostry miały, co zdołały odrobina lustro srebrnego

$$r = 0.984$$

Z drugiej strony rachunek wykonany na wielkościach elektrycznych daje przy tych samych warunkach

$$r = 0.987$$

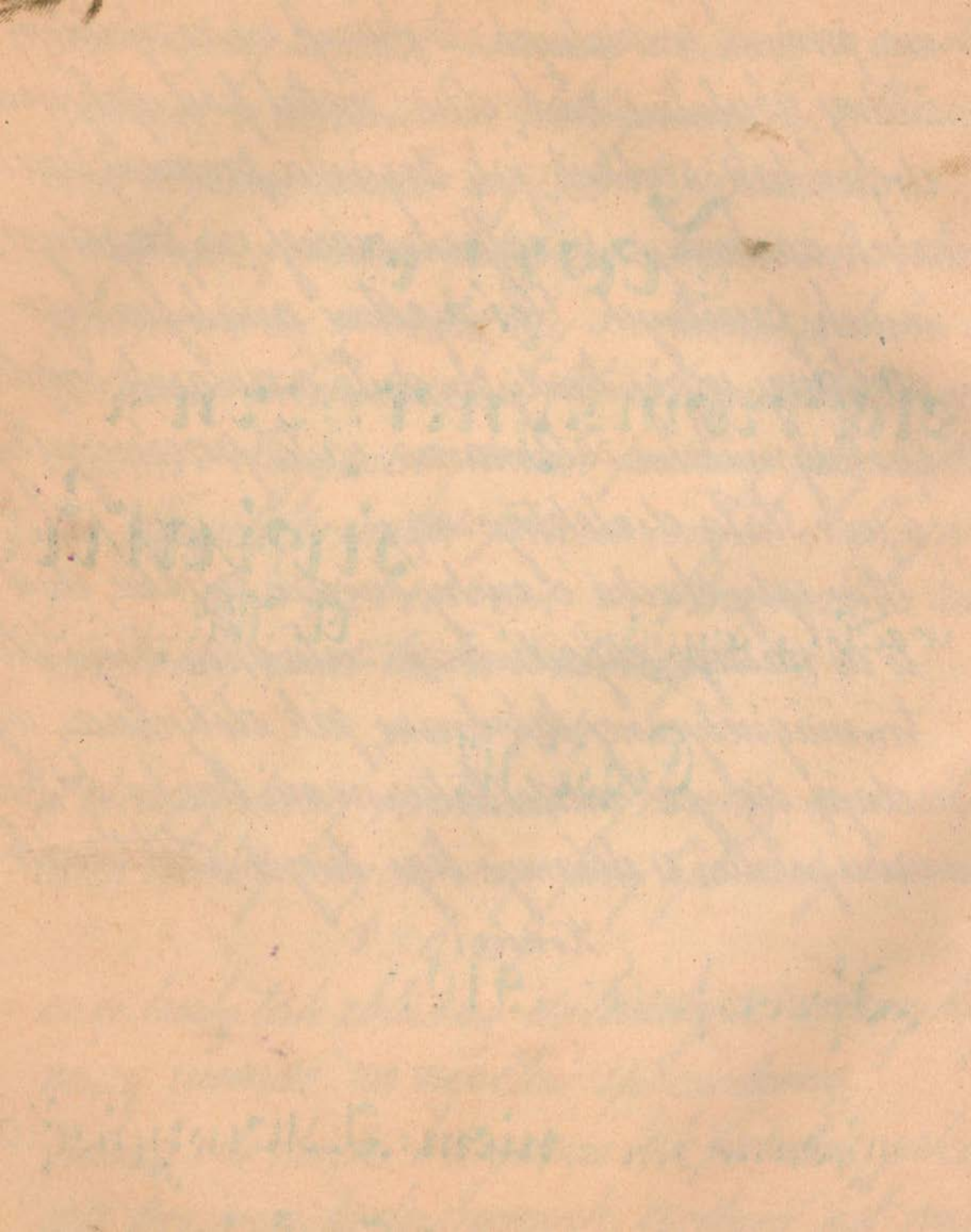
wzór licząc tak zbliżając do wartości, że możemy tegoż wzoru uwarować za zupełnie sprawdzoną.

Jednak o ile chodzi o drgania tak powolne, jak drgania promieni podczerwonych, zgodność jest rzeczy

wisicie uderzająca, ale jeśli coinniemy zdolność odbija-
nia promieni widzialnych to okazuje się, że zgodności
żadnej absolutnie nie będzie; metal pod wpływem
drgan' tak szybkich, jak drgania promieni światł-
nych zachowuje się całkiem inaczej, niż przy drega-
niach powolnych. Coś zupełnie analogicz-
nego mieliśmy wyżej, kiedy chodzilo o związek między
spotężnieniem zatamania ciała przezroczystego,
a jego statą dielektryczną.

Wtedy gdy chodzi o ruchy bardzo szybkie, sta-
to do naszego zagadnienia zatamania teorii elek-
tromagnetycznej tak brame, jak dotychczas, wy-
dają się już niedostatecznymi, trzeba tę teorię
uupetnić, a dokonuje tego teoria elektronów.

Koniec.



Teorya
elektromagnetyczna
światła.
według wykładów Prof. A. Winiowskiego.
Część II.

Wrańów 1910.

Wydano staraniem: J. Muszyńskiego
i H. Scherera.

Elektromagnetyczna

Teoria światła.

Zjawiska podwójnego załamania, czyli zjawiska rozchodzenia się światła w ośrodkach różnokierunkowych, jak kryształach były dla teorii sprzyjstą kwestją bardzo zawiłą. Wprawdzie Fresnel postawił ogólne prawa tego zjawiska, jednak ściśłego uzasadnienia ich nie przeprowadził. Dopiero zastosowanie teorii elektromagnetycznej pozwoliło kwestję rozchodzenia się światła w ciałach różnokierunkowych w sposób jasny i wolny od zarzutu rozwiązać.

Ciała krystaliczne, w których obserwujemy zjawiska podwójnego załamania musimy uważać za ciała różnokierunkowe, t.j. za takie substancje

D. wobec dristau'a dynamicznego ma
je. Ist. spóty, m. i. k. w. sp. g. i. s. t. o. s. c. i; m.
i. a. w. i. s. k. p. r. e. m. e. d. z. e. n. i. a. c. i. e. p. t. a. i. i. n. n. y. c. h.
k. o. w. a. n. i. e. s. i. g. t. a. k. i. c. h. c. i. a. t. b. y. n. a. r. o. z. m. a. i. t.
t. e. r. m. i. e. o. d. k. i. e. r. u. n. k. u. d. r. i. s. t. a. u. i. a. T. y. c. h.
t. o. i. z. j. a. w. i. s. k. d. i. e. t. n. y. c. h. ^{elektromagnetycznych}; w. y. s. t. a. w. i. a. n. i. e.
b. i. t. n. p. s. i. a. r. y. k. r. y. s. t. a. l. i. z. a. c. y, w. y. t. z. y. c. i. e.
k. o. n. d. e. n. s. a. t. o. r. a, j. a. k. o. i. s. o. l. a. t. o. r. o. k. l. a. s. t. y.
p. o. j. e. m. n. o. s. c. i. z. a. l. e. r. y. o. d. t. e. g. o. w. j. a. k. o.
k. i. e. r. u. n. k. u. p. l. y. t. k. y. i. s. o. l. u. j. a. c. y. w. y. s. t. o. s. c. i.
s. t. a. n. a, w. m. i. e. r. o. z. n. o. w. i. e. n. i. u. p. o. l. u. e. l. e. k. t. r. o. m. a. g. n. e. t. y. c. z. n. e. g. o.
d. n. o. s. t. a. j. e. n. i. e. n. i. e. b. y. d. i. e. n. i. e. w. s. a. d. n. y. m. k. i. e. r. u. n. k. u.
i. z. w. r. a. c. a. c. i. e. i. s. t. a. n. o. w. i. e. n. i. u. g. o. d. y. i. n. n. e. c. i. a. t. o. k. i. e. r. u. n. k. u.
i. n. n. e. u. s. t. a. w. i. s. i. g. w. p. o. l. u. e. l. e. k. t. r. o. m. a. g. n. e. t. y. c. z. n. e. g. o. w. j. a. k. o.
k. r. e. s. t. a. n. y. m. k. i. e. r. u. n. k. u, g. a. d. y. i. z. o. l. a. t. o. r. o. k. l. a. s. t. y.
i. n. n. a. m. a. r. ó. z. n. e. w. a. r. t. o. s. c. i. w. r. ó. z. n. y. c. h. k. i. e. r. u. n. k. u.
i. z. w. r. a. c. a. c. i. e. i. s. t. a. n. o. w. i. e. n. i. u. g. o. d. y. i. n. n. e. c. i. a. t. o. k. i. e. r. u. n. k. u.

mu ciekawym rozstrzygnięciem i zjawiskach
wójnego zjawiska. Wskazując na to, że
Kwanty i ~~zjawiska~~ diel-ny:
 $\rho = \frac{D}{c}$ który jest wielkością
liniową el-neg indukcji i który dla
magnetycznej jest pojęciem Ohm'a, był
niewątpliwie ~~zjawiskiem~~ el-neg, i o ile o
drzito o cięciu równoległym do linii
liniowy miary el-neg indukcji, a el-
nagromadzenia zwrócić
 $D = \frac{K}{4\pi} C$, t.j. że indukcja
el-neg była równa do el-nego na
czynnika w każdym punkcie i proporcjonal-
ną do niego. Względem diel-ny tem się różni
ca, że dla Ohm'a, że podział p.d.p. ostatecz-
nie jest potrzebny z dyfuzją energii, i
przeciwnie, przed diel-ny charakteryzował

energii el-nej. Praca ta na jednostkę
czasu i objętości wyraża się wzorem:

$Q = p' \cdot E$, czyli praca na 1
czasu i 1 objętości wynosi:

$$U = E_x \frac{\partial D_x}{\partial t} + E_y \frac{\partial D_y}{\partial t} + E_z \frac{\partial D_z}{\partial t}.$$

Praca prądu dieł-nego była przyrostem
energii el-nej w 1 cm³:

$dU = \left(\frac{k}{4\pi} E_x \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{k}{4\pi} E_y \frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{k}{4\pi} E_z \frac{\partial E_z}{\partial t} \right) dt$
 $= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{k E^2}{8\pi} \right) dt$ i przedstawia
się w formie zupełnej różniczki, prowadzącej
do wartości zerowej, gdy E przyjmuje różne
wartości i wraca w końcu do początkowej
wartości.

Nagólniając te rozważania do ciał różno-
kierunkowych nie możemy z góry zakła-
dać, że natężenie el-ne i indukcja ma-
ją być z sobą związane związkiem propor-
cjonalności, tak, by zatem były do siebie
stale równoległe; mogą tu zachodzić bar-
dziej skomplikowane stosunki; wiemy np.

1.

iz w ciele równokierunkowym równocześnie w pewnym kierunku, np. w kierunku osi X może wywołać adskartacje w innym kierunku np. w kierunku osi Y, Z równocześnie.

Musimy więc przyjąć, iż związki między D i E jest liniowy, do czego nas doświadczenie, niezmuszające nas do przyjmowania wyższych potęg, — i fakt superpozycji drgań światła (nad ciałem nie odbieramy się zatorymywali) upoważnia; piszemy zatem:

$$D_x = k_{11} E_x + k_{12} E_y + k_{13} E_z$$

$$D_y = k_{21} E_x + k_{22} E_y + k_{23} E_z$$

$D_z = k_{31} E_x + k_{32} E_y + k_{33} E_z$, pierze dla krótkości k_{ij} zamiast $\frac{k_{ij}}{4\pi}$, mamy zatem 9 współczynników statycznych, przy czym ztorenie to czyni rzadziej warunkami, iż gdy E znika, to i D znika.

Pokazujemy jednak, że liczba tych współczynników redukuje się do 3^{ech}; w tym celu pójdziemy tą samą drogą, jak przy

rozważaniu ciał równokierunkowych, mia-
nowicie obliczymy pracę przodu dźw. nego
który będzie teraz także równy $\frac{D}{2}$, a
praca $\mathcal{E} \frac{\partial D}{\partial t}$, przemadająca się w postaci
energii el. nej w 1 objętości i czasie dt
wyrani się teraz w następującej formie:

$$\left(\mathcal{E}_x \frac{\partial D_x}{\partial t} + \mathcal{E}_y \frac{\partial D_y}{\partial t} + \mathcal{E}_z \frac{\partial D_z}{\partial t} \right) dt =$$

$$= \left\{ k_{11} \mathcal{E}_x \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t} + k_{12} \mathcal{E}_x \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial t} + k_{13} \mathcal{E}_x \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} + \right.$$

$$+ k_{22} \mathcal{E}_y \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial t} + k_{21} \mathcal{E}_y \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t} + k_{23} \mathcal{E}_y \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} +$$

$$+ k_{33} \mathcal{E}_z \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} + k_{31} \mathcal{E}_z \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t} + k_{32} \mathcal{E}_z \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial t} \Big\} dt$$

Ta praca powinna wyrażać przyrost
energii na cm^3 , więc powinna być różnic-
ką całkowitą, a wtedy jak łatwo z ostatniego
wz. można wywnioskować musimy założyć
że: $k_{12} = k_{21}$; $k_{23} = k_{32}$; $k_{13} = k_{31}$, zatem
przyrost energii el. nej, czyli praca przodu
dźw. nego w cm^3 i w czasie dt będzie re-
zywny następująco:

$$dU = \frac{1}{2} \mathcal{E}_x^2 + k_{22} \frac{\mathcal{E}_y^2}{2} + k_{33} \frac{\mathcal{E}_z^2}{2} + k_{12} \mathcal{E}_x \mathcal{E}_y +$$

$$+ k_{23} \dot{C}_y \dot{C}_z + k_{13} \dot{C}_x \dot{C}_z] dt \dots \dots \dots (1)$$

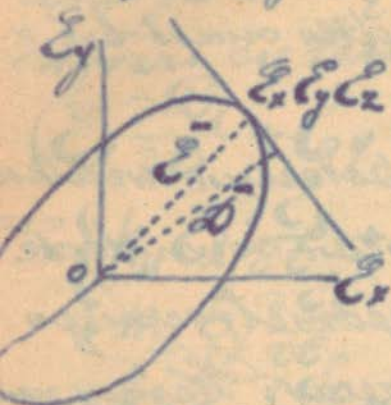
W ten sposób zasada zachowania energii prowadzi nas do wniosku, że liczba współczynników jest „6”, przy czem wyrażenie w nawiasie ma być większe od zera, gdyż energia nagromadzona w pewnym obszarze musi być „matury rzeczy dodatnia”.

Chcąc znaleźć wyrażenie położenie wektorów D i E , które prowadzi nas do takiego równoległości nie będą, zwróćmy się do geometrycznego sposobu przedstawienia rzeczy. Weźmy powierzchnię podług pewnej powierzchni, której równanie niech będzie $F = \text{const.}$

$F = \text{const.}$, odnośnie do osi współrzędnych: C_x, C_y, C_z i nie wyrażenie w nawiasie równania (1) będzie tym wyrażeniem F .

$k_{11} \frac{C_x^2}{2} + k_{22} \frac{C_y^2}{2} + k_{33} \frac{C_z^2}{2} + k_{12} C_x C_y + k_{13} C_x C_z + k_{23} C_y C_z = \text{const.}$, to jest równanie stopnia drugiego; przedstawia zatem

4.
jedną z powierzchni stopnia drugiego, i do
elipsoidę, gdy i wielomian po stronie le-
wej musi być + dla wartości E_x, E_y, E_z ,
zresztą jakkolwiek najogólniejszą trójwymiarową,
której osie główne mogą być jakkolwiek skio-
rowane względem osi współrzęd-
nych; i jeszcze odniesioną do
środka.



Wskazy na niej punkt E_{yz} ,
którego ruten promień
wodrzy przedstawia el-
ne natężenie E ; rysuj's w tym punkcie
płaszczyznę styczną i do niej prostopadłą
z początku współrzędnych; dostawę kierun-
kowe tej prostopadłej, jak wiemy z teorii
powierzchni są proporcjonalne do czysto-
wych pochodnych: $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}$.

W naszym przypadku te dostawy bę-
dą proporcjonalne odpowiednio do E_x ,
 E_y, E_z , o czym się łatwo przekonać różniczkowo

wanie przekonać.

Natomiast wiadomo, że jeżeli promień wodzący tej elipsoidy przedstawia el-ne natężenie to kierunku indukcji el-nej, należącej do tego natężenia będzie kierunkiem u tej prostopadłej do płaszczyzny stykanej. W ten sposób można za pomocą geometrycznej konstrukcji znaleźć kierunek wektora E i należącego do niego D , które teraz już nie są do siebie równoległe i jak wynika z własności elipsoidy trójosiowej muszą istnieć 3 do siebie prostopadłe kierunki, w których $E // D$ i te 3 kierunki nazywamy osiami el-nej symetrii. Byłoby szczytnie: w każdym anizotropowym ośrodku o najogólniejszym ustrójnie są 3 (kierunki) osie, do siebie prostopadłe, mające tę własność, że jeżeli natężenie el-ne E skierata w kierunku osi, to indukcja wypadła do niego równolegle, i rzecz do-prawna się sama porządkuje, żeby za osie

spółrzędnych braci właśnie te 3 osie el-
danej substancji; wtedy znaczyć to będzie
geometrycznie elipsoidę odnieść do osi
głównych; równanie jej o tyle się wtedy u-
prości, że zamiast wyrażenia, mające iloczyn
dwóch współrzędnych, czyli będzie

$k = 0$ dla $i \neq j$ i porosta-
niz tylko o state: k_{11}, k_{22}, k_{33} , które bę-
dziemy krótko oznaczać k_1, k_2, k_3 , tak
że wypadnie znowu:

$D_x = k_1 E_x; D_y = k_2 E_y; D_z = k_3 E_z$; te
state k_1, k_2, k_3 są tak zwanemi zdolno-
ściami elektrycznymi głównemi dane-
go ośrodka. To samo możemy powtó-
rzyć do wektora magnetycznego.

Chciliśmy w przypadku ośrodka rów-
nokierunkowego $B = \mu H$.

Jeżeli zaś mamy ciało różnokierunko-
we, i znowu niema z góry powodu przy-
jmuwać, iż wektory B i H są do siebie

równoległe i proporcjonalne. Można i tu
pokazać, że ośrodek różnokierunkowy będzie
posiadał 3 główne zdolności magnetyczne
„H” znówu w kierunkach do siebie prosto-
padłych. Ponieważ jedna, wszystkie ciała,
jakimi się optyka zajmuje, bardzo mało
się różni od próżni pod względem magnetycznym,
i jeżeli wreczywiście dla 3^{ich} kie-
runków głównych zdolności magnetycznej
są różne, to one między sobą tak mało się
różnią, że ledwo się doświadczalnie dało
spostreść; nie ma zatem powodu zajmo-
wać się różnokierunkowością. Tętno
Wierkołwiek istnienie jej stwierdzono na-
eksperymentalnie na kwarcu i innych
kryształach. Szukaliśmy zatem pre-
mowali, iż nasze ośrodki pod wpływem
magnetycznym są równoki- owu
że zdolność magnetyczna jest
w $B // H$, i że H mało różni się od H

zobowiązani magnetycznej próżni.

Zajmujemy się obecnie analitycz-
nym zbadaniem równań, określają-
cych zwigłki między wektorami
 E, H, D, B mianowicie, iż zmie-
ność magnetycznego pola wywołuje
pole elektryczne i naodwrot, co
się streszcza w dwóch równaniach

$$\text{Rot. } H = \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\text{Rot. } E = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

po odwołaniu prądu Ohm'a, którego
w naszym przypadku wcale nie
będzie, mamy bowiem tylko
prąd dielektryczny. —



Wypisuję: zaś te równania explicite, otrzymamy zasadnicze Maxwellowskie równania różniczkowe przewodzenia fal el. magnetycznych w ośrodkach różnokierunkowych, przycosem osie współrzędnych leżą w osiach el. nych:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= k_1 \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= k_2 \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= k_3 \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

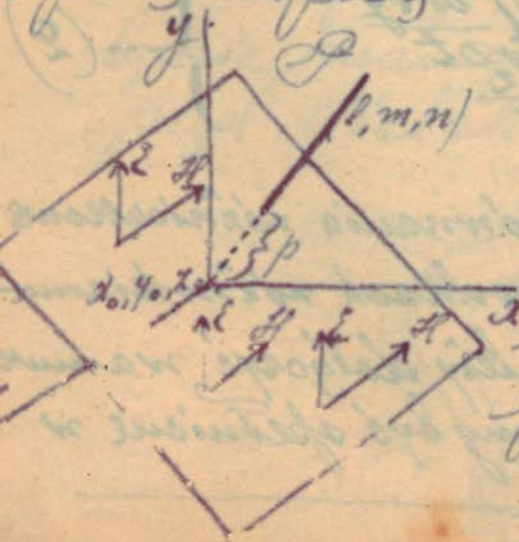
Ta sama druga z tych zwizekówn napisujemy w formie:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

Jeż za wolniere równania różniczkowe ruchu światła w ośrodkach różnokierunkowych; do nich należy dotężyć warunki graniczne, jakie powinny być spełnione w tem miejscu

gdzie stawy sąsiadów graniczą z drugim,
 one będą weryfikować te same, jak w przypad-
 ku ciast różnokierunkowych.

Na podstawie tych dwóch grup równań,
 musimy się zastanowić, jaki ustroj
 będzie mieć gęstość optyczna. Przekonamy się,
 stosując zasadę Huygensa, że wystarczy w
 tym celu zająć się rozchodzeniem się tylko
 fali płaskiej w różnokierunkowych kry-
 stałach. Określimy zatem układ współrzęd-
 nych: prostokątny i kreślimy dowolnie pło-
 ską falę rozprzeczającą, do której wystawiamy proste-
 padłe i z początku współrzędnych. Niekoniecznie



czyna będzie czołem
 fali; oznaczmy jej
 kierunek przez dostawny
 kierunkowe (l, m, n) pro-
 tej OP i równanie tej
 płaszczyzny będzie:

$$Lx + my + nz = p.$$

Zakładam: 1^o że el. magnetyczne
ma być fala pł. okr., to znaczy, że w
każdym punkcie tej (fali) powierzchni
chci oba wektory E i H mają jedno-
cześnie tę samą wartość i kierunek:

2^o niech to będzie fala spolaryzowana
to znaczy, tzn. w. uogólniając się, że
spolaryzacji, że podczas postępu fali
oba wektory el. E i magnetyczny
 H zachowują stały kierunek;

3) ma to być fala, odpowiadająca
światłu jednorodnemu, t. j. światłu,
w którym drganie el. nie, czy magnetyczne
jest prostopadłe do kierunku ruchu;
Stąd zakładamy, że ogólnie wektor
 E powinien być stały:

$$E = E_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (t - \frac{z}{v}) \dots \dots (3)$$

gdzie E_0 jest stałą, oznaczającą am-
plitudę, t. j. maksymalną wartość wektora

$\mathcal{E}$; prędkość fali, poruszającej się w kierunku $\mathcal{O}$ dla $t=0$: $p=0$; „p” oznacza co drugie, przebiegnięte przez falę w półokresie układu, tak samo, co do $\mathcal{H}$:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{p}{v} \right) \dots \dots \dots (4)$$

Ostatnie dwa wyrażenia przedstawiają pomyślnych ruchach fali płaskiej, która się porusza w kierunku swojej normalnej z pewną określoną prędkością v , która jak się przekonamy, nie jest stała, a zależy od l, m, n , t. j. od kierunku kierunku płaszczyzny, która ma być osią fali.

Żeby znaleźć związki między statem, co stanowi treść naszego zadania, podstawimy w równania (1) i (2) wartości (3) i (4). Jeżeli oznaczymy przez $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3, \mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \mathcal{H}_3$ składowe amplitudy $\mathcal{E}_0$ i $\mathcal{H}_0$ w kierunkach osi współrzędnych, to możemy napisać, że:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_1 \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{lx + my + nz}{v} \right)$$

$$\mathcal{E}_y = \mathcal{E}_2 \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{lx + my + nz}{v} \right)$$

$$E_2 = E_3 \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{lx + my + nz}{v} \right)$$

$$H_2 = H_1 \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{lx + my + nz}{v} \right)$$

$$H_3 = H_2 \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{lx + my + nz}{v} \right)$$

$$H_1 = H_3 \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{lx + my + nz}{v} \right)$$

Wstawiając te wyrażenia w nasze równania
(1) i (2) otrzymujemy po skróceniu przez
Cos przy odpowiednim braniu puchodnych,
6 zwigzków między stałymi, które stano-
wią już właściwe rozwiązanie zadania.
Pierwsze 3 równania el-magnetyczne dają

Zwigniki:

$$\left. \begin{aligned} - \frac{m H_3}{v} + \frac{n H_2}{v} &= K_1 E_1 \\ - \frac{n H_1}{v} + \frac{l H_3}{v} &= K_2 E_2 \\ - \frac{l H_2}{v} + \frac{m H_1}{v} &= K_3 E_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

równania resz magnetoel. ne dają równania:

$$\left. \begin{aligned} - \frac{m E_3}{v} + \frac{n E_2}{v} &= -\mu H_1 \\ - \frac{n E_1}{v} + \frac{l E_3}{v} &= -\mu H_2 \\ - \frac{l E_2}{v} + \frac{m E_1}{v} &= -\mu H_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

Nieco de ogólne wyrażenia $(4)/(3)$ na E :
 Kierując radzie równań różniczkowym
 $(1)/(2)$ pod warunkiem, aby między sta-
 temi $l, m, n, U, E_{1,2,3}, H_{1,2,3}$ zachodziły
 związki $(5)/(6)$

W pierwszym rzędzie zadaniem naszym
 będzie dociec, czemu się równa „ U ” w
 jakich kierunkach odbywa się drgania
 zarówno el-ne, jak i magnetyczne, i musimy
 się dowiedzieć, jak się poruszały natężenie
 el-ne i magnetyczne, indukcja el-na i
 magnetyczna.

Oznaczamy w tym celu przez A am-
 plitudę indukcji, wtedy składowe tej
 amplitudy będą: $k_1 E_1, k_2 E_2, k_3 E_3$.
 Aby otrzymać kierunki wzniesienia
 tych wektorów, możemy równania (5) od-
 powiednio przez H_1, H_2, H_3 otrzymując
 w ten sposób pierwszy zasadniczy
 związek:

$$0 = k_1 \vec{E}_1 \cdot \vec{H}_1 + k_2 \vec{E}_2 \cdot \vec{H}_2 + k_3 \vec{E}_3 \cdot \vec{H}_3,$$

z którego, uwzględniając, że $k, E, i, d.$ są
składowymi amplitudy D_0 , wynika, że

$$D_0 \perp H_0,$$

a ponieważ to samo, co się stosuje do
amplitud, stosuje się i do wektora,
preto można napisać:

$$1^\circ: D \perp H.$$

Mnożąc teraz trójkę (6) odpowiednio
przez E_1, E_2, E_3 , otrzymamy drugi wzorek:

$$0 = H_1 E_1 + H_2 E_2 + H_3 E_3, \text{ czyli}$$

$$2^\circ: H \perp E. -$$

Wracając do równania (5) musimy je teraz
odpowiednio przez l, m, n ; otrzymując
trzeci wzorek kierunkowy:

$$0 = k_1 E_1 l + k_2 E_2 m + k_3 E_3 n$$

i widać, że to równanie trawie określa,
że indukcja elektryczna jest
prostopadła

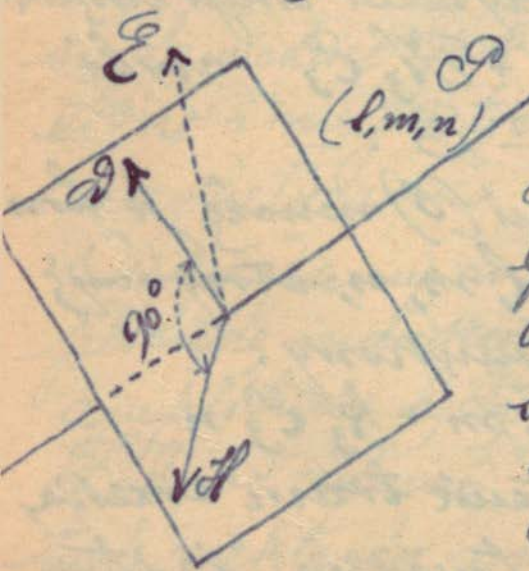
do normalnej P .

Nakoniec z równań (6) po pomnożeniu przez l, m, n , wypada:

$$0 = H_1 l + H_2 m + H_3 n,$$

co znaczy tedy, że wektor magnetyczny H $\perp P$.

Wyniki uzyskane możemy przedstawić na następującym rysunku, gdzie uwidocznione są te 4 warunki, uzyskane z równań (5) i (6), z których



wynika, że el-na indukcja D leży w płaszczyźnie czołowej, zatem ona się rozchodzi w postaci fali ściśle poprzecznej, tzn. wektor magnetyczny H rozchodzi się też ściśle

poprzecznie; co nie znaczy bynajmniej prostopadle do promienia, lecz tylko prosto-

padle do kierunku posuwającej się fa-
li, prądem magnetycznym i magnetycz-
ną indukcją, jest zawarty kąt prosty.
Nakoniec $E \perp H$, ale E nie jest do in-
dukcji elektrycznej D równoległe; zatem
natężenie elektryczne E nie będzie się po-
procznie rozchodzić, będzie z normą H
rozchodzenie się fali zawierać kąt, od
 90° odmienny. Tylko wtedy, gdy

$E \parallel D$ elektryczne natężenie
rozchodzić się będzie w postaci fa-
li poprzecznej; to znaczy wtedy, gdy
 D ma kierunek jednej z osi elektrycznych.

Celem krótkiego opisanie sposo-
bu rozchodzenia się takiej fali, weź-
miemy z tych wektorów H i E wektor
światłowy, n.p. wektor D , który ma
najważniejsze znaczenie dla optyki.

3. Mamy zadanie na podstawie tych
równań (5) i (6) znaleźć: 1) prędkość

z jaką się fala rozchodzi, zależnie od
 swego kierunku; 2) w jakim kierunku
 odbywa się el-ne drganie, czyli drga-
 nie wektora $\vec{D}$, którego amplituda
 jest D_0 o składowych $k_1 \vec{e}_1, k_2 \vec{e}_2, k_3 \vec{e}_3$.
 Kierunek tego drgania el-nego
 będzie scharakteryzowany przez jego 3
 dostawy kierunkowe:

$\alpha = \frac{k_1 \vec{e}_1}{D_0}, \beta = \frac{k_2 \vec{e}_2}{D_0}, \gamma = \frac{k_3 \vec{e}_3}{D_0}$,
 których bieżniemy uważali za niewia-
 domo. Na mocy tych oznaczeń równa-
 nia (5) i (6) przyjmą postać:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{m \vec{D}_0}{v} + \frac{n \vec{D}_0}{v} &= \alpha D_0 \\ -\frac{n \vec{D}_0}{v} + \frac{l \vec{D}_0}{v} &= \beta D_0 \\ -\frac{l \vec{D}_0}{v} + \frac{m \vec{D}_0}{v} &= \gamma D_0 \end{aligned} \right\} \text{--- (7)}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{m \alpha D_0}{k_1 v} + \frac{n \alpha D_0}{k_2 v} &= -\mu \vec{H}_1 \\ -\frac{n \alpha D_0}{k_1 v} + \frac{l \alpha D_0}{k_3 v} &= -\mu \vec{H}_2 \\ -\frac{l \alpha D_0}{k_2 v} + \frac{m \alpha D_0}{k_3 v} &= -\mu \vec{H}_3 \end{aligned} \right\} \text{--- (8)}$$

Żeby otrzymać rozróżnienie między
 dwiema wiadomościami α, β, γ , eliminujemy
 dogania magnetyczne przez wstawienie
 μ_1, μ_2, μ_3 z równania (7) do równania (8);
 otrzymamy:

$$dD_0 = -\frac{m}{v} \left(\frac{1}{v} \cdot \frac{D_0 \beta}{\mu \kappa_2} - \frac{m}{v} \cdot \frac{D_0 \alpha}{\mu \kappa_1} \right) + \frac{n}{v} \left(\frac{1}{v} \cdot \frac{D_0 \gamma}{\mu \kappa_3} - \frac{1}{v} \cdot \frac{D_0 \beta}{\mu \kappa_2} \right)$$

$$g \beta D_0 = -\frac{n}{v} \left(\frac{1}{v} \cdot \frac{D_0 \gamma}{\mu \kappa_3} - \frac{1}{v} \cdot \frac{D_0 \beta}{\mu \kappa_2} \right) + \frac{1}{v} \left(\frac{1}{v} \cdot \frac{D_0 \beta}{\mu \kappa_2} - \frac{m}{v} \cdot \frac{D_0 \alpha}{\mu \kappa_1} \right)$$

$$\gamma D_0 = \frac{1}{v} \left(\frac{1}{v} \cdot \frac{D_0 \gamma}{\mu \kappa_3} - \frac{1}{v} \cdot \frac{D_0 \beta}{\mu \kappa_2} \right) + \frac{m}{v} \left(\frac{1}{v} \cdot \frac{D_0 \gamma}{\mu \kappa_3} - \frac{1}{v} \cdot \frac{D_0 \beta}{\mu \kappa_2} \right)$$

Równania te bardzo się uproszczą, gdy
 zamiast stałych el-magnetycznych wpro-
 wadzimy nowe stałe, które będą miały
 pewne proste optyczne znaczenie;
 mianowicie postać:

$$\frac{1}{\mu \kappa_1} = a^2; \quad \frac{1}{\mu \kappa_2} = b^2; \quad \frac{1}{\mu \kappa_3} = c^2$$

bydź to jak zobaczymy z praktyki
 główne w kryształach; dzięki te
 równania (9) przez D_0 i mnożąc
 przez v^2 , otrzymamy:

20.

$$\left. \begin{aligned} \alpha v^2 &= -m(b^2 \beta l - a^2 \alpha m) + n(a^2 \alpha n - c^2 \gamma l) \\ \beta v^2 &= -n(c^2 \gamma m - b^2 \beta n) + l(b^2 \beta l - a^2 \alpha m) \\ \gamma v^2 &= -l(a^2 \alpha n - c^2 \gamma l) + m(c^2 \gamma m - b^2 \beta n) \end{aligned} \right\} (10)$$

Podając do obu stron równań (10) odpowiednie: $a^2 \alpha l^2$, $b^2 \beta m^2$, $c^2 \gamma n^2$, ponieważ l, m, n jako dostawy kierunkowe normalnej do fali, spełniają związek:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1, \text{ można}$$

te równania napisać w formie:

$$\left. \begin{aligned} \alpha v^2 &= a^2 \alpha^2 - l(a^2 \alpha l + b^2 \beta m + c^2 \gamma n) \\ \beta v^2 &= b^2 \beta^2 - m(b^2 \beta m + a^2 \alpha l + c^2 \gamma n) \\ \gamma v^2 &= c^2 \gamma^2 - n(a^2 \alpha n + b^2 \beta m + c^2 \gamma n) \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

Do tych równań trzeba jeszcze dołożyć równanie:

$$l\alpha + m\beta + n\gamma = 0, \text{ oznaczając, iż } D \perp \text{ do normalnej fali.}$$

Z tych czterech równań mamy wyznaczyć 4 niewiadome: α, β, γ, v .

Rozpocznijmy od znalezienia prędkości rozchodzenia się tej fali i

rozważenia, od jakich warunków prędkość takiej fali zależy. W tym celu, oznaczając wspólny równaniami (11) trójmienną literą Q , możemy te równania napisać w formie:

$$\frac{a}{Q} = \frac{l}{a^2 - v^2}; \quad \frac{\beta}{Q} = \frac{m}{b^2 - v^2}; \quad \frac{\gamma}{Q} = \frac{n}{c^2 - v^2}.$$

Z tych równań wyeliminujemy a, β, γ w ten sposób, że mnożąc je odpowiednio przez l, m, n dodając je do siebie i otrzymując równanie na v :

$$\frac{l^2}{a^2 - v^2} + \frac{m^2}{b^2 - v^2} + \frac{n^2}{c^2 - v^2} = 0.$$

Jeżeli byśmy to równanie rozwiźzali względem v , to zobaczylibyśmy, że prędkość postępu takiej fali będzie zależna od l, m, n , a nie będzie jednaka na wszystkie strony, zatem będzie zależna od kierunku rozchodzenia się fali. Z równania tego otrzymalibyśmy dwie wartości na v^2 , a z tego na v , wartości $\pm v_1, \pm v_2$.

Okazuje się tedy, że fale danego kierunku poruszają się z dwoma normalnymi prędkościami; ale to jest nic innego jak tylko fakt podwójnego załamania. Jakkolwiek zatem byłby ustrój tego kryształu, bezdriemny mieli w najogólniejszym przypadku dla danego kierunku l, m, n fali dwie różne szybkości przechodzenia się fal.

Ułożymy teraz analogie z poprzednich równań dla prędkości V , grupy wartości α, β, γ , a dla V_2 : $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$; okazuje się tedy, że w różnokierunkowym ośrodku drgania nie mogą się w ogóle jakim kierunku odbywać, jak to było w ciałach różnokierunkowych, lecz dla każdego kierunku fali są określone dwa i tylko dwa kierunki własnego drgania. Znacząco to, że jeżeli przyjmie w danym ośrodku pewien kierunek

gali (określony przez l, m, n), to do
tego kierunku będą miały: 1) dwie roz-
maite prędkości ruchu; 2) w każdym
z tych dwóch systemów gal będąc
pewien określony kierunek drgania.

Nim przystąpimy do badania, w
jakim kierunku to drganie się od-
bywa (względnie któremu z dwóch kie-
runków odpowiada większe, względnie
mniejsze) zważmy, że wracając do
równań (11), otrzymujemy po pomno-
żeniu ich odpowiednio przez α, β, γ i
dodaniu odrazu wartości na prawej

$$v^2 = a^2 \alpha^2 + b^2 \beta^2 + c^2 \gamma^2$$

w zależności od kierunku el-ego drega-
nia (α, β, γ). Zatem do każdego kie-

runku el-ego drgania należy pewna
określona prędkość gali; zależność rów-
nież od wewnętrznej budowy ciała.
Na, w którym się gale rozprzestrzeni.

Najmniejszy się tenże rozwinięciem
 zadania analizowania kierunków (α, β, γ)
 w jakich to drganie w danej płaszczyźnie
 fali, określonej przez doświadczenia kierun-
 kowe l, m, n normalnej może się od-
 bywać.

Rozwinięcie powinno nas doprowa-
 dzić do dwóch wyników, gdyż mamy
 dwie wartości na V . Najprostszym spo-
 sób będzie taki, że obok kierunków (l, m, n) i (α, β, γ) przyjmujemy jeszcze
 kierunek pomocniczy (α', β', γ'), do
 tamtych prostopadły. Będą więc
 spełnione równania:

$$\left. \begin{aligned} \alpha \alpha' + m \beta \beta' + n \gamma \gamma' &= 0 \\ \alpha \alpha' + \beta \beta' + \gamma \gamma' &= 0 \\ \text{i wreszcie zwrócić,} \\ \text{który się otrzyma,} \\ \text{mając równania (11) kolejno przez} \\ \alpha' \beta' \gamma' \text{ i dodając je do siebie: } a^2 \alpha' + b^2 \beta' + c^2 \gamma' &= 0 \end{aligned} \right\} (12)$$

W ten sposób otrzymaliśmy przez
wprowadzenie nowych niewiadomych α' ,
 β' , γ' 3 równania równoważne równaniom
(11), gdzie niewiadomymi były α , β , γ ;
eliminując z nich bowiem α , β , γ [równa-
nia 2^{gie} i 3^{cie} są jednorodne] otrzymali-
bysmy jeden związek między α , β , γ ; przytem
mielibysmy również:

$$\alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2 = 1 \text{ i } l\alpha + m\beta + n\gamma = 0.$$

Ten system równań (12) ma też zaletę,
że przedstawia szukane rozwiązanie na-
ocześnie geometryczne. Zatem niech będzie
dana trójosiowa elipsoida, odniesiona
do osi głównych X , Y , Z :

$a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 = 1$, a mająca półosi
główne $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$; $\frac{1}{c}$. Weźmy teraz płasz-
czyznę, przechodzącą przez jej środek o
dostawach kierunkowych (l, m, n) .

Ostawimy sobie zadanie: znaleźć dłu-
gości półosi głównych elipsy przecięcia.
4 ark.

Zadanie to rozwiąże się na mocy maxim.

i minim. warunkowych.

Wziemy w tym celu jakiś-
kolwiek punkt przecię-
cia: (x, y, z) ; oznaczymy
przez r promień wodzą-
cy. Jeżeli z tego punktu

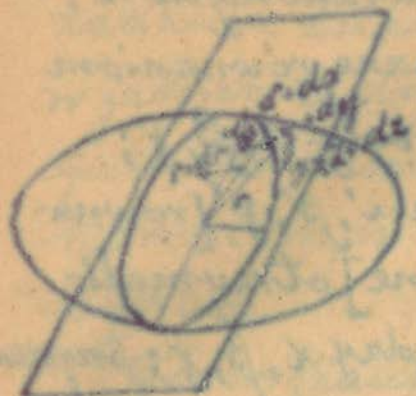
przejdziemy się o nieskończenie mały kawa-
łek ds do punktu sąsiedniego $(x+dx, y+dy, z+dz)$
otrzymamy nieskończenie mały przyrost
 dr promienia wodzącego. Drukana półtę-
żbyście wtedy promieniem wodzącym, gdy
 $dr=0$, a ponieważ: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$,
przeto dla szukanych osi gotowych będzie

$$x dx + y dy + z dz = 0 \dots (I)$$

ale nieskończenie małe przyrosty dx ,
 dy , dz są poddane warunkowi, że
osię leżą na elipsoidzie; będzie więc:

$$a^2 x dx + b^2 y dy + c^2 z dz = 0 \dots (II)$$

a ponieważ to przesunięcie musi leżeć



w płaszczyźnie, której równanie jest:

$lx + my + nz = 0$, przeto będzie
także: $l dx + m dy + n dz = 0$ --- (III) i
rozwiązanie takiego systemu 2 równań
pozwoli nam określić maximum, lub
minimum promienia wodzącego. $^{\circ}$

Określimy jego docelowy kierun-
kowe literami α, β, γ ; a docelowy kie-
runkowe tego nieskończonego małego
łuku do przez α', β', γ' ; to znaczy, że
kładniemy:

$$\frac{x}{r} = \alpha; \frac{y}{r} = \beta; \frac{z}{r} = \gamma; \frac{dx}{ds} = \alpha'; \frac{dy}{ds} = \beta'; \frac{dz}{ds} = \gamma'. \quad (13)$$

a wstawiając te wartości w nasze ostat-
nie 3 równania (I), (II), (III) otrzymujemy
właśnie równania (12). Widzimy więc,
że znalezienie kierunku drżania (α, β, γ)
pokrywa się z zadaniem czysto geometry-
cznem znalezienia kierunków osi głów-
nych elipsy, która wynika z przecięcia
tej właśnie eliptycznej płaszczyzny, prze-

choćbyśmy, przez jej iradetek, a o dostawach
kierunkowych (l, m, n), odpowiadających,
zatem płaszczyźnie fali w naszym zeda-
niu. Ponieważ mamy w elipsie 2 osi
główne, przeto w każdym kryształ mamy
2 kierunki drgania fali, jeden kierunek
będzie odpowiadał fali idącej z prędkością
 v_1 , a drugi fali idącej z prędkością v_2 . Żeby
się dowiedzieć, której osi elipsy będzie odpo-
wiedała prędkość v_1 , a której v_2 , trzeba
się powrócić na równanie na „ v ”:

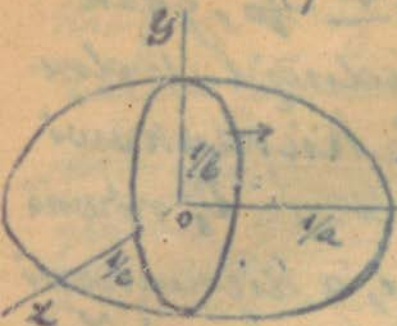
$$v^2 = a^2 \alpha^2 + b^2 \beta^2 + c^2 \gamma^2, \dots (14)$$

gdzie z danego kierunku drgania
(α, β, γ) można było znaleźć odpowiadającą prędkość fali el. nej. Dla danego
punktu na obwodzie elipsy mamy
na mocy (13) z równania (14):

$$v^2 = \frac{a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2}{r^2},$$
 gdzie
przez „ r ” rozumiany długość półosi
elipsy. Ponieważ punkt ten (x, y, z)

lery na powierzchni elipsoidy, pręto licznik = 1 i otrzymujemy $V = \pm \frac{1}{\mu}$, gdzie μ stoi ogólnie zamiast jednej lub drugiej postaci elipsy; tak że kierunkowi (α, β, γ) odpowiada prędkość V_1 równa odwrócenności jednej postaci, a kierunkowi $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ - prędkość V_2 gabi el-nej. Żeby jeszcze dokładnie określić fizyczne znaczenie stałych optycznych a, b, c , które wprowadziliśmy w miejsce el-magnetycznych stałych μ, k_1, k_2, k_3 , wyobraźmy sobie środek, w którym osie x, y, z , niech będą osiami el-nymi. Niech żelazna prętka będzie prostopadłą do pierwszego kierunku głównego danego kryształu, więc $\perp$ do osi x . Według prowadzonej poprzednio reguły Fresnela uważa się ciecisz elipsy polaryzacyjnej płaszczyznę, przechodzącą przez płaszczyznę żeli, lub płaszczyznę do niej

równoległą, zatem przechodzącą prostopadle
do osi X (proszę o OZ); drgania wektora
el. nego odbywają się tylko
w kierunku osi głównych
elipsy, zatem osi Y i Z .
Dla drgań w kierunku
osi głównej Y prędkość



fali będzie: $V = b$; dla drgań w kierunku
osi Z : $V = c$ fali płaskiej, leczcej
wzdłuż osi X . Jeżeli bym wziął falę płas-
ką, leczcej w kierunku osi Y , zatem o płas-
czeniu prostawej, równoległej do płaszczyzny
(XOZ) otrzymamy przecięcia, których pół
osi są $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{2}$, tak że prędkościami
fali, leczcej wzdłuż Y będą:

$V = a$, jeżeli drganie // do OX , i

$V = c$, jeżeli drganie // do OZ .

Nownie fali leczcej wzdłuż osi Z od-
powiadają prędkości:

$V = a$, jeżeli drganie // OX

21.
tudzież $v=c$, jeżeli $\vec{v}$ jest $\vec{v}$ // OC .

W osiach OX, OY, OZ równokierunkowych więc,
w kierunkach osi głównych prędkości
jest płaskich są a, b, c ; prędkości te:
 a, b, c nazywają się prędkościami głów-
nymi danego kryształu.

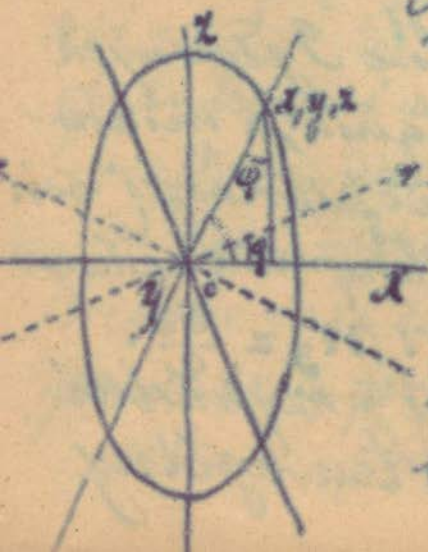
Analogicznie do przypadku osi OX, OY, OZ
równokierunkowych nazwiemy współ-
czynnikami załamania stosunek $\frac{v_0}{v_i}$,
rozumiejąc to, jako stosunek prędkości,
a nie jako stosunek wstęg pewnych
kątów, gdyż prawo Snelliusa już w
tu nie stosuje.

Wyznaczyć możemy i o 3 głównych
współczynnikach załamania, a mianowicie
w odniesieniu do pierwotnej osi:
 $n_1 = \frac{v_0}{a}$; drugi współczynnik załama-
nia: $n_2 = \frac{v_0}{b}$; trzeci - : $n_3 = \frac{v_0}{c}$.
Jeżeli tu jednak pewne przypadki
specjalne, do których ten ogólny

przepis konstrukcyjny, prowadzi miano-
wiec przypadek odpowiadający t. zw. cięciu
optycznemu. Przyjmijmy $a > b > c$.

Jest dobrze znana własność elipsy
trójkątowej to, że przez jej środek można
tak postawić płaszczyznę, iż ona jest perpen-
dicularna do każdej z jej płaszczyzn; płaszczyzna taka musi
przechodzić przez oś średnic.

Zwróćmy uwagę na płaszczyznę, któ-
raby biegła w kierunku prostopadłym
do tych płaszczyzn, dających przekroje
kuli. Stąd, stosując powyższą
konstrukcję zamiast dwóch otrzy-



nam tylko jedną
prędkość rozchodzenia się
tętna, gdyż elipsa
przecięcia będzie kołem o
promieniu $\frac{1}{2}$, a kierunki
dręmania już określone nie
będą. Normalne tych

precyzję kolistych noszą nazwę osi optycz-
nych; są to kierunki, w których takie
foale postępują. Niech osie optyczne zawie-
rają z osią największej prędkości, zatem
z osią X kąt φ ; żeby ten kąt znaleźć
i wyrazić za pomocą a, b, c , trzeba wziąć
pod uwagę punkt (x, y, z) leżącej w płaszczy-
źnie osi optycznych; otrzymamy, że

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{z}.$$

Żeby stosunek tych dwóch współrzędnych
znaleźć trzeba zwrócić uwagę na to, że
ten punkt leży: 1° na powierzchni eli-
psoidy, zatem musi być spełnione równanie:

$$a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 = 1.$$

2° punkt ten leży na powierzchni kuli,
wykreślonej ze środka elipsoidy pro-
mieniem $\frac{1}{b}$, więc jego współrzędne muszą
spełniać równanie:

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{b^2};$$

z tych dwóch
równań mamy:

5 ark.

boerne równoważne między sobą, i myślenie

$b = c$ - eli

g em on

$Q = b$

między

Kryształy, dla których zachodzi nierów-
ność pierwsza, nazywamy dwuosiowymi; np.
kwarc. te zaś kryształy, dla których za-
chodzi 2^o), to znaczy, w których oś obrotu
jest ze wszystkich najkrótszą, a przeto
zatem najwęższą, nazywają się węż-
nymi; np. szpat islandzki.

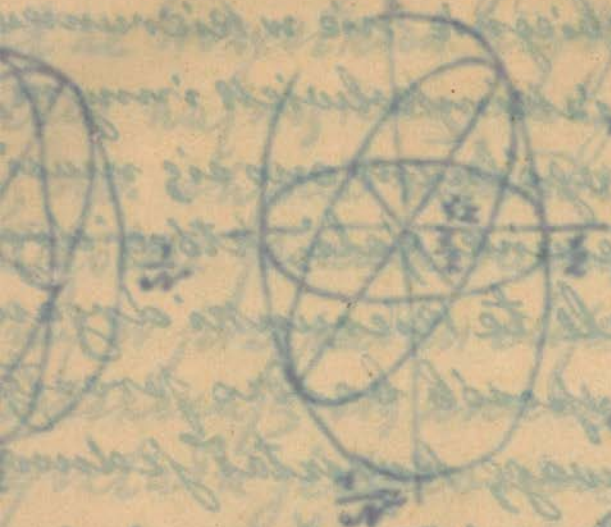
Ogólne prawa ruchu fal, które pozna-
liśmy w przypadku elipsoidalnej trójosiowej,
upraszczają się znacznie w przypadku
kryształu jednoosiowego, gdyż gdy $b=c$
z wzoru na $\tan \varphi$ wypada wtedy $\varphi = 0$.
to znaczy, że obie osie optyczne scho-
dzą się ze sobą i dają jedną oś, której
odpowiada kierunek osi obrotu.

Jeżeli $a=b$ - otrzymamy $\varphi = 90^\circ$,
to znaczy, że te dwie osie optyczne
zawierają kąt 180° , dając się znowu
w jedną prostą, która odpowiada z-
łącznej osi obrotu.

W krysztale jednoosiowym istnieje jedna oś optyczna, zatem jeden tylko kierunek postępu fali, w którym istnieje też jedna prędkość rozchodzenia się.

Jeżeli zaś fala biegnie nie w kierunku osi optycznej, lecz w jakimkolwiek innym, to jak w przypadku ogólnym ona się musi rozszczepić na 2 kierunki fali, której drgania będą różn. itd; ale te kierunki drgań ukształtują się w sposób bardzo prosty.

W tym pod uwagę kryształ jednoosiowy, pro. którego elipsoidalny polaryzacyjny wykonyje, ciśnie płaskowyżną kreśloną tak, by przekrój był elipsą, której jedna oś główna będzie prostopadłą do osi optycznej (obrotu) a druga zaś oś będzie leżała w płaskowyznie poprowadzonej przez oś optyczną, a noszącej nazwę przekroju głównego kryształu. W tym przypadku zatem jedno drganie będzie równe $\perp$ do osi optycz-



[illegible]

Wartości tych współczynników zata-
mania w spracie islandzkim dla świat-
ła żółtego są: $n_z = 1,66$

$n_n = 1,49$, zatem $z < n$, tak
że sprat będzie rzeczywście ujemny.

Kwarc: $n_z = 1,54$; $n_n = 1,55$; różnica
między temi współczynnikami jest bardzo
mała, to znaczy, iż to jest substancja
bardzo słabo podwójnie łamigca i ma-
my $z > n$ zatem kwarc jest dodatni.

O sztych staniu polaryzacji tych
obu promieni rozchodzących się w kry-
ształe, to ponieważ w danej płaszczyźnie
gali płaskiej są możliwe drgania w
pewnych tylko kierunkach, przeto
światło takie musi być z koniecz-
ności spolaryzowane; chodzi teraz o okre-
szenie kierunku polaryzacji.

Jeżeli sobie uprzytomnimy, że płaszc-
czyzna polaryzacji normalisny płaszc-

4
czyli prostopadły do drgań el. nego, to
dotyżniemy do wniosku, że światło zwykłe
drżące w kierunku prostopadłym do osi
optycznej będzie spolaryzowane w precyzi-
jownem, a światło nadzwyczajne, drżące
w precyzi-
jownem, będzie spolaryzowane
prostopadłe do precyzi-
jownego; przy-
jmiemy teraz wektor el. ny za wektor
świe-
tły.

Łajniemy się obecnie wyznaczeniu praw-
nika promienia w kryształ; jeżeli bo-
wien chodzi o ośrodek równokierunkowy
to kierunek ruchu fali nie ma być to sam-
co kierunek promienia; dla cię równo-
kierunkowych kierunki te są identyczne,
te dwa kierunki różni od siebie odróżni-
i znaleźć między nimi związek. Naprawdę
przez promień rozumiemy pewną linię,
określając tylko przez nas, jako linię, która
na wskazyje, w jakim kierunku się poru-
ca.

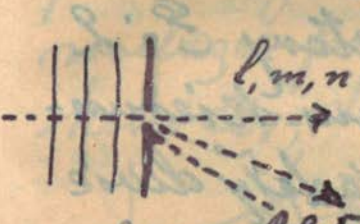
energii prądu ista. Operację definicji promienia na pojęciu ruchu energii doprowadza nas do zrozumienia tego, że kierunek kierunku ruchu promienia będzie zgodny z kierunkiem postępu fali.

Wiemy że gdy indukcja magnetyczna i el-na drga w płaszczyźnie prostej fali, to natężenie el-ne występuje z tego prostej fali, drga w kierunku, który zawiera pewien kąt z płaszczyzną fali, ale okazało się równocześnie, że $\vec{E} \perp \vec{H}$.

Jak wiadomo w każdym el.-magnetycznym polu, którego natężenie się zmienia, jest ruch energii w ilości i kierunku, który nam pozwala oznaczyć prawo Poyntinga. Według tego prawa przepływ całej energii w jakimkolwiek zmiennym polu, a zatem i w polu el.-magnetycznym fali odbywa się w kierunku prostopadłym do płaszczyzny, w której leży we-

który E. H. tego powodu ruch energii
nie będzie się odbywał w kierunku nor-
malnej fali, t.j. w kierunku postępu fali,
lecz w pewnym innym kierunku, którego
zależeniem obecnie się zajmujemy.

Wyobraźmy sobie dla przykładu falę
światłą, lecącą w przestrzeni izotropowej w



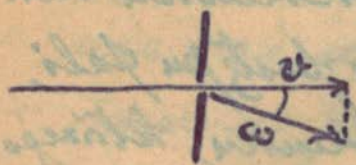
kierunku l, m, n i przepuszczamy
je przez mały otwór. Otrzymamy
promień w kierunku innym

niż normalna fali. Kierunkami l, m, n
będą odpowiadały dwa szeregi drgań z
różnymi prędkościami, którym będą od-
powiadały różne E. H. i tym samym szeregi
fal będą odpowiadały dwa promienie róż-
ne o dostawkach kierunkowych p., q., r.

l, q, r . Jeśli sobie wyobraźmy szereg
fal płaskich, biegnących w kierunku
 (l, m, n) , który przepuszczamy przez ma-
ły otwór diaphragmy, to się okaza, że, w promieniu

1.1.

biegnie ukośnie względem normalnej:



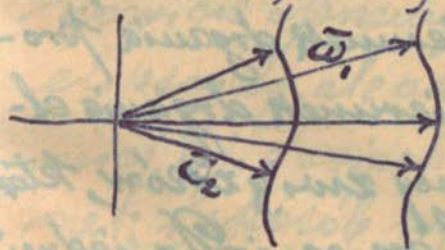
Oznaczając szybkość postępu fali przez V , a szybkość promienia przez W , widzimy,

że $V = W \cdot \cos(\vec{v}, \vec{w})$, powyższemu mamy dwa różne kierunki drgania i dwa różne

promienie, czyli dwa różne kierunkowe fali odpowiadają dwa wektory E i 2 wektory D ; zatem jednemu kierunkowi (i, m, n) będą odpowiadające dwie możliwe prędkości rozchodzenia się światła, czyli dwie wartości na V .

Żeby sobie wygodniej rozróżnienie tych kierunków promienia i prędkości W w danym kryształ, wykreślamy t.zw. powierzchnię falową. Wyobraźmy sobie mianowicie, że przez taki otwór przepuszczamy szereg fal płaskich w różnych kierunkach; po upływie jednostki czasu ruch światła w każdym kierunku

dojdzie do pewnego punktu końcowego i
wszystkie te punkty końcowe dadzą nam pew-
ną powierzchnię, którą naz. powierzchnią
falową. Ponieważ każdemu kierunkowi
fali odpowiada dwa promienie, przeto
ta powierzchnia fali będzie złożona z dwu
powłok; jedna będzie mieć za promienie
względne promienie odpowiadające prę-
dkości $\bar{c}_1$, druga prędkości $\bar{c}_2$. Cechą



charakterystyczną tej po-
wierzchni będzie to, że
ona będzie złożona z czes-
tek fali płaskiej, która

znajduje się właśnie na końcu odpowied-
niego promienia $\bar{c}$, jako mały element
powierzchni.

Elementy płaskieznowe tej powierzchni
są zatem częściami fali, promień zaś wzdłu-
ży wyobraża prędkość promienia i mając
tę powierzchnię falową można tę prędkość

W obliczyć, płaszczyzna bawiem stykna do
powierzchni galowej w odpowiednim punkcie
wskazuje, jak daleko byłaby fala doszła, gdy-
by nie było zastawy z otworem, i normalna do
tej powierzchni jest też prostopadłość, zaś od-
powiedni promień -  zcy przedstawia
szybkość, z jaką się promień światła roz-
chodzi w tym kierunku.

Najmniejszy się obecnie zmaterializowaniem pro-
kości rozchodzenia się i kierunku drgania pro-
mienia, w szczególności kierunku drgania el-
nego natężenia, przy pomocy zwigzków, które
strymanu między U, L, M, N , i E z jednej
strony, a $\bar{U}, \bar{L}, \bar{M}, \bar{N}$ (dostawy kierunkowe) pro-
mienia i natężenia el-nego $\bar{E}$ z drugiej
strony. To bawiem rolę jaką względem
postępu fali w kierunku L, M, N odgry-
wa indukcja el-na, taką względem promie-
nia odgrywa natężenie el-ne; ono jest z-
kierunkowości do promienia prostopadłe;

o ile zatem w płaszczyźnie fali rozchodzi się
indukcja el-na w postaci fali ściśle poprzecz-
nej, tak w E i H leżą w płaszczyźnie
prostopadłej do $\vec{\omega}$.

Tę samą metodą, jaką postępowaliśmy
przy obliczaniu przyspieszenia fali i kierunku
drżenia el-nej indukcji, będziemy teraz ana-
logiz postępować się przy obliczaniu $\vec{\omega}$ i
kierunku drżenia natężenia el-nego, mia-
nowicie opniemy się znów na konstrukcji
elipsoidy, ale odwrotnej względem poprzed-
niej, t.j. o osiach a, b, c . Zresztą cały rachu-
nek i sposób wykonania konstrukcji są
identyczne. Oznaczamy tedy przyspiesze-
nie $\vec{\omega}$ i wiemy, że:

$$\vec{\omega} = \frac{V}{\cos(\vec{\omega}V)}$$

Oznacza to
kierunek promienia, czyli kierunek
ruchu energii za pomocą dostaw



kierunkowych: p, q, r ; wiemy, iż według
 Pojntigt'a ten kierunek jest prosto-
 padły do kierunku drgania magnetyczne-
 go E , którego dostawy kierunkowe
 oznaczam: α', β', γ' i do kierunku drgania
 natężenia el-nego E o dostawach kie-
 runkowych $\alpha'', \beta'', \gamma''$; wreszcie rachome-
 ję dla indukcji el-nej dostawy kierun-
 kowe α, β, γ . Z tego względu ze zna-
 nej formuły z geometrii analitycznej
 będzie $p = \beta' \gamma'' - \gamma' \beta''$
 $q = \gamma' \alpha'' - \alpha' \gamma''$
 $r = \alpha' \beta'' - \beta' \alpha''$ } gdyż kierunek

p, q, r jest $\perp$ do $\alpha' \beta' \gamma'$ i do $\alpha'' \beta'' \gamma''$.
 Dostawy $\alpha'' \beta'' \gamma''$ kierunku drgania
 E można odrazu znaleźć, znając kiere-
 nek drgania el-nej indukcji; niechajmy
 bowiem: $\alpha = \frac{k_1 E_1}{D_0}$; $\beta = \frac{k_2 E_2}{D_0}$; $\gamma = \frac{k_3 E_3}{D_0}$
 ztąd: $E_1 = \frac{\alpha D_0}{k_1} = \frac{\alpha}{k_1} \sqrt{k_1^2 E_1^2 + k_2^2 E_2^2 + k_3^2 E_3^2}$

a ponieważ $d' = \frac{c}{c_0}$ przeto będzie

$$d'' = \frac{\alpha}{n_1} \sqrt{\frac{n_1^2 c_1^2 + n_2^2 c_2^2 + n_3^2 c_3^2}{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}}, \text{ tak samo}$$

$$\beta'' = \frac{\beta}{n_2} \sqrt{\frac{n_1^2 c_1^2 + n_2^2 c_2^2 + n_3^2 c_3^2}{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}}$$

$$\gamma'' = \frac{\gamma}{n_3} \sqrt{\frac{n_1^2 c_1^2 + n_2^2 c_2^2 + n_3^2 c_3^2}{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}}, \text{ z czego}$$

maamy:

$\alpha'' : \beta'' : \gamma'' = \frac{\alpha}{\mu n_1} : \frac{\beta}{\mu n_2} : \frac{\gamma}{\mu n_3}$ przez dopi-
sanie stałej μ , a podstawiając stałe optyczne,
otrzymamy: $\alpha'' : \beta'' : \gamma'' = a^2 \alpha : b^2 \beta : c^2 \gamma$, lub

$\alpha'' = q a^2 \alpha$; $\beta'' = q b^2 \beta$; $\gamma'' = q c^2 \gamma$, gdzie
 q jest wspólnym stałym czynnikiem:

$$q = \frac{1}{\sqrt{a^4 \alpha^2 + b^4 \beta^2 + c^4 \gamma^2}}, \text{ gdy: } \alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2 = 1.$$

Składając w ten sposób wartości dostaw
kierunkowych el. nego drgańia wektor
 E w funkcji α, β, γ , możemy adwars
napisać:

$$\begin{aligned} \beta &= q(\beta' c^2 \gamma - \gamma' b^2 \beta) \\ \gamma &= q(\gamma' a^2 \alpha - \alpha' c^2 \gamma) \\ \alpha &= q(\alpha' b^2 \beta - \beta' a^2 \alpha). \end{aligned}$$

zark.

Żeby obliczyć wartość samej prędkości wzdłuż promienia, postużymy się wzorem:

$\cos(\omega, v) = pl + qm + rn$, a wstawiając otrzymane wartości, napiszemy po uporządkowaniu wyrazów:

$$\cos(\omega, v) = \frac{1}{\sqrt{a^2 d^2 + b^2 \beta^2 + c^2 \gamma^2}} [m \gamma' - n \beta'] + b^2 \beta (n d' - l \gamma') + c^2 \gamma (l \beta' - m d')]$$

ponieważ kierunek d, β, γ jest prostopadły do kierunku l, m, n i d', β', γ' , przeto wyrażenia w nawiasach są równe d, β, γ , tak że krótko:

$$\cos(\omega, v) = \frac{1}{\sqrt{a^2 d^2 + b^2 \beta^2 + c^2 \gamma^2}}, \text{ ale to wyrażenie} = \frac{v}{\omega} \text{ ponieważ:}$$

$$\omega = \frac{v}{\cos(\omega, v)}, \text{ przeto bzdzie}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{a^2 d^2 + b^2 \beta^2 + c^2 \gamma^2}} \cdot a \text{ zatem mamy wyrażenie}$$

na prędkość promienia ω w funkcji d, β, γ , kierunku drgania el. nej indukcji. Żeby teraz wyrazić ω w funkcji d, β, γ dław kierunku drgania el. nego drgania, zwróćmy uwagę na

31.
relacje, pochodzące stąd, że $\mathcal{O} \perp \mathcal{H}$ i $\mathcal{E}$.

(I) $pa' + q\beta' + r\gamma' = 0$, ale $\mathcal{E} \perp \mathcal{H}$, co daje

(II) $d\alpha' + \beta'\beta' + \gamma'\gamma' = 0$, ponieważ dalej

$\mathcal{O} \perp \mathcal{H}$, przeto $dd' + \beta\beta' + \gamma\gamma' = 0$, z czego
ponieważ podstawienie:

$\alpha = \frac{d''}{a^2}$; $\beta = \frac{\beta''}{b^2}$ i $\gamma = \frac{\gamma''}{c^2}$ otrzymu-
jemy: $\frac{d''}{a^2} \alpha' + \frac{\beta''}{b^2} \beta' + \frac{\gamma''}{c^2} \gamma' = 0$ (III), a z
równania: $v^2 = a^2 \alpha^2 + b^2 \beta^2 + c^2 \gamma^2$

$v^2 = \frac{d''^2}{a^2} + \frac{\beta''^2}{b^2} + \frac{\gamma''^2}{c^2}$, a jeżeli
zwarzymy, że $d^2 v^2 = 1$, to otrzymamy
zgodną formułę:

$$(IV) \frac{1}{\omega^2} = \frac{d''^2}{a^2} + \frac{\beta''^2}{b^2} + \frac{\gamma''^2}{c^2}.$$

Widzimy, że ten system równań jest
identycznie tego samego rodzaju, co
system równań:

$$(I) l\alpha' + m\beta' + n\gamma' = 0$$

$$(II) \alpha\alpha' + \beta\beta' + \gamma\gamma' = 0$$

$$(III) a^2 \alpha\alpha' + b^2 \beta\beta' + c^2 \gamma\gamma' = 0$$

$$(IV) v^2 = a^2 \alpha^2 + b^2 \beta^2 + c^2 \gamma^2, \text{ przy pomocy}$$

którego wyznaczymy prędkość $\mathcal{V}$ fali i kierunek indukcji el-nej. W równaniach (I) , (II) , (III) mamy dostawy kierunkowe promienia i natężenia el-nego, zamiast dostaw kierunkowych normalnej i indukcji $(\mathcal{D})$ w równaniach (I) , (II) , (III) . W równaniu zaś (IV) prędkość fali jest zastąpiona przez $\cos \theta$ oś prędkości promienia,

Jak poprzednio za pomocą elipsoidy polaryzacyjnej można było geometrycznie wyznaczyć dla danego kierunku l, m, n zarówno obie wartości na $\mathcal{V}$ i kierunek drgań indukcji, tak i teraz przy pomocy elipsoidy odwrotnej, której ośi (bądź) a, b, c będą w tych samych osiach kryształu, a zatem jej równanie będzie: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ rozmięty postawić zadanie.

Niech zatem będzie dany dowolny kierunek promienia; pytanie: z jak

szybkości, światło idzie według niego i w jakim kierunku odbywają się drgania et-nego natężenia, (a nie już indukcji). Postępujcie tak samo jak poprzednio wykonujcie cieższe eliptydy per wyżej (odwrotnej) płaszczyzny prostopadłej do promienia $\vec{\omega}$. Wskutek cieższa otrzymujemy elipsę, której główne osie wskazują oba możliwe kierunki drgania et-nego, więc $\vec{e}_1, \vec{e}_2$, a odwrotności osi głównych tej elipsy cieższa dać będzie wartości prędkości $\vec{\omega}$, którą można wyznaczyć albo rachunkiem, albo konstrukcyjnie; i tak dla prędkości fali mialismy wzór (Fresnela, gdzie ta prędkość była wyznaczona przez równanie:

$$\frac{e^2}{a^2 - v^2} + \frac{m^2}{b^2 - v^2} + \frac{n^2}{c^2 - v^2} = 0 \text{ -- stopnia drugiego względem } v.$$

Stosując ten wzór do $\vec{\omega}^2$ możemy napisać równanie:

$$\frac{p^2}{a^2 - \omega^2} + \frac{q^2}{b^2 - \omega^2} + \frac{r^2}{c^2 - \omega^2} = 0 \text{ -- (10)}$$

zamienić u na v i w na x , i zamiast
 l, m, n , trzeba podstawić p, q, r , zamiast
osi - odwrócić ich, a zamiast $v^2, \frac{1}{\omega^2}$, jest
to wynika z porównania równań $I - IV$
z równaniami $I' - IV'$. Mamy zatem rów-
nanie, ściśle odpowiadające poprzednie-
mu; powstało ono dla danego kierunku
promienia wyznaczę rachunkiem te
obie wartości ω_1, ω_2 w funkcji przy-
datności głównych, czyli stałych optycznych
 a, b, c . Równanie to jest równaniem
stopnia drugiego względem ω , z którego
dla danego promienia p, q, r - mamy dwie
różne prędkości rozchodzenia się dźwięku
el. nego, co konstrukcyjnie się otrzymuje
jako dwie osie główne elipsy, mającej któ-
rej elipsoid, odwrótny przecinamy pro-
stopadle do drugiego kierunku promienia.
Tak samo, jak w przypadku poprzednim
tak i teraz istnieje będzie pewien kierunek

promienia, któremu tylko odpowiedzą
precyzja kół i elipsy odpowiedniej
co do której znów zakładamy:

a) b) c), które są pewne
osiłowe kierunku w kryształ, mając tę
właściwość, że gdy promień światła biegnie
w tym kierunku, wtedy rozkład ruchu
drżenia się światła jest jeden jedyny. Iż
to t.j. w. wtórne osie kryształu. Ponieważ
właściwość płaszczyzny, przecinającej elipsy
według kąta przechodzą przez oś średnią,
„b”, a osie wtórne są odpowiednio do



nich prostopadłe, po-
te osie wtórne wraz z
osiami optycznymi,
t.j. najmniejszą i na-
większą leżą w jednej płaszczyźnie; a
względnie osie optyczne są skierowane i
inny kąt niż osie wtórne i normalne
tamtę kąt przez ϕ ; jeżeli przez ϕ'

macz, kęc między osi z OA, a osi z, w którą
 to rachunek analeptyczny do poprzedniego
 pozwala obliczyć φ' . Mianowicie trzeba
 znów wrócić pod uwagę, że punkt
 jakiś tych cięć kołowych leży w płaszczyźnie
 osi optycznej i musi kryć
 zadłość zarówno równaniu elipsoidy
 jak i równaniu kuli o promieniu:

$x^2 + y^2 + z^2 = b^2$; znajdziemy
 w ten sposób:

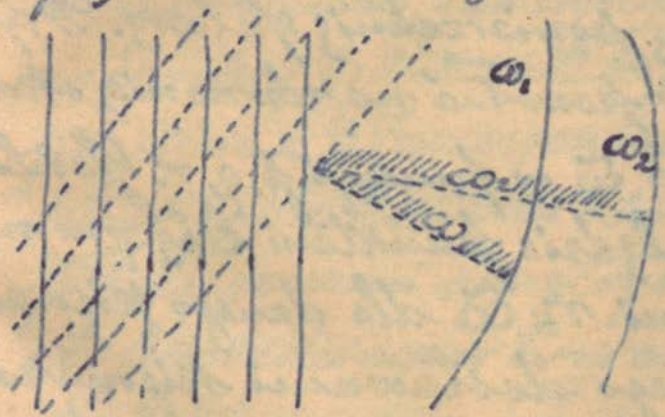
$$\operatorname{tg} \varphi' = \sqrt{\frac{\frac{1}{c^2} - \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}}}. \text{ Jeżeli}$$

zaś wprowadzimy zamiast a, b, c ,
 główne współczynniki załamania $n_1, n_2,$
 n_3 , to możemy napisać, iż

$$\operatorname{tg} \varphi' = \sqrt{\frac{n_3^2 - n_2^2}{n_2^2 - n_1^2}}. \text{ Można na-}$$

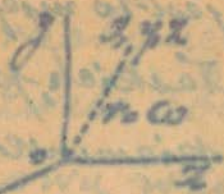
koniec z łatwością odpowiedzieć na py-
 tanie, jaki kształt ma powierzchnia
 głowa danego kryształu. Powierzchnię

to określiliśmy w ten sposób, iż jest to miejsce geometryczne czoł wierzchołków płaskich, przeciętych w najnormalniejszych kierunkach i przez mały otwór po upływie jednostki czasu. Powierzchnia taka będzie mieć dwie powłoki, jedna z nich pochodzą od prędkości ω_1 , druga od ω_2 . Z pomocą takiej powierzchni można będzie już określić kierunek fali i promienia. Fresnel



można będzie już określić kierunek fali i promienia. Fresnel

pienarę wyznaczył rachunkiem kontakt tej powierzchni falowej, dla kryształu o najogólniejszym stopniu symetrii. Wyobraźmy sobie kryształ, odniesiony do trzech osi współrzędnych (x, y, z). Oczywiście, że jeżeli weźmiesz jakikolwiek punkt w przestrzeni którego promień wodzący jest „ r ”, to



równanie tarczki powierzchni
 płaskiej w współrzędnych biegunowych
 będzie $r = \bar{r}$; będzie to powier-
 chnia, której promień wzdłuż
 równu się przodłości i wicila na tym samym
 promieniu wzdłużem. Wystrępy są to mity-
 cnie wartości, żeby otrzymać równanie pro-
 stawiające bez powierzchni płaskiej. Wy-
 cila należy się powrócić do równania, okres-
 lające wartości $\bar{r}$ w funkcji p, q, r . Jeśli
 punkt (x, y, z) będzie punktem leżącym na
 tej powierzchni $r = \bar{r}$ dla danego kierunku
 $\bar{r}$, o krótkiego dostawiamy kierunko-
 we p, q, r ; będzie ono następujące:

$p = \frac{x}{r}$; $q = \frac{y}{r}$; $r = \frac{z}{r}$; jeżeli te
 wartości wstawimy w równanie [10].
 str. 53] przy uwzględnieniu $\bar{r} = r$, to rów-
 nanie to przyjmie kształt:

$$\frac{\frac{x^2}{r^2}}{\frac{x^2}{r^2}} + \frac{\frac{y^2}{r^2}}{\frac{y^2}{r^2}} + \frac{\frac{z^2}{r^2}}{\frac{z^2}{r^2}} = 0$$

$$\frac{1}{a^2} - \frac{1}{r^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{1}{r^2} + \frac{1}{c^2} - \frac{1}{r^2} = 0$$

gdzie $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

Określając różniczkę:

$$\frac{a^2 x^2}{a^2 - r^2} + \frac{b^2 y^2}{b^2 - r^2} + \frac{c^2 z^2}{c^2 - r^2} = 0 \dots (11)$$

owe słowne równanie Fresnelowskie, wyraża kąt między powierzchnią falistą i jej normalną, jak się okazuje, dwie postacie. Niech się rozpatruje, jak wygląda ta powierzchnia, najprościej będzie znaleźć jej trzy główne pierwiastki i przekształcić je w postać, która jest z kątami równania swobodnego i symetrii tej powierzchni. Aby przekształcić w tym celu równanie do postaci:

$$(a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2)(x^2 + y^2 + z^2) - x^2(b^2 + c^2) - y^2(a^2 + c^2) - z^2(a^2 + b^2) + a^2 b^2 c^2 = 0.$$

W tym równaniu szukamy po kolei zerów: $x^2 = 0$; $y^2 = 0$; $z^2 = 0$, żeby znaleźć równania tych trzech powierzchni. Zatem założenie $x=0$ daje równanie:

$(b^2y^2 + c^2z^2 - b^2c^2)(y^2 + z^2 - a^2) = 0$ pre-
 cisca się powierzchnie falowej z płaszczyzną
 (y, z) . Podobnie, zakładając $y=0$ otrzy-
 mamy równanie:

$$(c^2x^2 + a^2z^2 - a^2b^2)(z^2 + x^2 - b^2) = 0.$$

Wreszcie podstawimy $z=0$, dostaniemy:

$$(a^2x^2 + b^2y^2 - b^2c^2)(x^2 + y^2 - c^2) = 0.$$

Każde z tych 3 równań rozpadnie się
 na dwie nierozłączne części: i tak
 z pierwszego równania otrzymamy niepród

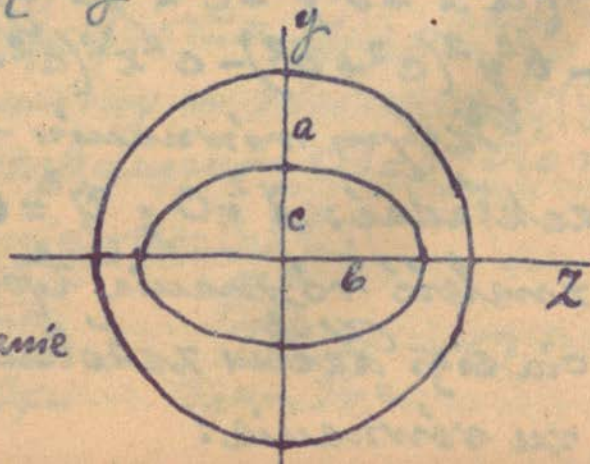
$$\frac{y^2}{c^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \text{ następując } y^2 + z^2 = a^2;$$

zatem równanie elipsy o osiach c i b
 i równanie okręgu promienia a .

Jeżeli powtórzymy założenie $a > b > c$
 otrzymamy

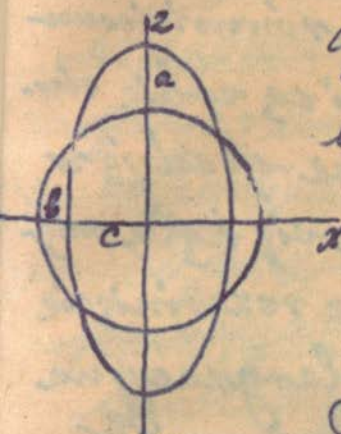
narysunek:

Z drugiego
 równania otrzy-
 mamy w płaszczyźnie
 (x, z) elipsę:



61.

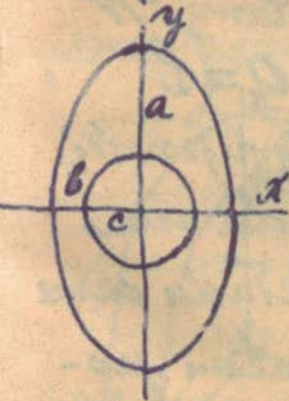
$$\frac{x^2}{c^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1 \quad \text{i} \quad \text{kożo} \quad x^2 + z^2 = b^2:$$



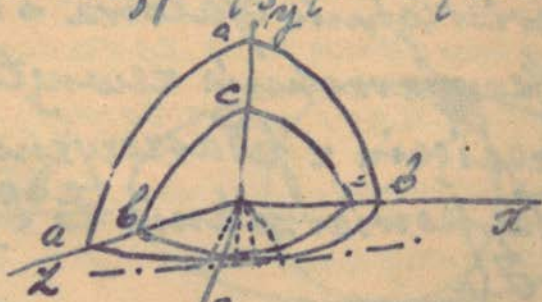
Wreszcie trzecie równanie
daje koło:

$$x^2 + y^2 = c^2 \quad \text{i} \quad \text{ef.} \quad \text{przez}$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1.$$

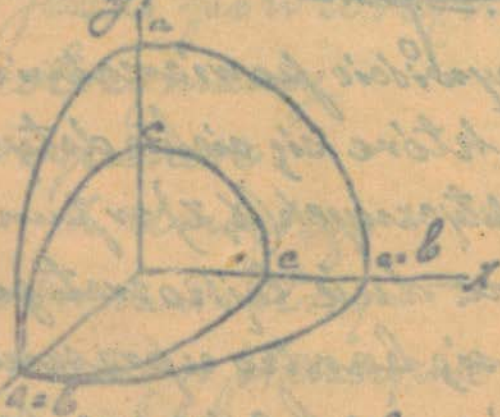


Te trzy cięcia razem można
przedstawić perspektywie wiczu
na następnym rysunku:



Jest to więc rzeczywiste powierzchnie
z dwóch powłokach, które się siebie dotykają
w płaszczyźnie osi optycznych (x, z) w punkcie
pewnym, leżącym na dnie lejkoowatego
zastęplenia. Bieże się bardzo upraszcza,
gdy między temi ośiami: a, b, c pewne są

sobie równe: jeżeli wszystkie boki są sobie
 równe, mamy przypadek ciała równoboczno-
 kowego. Jeżeli tylko dwie są sobie rów-
 ne, wtedy obie te sąsiadujące spadają w
 jedną, bądź przez równoległość, bądź
 przez równoległość, bądź przez równoległość
 się do 180° i elipsoidalną, jeżeli
 zamienia się na elipsoidalną, obrotową.
 W przypadku zatem, gdy $a=b$
 powierzchnia elipsoidalna o tych samych
 półkach powierzchnia równoległa do
 powierzchni z płaszczyznami układu same
 będą powierzchniami, bądź to zatem po-

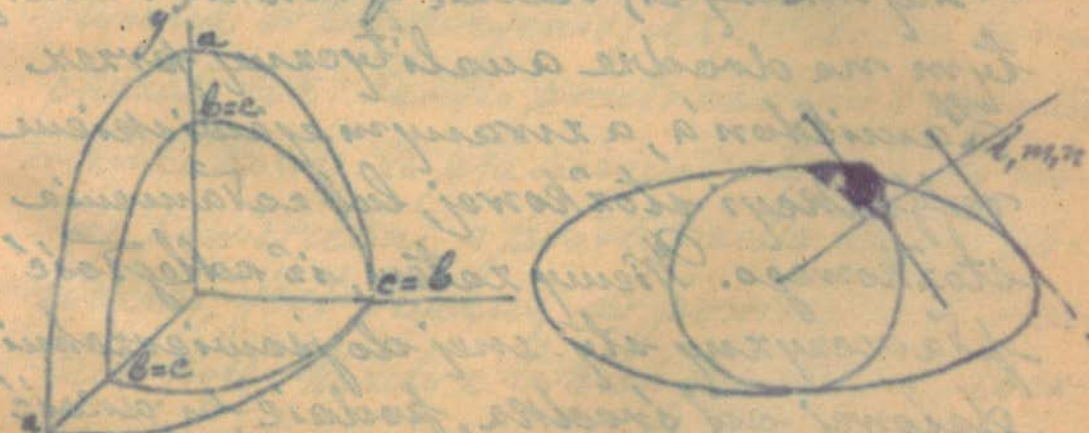


wierzchnią kulistą; powierzchnia zaś wew-

metryczna - powierchnia elipsoidalna obro-
towa, której oś obrotu jest oś z .

Przypadek ten, który mamy z poprzednim,
gdyż równa się z i - kryptotatu, to ten
odpowiada kryptotatu z : kwadratowi.

W przypadku gdy $b \neq c$ otrzymamy
powierchnię zwaną elipsoidem obrotowym z oś z , jeżeli oś obrotu, a
w szczególności powierchnia elipsoidalna:



z ten przypadek odpowiada kryptotatu
(-): szpat islandzki.

Gdybyśmy chcieli z. alieć przedstawić wyko-
nać się zali w jakimkolwiek dowolnym
miejscu l, m, n , oznaczonym normalnym

fali, należący prostopadle do tego kierunku
w. Kształt płaszczyzny stykającej się do powierzchni
chui faliowej i odległość tych płaszczyzn
stykających od środka da nam obie przelkości
fali: v_1 i v_2 ; a zarazem punkty styczności
tych płaszczyzn i należące do nich promie-
nie wodzące, wskazywać kierunek przyna-
leżny promieniowi.

Łajniemy się obecnie zjawiskiem odkry-
tym na drodze analitycznej przez
Hamilton'a, a zwanym zjawiskiem
refrakcyi stożkowej, lub zstanięcia
stożkowego. Wiemy zatem, iż odległość
płaszczyzny stykającej się do powierzchni
faliowej od środka, posiada przelkość
fali, poruszającej się w kierunku
normalnej (l, m, n) płaszczyzny styka-
jącej. Jest, jak z fig. (str. 61) widać, jedno
podanie płaszczyzn stykających do powierz-
chui faliowej, a prostopadłych do odpowied-

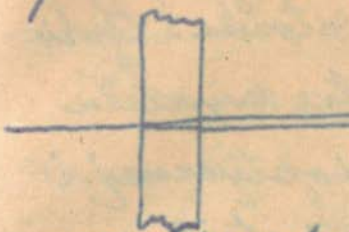
niego kierunku rozchodzenia się fali, w którym te dwie płaszczyzny styknie się według się w jedną. To znaczy się, że dla gęstości ρ_1 i ρ_2 rozchodzenia się fali w tym kierunku jest jedna tylko: płaszczyzną punktów styczności tej płaszczyzny z powierzchnią fali, będzie nieskończenie wiele i one wszystkie będą leżały na kole, położonem tak, jak iawa płaszczyzna styknie w płaszczyźnie (A.B.). Można bowiem okazać, jak bardzo proste zadanie z geometryi różniczkowej: że płaszczyzną styknie do danej powierzchni, a prostopadła do osi optycznej jest styczność do powierzchni w całym kole; każdy z takich punktów styczności wskazuje nam jeden z możliwych promieni, których zestaw będzie nieskończenie wiele, i one wszystkie utworzą nam powierzchnię stożka, to znaczy, że do tych wszystkich punktów styczności rozchodzi się fala z jednej tylko brzołkości i to zia-

wis nazywany zjawiskiem zatamania stożkowego.

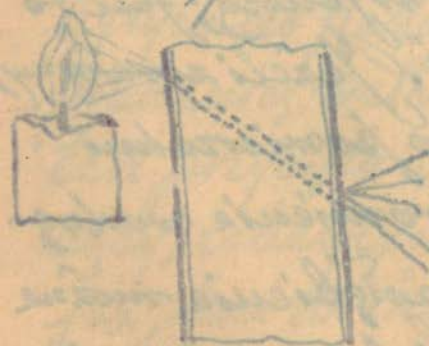
Żeby to doświadczalnie wykazać, wytnijmy z dwusiecznego aragonitu płytkę prostopadle do osi optycznej. Oś i rućmy na nią promień światła, to ptaszkowa galona, należąca do tego promienia świetlnego będzie się rozchodziła z jedną jedyną prędkością, tylko promieni będzieemy mieli nieskończenie wiele i zobaczymy, że wzrok przy światła rozpadnie się na cały ten pusty stożek, który po wyjściu z kryształu zamieni się na próżnię promieni równoległych do padających, które będą tworzyć polecamy, walec, tak, iż, patrząc przez tak przycięty aragonit na punkt świecący, zobaczymy nie punkt świecący już, lecz koło świecące.

Co do prędkości promienia dla jakiegoś kolwiek kierunku promienia, to gdy zna-

07.
 nie jest powierzchnia falowa, wiemy, że
 promień wodzący w kierunku promienia
 liczący daje nam te wielkości,
 które oznaczyliśmy przez $\bar{\omega}_1$,
 i $\bar{\omega}_2$. Tu znów istnieje pe-
 wien przypadek osobliwy: taki promień
 będzie bowiem wogóle powierzchnią falową
 przecinał w dwóch punktach, z których
 jeden daje $\bar{\omega}_1$, drugi $\bar{\omega}_2$. Ale w przypad-
 ku ogólnym kryterium dwuosiowego istnieje
 1 punkt (w płaszczyźnie IK) w którym
 będzie istniał 1 tylko promień wodzący,
 i to jest kierunek taki, że obie te przy-
 kładzi $\bar{\omega}_1$ i $\bar{\omega}_2$ schodzą się w jedną; jest to
 kierunek osi wtórnej. O". Jeżeli zważymy,
 że płaszczyzny styknych do powierzchni
 falowej na końcu tego promienia wodzą-
 cego w głębi lejkowatego zagłębienia można
 mykreslić nieskończenie wiele, pro to w tym
 punkcie przykładzi i kierunków rozchodzą



nia się gębi będzie niekończące wielkie światło.
 To na zewnątrz z tego punktu. wychodzi
 będzie miało kształt poboczny stożka. Gdyby
 to zatem promień, który wewnątrz kryształu
 biegnie w kierunku rotacyjnej osi optycznej i
 wychodzi na zewnątrz w postaci stożka, w
 ten sposób otrzymujemy zjawisko załamania
 stożkowego zewnętrznego. Wystąpienie tego
 zjawiska można wykreślić przy pomocy tempera-
 tury, na który należy rzucić tak światło, aby
 ono wewnątrz kryształu szło w kierunku
 osi rotacyjnej. W tym celu na płycie krysz-
 tału nakłada się dwa otwory tak by linie
 światła, promienia przez jej wnętrze, miały



składać kierunek osi
 rotacyjnej; wtedy po wyjściu
 z tego kryształu światło
 tak się załamie, iż będzie
 znów miało kształt sto-
 żkowego pęk promieni, i to określony, jako

zjawisko refrakcyi stożkowej rewolutornej, gdyż
stożek ten tworzy się ~~konkretnie~~ już poprzednio
na rewolutor kryształu.

Przecież na koniec i najwłaściwiej zastosowanie
powierzchni głównej polega na tem
że z pomocą tej powierzchni można znaleźć
kierunek promienia załamane go, idącego
z powietrza do kryształu, o dowolnym
stopniu symetrii mającego płaską powierzchnię
chwilę tamtego.

Nyobrażamy sobie w perspektywie tę powierzchnię
kryształu, na którą pada cież promień



światła. Niech płaszczyzna F przedstawia
falę padającą, a AA' jej
ślad, który po upływie
jednostki czasu znajdzie
się w BB' . W ciągu tej
jednostki czasu, w której płaszczyzna gło-
wna od swojej pozycji F przesunęła się do F'

jednostki czasu, w której płaszczyzna gło-
wna od swojej pozycji F przesunęła się do F'

unikado światło do wnętrza kryształu i z keri-
dego punktu pierwszego z tych śladów w ciągu
1 sekundy rozwinie się powierzchnia falowa.
Tak z punktu A rozwinie się pewna po-
wierzchnia wewnątrz kryształu, która będzie
mieć dwie powłoki, zależne od kierunków
głównych kryształu, względnie powierzchni
tamisowej.

Z wszystkich punktów, położonych między
AA' i BB' rozwinie się także same powie-
rchnie falowe, kolejno jedna po drugiej.
Jeżeli będą rozważać powierzchnię falową
punktu A' (~~będą nam przedstawiały~~)
i poprowadzą z B płaszczyznę do niej
styczną, to normalne do nich wykreślone
z punktu A' będą nam przedstawiały prę-
dkości fali, czyli prędkości V_1 i V_2 , z jakimi
sobie te płaszczyzny stykane się poruszają.
Promienie przynależne do tych prędkości
z płaszczyzn stycznych wyjdą z punktu

A' do punktów styczności. Aby więc wyzna-
 leć, jak zaś mywać się będą promienie
 w kryształ ogólnym i znaleźć położenie
 płaszczyzn falowych, czyli tych stycznych
 słokomych w pomniejszej wyżej konstruk-
 cyi Huygen'sa. Promieni takich strzy-
 muje się 2 tylko, w ogólnym przypadku,
 jeżeli nazwę spółczynnikiem załamania
 stosunek prędkości światła w próżni v_0
 do prędkości w kryształ v , to będzie

$$\frac{v_0}{v} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

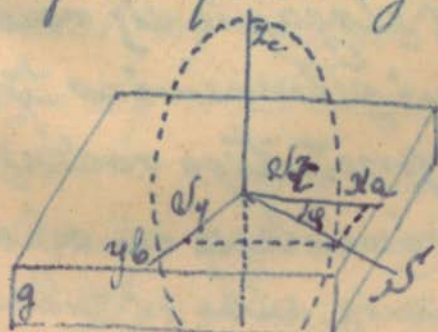
Jednak stosunek ten nie będzie stały
 lecz zależny od kąta padania i od położe-
 nia płaszczyzny tamizcei względem kie-
 runków głównych kryształu. Prawo

Snellius'a tu się zatem stosować nie będzie
 jak tylko w szczególnym przypadku, gdy-
 byśmy mieli do czynienia z kryształem
 jednoskiewym; w tym bowiem razie po-
 wierzchnia falowa przekształci się na po-

nie c. nig kulisty i elipsoidalny, i po
 wyrzuceniu płaszczyzn stycznych: jednej
 do kuli; drugiej do elipsoidalnej, otrzymamy
 przedkości rozchodzenia się fali: fig. 100
 z nich będzie oczywiście stała niezależna
 od kąta padania, dla tego zatem promienie
 będzie oczywiście stosować się prawo
 Snellius'a: $\frac{V_1}{V_2} = \text{const.}$, i ten współczyn-
 nik maksymalny wyrażającym współczyn-
 niek załamania; dla drugiego zaś promie-
 nia sprawa załamania nie będzie prawa
 Snelliusa.

Zastosujemy prawo podwójnego załama-
 nia się światła do zjawiska chromatycznej
 polaryzacji, t. j. do zjawiska zabarwiania
 się cienkich płyt w świetle przepuszczo-
 nem. Wiadomo iż w wyrażeniu wzglę-
 dem siebie w przyrządzie Norremberga:
 polaryzator i analizator, gasi światło
 przepuszczone; dopiero po umieszczeniu

migodły niemi cieniowej płytki, np. Tyercka pole widzenia się wyjaśnia, przybierając bardzo różn. barwy, zależne od grubości blaszki. W świetle zaś jednorodnem otrzymujemy zależnie od potężenia blaszki większe lub mniejsze napięcie o tej samej jednak barwie, co światło, wyte w doświadczeniu. Zjawisko to tłumaczy się interferencją, zachodzącą między promieniami, które przechodzą i wychodzą przez płytkę. Niekiedy pad uwagę przypadek najczęściej w praktyce używany, kiedy mamy blaszkę kryształową wyrównaną, tak, że jeden z głównych kierunków danego kryształu jest do powierzchni tej blaszki prostopadły, a dwa inne leżą zatem w tej powierzchni. Przy-



puszczamy, że w kierunku X jest prędkość naj-

wiskora, a w kierunku X najmniej ra-

zucany na powierzchni blaski
wizualny promieni równoległych do osi X ,
zatem przeszerzenia, gęstości, gęstości
równoległych do przeszerzenia kołowego.

Żeby znaleźć kierunki dogania, i bry-
kości gęstości, wykreślamy elipsydy polecy-
zający, odpowiednio do trzech osi X, Y, Z
kierunków głównych. Jeżeli sobie zobaczymy
ciężkie przeszerzenia równoległe do przeszerzenia
gęstości, więc przeszerzenia blaski, to otrzymamy
elipsy, której osie główne wskazują
miejscowe kierunki dogania blasku o kie-
runku gęstości, a odwrotności ich wskazują
przeciwieństwo, a jeżeli dane doganie się rozcho-
dzi. Ponieważ osiami głównymi w tym
miejscu są osie X, Y przeciwko tego rodzaju
jednemu postępującym równoległym do blaski
będą odpowiadać doganiu, albo w kie-
runku osi X z kładności A , albo w kie-
runku osi Y z kładności B .

on y z przelazowiz δ , celernie od spowodu
 drgania swietla w promieniu padajacy m.
 Swietlo j. niechwilnie wrazenie w Krys-
 talu zarowno drgania w kierunku x i
 y . Przyjmijmy, ze swietlo padajace na
 slonki jest prostopadlym do powierzchni
 i ze kierunek drgania zawieszony z osia x
 kąt φ ; jezeli ten wektor swietlany orna-
 cy przez A , to o ile mian swietla jeszcze
 jednorodnego, to moze napisac, ze:
 $A_x = A \sin \varphi$, gdzie A jest
 amplitudą drgania tego swietla, jednorod-
 nego. Poniewaz jednak slonka posiada
 zdolnosc przepuszczania drgania tylko
 w kierunku x i y przez drganie to A
 musi sie rozpadac na dwie składowe:
 A_x i A_y wektory zawsze równoległe sobie,
 które w całej grubości slonki kierunek
 drgania zachowują ten sam, i beda:
 $A_x = A \cos \varphi \sin \frac{\pi}{2}$ i $A_y = A \sin \varphi \sin \frac{\pi}{2}$

Jeżeli wzdłuż pręta białego z różnemi prędkościami oba te drgania z chwilą gdy przejdą przez grubość blaszki g nabędą różnicy pewnej fazy, której poprzecznie nie posiadamy wcale; i zmieni się na S_x i S_y . Zgodzićmy wtedy mieli: $S_x = A \cos \varphi \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi g}{\lambda} \right) \dots (1)$ gdzie λ jest długością fali wewnątrz substancji. Tak samo

$$S_y = A \sin \varphi \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi g}{\lambda} \right) \dots (2)$$

Można więc, że te dwa drgania składowe wykazują teraz różne fazy po przejściu przez płytkę. $\Delta S = \frac{2\pi g}{\lambda} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)$.

Dopodniżej można to wyrazić jeżeli zamiast prędkości a i b wprowadzimy główne współczynniki załamania. Jeżeli mianowicie v_0 oznacza prędkość światła w próżni, to stosunek:

$$\frac{v_0}{a} = n, \text{ i tak samo}$$

$\frac{v_0}{b} = n_2$. Jeżeli jeszcze wprowadzimy zamiast okresu drgania długość

^{477.}
 fali w próżni: $\lambda = \frac{v}{f}$, gdzie v możemy napi-
 sać, iż różnica fazy:

$$S = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 - n_1).$$

Te dwie postacie prostopadłe do siebie
 składowe jednego prostolinijnie spolary-
 zowanego promienia, wskutek nabycia róż-
 nicy faz, po przejściu przez płytkę ztożę-
 się i dadzą, jako drganie wypadkowe -
 drganie eliptyczne, są bowiem do siebie
 prostopadłe i mają różne amplitudy i
 pewną różnicę faz. Półrozmie i kształt tej
 elipsy zależą od wielkości amplitud, od
 nabycia w płycie różnicy faz, która znowu
 zależy od grubości płytki, i od różnicy
 współczynników załamania dla obu kierun-
 ków. W szczególnym przypadku może elip-
 soida przekształcić się w kulę, mianowicie
 wtedy, gdy różnica faz $S = \frac{\pi}{2}$ i gdy obie
 jej składowe amplitudy są sobie równe:
 $A \cos \varphi = A \sin \varphi$, czyli gdy $\varphi = 45^\circ$.

i jeżeli zatem wierzmy, że światło, sprawiające
 różnicę faz $\frac{1}{2}$ fali, t. j. w. kwadransówką i
 jeżeli rzućmy na nie światło spolaryzowane
 t. j. i. j. kierunek jego wierzmy był 45° i. j. obu
 tej równości i. j. obu mi tej sytuacji, to otrzymamy
 światło kołisto spolaryzowane. Jeżeli się przesko-
 nym, i. j. znowy gdzie tam kwadransówką
 milimy światło zwłoka, dla którego przy prze-
 bieraniu go przez ten kierunek różnica:

$$n_2 - n_1 = 0,001$$

jeżeli ma być $P = \frac{1}{2}$, to z równania ostat-
 niego otrzymamy:

$$\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 0,001}{2 \cdot 0,0005} \cdot 0,004, \text{ z czego obli-}$$

czymy, iż grubość d ta jest $d = 0,004$ mm.
 dla $P = \frac{1}{2}$. —

Niezależnie jednak od sytuacji musi
 być tak ciężej, gdyż i kołisto spolaryzo-
 wane światło otrzymamy i. j. gdy różni-
 ca faz $P = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ (t. j. $\frac{2k+1}{2}$).

Zatem jeżeli nieprawda, wielokrot-

przejdzie przez analizator; oznaczając je
przez S_x , będziemy mieli

$$S_x'' = S_x' \cos \varphi.$$

Tak samo co do S_y , rozłożonego na takie
same dwie składowe, przejdzie tylko
składowa, równoległa do płaszczyzny ana-
lizatora i będzie oznaczając je przez S_y' :

$$S_y'' = S_y' \sin \varphi.$$

Jeżeli teraz przez S'' oznaczą wektor
światły po wyjściu z analizatora, to
będzie $S'' = S_x' \cos \varphi + S_y' \sin \varphi$.

Żeby wprowadzić do tego wzoru ampli-
tudy A , oznaczmy dla krótkości w (1):

$$\frac{Q \sin t}{T} - \frac{Q \sin \varphi}{T} = \tilde{\omega}.$$

Wtedy równania (1) i (2) będziemy mogli
napisać w krótkości: $S_x' = A \cos \varphi \sin \omega$

$$S_y' = A \sin \varphi \sin(\omega + \delta)$$

W ten sposób wypadkowa światła prze-
puszczonego: $S'' = A \cos \varphi \sin \omega \cos \varphi + A \sin \varphi$
 $\sin \varphi \sin(\omega + \delta)$ -- lub:

$$I'' = A \cos \varphi \sin \omega \cos \psi + A \sin \varphi \sin \psi (\sin \omega \cos \delta + \cos \omega \sin \delta) = \sin \omega (A \cos \varphi \cos \psi + A \sin \varphi \sin \psi \cos \delta) + \cos \omega \cdot A \sin \varphi \sin \psi \sin \delta$$

Jeżeli współczynnik przy $\sin \omega$ oznaczę przez $R \cdot \cos \delta$, a współczynnik przy $\cos \omega$ przez $R \cdot \sin \delta$, to możemy napisać, iż:
 $I'' = R \sin(\omega + \delta)$. Otrzymane zatem wypadkowe drganie przedstawia światło jednorodne o tym samym okresie T , którego amplituda jest R , różnicą faz δ , różnicę wogóle od amplitudy i różnicy faz światła padającego. Amplitudę tę znajdziemy gdy wyrażenie na $R \cdot \cos \delta$ i $R \cdot \sin \delta$ podniesiemy do kwadratu i dodamy, otrzymamy wtedy, że: (3) $R^2 = A^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \psi +$

$$A^2 \sin^2 \varphi \sin^2 \psi + 2 A^2 \cos \varphi \cos \psi \sin \varphi \sin \psi \cos \delta$$

Widzimy więc iż natężenie światła przepuszczonego R^2 będzie zależało od kątów φ i ψ czyli ustawienia analizatora

i od różnicy faz δ , którą blaskła wytwarza.
 Dajmy na to, że blaskła jest tego rodzaju
 iż wytworzona różnica faz δ sprawdza równa-
 nie $\cos \delta = 1$, czyli, gdy $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$
 jak powiadamy: albo blaski wcale nie ma,
 albo ten ona stwarza różnicę fazy jednego
 dwa i t.d. okresów lub fali; czyli że mamy
 całkowitą; wtedy otrzymujemy:

$$R^2 = A^2 (\cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi)^2 \text{ czyli}$$

$R = A \cos(\varphi - \psi)$ i w tym przypadku
 ku i będzie zależne od kąta zawartego
 między analizatorem, a polaryzatorem.
 Jeżeli te dwa przymiemy szeregowe, to
 mamy, jeżeli $\psi - \varphi = 90^\circ$ wtedy mamy
 $R = 0$, to znaczy, że jak
 kalwicz by ta blaskła leżała, w przyrządzie
 będzie ciemno. Całkowitą zachowuje
 więc tak, jak ryba srebrna: nie emituje
 niczego.

Interesującym jest zjawisko występowania

wtedy, gdy w przyrodzie skrzyżowanemu
 $[\psi - \varphi] = 90^\circ$ uniczerz blasku ten, by jej
 kierunek główny zawierał 45° z równo-
 nemi płaszczyznami przekroju. Jeżeli
 więc przypuścimy, że blasku zawiera z
 płaszczyzną polaryzacji kąt $\varphi = 45^\circ$ wtedy
 z równania (3) otrzymamy:

$$R = \frac{1}{2} (1 - \cos \delta) \quad (4)$$

wzór na natężenie światła, które przez
 taką blasku w tyk - murach przejdzie.
 Natężenie to zależy więc od natury wytego
 światła dla danej blasku. Jeżeli mianowicie
 dla jakiegoś wytego światła będzie $\cos \delta = 1$,
 będziemy wtedy mieli z (4) $R = 0$; ten
 gatunek światła przez blasku nie przejdzie,
 wtedy ogólnie $\delta = 2k\pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)
 a że $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 - n_1) = 2k\pi$, pusta blasku
 wygasi promienie, dla których

$\lambda_0 = \frac{2(n_2 - n_1)}{k}$, tak że jeżeli na
 światło białe zanalizowane pałoczyć białe

przez spektroskop, to zobaczymy widmo
ciągłe, któremu będzie brakowało wta-
śnie barw wygaszonych przez płytkę,
otrzymamy 1, 2, 3 i t. d. prążków czar-
nych tem więcej im grubsza będzie
blaszka przy wyciu grubej blaszki
całe widmo będzie nimi wypełnione;
blaszka przedstawiać się będzie w przy-
rządzie polaryzacyjnym jako prawie
bezbarna. W przypadku zaś cienkiej
blaszki wygaszenie kilku prążków powo-
duje zciśnięcie się innych barw w jedną
barwę mieszaną, zależną wreszcie od gru-
bosci. Barwy zatem cienkich blaszek
umieszczonych w aparacie polaryza-
cyjnym pochodzą stąd, iż wskutek in-
terferencji pewna część widma zostaje
wygaszona, a część pozostała daje inwiz-
ję barwną, które po następnym skrzyż-
owaniu jest dopełnieniem poprzedniego.

Jest jeszcze inny sposób otrzymywania barw-
 nej interferencyi, przez wygaszenie pewnych
 barw, mianowicie polega on na przejściu
 światła przez warstwę przezroczystej substan-
 cyi, otrzymuje się wtedy tak zwane pierścienie
 i barwy Newtona, które można np. obserwować
 gdy będziemy mieć światło odbite od 2 nkla-
 mych rybek soczewkowanej i płaskiej między
 któremi jest cienka warstewka powietrza. Te-
 go rodzaju zjawisko wykazuje jakkolwiek
 substancya przezroczysta np. cienkie wyde-
 te płewki nklane, mydło w banki, cienka
 warstewka tłuozem na powierzchni wody,
 wogóle każde barbarwne dostatecznie cienkie
 ciało. Oczywiście że w świetle przezprzezro-
 cznem te same ciała będą wykazywać bar-
 wy dopełniające; barwy te jednak
 zawierają już bardzo wiele światła
 białego i wychodzą dlatego blad-
 ne niż w świetle od-

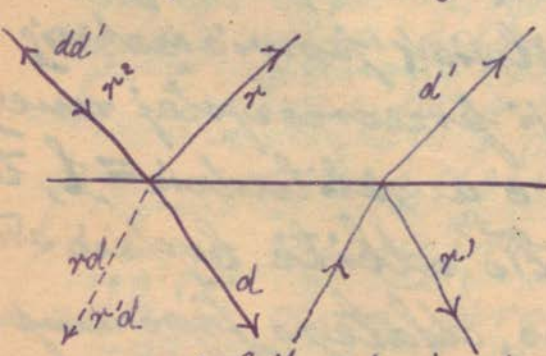
bitem. Zaimieny się bliżej temi zjawis-
 kami, gdyż one stanowią barbro cenne
 metody eksperymentalnej optyki, mia-
 nowicie mają zastosowanie w % zw.
 spektroskopii interferencyjnej, t.j. do
 aparatów spektralnych, dających
 nieporównanie silniejsze woskropie-
 nie niż spektroskopy o wielkiej nawet
 liczbie przyrządów. Jak wiadomo z fizyki
 elementarnej interferencje takich cien-
 kich blaszek następują wskutek tego,
 iż światło padające na taką blaszkę
 częściowo ulega odbiciu częściowo prze-
 chodzi do wnętrza blaszki, odbijany się w od-
 powiedzności do niej przechodzi napow-
 rót na zewnątrz, wskutek tego mamy
 odbite dwa promienie, jeden bezpo-
 średnio, a drugi z pewnym opóźnieniem.
 Choć się zdawać, iż opóźnienie dru-
 giego promienia spowoduje między ni-

a pierwowym różnicę faz, dochodząc do
pół okresu lub wogóle nieparzystej wielokrot-
ności półokresu. Takie dwa promienie o
fazach przeciwnych mogą się zniżyć, ale
gdy to znów się się w pewnej próżni
ma miejsce dla pewnej długości fal,
to nie będzie już mieć miejsca dla
innej długości fal, i wtedy onj. wiodu
promień zostaje wygaszony z światła
białego, i otrzymujemy dla tego światła
z barwienie.

Oprócz tego teraz do uwzględnienia służy
teoria tych zjawisk interferencyj.

Jeżeli na jakkolwiek powierzchni
ładnej substancji przezroczystej ru-
ch promieni światła o amplitudzie $= 1$, to
jak wiemy światło odbite będzie sta-
nie od padającego, dlatego jego amplituda
będzie większą od 1, np. równą
2. Tak samo światło, wnikające do

wnętra będzie miało jakas' amplitudę $d < 1$. Wartości tych amplitud umiemy wyliczyć z teorii Fresnela, czy to dla światła zwykłego, czy spolaryzowanego. Można jednak obliczyć związki między r i d światła odbitego i przepuszczonego nie powołując się wcale na tę ogólną metodę. Wybierzmy sobie w tym celu, że na powierzchni rozgraniczającej 2 ciała rzucaemy światło o amplitudzie równej 1 ^{osci}, ono się odbija z amplitudą r , a przechodzi z amplitudą d . Jeżeli tak samo rucemy



na tę powierzchnię promień światła z drugiego ciała do pierwszego, to równo część światła

o amplitudzie r' odbije się od tej powierzchni część zaś światła d' przechodzi do pierwszego ośrodka.

Mędzy wielkościami r, d, r', d' zachodzą ogólne relacje, które można wyostać nie powołując się wcale na teoryę wewnętrznego mechanizmu odbicia.

Mianowicie wyobraźmy sobie, że stosując ogólną zasadę wstecznych ruchów inwertya, wynytkie fale zmieniają kierunek biegu w takim razie r i d uwarżane za promienie padające dadzą na wypadkową promień o amplitudnie równej jednosc i idący w przeciwnym ośrodku. Ale obok tego promień d ulegnie odbiciu i da promień z amplitudą dr , część zaś promienia wyjdzie wzdłuż pierwszego promienia i da promień dd' . Następnie promień r da promień odbity r^2 , a do wnętrza przejdzie utamkę dr w kierunku dr' . Owoż to co się odbije powinno utworzyć poprzedni promień jednostkawy i to co idzie w drugim kierunku

powinno dać 0, tam bowiem żadnego światła nie ma. Wzr ma być:

$$r^2 + dd' = 1$$

$$rd + r'd = 0 \text{ z czego otrzymujemy:}$$

$$r' = -r, \text{ tudzież}$$

$$dd' = 1 - r^2.$$

Możnaby się łatwo przekonać, iż a wzorów Fresnela doszlibyśmy do tych samych wyników. Opierając się mianowicie na tem, iż światło padające o amplitudzie = 1 po odbiciu będzie $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$, uwaga dotycząca wartości współczynników odbicia i przejścia da nam odpowiedź na pytanie, jakie będzie natężenie światła odbitego od pewnej blaski o ścianach równoległych, której grubość przyjmujemy jakąkolwiek. Mamy więc warunek pewnego ośrodku przezroczystego, ograniczonego ściśle równoległymi ścianami, której grubość niech będzie L . Umieścimy między jej ścianami,

padających na taką siłę, do których na-
leży promień padający pod $\angle \alpha$; on się
w części odbije od powierzchni powierchni
również pod kątem α , w części się załamie
pod $\angle \beta$, i odbije się znów w części, a
w części przejdzie na zewnątrz, jako pro-
mień przepuszczonej.

Jeżeli oznaczę amplitudę światła pa-
dającego przez A , to promień odbity w
punkcie A będzie miał amplitudę A' ,
promień załamany AB będzie miał am-
plitudę B , a promień, który wyjdzie na
zewnątrz będzie miał amplitudę bd .

Ale w punkcie A występuje nieskoń-
nie wiele promieni, pochodzących z pro-
mieni dających równo-
ległych przez kilkakrotne
odbicie się od obu powie-
rchni rozważanej płytki.
Np. promień A po



trzykrotnem odbiciu się, promień y po
 jednokrotnem odbiciu się od powierzchni
 płytki dochodzi do A i idzie na zewnątrz w
 kierunku pierwszego promienia. Z punktu
 A wydane zatem nieskończenie wiele pro-
 mieni o różnych amplitudach i różni-
 cach fazy; my zajmujemy się zbadaniem
 drgania wypadkowego światła pochodzą-
 cego od tych wszystkich promieni, czyli
 1, 3, 5, 7, 9, ... razy odbitych. Co do ampli-
 tud 1^{sz} promień odbije się z amplitudą
 r . Drugi promień padający w A' zatamie się
 z amplitudą d , a po odbiciu daje promień
 dr' który wydane na zewnątrz z amplitu-
 dą $d'r'd'$. Trzeci promień trafiający w punkt-
 cie A_2 pierwszą powierzchnię blaszki za-
 tamie się z amplitudą d , odbije się pierwszy
 raz od drugiej powierzchni z amplitudą
 dr' , drugi raz z amplitudą dr'^2 , trzeci
 raz z amp. dr'^3 i wydane wreszcie na z-

wnętrze $2 \text{ amp. } d r'' d'$; ten który pada w A_3 wyjdzie z amplitudą $d r'' d'$ w punkcie A i. t. d. Widniemy, że te promienie mają różne między sobą amplitudy; wypadkowo jednak efekt drgania światła wychodzącego w punkcie A , zależy od różnicy faz między temi promieniami, a ta różnica faz zależy od grubości płytki, którą każdą z tych towaryszących promieni podczas procesu odbijania się musi przebyć by dojść do punktu A . Żeby tę różnicę faz znaleźć, wystarczy wziąć tylko spójnienie w fali między promieniem pierwszym, a średnim w punkcie A . W tym celu kreślę część powierzchni falowej ratamanej i biorę pod uwagę czoło tej fali $A_1 C$ w 1^{szym} ośrodku, w drugim ośrodku ono przyjmie postać $A_2 D$. Widniemy że droga od C do A i od A_1 do D są przez to oba promienie przebyte w jednakowych czasach i promień

drugi, by dążyć do A musi przebiec drogę
 $AB + B_1C$ dłuższą od pierwszej AB .

Przebiegamy A₂ do precyzyjnej szczytowej
 maluz; w takim razie $B_1E = B_1D$ i
 opóźnienie drugiego promienia:

$$AB_1 + B_1E = AC, \text{ a ponieważ}$$

$$AC = 2L, \text{ preto}$$

$$AB_1 = 2L \cos \beta.$$

Opóźnienie zaś w fali drugiego
 względem pierwszego wynosi

$$S = \frac{2L \cdot 2L \cos \beta}{\lambda} = \frac{4L^2 \cos \beta}{\lambda}, \text{ gdzie}$$

L oznacza długość fali wewnątrz
 mechanicznej substancji. Jeżeli byśmy weźm
 tę substancję, która pada w punkcie A₂
 i ulega 3 krótkim odległościom wewnątrz
 jej, przebiegać by bynajmniej 3 razy
 więcej, preto opóźnienie będzie wynosi-
 ło $2S$, drugiego promienia AB i t.d.
 Zatem po kolei na p. różnicach prze-

mieni, które się w punkcie S. Tęczy, i
 najgłębszych fary, można już równocześnie
 dyktować drugą osobę napisując: odczyty
 w tym celu wólkę światłą, wice natęże-
 nie elne, czy magnetyczne litery, $\mathcal{F}_0$,
 który jest bezpośrednio w punkcie S. Tęczy.
 W takim razie jeżeli jest światło
 jednorodne o okresie drgań $\mathcal{F}_0$ amplit. r
 w takim razie:

$$\mathcal{F} = r \sin \frac{2\pi t}{\mathcal{F}_0} = r \sin \omega t.$$

Oznacząc wektory światła słabych
 promieni, które po kilkakrotnym odbi-
 cie wychodzą z punktu S. odpowiadają
 przez $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots$ mogą napisać:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1 &= a a' r' \sin(\omega - \delta) \\ \mathcal{F}_2 &= a a' r' \sin(\omega - 2\delta) \\ \mathcal{F}_3 &= a a' r' \sin(\omega - 3\delta) \dots \text{itd. do nieskończoności.} \end{aligned}$$

Naszym zadaniem będzie
 zsumować te wyrazy, by w ten po-
 sób znaleźć wartość wektora światła eye

w punkcie A. Jeżeli skorystamy z tego iż:
 $r' = -r$, a $d' = 1 - r^2$ otrzymamy po dodaniu do siebie tych wyrażeń, jako drugie wypadkowe światła odbitego od rownieżanej powierzchni płytki:

$$\xi = r \sin \omega - r(1 - r^2) \sin(\omega - \delta) - (1 - r^2) \sin(\omega - 2\delta) r^3 - r^5(1 - r^2) \sin(\omega - 3\delta) - \text{i.t.d. co mogę takżé}$$

napisac' w postaci: $\xi = r \sin \omega - \frac{1 - r^2}{r} f$
gdzie: $f = r^2 \sin(\omega - \delta) + r^4 \sin(\omega - 2\delta) + r^6 \sin(\omega - 3\delta) + \dots$

Żeby tę sumę znaleźć rownieżamy wstawy różnic i po zebraniu wyrażeń przy $\sin \omega$ i $\cos \omega$ będziemy mogli napisac':

$$f = P \sin \omega - Q \cos \omega$$

i łatwo można się przekonać, iż:

$$P = r^2 \cos \delta + r^4 \cos 2\delta + r^6 \cos 3\delta + \dots$$

$$Q = r^2 \sin \delta + r^4 \sin 2\delta + r^6 \sin 3\delta + \dots$$

Te dwa szeregi dadzą się sprowadzić do szeregów geometrycznych jeżeli tylko

w myśl wzoru Eulera pomnożymy drugi
z nich przez „i” i dodamy do pierwszego,
wtedy otrzymamy:

$P + iQ = r^2 e^{i\varphi} + r^4 e^{2i\varphi} + r^6 e^{3i\varphi} + \dots$, więc
mamy geometryczny nieskończony ciąg
którego $r < 1$, przeto on się sumuje i otrzy-
mujemy:

$$P + iQ = \frac{r^2 e^{i\varphi}}{1 - r^2 e^{i\varphi}}$$

Jest to wyrażenie złożone i żeby je rozbić
na część rzeczywistą i urojoną i przyrów-
nać je potem do współrzędnych P i Q ,
piszemy je w tej formie:

$$P + Qi = \frac{r^2 (\cos \varphi + i \sin \varphi)}{1 - r^2 (\cos \varphi + i \sin \varphi)}$$
; możemy

licznik i mianownik przez

$1 - r^2 \cos \varphi + ir^2 \sin \varphi$ otrzymać
w mianowniku również kwadraty:

$$P + Qi = \frac{r^2 \cos \varphi - r^4 + i(r^2 \sin \varphi)}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \varphi}$$

$$\text{Z czego } P = \frac{r^2 \cos \varphi - r^4}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \varphi}$$

$$Q = \frac{r^2 \sin \delta}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \delta}, \text{ a podstawiaj\u0105c}$$

to do wzoru na S , a to do Z otrzymujemy
na drganie wypadkowe promienia wy\u0142\u0105czenia:

$$Z = r \sin \omega - \frac{(1-r^2)(r \cos \delta - r^3 \sin \frac{\delta \sin \omega}{\omega})}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \delta} + \frac{(1-r^2)r \sin \delta}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \delta} \cdot \cos \frac{\delta \sin \omega}{\omega}.$$

Przekształcaj\u0105c to w dalszym
ci\u0119gu, dochodzimy do wyniku:

$$Z = \frac{2r(1+r^2)/\sin^2 \frac{\delta}{2}}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}} \cdot \sin \omega + \frac{2r(1-r^2)/\sin^2 \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}} \cdot \cos \omega.$$

Wz\u0142\u0105czenie to mo\u017cna napisa\u0107 kr\u00f3tko:

$$Z = A \sin \omega + B \cos \omega.$$

Dostrzegamy tu wi\u0105c, \u017ce to drganie wypadkowe jest drganiem jednokrotnym o tym samym okresie drga\u0144 co poprzednie: δ i r\u00f3wnie\u017c przedstawia ruch periodyczny prosty. A wz\u0142\u0105ce\u0144 na amplit. A i B mo\u017cna wnie\u015b\u0107, i\u0119 przy pewnych warto\u015bciach na δ zale\u017cy\u0105cych od grubo\u015bci płytki, a\u017c by\u0142o A .

Pierwszy chwilowo: $A = a \cos \frac{\delta}{2}$

$$B = a \sin \frac{\delta}{2}, \text{ w\u0142\u0105c}$$

bzdrie $\tilde{I} = a \sin(\alpha \tilde{I})$, czyli mierzymy
 ruch drgający prosty o okresie T , o różnicy
 faz $\tilde{I}$ względem padającego, „a” bzdrie ozna-
 czas amplitudę tego drgania i natężenie
 światła, proporcjonalne do kwadratu
 amplitudy bzdrie zię mierzyć wielkość

$$A^2 = A^2 + B^2$$
, jeżeli natęże-
 nie światła padającego = 1. -

Jeżeli zatem wyrażenia na A i B
 podnieśliemy do kwadratu i dodamy,
 otrzymamy natężenie całkowite światła
 od tego od tej części, — po uwzględnieniu
 wszystkich interferencji, jakie między
 temi promieniami następują —, w
 postaci:

$$I = \frac{I_0 r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \dots (1)$$

w założeniu, że natężenie światła pa-
 dającego $I_0 = 1$.

Na mocy tego wzoru można adu-
 napisać wyrażenie na natężenie światła

przepuszczonego, skoro bowiem płytka jest
 uważana za całkowicie przezroczystą, jeżeli
 zatem można założyć zmiany w na-
 tężeniu światła, wynikające z działania
 samej substancji, wtedy natężenie światła
 przepuszczonego musi (bądź) koniecznie dopet-
 niać natężenie światła odbitego do 1,
 zatem będzie:

$$I' = 1 - I = \frac{(1 - r^2)^2}{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}.$$

Widzimy, że natężenie światła odbitego
 może stać się = 0, co zależy od różnicy
 fazy $\beta = \frac{4\pi x \cos \beta}{\lambda}$.

Zależnie od wartości $\sin \beta$ w wyrażeniu (1)
 wahac się od 0 do 1 i natężenie światła
 będzie się również wahać w pewnych gra-
 nicach. Wypełni w niektórych przypadkach
 przypadkach płytka będzie światło odbijać
 w innych nie, czyli jak powiedzmy prze-

interferencyj światła będzie wygaszane.
 Zmniejszenie fazy δ można wywołać przez
 zmianę grubości płytki L i tak gdybyśmy
 np. wzięli płytkę klinową, to w pewnych
 jej miejscach grubość będzie taka, że

$$\sin \frac{\delta}{2} = 0.$$

Wreszcie długość fali wyciętego światła
 wpływa na wywołanie interferencyi, gdzie
 λ jest to długość fali wewnątrz substancji
 płytki. Ale długość fali w jakiejkolwiek
 przezroczystej substancji można podać, ma-
 jąc współczynnik załamania, n tej substancji
 i długość fali λ wyciętego światła w próżni
 gdyż $\frac{\lambda}{\lambda'} = n$, tak że można napisać

$$\delta = \frac{4\pi n L \cos \beta}{\lambda}.$$

Natężenie światła odbitego I będzie
 zależnie od $\sin^2 \frac{\delta}{2}$ w granicy
 od 0 do $\frac{4r^2}{(1+r^2)^2}$, a światło przepuszczone
 dopełniające zawrze odbite do
 I będzie się wahać od 0 do $\frac{(1-r^2)^2}{(1+r^2)^2}$.

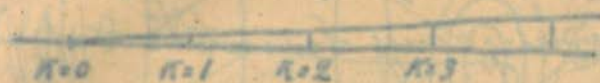
Np. jeżeli pociągniemy na przykład, światło
niebieskie normalnie, by było β był bardzo
bliski 0, to wypadnie w przybliżeniu $r = \frac{1}{2}$
ta wartość, która we wzorze (1) daje nam
wartości wahające się między 0 a 0,15 w
świecie odbitym, przeto w przepuszczonym
w granicach 1 - 0,85.

Zatem, jeżeli tego ciekawego płytkę
klinowatą, przykładając do białego światła
w świetle jednorodnym odbitym, zobaczymy
prążki na przemian ciemne i jasne
względnie o natężeniu 0 - 0,15. Odebrać stały
kontrast między prążkami mamy w świetle
przepuszczonym, tu bowiem wielka
ilość światła białego przepuszczonego za-
lewa prążki, które też wewnątrz tego są
mniej wyraźne.

Światło odbite emita, gdy $\sin \frac{\delta}{2} = 0$, to
znaczy, kiedy $\frac{\delta}{2} = k\pi$; $\delta = 2k\pi$ - ($k=0,1,2,\dots$)
czyli $\frac{n_2 \cos \beta}{\lambda} = 2k\pi$, z czego

$$Z = \frac{\kappa \lambda}{2 \cos \beta \cdot n}$$

Gdybyśmy wzięli płytkę cienką, klinowatą, to otrzymalibyśmy prążki ciemne na różnych grubościach płytki, Z , a to zależy od liczby, κ ; i tak dla $\kappa=0 - Z=0$ otrzymamy pięciowy prążek; następnie



przy małym β .

dla $\kappa=1$ wypadłoby

$$Z = \frac{\lambda}{2n}, \text{ dla } \kappa=2 - Z = \frac{\lambda}{n} \text{ i t.d. otrzymujemy}$$

w równych odstępach prążki ciemne, a między nimi maksimum światła, dochodzące

jednak tylko do 15% światła padającego.

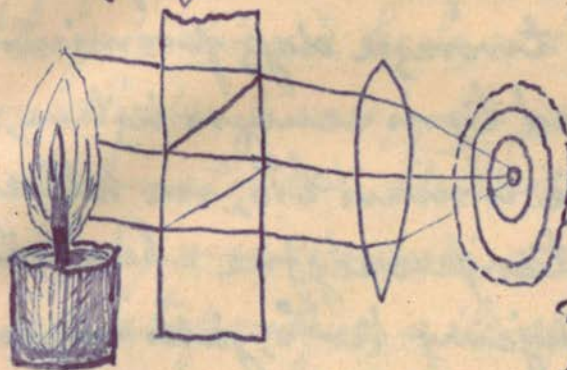
Ale ponieważ grubość płytki, w której światło zostaje wygaszone zależy także od λ , czyli od rodzaju światła padającego, przeto gdy rzućmy na taką płytkę światło białe, otrzymamy prążki interferencyjne w różnych miejscach dla różnych długości fal, i dla dłuższych λ "Z" będzie większe, dla krótszych λ otrzy-

10.
manym próżki gestore obok siebie. Z tego
wynika odrazu, że światło odbite od ta-
kiej płytki będzie zabarwione, jeżeli bierze
na pewnej grubości blaski gasi światło
żółte, w takim razie pozostałe są pewne
wypadkowe zabarwienie; w świetle prostopad-
nym zaś otrzymanemu światło dopeł-
niające odbite.

Ostatni tu więc zjawiska takie same jak
poprzednio przy rozważaniu barwnej inter-
ferencji w aparacie interferencyjnym, ale
przy użyciu światła spolaryzowanego.
Takie same zjawiska dadzą się obserwo-
wać przy użyciu blaski ograniczonej
ściśle równoległości scianami, one no-
wiz wtedy namę próżków interferen-
cyjnych równego pochylenia.

Ważnym niemożenie, że różnica faz
zależy od $\angle \beta$; korzystając z tego można
tego rodzaju próżki interferencyjne otrzymać

w następujący sposób; wyobraźmy sobie płytę szklaną płaską z ścianami równoległymi, ustawmy przed nią źródło światła jednokolorowego, jednak nie skolimowanego. Promienie



padają zatem w różnych kierunkach na tę płytę. Jeżeli uchwyćmy na soczewkę zbierającą wiązkę równoległych promieni, przechodzących

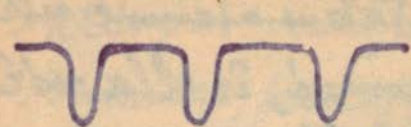
w pewnym kierunku, to te wystające promienie zostaną zebrane w jasnym punkcie i dadzą wypadkowy obraz jasny albo ciemny, zależnie od tego, jakie będzie natężenie światła dla danego pochylenia. Inne części promienia również wysyłać w siebie promienie, między którymi do interferencji nie dochodzi, gdyż one pochodzą z rozróżnionych źródeł. Jeślibyśmy przypuścili, że promienie, padające na płytę, pad

100.
pewnym kątem β , zebrane dają punkt, w
którym natężenie jest 0; każde inne pro-
mienie padające pod tym samym kątem β
na płytę, dadzą również ciemne punkty.

Ostrzegamy w ten sposób stórk promieni
którego wszystkie tworzące dają promienie,
zatrzymuje się pod tym samym kątem, z
tego wynika, że jeżeli mamy to, na którym
się te obrazy interferencyjne zbiega, to
na nim ostrzegamy kół, jako miejsca
geometryczne obrazów interferencyjnych,
wytworzonych przez te najróżniejsze wiązki
stórkowe promieni padających pod tym
samym kątem. Ale ponieważ od β zale-
ży β , a od tego natężenie światła β po-
przejdzie przez płytę, przede dla różnych
promieni będą ostrzegawał najróżniasze
maksima światła interferencyi, czyli w
prawyżnia ogniskowej soczewki zoba-
czymy cały szereg pierścieni jasnych i ciem-

nych, które oczywiście całkiem ciemne nie
 będą. Można by się przekonać, że dla róż-
 nych wartości δ natężenie I zmienia się
 przybliżenie w sinusoidalny sposób, czyli
 że pierścienie będą w środku najciemniejsze,
 na boki jaśniejsze do pewnego maksimum,
 stąd natężenie spada do minimum i t.d.
 Miałoby maksimum, a minimum aż prze-
 jęcia stopniowe, o ile spotkamy się z addycją, r
 jest niewielki, jak np. w szkło, i nasz móz-
 g pokazuje, że gdybyśmy otrzymali wartości
 tego „ r ” zwiększyli, t.j. ichy przy jednokrot-
 nem addycie prawie wszystkie światło się
 oddało (85-90%) strzymalibyśmy w
 świetle oddanym prawie niezmienną jas-
 ność obok astro nadreślonych ciemnych
 prążków interferencyjnych, w przypadku
 cronem zaś światło strzymalibyśmy na
 ciemnym tle ciemno zakreślone jasne
 prążki; geometrycznym obrazem takiego

rozmiarkowania natężenia światła będzie



krywa jak na figurze,
odmianą od jednostajnej

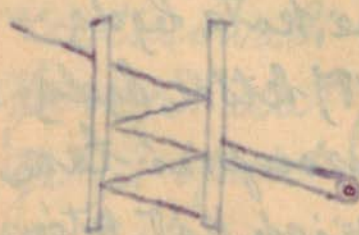
sinusoidy. Jeżelibyśmy przypuścili, że
rozwariana płytka odbija prawie 100%,
wtedy $1 - r^2$ jest bardzo bliskie 0, tak że
w równaniu (1), o ile licznik jest od 0 od-
mienny, t.j. o ile $\sin^2 \frac{\delta}{2} \neq 0$, mamy pra-
wie $I = I_0$. Jeżeli zaś $\sin^2 \frac{\delta}{2}$ zmierza do 0
wtedy I spada do 0 nagle i otrzymujemy
właśnie w świetle ~~przepraszam~~ np.

odbitem na tle prawie całkowicie oświetle-
nem bardzo cienkie prążki ostre, a w
świecie ~~przepraszam~~ na prawie całkowicie
ciemnem tle wąskie, ostre, cienkie linie.

Dwaj francuscy uczeni, Perot i Fabry
zastosowali to do spektroskopii i ten ich
pomysł dał początek bieżącemu się rozwijającej
głębiej spektroskopii, t.j. zw. spektroskopii
interferencyjnej. Można bowiem na aparacie

wyżej markicowany puścić światło do-
kładnie jednorodnie i w ten sposób rozbie-
gać na szeregu takich bardzo cienkich ostrych
linii; dając tu jest zatem możliwość analiza-
wania spektralnego nawet takiego światła,
które jest mieszaniną bardzo mało różnorod-
nych barw, a które nie rozróżnia się
już w nawet bardzo silnym zyczerzonym
spektroskopie. Ta metoda rozróżniania
światła na pozór monochromatycznego pole-
ga na tem, że miejsce, w którym prędek pow-
staje zależy od długości fali światła padającego.
Jeżeli np. światłem sodowym, które w spektro-
skopie zwykłym daje dwie linie, oświecić
taką płytkę, i będąc przez nią na światło to
patrząc, zobaczyć szereg jasnych kół na
ciemnym tle; poszczególne koła będą
złożone z dwóch takich kół, które będą
się od siebie oddalać i rozróżniać tak,
że mamy całą masę takich kół, których

Tylko kawałek się obserwuje, żeby tylko
 część foku była widzieć. Wynikady, że dro-
 gą osiąganą, nieskończoność rozprę, niż ob-
 mywane zwykłym spektroskopem; bardzo
 wiele pozornie jednorodnych linii można
 jeszcze rozdzielić i wykrywać najmniejsze
 różnice długości fali, co ma np. bardzo ważne
 zastosowanie w zjawiskach kamanu o
 wpływie magnetycznego pola na światło;
 jeżeli natomiast taką płytę oświetlać
 światłem sodowym umieszczoną w polu mag-
 netycznym, to nawet linie pojedyncze się
 rozpadają. W praktyce są używane dwa
 rodzaje takich spektroskopów: 1) Fabry
 i Perot, który używa dwóch płytek



szklanych, między którymi
 jest powietrze; ściany, ku sobie
 zwrócone, są bardzo starannie
 płaskie, i one na powierzchniach
 ku sobie zwróconych są powleczone chemicznie

bardzo cienką warstwą srebra tak, żeby
duży % światła się odbijał. Reguluje się tę
grubość tak, by one były akurat nie do
siebie równoległe, ponieważ światło
na wylot i obserwuje przez lunetę projekcje
interferencyjne.

2). Metoda Lummera polega na tym,
że jeżeli na szybę puszcza światło pod dużym
kątem, niemal stycznym, wtedy prawie wszystko
się odbija. Lummer wyskazał ten sam
cel, jaki poprzedni wyskazał, przy użyciu
składającym się z dwóch szyb, bardzo precyzyjnie
wyszlifowanej, na którą się rzuca światło
nie promienie światła, one się częściowo odbijają,
częściowo przechodzą i po wielokrotnym odbiciu



wielokrotniej
ściany, wychodzące na
zewnątrz, dochodzą do interferencji, i pa-
trząc na to przez lunetę, zobaczymy czer-
wonych prążków na ciemnym tle, w którym

światło odbitem przeciwnie. (Przymat stury
do tego, by pod tem większym kątem światło
padało).

Uginanie się światła.

Kotycheras brałszymy zawsze przypadek,
dość daleki od warunków praktycznych,
mianowicie mwaraliśmy środek, w którym
fale się na wszystkie strony rozchodziły
za nieograniczonego.

Zachodzi pytanie, o ile prawo rozcho-
dzenia się fal ulegnie zmianie, jeżeli w
biegu fal el.-magnetycznych ustawimy
różne, nieprzerwyte, które zatem te
fale nieograniczone obetnie, albo prze-
puści przez wyrobione w niej otwory. O
ile będziemy stali na gruncie el.-magne-
tycznej teorii, to wpływ różnicy jest
całkiem określony za pomocą tych
„6” zasadniczych równań Maxwellowskich
i z największą zachowaniem się fal el.-nych

i magnetycznych na granicy dwóch ośrodków
 różnych. Jeżeli byśmy zatem mieli zadanie takie:
 dany pewien cież fal w pewnym ośrodku; bieg
 tych fal jest przemiany wstawieniem zastępy:
 kawałka cynku, platyny i t.p.; można w tym
 wypadku we wszystkich szczegółach dać od-
 powiedź na pytanie: o ile bieg tych fal będzie
 przes to zmodyfikowany. Pod względem
 matematycznym zadanie jest całkiem
 określone, jednak znalezienie odpowiedzi
 na to pytanie w wielu przypadkach przed-
 stawia niemożliwe trudności matema-
 tyczne. W niektórych tylko, bardzo pro-
 stych przypadkach zadanie to zostało roz-
 wiazane; jeden z pierwszych przykładów
 takiego rozwiązania dał matematyk
 Sommerfeld: dany jest cież fal el-mag-
 netycznych płaskich; w biegu tych fal
 umieszczono blachę, ograniczoną prosty-
 linijnym brzegiem. Udało mu się w tym

przypadku rozwiązać nasze równania z uwzględnieniem warunków granicznych, które na powierzchni blachy mają być spełnione.

Jeżeli byśmy od tego najprostszego przypadku chcieli przejść do takiego, gdzie mielibyśmy blachę z otworami, natrafilibyśmy na bardzo wielkie trudności przy sumowaniu ogólnego rozwiązania równań różniczkowych fal elektromagnetycznych z uwzględnieniem warunków granicznych. Jeżeli jednak chodzi o fale elektromagnetyczne bardzo krótkie, jakie właśnie odpowiadają zjawiskom świetlnym, to rzecz się bardzo upraszcza i określenie wpływu takich nieprzeroczystych zastan na przebieg fal świetlnych byłoby dziełem Augusta Fresnel'a, dokonane na samym niemal początku rozwoju teorii modulacyjnej Huygensa. Uproszczenie które zważył nas od rozwiązania tak poważnych matematycznych zagadnień

polega na tem, że fale świetlne oddychają dłu-
 żnia niestychnie szybko i są bardzo krótkie
 w porównaniu z rozstaniem wywołanym w praktyce.
 Te fakty uniemożliwiają zrealizowanie przybliżonego
 rozwiązania tego zagadnienia ogólnego, które
 jednak do celów praktycznych najzupełniej
 wystarcza i pozwala złożyć sobie sprawę
 jakościowo i ilościowo z bardzo wielu zja-
 wisk tego rodzaju. Przyczyna, iż te 2 fakty
 takie ustrawienie stanowię leży w tem, iż
 przy rozważaniu ogółu nie możemy Max-
 wellowskich trzeba uwzględnić zdolność
 elektryczną i magnetyczną ośrodka, w którym
 się fale rozchodzą i przewodnictwo elektryczne
 rozstanie metalicznej. Tymczasem wiemy
 z najpospolitszego doświadczenia, że wpływ
 tego rodzaju rozstania na bieg światła jest
 od ich natury całkowicie niezależny, o ile
 one występują dla danego światła są nie-
 przemienne, i zjawiska uginania się światła

sz nierealne od natury rzeczy. Jęganie
 gal el. magnetycznych wnikaż wewnętr
 przewodnika bardzo płytko i rozchodzi
 się tam tylko dyfuzyjnie, tak że dochodzi
 tylko do najbardziej zewnętrznej war-
 stwy przewodnika. Więć natura i
 własności el. mag. przewodników, stu-
 żących jako rzeczy nie będą miały
 żadnego znaczenia przy rozkładzie,
 tęż się teorię t. zw. uginania się
 światła bardzo znanienicie się uprasza.

Pierwszem rozkładem norem będzie
 zejść się z najbardziej charakterystycz-
 ny cech gal świetlnych, t. j. własności
 rozchodzenia się światła po liniach prostych
 w ośrodkach jednolitych; pod rozchodze-
 niem się światła po liniach prostych ro-
 zumieny dwie rzeczy: 1) jeżeli w ośrodku
 w którym znajduje się pewien punkt
 świecy będzie się znajdować oko, to ono

z ośrodku punkt świecący w tym kierunku,
 w którym on się rzeczywiście znajduje zupełnie
 ściśle i dokładnie; t. j. zresztą podstawę
 wszelkich operacji niemiernych, polegających
 na celowaniu; 2) prostoliniżne w scho-
 dzenie się światła można jeszcze inaczej
 rozumieć, mianowicie, jeżeli w biegu jak
 świetlnych wstawisz nieprzezroczyste ciała,
 wtenczas ono rzuci ci cień, to znaczy, że
 jeżeli przeprowadzisz stożek mający, wowie-
 nie za tworzące, a zaśrodek za podstawę,
 to w obrębie tego stożka poza podstawę
 wcale promieni nie będzie, poza nim
 światło się rozchodzi, jak gdyby wcale
 zaśrodek nie było. Ale to tylko w pierw-
 wszym przybliżeniu stan rzeczy oddaje, w
 rzeczywistości konstataujemy, że pewna ilość
 światła poza granice geometryczn. cienia
 (tego stożka) przechodzi, czyli światło ugię-
 się choć na bardzo małą głębokość. 2

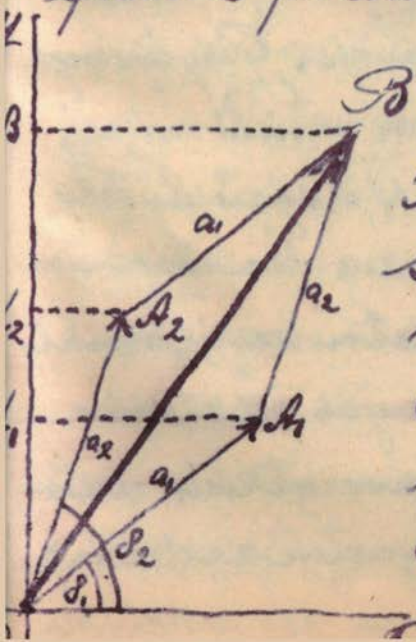
drugiej strony poza obzorem tego stoika,
warstwa przylegająca bezpośrednio do gra-
nicy geometrycznej cienia, znów wykazuje
 pewne modyfikacje i bieżącej rośliny przypo-
minia nam pręgi interferencyjne. Zjawiska
te, obserwowane już przez Grimaldi'ego
w XVIII wieku, wytłumaczył dopiero
Fresnel.

Obserwując przechodzenie się fal gło-
sowych lub wodnych można od razu za-
mknąć, iż one całkiem dobrze przechodzą
poza rośliny; rzecz tę samą mamy
przy świetle, tylko że tu zjawisko to jest
uboczne i mało znaczące tak że w pierwszym
przybliżeniu można na nie wcale uwagi
nie zwracać. Fresnel określił, że te poroczne
różnice nigdy są słabsze akustyczne, a
światłowe mają swój pryzmat w tym
tylko, że fale świetlne są bardzo drobne
w stosunku do używanych roślin gdyżby

że i światłne można uważać za nieskoń-
 czenie małe, to tych zjawisk już nie mieli-
 byśmy, podczas gdy fale akustyczne lub
 wodne są za długie w stosunku do rozmiarów,
 zwykle się nadają tak iż cienia i za-
 tych fal się nie strzymuje. Ale gdybyśmy
 fale akustyczne ustawili w takim za-
 stawy, jakimi w stosunku do fal optycz-
 nych są nasze zastawy, strzymalibyśmy
 zjawisko ze wszelkimi analogiami
 do prostoliniowego rozchodzenia się fal.
 Na podstawie zjawiska interferencji
 i zasady Huygensa rozwinięty Fresnel
 swój teorię. Pionowa zasada, wypracowa-
 ną przez Huygensa jest następująca:
 Wyobraźmy sobie jakiegoś rodzaju falowanie
 z którego rozchodzi się na wszystkie
 strony fale perpendykularne, eresztę jakichkolwiek
 Cewien punkt M w tym ośrodku co stanowi
 powstający do drgania przez te fale, rozcho-

drogę się na wysypiskie strony. Zskreslony
dokład tego punktu S jakośkolwiek zam-
kniesz powierzchnię; przez wysypiskie jej
części muszą oczywiście fale wystawać z
punktu S przechodzić i wskutek tego
wysypiskie punkty, leżące na tej powierz-
chni będą ustawicznie utrzymywane w
ruchu drgającym. Zdamy sobie się rzecz
oczywistą, że dla tego punktu M będzie
obojętne, czy to drganie pochodzi wprost
z punktu S, czy też od tej powierzchni,
któraby, jeśli byśmy ten punkt S usunęli
a sztucznie przez przydojenie pewnych sił
utrzymywali wysypiskie części na tej
powierzchni w tym samym ruchu, w
jakim one są, znajdujący pod działaniem
punktu S. Zarządka ta wydaje się całkiem
oczywistą, doprowadziła nawet do zupeł-
nie trafnych i zgodnych wniosków, chociaż
jak się potem okazało, jest z gruntu fałszywą.

Najpierw graficznie przedst. wirny skła-
danie się tych ruchów drgających. Przypuść-
my, że są dane 2 ruchy drgające proste:
jeden niech będzie: $A_1 \sin(\bar{\omega} + \varphi_1)$, gdzie
 $\bar{\omega} = \frac{2\pi t}{T}$ o amplitudzie drgania a_1 , fa-
zie początkowej φ_1 i przypuśćmy, że częstota
wykonujacego tym ruchem ma jednocześnie
wykonywać drugi ruch drgający prosty
 $A_2 \sin(\bar{\omega} + \varphi_2)$, więc znowu drganie
o tym samym tylko okresie drgań T . Gra-
ficznie przedstawiamy te dwa drgania,
jako dwa wektory o długościach
 a_1, a_2 , a nachylonych do osi
 X pod kątem φ_1 i φ_2 . Wyobraźmy
sobie, że ten odcinek OA_1 wiruje
ruchem jednostajnym w płaszczyźnie
dokoła punktu „O”; oczywiście że ruten OA_1 punktu
 A_1 na osi Y będzie wykony-
wał ruch drgający prosty.



Wówczas mamy: $h_1 \sin(\alpha + \beta_1)$ wzdłuż S .
 Drugi składnik h_2 , wzniesiony w kierunku
 stromej T wzdłuż $h_2 \sin \beta_2$ jest $h_2 \sin \beta_2$
 skierowany wzdłuż $h_2 \sin \beta_2$, natomiast jego
 składowa $h_2 \sin \alpha$ skierowana jest wzdłuż S .

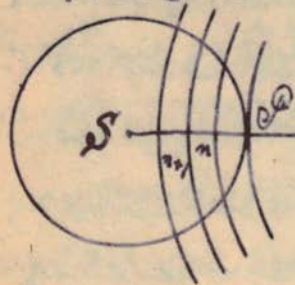
Wówczas mamy: $h_2 \sin(\alpha + \beta_2)$, wzdłuż S .
 To daje namby stała, iż się w jednym miejscu
 zasady równowagi, co jest równowagą
 mechaniczną wzdłuż OB , którego punkt na
 od O : $OB = OA \cdot \sin \alpha_1 = OB \cdot \sin \alpha_2$ - w kierunku OB .

W ten sposób możemy wyznaczyć w ten
 sposób, że mamy stałą. Gdybyśmy
 mieli więcej stałych, to mamy
 to, że mamy stałą, to mamy stałą, to mamy stałą.
 W ten sposób możemy wyznaczyć w ten
 sposób, że mamy stałą, to mamy stałą, to mamy stałą.

W ten sposób możemy wyznaczyć w ten
 sposób, że mamy stałą, to mamy stałą, to mamy stałą.
 W ten sposób możemy wyznaczyć w ten
 sposób, że mamy stałą, to mamy stałą, to mamy stałą.

[illegible]

Takiego rozkładu dristania, pochodzącego od jednego punktu świecącego, na dristania powierzchni dowolnej, otaczającej punkt świecący użył Fresnel do wyjaśnienia najbardziej interesującego szeregu zjawisk, które się obserwuje wtedy, kiedy fale światła przechodzą przez wąski otwór, t.j. zjawisk t.zw. uginania się światła. Intrymem najdogodniejszą jest wziąć na tę powierzchnię jedną z powierzchni falowych, więc jeżeli mamy punkt świecący w środku jednolitym, powierzchnia falowa ma kształt kuli. Wyobraźmy sobie zatem dookoła punktu świecącego z określonym promieniem kulistą powierzchnię, którą



podzielimy ją na bardzo małe elementy w ten sposób: połączmy punkt zewnętrzny rozważany M z punktem S, otrzymujemy punkt S przecięcia się tej powierzchni kulistej z prostą MS i nazywamy go biegunem

też powierzchnię falistej względem punktu
M, odległość zaś M P oznaczam przez r i
promieniem tym zatacam kule około
punktu M, następnie kreślę kule, o pro-
mieniu $r + \frac{1}{2}$, $r + 2\frac{1}{2}$, i t.d. Kule te rozci-
ną powierzchnię falową na szeregi bardzo
wzajemnie stref, z których pierwszą, rozciągającą
się około punktu P nazywamy strefą centry-
czną, albo główną, czyli środkową. Ona jest
otoczona całym szeregiem stref, które nwa-
żam za elementy powierzchni falowej, wysy-
łające fale cyfrowe. Amplitudy ruchów
dogających, występujących do punktu M przez
poszczególne strefy będą zależne od wiel-
kości odpowiedniej strefy, będą mianowicie
do pola tej strefy proporcjonalne, będą
dalej zależne od pochylenia promienia
wysyłanego względem normalnej strefy i
odległości strefy od punktu M. Gdybyśmy
chcieli doganie przepisać do punktu M

zresztowałem element dat strzely, to mowa
przebieg strzelać można wzdłuż całego
wzrostu strzelać. Strzał jednakże strzał,
że można dać do tego samego celu
mować bez znaczenia praw fałszywej
komei, przez prędkość strzelać strzelać
postrzelonych od tego strzelać, opiera się na
na dostrzeżenie tych strzelać w ten sposób, że
kierunek jest od punktu M o $\frac{1}{2}$ strzelać
niejprędkość. Jeżeli natomiast dwa
strzelać sąsiadnie: N i $N+1$, to o ile strzelać
o większą odległość ich od punktu M na
prędkość strzelać do tego punktu, to
można to mieć różnicę odległości strzelać
zamiast, czyli amplitudy drgań przecho-
dzących od tych dwóch strzelać byle w punkcie
tę to same. Ta mała odległość $\frac{1}{2}$ tych
strzelać ma jednakże decydujący wpływ na
mować góry drgań przesłanego do
punktu M . Tę, mianowicie, pocho-

legce od „n” i „n+1” strongly depend upon
precisely on variation.

Termini organia pasciwozobne, pasciwozobne
pasciwozobne strongly depend on, organia, pasciwozobne
to to nage, which pasciwozobne, to
which pasciwozobne depend on the maintenance of
the same matter and the same time, and the
same, but in other pasciwozobne. Termini
pasciwozobne organia pasciwozobne depend on the
maintenance of the same matter and the same time
of the same matter and the same time of the same matter
and the same time of the same matter.

$$n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$$

gdzie pasciwozobne, pasciwozobne, pasciwozobne
pasciwozobne pasciwozobne, pasciwozobne pasciwozobne
pasciwozobne pasciwozobne, pasciwozobne pasciwozobne
pasciwozobne pasciwozobne, pasciwozobne pasciwozobne
pasciwozobne pasciwozobne, pasciwozobne pasciwozobne

At the same time, pasciwozobne, pasciwozobne
pasciwozobne pasciwozobne, pasciwozobne pasciwozobne
pasciwozobne pasciwozobne, pasciwozobne pasciwozobne
pasciwozobne pasciwozobne, pasciwozobne pasciwozobne

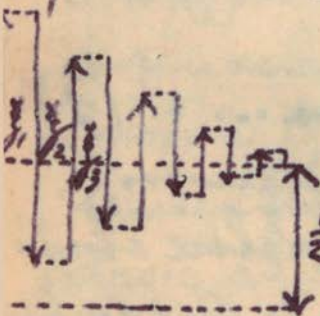
wartości drgania wywołanego przez strzałę
pionową. Różnicę strzał (1) można
napisać w postaci:

$$\tilde{f} = \frac{1}{2} \tilde{f}_1 + \frac{1}{2} (\tilde{f}_1 - \tilde{f}_2) - \frac{1}{2} (\tilde{f}_2 - \tilde{f}_3) + \dots \quad (2)$$

w którym różnice wypisane w nawiasach
są tak małe w stosunku do wyrazu pier-
wzego, że można napisać w przybliżeniu:

$$\tilde{f} = \frac{1}{2} \tilde{f}_1.$$

Granicznie można prawą stronę
strzał (1) przedstawić jako serię strzał
przeciwnie skierowanych, i malejących co



do wartości bezwzględnej, tak
że jak z figury od razu wi-
dać wypadkowe działanie
tych wszystkich wektorów w
 $\tilde{f}_1$ redukuje się do $\frac{1}{2} \tilde{f}_1$.

To rozumowanie jest dość błędne.
Wtedy znaczenie, gdy wszystkie strzale fak-
tycznie są czynne; gdybyśmy w jakikolwiek
sposób działanie tych strzał zmieśli, np. przez

zastawicie, wtedy już to rozumowanie
 przestaje być słusznem. Gdybyśmy np.
 zostawili tylko pierwszych „n” strzech, a
 dristanie wszystkich innych nicoli prze-

zastawicie ich krótkim me-
 talowym, mielibyśmy z se-
 regu (2) szereg:

$$(3) \quad \bar{f} = \frac{1}{2} \bar{f}_1 + \frac{1}{2} (\bar{f}_1 - \bar{f}_2) - \frac{1}{2} (\bar{f}_2 - \bar{f}_3) + \dots \\
\dots \pm \frac{1}{2} (\bar{f}_{n-1} - \bar{f}_n) \mp \frac{1}{2} \bar{f}_n, \text{ przyem}$$

byłby na końcu znak + albo -, zależnie o
 tego czy „n” jest nieparzyste, czy parzyste
 i szereg (3) redukuje się przybliżenie do:

$$\bar{f} = \frac{1}{2} \bar{f}_1 \mp \frac{1}{2} \bar{f}_n, \text{ gdy zaumu-}$$

żymy, że różnice w nawiasach są w rzeczywistości bardzo małe.

Jeżeli „n” jest liczbą nie bardzo wielką
 to $\bar{f}_n$ nie bardzo się różni od $\bar{f}_1$, i dochodząc
 my w ten sposób do wniosku, że wtedy
 gdy „n” jest parzyste, mamy na $\bar{f}$ wartość,
 mało od zera różną: $\bar{f} = \frac{1}{2} \bar{f}_1 - \frac{1}{2} \bar{f}_n$;

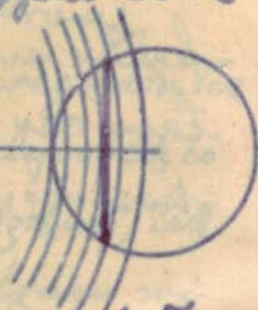
natomiast w przypadku nieparzystego
 „ n ” weździ w rachubę znak $+$ i otrzy-
 muję w przybliżeniu: $\tilde{f} = \frac{1}{2} \tilde{f}_0 + \frac{1}{2} \tilde{f}_n = \tilde{f}_0$,
 tak że wtedy w punkcie M na osi
 otworem będzie równomierna jasność.

Jeżeli zaś przeciwnie pierwiok „ n ”
 streś przysłonię i przepuszczy działanie
 streś od $n+1$ począwszy, wtedy nasz
 szczegół określający drganie wypadkowe
 będzie postaci:

$$\tilde{f} = \tilde{f}_{n+1} - \tilde{f}_{n+2} + \tilde{f}_{n+3} - \dots$$

 i drganie wypadkowe
 będzie analogicznie

do poprzedniego w przybliżeniu $= \frac{1}{2} \tilde{f}_n$.
 Jeżeli teraz n będzie nieśbyt wysokie
 to $\tilde{f}_{n+1}$ będzie mało co różnie od $\tilde{f}_0$ i do-
 chodząc do wniosku, że na osi jeżeli w
 punkcie rozważanym M można otrzy-
 mać mimo zaścięgu nie przepuszczającej
 działania n pierwioków streś, niemal



takie samo dźwięki, jak gdyby dźwięki
nie było.

Kiedy w roku 1823 Fresnel teoria swą
przedstawił Akademii Francuskiej obecny
na posiedzeniu Poisson zwrócił od razu
na to uwagę, że jeżeli ta teoria jest słuszną
to dochodzi do paradyksu, że mimo
dźwięki nie przyspieszają działania
w pionowych strzech strzamyć się w punk-
cie M jasność. Fresnel wykonał to
doświadczenie i stwierdził, że rzeczywiście
po starannem ustawieniu przyrządu
strzamyć się w punkcie na osi strzech
jaśnie planek, co było więc znakiem
potwierdzeniem jego teoretycznych wniosków.
Wskazaliśmy już poprzednio, że zasa-
dy Huygenosa nie tłumaczy, dlaczego gdzieś
człowiek, idąc z powierzchni idzie tylko
w kierunku punktu M, a nie idzie
w kierunku przeciwnym, co jest pro-

wadzi ona do fałszywej wartości fery, chcąc
 ciar do zgodnej amplitudy. Pochodzi to
 z tego, że jeżeli feryne dristanie wszystkich
 stref redukuje się do $\frac{1}{2}$ dristania strefy
 pierworzej, której biegun jest oddalony o
 " r " od punktu M , natomiast drug o
 $r + \frac{\Delta}{2}$, to dristania średnie, od niej
 pośrednio będzie w ferye spóźniecie
 o $\frac{1}{2} \Delta$, to jest o 90° , podczas gdy bez-
 pośrednio uwarany postępek feli daje
 w punkcie M normalną wartość fery.
 Aby to wyrazić okazać i zarazem znaleźć
 prawu dristania takiej feli częstotliwości, weźmy
 pod uwagę pierworzą strefę, od której jak
 się okazało wszystkie zależą. Wystarczy
 uważyć feli płaską postępującą naprzód
 w płaszczyźnie MM' i wrócić ją na feli
 częstotliwości, tak że tworząc kulę o promieniu
 r i $r + \frac{\Delta}{2}$ otrzymujemy strefę centralną.
 Rozłożmy tę centralną strefę na nie-

skończenie małe podstrefy za pomocą kątów
zakreślonych z punktu M o promieniach
 $r, r+\delta, r+2\delta, \text{it.d.}$ Mianowicie N jest pierścieniem,
t.j. ten, który zostaje między dwiema strefami cen-
tralnej kulami o promieniach $r+n\delta$ i

$r+(n-1)\delta$. Jeżeli przez A
oznaczę promień pierścienia
 n tego, to będzie:

$$x^2 + r^2 = (r + n\delta)^2 \text{ lub}$$

spuszczając $n^2\delta^2$ jako
małą drugiego rzędu stę-
nuję: $x^2 = 2rn\delta$.

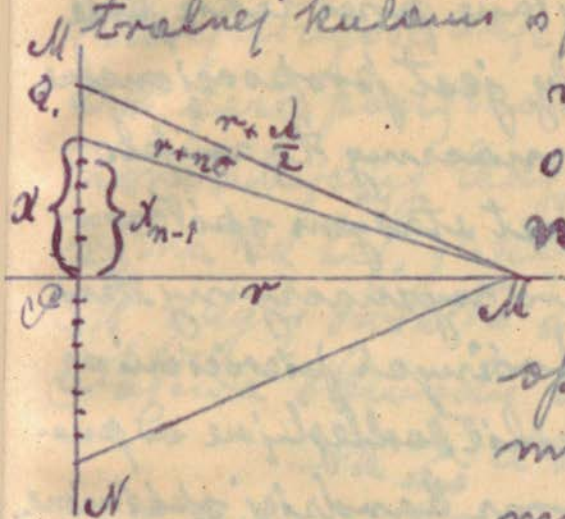
Jeżeli dojdzie do krańcowej strefy, gdzie
zatem $n\delta = \frac{\lambda}{2}$ otrzymam z figury

$$PQ^2 = 2r \frac{\lambda}{2} = r\lambda.$$

Powierzchnia strefy cząstkowej, odpo-
wiedzącej promieniom $r+n\delta$ i $r+(n-1)\delta$
będzie wynosić:

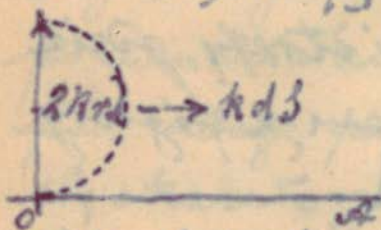
$$\pi(x^2 - x_{n-1}^2) = \pi[2rn\delta - 2r(n-1)\delta] = 2\pi r\delta,$$

zatem jest to wielkość całkowita od n nie-



zależna, czyli wrysować tak skonstruowa-
ne pierścieniawato podstrefy na strefie
głównej są sobie równe co do pola.

Oznaczmy przez dS pole takiego pier-
ścienia; drganie, wysyłane przez takie pole
co do swej amplitudy jest proporcjonalne
do wielkości pola; oznaczmy tę ampl.
przez KdS , gdzie K jest stałym współczyn-
nikiem, który dopiero wyznaczymy. Fazy
drgań, pochodzące od różnych pierścieni są
oczywiście nierówne sobie, odlegające od pun-
ktu M , mają fazy coraz bardziej spóźnione.



Wypadkową tych wrysowanych
drgań znajdziemy graficznie,
kresząc w stosunku do osi OM ,

jako osi odniesienia szeregi adwinek, których
długości, oznaczone przez KdS , przedstawiają
amplitudy drgań, pochodzących z poszczegół-
nych pierścieni, zatem będą sobie równe, a
nachylenie tych adwinek do osi OM daje

fazy przeciwnych drgań; fazy te jak
widzieliśmy zmieniają się od 0° do 180° .
Amplitudy te dają na rysunku półkola,
drganie wypadkowe będzie jego średnicą,
której długość daje amplitudę, kąt z osi
Od, fazy przeciwnych drgań wypadkowego.
Konstatujemy tedy, że faza będzie o 90°
różna od tej, jakaby wypadła w punkcie
M, gdyby ówratło było wprost ce średnicy.

Półowa obwodu tego koła będzie
 $k \sum d\delta$, a ponieważ $\sum d\delta$
 jest polem całkowitem unosianej strefy,
 przeto ze względu na równość:
 $PQ^{20} = r\lambda$ otrzymamy
 $\sum d\delta = \pi r\lambda$, z czego długość jesto.

wy obwodu koła będzie:

$k \sum d\delta = k \pi r\lambda$, z czego średnica
 tego koła będzie wynosić $2k r\lambda$, co jest
 amplitudą całkowego drgania d^{wy}
 strefy. Z tego wynika, że drganie

wszystkich fal cieższych da doganie wy-
padkowe o amplitudzie = potęgwie działania
strefy środkowej, a więc $Kr\lambda$.

Ponieważ rozważamy tu falę płaską,
postępującą ztatem napród, z niezmien-
ną amplitudą, przeto oznaczając przez
"a" jej amplitudę, musi zachodzić równość

$$a = Kr\lambda \text{ jeżeli mamy utra-}$$

cić w mocy zasadę Huygensa; czyli
spółczynnik K musi być w takim razie
wyrażony w formie: $K = \frac{a}{r\lambda}$.

Z drugiego dochodzi się do wspomnianego
prawa rozchodzenia się fali cieższych
które podstawić możemy zamiast fali
cylindrycznej, pochodzącej wprost od punktu
świecącego; przytem chcąc pogodzić metodę
Huygensa z bezpośredniem rozważaniem
fali, idących ze źródła do punktu M, trzeba
sobie wyobrazić, że z elementu ab fali
cieższej wychodzi nie z tą siłą, z jaką

tem przebiega punkt świecy, lecz że jest cof-
nięcie o 90° i że wartość amplitudy drgania,

o $\frac{a}{r}$ po. odległego od elementu do tej
powierzchni falowej kulistej w
punkcie M oddalonym od d o r wynosi
$$a' = \frac{a \cdot d}{r \cdot \lambda}$$

Przystępujemy do wyznaczenia pewnych
zasadniczych wzorów w teorii rozchodzenia
się i uginania się światła. Wyobrażamy
sobie źródło światła S tak małych rozmiar-
ów w porównaniu z otworami wywołanych
kaskadą do przepuszczania światła, że można
je uważać za punkt świecy; wtedy w otworze
jednorodnym światło się będzie rozchodzić
w postaci fal kulistych i przypuszczamy, że
mamy do czynienia ze światłem jednorod-
nem, którego wektor na powierzchni tej kuli,
na której powstają fale cegociowe, będzie
wyrażony wzorem:

ot.
$$E \sin \left(\frac{2\pi r t}{T} + 2\pi S \right)$$
, gdzie S

jest danielug farg pocrztkowz, A-ampli-
tudy dngauis, T-ekresem dngauis. W
taniim raris dngauis, pocrztkowz ad elementu
do w punkcie M bydnio kontatu:

$\frac{a}{r} d\theta \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + 2\pi s - \frac{2\pi r}{a} + \frac{\pi}{2}\right) = \pi$
 nradz lu na poprzednio okreslong wartosc
 amplitudy, pocrztkowz opowiaduic wglad
 $\frac{2\pi t}{T}$ pocrztkowz rtdz, ic ad punktu dS
 do M musi promien przebiec drogę r ,
 a $\frac{\pi}{2}$ jest tż dca tkowz farg. Możemy
 napisac, ic to $= \frac{a}{r} d\theta \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + s - \frac{r}{a}\right)$
 Jeslibyśmy tylko ograniczmy liczbę
 elementow zastawili ad taniogz got na to-
 kiej powierzchni fclowej i uwadli
 elementy dS wysytajce fclz za niesko-
 nienie male i nieskonienic dcaue, to
 wypadkowy ruch w punkcie M wywo-
 lany temi czgatkowz fclowz, otrzy-
 mamy po wykonaniu całkowaniz, roz-
 wiazniogz na mnyetkie elementy dS.

Jeżeli musimy więc orzeczyć przez $\mathcal{F}$ wypad-
kowy wektor świetlny w nowym punk-
cie M , w którym chcemy znaleźć wartość
wzmocnienia, to otrzymamy:

$$\mathcal{F} = \frac{a}{\lambda} \int \frac{d\lambda}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} + \delta - \frac{r}{\lambda} \right) \cdot -$$

Odpowiadając do sposobu wyznaczania
odświeżenia nad zginaniem się światła,
odległość r od punktu M się
znajduje może być różna - an. bardzo
dużą w porównaniu z otworem, przez który
światło przepływa, to r jest minus r'
" r' jest dla każdego punktu elementu
do dowolnie inne, to te może różnice
na amplitudę drgania w punkcie M prawie
wcale nie wpłyną, natomiast decydująca
rolę odegra zmienność odległości r'
różnych punktów elementu do od M
na dany w punkcie M .

Z tego wynika, że o ile r' występuje
nad jakimś punktem pojawiającej się

musimy uważać za zmienną, o tyle znowu
 „ π ” stojąc przed znakami $\cos$ można uważać
 za wielkość stałą. Takie, oznaczając
 odległość otworu, uginającego się światła, od
 tła, na którym chcemy zjawiska dyfrakcyi
 obserwować, będziemy mogli napisać, że:

$$Z = \frac{a}{\lambda} \int d\sigma \cos 2\pi \left(\frac{t}{f} + \rho - \frac{r}{a} \right)$$

Rozwijając ostatnią sumę trygonometryczną
 otrzymamy zależność tylko od czasu, od
 cyfryków zależnych od rozmiarów i od-
 ległości otworów i otrzymujemy:

$$Z = \cos \frac{2\pi t}{f} \cdot \frac{a}{\lambda} \int d\sigma \cos 2\pi \left(\frac{r}{a} + \rho \right) + \\ + \sin \frac{2\pi t}{f} \cdot \frac{a}{\lambda} \int d\sigma \sin 2\pi \left(\frac{r}{a} + \rho \right) \quad (1)$$

co po wprowadzeniu odpowiednich
 oznaczeń może napisać w formie:

$$Z = \frac{a}{\lambda} \left(C \cos 2\pi \frac{t}{f} + S \sin \frac{2\pi t}{f} \right)$$

Jeżeli chodzi o natężenie światła w punkcie M naszego ciała trzeba wrócić na to uwagę, że mając jakikolwiek drganie formy:

$$A \cos \frac{2\pi t}{T} + B \sin \frac{2\pi t}{T}; \text{ wiemy, że}$$

kwadrat amplitudy drgania, więc i natężenie światła jest proporcjonalne do sumy

$A^2 + B^2$, tak że natężenie światła w naszym punkcie M będzie:

$$I = \text{const.} \cdot \frac{a^2}{r^2} (A^2 + B^2)$$
 gdzie „a” oznacza amplitudę drgania światła na uważanym elemencie do na powierzchni tej fali; ale natężenie światła, wyrażonego różnicą na powierzchni fali jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy drgania A^2 , tak, że oznaczając przez I_0 natężenie światła w samym otworze do, będziemy mieli

$$I_0 = \text{const.} \cdot a^2$$
 zatem natężenie światła w dowolnym punkcie M będzie Różnica:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} (I^2 + C^2)$$

Jest to zasadniczy wzór w teorii ugięcia
 światła; a kamień, od jakich kry-
 nikon zależy będzie oświeślenie tła, posta-
 wianego w pewnej odległości od otworu, i
 jak się do oświeślenia będzie zmniejszać w
 rozmaitych punktach tego tła. Na
 tym też otrzymamy zatem pewien
 sposób rozłożenia oświeślenia, co
 stanowi to, co nazywamy dyfrakcją
 światła.

Oświeślenie natężenie światła będzie
 lawiście od sumy kwadratów dyfrakcji
 $I^2 + C^2$, które mają być rozłożone na
 całą powierzchnię ugiętego otworu; oczywiście
 że one będą wprost tego od kształtu po-
 stawienia i wielkości tego otworu zależne,
 tak że w tym samym punkcie będącym
 mieli różne oświeślenie, zależne od tego,
 jak wielki i jakiego kształtu będzie ugi-

możemy otwor.

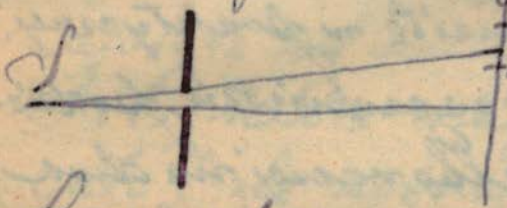
Żeby znaleźć w danym przypadku wartość tego oświetlenia, trzeba wykonać całki: $\int \cos \theta \, d\Omega$, wtedy dla danego otworu metrycznie światła Tężeć należy tylko od położenia uwzględnianego punktu na tle.

Przypadków różnic na stosowanie tych wzorów jest w praktyce ogromnie wiele: dla każdego z nich w doświadczeniu otworem regulacyjnym, trzeba stosować do jego kształtu i wielkości.

Można wiele rozmaitości w praktycznej optyce nadawać się zapamiętać, podzielić na dwie grupy, albo raczej na dwa sposoby obserwowania: jedynym byłby sposób, stosowany przez Fresnela, drugi to byłby sposób przez Fraunhofera. Sposób Fresnela polega na obserwowaniu zjawiska dyfrakcji w świetle rozbieżnym, sposób Fraunhofera w

światła zbieżnem. Jeżeli sobie wyobraźmy
ustawienie przed punktem świecącym S
równoległą w której jest mały otwór, ugi-
nający światło, to, gdyby długość fali światła
była nieskończenie mała, gdyby nie było
zjawiska uginania, nieśledzący na tle,
umieszczonym poza równoległą, jasną plamą
ostro zagraniżowaną stożkiem promieni, prze-
choodzących przez otwór w równoległą.

Doświadczenie jednak wykazało, że
światło przekracza granicę cienia i jeżeli
S

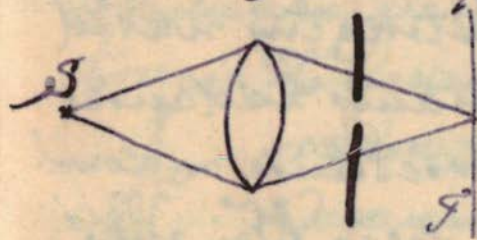


światło przenika granicę cienia i jeżeli
M będzie dowolny dowolny punkt
M w normalnych miej-
scach tła oświetlonego,

to z dowolnym raz mniejsze, raz większe
natężenie światła, a to nawet i wtedy,
gdybyśmy go usunęli w granicę geomet-
rycznego cienia; otrzymujemy w ten sposób
zjawisko dyfrakcyjne, którego badanie
sprowadza się do wyliczenia całek Bie,

wyniki; w ten sposób otrzymamy doświadczenie
w zupełności potwierdza.

Sposób Fraunhofer'a, dla praktyki
dużo wygodniejszy, polega na obserwowaniu
zjawisk dyfrakcyi w zbieżnym świetle,
otrzymanym przez przesłoczenie promieni
wychodzących z punktu świecącego przez
soczewkę zbieżającą. Ponieważ istnieje

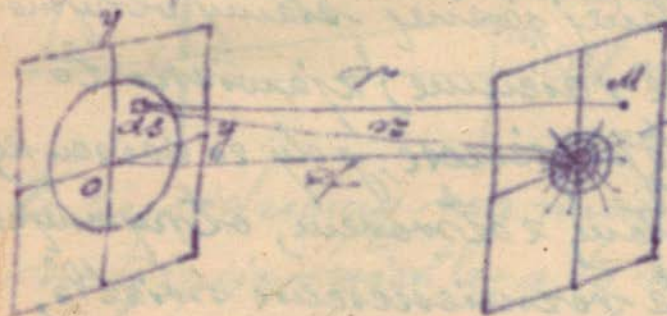


dyfrakcja światła, przeto
w płaszczyźnie ognisko-
wej nie otrzymamy jed-
nego punktu jasnego,

lecz dookoła rozlanej jasnej plamy otrzyma-
my prążki jasne i ciemne; zjawisko to
wyraźniej wystąpi jeszcze, gdy za soczewką
umieścimy zastawkę z otworem, otrzymujemy
wtedy rozmaite rozmieszczenie światła,
jak kółka jasne i ciemne, prążki; linie kry-
żujące się, zależnie od postaci otworu, stwó-
rzą to co nazywamy dyfrakcyjnym widnem.

Najmniejszy się zmniejszeniem widma dy-
frakcyjnego dla kolistego otworu i wyli-
czeniem całek S i C i natężenia światła
w widmie.

Wyobraźmy sobie, że mamy w przy-
padku metody Fraunhofer'a otwór
na warcie dowolnego kształtu, ugię-
jącego światło; otworem go płaszczyznę,
na której budujemy prostokątny układ
spółrzędnych (x, y) ; mamy zadanie:
znaleźć wartość oświetlenia w dowol-
nym punkcie M naszego płaszczyzny, na
którem myślimy.



(ξ, η) mamy układ
spółrzędnych
 (ξ, η) . Imię me-
ni, nie skłina-

my zadanie są ξ i η ; dzielimy pole otworu
na nieskończenie małe elementy dx ,
 dy $dx dy$, gdy rozmieszczenie elementów proste.

które, odległość jednego z tych elementów od punktu M oznaczam przez r , a odległość jego od O' przez r_0 .

Ponieważ w przypadku metody Fraunhofer'a mamy w otworze fali wkładz względem osi x, y, z , dążąc do ogniska, pręto oznaczając przez x, y współrzędne punktu elementu ds , współrzędna trzecia, z będzie z tego powodu $-z_0$. Współrzędne punktu M względem układu



O oznaczamy przez ξ, η, ζ , gdzie ξ oznacza odległość O od O' .

Wtedy tych oznaczeniach:

$r^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta + z)^2$, a oznaczając przez r_0 odległość punktu elementu ds od O' będzie:

$r_0^2 = x^2 + y^2 + (\zeta + z)^2$, czego po rozwinięciu mamy:

$$r^2 = r_0^2 + 2x\xi - 2y\eta + \xi^2 + \eta^2.$$

Ponieważ obraz dyfrakcyjny dotyczy

punktu O' jest bardzo małych rozmiarów, przeto ξ i η , jakie się da zolaraż, są w porównaniu z r albo r_0 bardzo małe, tak że ich kwadraty, figurując w ostatnim równaniu możemy opuścić.

Opienięzco się na rozwijaniu pierwiastka 2^{go} według wzoru Newtona, mogą znając kwadraty ξ i η opuścić i według schematu $\sqrt{1-\varepsilon} = 1 - \frac{1}{2}\varepsilon$ otrzymamy

$$r = r_0 - \frac{\xi x + \eta y}{r_0} - \dots - (2)$$

Natężenie sił w punkcie M jest proporcjonalne do sumy całek $\rho^2 + \delta^2$. Żeby całki te wyliczyć, przyjmujemy dlaż powierzchnię S na powierzchni, na której gęstość ρ powstawały tak by $S = - \frac{2\pi}{r_0} \dots (3)$, wtedy na całki δ i ρ otrzymamy z równania (1) ze względu na (2) i (3) wyrażenia następujące:

$$\rho = \iint dx dy \cos \frac{2\pi}{r_0} \cdot \frac{\xi x + \eta y}{r_0} \dots (4)$$

$$S = \iint dx dy \sin \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{z x + y^2}{r_0} \dots (4)$$

które wyliczone, podniesione do kwadratu i dodane wyrażają natężenie światła w punkcie (x, y) w zależności od r_0, λ, z, y . Z samej formy uzyskanych całek można wyizolować pewne wnioski, dotyczące się metruj zjawisk dyfrakcyj. 1) Z wyglądu tych całek możemy odrazu dać odpowiedź na pytanie, w jaki sposób widmo dyfrakcyjne będzie zależne od długości fali użytego światła; mianowicie: gdybyśmy przy tym samym otworze, t.j. przy tym samym (x, y) zastąpili światło o długości fali λ światłem o fali 2λ , to widzieliśmy, że wartości całek nie zmieniłyby się wcale, gdybyśmy, odwrotnie, λ , zamiast 2λ i z . To znaczy, że jeżeli zamiast pierwszego światła użyjemy światła o fali 2λ razy dłuższej, to obraz dyfrakcyjny będzie w rozmiarach 2 razy większy, a co za tym idzie, geo-

metrycznie podobny do poprzedniego,
gdyż każdy jego punkt odwołać się spostrze-
żenie. Formuły zatem widma dyfrakcyjnego
t.j. odległości wzajemne pręgów interferen-
cyjnych są wprost proporcjonalne do
długości fali wiązki światła.

2) Co do wpływu wielkości otworu, przez
który światło przechodzi na widmo, dostrze-
gamy z całości S i C, że powiększając ot-
wór np. 2 razy przy zachowaniu jego
kształtu, czyli powiększając S i C dwa
razy, to, żeby wyrażenie pod funkcją per-
jadyng się nie zmieniło musimy S i
 C do potęgi zmniejszyć. Sprytam zwiżka
się jednak dady cięty raz, i powiększa
natężenie światła jest proporcjonalne
do sumy $S^2 + C^2$, przeto natężenie światła
zwiększy się 16 razy. Wpływ otworu
działa odwrotnie, niż wpływ długości fali,
na widmo dyfrakcyjne: jeżeli weźmiesz

otwór z rury wiższej, to obraz dyfrakcyjny
z rury sz. z rury, nie zmieniające swego
geometrycznego kształtu.

3) Trzeci wniosek, wynikający z drugiego, musi
nazwę twierdzenia Babinet'a: jeżeli
sobie wyobrażamy punkt $M(\xi, \eta)$ w miłmie
dyfrakcyjnej, pochodzącemu od pewnego ot-
woru uginającego światło, to w punkcie tym
będzie panować ostateczne drganie pewnej
określonej amplitudy i fazy. Gdybyśmy
teraz ułożyli zupełnie zastawkę, która gwał-
townie, wtedy jak wiemy, cały obraz dy-
frakcyjny skurczy się niemal do jednego
punktu i wtedy w punkcie (ξ, η) za-
pamię ciemność.

Z tego wynika, że ta reszta fali, która
po otworze ma być widna była zakryta,
musi dać drganie tej samej amplitudy,
co reszta fali, przepuszczonej przez otwór
uginający, ale wprost przeciwną fazę.

Złoty mynika wniosek bardzo ciekawy, że gdybyśmy zamiast przezroczystego otworu uginającego wstawili zastonę, a całe obramowanie otworu wyrzucili, to mielibyśmy takie same oświetlenie w punkcie M jak poprzednio, czyli snr takie zastępienie zastony widmo dyfrakcyjne nie zmieniłoby się. Np. widmo dyfrakcyjne będzie takie samo, czy więcej zastony z wyciętami otworami kołistymi, czy też szeregi krążków nieprzezroczystych w miejscu poprzednich otworów czyli ekranu dopelniającego do poprzedniego.

4). Przy wycięciu np. otworu trójkątnego otrzymujemy na tle pewnego kształtu widmo dyfrakcyjne. Gdybyśmy w zastonie wycięli takich trójkątów bardzo wiele, ale rozsypanych bezładnie i przypadkowo, to znów z rozważania tych części wynikałoby, że powiększenie liczby takich otworów

wpływa na widmo tylko o tyle, że ono staje
się pewną liczbą razy jaśniejsze, wtedy
lewień wrażeńnego oddziaływanie na
siebie tych otworów niema.

Precyzyjnie, gdyby te otwory były umieszczone według pewnego prawa, np. szeregu trójkątów w równych odstępach, miałobyś do, co nazywamy dyfrakcyjną siatką, i wtedy trzeba uwzględnić nie tylko ugięcia się fal, wychodzących z pewnego otworu lecz współdziałanie promieni, dochodzących do pewnego punktu na tle; promienie te będą się między sobą w fali przeciwieństwo różniły i obok widma dyfrakcyjnego, które dają otwory pojedyncze, występuje interferencja między promieniami, wychodzącymi z poszczególnych otworów.

Taki sam rodzaj interferencji istnieje i wtedy, gdy otwory te są bardzo bliskie, ale ich wpływ na siebie równoważy, tam gdzie

20^{ty} arkusz

jeden daje pewną interferencję, inny daje
druga taką samą.

Zjawiska tego rodzaju można obserwować
w naturze, gdy np. księżyc świeci nawskroś
przez mgłę, jeżeli ona się składa z kropli wody,
jednostek rozmianów, to widzimy dookoła
księżycy światło dyfrakcyjne, jasne
kręgi na przemian jasnych i ciemnych
otoczonych kolorami obłokami.

Po tych uwagach przechodźmy do ra-
dania konkretnego: do obliczenia widnia
dyfrakcyjnego, w przypadku otworu
kołowego, którego promień oznaczmy
przez r , oś jego niech będzie w punk-
cie O . Umieszczamy jeszcze dru-



giego układu: z p. tak
by OO' było prosto-
padle do płaszczyzny
tego koła. W przypadku
tak symetrycznego

tworze nam wzdłuż na natężeniu światła
 w punkcie M daje się enaczenie ugięcia,
 przedwzrostkiem cała, w której występuje
 funkcja Sin , jest zerem; wynika to z tego,
 że dążymy, w miarę dążenia z pewnego punk-
 tu ćwiartki I odpowiadającej $X:Y$ taktu.
 W ćwiartce I tej znajduje się dążenie do sa-
 mo, w którym $X:Y$ są ugięte. Ceny-
 mieniamy w ten sposób na całość I wyra-
 żenia parami sobie równe, a z nich
 precyzyjnych, które ratują najzwyklejsze
 Przy całej C , w której występuje Cos tego
 czynności nie ma. Wzrost natężenia światła
 I będzie proporcjonalnie do samego C^2 .
 Cała C bardzo się upraszcza, a męży
 na kółko, czyli cylindryczną, kształt gło-
 wiska: w niewielkich punktach płaszczyzny
 (Z, Y) równo oddalonych od środka O na-
 munki i punkty są identyczne, czyli natę-
 żenie światła ulegało się w współstanie-

wych kabach tak, że na kole o jakimkolwiek promieniu mamy we wszystkich punktach to samo natężenie sił.

Wystarczy preto obliczyć natężenie T na osi Z w rozmaitych odległościach od środka i to samo będzie się odnosić do całych kół.

Korzystając będzie wprowadzić zmienne

$$p = \frac{25x}{ar_0} \quad i \quad q = \frac{25y}{ar_0}.$$

Wtedy całka C przyjme postać:

$$C = \iint dx, dy \cos(px + qy).$$

Z poprzednich dwu równań mamy:

$$\sqrt{p^2 + q^2} = \frac{25}{ar_0} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

ponieważ rozpatrujemy równocześnie światło na jednym promieniu kołowego otworu w regularności na osi Z , preto będzie $y=0$ i $p=x$, zatem możemy, jako zmienną wprowadzić do całki:

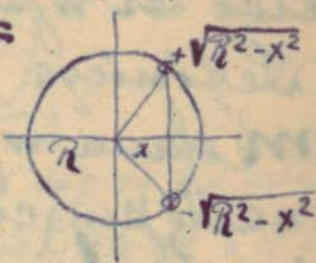
157.

 $u = \frac{2\pi p}{a r_0}$; wtedy będzie:

$C = \int dx dy \cos ux$. Wykonując odrazem całkowanie co do „y” w granicach od $-\sqrt{R^2 - x^2}$ do $\sqrt{R^2 - x^2}$ możemy napisać:

$$C = \int dx [y]_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^{+\sqrt{R^2 - x^2}} \cos ux dx =$$

$$= \int_{-R}^{+R} dx 2\sqrt{R^2 - x^2} \cdot \cos ux dx.$$



Całka ta jednak za pomocą elementarnych funkcji wyrazić się nie da; ona prowadzi do funkcji przekreślonych; półośniemy

$x = R \cos \omega$ z czego

$dx = -R \sin \omega d\omega$; podstawiając

to do całki będzie miał całkę od 0 do 2π :

$$C = -2 \int_0^{2\pi} R^2 \sin^2 \omega \cos(u R \cos \omega) d\omega \quad \text{lub}$$

$$C = -2R^2 \int_0^{2\pi} \sin^2 \omega \cos(u R \cos \omega) d\omega.$$

Jest to funkcja zmiennej u , której studiowaniem zajmował się Bessel

i nazywamy funkcją Bessela.

Funkcje tego typu mogą być definiowane albo w postaci rozwinięcia pewnych równań różniczkowych, albo w postaci takich całek, albo też w postaci szeregu nieskończonego.

Definicja ogólna funkcji Bessela rzędu m dana w postaci określonej całki jest następująca:

$$J_m(z) = \frac{z^m}{2^m \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2m-1)} \int_0^{2\pi} \sin^{2m} \omega \cos(z \cos \omega) d\omega$$

Można ją także zdefiniować w postaci szeregu nieskończonego:

$$J_m(z) = \frac{z^m}{2^m \cdot m!} \left\{ 1 - \frac{z^2}{2(2m+2)} + \frac{z^4}{2 \cdot 4 \cdot (2m+2)(2m+4)} - \dots \right\}$$

Na podstawie tej ogólnej definicji funkcji Bessela rzędu „ m ” otrzymujemy się do formuły:

$$J_1(z) = \frac{z}{2} \int_0^{2\pi} \sin^2 \omega \cos(z \cos \omega) d\omega$$

Widzimy, że wyprowadzona w teorii dyfrakcyjnej całka C wyraża się, jako funkcja Bessela rzędu

155.
Lgo w postaci:

$$Q = 2\pi R \frac{2\pi (uR)}{uR}$$

gdzie $uR = 2$; bardziej już całka ta uprościć się nie daje.

Natężenie światła w widnie dyfrakcyjnym będzie więc:

$$I = \text{const} \frac{I_0^2 (uR)}{u^2 R^2}$$

Funckya Bessela obiera się w 0 dla nieskończenie wielu wartości na u , i dla tych wartości błądzenie wieli w dyfrakcyjnym widnie造成 pierścienie. Tak

np. $J_1 = 1.22\pi$

$$J_2 = 2.23\pi$$

$$J_3 = 3.24\pi$$

$$J_4 = 4.25\pi$$

$$\dots$$

} są pierścieniami
funckyi Bessela
1^o rzędu.

Żeby znaleźć w jakich odległościach od O' otrzymujemy ciemne pierścienie musimy mieć:

$$Z = uR \text{ tak że ogólnie}$$

$$Z_n = R u_n = R \frac{2.75 \pi u_n}{u R_0} \text{ gdzie}$$

oznacza promienie pierścieni ciemnych
w widlinie: $\xi_n = \frac{\lambda r_0 z_n}{2 \pi R}$ z czego

$\xi_1 = \frac{1.22 \lambda r_0}{R}$ jest pierwszym pro-
mieniem w widlinie.

Jak widzimy ξ_1 jest proporcjonalne
do długości fali wydego światła: to
znaczy że w czerwonym świetle otrzy-
malibysmy obraz większych rozmiarów,
w fioletowym mniejszych; dalej im
większe r_0 : odległość otworu uginają-
cego od tła, tem obraz dyfrakcyjny roz-
leglejszy. Odwrotnie jednak przy R
większym widmo otrzymuje się mniejsze.
Wyniki uzyskane tą drogą zupełnie
się zgadzają z poprzedniami uwagami.
Rezultaty, do których doszliśmy po-
siadają niemałą wartość praktycz-
ną przy konstrukcyi teleskopów,
lunet i. d. p. W lunetach takich, jak
teleskopy, otrzymujemy bowiem

obrazy gwiazd nie w postaci punktów geometrycznych, lecz jako obrazy dyfrakcyjne o promieniu ρ , gdzie ρ oznacza długość fali. Dla tego zawsze krańce soczewki lunety one grają bawiem rolę otworów, zginających światło, zwińkoramy R i w ten sposób zwińkoramy się zdolność rozpraszania lunety. Jeżeli chodzi o badanie np. gwiazd podwójnych bardzo bliskich sobie, np. o 1 sec., to wyksta luneta daje taki dyfrakcyjny obraz, iż gwiazdy te zupełnie się zlewają, podczas gdy więcej większej soczewki, zacieśnionej obrazy dyfrakcyjne daje możliwość odróżnienia nawet bardzo drobnych i bliskich siebie obrazów. —

— . **Łódź** . —
 Państwowej
 Szkoły Pedagogicznej
 Łódź
 1910 roku. —

1. The first part of the paper is devoted to a general
 discussion of the problem. It is shown that the
 problem is of great importance and that it is
 necessary to study it in detail. The second part
 of the paper is devoted to a detailed study of the
 problem. It is shown that the problem is of great
 importance and that it is necessary to study it
 in detail. The third part of the paper is devoted
 to a detailed study of the problem. It is shown
 that the problem is of great importance and that
 it is necessary to study it in detail.







