NAUKA FIZYKI

PODRĘCZNIK PRZEZNACZONY DO UŻYTKU
UCZNIÓW KLAS WYŻSZYCH SZKÓŁ ŚREDNICH

PRZEZ

DRA WŁADYSŁAWA NATANSONA
i
DRA KONSTANTEGO ZAKRZEWSKIEGO,
PROFESORÓW UNIWERSYTETU JAGIELLOŃSKIEGO

TOM I

NAKŁAD GEBETHNERA I WOLFFA
WARSZAWA – KRAKÓW – LUBLIN – ŁÓDŹ – POZNAŃ – WILNO – ZAKOPANE

NAUKA FIZYKI

TOM I

NAKŁAD GEBETHNERA I WOLFFA

WARSZAWA — KRAKÓW — LUBLIN — ŁÓDŹ — POZNAŃ

BIBLIOTEKA
Państwowej
Wyższej Szkoły Pedagogicznej
W KRAKOWIE
10288

DRUKARNIA UNIWERSYTETU JAGIELLOŃSKIEGO POD ZARZĄDEM J. FILIPOWSKIEGO

SPIS RZECZY TOMU I-go.

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

Zasady kinematyki.

§§		Str.
1.	O zjawiskach ruchu. Przedmiot kinematyki	1
2.	Określenie ruchu. Układy odniesienia. Względność ruchu	2
3.	O mierzeniu kątów, długości, pól oraz objętości	4
4.	O pomiarach czasu. Jednostki czasu	6
5.	O zegarach	8
6.	O pojęciu punktu w kinematyce	10
7.	O ruchu prostolinjowym	11
8.	O ruchu prostolinjowym jednostajnym	13
9.	O ruchu kołowym	14
10.	O ruchu kołowym jednostajnym	17
11.	Kierunek ruchu. Przemieszczenie, rozumiane jako wektor	19
12.	Prędkość ruchu prostolinjowego jednostajnego, rozumiana jako wektor	20
13.	Prędkość ruchu kołowego jednostajnego, rozumiana jako wektor	21
14.	Ruch niejednostajny. Prędkość chwilowa albo prawdziwa	22
15.	O ruchu prostolinjowym niejednostajnym. Średnie przyśpieszenie	25
16.	O ruchu prostolinjowym jednostajnie przyśpieszonym	27
17.	Droga, przebywana w ruchu prostolinjowym jednostajnie przyśpieszonym	28
18.	O ruchu prostolinjowym opóźnionym oraz jednostajnie opóźnionym	30
19.	Przykład ruchu prostolinjowego jednostajnie przyśpieszonego	31
20.	Przyśpieszenie, rozumiane jako wektor	34
21.	Ruch prostolinjowy przyśpieszony. Przyśpieszenie chwilowe albo prawdziwe	35
22.	Zasada niezależności ruchów	36
23.	Twierdzenie o równoległoboku przemieszczeń	38
24.	Twierdzenie o równoległoboku prędkości	39
25.	O rozkładaniu prędkości. O rzutach prędkości	41
26.	Prędkość w dowolnym ruchu kołowym	42
27.	Przyśpieszenie w ruchu kołowym jednostajnym	43
28.	Wartość i kierunek przyśpieszenia w ruchu kołowym jednostajnym	45
29.	Twierdzenie o równoległoboku przyśpieszeń	47
30.	O ruchu harmonicznym prostym	48
31.	Bliższa analiza praw ruchu harmonicznego prostego	52

ROZDZIAŁ DRUGI.

Zasady dynamiki.

§§ Str.

32. Dynamika jest nauką o ruchu jakichkolwiekbądź brył materjalnych . 54
33. Newton. Działania i siły dynamiczne 55
34. Działanie ciał materjalnych jest zawsze wzajemne 57
35. Drugie prawo ruchu Newtona 60
36. Zasada działania i przeciwdziałania 62
37. Dalsze uwagi nad zasadą działania i przeciwdziałania 64
38. Zasada zachowania masy 65
39. Punkt materjalny 66
40. Określenie grama; określenie litra 66
41. Prawo bezwładności 67
42. Istotne znaczenie prawa bezwładności 68
43. Czy bezwładność materji sama przez się jest oczywista 69
44. O środku masy 70
45. Twierdzenie o równoległoboku sił 72
46. Galileusz. Jak ciała upuszczone spadają 73
47. Jednostka siły; dyna. Jednostki ciężarowe 76
48. Streszczenie zasad dynamiki 77
49. Prawa ruchu planet dokoła słońca 78
50. Prawo siły, wywieranej na planety przez słońce 79
51. Newtona prawo wzajemnego przyciągania się ciał 80
52. Ruch dwóch ciał przyciągających się 81
53. O ciążeniu powszechnem 82
54. Ciężkość jest szczególnym przypadkiem powszechnego ciążenia . . . 83

ROZDZIAŁ TRZECI.

O sile ciężkości.

55. Pole ciężkości 86
56. Opór powietrza 87
57. Przyśpieszenie ciężkości nie zależy od natury ciała, poddanego działaniu tej siły 88
58. Ruch ciała, rzuconego pionowo do góry 90
59. Ruch ciała, rzuconego w kierunku poziomym 91
60. Pion i jego zastosowanie do mierzenia sił 93
61. Równia pochyła 95
62. O tarciu 98
63. Wahadło 100
64. Prawa ruchu wahadłowego 103
65. Zmiany przyśpieszenia ciężkości na ziemi 104
66. Jak zmierzono masę ziemi i jej gęstość średnią 106
67. Ruch kołowy; siła dośrodkowa, siła odśrodkowa 109
68. Wpływ obrotu ziemi na przyśpieszenie ciężkości 114

ROZDZIAŁ CZWARTY.

O pracy i energji.

§§		Str.
69.	O pracy	117
70.	Określenie pojęcia pracy	118
71.	Jednostki pracy	120
72.	Dzielność	122
73.	Pojęcie energji	123
74.	Energja kinetyczna	124
75.	Ilość ruchu czyli pęd	126
76.	Dwa sposoby pojmowania masy	127
77.	Energja potencjalna	128
78.	Energja potencjalna pola ciężkości	132
79.	Energja całkowita pola ciężkości	133
80.	Dalsze twierdzenia o polu ciężkości	135
81.	Zasada zachowania energji	138
82.	Siły zachowawcze i niezachowawcze	140
83.	Perpetuum mobile	141
84.	Uogólniona zasada zachowania energji	143

ROZDZIAŁ PIĄTY.

O równowadze i ruchu ciał sztywnych.

85.	O ciałach sztywnych	145
86.	O przesuwalności siły, przyłożonej do ciała sztywnego	146
87.	Obrót ciała sztywnego dokoła osi nieruchomej	147
88.	Moment siły względem osi obrotu	148
89.	Ciało sztywne, obracające się koło osi, jest poddane działaniu dwóch sił; warunek równowagi	150
90.	O dźwigni	152
91.	Praca sił czynnych podczas ruchu dźwigni	154
92.	O machinach	155
93.	Wypadkowa dwóch sił, przyłożonych do ciała sztywnego	156
94.	Jedynym możliwym ruchem jest obrót; reguła momentów	158
95.	Wypadkowa sił równoległych, przyłożonych do ciała sztywnego	159
96.	Jedynym możliwym ruchem jest obrót; równowaga pod wpływem sił równoległych	160
97.	O parze sił	162
98.	Środek sił równoległych	163
99.	Środek i wypadkowa wielu sił równoległych	164
100.	Całkowity ciężar ciała; środek ciężkości	165
101.	O równowadze ciał ciężkich	168
102.	O wadze i ważeniu	170
103.	Gęstość i ciężar właściwy	173

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

Zasady kinematyki.

§ 1. O zjawiskach ruchu. Przedmiot kinematyki.

Zjawiska ruchu odbywają się dokoła nas nieustannie. Codzień spostrzegamy, że poruszają się ludzie i zwierzęta, wozy i powozy, kłosy i drzewa, kamyki i okręty, kółka zegarków i koła lokomotywy, krople deszczu i chmury na niebie, okruszyny pyłu i słońca w przestworzu płonące. Codzień spostrzegamy, że wszystkie materjalne przedmioty, podpadające pod zmysły, są w ruchu. Niektóre ciała są w ruchu powolnym, inne są w szybkim; niektóre są w ruchu prostym i łatwo zrozumiałym, inne w zawiłym i dziwnym; ale *w ruchu są wszystkie*. O żadnem materjalnem ciele nie możemy powiedzieć, iż znajduje się w bezwzględnym spoczynku.

Łatwo widzimy, że nietylko materjalne ciała mogą poruszać się. Kiedy promień słońca wpada przez szczelinę do zaciemnionego pokoju, tworzy na ścianie lub na podłodze jasną świetlną plamę, która z biegiem czasu posuwa się widocznie; gdy przed lampą jasno świecącą przesuwamy rękę, jej cień skacze dziwacznie po powierzchni otaczających przedmiotów. A zatem światło lub cień może się także przemieszczać. Gdy wiatr wieje, widzimy, jak falowanie posuwa się szybko przez łany stojącego w polu zboża; na morzu, na rzece spostrzegamy góry i doły, które udzielają się z miejsca do miejsca. A zatem różne zmiany i rozmaite zjawiska mogą szerzyć się i roznosić się w materjalnych ośrodkach; na czem, jak zobaczymy, polegają ważne fizyczne procesy.

W *kinematyce* rozważamy zjawiska ruchu, ale nie zajmujemy się wcale tem, *co* się porusza; ograniczamy się w niej do badania ruchu samego w sobie t. j. ruchu, oderwanego od własności poruszającej się rzeczy. Ze względu na takie ograniczenie

zadania, wystarcza nam w kinematyce, oprócz pojęć geometrycznych, jedno tylko *nowe* pojęcie, pojęcie *czasu*. Kinematyka jest więc geometrją, wzbogaconą o pojęcie czasu; można ją także nazwać geometrją ruchu.

Ruch brył masywnych zależy w wysokim stopniu od ich rozmaitych materjalnych własności; ale kinematyka nie próbuje odkryć tej zależności, tego związku, który stanowi przedmiot innej nauki, mianowicie *dynamiki*.

§ 2. Określenie ruchu. Układy odniesienia. Względność ruchu.

Wyobraźmy sobie pewien ruch, naprzykład ruch piłki, rzuconej w pokoju, ruch pociągu, pędzącego po szynach albo ruch okrętu, płynącego po morzu. Gdy mówimy, że piłka, pociąg lub okręt *porusza się*, jaki w gruncie rzeczy *fakt* chcemy w tych słowach wyrazić? Chcemy oczywiście powiedzieć, że z biegiem czasu zmienia się położenie piłki względem przedmiotów, znajdujących się w pokoju albo też względem podłogi, sufitu lub ścian. Chcemy powiedzieć, że z biegiem czasu zmienia się położenie pociągu na torze kolejowym, że zmienia się naprzykład jego odległość od pewnej upatrzonej stacji. Chcemy powiedzieć, że z biegiem czasu zmienia się położenie okrętu na morzu; naprzykład, że zmienia się jego odległość od stałego lądu. Co zatem mamy na myśli, mówiąc, że «ciało *M* porusza się»? Wyrażając się w taki sposób, chcemy powiedzieć, że z biegiem czasu zmienia się położenie tego ciała *M* względem pewnych *innych ciał* materjalnych *A, B, C* i t. d. *Jeżeli położenie pewnego ciała względem innych ciał z biegiem czasu się zmienia, zmianę tę nazywamy ruchem.* Owe *inne* ciała materjalne *A, B, C* i t. d., względem których położenie ciała *M* z biegiem czasu się zmienia, nazywamy *ciałami odniesienia*, albowiem do nich odnosimy nieustannie w umyśle poruszające się ciało *M*.

Położenia ciała *M* nie możemy poznać ani określić inaczej, tylko w odniesieniu do ciał *A, B, C*...; ruchu ciała *M* nie możemy wyobrazić sobie inaczej, jak w odniesieniu do ciał *A, B, C*..., które w nim *nie* biorą udziału. Mówi się zatem, że ruch ciała *M* jest *ruchem względnym*, mianowicie odniesionym do ciał *A, B, C*..., które w nim nie uczestniczą.

Wszelki ruch jest względny. Nie możemy pomyśleć innego ruchu niż względny. W nieskończonej próżni i w pustce bez-

względnej, w której nie byłoby wcale ciał odniesienia, nie byłoby podobna ruchu nietylko zbadać i zmierzyć, lecz nawet go zauważyć.

Jak powiedzieliśmy, odnosimy ruch ciała *M* do innych ciał materjalnych *A*, *B*, *C*..., które w nim nie biorą udziału. Ale jakże wyznaczyć położenie ciała *M* względem ciał *A*, *B*, *C*...? Ciała materjalne mają zazwyczaj zawiłą budowę i postać, którą niełatwo ściśle opisać. W kinematyce chcemy rozumować równie dokładnie i jasno jak w geometrji; lecz pragniemy zarazem posługiwać się pomocą pojęć możliwie najprostszych. Umawiamy się zatem, jak następuje: w poruszającem się ciele *M* wybieramy pewien określony *punkt* i przywiązujemy do niego uwagę; z ciałami odniesienia *A*, *B*, *C*... łączymy w myśli pewne geometryczne *utwory*, np. pewne powierzchnie albo płaszczyzny, pewne linje krzywe lub proste; wreszcie wybrany punkt ciała *M* odnosimy (jak w geometrji) do tych geometrycznych utworów, złączonych z ciałami *A*, *B*, *C* i jak one, nie biorących udziału w ruchu ciała *M*. Owe geometryczne utwory (powierzchnie, płaszczyzny, linje krzywe lub proste), połączone z ciałami odniesienia, nazywamy wówczas *układami odniesienia*.

Przypuśćmy naprzykład, że w pewnej chwili wypuściliśmy piłkę z ręki, pozwalając jej spadać swobodnie. Od owej początkowej chwili czas upływał i odległość piłki od podłogi zmniejszała się. Jeżeli w każdej chwili zjawiska możemy podać wysokość środka piłki ponad płaszczyzną podłogi, ruch środka piłki będzie opisany. W tym więc razie płaszczyzna podłogi będzie układem odniesienia.

Przypuśćmy, że rzuciliśmy piłkę ukośnie ku ścianie; jej ruch będzie wówczas bardziej zawiły niż w przypadku poprzednim. Lecz gdybyśmy w każdej chwili wiedzieli, jaka jest odległość środka piłki od trzech wzajemnie prostopadłych płaszczyzn (dwóch ścian i podłogi), spotykających się w narożu pokoju, ruch tego środka byłby odtworzony. Całość owych trzech wzajemnie prostopadłych płaszczyzn nazywamy w tym razie układem odniesienia.

Narysujmy na mapie Państwa Polskiego przebieg toru kolejowego, prowadzącego z Krakowa do Warszawy. Gdybyśmy w dowolnej chwili wiedzieli, w którem miejscu tej linji znajduje się np. przednia oś lokomotywy pociągu, ruch byłby znany. Linja krzywa lub łamana, złączona z powierzchnią kraju i wyobrażająca tor kolejowy, jest tutaj układem odniesienia.

Na pełnym oceanie wyobraźmy sobie okręt transatlantycki, płynący z New-Yorku do Gdańska. Gdybyśmy w każdej chwili mogli przytoczyć szerokość i długość geograficzną miejsca, w którem znajduje się okręt, jego ruch byłby wiadomy. W tym razie układem odniesienia będzie powierzchnia kuli ziemskiej, pokryta siecią południków i równoleżników.

W wielu zagadnieniach naukowych albo praktycznych, w których trzeba zbadać odbywający się ruch, za ciało odniesienia wybieramy kulę ziemską, na której mieszkamy; z kulą ziemską łączymy układy odniesienia, które wybieramy możliwie dogodnie. Przypuśćmy naprzykład, że badamy ruch tłoka w maszynie parowej, obrót wirownicy, wahanie się belki wagi lub oscylacje igiełki magnesowej w galwanometrze. Rama wirownicy albo podstawa maszyny parowej jest umocowana w podłodze; cewka galwanometru albo płyta wagi jest przytwierdzona do ściany budynku. A zatem te ciała uczestniczą w dziennym obrocie ziemi dokoła osi, w jej rocznym obiegu dokoła słońca, oraz w innych ruchach, które musimy przypisywać naszej planecie. W naszem badaniu nie troszczymy się jednak o rozmaite ruchy kuli ziemskiej, albowiem tłok, wirownica, belka wagi, igiełka magnesowa odbywają je *również*; zadanie zaś, którem jesteśmy zajęci, wymaga jedynie poznania *ruchu względnego*: ruchu tłoka względem podstawy maszyny, ruchu wirownicy względem jej ramy, ruchu belki względem słupa i płyty wagi, ruchu igiełki względem cewki galwanometru.

Przez długie wieki sądzono, że *kula ziemska jest nieruchoma*; mnóstwo ludzi jeszcze i dziś żyje i działa w tem przekonaniu. Powiedzielibyśmy źle, mówiąc, że przytoczone zdanie jest *mylne*; ono nie wyraża ani prawdy ani nieprawdy; ono *nic* nie wyraża. Każdy ruch jest względny; przeto i spoczynek, który jest szczególnym przypadkiem ruchu, może być tylko *względny*. Dwa pociągi, jadące po torach równoległych, jednakowo prędko i w tym samym kierunku, są względem siebie w spoczynku, lecz względem stacji są w ruchu. Podróżny jest w spoczynku względem wagonu, jest w ruchu względem przydrożnych słupów telegraficznych; słupy telegraficzne są w spoczynku względem Tatr, są w ruchu względem wód, Wisłą płynących lub względem księżyca. Widzimy zatem istotnie, że zdanie «*ziemia jest nieruchoma*» nie zawiera żadnej treści, dopóki nie wymieniamy ciała, względem którego ziemia ma być nieruchoma.

Starożytni astronomowie (najczęściej zresztą bezwiednie) wybierali ziemię za *ciało odniesienia*. Ponieważ ten wybór od nas zależy, więc nie popełniali bynajmniej błędu; ale utrudniali sobie osiągnięcie celu, do którego dążyli, mianowicie zrozumienie porządku ruchów niebieskich. Skoro wychodzimy z zakresu spraw ziemskich, *geocentryczny* (t. j. połączony z ziemią) układ odniesienia staje się niedogodny. Kopernik wybrał słońce za ciało odniesienia; jak zobaczymy w rozdz. II-im, ten wybór był znacznie szczęśliwszy.

§ 3. *O mierzeniu kątów, długości, pól oraz objętości.*

Przy badaniu jakiegobądź ruchu, jak wiadomo z artykułów poprzednich, musimy wyznaczać położenie poruszającego się

ciała względem ciał odniesienia. Do takich wyznaczeń potrzebne są zwykle pomiary pewnych *kątów* albo też pewnych *długości*.

Zmierzyć pewien kąt, to znaczy: porównać go z innym kątem, który został przyjęty za jednostkę kątów. Jednostką kątów jest *radjan* czyli kąt, któremu na kole odpowiada łuk, równy promieniowi. Inną, bardziej sztuczną i dowolną jednostką kątów jest *stopień*, czyli jedna dziewięćdziesiąta część kąta prostego; stopień, jak wiadomo, zawiera 60 minut kątowych, minuta zawiera 60 sekund kątowych. Ponieważ kąt prosty jest równy $\frac{1}{2}\pi$ radjanom, zatem radjan w stopniach, minutach i sekundach wynosi: $57^0\,17'\,44{\cdot}8''$.

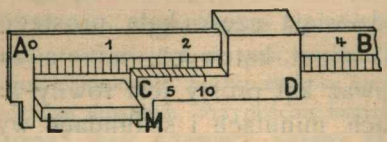
Zmierzyć pewną długość, to znaczy: porównać ją z inną długością, którą przyjęto za jednostkę długości. Za jednostkę długości w fizyce przyjęto *centymetr* (w skróceniu: cm). Według uchwały z dn. 26-go września 1889 r. konferencji międzynarodowej, zgromadzonej w Paryżu, określenie centymetra jest następujące: centymetr jest jedną setną częścią najkrótszej odległości, która (w temperaturze 0^0 C) oddziela od siebie kreski N^0 2 i N^0 5 na międzynarodowym *wzorcu* (t. zw. prototypie), wyrobionym z irydjoplatyny i noszącym na sobie znak *M* 6; ten wzorzec od 1889 roku znajduje się w Biurze międzynarodowem Miar i Wag w Sèvres, pod Paryżem. Z centymetra wynikają w znany sposób inne metryczne miary długości. Sto centymetrów stanowi *metr* (m); tysiąc metrów stanowi *kilometr* (km); jedna dziesiąta część centymetra nazywa się *milimetrem* (mm). *Mikron* (μ) jest jedną tysiączną częścią milimetra; *mikromilimetr* ($\mu\mu$) jest jedną miljonową częścią milimetra.

Układ metryczny pochodzi z czasów Wielkiej Rewolucji. Prac przygotowawczych dokonała komisja paryskiej Akademji Nauk, w której uczestniczyli Lagrange, Laplace, Monge i inni wielcy uczeni. Ustawa, uchwalona w r. 1795-ym przez Konwent, postanawiała, że «metr jest jedną dziesięcio-miljonową częścią ćwierci południka ziemskiego». Na zasadzie pomiarów geodetycznych wykonano wzorzec platynowy metra i złożono go w r. 1799-ym w Archiwum narodowem francuskiem; jego dokładną kopją jest wyżej wspomniany wzorzec *M* 6. Mimo wielkiej staranności owych prac, wzorce metra nie są ściśle zgodne z określeniem, przyjętem za podstawę metrycznego układu. Wiemy obecnie, że kwadrant południka ziemi wynosi $1{\cdot}0001868 \times 10^9$ cm, nie zaś 10^9 cm, jak było zamiarem prawodawcy. Jak powiedzieliśmy, określenie centymetra i metra, które dziś obowiązuje, nie ma wcale związku z wymiarami kuli ziemskiej.

Rozporządzając wzorcem centymetra lub metra, czyli t. zw. *skalą* metryczną, możemy mierzyć długości. Najprostszy sposób

dokonania podobnego pomiaru polega na bezpośredniem przyłożeniu skali do mierzonego przedmiotu.

Przy takiem bezpośredniem mierzeniu długości możemy odczytywać wzrokiem nieuzbrojonym podziałki centymetrowe a nawet milimetrowe; do mierzenia części milimetra służy skala pomocnicza, zwana *nonjuszem* albo *wernjerem*.



Rys. 1.

Wyobraźmy sobie nonjusz *CD* (rys. 1), którego skala ma 9 mm długości i jest podzielona na 10 części; każda taka część ma zatem 0·9 mm a więc o 0·1 mm mniej niż podziałka skali właściwej *AB*. Przypuśćmy, że mamy zmierzyć długość *LM*, zawartą np. pomiędzy 12 a 13 mm. Przyłożywszy początek *C* nonjusza do końca *M* przedmiotu, poszukujemy najbliższej kreski nonjusza, przypadającej w przedłużeniu którejkolwiekbądź kreski skali *AB*. Jeżeli, jak na rysunku, kreska 5 nonjusza zgadza się z pewną kreską skali właściwej *AB*, wnosimy wówczas, że długość *LM* jest 12·5 mm.

W geometrji uczymy się mierzyć *pola* figur dwuwymiarowych, które można narysować na płaszczyznie lub na (zakrzywionych) powierzchniach, np. pola prostokąta, trójkąta, koła, elipsy, kulistego trójkąta, pobocznicy stożka i t. p. W geometrji poznajemy również sposoby mierzenia *objętości* utworów geometrycznych trójwymiarowych, jak prostopadłościan, walec, kula, stożek, elipsoida i t. p. Wiemy, że jednostką pól w geometrji jest pole kwadratu, którego bokiem jest jednostka długości; że jednostką objętości jest objętość sześcianu, którego krawędzią jest jednostka długości. W fizyce jednostką pól jest zatem *centymetr kwadratowy* (cm^2), jednostką objętości jest *centymetr sześcienny* (cm^3).

W pierwotnym układzie metrycznym wyraz *litr* miał oznaczać tysiąc centymetrów sześciennych. Zobaczymy jednakże w następnym rozdziale tej książki, że obecnie obowiązujące określenie tego pojęcia jest odmienne (§ 40); według tego określenia wartość litra w centymetrach sześciennych może być znaleziona tylko na drodze doświadczalnej. Z najdokładniejszych dotychczasowych pomiarów wynika, że 1 litr wynosi $1{\cdot}000027 \times 10^3$ cm^3; jeżeli zatem wysoki stopień ścisłości nie jest niezbędny, możemy uważać wyraz *litr*, jak dawniej, za synonim tysiąca centymetrów sześciennych.

§ 4. O pomiarach czasu. Jednostki czasu.

Jak powiedzieliśmy w § 2-gim, ruchem nazywamy zmianę położenia, która dla dokonania się wymaga czasu. Wyobraźmy sobie dwie stacje *A* i *B* toru kolejowego. Pociąg pośpieszny przebywa drogę *AB* w przeciągu 20 minut, pociąg towarowy na

odbycie tej drogi zużywa godzinę. Zmiana położenia jest w obu razach ta sama, ale w pierwszym ruchu wymaga czasu krótszego niż w drugim. Ażeby więc zbadać ruch, nie dosyć jest zmierzyć odbywające się w nim zmiany położenia; potrzeba nadto zmierzyć *odstępy czasu,* których zmiany te wymagają.

Zasadniczą jednostką odstępów czasu w naukach ścisłych jest *sekunda gwiazdowa*, czyli jedna 86400-ta część okresu czasu, w ciągu którego kula ziemska obraca się, względem gwiazd stałych, jeden raz dokoła swej osi; albo też, co na to samo wypada, jedna 86400-ta część okresu czasu, w ciągu którego firmament gwiazd stałych obraca się, względem ziemi, jeden raz dokoła swej osi. Czas jednego takiego całkowitego obrotu nazywamy *dobą gwiazdową*; dzielimy go na 24 *godziny gwiazdowe,* lub na 1440 *minut gwiazdowych,* lub (jak powiedzieliśmy) na 86400 *sekund gwiazdowych.*

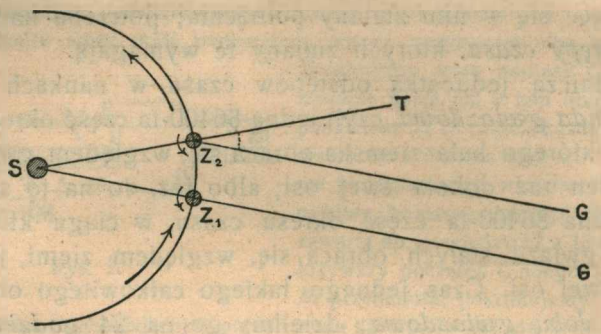
W czynnościach codziennego życia nie kierujemy się zazwyczaj ruchem gwiazd po sklepieniu niebieskiem; stosujemy się raczej do pojawiania się, do posuwania się i do znikania owej olbrzymiej pochodni, która dla nas tworzy rano, południe i wieczór, od której wszelkie życie na ziemi jest całkowicie zależne. W czynnościach codziennych nie posługujemy się tedy czasem gwiazdowym, ale raczej *słonecznym.* Wiemy jednakże, że słońce nie ma stałego miejsca na kuli niebieskiej, że przesuwa się nieustannie wśród gwiazd; z tego powodu czas *prawdziwy* słoneczny ani też t. zw. czas *średni* słoneczny nie zgadza się dokładnie z czasem gwiazdowym.

Wyobraźmy sobie, że Z_1 i Z_2 (rys. 2) są dwa położenia ziemi w jej rocznym obiegu dokoła słońca S; przypuśćmy, że odpowiadają one dwóm chwilom, których odstęp wynosi jednę dobę *gwiazdową.* Pewna gwiazda G góruje w obu położeniach Z_1 i Z_2; ze względu na niezmierną odległość gwiazd stałych, narysowano Z_1G i Z_2G jako linje równoległe. Jeżeli jednak Z_1S jest przedłużeniem GZ_1 w położeniu Z_1, tedy w położeniu Z_2 jest inaczej: Z_2S nie przypada w przedłużeniu GZ_2. Zważywszy kierunek rocznego obiegu ziemi dokoła słońca oraz kierunek dziennego obrotu ziemi dokoła osi, łatwo zrozumieć, że doba słoneczna jest nieco dłuższa niż doba gwiazdowa.

Jak wiadomo z kosmografji, *rokiem zwrotnikowym* nazywa się okres czasu, który upływa pomiędzy dwiema kolejnemi chwilami przejścia słońca przez punkt wiosenny; jest to okres niemal dokładnie stały, zmniejsza się tylko o $\frac{1}{2}$ sekundy w ciągu stulecia. *Dobą średnią słoneczną* nazywamy jednę 365·2422-tą część roku zwrotnikowego. Stosunek tej doby do doby gwiazdowej wynosi:

$$\frac{\text{doba średnia słoneczna}}{\text{doba gwiazdowa}} = \frac{366{\cdot}2422}{365{\cdot}2422} = 1{\cdot}002738;$$

doba średnia słoneczna wynosi zatem 24 godz., 3 min., 56·55 sek. gwiazdowych, czyli jest dłuższa niemal o 4 minuty od doby gwiazdowej. Stąd przeciwnie wy-

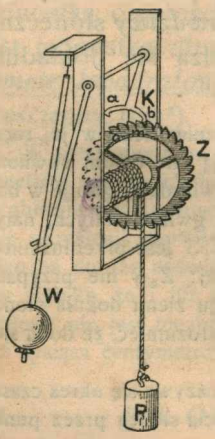


Rys. 2.

nika, że okres jednego obrotu ziemi dokoła osi trwa 23 godz., 56 min., 4·09 sek. średnich słonecznych lub 86164·09 sekund średnich słonecznych.

§ 5. O zegarach.

Do mierzenia okresów czasu służą przyrządy, zwane *zegarami*. Rys. 3 wyobraża (w uproszczeniu) ważniejsze części mechanizmu zegara *wahadłowego*. Widzimy na tym rysunku ciało ciężkie *P*, którego powolne opadanie, pod wpływem ciężkości, sprawia obrót kół i wskazówek czyli ruch całego mechanizmu. Pod wpływem tego działania, kółka zegara (opuszczone na rysunku), wraz z t. zw. *kołem wychwytowem Z*, poruszałyby się coraz prędzej, gdyby nie zapobiegało temu *wahadło W* wraz z *kotwicą K*. Niezmiennie złączona z wahadłem kotwica uczestniczy w jego ruchu. Gdy naprzykład wahadło odchyliło się na lewo, lewy koniec *a* kotwicy podnosi się, pewien ząb np. *c* zostaje uwolniony, koło wychwytowe wykręca się nieco na prawo; lecz jednocześnie zaczął opuszczać się koniec *b* kotwicy, który zatem powstrzyma za chwilę ruch koła wychwytowego. Ponieważ wahadło waha się dalej, koniec *b* wkrótce podniesie się, ząb *m* zostanie uwolniony, *a*

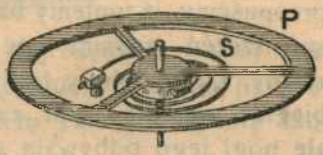


Rys. 3.

opadnie; ta sama gra powtarza się za każdem wahaniem. Zobaczymy w rozdz. III-im, że wahadła wahają się prawidłowo, że ich kolejne wahania, powtarzając się, są do siebie podobne; ruch koła *Z* bywa więc powstrzymywany i uwalniany regularnie; możnaby było powiedzieć, że jest to ruch «równomiernie skaczący». Wahadło ujednostajnia zatem ruch mechanizmu zegarowego.

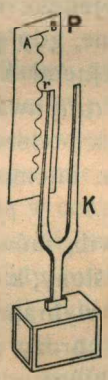
Nieustanne uderzenia zębów koła wychwytowego o kotwicę udzielają zarazem wahadłu coraz nowych lekkich impulsów i pobudzają je tym sposobem do ruchu, który wyczerpałby się rychło bez tej pomocy, skutkiem rozmaitych tarć i oporów.

W zegarkach kieszonkowych popędu mechanizmowi dostarcza silna sprężyna, którą skręcamy przy t. zw. nakręcaniu zegarka. Rolę wahadła odgrywa tu t. zw. *balans*; jest to cienka spiralna sprężynka *S* (rys. 4), połączona jednym końcem z lekkim, obracalnym koło osi pierścieniem *P*. Podczas wahań pierścienia sprężynka *S* zwija się i rozwija naprzemian, działa więc pod wpływem własnej sprężystości, jak zwykłe wahadło pod wpływem ciężkości.



Rys. 4.

Niejednokrotnie wypada w fizyce mierzyć krótkie odstępy czasu, wynoszące naprzykład kilka setnych lub tysięcznych części sekundy; zwykłe zegary nie mogą być w tym razie pomocne. Uciekamy się wówczas do innych urządzeń, z których opiszemy jedno, najprostsze. Powszechnie znane są t. zw. *widełki strojowe* (*K* na rys. 5-ym); noszą one również nazwę *kamertonu*. Kamerton jest to pręt wyrobiony z najlepszej, sprężystej stali, zgięty w podkowę i osadzony na nóżce. Uderzony, kamerton wydaje dźwięk; jak zobaczymy w późniejszym rozdziale, ramiona kamertonu odbywają wówczas ruch, przybliżenie podobny do wahadłowego; sprężystość stali, z której widełki są wyrobione, pobudza je bowiem do drgań, podobnie jak ciężkość pobudza wahadło do wahań. Przypuśćmy, iż przymocowaliśmy lekkie ostrze czyli rysik *r* do ramienia widełek (rys. 5). Do ostrza *r* zbliżamy płytkę *P* szklaną, którą poprzednio pokryliśmy sadzą. Jeżeli płytka *P* podczas drgań widełek jest nieruchoma, otrzymujemy na niej kreskę *AB* prostopadłą do długości ramion. Lecz jeżeli, podczas drgań widełek, płytka *P* posuwa się jednostajnie w kierunku prostopadłym do *AB*, otrzymujemy krzywą falistą *abcdefgh* (rys. 6); punkty *b, d, f, h*... są przebiegane w chwilach, gdy ruch rysika odwraca się. Ruch widełek między *a* i *e*, między *c* i *g*, między *e* i *i* i t. d. nazywamy *całkowitem drganiem*; odstęp czasu, zajęty przez jedno drganie, nazywamy *okresem*. Zobaczymy później, że okres danych widełek jest stały; dlatego chwile zwrotów *b, d, f, h* i t. d. a tak samo chwile *a, c, e, g* i t. d. przypadają w sta-



Rys. 5.

Rys 6.

łych odstępach; krzywa falista jest regularna, fale *abcde* i t. d. powtarzają się na niej jednakowo. Przypuśćmy, że rysik *r* dał znaki *A, B* (rys. 6) w chwili początkowej i w chwili końcowej zjawiska, którego czas trwania mamy zmierzyć. Widzimy wówczas z otrzymanej krzywej, ile razy zjawisko to trwało dłużej niż okres drgania widełek. Na rys. 6-ym *AB* zawiera 9 odstępów takich jak *Aa*, lub *ac*, lub *ce* i t. d.; czas trwania zjawiska wynosił więc 9 półokresów drgania lub 4·5 okresu. Pozostaje tylko znaleźć okres drgania widełek, co jest rzeczą łatwą, jak zobaczymy w rozdziale późniejszym. Na takiej zasadzie polega urządzenie *chronografów* czyli przyrządów, służących do mierzenia krótkich odstępów czasu.

§ 6. O pojęciu punktu w kinematyce

Przypuśćmy, że umiemy mierzyć odległości, kąty, okresy czasu; przypuśćmy, iż umiemy badać ruch *ilościowo*. Już z codziennych spostrzeżeń wnosimy, że ciała poruszają się naogół w sposób zawiły, który byłoby trudno opisać dokładnie. Gdy naprzykład biegnie pies albo koń, zwierzę posuwa się naprzód jako całość ale nogi jego odbywają zarazem ruch własny, zbliżony do wahadłowego. Gdy rzucamy książkę, czapkę lub inny przedmiot do góry, przedmiot ten jako całość podnosi się, a później opada, ale zazwyczaj wykręca się wówczas, odwraca się, wykonywa ruch bardzo złożony. Rozmaite punkty zwierzęcia, książki lub czapki poruszają się więc niejednakowo, odbywają ruchy różne; ile jest punktów w poruszającym się przedmiocie, tyle ruchów odmiennych. Objąć naraz tyle zjawisk jest niepodobna. Co jednak wydaje się nadmiernie trudne, nieraz może być dokonane, gdy potrafimy *rozłożyć* zadanie, zbliżając się do celu kolejnemi krokami. W każdej chwili powinniśmy umieć skierować *całą* uwagę na jeden przedmiot, na jedno pytanie; na umiejętności oderwania uwagi od nieistotnych zagadnień polega nieraz tajemnica powodzenia w abstrakcyjnej nauce.

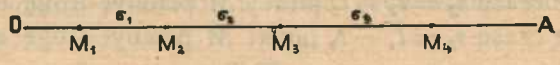
Spróbujmy uprościć zadanie, o którem przed chwilą mówiliśmy. W poruszającem się ciele wybieramy punkt określony, który łatwo odnaleźć; skupiamy uwagę na ruchu owego wybranego punktu. Upatrzywszy naprzykład świecący guzik na obroży psa lub na uprzęży konia, śledzimy ruch tego punktu, który odtąd jest niejako wyobrazicielem zwierzęcia. Podobnie, zamiast całej piłki, uważamy jej środek; zamiast okrętu — jego latarnię. Może się zdarzyć, że wybrany punkt porusza się w sposób stosunkowo prosty, mimo iż ruch ciała jest wielce zawiły. Jeżeli np. koń biegnie w arenie cyrkowej, guzik jego uprzęży porusza się przy-

bliżenie po kole poziomem; latarnia okrętu odbywa być może ruch prostolinjowy, chociaż okręt kołysze się i chwieje się, płynąc; środek piłki, spadającej swobodnie w pokoju, biegnie na dół po linji prostej pionowej.

W wielu zagadnieniach możemy poprzestać na zbadaniu ruchu, który odbywa pewien określony punkt ciała; niekiedy musimy, chwilowo, na takiem zbadaniu poprzestać. Często wówczas mówimy tylko o owym wybranym punkcie poruszającego się ciała, o innych zaś punktach nie wspominamy. W tem znaczeniu mówimy w kinematyce o ruchu *geometrycznego punktu.*

§ 7. *O ruchu prostolinjowym.*

Przypuśćmy, że punkt *M* porusza się wzdłuż prostej *OA* (rys. 7). To znaczy, że prosta *OA* nie uczestniczy w ruchu punktu *M*; że pozostaje w spoczynku względem ciał odniesienia lub



Rys. 7.

układów odniesienia, do których punkt *M* podczas ruchu wciąż odnosimy. Taki ruch punktu nazywa się *prostolinjowym.* Możemy również w tym razie powiedzieć, że *tor* punktu jest linją prostą.

Skoro wiadomo, że punkt może poruszać się tylko po nieruchomej prostej *OA,* zatem do wyznaczenia położenia tego punktu wystarcza w każdej chwili odległość punktu od pewnego stałego miejsca *O*, wybranego na prostej *OA.* Tę odległość, zmierzoną w centymetrach lub innych jednostkach długości, będziemy oznaczali przez *s.*

Gdy punkt *M* porusza się po prostej *OA,* odległość *s* zmienia się z biegiem czasu; rośnie, gdy *M* oddala się od *O,* maleje zaś, gdy *M* ku punktowi *O* się przybliża. Gdybyśmy wiedzieli, *według jakiego prawa odległość s zmienia się z czasem,* znalibyśmy ruch punktu *M.* Ażeby poznać to prawo, musimy prowadzić rachubę czasu podczas ruchu punktu; rozpoczynamy ją w chwili, zwanej *początkową.* Od początkowej chwili do uważanej chwili upłynęła pewna liczba sekund; tę liczbę oznaczamy przez *t.* Wartość *t* wyznacza chwilę, którą chcemy rozważać. Za-

miast mówić: «chwila, aż do której, poczynając od chwili początkowej, upłynął odstęp czasu t sekund», możemy krótko powiedzieć: «chwila t»; niejednokrotnie dla zwięzłości będziemy wyrażali się w ten sposób. Wyrażenie «chwila $t=0$» oznacza więc chwilę początkową; wyrażenie «chwila $t=1$» oznacza chwilę o 1 sekundę późniejszą i t. d.

Uważajmy dwie chwile: pewną chwilę t_1 i inną, późniejszą t_2. Pomiędzy temi chwilami upłynął odstęp czasu $t_2 - t_1$; oznaczmy go przez τ_1. Niechaj będą s_1 i s_2 odległości punktu M od miejsca O, odpowiadające chwilom t_1 i t_2. Przypuśćmy, że M z biegiem czasu oddala się od O; w takim razie mamy $s_2 > s_1$. *Droga*, którą przebył punkt M od chwili t_1 do chwili t_2, wynosi $s_2 - s_1$; oznaczamy ją przez σ_1. Uważajmy późniejsze chwile t_3, t_4 i t. d. i postępujmy dalej w sposób wskazany; otrzymamy wyniki, zestawione w następującej tabliczce:

w odstępie czasu $\tau_1 = t_2 - t_1$ punkt M przebył drogę $\sigma_1 = s_2 - s_1$
w odstępie czasu $\tau_2 = t_3 - t_2$ punkt M przebył drogę $\sigma_2 = s_3 - s_2$
w odstępie czasu $\tau_3 = t_4 - t_3$ punkt M przebył drogę $\sigma_3 = s_4 - s_3$

i t. d.

Weźmy teraz na uwagę *stosunek* drogi σ_1 (przebytej w odstępie czasu τ_1) do długości odstępu τ_1; nazywamy go *średnią prędkością* punktu M pomiędzy chwilami t_1 i t_2; oznaczamy go przez v_1. Weźmy podobnie na uwagę stosunek drogi σ_2 do odstępu τ_2; nazywamy go *średnią prędkością* punktu M pomiędzy chwilami t_2 i t_3; oznaczamy go przez v_2; i tak dalej. Mamy więc

$$1. \qquad v_1 = \frac{\sigma_1}{\tau_1}; \qquad v_2 = \frac{\sigma_2}{\tau_2} \qquad \text{i t. d.}$$

Średnią prędkością punktu M pomiędzy dwiema chwilami nazywamy zawsze *stosunek drogi, przebytej przez punkt między temi chwilami, do odstępu czasu, który pomiędzy niemi upływa.*

Drogi σ wyrażamy w centymetrach, odstępy czasu wyrażamy w sekundach; stąd wynika, że prędkości ruchu v, obliczone według równań (1), wypadną wyrażone w jednostce: cm/sek.

Wyobraźmy sobie naprzykład, że, obserwując ruch punktu M, znaleźliśmy, co następuje:

w chwilach: $t_1 = 3$ sek. $t_2 = 5$ sek. $t_3 = 7$ sek. $t_4 = 9$ sek.
odległości od O: $s_1 = 25$ cm $s_2 = 45$ cm $s_3 = 69$ cm $s_4 = 99$ cm.

Obliczamy z tych spostrzeżeń, że średnie prędkości wynosiły:

w odstępie	τ_1 (od t_1 do t_2)	τ_2 (od t_2 do t_3)	τ_3 (od t_3 do t_4)
średnia prędkość	$v_1 = 10$ cm/sek	$v_2 = 12$ cm/sek	$v_3 = 15$ cm/sek.

§ 8. O ruchu prostolinjowym jednostajnym.

Ruch prostolinjowy nazywamy *jednostajnym*, jeżeli średnia prędkość jest w nim zawsze ta sama, bez względu na to, między któremi chwilami jest utworzona. Jakkolwiek wybralibyśmy chwile t_1, t_2, t_3 i t. d., pomiędzy któremi upływają odstępy τ_1, τ_2 i t. d., mamy więc zawsze w ruchu prostolinjowym jednostajnym

1. $$\frac{\sigma_1}{\tau_1} = \frac{\sigma_2}{\tau_2} = \frac{\sigma_3}{\tau_3} = \text{i t. d.}$$

lub, innemi słowy:

2. $$v_1 = v_2 = v_3 = \text{i t. d.}$$

W ruchu prostolinjowym jednostajnym mamy zatem tylko jednę średnią prędkość v, zawsze tę samą czyli *stałą*, która wynosi

3. $$v = \frac{\sigma}{\tau};$$

τ jest tutaj *dowolnym* odstępem czasu, σ jest drogą, przebytą w tym odstępie. Z równania (3) wynikają dalsze równania

4. $$\sigma = v\tau \quad \text{oraz} \quad \tau = \frac{\sigma}{v}.$$

W powyższych równaniach (1) załóżmy, że

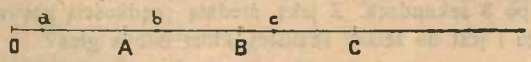
5. $$\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \text{i t. d.};$$

otrzymamy natychmiast

6. $$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \text{i t. d.}$$

Jeżeli punkt porusza się w linji prostej jednostajnie, przebywa drogi jednakowe w jednakowych odstępach czasu.

Czy możemy odwrócić to twierdzenie? Możemy, lecz powinniśmy wówczas w niem mówić o jednakowych, ale *zresztą dowolnych* odstępach czasu. Z na-



Rys. 8.

stępującego przykładu przekonywamy się, że to zastrzeżenie jest wówczas niezbędne. Przypuśćmy, że punkt M przebiega drogę OA (rys. 8) w przeciągu pierwszej sekundy; że w przeciągu drugiej przebiega drogę $AB = OA$; że

w przeciągu trzeciej przebiega $BC = AB = OA$ i t. d. Pomimo to ruch punktu M może nie być jednostajny. Jeżeli w pierwszej półsekundzie punkt przebywa drogę Oa krótszą aniżeli aA i jeżeli taka nierówność dróg półsekundowych powtarza się w następujących sekundach, tedy ruch w istocie nie jest jednostajny.

Ażeby opisać **własności ruchu prostolinjowego** jednostajnego, rozpoczynamy rachubę czasu w pewnej chwili początkowej, **w której** zatem (§ 7) kładziemy $t = 0$. Niechaj odległość ruchomego punktu M od stałego miejsca O na torze OA (rys. 7) wynosi s_0 w chwili $t = 0$; w chwili późniejszej t ta odległość niechaj wynosi s. Ponieważ ruch jest jednostajny i prędkość v jest stała, mamy według (4):

7. $$s - s_0 = vt \quad \text{czyli} \quad s = s_0 + vt.$$

Zadania.

1. Kula wystrzelona z armaty przebija najpierw zasłonę A; o 0·01 sek później przebija drugą zasłonę B. Odległość AB wynosi 5 metrów. Obliczyć średnią prędkość pocisku.

2. Przez pół godziny pociąg poruszał się ruchem jednostajnym, z prędkością $1{\cdot}7 \times 10^3$ cm/sek. Jak daleko zajechał?

3. Wózek posuwa się po drodze ruchem jednostajnym, przebywając metr w przeciągu 0·9 sekundy. Jakiego czasu wymagać będzie przebycie drogi 1·2 km?

4. Prędkość 75 cm/sek wyrazić w jednostce: km/godz. Kładąc łokieć = 57·6 cm, wyrazić tę samą prędkość w jednostce: łokieć/minuta. Kładąc milę ang. = 1609 m, wyrazić tę samą prędkość w jednostce: mila ang./doba.

5. W 4 sekundy po ujrzeniu błyskawicy usłyszeliśmy grzmot. Przypuszczając, że głos biegł w powietrzu jednostajnie, z prędkością 340 m/sek, obliczyć, jak daleko od nas piorun uderzył.

6. Światło biegnie w próżni z prędkością stałą 3×10^{10} cm/sek. Gdyby z tą prędkością mogło przebiec kulę ziemską wzdłuż osi, od bieguna do bieguna (odległość ta wynosi 12713030 m), w jakim czasie dokonałoby tej drogi?

7. Światło, wysłane przez gwiazdę α Centauri, biegnie przez 3 lata i 115 dni, zanim dobiegnie do ziemi. Jak znaczna jest odległość, która dzieli nas od tej gwiazdy?

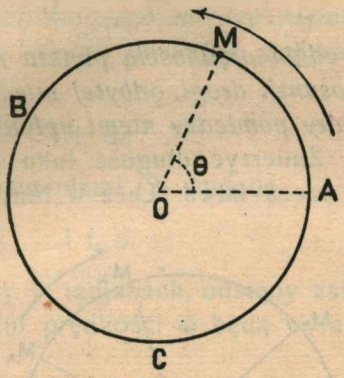
8. Balon, śród gęstej mgły, unoszony przez wiatr, zbliża się ku ścianie stromej skalistej. Huk wystrzału, odbity od tej ściany, powrócił (jako *echo*) do łódki balonu po 5 sekundach. Po upływie minuty aeronauta powtarza tę samą próbę; echo powraca po 3 sekundach. Z jaką średnią prędkością posuwał się balon? Jak daleko było i jest do ściany skalistej, która odbija głos?

§ 9. O ruchu kołowym.

Przypuśćmy, że punkt M porusza się po obwodzie koła ABC (rys. 9). Przez to zdanie chcemy powiedzieć, że koło ABC nie

bierze udziału w ruchu punktu M; że pozostaje w spoczynku względem ciał lub układów odniesienia, do których punkt M odnosimy, ażeby się o jego ruchu upewnić. Taki ruch punktu M nazywamy *kołowym*.

Miewamy nieraz sposobność dostrzegania ruchu kołowego; często posługujemy się takim ruchem. Koniec wskazówki zegara posuwa się po jego tarczy ruchem kołowym. Dowolny punkt kamienia młyńskiego, wirownicy, skrzydeł wiatraka, koła rozpędowego w maszynie parowej, ożywiony jest również ruchem kołowym. Względem gwiazd stałych kula ziemska obraca się około swej osi; każdy punkt jej powierzchni biegnie po obwodzie równoleżnika, na którym jest położony. Księżyc krąży dokoła ziemi przybliżenie po kole; ziemia biegnie dokoła słońca przybliżenie po kole.



Rys. 9.

Przypuśćmy, że w chwili t chcemy wyznaczyć położenie punktu M na obwodzie koła ABC (rys. 9). Postępujemy w tym celu podobnie, jak postępowaliśmy w § 7-ym, w którym rozważaliśmy ruch prostolinjowy. Na obwodzie koła wybieramy punkt stały A; poczynając od A, mierzymy długość łuku AM w jednym z dwóch możliwych kierunków, np. w kierunku, wskazanym przez strzałkę (rys. 9). Długość łuku AM, w ten sposób zmierzoną i wyrażoną np. w centymetrach, będziemy oznaczali przez s.

Uważajmy dwie chwile: chwilę t_1 i późniejszą t_2; pomiędzy niemi upłynął odstęp czasu $\tau_1 = t_2 - t_1$. Niechaj s_1 i s_2 oznaczają łuki AM (zmierzone, jak powiedzieliśmy), które odpowiadają chwilom t_1 i t_2. Przypuśćmy, że łuk s_2 jest dłuższy niż s_1. Droga, którą odbył punkt M w czasie od t_1 do t_2, wynosi $s_2 - s_1$; oznaczmy ją przez σ_1. Uważajmy późniejsze chwile t_3, t_4 i t. d. i twórzmy, jak w pierwszym odstępie, drogi, zataczane przez punkt M w następujących odstępach czasu. Otrzymamy wyniki następujące:

w odstępie czasu $\tau_1 = t_2 - t_1$ punkt M przebył drogę $\sigma_1 = s_2 - s_1$
w odstępie czasu $\tau_2 = t_3 - t_2$ punkt M przebył drogę $\sigma_2 = s_3 - s_2$
w odstępie czasu $\tau_3 = t_4 - t_3$ punkt M przebył drogę $\sigma_3 = s_4 - s_3$

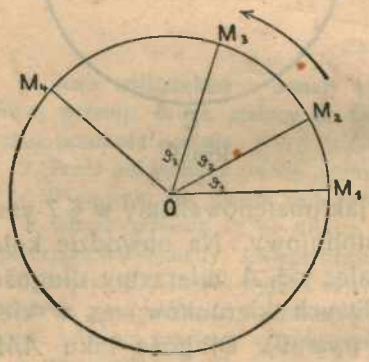
i dalej podobnie. Bierzemy teraz na uwagę stosunek drogi σ_1

(przebytej w odstępie τ_1) do długości odstępu τ_1; nazywamy go *średnią prędkością* punktu M pomiędzy chwilami t_1 i t_2; oznaczamy go przez v_1. Podobnie tworzymy średnią prędkość punktu pomiędzy chwilami t_2 i t_3, którą oznaczamy przez v_2 i t. d. Mamy zatem

$$1. \qquad v_1 = \frac{\sigma_1}{\tau_1}; \quad v_2 = \frac{\sigma_2}{\tau_2} \qquad \text{i t. d.}$$

Średnią prędkością punktu między dwiema chwilami nazywamy *stosunek drogi, odbytej między temi chwilami, do odstępu czasu, który pomiędzy niemi upływa.*

Zmierzyć długość łuku na obwodzie płaskiego krążka, jest to rzecz łatwa. Lecz w innych razach pomiar łuku może być trudny lub wręcz niemożliwy, naprzykład pomiar łuku na równiku ziemi, pomiar łuku na sklepieniu niebieskiem. Zamiast łuków, bierzemy wówczas na uwagę *kąty*, które odpowiadają im w środku koła. Naprzykład, na rys. 9-ym, łukowi AM odpowiada w środku koła kąt AOM, utworzony przez promień stały OA i ruchomy OM. Wartość kąta AOM, wyrażoną w radjanach (§ 3), będziemy oznaczali przez θ. Uważajmy chwilę t_1 i późniejszą t_2, pomiędzy któremi upłynął odstęp czasu τ_1. Niechaj będą θ_1 i θ_2 wartości kąta AOM, odpowiadające chwilom t_1 i t_2; przypuśćmy, że $\theta_2 > \theta_1$. W czasie od t_1 do t_2 promień OM wykręcił się o kąt $\vartheta_1 = \theta_2 - \theta_1$ (rys. 10). Uważając dalsze chwile t_3, t_4 i t. d., powiemy podobnie, że



Rys. 10.

w odstępie czasu:	promień OM wykręcił się o kąt:
$\tau_1 = t_2 - t_1$	$\vartheta_1 = \theta_2 - \theta_1$
$\tau_2 = t_3 - t_2$	$\vartheta_2 = \theta_3 - \theta_2$
$\tau_3 = t_4 - t_3$	$\vartheta_3 = \theta_4 - \theta_3$

i tak samo dalej. Tworzymy teraz stosunek wykręcenia ϑ_1 (dokonanego w odstępie τ_1) do długości odstępu τ_1; nazywamy ten stosunek *średnią prędkością kątową* między chwilami t_1 a t_2 i oznaczamy go przez $\bar{\omega}_1$. Podobnie tworzymy średnią prędkość

kątową między chwilami t_2 i t_3, którą oznaczamy przez $\tilde{\omega}_2$ i t. d. Mamy

2. $$\tilde{\omega}_1 = \frac{\vartheta_1}{\tau_1}; \quad \tilde{\omega}_2 = \frac{\vartheta_2}{\tau_2} \qquad \text{i t. d.}$$

Średnią prędkością kątową między dwiema chwilami nazywamy *stosunek wykręcenia się promienia, które dokonywa się między temi chwilami, do odstępu czasu, upływającego między niemi.*

Jeżeli r oznacza promień koła, po którego obwodzie porusza się punkt M, mamy

3. $$\sigma_1 = r\vartheta_1; \quad \sigma_2 = r\vartheta_2 \qquad \text{i t. d.;}$$

zatem z porównania równań (1) z równaniami (2) wypada

4. $$v_1 = r\tilde{\omega}_1; \quad v_2 = r\tilde{\omega}_2 \qquad \text{i t. d.}$$

Ponieważ kąty θ oraz ϑ mierzymy w radjanach, odstępy zaś czasu τ mierzymy w sekundach, zatem prędkości $\tilde{\omega}$ będą wyrażone w jednostce: 1/sek.

§ 10. O ruchu kołowym jednostajnym.

Ruch kołowy nazywamy *jednostajnym,* jeżeli średnia prędkość jest w nim ta sama bez względu na to, między któremi chwilami jest utworzona. Jakiekolwiek są chwile t_1, t_2, t_3 i t. d., pomiędzy któremi upływają odstępy τ_1, τ_2 i t. d., w ruchu kołowym jednostajnym mamy

1. $$\frac{\sigma_1}{\tau_1} = \frac{\sigma_2}{\tau_2} = \frac{\sigma_3}{\tau_3} = \text{i t. d.}$$

lub innemi słowy

2. $$v_1 = v_2 = v_3 = \text{i t. d.}$$

Zważywszy równania (4) poprzedzającego artykułu, widzimy, że w ruchu kołowym jednostajnym mamy również

3. $$\tilde{\omega}_1 = \tilde{\omega}_2 = \tilde{\omega}_3 = \text{i t. d.;}$$

zatem w takim ruchu średnia prędkość kątowa jest zawsze ta sama, bez względu na chwile, między któremi jest utworzona. W ruchu kołowym jednostajnym mamy więc tylko *jednę* średnią prędkość v oraz *jednę* średnią prędkość kątową $\tilde{\omega}$, które spełniają równania

4. $$v = \frac{\sigma}{\tau}; \quad \tilde{\omega} = \frac{\vartheta}{\tau}; \quad v = r\tilde{\omega};$$

τ jest tutaj dowolnym odstępem czasu, σ jest drogą, przebytą przez punkt M po obwodzie koła w odstępie τ, ϑ jest kątem, odpowiadającym łukowi σ w środku koła. Mamy oczywiście

5. $$\sigma = v\tau; \quad \tau = \frac{\sigma}{v}; \quad \vartheta = \tilde{\omega}\tau; \quad \tau = \frac{\vartheta}{\tilde{\omega}}.$$

Przypuśćmy, że w uważanym ruchu jednostajnym *jeden całkowity obieg* po obwodzie koła trwa przez czas T; czas T nazywa się wówczas *okresem ruchu*. Okresowi T odpowiada oczywiście wartość 2π kąta ϑ; mamy zatem

6. $$\tilde{\omega} = \frac{2\pi}{T} \quad \text{lub} \quad \tilde{\omega}T = 2\pi.$$

Jeżeli ruch kołowy jest bardzo szybki, okres T może być drobną cząstką sekundy; tak poruszają się koła i inne części składowe różnych maszyn. Przypuśćmy, że T wynosi jednę $n^{tą}$ część sekundy; liczba n $\left(\text{albo } \frac{1}{T}\right)$ wyraża wówczas liczbę obiegów, dokonywanych w przeciągu sekundy. Przemysłowcy i inżynierowie posługują się chętniej liczbą n aniżeli pojęciem okresu T lub prędkości kątowej $\tilde{\omega}$, które w zastosowaniach praktycznych mniej są dogodne.

Zadania.

1. Koło o średnicy 24 cm kręci się jednostajnie, odbywając 300 obrotów w ciągu minuty. Obliczyć liczbę n obiegów w sekundzie, okres T jednego obiegu, prędkość kątową $\tilde{\omega}$ oraz prędkość v punktu na obwodzie koła. Obliczyć: ile czasu trwa wykręcenie się koła o stopień? o ile stopni wykręca się koło w przeciągu 0·01 sekundy?

2. Jaka jest prędkość kątowa wskazówki minutowej oraz wskazówki godzinnej naszych zegarów?

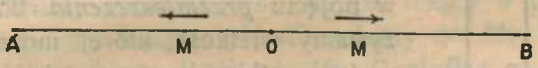
3. Czy wszystkie punkty kuli ziemskiej w jej ruchu obrotowym mają prędkość kątową tę samą? Jeżeli tak, jaka jest ta prędkość kątowa? Wyrazić ją w jednostkach: 1/sekunda gwiazdowa, 1/sekunda średnia słoneczna.

4. Promień kuli ziemskiej wynosi przybliżenie $6{\cdot}37 \times 10^8$ cm; z jaką prędkością biegnie punkt na równiku, skutkiem ruchu obrotowego kuli ziemskiej? Wiedząc, że szerokość geograficzna Warszawy wynosi 52°13′5″, Krakowa zaś 50°3′52″, obliczyć tę prędkość w obu miejscowościach.

§ 11. *Kierunek ruchu. Przemieszczenie, rozumiane jako wektor.*

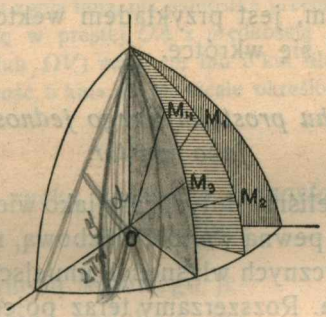
W §§ 7-ym i następnych mówiliśmy o *prędkości* ruchów prostolinjowych lub kołowych. Jest to jedna z najważniejszych cech ruchu; ale równie ważny jest *kierunek*, w którym odbywa się ruch. Obadwa pojęcia są znane z pospolitego doświadczenia; wypada nam tylko nadać im niezbędną w nauce dokładność.

Uważajmy ruch prostolinjowy (§ 7); przypuśćmy, że zadana jest prosta *AB* (rys. 11), w której ten ruch jest umiejscowiony.



Rys. 11.

Ruch punktu *M* może odbywać się wówczas w dwóch przeciwnych kierunkach, w kierunku *OA* albo też w kierunku *OB*. Jeżeli od punktu *O* ruchomy punkt *M* poruszył się do *A* lub do *B*, powiadamy, że *M* doznał *przemieszczenia OA* lub *OB*.

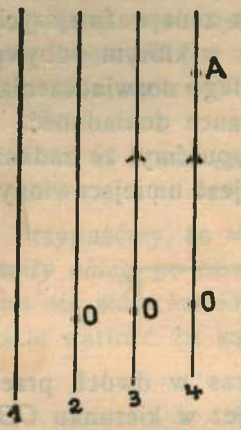


Rys. 12.

Przypuśćmy teraz, że prosta, w której ruch ma być umiejscowiony, nie jest zadana; że wiadomy jest tylko początkowy punkt *O*, w którym ruch się zaczyna. Wychodząc z *O*, punkt *M* może posuwać się wówczas w nieskończenie wielu prostych, rozchodzących się z *O* jak promienie powierzchni kulistej (rys. 12); przemieszczenia punktu *M* będą więc rozmaicie położone w przestrzeni, wybiegając z *O* nakształt promieni powierzchni kulistej.

Jakie własności przemieszczenia punktu powinny być wiadome, ażeby ono było zupełnie określone? Ażeby przemieszczenie punktu było określone, ażeby nie mogło być co do niego

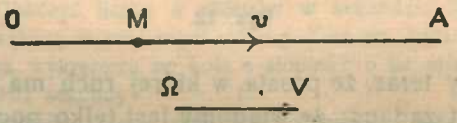
wątpliwości, powinniśmy wiedzieć: (1) jak położona w przestrzeni jest prosta, w której ono jest umiejscowione (2) od którego punktu tej prostej ono się zaczyna (3) w którym z dwóch kierunków, możliwych w tej prostej, ono się dokonywa (4) dokąd ono sięga, czyli (innemi słowy) jaka jest jego długość, wyrażona w określonych jednostkach, np. w centymetrach (rys. 13). Będziemy odtąd upatrywali wszystkie te cechy w pojęciu *przemieszczenia. Wektorem* nazywamy wielkość, której można przypisywać wszystkie powyższe cechy przemieszczenia i której przypisać je należy, ażeby ją w zupełności określić. Powtarzamy: *wektor jest umiejscowiony w pewnej prostej; jest przyłożony do pewnego punktu tej prostej; ma pewien w tej prostej kierunek;* nareszcie *ma pewną długość.* Przemieszczenie punktu *M*, ożywionego ruchem prostolinjowym, jest przykładem wektora; z innemi przykładami zapoznamy się wkrótce.



Rys. 13.

§ 12. Prędkość ruchu prostolinjowego jednostajnego, rozumiana jako wektor.

Prędkość rozumieliśmy dotychczas jako wielkość arytmetyczną; przypisywaliśmy jej pewną wartość liczbową, nie przypisywaliśmy jej jednak geometrycznych własności, umiejscowienia w linji prostej lub skierowania. Rozszerzamy teraz pojęcie prędkości w taki



Rys. 14.

sposób, ażeby ona stała się wektorem; możemy z niej wówczas odczytać właściwości ruchu, których sama wartość liczbowa prędkości wyrazić nie może.

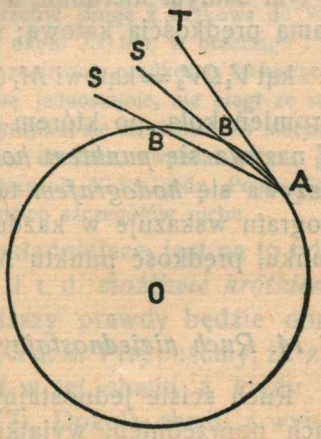
Wyobraźmy sobie, że punkt *M* porusza się jednostajnie w prostej *OA* (rys. 14); prędkość ruchu niechaj wynosi *v* cm/sek. W prostej *OA* narysujmy przemieszczenie, którego doznaje punkt

M podczas ruchu, w ciągu jednej sekundy; to przemieszczenie Mv wyobraża prędkość v, rozumianą wektorjalnie. Wektor Mv, wyobrażający prędkość, jest oczywiście umiejscowiony w prostej OA, t. j. w prostolinjowym torze punktu, zaczyna się od chwilowego położenia M tego punktu, jest skierowany w stronę ruchu; długość tego wektora wynosi v cm (t. j. tyle jednostek długości, ile prędkość v ma jednostek prędkości). Często rysujemy wektor, wyobrażający prędkość ruchu prostolinjowego, nie w samej linji toru, lecz w równoległej do niej linji. Wybieramy naprzykład dowolny punkt Ω (rys. 14), nie leżący w prostej OA; wyprowadzamy zeń wektor ΩV, równoległy do Mv, skierowany zgodnie z Mv i równie długi jak Mv. Ponieważ nie może być wątpliwości co do umiejscowienia i początku wektora, wyobrażającego prędkość, przeto wektor ΩV uzmysławia nam dostatecznie prędkość punktu M, rozumianą wektorjalnie.

Powinniśmy o tem pamiętać, że przemieszczenie Mv lub ΩV *wyobraża* prędkość v, ale nią *nie jest*. Wartość prędkości wynika z pewnych pomiarów długości i czasu; wartość przemieszczenia wynika z pomiaru tylko długości. Dlatego też jednostka prędkości jest zgoła inna, niż jednostka przemieszczenia. Jeżeli np. ruch jednostajny odbywa się w prostej OA z prędkością 2 cm/sek lub 5 km/sek, przemieszczenie Mv (lub ΩV) ma 2 cm lub 5 km długości. Wyrażenie «prędkość 2 cm» lub «prędkość 5 km» nie ma wcale określonego znaczenia, więc jest niedorzeczne.

§ 13. Prędkość ruchu kołowego jednostajnego, rozumiana jako wektor.

W przypadku ruchu kołowego jednostajnego postąpmy podobnie, jak w przypadku ruchu prostolinjowego. W jakim kierunku porusza się punkt, biegnący po obwodzie koła? Uważajmy punkty A i B na obwodzie koła (rys. 15). Zbliżajmy punkt B nieograniczenie do A; *sieczna* AS, która przecina obwód w A i B, staje się w granicy *styczną* AT w punkcie A. Punkt, biegnący po obwodzie koła, porusza się więc wszędzie w kierunku stycznej do obwodu.



Rys. 15.

Weźmy na uwagę punkt M (rys. 16), który krąży po obwodzie koła $M_1 M_2 M_3$

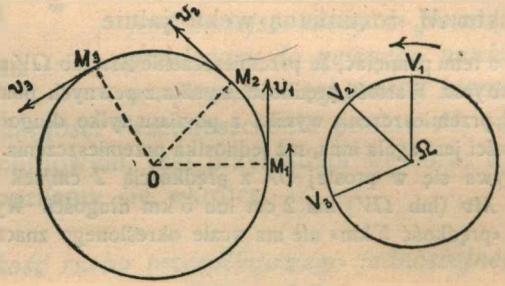
w kierunku strzałki. W miejscu M_1 punkt porusza się w kierunku M_1v_1, stycznym do obwodu w tem miejscu; w miejscach M_2, M_3 i t. d. porusza się podobnie w kierunkach stycznych M_2v_2, M_3v_3 i t. d. Jak w artykule poprzednim, wybieramy dowolny punkt Ω i prowadzimy proste

1. $\Omega V_1 \parallel M_1v_1$; $\Omega V_2 \parallel M_2v_2$; $\Omega V_3 \parallel M_3v_3$ i t. d.

Ponieważ ruch jest jednostajny, prędkość jest stała; przypuśćmy, że wynosi v cm/sek. Na prostych ΩV_1, ΩV_2, ΩV_3 i t. d. odcinamy długości

2. $\Omega V_1 = \Omega V_2 = \Omega V_3 =$ i t. d. $= v$ cm.

Wyobraźmy sobie punkt V, umieszczony w zakończeniu odcinków ΩV_1, ΩV_2, ΩV_3 i t. d. Ponieważ, według (2), te odcinki są



Rys. 16.

równe sobie, punkt V biegnie po kole $V_1V_2V_3$; widzimy, że biegnie w tym samym kierunku, w którym M biegnie po $M_1M_2M_3$ i z tą samą prędkością kątową; naprzykład

3. kąt $V_1\Omega V_2 =$ kątowi M_1OM_2; kąt $V_2\Omega V_3 =$ kątowi M_2OM_3 i t. d.

Promień koła, po którem biegnie punkt V, wynosi v cm. Punkt V nazywa się *punktem hodograficznym* punktu M; koło $V_1V_2V_3$ nazywa się *hodografem* toru kołowego $M_1M_2M_3$. Promień hodografu wskazuje w każdej chwili, co do wartości i co do kierunku, prędkość punktu M, rozumianą jako wektor.

§ 14. Ruch niejednostajny. Prędkość chwilowa albo prawdziwa.

Ruch ściśle jednostajny, którym zajmowaliśmy się w artykułach poprzednich, wyjątkowo tylko wydarza się w przyrodzie; odbywające się dokoła nas rodzaje ruchu naogół są niejedno-

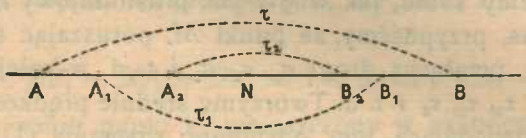
stajne. O wyjeżdżającym ze stacji pociągu mówimy, że jedzie *coraz prędzej*; gdy pociąg dojeżdża do stacji, na której ma się zatrzymać, powiadamy, że posuwa się *coraz powolniej*. Mówimy, że kamień wypuszczony z ręki biegnie coraz prędzej ku ziemi; że rzucony pionowo do góry podnosi się coraz powolniej. Tworzymy więc niejako intuicyjnie pojęcie prędkości w ruchu niejednostajnym; sądzimy, że ona jest zmienna, że rośnie z czasem albo maleje. Spróbujmy wyjaśnić sobie dokładnie owo pojęcie.

Wyobraźmy sobie, jak w § 7-ym, prostolinjowy ruch punktu. Jak wówczas, przypuśćmy, że punkt M, poruszając się w prostej OA (rys. 7), przebywa drogi σ_1, σ_2, σ_3 i t. d. w kolejnych odstępach czasu τ_1, τ_2, τ_3 i t. d. Tworzymy średnie prędkości v_1, v_2, v_3 i t. d., odpowiadające tym odstępom; równania (1) § 7-go pozwalają obliczyć te średnie prędkości, które naogół nie będą równe sobie, albowiem ruch jest niejednostajny. Jasną jest rzeczą, że, utworzywszy *średnie* prędkości v_1, v_2, v_3 i t. d., *nie opisaliśmy jeszcze ruchu zupełnie dokładnie*. Ażeby to dobrze zrozumieć, powróćmy do przykładu rozpędzającego się pociągu. Przypuśćmy, że, obserwując ruch pociągu w odstępie czasu τ_1, znaleźliśmy średnią prędkość v_1. Gdybyśmy podzielili odstęp τ_1 na dwa krótsze odstępy τ' i τ'', z których τ' jest wcześniejszy, τ'' zaś późniejszy, wówczas średnia prędkość w odstępie τ' okazałaby się z pewnością mniejsza, aniżeli średnia prędkość w odstępie τ''. Opisanie ruchu w odstępie τ_1 zapomocą jednej tylko średniej v_1 jest więc ogólnikowe; jeżeli ten odstęp jest długi, opisanie może być niedostateczne, nie dosyć szczegółowe.

Wyobraźmy sobie, że pociąg kolejowy przebył drogę z Krakowa do Warszawy (która wzdłuż dzisiejszego toru wynosi około 350 km) w przeciągu 7 godzin. Powiadamy o tym pociągu, że poruszał się ze średnią prędkością 50 km/godz. Lecz pociąg w rzeczywistości nie poruszał się jednostajnie, nie biegł ze stałą prędkością 50 km/godz; w istocie pociąg zatrzymywał się na niektórych stacjach; wyjeżdżając z nich, rozpędzał się; dojeżdżając do nich, zwalniał biegu; gdy biegł «całą parą», musiał mieć prędkość większą niż 50 km/godz. Poprzestając na podaniu średniej prędkości, pomijamy mnóstwo szczegółów ruchu.

Ażeby opisanie ruchu stało się dokładniejsze, jest na to tylko jedna rada: *uczynić odstępy* τ_1, τ_2, τ_3 i t. d. *możliwie krótkiemi*; im te odstępy będą krótsze, tem bliższy prawdy będzie obraz ruchu, który dają prędkości v_1, v_2, v_3 i t. d. Przypuśćmy, że zajmuje nas osobliwie ruch punktu M w tej chwili t, kiedy on przebiega przez punkt N toru (rys. 17). Dokoła chwili t wybieramy odstęp czasu τ taki, ażeby chwila t była w nim zawarta.

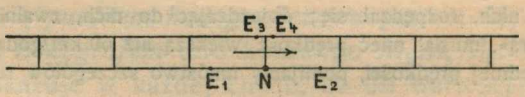
Przypuśćmy, że w przeciągu odstępu τ punkt M przebył drogę AB (rys. 17); AB oczywiście obejmuje w sobie punkt N. Średnia prędkość w odstępie τ wynosi AB/τ. Ponieważ ta średnia nie wyraża dosyć dokładnie własności ruchu w chwili t, wybieramy więc krótszy odstęp czasu τ_1, znowu obejmujący chwilę t; jeżeli A_1B_1 (rys. 17) jest drogą, przebytą w czasie τ_1, średnia prędkość w tym odstępie wynosi A_1B_1/τ_1. Jeżeli i ta średnia nie wyraża własności ruchu w chwili t z dostateczną ścisłością, tworzymy



Rys. 17.

dokoła t jeszcze krótszy odstęp τ_2; średnia prędkość w tym odstępie wynosi A_2B_2/τ_2 (zob. rys. 17). Jesteśmy przekonani o tem, że A_1B_1/τ_1 daje prawdziwszy obraz ruchu punktu w chwili t aniżeli AB/τ; że A_2B_2/τ_2 odtwarza go wierniej aniżeli A_1B_1/τ_1. Postępujemy podobnie coraz dalej i dalej. Im krótszy odstęp τ wybieramy dokoła t, im bardziej zbliżamy ku sobie granice odcinka σ, przebieganego w czasie τ, tem wiarogodniejszym wyrazem własności ruchu w chwili t wydaje się średnia prędkość σ/τ w odstępie τ. *Prawdziwą lub chwilową prędkością v punktu M w chwili t nazywamy granicę, do której dąży średnia prędkość σ/τ, utworzona w odstępie czasu τ (który zawiera chwilę t w sobie), gdy zarówno ten odstęp τ jak odpowiadająca mu droga σ dążą jednocześnie do zera.*

Niechaj rys. 18 wyobraża tor kolejowy. Przejeżdżający pociąg przebiega z pewną prędkością v przed słupem kilometrowym N; postawiono nam za za-



Rys. 18.

danie zmierzenie tej prędkości. Umieszczamy dwa przyrządy elektryczne E_1 i E_2: pierwszy przed, drugi za miejscem N; przyrządy te przesyłają sygnały o przejściu lokomotywy do chronografu, którego zasadę znamy z § 5-go. Ustawiliśmy E_1 o 3 metry przed słupem N, E_2 o 3 metry za nim; odcinek $\sigma_{12} = E_1E_2$ wynosi więc 6 m. Chronograf mierzy odstęp czasu τ_{12}, który upływa między (sygnalizowanemi przez E_1 i E_2) chwilami t_1 i t_2. Przypuśćmy, że chronograf wskazał

$\tau_{12} = 0{\cdot}29$ sekundy; otrzymujemy 2069 cm/sek jako średnią prędkość pociągu pomiędzy chwilami t_1 i t_2 lub między miejscami E_1 i E_2. Jeżeli nie posiadamy doskonalszych narzędzi mierniczych, musimy się tem przybliżeniem. Przypuśćmy jednakże, że nasz spółzawodnik rozporządzał przyrządami dokładniejszemi i umiał posłużyć się niemi. Umieścił on przyrząd sygnalizujący E_3 o 50 cm przed miejscem N, drugi przyrząd E_4 o 50 cm za tem miejscem; odcinek $\sigma_{34} = E_3 E_4$ w jego postępowaniu wynosił 1 metr. Na chronografie odczytał $\tau_{34} = t_4 - t_3 = 0{\cdot}049$ sek. Otrzymał więc prędkość średnią 2041 cm/sek pomiędzy miejscami E_3 i E_4 (lub odpowiedniemi chwilami t_3 i t_4); musimy uznać ten wynik za wiarogodniejszy, niż przez nas otrzymany.

Powiadamy zatem, że pociąg przebiegł przed słupem N z prędkością 2041 cm/sek. Inżynier kolejowy lub maszynista, który kieruje ruchem lokomotywy, nie wyraziłby się w taki sposób; powiedziałby raczej, że pociąg «poruszał się z prędkością 73·5 km na godzinę». Rozumiemy, że w tem zdaniu niema oczywiście nic błędnego, chociażby nawet pociąg zatrzymał się (dajmy na to) o ćwierć kilometra po za słupem N, o którym mówiliśmy. Co mamy na myśli, mówiąc, że pociąg przebiega przed słupem N z prędkością 73·5 km na godzinę? Chcemy przez to powiedzieć, że, *gdyby* on, poczynając od miejsca N, poruszał się dalej jednostajnie i *gdyby* prędkość tego ruchu jednostajnego była równa jego chwilowej czyli prawdziwej prędkości w miejscu N, w takim razie w przeciągu następującej godziny przebyłby drogę 73·5 kilometrów.

§ 15. *O ruchu prostolinjowym niejednostajnym. Średnie przyśpieszenie.*

Przypuśćmy, że punkt M porusza się w prostej OA (rys. 7) ruchem niejednostajnym. Uważajmy pewną chwilę t_1 oraz inną, późniejszą t_2. Przypuśćmy, że w chwili t_1 prawdziwa prędkość punktu M wynosi v_1; że w chwili t_2 wynosi v_2. Przypuśćmy, że $v_2 > v_1$; zatem w chwili t_2 punkt porusza się *prędzej*. Gdy ktoś idzie coraz prędzej, mówimy, że przyśpiesza kroku; o ruchu rozpędzającego się pociągu mówimy, że jest przyśpieszony. Utwórzmy więc pojęcie *przyśpieszenia*, które byłoby *miarą wzrastania prędkości podczas ruchu*. W odstępie τ_1, upływającym między chwilami t_1 i t_2, prawdziwa prędkość punktu powiększyła się o $v_2 - v_1$; tworzymy stosunek $(v_2 - v_1)/\tau_1$ i nazywamy go *średniem przyśpieszeniem* f_1 punktu M pomiędzy chwilami t_1 i t_2.

Miarą przyśpieszenia nie może oczywiście być sama wartość różnicy $v_2 - v_1$. Ruch może być słabo przyśpieszony; mimo to, czekając przez bardzo długi czas τ_1, moglibyśmy dostrzec w nim znaczną zmianę $v_2 - v_1$ prędkości. Ruch może być mocno przyśpieszony; mimo to, biorąc bardzo krótki czas τ_1, znaleźlibyśmy w nim nieznaczną zmianę prędkości.

Przyśpieszenie punktu w jego ruchu prostolinjowym jest widocznie *szybkością wzrastania* prawdziwej prędkości. Miarą prędkości ruchu nie jest sama droga, przebyta w pewnym odstępie czasu, lecz stosunek tej drogi do owego

odstępu (§ 7); podobnie miarą przyśpieszenia nie jest sam przyrost prędkości, lecz stosunek tego przyrostu do odstępu czasu, w którym on się wydarzył.

Uważamy teraz dalsze chwile t_3, t_4 i t. d.; w każdym odstępie czasu, oddzielającym dwie kolejne chwile, postępujemy podobnie, jak postąpiliśmy w odstępie τ_1. Otrzymujemy co następuje:

w odstępie $\tau_1 = t_2 - t_1$ prędkość punktu M powiększyła się o $v_2 - v_1$
w odstępie $\tau_2 = t_3 - t_2$ prędkość punktu M powiększyła się o $v_3 - v_2$
w odstępie $\tau_3 = t_4 - t_3$ prędkość punktu M powiększyła się o $v_4 - v_3$

i t. d. Średnie przyśpieszenia w odstępach τ_1, τ_2, τ_3 i t. d. były zatem

1. $$f_1 = \frac{v_2 - v_1}{\tau_1}; \quad f_2 = \frac{v_3 - v_2}{\tau_2}; \quad f_3 = \frac{v_4 - v_3}{\tau_3}$$

i t. d. *Średniem przyśpieszeniem punktu pomiędzy dwiema chwilami nazywamy stosunek, który zachodzi między przyrostem prawdziwej prędkości, wydarzającym się między temi chwilami a odstępem czasu, oddzielającym je od siebie.*

Jaką jednostką powinniśmy mierzyć przyśpieszenia? Ponieważ prędkości v wyrażamy w cm/sek, odstępy zaś τ wyrażamy w sekundach, zatem, według równań (1), przyśpieszenia f wypadną wyrażone w jednostce

2. $$\frac{\left(\frac{\text{cm}}{\text{sek}}\right)}{\text{sek}}$$, którą piszemy: cm/sek².

Wyobraźmy sobie ruch prostolinjowy, w którym znaleźliśmy:

$t =$	3 sek	5 sek	7 sek	9 sek
$v =$	50 cm/sek	60 cm/sek	72 cm/sek	86 cm/sek

Średnie przyśpieszenia wynosiły w tym ruchu:

w odstępie między $t = 3$ a $t = 5$ sek. . . . . $f = 5$ cm/sek²
w odstępie między $t = 5$ a $t = 7$ sek. . . . . $f = 6$ cm/sek²
w odstępie między $t = 7$ a $t = 9$ sek. . . . . $f = 7$ cm/sek²

Przypuśćmy, że chcemy wyrazić prędkości w innej jednostce, np. w cm/min. Mamy np.

50 cm/sek = 3000 cm/min; i podobnie dalej.

Przejdźmy podobnie od sekund do minut w jednostce przyśpieszenia. Mamy np.:

$$5\ \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2} = 5\ \frac{\text{cm/sek}}{\text{sek}} = \frac{300\ \text{cm/min}}{\text{sek}} = \frac{18000\ \text{cm/min}}{\text{min}} = 18000\ \frac{\text{cm}}{\text{min}^2}$$

W przejściu od sekund do minut liczba, wyrażająca prędkość, zwiększyła się 60 razy, liczba zaś, wyrażająca przyśpieszenie, zwiększyła się 3600 czyli 60^2 razy. Widzimy z tego przykładu, że pisanie jednostki przyśpieszenia w postaci cm/sek² ma pewne uzasadnienie.

§ 16. O ruchu prostolinjowym jednostajnie przyśpieszonym.

Ruch prostolinjowy punktu nazywamy *jednostajnie przyśpieszonym*, jeżeli średnie przyśpieszenie jest w nim zawsze to samo, bez względu na to, między któremi chwilami jest utworzone. Jakkolwiek wybralibyśmy więc chwile t_1, t_2, t_3 i t. d., pomiędzy któremi upływają odstępy τ_1, τ_2 i t. d., mamy zawsze w ruchu prostolinjowym jednostajnie przyśpieszonym

1. $$\frac{v_2 - v_1}{\tau_1} = \frac{v_3 - v_2}{\tau_2} = \frac{v_4 - v_3}{\tau_3} = \text{i t. d.}$$

lub innemi słowy

2. $$f_1 = f_2 = f_3 = \text{i t. d.}$$

W ruchu prostolinjowym jednostajnie przyśpieszonym mamy zatem tylko *jedno* średnie przyśpieszenie *stałe*, które oznaczamy przez f.

Jak w § 7-ym, rozpoczynamy rachubę czasu w chwili początkowej, w której kładziemy $t = 0$. Prędkość punktu M w chwili początkowej niechaj wynosi v_0; w dowolnej chwili późniejszej t niechaj wynosi v. Okres czasu, upływający od chwili początkowej do chwili t, możemy wybrać za którybądź powyższy odstęp τ; skoro f jest stałe, mamy wówczas

3. $$\frac{v - v_0}{t} = f;$$

stąd otrzymujemy

4. $$v = v_0 + ft.$$

Kładąc $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \text{i t. d.}$ w równaniach (1), otrzymujemy

5. $$v_2 - v_1 = v_3 - v_2 = v_4 - v_3 = \text{i t. d.}$$

W ruchu prostolinjowym jednostajnie przyśpieszonym, jednakowym odstępom czasu odpowiadają jednakowe przyrosty prędkości. W twierdzeniu odwrotnem musimy zastrzec, że odstępy czasu, o których mówimy, są nietylko jednakowe, lecz, że mogą być dowolnie wybrane; podobnie jak w § 8-ym, przekonywamy się, że to zastrzeżenie jest niezbędne.

Zadania.

1. Jaką wartość ma przyśpieszenie punktu, poruszającego się po torze prostolinjowym, z prędkością stałą?

2. W chwili $t = 0$ prędkość $v_0 = 5$ cm/sek. Wiedząc, że ruch jest prostolinjowy jednostajnie przyśpieszony i że f ruchu $= 1$ cm/sek^2, obliczyć prędkość

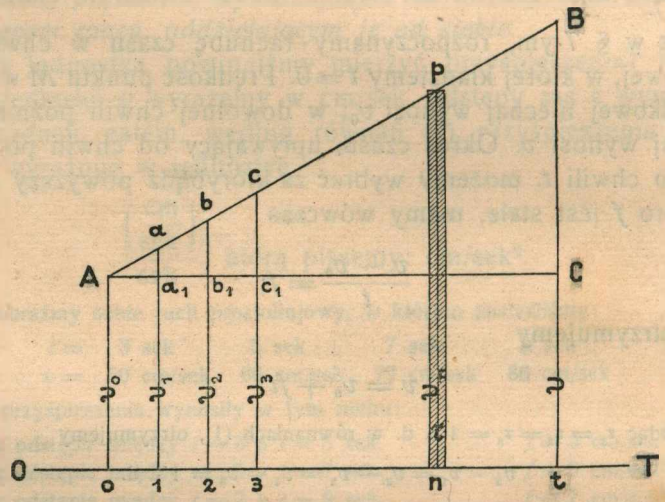
v osiągniętą po kwadransie. Znaleźć czas, w którym prędkość ruchu dojdzie do 100 m/sek.

3. Pociąg kolejowy ma 90 m długości. Przy pomocy sekundowego zegarka obserwator A spostrzegł, że pociąg (od przodu lokomotywy do tylnej ściany ostatniego wagonu) przebiegł koło niego w przeciągu 4 sekund. Inny obserwator B umieścił się dalej wzdłuż toru; koło niego pociąg przejechał w przeciągu 3 sekund. Jakie prędkości pociągu możemy obliczyć na mocy tych danych? Znaleźć je w cm/sek.

4. Wiadomo, w przypadku powyższego zadania 3-go, że pociąg przebiegł koło obserwatora B o pół minuty później, niż koło obserwatora A. Jakie przyśpieszenie pociągu możemy obliczyć? Znaleźć je w cm/sek^2 oraz w m/min^2.

§ 17. Droga, przebywana w ruchu prostolinjowym jednostajnie przyśpieszonym.

Wyobraźmy sobie ruch prostolinjowy jednostajnie przyśpieszony. Niechaj prędkość poruszającego się punktu M wynosi v_0



Rys. 19.

w chwili $t=0$; w późniejszej chwili t niechaj wynosi v. Ponieważ ruch jest jednostajnie przyśpieszony, przyśpieszenie f jest stałe; równania § 16-go stosują się. Oznaczmy przez s_0 odległość punktu M w chwili $t=0$ od stałego miejsca O toru; przez s rozumiejmy tę samą odległość w chwili t. W jaki sposób odległość s zależy od czasu t? Żeby na to pytanie znaleźć odpowiedź, posługujemy się rozumowaniem graficznem.

Na osi OT (rys. 19) odcinamy odcinki 01, 12, 23 i t. d., które,

według umówionej skali, wyobrażają pierwszą, drugą, trzecią i t. d. sekundę, od chwili $t=0$ począwszy; punkt 0 wyobraża zatem chwilę początkową, punkt 1 chwilę $t=1$ sek i t. d. W punktach 0, 1, 2, 3... t wyprowadzamy prostopadłe do OT i odmierzamy na nich, według umówionej skali, prędkości: v_0, v_1, v_2, v_3... v, które punkt M w odpowiednich chwilach osiągnął. Powiadamy, że końce A, a, b, c,... B odcinków $0A$, $1a$, $2b$, $3c$,... tB leżą na *wspólnej prostej* AB. Istotnie, gdy poprowadzimy prostą AC równoległą do OT, widzimy, że

1. $$Ab_1=2Aa_1;\quad Ac_1=3Aa_1 \quad \text{i t. d.},$$

wnosimy zatem z równań (1) § 16-go, że

2. $$b_1b=2a_1a;\quad c_1c=3a_1a \quad \text{i t. d.}$$

Takie własności trójkątów Aa_1a, Ab_1b, Ac_1c i t. d. dowodzą, że te trójkąty mają kąt ostry w A wspólny, t. j. że a, b, c i t. d. leżą na wspólnej linji prostej AB.

Dzielimy teraz odstęp, który upłynął od $t=0$ do chwili t, na pewną liczbę bardzo krótkich odstępów τ, z których jeden jest wskazany na rys. 19-ym. W środkowej chwili n tego odstępu prowadzimy prostą prostopadłą do osi OT, aż do przecięcia się w p z prostą AB; długość np wyobraża wówczas, w umówionej skali, prędkość v_n punktu M w chwili n. Gdyby punkt M poruszał się jednostajnie w pobliżu chwili n, z prędkością stałą v_n, przebyłby w czasie τ drogę $v_n\tau$ (§ 8); wartość liczbową tej drogi wyobraża zatem prostokąt, zacieniowany na rysunku.

Przypuśćmy, że pewien pomocniczy (pomyślany, czyli fikcyjny) punkt N porusza się w sposób następujący: w każdym z bardzo krótkich odstępów τ ma on prędkość stałą, równą prędkości v, jaką ma punkt M w środkowej chwili tego odstępu. Droga, którą pomocniczy punkt N odbędzie pomiędzy chwilą $t=0$ a chwilą t, będzie wyrażona przez sumę wielu wąskich pasków czyli prostokątów, zbudowanych podobnie jak zacieniowany prostokąt. Im krótsze będą odstępy τ, tem bardziej zbliżać się będzie ruch fikcyjnego punktu N do ruchu rzeczywistego punktu M; im krótsze będą odstępy τ, tem bardziej zbliżać się będzie do pola figury $0ABt$ owa suma pasków czyli prostokątów, o której przed chwilą wspomnieliśmy. Dochodzimy zatem do wniosku: pole figury $0ABt$ wyobraża wartość liczbową drogi $s-s_0$, którą punkt

M przebywa pomiędzy początkową chwilą $t = 0$ a chwilą t. Pozostaje obliczyć pole $0ABt$; widzimy z rysunku, że ono składa się z dwóch części:

(1) z pola prostokąta $0tCA$, które wynosi $v_0 t$

(2) z pola trójkąta ACB; to pole wynosi $\frac{1}{2}(v - v_0)t$, co podług równania (3) w § 16-ym można przepisać w postaci $\frac{1}{2}ft^2$.

Otrzymujemy zatem ostatecznie

3. $$s = s_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}ft^2.$$

Wartość s_0 zależy od wyboru miejsca O, od którego liczymy s; jeżeli miejsce O wybierzemy w tym punkcie toru, przez który przebiega punkt M w początkowej chwili rachuby czasu, wówczas $s_0 = 0$. Mamy wówczas z (3)

4. $$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}ft^2.$$

Rugując t z obecnego równania (4) i z równania (3) albo (4) w § 16-ym, otrzymujemy

5. $$v^2 - v_0^2 = 2fs.$$

Zadania.

1. Pociąg wyjeżdża ze stacji; po upływie 2 minut od chwili wyruszenia przebył odległość 2160 m. Zakładając, że ruch był prostolinjowy i jednostajnie przyśpieszony, obliczyć przyśpieszenie. W tem samem założeniu obliczyć prędkość pociągu w odległości 540 m od stacji; obliczyć prędkość pociągu po upływie 1, 2, 3 minut od chwili wyruszenia.

2. Ciało zaczyna poruszać się ruchem prostolinjowym jednostajnie przyśpieszonym; przyśpieszenie wynosi 1 m/sek^2, prędkość początkowa jest żadna. Jak długo i jak daleko ciało biec musi, ażeby osiągnąć prędkość głosu w zwykłem powietrzu (340 m/sek)? Ile czasu zajmie przebycie drogi 72 m? Jak daleko ciało dobiegnie po upływie godziny?

§ 18. *O ruchu prostolinjowym opóźnionym oraz jednostajnie opóźnionym.*

Przypuśćmy, że punkt M porusza się w linji prostej; wyobraźmy sobie, że w chwili t_1 prędkość prawdziwa wynosi v_1, w późniejszej zaś chwili t_2 wynosi v_2, gdzie $v_2 < v_1$. Powiadamy wówczas, że między t_1 i t_2 ruch jest *opóźniony*. Rozumiejąc znów przez τ_1 odstęp $t_2 - t_1$, tworzymy stosunek $(v_1 - v_2)/\tau_1$;

stosunek ten nazywamy *średniem opóźnieniem* punktu M między uważanemi chwilami t_1 i t_2. Podobnie postępujemy dalej, w następujących odstępach τ_2, τ_3 i t. d. Co powiedzieliśmy w § 15-ym o ruchu prostolinjowym przyśpieszonym, możemy powtórzyć, z łatwo zrozumiałemi zmianami, w obecnym przypadku ruchu prostolinjowego opóźnionego.

Jeżeli średnie opóźnienie w ruchu prostolinjowym jest *stałe*, bez względu na to, między któremi chwilami jest utworzone, wówczas ruch nazywamy *jednostajnie opóźnionym*. Rozumując jak w § 16-ym, możemy obliczyć prawdziwą prędkość v punktu M, odpowiadającą chwili t w takim ruchu. Jeżeli v_0, jak w § 16-ym, jest prędkością w chwili początkowej $t = 0$, f zaś wartością stałego opóźnienia, otrzymujemy

$$1. \qquad v = v_0 - ft.$$

Rozumując jak w § 17-ym, znajdujemy odległość s, która w chwili t oddziela punkt M od stałego miejsca O toru. Jeżeli s_0 oznacza tę samą odległość OM w chwili $t = 0$, otrzymujemy

$$2. \qquad s = s_0 + v_0 t - \tfrac{1}{2} f t^2.$$

Porównawszy obecne równania (1) i (2) z równaniami: (4) § 16-go oraz (3) § 17-go, spostrzegamy, że wartość $+f$ ówczesnych wzorów jest teraz zastąpiona przez $-f$. Umawiamy się zatem, że każde *opóźnienie* ruchu prostolinjowego będziemy uważali za *ujemne przyśpieszenie*; możemy wówczas stosować prawa §§ 16-go i 17-go zarówno w przypadku ruchu jednostajnie przyśpieszonego jak w przypadku ruchu jednostajnie opóźnionego.

Zadania.

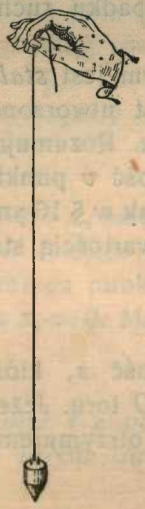
1. Pociąg, o którym mowa w zad. 1-em § 17-go, dojeżdża do stacji B, na której ma się zatrzymać; prędkość ruchu zmniejsza się z czasem dokładnie tak samo, jak powiększała się przy wyjeździe z ówczesnej stacji A. Jakie jest przyśpieszenie w pobliżu stacji B?

2. Dojeżdżając do stacji B, powyższy pociąg znajduje się jeszcze w odległości 10 m od miejsca, w którem zatrzyma się; jaką w tej chwili ma prędkość? Ile sekund jeszcze upłynie, zanim się zatrzyma? Jeżeli wiadomo, że za 1·5 minuty stanie, w jakiej odległości znajduje się wówczas od miejsca postoju?

§ 19. Przykład ruchu prostolinjowego jednostajnie przyśpieszonego.

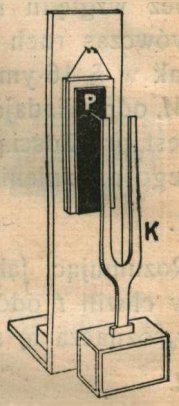
W §§ 16-ym i 17-ym poświęciliśmy bliższą uwagę własnościom ruchu prostolinjowego jednostajnie przyśpieszonego, albo-

wiem ten rodzaj ruchu wydarza się codziennie przed naszemi oczyma. Wiemy, że otaczające nas ciała materjalne, skoro zostaną swobodnie puszczone, *spadają*. Jakże poruszają się wówczas? Tego nie odkryje rozumowanie. Rozumowanie może kierować doświadczeniem, może porządkować jego wyniki i wydobywać z nich nieoczekiwane następstwa; ale doświadczenia nie może zastąpić.



Rys. 20.

Prosty przyrząd, zwany *pionem* (rys. 20), jest każdemu znany; wiadomo, że wskazuje on t. zw. *pionowy* kierunek. Ciało swobodnie puszczone, które nie zostało rzucone ani popchnięte w żadnym kierunku, biegnie ku ziemi po linji (prawie dokładnie) prostej pionowej. Chcemy zbadać, w jaki sposób porusza się ono po tym torze.



Rys. 21.

Wyobraźmy sobie płytkę szklaną *P* (rys. 21), którą dla bezpieczeństwa przyklejono do drewnianej deseczki; płytkę tę powleczono sadzą w płomieniu świecy lub naftowej lampy. Deseczka wraz z płytką *P* wisi na nitce; jeżeli przepalimy nitkę ostrym płomykiem, deseczka wraz z płytką *P* opada ku dołowi. Rysujemy na płycie linję prostą *qq* pionową (rys. 22) i zbliżamy do niej widełki strojowe *K* (por. § 5), zaopatrzone w rysik. Przypuśćmy z początku, że płyta jest w spoczynku; niechaj *a* na prostej *qq* będzie punktem, w którym rysik dotyka wówczas płyty. Pozwólmy płycie opadać, gdy widełki jeszcze nie drgają; torem rysika na płycie jest wówczas prosta *qq*. Wyobraźmy sobie teraz, że wprowadzamy widełki w drganie i jednocześnie uwalniamy płytę, która poczyna opadać; rysik pozostawia wówczas ślad falisty na płycie, w postaci krzywej *a b c d e*... (rys. 22). Odległości *ab*, *bc*, *cd*, *de* i t. d. są to oczywiście drogi, przebyte przez płytę w ciągu pierwszego, drugiego, trzeciego i t. d. półokresu drgania widełek. Wymierzamy owe odległości starannie; znajdujemy

Rys. 22.

1. $bc = 3\,ab$; $cd = 5\,ab$; $de = 7\,ab$ i t. d.

Stąd obliczamy drogi s, przebieżone do końca pierwszego, drugiego, trzeciego i t. d. półokresu:

2. ab; $ac = ab + bc = 4\,ab$; $ad = ac + cd = 9\,ab$;
$ae = ad + de = 16\,ab$; i tak dalej.

Drogi te s mają się do siebie jak 1:4:9:16 i t. d.; ponieważ zaś odpowiadają chwilom $t = 1, 2, 3, 4\ldots$ półokresom, więc zgadzają się z formułą, znaną nam z poprzedzającego artykułu

3. $$s = \tfrac{1}{2} ft^2.$$

Widzimy zatem, że płyta porusza się ruchem jednostajnie przyśpieszonym. Takim samym ruchem są ożywione wszelkie ciała, gdy spadają swobodnie. Zobaczymy w III-im rozdziale, że wszystkie ciała materjalne, spadając, okazują to samo przyśpieszenie, które nazywa się *przyśpieszeniem ciężkości* i bywa zwykle oznaczane literą g (od wyrazu łacińskiego *gravitas*, ciężkość).

Napiszmy g zamiast f w równaniu (3); otrzymujemy

4. $$s = \tfrac{1}{2} gt^2.$$

Spróbujmy posłużyć się wzorem (4) w celu zmierzenia przyśpieszenia g. Przypuśćmy, że w opisanem doświadczeniu użyliśmy widełek, których całkowite drganie powtarza się 125 razy w przeciągu sekundy; okres wynosi więc 0·008 sek, półokres 0·004 sek. Przypuśćmy, że powtórzyliśmy doświadczenie wielokrotnie; że, tworząc wynik przeciętny, znaleźliśmy 3·14 cm jako drogę, przebytą przez płytę w przeciągu 20 półokresów. Kładąc w równaniu (4)

5. $$t = 0{\cdot}08 \text{ sek} \qquad s = 3{\cdot}14 \text{ cm},$$

otrzymujemy przybliżenie $g = 981$ cm/sek^2; tyle wynosi w istocie przyśpieszenie g w Polsce.

Zadania.

1. Przypuśćmy, że całkowite drganie widełek powtarza się 250 razy w ciągu sekundy; ile wyniesie droga, przebyta przez płytę podczas 20 półokresów? Jeżeli droga s jest przebiegana przez płytę w przeciągu x okresów drgania, ile drgań na sekundę wykonywają użyte widełki?

2. Możemy przybliżenie ocenić wartość przyśpieszenia g przy pomocy następującego doświadczenia. Trzymamy w ręku metalową kulkę w wysokości 4·905 m nad kamienną posadzką lub płytą. Uwalniamy nagle tę kulę w chwili, gdy zegar, głośno bijący sekundy, wydzwania którąkolwiek sekundę. Słyszymy wówczas, że kula uderza płytę lub posadzkę w chwili następnego sekundowego sygnału. Spadanie trwało zatem 1 sekundę. Czy wynik ten zgadza się z równa-

niem (4) i z powyżej podaną wartością przyśpieszenia g? Jakie są najważniejsze źródła błędu w tem doświadczeniu i jak możnaby je było ominąć?

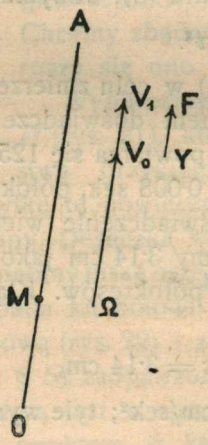
3. Pociąg kolejowy biegnie z prędkością 25 m/sek. Gdyby podróżny, ożywiony taką prędkością, uderzył o nieruchomą ścianę przedziału (jak to niestety wydarza się w razie nagłego spotkania się pociągów), skutek uderzenia byłby taki sam, jak gdyby podróżny był spadł z wysokości 31·85 m nad ziemią. Sprawdzić, że tak jest istotnie.

4. W książkach angielskich znajdujemy zazwyczaj podaną, jako wartość przyśpieszenia g, wartość 32·2 stóp ang. na sek^2. Przypuszczając, że stopa ang. = 30·48 cm, obliczyć, jakiej wartości g w cm/sek^2 odpowiada dana powyższa. Wyrazić g w jednostce: m/min^2.

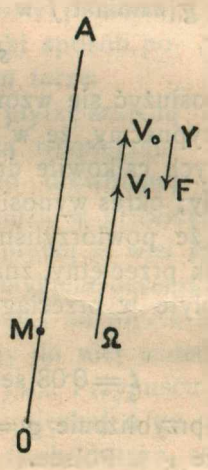
5. Przypuśćmy, że jednostką długości jest cm. Jaką jednostkę czasu τ należałoby przyjąć, ażeby liczbowa wartość g, wyrażona w cm/τ^2, wypadła równa jedności?

§ 20. Przyśpieszenie, rozumiane jako wektor.

Uważajmy jeszcze raz ruch prostolinjowy jednostajnie przyśpieszony; w takim ruchu obowiązuje równanie (4) § 16-go.



Rys. 23.



Rys. 24.

Weźmy na uwagę chwilę $t = 1$ sek; przypuśćmy, że prędkość punktu M wynosiła wówczas v_1 cm/sek. Kładąc $t = 1$ sek w formule (4) § 16-go, otrzymujemy

$$1. \qquad v_1 = v_0 + f \,.\, 1 \text{ sek.}$$

Ażeby otrzymać v_1, musimy więc dodać do v_0 dodatkową prędkość, wynoszącą f cm/sek. Wybieramy w tym celu dowolny punkt Ω (rys. 23); z punktu Ω wyprowadzamy wektor ΩV_0, który co do kierunku i długości wyobraża prędkość v_0. Do wektora ΩV_0 doda-

jemy drugi wektor V_0V_1, idący w przedłużeniu ΩV_0 i mający f cm długości; wówczas ΩV_1 co do kierunku i długości wyobraża prędkość v_1. Powiadamy, że V_0V_1 (lub równy i równoległy YF) wyobraża przyśpieszenie f poruszającego się punktu M.

Gdyby ruch prostolinjowy punktu M był jednostajnie opóźniony (§ 18), doszlibyśmy podobnie do wniosku, że wektor V_0V_1 (lub równy i równoległy YF), który wyobraża przyśpieszenie, jest skierowany przeciwnie niż ΩV_0 oraz ΩV_1 (rys. 24).

§ 21. *Ruch prostolinjowy przyśpieszony. Przyśpieszenie chwilowe albo prawdziwe.*

W kilku artykułach ostatnich, poczynając od § 16-go, zajmowaliśmy się własnościami ruchu prostolinjowego jednostajnie przyśpieszonego albo jednostajnie opóźnionego. Lecz ten przypadek ruchu nie jest oczywiście regułą, jest raczej wyjątkiem. Ażeby to twierdzenie na przykładzie objaśnić, wyobraźmy sobie jeszcze raz ruch kolejowego pociągu pomiędzy stacjami A i B. Przypuśćmy, iż pociąg, wyjeżdżając ze stacji A, ma stałe przyśpieszenie f; gdyby miał je dalej bez zmiany, poruszałby się wkrótce z ogromną, niebezpieczną i nawet niemożliwą prędkością. Ruch pociągu, który przy wyjeździe z A był jednostajnie przyśpieszony, przeobraża się wkrótce w ruch jednostajny; zatem wartość przyśpieszenia od f zeszła do zera. Gdy przyśpieszenie zmalało do zera, prędkość v nie zmniejszyła się przez to; zamiast rosnąć, utrwaliła się tylko, przemieniła się w stałą. Gdy pociąg dojeżdża do B, gdzie ma się zatrzymać, prędkość v poczyna się zmniejszać, przyśpieszenie f od zera przechodzi do wartości ujemnych. Widzimy, że pomiędzy A i B przyśpieszenie, chociaż przez pewien czas może być stałe, naogół jednak jest *zmienne*.

Gdy przyśpieszenie jest zmienne, mówimy, że dany ruch prostolinjowy jest *niejednostajnie przyśpieszony*. Ażeby taki ruch opisać, posługujemy się postępowaniem, które znamy z § 15-go; w kolejnych odstępach czasu τ_1, τ_2, τ_3 i t. d. tworzymy *średnie przyśpieszenia* f_1, f_2, f_3 i t. d., odpowiadające tym odstępom. Lecz utworzywszy takie średnie przyśpieszenia, nie opisaliśmy jeszcze ruchu zupełnie dokładnie. Ponieważ przez przeciąg czasu np. τ_1 charakter ruchu mógł ulegać zmianie (naprzykład u końca tego okresu ruch mógł być bardziej przyśpieszony niż na po-

czątku), więc opisanie ruchu w odstępie τ_1 zapomocą średniego f_1 jest tylko ogólnikowe. Przypuśćmy dla objaśnienia, że podano tylko *średnią* temperaturę powietrza w Warszawie w m. maju 1920-go roku lub *średnią* ilość deszczu w Zakopanem za m. sierpień 1919, nie wchodząc w bliższe szczegóły; takie opisanie przebiegu temperatury lub opadów atmosferycznych w tych miejscowościach i okresach czasu byłoby bardzo ogólnikowe i w wielu razach okazałoby się niedostateczne.

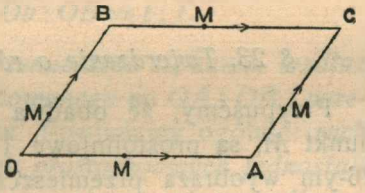
Ażeby opisanie ruchu stało się dokładniejsze, mamy ku temu tylko jeden sposób; ten sam, który znamy z § 14-go. Tworzymy krótkie, możliwie jaknajkrótsze odstępy czasu τ_1, τ_2, τ_3 i t. d.; im one będą krótsze, tem subtelniejszy, tem wiarogodniejszy będzie obraz ruchu, który tworzą przyśpieszenia f_1, f_2, f_3 i t. d. Przypuśćmy, że zajmuje nas osobliwie ruch punktu M w pewnej chwili t. Dokoła tej chwili tworzymy odstęp czasu τ, tak żeby chwila t leżała w jego obrębie; z prędkości punktu przy końcu i u początku okresu τ oraz z długości τ wyliczamy średnie przyśpieszenie f, które odpowiada odstępowi τ. Jeżeli ta średnia nie wyraża własności ruchu w chwili t dostatecznie dokładnie, tworzymy dokoła t coraz krótsze odstępy τ_1, τ_2 i t. d. (rys. 17); w taki jednak sposób, ażeby każdy odstęp zawierał w sobie chwilę t. Im krótszy dokoła t wybraliśmy odstęp τ, tem wiarogodniejszym wyrazem własności ruchu w chwili t wydaje się średnie przyśpieszenie f, odpowiadające odstępowi τ. *Prawdziwem lub chwilowem przyśpieszeniem punktu M w chwili t jego ruchu prostolinjowego nazywamy granicę, do której dąży średnie przyśpieszenie w odstępie τ (zawierającym chwilę t w sobie), gdy zarówno odstęp τ, jak różnica prędkości punktu, u końca i u początku odstępu τ, jednocześnie dążą do zera.* Jeżeli prawdziwe przyśpieszenie w chwili t okaże się dodatnie, mówimy, że prostolinjowy ruch punktu jest w tej chwili rzeczywiście (albo dodatnio) *przyśpieszony*; jeżeli ono wypadnie ujemne, nazywamy ruch w chwili t *opóźnionym*; gdyby ono w chwili t było równe zeru, powiedzielibyśmy, że ruch w najbliższem sąsiedztwie tej chwili jest *jednostajny*.

§ 22. Zasada niezależności ruchów.

Wyobraźmy sobie, że człowiek M chodzi po pokładzie okrętu N, okręt zaś N jednocześnie płynie po jeziorze lub rzece. Czło-

wiek M odbywa wówczas dwa naraz ruchy: (1) odbywa swój własny, osobisty ruch względem okrętu (2) uczestniczy w ruchu okrętu, który przecież wraz z sobą unosi człowieka M.

Uważajmy po kolei *trzy* następujące zjawiska: (I) (a) okręt N pozostaje najprzód nieruchomy; człowiek M, poruszając się po nim, odbywa pewną drogę, np. prostą OA (rys. 25); (b) człowiek M w miejscu A pokładu okrętu pozostaje względem niego nieruchomy; okręt płynie w kierunku AC, skutkiem czego jego punkt A a zarazem człowiek M przenosi się do C. W ostatecznym wyniku dwóch kolejnych ruchów (a) i (b) człowiek M, wyruszywszy z O, dociera do C.



Rys. 25.

(II) Przypuśćmy, że opisane dwa ruchy odbywają się w przeciwnym porządku: (a) najprzód okręt N posuwa się w kierunku OB równoległym do AC (rys. 25); spoczywający na pokładzie człowiek M przenosi się z O do B, gdzie $OB = AC$; (b) okręt pozostaje nieruchomy; człowiek M, posuwając się po nim w kierunku $BC \parallel OA$, odbywa drogę BC, która jest $= OA$. Widzimy, że w wyniku obecnych dwóch ruchów (a) i (b) człowiek M dotrze do tego samego miejsca C, które był w zjawisku (I) osiągnął. Porządek dodawania się ruchów nie ma wpływu na ostateczny wynik zjawiska.

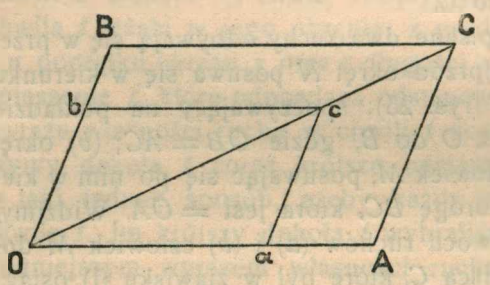
(III) Przypuśćmy, że ruchy, które uważaliśmy dotychczas za *kolejne*, odbywają się *jednocześnie*. Człowiek M porusza się względem okrętu N po torze OA; jednocześnie ten tor, ulegając ruchowi okrętu, posuwa się w taki sposób, iż każdy jego punkt zatacza drogę równoległą do OB i równą OB. Odbywając oba te ruchy spółcześnie, człowiek osiągnie ostatecznie to samo miejsce C, w którem znalazł się w wyniku I-go albo też II-go zjawiska.

Twierdzenia, które tutaj poznaliśmy, wynikają z ogolnej zasady, zwanej *prawem niezależności ruchów*; zasada ta orzeka, że *dwa ruchy, spółczesne albo kolejne, które odbywa ten sam punkt, nie przeszkadzają ani nie pomagają sobie wzajemnie; każdy ruch odbywa się tak samo, jak gdyby drugi nie odbywał się wcale.* Przekonamy się wkrótce, jak częste i ważne są zastosowania, które ta zasada znajduje.

Przypuśćmy, że punkt *M* odbywa jednocześnie dwa ruchy; nazwijmy je dla zwięzłości *składowemi* ruchami punktu *M*. Punkt, który wykonywa jednocześnie dwa ruchy składowe, jest ożywiony ruchem *wypadkowym*, powstającym przez *złożenie*, według zasady niezależności, obu ruchów składowych. Zobaczymy natychmiast, w prostym przypadku, jak dokonywa się *składanie* dwóch ruchów składowych.

§ 23. Twierdzenie o równoległoboku przemieszczeń.

Przypuśćmy, że obadwa ruchy składowe, które wykonywa punkt *M*, są prostolinjowe i jednostajne. Niechaj *OA* na rys. 26-ym wyobraża przemieszczenie, którego punkt *M* doznałby w pewnym odstępie czasu *T*, gdyby poruszał się tylko pierwszym ruchem składowym; *OB* na tym samym rysunku niechaj wyobraża przemieszczenie, którego doznałby *M* w tym samym czasie *T*, gdyby wykonywał tylko ruch drugi składowy. Poprowadźmy prostą *AC*, równą *OB* i równoległą do *OB*; według § 22-go, punkt *M*, ożywiony ruchem wypadkowym, dojdzie w czasie *T* do miejsca *C*. Uważajmy teraz inny odstęp czasu *t*, rozpoczynający się jednocześnie z *T*, ale krótszy niż *T*. Niechaj *Oa* i *Ob* (rys. 26) wyobrażają przemieszczenia, których doznaje punkt *M* w czasie *t*, zosobna w pierwszym i w drugim ruchu składowym. Prowadzimy prostą *ac* równą *Ob* i równoległą do *Ob*; jak przed chwilą, widzimy, że po upływie czasu *t* punkt *M* dojdzie do miejsca *c*. Łatwo teraz udowodnimy, że punkt *c* leży na przekątni *OC* równoległoboku *OABC*. Oznaczmy przez *u* prędkość punktu *M* w pierwszym, przez *v* jego prędkość w drugim ruchu składowym; mamy



Rys. 26.

1. $$Oa = ut \quad OA = uT \quad Ob = vt \quad OB = vT.$$

Stąd wyprowadzamy

2. $$Oa : OA = t : T; \quad Ob : OB = t : T$$

a zatem także

3. $$Oa : OA = Ob : OB.$$

Proporcję (3) przepisujemy w postaci

4. $$Oa : OA = ac : AC$$

skąd wynika, że c leży na prostej OC. Mamy również oczywiście

5. $$Oc : OC = Oa : OA = Ob : OB = t : T.$$

W ruchu wypadkowym punkt M przemieszcza się zatem *wzdłuż przekątni OC równoległoboku, zbudowanego na OA* i *OB i przebywa drogi proporcjonalne do czasu.* Powiadamy ogólnie: *ruch wypadkowy, złożony z dwóch ruchów prostolinjowych jednostajnych, jest prostolinjowy jednostajny; przemieszczenie wypadkowe, którego ruchomy punkt doznaje w ruchu wypadkowym, jest dane (co do długości i co do kierunku) przez przekątnię równoległoboku, zbudowanego na przemieszczeniach składowych; ta przekątnia wychodzi oczywiście ze wspólnego początku składowych przemieszczeń.* Twierdzenie to nazywamy *zasadą równoległoboku przemieszczeń.*

Zadania.

1. Przemieszczenia składowe są umiejscowione w tej samej prostej. Znaleźć wypadkowe przemieszczenie (1) gdy kierunki składowych przemieszczeń są zgodne (2) gdy te kierunki są sobie przeciwne.

2. Złożyć dwa równe sobie przemieszczenia, zakładając, że one zawierają między sobą kąt: 0°, 45°, 90°, 135°, 180°.

3. Idąc poziomo naprzód ze stałą prędkością 1 m/sek, podnoszę lampę pionowo do góry ze stałą prędkością 15 cm/sek. Znaleźć przemieszczenie, którego lampa doznaje w przeciągu 25 sekund względem ziemi oraz kąt nachylenia tego przemieszczenia względem poziomu.

4. W spokojnem powietrzu aeroplan posuwałby się prostolinjowo i jednostajnie ku północy, z prędkością 30 m/sek; silny wiatr unosi go jednak na wschód, ruchem prostolinjowym jednostajnym, z prędkością 12 m/sek. Znaleźć wypadkowe przemieszczenie po 10 sek i wyznaczyć jego kierunek.

5. Przypuśćmy, że punkt M odbywa jednocześnie dwa ruchy prostolinjowe jednostajnie przyśpieszone. Udowodnić, że ruch wypadkowy w tym razie jest również prostolinjowy jednostajnie przyśpieszony, podobnie jak ruchy składowe.

§ 24. Twierdzenie o równoległoboku prędkości.

Jeżeli punkt jednocześnie odbywa dwa ruchy, zatem jest obdarzony dwiema naraz prędkościami. Przypuśćmy, że punkt M odbywa jednocześnie dwa ruchy prostolinjowe jednostajne. Nie-

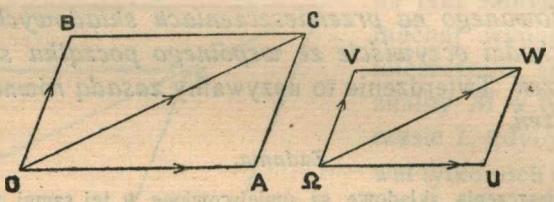
chaj będą OA i OB (rys. 27) składowe przemieszczenia, których doznaje punkt M w czasie t w pierwszym oraz w drugim swoim ruchu składowym; przekątnia OC równoległoboku $OABC$ wyobraża wówczas przemieszczenie wypadkowe, którego doznaje punkt M w czasie t. Oznaczmy przez u prędkość pierwszego składowego ruchu, przez v prędkość drugiego; te prędkości nazywamy *składowemi*. Według § 23-go ruch wypadkowy jest prostolinjowy jednostajny, odbywa się więc z prędkością stałą, którą nazywamy *wypadkową*; oznaczmy ją przez w. Mamy

1. $$OA = ut \quad OB = vt \quad OC = wt$$

zatem

2. $$OA : OB : OC = u : v : w$$

Prędkości u, v, w są wektorami; rysujemy je zatem, jak powiedziano w § 12-ym. Z dowolnego punktu Ω (rys. 27) prowa-



Rys. 27.

dzimy proste ΩU, ΩV, ΩW, równoległe odpowiednio do OA, OB, OC; na tak poprowadzonych prostych odcinamy następnie długości ΩU, ΩV, ΩW, zawierające tyle cm, ile u, v, w zawierają jednostek cm/sek. Proporcję (2) przepisujemy teraz w postaci

3. $$OA : OB : OC = \Omega U : \Omega V : \Omega W$$

która wskazuje, że figury $OABC$ i ΩUVW są *podobne*; skąd wynika, że ΩUVW jest *równoległobokiem*, zbudowanym na bokach ΩU i ΩV i że ΩW jest jego *przekątnią*. Wygłaszamy zatem twierdzenie następujące: *prędkość wypadkowa w jest dana (co do wartości i co do kierunku) przez przekątnię równoległoboku, zbudowanego na prędkościach składowych u, v.*

Przechodzimy teraz do ogólniejszego przypadku. Przypuśćmy, że ruchy składowe punktu M są prostolinjowe lecz niejednostajne. Załóżmy, że odstęp czasu t, w którym dokonywają się przemieszczenia, jest nadzwyczajnie krótki. Boki i przekątnia równoległoboku *przemieszczeń* są wówczas nadzwyczajnie krótkie;

ale boki i przekątnia wyprowadzonego zeń równoległoboku *średnich* (w czasie *t*) *prędkości* mogą wcale nie być krótkie. Niechaj długość odstępu czasu *t* zbliża się nieograniczenie do zera; średnie (w czasie *t*) prędkości dążą do prawdziwych prędkości, równoległobok średnich prędkości dąży w granicy do równoległoboku prawdziwych prędkości. *Prawdziwa prędkość wypadkowa jest dana (co do wartości i co do kierunku) przez przekątnię równoległoboku, zbudowanego na prawdziwych prędkościach składowych.*

Dodawanie *arytmetyczne* stosuje się do wielkości arytmetycznych, które mają tylko jednę własność, *wartość liczbową*. *Algebraiczne* dodawanie, oprócz liczbowej wartości, uwzględnia również *znak* uważanych wielkości. Przemieszczeń ani prędkości nie możemy dodawać do siebie arytmetycznie ani algebraicznie, ponieważ one, prócz wartości liczbowej, mają jeszcze inne cechy: są *umiejscowione w prostych*, są *skierowane w przestrzeni*; musimy dodawać je do siebie *geometrycznie*. Prawidła geometrycznego dodawania są właśnie zawarte w zasadzie równoległoboku.

Zadania.

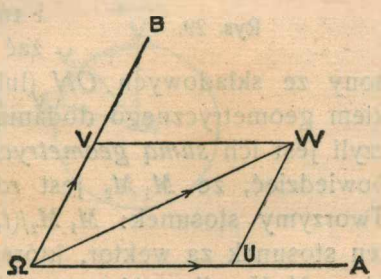
1. Wóz toczy się po drodze, która wznosi się do góry; w chwili *t* wóz ma prędkość 1·97 m/sek w kierunku poziomym, oraz 0·35 m/sek w pionowym. Obliczyć prędkość wypadkową wozu w chwili *t* oraz jej nachylenie do poziomu.

2. Znaleźć wypadkową następujących prędkości: 1 cm/sek na zachód, 2 cm/sek na północ, 3 cm/sek na wschód.

3. Ruchy składowe punktu są skierowane prostopadle do siebie; prędkości ich *u*, *v* są dane. Jak znaleźć algebraicznie wypadkową ich *w* oraz dostawy kątów, tworzonych z tą wypadkową przez kierunki składowych?

§ 25. O rozkładaniu prędkości. O rzutach prędkości.

W § 24-ym widzieliśmy, w jaki sposób składowe prędkości ΩU i ΩV (rys. 28) *składają się* na wypadkową ΩW. Możemy odwrócić bieg postępowania; rys. 28 uczy zarazem, w jaki sposób daną prędkość ΩW można *rozłożyć* na składowe ΩU i ΩV. Zasada równoległoboku zawiera więc w sobie prawo zarówno składania, jak rozkładania prędkości. Istnieje jednak pewna różnica między temi zagadnieniami. Gdy składowe prędkości ΩU i ΩV są dane, ich wypadkowa ΩW jako wektor jest zupełnie określona. Gdy zaś dana jest prędkość ΩW, którą mamy rozłożyć,



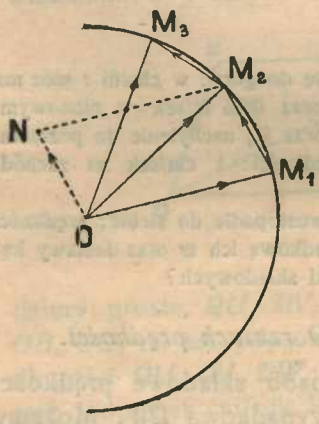
Rys. 28.

składowe jej stają się dopiero wówczas określone, gdy wiadomo, w jakich kierunkach ΩA, ΩB one mają być utworzone. Łatwo sprawdzić rysunkiem, że tę samą ΩW należy rozmaicie rozłożyć w rozmaitych kierunkach.

Prędkości składowe ΩU i ΩV rys. 28-go bywają nazywane *rzutami* prędkości ΩW na kierunki OA i OB; mówi się wówczas, że ΩW jest *odniesiona* do stałych *osi* OA i OB. Zazwyczaj odnosimy prędkości do kierunków stałych, wzajemnie prostopadłych do siebie, czyli do t. zw. *osi prostokątnych*; składowe nazywamy wówczas *prostopadłemi rzutami* prędkości na osi prostokątne.

§ 26. Prędkość w dowolnym ruchu kołowym.

Powracamy jeszcze raz do ruchu kołowego, którym zajmowaliśmy się już w §§ 9, 10 i 13. Niechaj $M_1 M_2 M_3$ (rys. 29) wyobraża tor kołowy czyli *orbitę* kołową, którą zatacza punkt M; M_1, M_2, M_3 są miejsca, przebiegane w chwilach t_1, t_2, t_3. Ze środka koła O prowadzimy promienie OM_1, OM_2, OM_3; nadając każdemu promieniowi kierunek od środka ku obwodowi, możemy je poczytywać za wektory. Uważajmy wektor OM_2; nie odróżnia on się długością, ale odróżnia się kierunkiem od wektora OM_1. Zbudujmy wektor $M_1 M_2$, skierowany od M_1 do M_2; oraz wektor ON, równy wektorowi $M_1 M_2$ i równoległy do niego. Możemy uważać OM_2 za wektor wypadkowy, złożony ze składowych ON (lub $M_1 M_2$) i OM_1; OM_2 jest wynikiem geometrycznego dodania do siebie wektorów OM_1 i $M_1 M_2$ czyli jest ich *sumą geometryczną*. Możemy więc równie słusznie powiedzieć, że $M_1 M_2$ jest *różnicą geometryczną* $OM_2 - OM_1$. Tworzymy stosunek: $M_1 M_2/(t_2 - t_1)$; jak w § 12-ym, uważamy ten stosunek za wektor, którego kierunek zgadza się z kierunkiem $M_1 M_2$; długość tego wektora wynosi tyle cm, ile jednostek cm/sek zawiera stosunek $M_1 M_2/(t_2 - t_1)$. Zbliżamy ku sobie chwile t_1 i t_2; skracamy więc odstęp $t_2 - t_1$ i prowadzimy go nieograniczenie do zera. Wektor $M_1 M_2$ skraca się coraz bardziej,



Rys. 29.

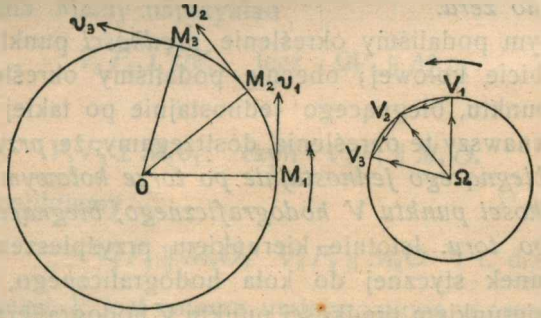
jego *długość* dąży do zera, ale jego *kierunek* nie ginie przez to, nie znika. Sieczna, zawarta pomiędzy punktami A, B obwodu koła (rys. 15), zachowywa kierunek od A do B, gdy B zbliża się ku A i w granicy przybiera kierunek stycznej (§ 13); podobnie wektor M_1M_2 ma wciąż określony kierunek, jakkolwiek blisko M_2 dociera do M_1; w granicy M_1M_2 przybiera kierunek stycznej do orbity w miejscu, w którem schodzą się M_2 i M_1. Jeżeli t jest chwilą, w której spotykają się t_2 i t_1, powiadamy: *prawdziwą (lub chwilową) prędkością punktu M w chwili t nazywamy wektor, umiejscowiony w stycznej do orbity; jego długością jest granica, do której dąży stosunek $M_1M_2/(t_2-t_1)$, gdy zarówno odstęp czasu t_2-t_1, jak odpowiednia geometryczna różnica M_1M_2 promieni dążą do zera.*

Podane tu określenie prędkości w ruchu kołowym zgadza się oczywiście z określeniami, zawartemi w §§ 9, 10 i 13, ale jest ogólniejsze i zupełniejsze, ponieważ tyczy się dowolnego (jednostajnego lub niejednostajnego) ruchu kołowego i ponieważ, w obecnem określeniu, prędkość jest rozumiana jako wektor.

Moglibyśmy zastosować obecne określenie do dowolnego ruchu prostolinjowego. Jeżeli punkt O wybierzemy w linji toru, promienie nie będą różniły się od dawniejszych odległości OM (rys. 7). Różnica geometryczna takich odległości sprowadza się do zwykłej algebraicznej różnicy. Natomiast w ruchu kołowym geometryczna różnica promieni nie jest zerem, chociaż długości ich są równe.

§ 27. Przyśpieszenie w ruchu kołowym jednostajnym.

Przypuśćmy, że punkt M krąży jednostajnie po orbicie kołowej; M_1, M_2, M_3 (rys. 30) niechaj oznaczają miejsca, które



Rys. 30.

przebiega punkt M w chwilach t_1, t_2, t_3. Styczne do orbity wektory M_1v_1, M_2v_2, M_3v_3 wskazują wartości i kierunki chwilo-

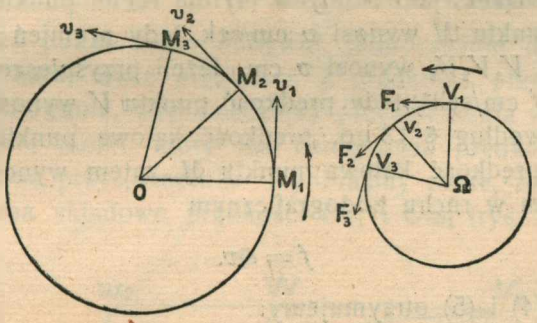
wych prędkości v_1, v_2, v_3, któremi punkt M jest ożywiony w owych chwilach. Jak w § 13-ym, zbudujmy hodograf orbity $M_1 M_2 M_3$; niechaj nim będzie $\Omega V_1 V_2 V_3$ (rys. 30). Ponieważ punkt M krąży jednostajnie po kole $M_1 M_2 M_3$, przeto hodograf $\Omega V_1 V_2 V_3$ jest również kołem. Uważajmy wektor ΩV_2; nie różni się on od ΩV_1 długością, ale różni się kierunkiem. Zbudujmy wektor $V_1 V_2$, skierowany od V_1 do V_2; podobnie jak $M_1 M_2$ w § 26-ym, możemy poczytywać $V_1 V_2$ za różnicę geometryczną $\Omega V_2 - \Omega V_1$. Tworzymy stosunek $V_1 V_2/(t_2 - t_1)$ i uważamy go za wektor, o kierunku zgodnym z kierunkiem $V_1 V_2$, o długości zawierającej tyle cm, ile w stosunku $V_1 V_2/(t_2 - t_1)$ zawiera się jednostek cm/sek². Postępujemy dalej podobnie; tworzymy stosunek $V_2 V_3/(t_3 - t_2)$ i t. d.; następnie przechodzimy do granicy. Zbliżamy ku sobie chwile t_1 i t_2, t_2 i t_3 i t. d. Wektory $V_1 V_2$, $V_2 V_3$ i t. d. skracają się coraz bardziej; długości ich dążą do zera, ale ich kierunki *nie* nikną. Gdy M_2 dociera do M_1, gdy zatem V_2 dociera do V_1, wektor $V_1 V_2$ nie przestaje mieć kierunku; w granicy, gdy M_2 i M_1, oraz V_2 i V_1 spotykają się, $V_1 V_2$ przybiera kierunek stycznej do obwodu koła $V_1 V_2 V_3$. Jeżeli t jest chwilą, w której schodzą się t_1 i t_2, powiadamy: *prawdziwem (albo chwilowem) przyśpieszeniem punktu M w ehwili t nazywamy wektor o następujących własnościach: jego kierunek zgadza się z kierunkiem stycznej do koła hodograficznego, w miejscu odpowiadającem chwili t; jego długością jest granica, do której dąży stosunek $V_1 V_2/(t_2 - t_1)$, gdy zarówno odstęp czasu $t_2 - t_1$ jak odpowiednia geometryczna różnica $V_1 V_2$ prędkości dążą do zera.*

W § 26-ym podaliśmy określenie *prędkości* punktu, biegnącego po orbicie kołowej; obecnie podaliśmy określenie *przyśpieszenia* punktu, biegnącego jednostajnie po takiej samej orbicie. Porównawszy te określenia, dostrzegamy, że *przyśpieszenie punktu M, biegnącego jednostajnie po torze kołowym, nie różni się od prędkości punktu V hodograficznego, biegnącego po hodografie tego toru.* Istotnie, kierunkiem przyśpieszenia punktu M jest kierunek stycznej do koła hodograficznego, który jest oczywiście kierunkiem prędkości punktu V hodograficznego. Wartością przyśpieszenia punktu M jest granica, do której dąży stosunek $V_1 V_2/(t_2 - t_1)$, gdy $t_2 - t_1$ oraz $V_1 V_2$ dążą do zera; ale różnica $V_1 V_2$ jest zarazem geometryczną różnicą promieni ΩV_2 i ΩV_1 hodografu; zatem wartość przyśpieszenia punktu M jest

identyczna z wartością prędkości punktu V hodograficznego w tej samej chwili.

§ 28. Wartość i kierunek przyśpieszenia w ruchu kołowym iednostajnym.

Przypuśćmy, że punkt M krąży jednostajnie po orbicie kołowej $M_1 M_2 M_3$ (rys. 31); styczne $M_1 v_1$, $M_2 v_2$, $M_3 v_3$ do orbity wyobrażają prędkości punktu M w chwilach t_1, t_2, t_3. Zbudujmy



Rys. 31.

hodograf $\Omega V_1 V_1 V_3$ orbity $M_1 M_2 M_3$. Przypuśćmy, że styczne $V_1 F_1$, $V_2 F_2$, $V_3 F_3$ do koła hodograficznego wyobrażają prędkości punktu hodograficznego V w chwilach t_1, t_2, t_3. Według § 27-go kierunki stycznych $V_1 F_1$, $V_2 F_2$, $V_3 F_3$ zgadzają się z kierunkami przyśpieszenia punktu M; ich długości wyobrażają wartości tego przyśpieszenia. Mamy naprzykład

1. $$V_1 F_1 \perp \Omega V_1; \quad \text{lecz} \quad \Omega V_1 \parallel M_1 v_1$$

a zatem

2. $$V_1 F_1 \perp M_1 v_1; \quad \text{czyli} \quad V_1 F_1 \parallel M_1 O.$$

Podobnie znajdujemy

3. $$V_2 F_2 \parallel M_2 O; \quad V_3 F_3 \parallel M_3 O \quad \text{i t. d.};$$

prędkość punktu V jest zawsze umiejscowiona w prostej równoległej do położenia promienia OM orbity i skierowana przeciwnie niż ten promień. Dochodzimy zatem do następującego wniosku: *przyśpieszenie punktu M, biegnącego jednostajnie po orbicie kołowej, jest stale skierowane od chwilowego miejsca*

punktu M ku środkowi O orbity, w kierunku przeciwnym kierunkowi OM promienia.

Znajdźmy teraz wartość tego przyśpieszenia. Oznaczmy przez r promień orbity punktu M, przez v prędkość tego punktu, przez $\tilde{\omega}$ jego prędkość kątową; mamy wówczas, podług §§ 9 i 10:

4. $$v = \tilde{\omega} r.$$

Ruch punktu hodograficznego V jest kołowy i jednostajny, podobnie jak ruch punktu M; ustanówmy zatem dla tego ruchu taki sam związek, jaki mamy w (4) dla ruchu punktu M. Jeżeli prędkość punktu M wynosi v cm/sek, tedy promień koła hodograficznego $V_1V_2V_3$ wynosi v cm. Jeżeli przyśpieszenie punktu M wynosi f cm/sek^2, tedy prędkość punktu V wynosi f cm/sek. Nareszcie, według § 13 go, prędkość kątowa punktu V jest ta sama, jak prędkość kątowa punktu M, zatem wynosi $\tilde{\omega}$ 1/sek. Mamy zatem w ruchu hodograficznym

5. $$f = \tilde{\omega} v.$$

Z równań (4) i (5) otrzymujemy:

6. $$f = \frac{v^2}{r} = \tilde{\omega}^2 r.$$

Twierdzenie, które tu znaleźliśmy i które w równaniu (6) znajduje swój wyraz, posłuży nam do rozwiązania doniosłych zagadnień. Ruch wahadła na ziemi, ruch planety na niebie — to może najważniejsze rodzaje ruchu, które ukazuje nam wszechświat; rozmyślając nad niemi, umysł ludzki przenika powoli do coraz głębszych tajemnic. W powyższej formule (6) są w gruncie rzeczy zawarte pierwsze prawa tych ruchów.

Zadania.

1. Kręcąc się jednostajnie, koło o średnicy 80 cm wykonywa 480 obrotów w ciągu minuty. Obliczyć przyśpieszenie punktu, leżącego na obwodzie koła.

2. Dwie wirownice kręcą się jednostajnie; w tym samym czasie pierwsza odbywa dwa razy więcej obrotów niż druga. W jakim stosunku pozostają przyśpieszenia w jednakowej odległości od osi obrotu? W jakim stosunku musiałyby pozostawać promienie, ażeby przyśpieszenia na obwodzie były jednakowe?

3. Szyny toru kolejowego tworzą łuk koła o promieniu 210 m. Obliczyć przyśpieszenie pociągu, przejeżdżającego tamtędy z prędkością 90 km/godz wskazać kierunek tego przyśpieszenia.

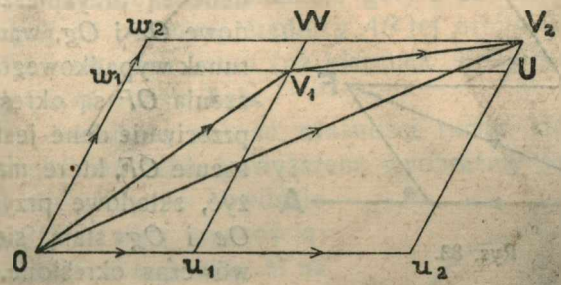
4. U końca sznurka o długości 50 cm uwiązaliśmy kamień; ująwszy drugi

koniec sznurka, wprawiamy sznurek i kamień w ruch obrotowy, kołowy i jednostajny. Ile sekund powinien trwać obrót, ażeby przyśpieszenie kamienia było równe 981 cm/sek²?

5. Uważamy ziemię za kulę o promieniu $6{\cdot}37 \times 10^8$ cm. Jaką wartość i jaki kierunek ma na równiku przyśpieszenie f, wynikające z ruchu obrotowego ziemi dokoła jej osi? W jakim stosunku do przyśpieszenia ciężkości $g = 981$ cm/sek² pozostaje owo przyśpieszenie f? Ażeby przyśpieszenia f i g były równe sobie, jaka musiałaby być prędkość kątowa dziennego obrotu ziemi? Te same zagadnienia rozwiązać dla Warszawy lub dla Krakowa (por. zad. 4 § 10-go).

§ 29. Twierdzenie o równoległoboku przyśpieszeń.

Wiemy, że punkt może odbywać jednocześnie dwa ruchy, zatem mieć naraz dwie prędkości. Z prędkości, przez geometryczne odejmowanie, wyprowadzamy przyśpieszenia (§§ 15, 20, 21, 27); zatem punkt, który ma naraz dwie prędkości, może mieć naraz dwa przyśpieszenia. Wyobraźmy sobie, że punkt M w chwili t_1 ma składowe prędkości Ou_1 i Ow_1 (rys. 32); prędkość wypadkowa punktu w tej chwili jest OV_1. W późniejszej chwili t_2 składowe prędkości punktu są Ou_2 i Ow_2, wypadkowa prędkość jest OV_2. Między chwilami t_1 i t_2 punkt M ma dwa składowe średnie przyśpieszenia, mianowicie wektory $u_1u_2/(t_2 - t_1)$ oraz $w_1w_2/(t_2 - t_1)$ (§§ 15, 20).

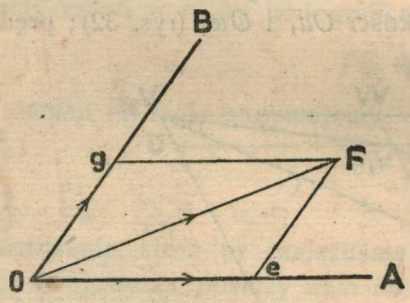


Rys. 32.

Poprowadźmy od punktu V_1 do punktu V_2 wektor V_1V_2; jak w § 26-ym powiadamy, że V_1V_2 jest różnicą geometryczną $OV_2 - OV_1$. Zbudujmy równoległobok V_1UWV_2 (w którym $V_1U \parallel u_1u_2$, $V_1W \parallel w_1w_2$); sprawdzamy, że V_1V_2 jest wypadkową składowych u_1u_2 i w_1w_2. Geometryczna różnica V_1V_2 wypadkowych OV_2 i OV_1 jest więc wypadkową różnic u_1u_2 (czyli $Ou_2 - Ou_1$) i w_1w_2 (czyli $Ow_2 - Ow_1$).

Przypuśćmy, że chwile t_1 i t_2 spotykają się ze sobą w chwili t. Odstęp $t_2 - t_1$ dąży wówczas do zera; długości wektorów u_1u_2, w_1w_2, V_1V_2 dążą do zera, ale kierunki tych wektorów *nie* zanikają. Stosunek $u_1u_2/(t_2 - t_1)$ dąży do granicy, którą nazywamy przyśpieszeniem punktu M (w chwili t) w pierwszym ruchu składowym; stosunek $w_1w_2/(t_2 - t_1)$ dąży do granicy, która jest przyśpieszeniem M (w chwili t) w drugim ruchu składowym; stosunek $V_1V_2/(t_2 - t_1)$ dąży do granicy, którą nazywamy *prawdziwem* (*lub chwilowem* t. j. *odpowiadającem chwili t*) *przyśpieszeniem punktu M w ruchu wypadkowym. Widzimy, że prawdziwe przyśpieszenie punktu składa się w każdej chwili z obu przyśpieszeń składowych według zasady równoległoboku.*

Ponieważ jednoczesne przyśpieszenia punktu składają się ze sobą według zasady równoległoboku, zatem dowolne przyśpieszenie OF punktu M (rys. 33) możemy zawsze *rozłożyć* na składowe przyśpieszenia Oe i Og podług tej samej zasady. Gdy dane są przyśpieszenia składowe Oe i Og, wartość i kierunek wypadkowego przyśpieszenia OF są określone. Gdy przeciwnie dane jest przyśpieszenie OF, które mamy rozłożyć, składowe przyśpieszenia Oe i Og stają się dopiero wówczas określone, gdy wiadomo, w jakich kierunkach (np. OA i OB) one mają być utworzone.



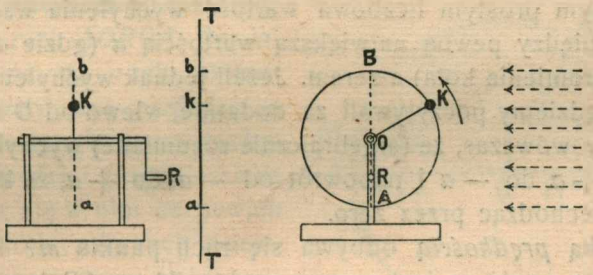
Rys. 33.

Składowe Oe i Og przyśpieszenia OF, utworzone w kierunkach osi OA i OB (rys. 33), nazywamy *rzutami* tego przyśpieszenia na kierunki OA i OB. Jeżeli OA i OB są prostokątnemi osiami, rzuty przyśpieszenia na ich kierunki nazywają się *prostopadłemi rzutami.*

§ 30. O ruchu harmonicznym prostym.

Wyobraźmy sobie, albo (co byłoby lepiej) wykonajmy doświadczenie następujące. Kulkę nieprzezroczystą K (rys. 34), osadzoną na pręciku OK, wprowadzamy (przy pomocy rękojeści R) w ruch kołowy jednostajny. Oświetlamy jednocześnie kulkę K

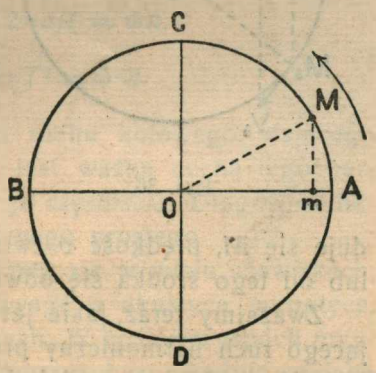
mocnem światłem, wychodzącem z lampy dostatecznie odległej, lub też pomiędzy lampą a kulą K umieszczamy soczewkę; soczewka sprawia, że promienie światła, które przez nią przeszły, stają się równoległe do siebie. Za kulą, prostopadle do padających promieni, ustawiamy ekran czyli białą tablicę TT. Kula na ekran rzuca cień k, który jest jej prostopadłym rzutem na płaszczyznę ekranu. Gdy kula K biegnie po orbicie kołowej $KBAK$,



Rys. 34.

rzut k porusza się naprzemian do góry i na dół po prostej ab, równoległej do pionowej średnicy AB tej orbity. Uzmysławiamy tym sposobem ruch rzutu (na kierunek średnicy) punktu, biegnącego po obwodzie koła.

Ażeby dokładniej poznać własności ruchu, który dostrzegaliśmy w doświadczeniu powyższem, wyobraźmy sobie, że punkt M (rys. 35) krąży po obwodzie koła $ACBD$ ze stałą prędkością; prostopadły rzut m punktu M na średnicę AB porusza się wówczas po tejże średnicy, w kierunku naprzemian od A do B i od B do A. Chcemy zbadać prawa tego ruchu.

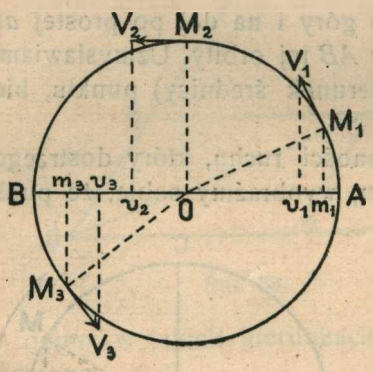


Rys. 35.

Zaczynamy od chwili $t = 0$, w której punkt M, przypuśćmy, znajduje się w miejscu A; w tejże chwili punkt m zajmuje zatem to samo miejsce A. Gdy punkt M od A przechodzi ku C, od C ku B, od B ku D, od D zaś napowrót powraca ku A, punkt m od A zbliża się ku O, od O oddala się aż do B, od B napowrót cofa się ku O, wreszcie od O wychyla się znowu ku A. Widzimy, że m odbywa ruch pro-

stolinjowy, ale bynajmniej *nie* jednostajny, nawet niejednokierunkowy; punkt *m drga* wzdłuż średnicy *AB*, wychylając się ze środka koła *O* raz wprawo, raz wlewo. Ruch punktu *m*, który dokonywa się w tych warunkach, nazywamy *ruchem harmonicznym prostym* lub *drganiem harmonicznem prostem*; środek koła *O* nazywamy *środkiem* tego ruchu; chwilową odległość *Om* punktu *m* od środka *O* nazywamy *wychyleniem* punktu *m*. W ruchu harmonicznym prostym liczbowa wartość wychylenia waha się zatem pomiędzy pewną największą wartością *a* (gdzie *a* jest długością promienia koła) a zerem. Jeżeli jednak wychylenie wprawo od *O* będziemy poczytywali za dodatnie, wlewo od *O* za ujemne, powiemy wówczas, że (algebraicznie rozumiane) wychylenie waha się od $+a$ do $-a$ i napowrót od $-a$ do $+a$, za każdym razem przechodząc przez zero.

Z jaką *prędkością* odbywa się ruch punktu *m*? Pamiętając o tem, że punkt *m* jest rzutem punktu *M* na *AB*, łatwo widzimy z określenia pojęcia prędkości, że prędkość punktu *m* jest równa rzutowi *mv* (rys. 36) prędkości *MV* punktu *M* na kierunek *AB*. Ponieważ ruch punktu *M* jest jednostajny, prędkość *MV* jest stała; ale kierunek tej prędkości *MV* jest zmienny, dlatego prędkość *mv* wypada rozmaita (rys. 36). W miejscach *A* i *B* prędkość *v* punktu *m* jest zerem, w miejscu *O* jest największa i równa prędkości *V* punktu *M*; zależnie od tego, w której ćwierci koła znajduje się *M*, prędkość *v* zwraca się naprzemian ku środkowi *O* lub od tego środka się odwraca.

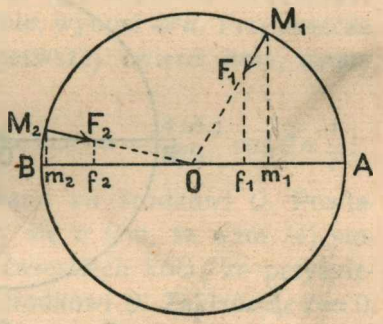


Rys. 36.

Zważajmy teraz, jakie jest *przyśpieszenie* punktu *m*, odbywającego ruch harmoniczny prosty. Znajdujemy je w każdem położeniu punktu *m* podobnie, jak przed chwilą wyznaczaliśmy prędkość. Z określenia przyśpieszenia wnosimy, że przyśpieszenie punktu *m* jest równe rzutowi *mf* przyśpieszenia *MF* punktu *M* na kierunek *AB* (rys. 37). Przyśpieszenie *F* punktu *M* wynosi V^2/a (§ 28), ma zatem wartość stałą; ale kierunek tego przyśpieszenia jest zmienny (rys. 37); dlatego przyśpieszenie *f* punktu

m ma wartość w różnych miejscach rozmaitą. W środku O przyśpieszenie f jest równe zeru, w miejscach A i B jest największe, równe mianowicie przyśpieszeniu V^2/a punktu M; zwrócone jest zawsze ku środkowi O.

Skoro punkt M dokonał jednego obiegu $ACBDA$ (rys. 35), powraca do A i rozpoczyna bieg drugi, który jest ścisłą kopją pierwszego; zatem i m, przebiegłszy od A do B i od B napowrót do A, powtarza po raz drugi tenże sam ruch $AOBOA$. Powiadamy przeto, że ruch harmoniczny prosty jest *perjodyczny* czyli *okresowy*; te same wychylenia, prędkości i przyśpieszenia powtarzają się w nim co pewien czas regularnie; cały ruch w pewnych odstępach czasu siebie odtwarza. Ruch $AOBOA$ punktu m nazywamy *całkowitem drganiem*; czas, zajęty przez jedno całkowite drganie, równy okresowi punktu M (czyli czasowi trwania jego po kole obiegu, § 10) nazywamy *okresem* ruchu harmonicznego prostego. Oznaczając ten okres przez T, prędkość zaś kątową krążenia punktu M po kole przez $\tilde{\omega}$, mamy (§§ 10 i 28):



Rys. 37.

1. $$\tilde{\omega} = 2\pi/T; \quad V = 2\pi a/T = \tilde{\omega} a.$$

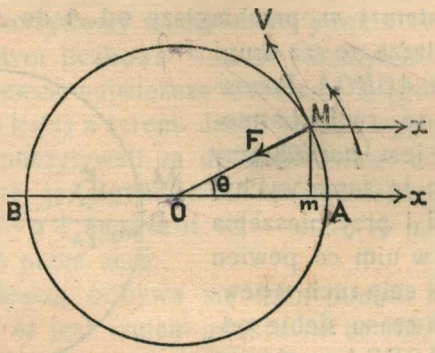
2. $$F = V^2/a = 4\pi^2 a/T^2 = \tilde{\omega}^2 a.$$

Wielkość $\tilde{\omega}$, czyli prędkość kątowa ruchu kołowego, dającego w rzucie ruch harmoniczny prosty, jest ważną cechą tego harmonicznego ruchu; nazywamy ją jego *częstością*. Długość a nazywamy *amplitudą* ruchu harmonicznego prostego.

Ruch harmoniczny prosty wydarza się w wielu zjawiskach, którym wypada poświęcać pilną uwagę w akustyce, w optyce, w teorji zjawisk elektromagnetycznych. W tych wszystkich przypadkach częstość $\tilde{\omega}$ oraz okres T drgania bezpośrednio są dane przez budowę albo naturę drgającego układu, jak o tem wspominaliśmy w przykładzie widełek strojowych (§ 5). Natomiast amplitudy drgania zazwyczaj nie są zależne od właściwości układu; dany układ może odbywać drgania rozmaitych amplitud, zależnie od wpływów, które go pobudziły albo pobudzają do drgań.

§ 31. Bliższa analiza praw ruchu harmonicznego prostego.

Rozumiejmy przez Ox kierunek (liczony dodatnio od O do A) osi, w której umiejscowiony jest ruch harmoniczny prosty punktu m (rys. 38); przez x oznaczajmy wychylenie punktu m czyli jego odległość od początku O; przez θ rozumiejmy kąt AOM, który



Rys. 38.

tworzy chwilowy promień OM z kierunkiem Ox. Czas t liczymy, jak w artykule poprzednim, od chwili, w której M przebiega przez A; mamy więc:

1. $$\theta = \tilde{\omega} t.$$

Otrzymujemy tem samem

2. $$x = a \cos \tilde{\omega} t = a \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

Kładąc po kolei:	$t = 0$	$\frac{1}{4}T$	$\frac{1}{2}T$	$\frac{3}{4}T$	T	$\frac{5}{4}T$	i t. d.
mamy z (2):	$x = a$	0	$-a$	0	a	0	i t. d.,

odnajdujemy więc wyniki, które już znamy z poprzedniego artykułu.

Znajdźmy prędkość v punktu m, odbywającego ruch harmoniczny prosty. Wiemy z poprzedzającego artykułu, że prędkość V punktu M, krążącego po kole, wynosi $\tilde{\omega} a$. Przypuśćmy, że M znajduje się, jak na rys. 38-ym, w pierwszej ćwierci koła; wówczas kierunek V tworzy kąt $\frac{1}{2}\pi + \theta$ z dodatnim kierunkiem osi Ox; zatem

3. $$v = \tilde{\omega} a \cos(\tfrac{1}{2}\pi + \theta) = -\tilde{\omega} a \sin \tilde{\omega} t = -\frac{2\pi a}{T} \sin 2\pi \frac{t}{T};$$

ujemny znak stąd wynika, że x w pierwszej ćwierci koła zmniej-

sza się z czasem; prędkość tu jest skierowana przeciwnie niż $+ Ox$. Łatwo sprawdzamy, powtarzając rozumowanie, że wzór (3) stosuje się we wszystkich ćwierciach koła. Kładąc znowu $t = 0$, $\frac{1}{4}T$, $\frac{1}{2}T$ i t. d., odnajdujemy na prędkość v wartości, które znamy już z artykułu poprzedzającego.

Obliczmy przyśpieszenie f punktu m, odbywającego ruch harmoniczny prosty. Wiemy z poprzedniego artykułu, że przyśpieszenie F punktu M, krążącego po kole, wynosi $\tilde{\omega}^2 a$. Przypuszczając, że M znajduje się znów w pierwszej ćwierci koła, mamy, jak na rys. 38-ym:

4. $$f = \tilde{\omega}^2 a \cos(\pi - \theta) = -\tilde{\omega}^2 a \cos \tilde{\omega} t = -\frac{4\pi^2 a}{T^2} \cos 2\pi \frac{t}{T};$$

przyśpieszenie f jest tutaj skierowane ku środkowi O. Powtarzając rozumowanie, przekonywamy się o tem, że wzór (4) stosuje się bez zmiany we wszystkich ćwierciach koła; że przyśpieszenie f jest zawsze skierowane ku środkowi O. Zakładając $t = 0$, $\frac{1}{4}T$, $\frac{1}{2}T$ i t. d., powracamy do wyników, które znamy z poprzedzającego artykułu.

Z równań (2) i (4) wyprowadzamy wniosek następujący:

5. $$f = -\tilde{\omega}^2 x.$$

Jeżeli $x > 0$, mamy $f < 0$ i przeciwnie; co potwierdza znaną nam własność przyśpieszenia w ruchu harmonicznym prostym.

Zadania.

1. Punkt porusza się według praw ruchu harmonicznego prostego, podanych w artykule niniejszym. Amplituda wynosi 10 cm, okres 1 sekundę. Obliczyć wychylenie, prędkość, przyśpieszenie w chwilach: $t = \frac{1}{8}$ sek, $\frac{3}{8}$ sek; $t = \frac{1}{4}$ sek, $\frac{3}{4}$ sek; $t = \frac{1}{2}$ sek, $\frac{3}{2}$ sek.

2. Do formuł (2), (3), (4) niniejszego artykułu wstawić, zamiast wartości t, wartość $t + T$; jaki wniosek wypada z otrzymanego wyniku?

3. Ruch kołowy jednostajny punktu M po obwodzie koła $ACBDA$ (rys. 35) rozłożyć na ruchy składowe, odbywające się (1) wzdłuż średnicy AB (2) wzdłuż średnicy $CD \perp AB$.

ROZDZIAŁ DRUGI.

Zasady dynamiki.

§ 32. Dynamika jest nauką o ruchu jakichkolwiekbądź brył materjalnych.

Któż nie podziwiał owego widoku, który niebo gwiaździste, w noc cichą, czystą, pogodną, w nieopisanej krasie nad nami roztacza! Nic równać się na ziemi nie może z tym obrazem niezmierzonej potęgi; nic nie porusza równie głęboko każdego szlachetnego umysłu.

Ogromny, wspaniały, wciąż zmienny, świat zawsze przykuwał do siebie uwagę człowieka. Lecz długo dziwił go tylko i trwożył, budził w nim lęk i onieśmielenie. Bardzo powoli zaczynało się *świadome* dostrzeganie i badanie; w trudzie rodziła się myśl ścisła, ostrożna, która czuwa nad sobą i sprawdza samą siebie. Dzisiaj rozumiemy, że mamy przed sobą nieskończoność przemian i zjawisk, które tylko własnym wysiłkiem możemy poznać i pojąć. Jest to zadanie niezmierne, do którego pokolenie za pokoleniem przykładać się musi.

Już przed tysiącami lat chińscy, hinduscy, babilońscy, chaldejscy, egipscy i greccy uczeni i mędrcy dostrzegali wędrówki słońca, księżyca i gwiazd po sklepieniu niebieskiem i rozmyślali nad niemi. Lecz zjawiska niebieskie, przynajmniej napozór, są bezładne i niezrozumiale zawiłe. Przez długi czas mogło wydawać się, że po firmamencie błąkają się światła bez żadnego porządku. Myśl ludzka nie wyrzekała się nigdy nadziei, że dopatrzy się prawidłowości w ruchach na niebie i przez całe stulecia wysilała się, ażeby odczytać ich tajemnicę. Dopiero w bliskich nam czasach Kopernik, Keppler, Galileusz, Newton, Laplace i inni wielcy mężowie wytłumaczyli prawa mechanizmu, który nazywamy *układem słonecznym*; mechanizmu, który unosi

nas wszystkich na jednem z podrzędnych swych kółek. Dziś rozumiemy nareszcie, w jaki sposób poruszają się bryły materji, czem w swoim ruchu rządzą się ciała niebieskie i ziemskie.

Ostateczny, rozstrzygający udział w tych odkryciach miał Newton. Jego genjusz stworzył *mechanikę niebios*, czyli ścisłą teorję ruchów, dostrzeganych na niebie. Jednakże, według myśli Newtona, ogół ruchów astronomicznych jest wielkim, lecz przecież tylko szczególnym przykładem prawdziwości zasad jeszcze ogólniejszych, mianowicie *zasad dynamiki*. Dynamika jest nauką o ruchu dowolnych, małych czy wielkich, ciał materjalnych. Newton wypowiedział prawa dynamiki i zbudował tym sposobem naukę, którą w sto lat po nim Lagrange doprowadził do doskonałości.

Lagrange rzekł o Newtonie, że był on «nietylko największym, lecz i najszczęśliwszym z pomiędzy myślicieli»; albowiem «tylko raz można odkryć fundamentalne prawa zjawisk w przyrodzie». W istocie, zasady dynamiki Newtona przez dwieście lat przechowały się w nauce bez zmiany. Dopiero spółczesne nam badania, dokonane w innych dziedzinach fizyki, w teorji promieniowania, w teorji zjawisk elektromagnetycznych, rozszerzają obecnie nasz widnokrąg poznania. Wiemy dzisiaj, że, mimo swej potęgi, zasady Newtona są tylko krańcowym wyrazem (a zatem przypadkiem szczególnym) szerszych praw, wnikających znacznie głębiej w treść rzeczywistości.

§ 33. Newton. Działania i siły dynamiczne.

Izaak Newton urodził się na Boże Narodzenie 1642 roku; ojcem był mu skromny rolnik w Woolsthorpe, wiosce w Lincolnshire, niedaleko miasteczka Grantham leżącej. Za radą wykształconego wuja oddany w 19-ym roku życia do *Trinity College* (części uniwersytetu) w Cambridge, zjednał sobie wkrótce podziw powszechny; w roku 1669-ym objął już katedrę w tym słynnym uniwersytecie. W latach 1665 i 1666, z powodu panującej zarazy, zamknięto szkoły w Cambridge. Newton, który spędził ten czas w domu rodzinnym, dokonał wówczas odkryć, po wszystkie czasy pamiętnych. Stworzył tam różniczkowy i całkowy rachunek i nieporównanym tym czynem dał początek nowoczesnej analizie matematycznej. Tam także zrozumiał zasadnicze *prawa ruchu* ciał materjalnych i gdy je sformułował, położył

fundament pod budowę dynamiki. I tam wreszcie przeniknął, że istnieje we wszechświecie *grawitacja* czyli ciążenie powszechne, którego odkrył prawo proste i dokładne. Te i inne jeszcze zdobycze genjuszu zebrał i ogłosił w słynnem dziele *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, które ukazało się w Londynie w roku 1687. Od pojawienia się tego dzieła na widok publiczny zaczyna się istnienie ścisłej nauki o zjawiskach, odbywających się w świecie fizycznym.

Jakiż był bieg myśli Newtona? Za jego czasów oddawna wiedziano, że kula ziemska, księżyc, planety (jak Wenus, Mars i inne) są to bryły olbrzymie, które różnią się tylko ogromem od gór, skał, głazów i kamieni, słowem od pospolitych ciał materjalnych, z któremi miewamy wciąż do czynienia na ziemi. Jakże poruszają się pospolite ciała na ziemi? nie dostrzegamy, by one krążyły bez końca po torach zawiłych. Musimy rozważyć okoliczności ruchu ziemskich ciał materjalnych, ażeby ogólne *prawa ruchu* przeniknąć.

Dostrzegamy codziennie, że można *poruszać* rozmaite przedmioty. Woły ciągną pług, który pruje glebę i odwraca skiby; koń ciągnie wóz naładowany; lokomotywa wprawia w ruch szereg wagonów; człowiek pcha taczki, kręci koło lub, siadłszy w czółnie, posuwa się wraz z niem po powierzchni wody. Z uderzenia kija lub młotka wynika ruch kuli na bilardzie albo w krokiecie; kółka w zegarku kręcą się, wskazówki na jego tarczy posuwają się pod naciskiem sprężyny; pocisk, pod działaniem naboju, wybiega z armaty z nadzwyczajną prędkością. Możemy przytoczyć wiele podobnych przykładów. Mówimy więc, uogólniając, że: *działanie* niektórych ciał nadaje ruch innym ciałom albo też zmienia ich ruch, który był się już przedtem odbywał. Powiadamy dokładniej, że: *działanie pewnych ciał zmienia bądź wartość prędkości, bądź kierunek prędkości, bądź wreszcie zarazem wartość i kierunek prędkości innych ciał materjalnych.*

Jeżeli my sami jesteśmy ciałem, wpływającem w ten sposób na ruch innych ciał materjalnych, czujemy wówczas, że, podczas wspomnianego działania, mięśnie nasze dokonywają pewnego *wysiłku*. Czujemy dobrze wysiłek, gdy coś ciągniemy albo popychamy, gdy coś uciskamy albo ugniatamy, gdy coś skręcamy albo wyciągamy, gdy coś dźwigamy albo wyrzucamy do góry. Powiadamy w tych przypadkach, że *wywieramy siłę*. Pojęcie *siły* czerpiemy zatem pierwotnie z pamięci własnego mięśnio-

wego wysiłku; a poczucie tego wysiłku jest wszystkim znane tak dobrze, że jego świadomość nie zyskałaby na jasności przez opisywanie go w słowach. W tem rozumieniu wyraz *siła* nie wymaga zatem określeń.

Ale przed chwilą widzieliśmy (i przekonywamy się o tem codziennie), że nietylko człowiek i nietylko pociągowe zwierzęta mają możność i zdolność wywierania siły. Może ją wywrzeć wiatr albo wicher, który obraca młyny, wydyma żagle lub wzbija tumany pyłu w powietrzu. Może ją wywrzeć woda w potoku płynąca, kula wystrzelona ze strzelby, wagon rozpędzony po szynach, każde wogóle ciało, które, jak mówimy, *ożywione jest* ruchem. Wiemy także, że rozmaite inne ciała mogą wywierać siłę; naprzykład magnes, który przyciąga opiłki żelazne, pałeczka szklana naelektryzowana, skręcona sprężyna, wyciągnięta taśma kauczukowa, ściśnięte powietrze, para wodna w machinie parowej, gaz wytwarzany w motorze automobilu. W tych i w wielu innych przypadkach mówimy, że wywierane są pewne *siły*; lecz oczywiście w tych razach nie może być mowy o mięśniowym wysiłku. A zatem musimy w fizyce *rozszerzyć* pierwotny zakres pojęcia siły.

Skoro pragniemy w nauce rozszerzyć zakres pewnego pojęcia, musimy podać nowe, obszerniejsze jego określenie. To określenie powinno być jasne, dokładne, ilościowe; powinno być niezależne od wrażeń jednej osoby i mieć dla wszystkich to samo znaczenie. Ażeby uzyskać takie określenie naukowego pojęcia *siły*, przypatrzmy się ponownie przykładom zjawisk, w których pewne ciała zmieniają wartość, albo kierunek, albo i wartość i kierunek prędkości innych ciał materjalnych.

§ 34. Działanie ciał materjalnych jest zawsze wzajemne.

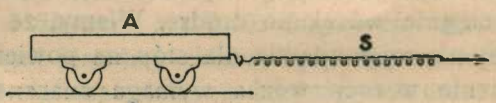
Człowiek ciągnie wózek po drodze. Wiemy, że nie mógłby ciągnąć, gdyby nie miał oparcia dla stóp na powierzchni ziemi. Jeżeli wprawienie w ruch wózka wymaga znacznego wysiłku, dostrzegamy wyraźnie, iż człowiek mięśniami nóg odpycha się, w kierunku ruchu, od nierówności gruntu, o które się oparł. Lecz jakże odpycha się od tych nierówności? uciska je mocno. Wie z doświadczenia (choć może nie uświadamia sobie tej wiedzy), że właśnie wówczas, gdy naciśnie, sam odepchnięty zosta-

nie. Im mocniej przyciśnie, tem silniej zostanie popchnięty w przeciwnym kierunku.

Gdy płynie statek parowy, machina porusza w nim koła łopatkowe lub śrubę w taki sposób, jak gdyby chciała zgnieść albo ścisnąć warstwy wody najbliżej leżące. Na *działanie,* zmierzające ku takiemu celowi, woda odpowiada *przeciwdziałaniem* t. j. siłą, która wprawia w ruch cały statek. Ptak podobnie bije skrzydłami powietrze, ażeby przez chwilę wesprzeć się na niem; uderzona i ściśnięta, najbliższa warstwa powietrza odpowiada przeciwdziałaniem, skierowanem ku górze. W próżni ptak albo samolot nie mógłby szybować; o próżnię *nie* można się oprzeć. Po nadzwyczaj gładkiej albo śliskiej posadzce lub po równej tafli lodowej bardzo trudno jest ciągnąć.

Wyobraźmy sobie, że umieściliśmy się w huśtawce i że wyrzucamy ułożone w niej kamienie. Huśtawka cofa się za każdym rzutem. Gdy wywieraliśmy siłę na kamień, kamień wywierał siłę przeciwną na nas a przez nas na huśtawkę. Armata lub strzelba cofa się podobnie przy każdym strzale. Magnes przyciąga kawałek żelaza, ale jest też nawzajem przyciągany przez żelazo; dosyć umieścić te ciała na korkach, pływających po wodzie, ażeby przekonać się o wzajemności przyciągań, o zobopólnem działaniu. Wprawiajmy w ruch koło rozpędowe masywne, osadzone na osi. Dopóki przyśpieszamy obrót lub go zwalniamy, czujemy, że koło opiera się, doznajemy przeciwdziałania od poruszającego się ciała. Doznajemy zatem tego przeciwdziałania wówczas i tylko wówczas, gdy sami na koło wywieramy działanie; jeżeli koło kręci się jednostajnie, działanie nasze staje się niepotrzebne; wraz z niem znika i przeciwdziałanie.

Wyobraźmy sobie wózek *A* (rys. 39), do którego przymocowana jest sprężyna *S*; przypuśćmy, że wózek stoi na stole poziomym i gładkim i porusza się



Rys. 39.

niemal bez tarcia. Ciągnąc swobodny koniec sprężyny, możemy ją wyciągnąć czyli wydłużyć. Wyciągnięta sprężyna usiłuje, jak wiadomo, powrócić do pierwotnej długości; będzie zatem ciągnęła wózek w kierunku strzałki, będzie wywierała siłę na wózek. Ale dopóki ciągniemy, dopóki porusza się wózek, sprężyna pozostanie *wyciągnięta*. Wiemy, że nie można wyciągnąć sprężyny inaczej,

jak ciągnąc końce w strony przeciwne; zatem widzimy, że, kiedy sprężyna działa na wózek pewną siłą w kierunku strzałki, wózek odpowiada działaniem, skierowanem w przeciwnym kierunku.

Podobnych spostrzeżeń możemy mnóstwo uczynić, obserwując ruch ciał i działanie jednych na inne. Wyprowadzamy z nich wniosek, który Newton wygłosił jako jednę z naczelnych zasad dynamiki. *Działanie ciał materjalnych jest zawsze zobopólne, wzajemne*; gdy ciało *A* działa na ciało *B*, jednocześnie ciało *B* działa na ciało *A*. Jak widzimy na przytoczonych przykładach, *działania są zawsze skierowane w strony przeciwne.* Jeżeli ciało *A* przyciąga ciało *B* ku sobie, tedy nawzajem ciało *B* ciągnie ku sobie ciało *A*. Jeżeli *A* odpycha ciało *B* od siebie, wówczas nawzajem ciało *B* odpycha od siebie ciało *A*. W twierdzeniach, które wypowiedzieliśmy, zawiera się *część* podstawowej zasady dynamiki, zasady *wzajemnego oddziaływania ciał materjalnych na siebie* albo *działania* i *przeciwdziałania*; zasada ta nazywa się także *trzeciem prawem ruchu* Newtona. Mówimy, że w tych twierdzeniach zawiera się tylko *część* owej zasady; zobaczymy istotnie (w § 36-ym), że one wymagają jeszcze ważnego uzupełnienia.

Siłą nazywamy każde z dwóch działań, z których składa się całość wzajemnego oddziaływania na siebie dwóch ciał materjalnych. Wyobraźmy sobie parę ciał: *A*, *B*; działanie pomiędzy niemi jest zobopólne. Powiadamy, że ciało *A* działa na *B* pewną siłą, że ciało *B* działa na *A* pewną siłą, wprost przeciwną poprzedniej. Gdy rozważamy ruch ciała *B*, możemy nie wymieniać wyraźnie ciała *A*, które działa na *B*; możemy i o tem przemilczać, że jednocześnie ciało *B* działa na *A*. Lecz będzie to tylko skrócony sposób wyrażania się. W istocie siła jest tylko *jednostronnym* objawem wzajemnego oddziaływania na siebie ciał materjalnych; objawem, dostrzeganym ze stanowiska bądź jednego, bądź drugiego z pomiędzy ciał działających. Powiadamy niekiedy, że ciało *A* wywiera siłę na ciało *B*; innym razem, dla wygody rozumowania, możemy powiedzieć przeciwnie, że ciało *B* wywiera siłę na *A*. Czy jednak wyrażamy się w pierwszy sposób czy w drugi, wypowiadamy w istocie ten sam fakt; tylko spoglądamy wówczas na ten fakt z przeciwnych stanowisk. Zupełnie podobnie, powiada J. Clerk-Maxwell, pewną wymianę możemy nazwać bądź *sprzedażą* bądź *kupnem*, gdy ją rozważamy z przeciwnych punktów widzenia.

§ 35. Drugie prawo ruchu Newtona.

Całość wzajemnego oddziaływania na siebie dwóch ciał materjalnych składa się zatem z dwóch sił czyli z dwóch działań sobie przeciwnych. Jakaż jest *ilościowa miara* tych działań?

Jak powiedzieliśmy (§ 33), działanie ciał zmienia wartość albo kierunek prędkości innych ciał materjalnych. Owóż miarą szybkości, z jaką w pewnej chwili zmienia się wartość albo kierunek prędkości poruszającego się ciała, jest (jak wiemy z rozdziału pierwszego) *przyśpieszenie* tego ciała. Widzieliśmy, że przyśpieszenie jest wektorem, którego wartość i kierunek wyraża sposób, w jaki *prędkość* w danej chwili *rośnie* lub *maleje* a ponadto, być może, *wykręca się w przestrzeni.*

Skoro działanie ciał materjalnych polega na zwiększaniu, zmniejszaniu lub wykręcaniu prędkości innych ciał materjalnych, więc *możemy uznać chwilowe przyśpieszenie ciała za miarę działania lub siły, która w danej chwili jest wywierana na ciało. Siła, przyłożona do ciała, ma zmieniać się w tym samym stosunku jak przyśpieszenie, czyli ma być wprost proporcjonalna do przyśpieszenia.* Siła, wywierana w pewnej chwili przez ciało *A* na ciało *B*, ma być wprost proporcjonalna do przyśpieszenia ciała *B* w tejże chwili; siła, wywierana przez ciało *B* na ciało *A*, ma być wprost proporcjonalna do przyśpieszenia ciała *A* w danej chwili.

Rys. 40.

Ale, jak powiedzieliśmy, przyśpieszenie jest wektorem, który ma nietylko pewną wartość liczbową, lecz zawsze pewien kierunek. *Siłę poczytujemy więc również za wektor, któremu nadajemy kierunek przyśpieszenia.*

Dopóki rozważamy ruch określonego ciała *C*, które podczas ruchu nie zmienia się wcale, dopóty chwilowe przyśpieszenie ciała *C* uważamy za miarę siły, która właśnie działa na ciało. Wyobraźmy sobie jednakże, że ciała *C* przybywa albo ubywa podczas ruchu; jaki jest wówczas związek pomiędzy przyśpieszeniem a siłą? Na sznurkach (rys. 40) zawieszamy (podobnie jak wahadło) butelkę, którą wypełniamy rtęcią. Im więcej rtęci znajduje się w butelce, tem trudniej jest ją poruszyć; im rtęci jest mniej, tem poruszyć ją łatwiej. Powiadamy

dokładniej: im więcej rtęci znajduje się w butelce, tem większej siły F potrzeba, ażeby ciału nadać pewne określone przyśpieszenie f; im mniej rtęci tam się znajduje, tem mniejsza siła F wystarcza, ażeby wytworzyć określone przyśpieszenie f. Stąd wnosimy, że siła F zależy wprawdzie od przyśpieszenia f, ale *nie* zależy *wyłącznie* od niego; siła F musi zależeć jeszcze od pewnego innego czynnika. Oznaczmy ów inny czynnik (który niebawem bliżej poznamy) przez m i napiszmy równanie:

1. $$F = mf.$$

Dopóki nie dolewamy ani nie odlewamy rtęci, siła F, jak wiemy, pozostaje proporcjonalna do przyśpieszenia f. Jeżeli więc przyśpieszenie wynosi $f_1, f_2, f_3 \ldots$ w chwilach $t_1, t_2, t_3 \ldots$, siła zaś ma wówczas wartości $F_1, F_2, F_3 \ldots$, tedy:

2. $$\frac{F_1}{f_1} = \frac{F_2}{f_2} = \frac{F_3}{f_3} = \ldots;$$

to zaś, wobec związku (1), wymaga, ażeby m była ta sama. Jeżeli dolejemy rtęci do flaszki, siła F, sprawiająca dane przyśpieszenie f, staje się większa; zatem m wówczas wzrosła. Jeżeli odlejemy rtęci, okazuje się, że siła F, sprawiająca dane przyśpieszenie f, jest mniejsza; zatem m zmalała. Wielkość m zależy więc od ilości rtęci w butelce; wolnoby nam było wybrać za m naprzykład objętość rtęci, zawartej w naczyniu.

Uogólnijmy teraz zasadę naszych doświadczeń. Wyobraźmy sobie dwa ciała C_1 i C_2 różnej natury; naprzykład koło rozpędowe żelazne (C_1) i drugie, równie wielkie, drewniane (C_2), z których każde kręci się jednakowo łatwo na osi; albo wagonik, wyładowany węglem (C_1) i drugi, równej objętości, wypełniony trocinami (C_2), które obadwa stoją na szynach; albo jeszcze, wracając do wózka, wyobrażonego na rys. 39-ym, przypuśćmy, że umieściliśmy na nim kulę ołowianą (C_1), innym zaś razem korkową (C_2). Popchnijmy jednakowo mocno wagoniki C_1 i C_2; pokręćmy w jednakowy sposób obadwa koła C_1 i C_2; pociągajmy wózek C_1 i wózek C_2 (rys. 39) jednakowym mięśniowym wysiłkiem (o czem wyciągnięcie sprężyny może zaświadczyć). Przekonamy się, że przyśpieszenia f_1 i f_2, wytworzone w tych razach przez tę samą siłę F w ciałach C_1 i C_2, są niejednakowe. Napiszemy więc teraz

3. $$F_1 = m_1 f_1; \quad F_2 = m_2 f_2$$

rozumiejąc tutaj przez m_1 cechę, charakteryzującą ciało C_1; przez m_2 cechę, charakteryzującą C_2. Tą cechą w przypadku rtęci w butelce mogła być jej objętość, albowiem rtęć dolewana lub odlewana nie różni się od pozostającej; ale dla ciał różnych m oczywiście *nie* może być objętością. Powiadamy, że m jest *nową* cechą czyli własnością ciał, którą poznajemy w zjawiskach ruchu; nazywamy ją *masą*. Dopóki ciało nie zmienia się, masa jego pozostaje stała; ciało podczas ruchu może mieć rozmaite przyśpieszenia, świadczące o działaniu odpowiednich sił, lecz masa nie zależy od przyśpieszenia, ani od siły; masa ciała nie zmienia się, dopóki natura ciała nie ulegnie zmianie. Każde jednak odmienne ciało C_1, C_2, C_3... posiada też masę m_1, m_2, m_3... *inną*, odmienną.

Równania (1), (2), (3) wyrażają t. zw. *drugie prawo ruchu* Newtona. Zasada ta mówi, że wartości: siły F, działającej na ciało i przyśpieszenia f, które ono posiada, jeżeli zmieniają się z biegiem czasu, pozostają proporcjonalne do siebie; spółczynnikiem proporcjonalności jest masa m ciała, która jest cechą stałą, w ruchu niezmienną, charakteryzującą dane ciało, dla rozmaitych ciał różną.

Posłużyliśmy się tutaj wyrazem *masa* w tem samem znaczeniu, które nadajemy mu w języku potocznym. Nazywamy ciało *masywnem*, jeżeli dana siła wytwarza w niem stosunkowo nieznaczne przyśpieszenie; lub jeżeli, dla nadania ciału danego przyśpieszenia, potrzeba siły stosunkowo znacznej. O takiem ciele nieraz co prawda mówią ludzie, że «jest ciężkie»; ale podobny sposób wyrażania się nie jest poprawny. Kto nie dostrzega różnicy między dwiema różnemi własnościami materji, pomiędzy *ciężarem* a *masą*, ten nie zrozumiał głębokiej prawdy, tkwiącej w zasadach dynamiki.

§ 36. Zasada działania i przeciwdziałania.

Jak w § 34-ym, wyobraźmy sobie dwa ciała materjalne A i B, które okazują w pewnej chwili przyśpieszenia f_A i f_B. Oznaczmy przez m_A i m_B masy tych ciał. Ciała A i B wywierają w owej chwili na siebie siły następujące:

1. siła, wywierana na A przez B: $F_{AB} = m_A f_A$
2. siła, wywierana na B przez A: $F_{BA} = m_B f_B$.

Wiemy, że siły F_{AB} i F_{BA} są zawsze skierowane przeciwnie (§ 34). Ale oprócz określonego *kierunku*, każda siła ma pewną *wartość* (por. § 35). Czy niema związku pomiędzy wartościami sił F_{AB} i F_{BA}?

Newton pierwszy zrozumiał, że możemy zawsze wyobrażać sobie, iż te wartości są sobie równe:

3. $$F_{AB} = F_{BA}.$$

Z równań (1), (2) i (3) wynika

4. $$m_A f_A = m_B f_B$$

czyli

5. $$f_A : f_B = m_B : m_A.$$

W ciągu ruchu ciał A i B przyśpieszenia f_A i f_B przybierają wogóle coraz nowe wartości; natomiast stosunek m_B/m_A jest niezmienny. A zatem, według równania (5), zmienne z czasem wielkości f_A i f_B muszą zachowywać stosunek *stały*. Stwierdzamy, że tak jest *zawsze*, bez żadnego wyjątku. Planeta i słońce, kula ziemska i księżyc, żelazo i magnes, woda i wiosło, skrzydło ptaka i powietrze, huśtawka i kamień, armata i pocisk, listki elektroskopu, które rozchylają się, wszystkie słowem ciała na niebie i ziemi są temu prawu posłuszne. Żeglarz i astronom, inżynier i fizyk zasadzają się na niem codziennie i sprawdzają je nieustannie. Winniśmy podziwiać Newtona, gdy pisze: *mutationes velocitatum, in contrarias itidem partes factae... sunt corporibus reciproce proportionales*; w tych kilku słowach Newton odgaduje prawdę powszechną.

Spójrzmy na tę prawdę niejako od strony odwrotnej. Skoro przyśpieszenia f_A i f_B ciał A i B, działających na siebie, zachowują w ciągu ruchu stały stosunek, przeto ów stosunek f_A/f_B możemy *uznać* za odwrotny stosunek ich mas; możemy założyć (5) jako *określenie* stosunku m_B/m_A. Zmierzywszy f_A/f_B, otrzymujemy wówczas m_B/m_A. Możemy wybrać ciało A w taki sposób, ażeby m_A była *jednostką masy*; kładąc $m_A = 1$, otrzymujemy wartość m_B ze stosunku f_A/f_B. Widzimy zatem, że moglibyśmy zmierzyć tą drogą, przynajmniej w zasadzie, masę każdego ciała. Ale mamy w praktyce dogodniejsze w tym celu metody.

Pewna dodatkowa uwaga jest tutaj potrzebna. Wyobraźmy sobie parę ciał A, B; zmierzywszy stosunek przyśpieszeń f_A/f_B, wyprowadziliśmy zeń odwrotny stosunek mas m_B/m_A oraz (jeżeli $m_A = 1$) samą masę m_B. Niechaj teraz będzie dana inna para ciał A, C; przy pomocy podobnych pomiarów znajdujemy masę m_C. Tak znaleziona m_C pozostaje w pewnym stosunku do m_B; przypuśćmy naprzykład, że znaleźliśmy $m_C = 5m_B$. Spróbujmy sprawdzić ten wynik. Zbliżamy do siebie ciała B i C, natomiast A oddalamy daleko; obserwujemy wówczas wzajemne oddziaływanie pomiędzy ciałami B i C, oddziaływanie, któremu wpływ ciała A nie przeszkadza. Zbadawszy przyśpieszenia, które B i C okazują w takich warunkach, otrzymujemy znowu stosunek ich mas. Czy jednak znajdziemy

znowu $m_C = 5m_B$, jak poprzednio? Mierzymy obecnie m_C/m_B bezpośrednio; dawniej wymierzaliśmy ten stosunek za pośrednictwem masy m_A. Tylko doświadczenie może przekonać nas o tem, że w obu razach wartość stosunku m_C/m_B wypada ta sama. Ale takich lub podobnych doświadczeń dokonano tysiące od czasów Newtona.

Wypowiedzieliśmy już całkowicie trzecią zasadę dynamiki; obecne twierdzenie (3) albo (4) jest uzupełnieniem, które zapowiedzieliśmy w § 34-ym.

Trzecia zasada dynamiki jest krótkiem i ścisłem streszczeniem olbrzymiego zasobu doświadczeń; jest zarazem źródłem pojęcia *masy*. Druga zasada jest określeniem pojęcia siły. Uczmy się wszędzie odróżniać *określenia* od *twierdzeń*. Określenia są zależne od powszechnej zgody ludzi myślących; one stwarzają język nauki ale nie wzbogacają wiedzy. Treścią nauki są twierdzenia, oparte na doświadczeniu i z doświadczeniem zgodne; one nie zależą od woli uczonych, od postanowień choćby całej ludzkości. Możnaby bez niedorzeczności wyobrazić sobie, że zwołani na kongres uczeni postanowiliby (gdyby okazała się tego potrzeba), iż mamy przez wyraz *siła* rozumieć odtąd, nie iloczyn przyśpieszenia przez masę, lecz jakąś inną wielkość, inne dynamiczne pojęcie; ale uchylić treść trzeciego prawa Newtona, zmusić słońce czy pyłek, ażeby mu nie były posłuszne, to nie jest w mocy niczyjej.

Niejednokrotnie czytujemy w książkach, że *masa* jest to «ilość materji» albo, że *siła* jest to «przyczyna, która zmienia stan spoczynku lub ruchu». Takie określenia nie przynoszą pożytku; «ilość materji» oraz «przyczyną, zmieniająca stan spoczynku lub ruchu» są to wyrazy bez treści. Na zasadzie takich określeń nikt nie potrafi zmierzyć pewnej siły lub wyznaczyć masy. Siła i masa są to *pojęcia*, więc niejako znaki albo narzędzia naszego myślenia. Niedorzecznością byłoby powiedzieć, że znak + jest przyczyną dodawania, że znak 100° C jest przyczyną, iż woda gotuje się. O *przyczynach* ruchu fizyka nic nie wie, nie może wiedzieć i wiedzieć nie chce.

§ 37. Dalsze uwagi nad zasadą działania i przeciwdziałania.

Musimy dokładnie zrozumieć zasadę działania i przeciwdziałania, ponieważ ona jest fundamentem dynamiki. Spróbujmy rozproszyć wszelką niejasność, która w niej mogłaby może pozostać.

Oczywistą jest rzeczą, że dwie siły, równe i przeciwne sobie, muszą się równoważyć czyli znosić wzajemnie, *jeżeli działają na to samo ciało*. Przypuśćmy, że człowiek X popycha ciało C na prawo, jednocześnie zaś inny człowiek Y pcha to samo ciało C równie mocno na lewo; wówczas C oczywiście nie poruszy się wcale. Lecz trzecia zasada dynamiki tyczy się *innego* zjawiska. Dwa ciała A i B działają na siebie; powiadamy, że siły F_{AB} i F_{BA}, wywierane przez te ciała, są sobie przeciwne i równe.

Siła F_{AB} działa na ciało A, siła F_{BA} działa na ciało B; te dwie siły *nie* są przyłożone do tego samego ciała, lecz do dwóch różnych ciał; o znoszeniu się tych sił nie może być mowy.

Koń ciągnie wóz, do którego jest zaprzężony; przypuśćmy, że ciągnie go za pośrednictwem rzemieni, sznurów czy pasów uprzęży. Te sznury lub pasy, gdy koń ciągnie, są naprężone, napięte. Skoro nie można napiąć sznura inaczej, jak ciągnąc jego końce w strony przeciwne, więc powiadamy: koń ciągnie wózek, lecz jednocześnie wózek ciągnie konia. Przypuśćmy, że N jest siłą, którą koń wywiera na wózek; według trzeciego prawa ruchu, wózek nawzajem wywiera na konia siłę N równie znaczną i skierowaną przeciwnie. Jeżeli zobopólne działania są sobie równe, *czemuż tedy koń zwycięża w walce* ze sprzeciwiającym się wózkiem?

Nie zapominajmy o tem, o czem już wspominaliśmy na wstępie § 34-go: ażeby ciągnąć, koń musi mieć oparcie dla kopyt; koń wspiera się o nierówności gruntu, o kamienie, o piasek i odpycha się od nich w kierunku ruchu. Po gładkim asfalcie koń trudno ciągnie; w razie gołoledzi ślizga się, nie znajduje dla kopyt oparcia. Ażeby odpychać się od nierówności gruntu lub innej podstawy, o którą się wspiera, koń ją uciska; doznaje wówczas przeciwdziałania, które wprawia go w ruch. Podobnie, gdy chcemy podnieść się na palcach, uciskamy posadzkę. Niechaj F oznacza siłę, którą koń wywiera na podstawę kopyt i której wzajemnie od niej doznaje. Dopóki F jest mniejsza niż N, koń *nie* ciągnie. Wzmagając wysiłek mięśni, koń wzmaga przeciwdziałanie podstawy; skoro F stanie się większa niż N, koń poczyna iść naprzód. Jakie siły działają na wózek? Przedewszystkiem wspomniana siła N, która ciągnie naprzód; następnie różne opory i tarcia, które działają w przeciwnym kierunku. Gdy N przeważa ponad temi hamującemi wpływami, wózek rusza z miejsca.

§ 38. *Zasada zachowania masy.*

Określone ciało materjalne ma zawsze tę samą, określoną masę. Wiemy, że na dane ciało mogą działać rozmaite siły; naprzykład ciężkość (czyli przyciąganie ziemi), ciążenie powszechne (np. przyciąganie słońca lub księżyca); siły mięśniowe, wywierane przez człowieka lub zwierzę; siły sprężyste, kapilarne, elektryczne, magnetyczne. Jakakolwiek jest natura siły, która sprawia w ciele przyśpieszenie, masa ciała, obliczona z równania (1) § 35-go lub z równania (5) § 36-go, wypada zawsze ta sama. Masa ciała nie zależy również od tego, czy ono jest zimne czy gorące; masa nie zależy od temperatury. Masa ciała nie zmienia się, czy ciało jest oświetlone czy ciemne; nie zmienia się, jeśli w jego łonie odbywają się chemiczne reakcje. Masa ciała tylko wówczas zmienia się, gdy materja wpływa zzewnątrz do niego lub też nazewnątrz z niego odpływa. Trwałość i niezmienność

masy, którą wyraziliśmy w zdaniach powyższych, stanowi treść prawa, zwanego *zasadą zachowania masy.*

Słynny chemik francuski Antoni August Lavoisier (1743—1794) orzekł pierwszy, że chemiczne reakcje nie zmieniają całkowitej sumy mas wszystkich ciał, które biorą w nich udział. Wygłosiwszy to prawo, Lavoisier stworzył metodę ilościowego badania, która w chemji jest fundamentalna: metodę, zasadzającą się na *ważeniu.* J. S. Stas stwierdził, że dokładność prawa Lavoisiera rozciąga się conajmniej do 0·00001 części sumy mas, która ma pozostawać niezmienna. Inni uczeni posuwają tę granicę jeszcze dalej; jakkolwiek z niektórych nowszych badań wynikły pewne w tej mierze wątpliwości, w zwykłej jednak dynamice możemy bez obawy uważać prawo zachowania masy za zupełnie dokładne.

§ 39. Punkt materjalny.

W rozdziale I-ym wytłumaczyliśmy, w jakiem znaczeniu mówimy w kinematyce o ruchu punktu, o prędkości punktu, o jego przyśpieszeniu. W podobnym celu posługujemy się w dynamice pojęciem punktu. Mówimy w tej nauce o masie punktu, o siłach, które działają na punkt lub które on na inne punkty wywiera. Wyrażając się w taki sposób, życzymy sobie, ażeby *punkt* wyobrażał ciało i w niektórych względach mógł je w rozumowaniu zastąpić; dlatego przypisujemy mu masę, dlatego przypuszczamy, że wpływa na ruch innych punktów i sam od nich takich wpływów doznaje. Punkt, obdarzony takiemi własnościami, nazywamy w dynamice *punktem materjalnym.*

§ 40. Określenie grama; określenie litra.

Międzynarodowa jednostka masy, zwana *kilogramem,* została określona w umowie 1889-go roku w sposób następujący: kilogramem jest masa pewnego ciała *K,* wyrobionego z irydjoplatyny, które znajduje się w Biurze międzynarodowem Miar i Wag w Sèvres, pod Paryżem; ciało to nazywa się *międzynarodowym wzorcem kilograma.* W fizyce posługujemy się zwykle jedną tysiączną częścią kilograma; taka jednostka masy nazywa się *gramem* (w skróceniu gr).

Litrem, według tej samej międzynarodowej umowy, nazywa się objętość jednego kilograma chemicznie czystej wody, znajdującej się w temperaturze 4° C i pod ciśnieniem jednej atmosfery.

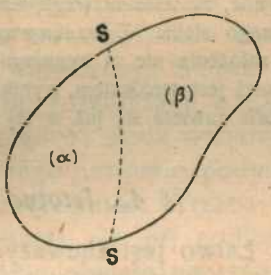
Według zasad, przyjętych w pierwotnym układzie metrycznym (§ 3), litr miał być równy sześciennemu decymetrowi; miał zatem zawierać tysiąc centy-

metrów sześciennych. Jednakże, według powyższego określenia, przyjętego w umowie międzynarodowej 1889-go roku, kilogram nie ma związku z masą sześciennego decymetra wody; zatem litr *nie* jest równy sześciennemu decymetrowi. Według pomiarów, dokonanych przez pp. Guillaume, Benoît i Buisson i innych uczonych francuskich, litr wynosi 1·000027 dm^3; jeżeli zatem wysoka dokładność nie jest niezbędna, możemy uważać litr w przybliżeniu za 1 dm^3 czyli za 1000 cm^3.

§ 41. *Prawo bezwładności.*

Wyobraźmy sobie bryłę sztywną, np. kamień; wykonajmy nad nim w myśli pewne doświadczenie. Próbujemy usunąć kamień z pod działania wszelkich ciał materjalnych. Zabieramy kamień z powierzchni ziemi, ona bowiem wywiera pewną siłę na kamień. Oddalamy kamień od ziemi, od planet, od słońca, od wszystkich gwiazd widzialnego wszechświata; zanosimy go w nieskończone przestworze, w próżnię zupełną, gdzie znikają wszystkie obce działania, wszystkie siły zewnętrzne. Jak zachowa się kamień? Jak się będzie poruszał?

Wyobraźmy sobie w łonie kamienia pewną powierzchnię *SS* (rys. 41), która dzieli go na dwie części: (α) i (β). Pomiędzy temi częściami pewne siły muszą być czynne, chociaż naszym dostrzeżeniom nie są bezpośrednio dostępne. Skoro te siły są czynne, stosują się zatem do trzeciego prawa dynamiki. Jeżeli część (α) popycha naprzód część (β), w takim razie (β) uciska część (α) wstecz równie mocno. Jeżeli część (α) pociąga część (β) na lewo, tedy część (β) ciągnie część (α) równie mocno na prawo. Ale kamień stanowi całość spójną, sztywną, *niezmienną*; nie możemy poruszyć zosobna (α), nie wprowadzając w ruch (β) i odwrotnie. Co zatem dzieje się z dwoma ciśnieniami, albo z dwoma ciągnieniami, które, na rozległości powierzchni *SS*, są wywierane przez część (α) na część (β), przez część (β) na część (α)? Z powodu spójni kamienia te siły zniosą się, zrównoważą się ściśle. Kamień zachowa się tak, jak gdyby nie działały w nim żadne siły *wewnętrzne*. Ale na kamień, który usunęliśmy z pod wpływu całej reszty świata, nie działają również żadne siły *zewnętrzne*. Mamy więc ciało, na które nie działają żadne siły, ani zewnętrzne,



Rys. 41.

ani wewnętrzne; jakże porusza się ono? Równanie (1) § 35-go odpowiada na to pytanie. Kładąc w tem równaniu $F = 0$, otrzymujemy $f = 0$; lecz jeżeli przyśpieszenie jest stale równe zeru, tedy, według rozdziału I-go, ruch jest prostolinjowy jednostajny, albo też nie odbywa się wcale. *Ciało, usunięte z pod wpływu ogółu ciał materjalnych, poruszałoby się ruchem prostolinjowym jednostajnym względem ogółu ciał, które nie wywierają na nie żadnego działania.* Przypadek spoczynku mieści się oczywiście w ogólniejszym przypadku ruchu prostolinjowego jednostajnego, ponieważ prędkość stała może, w szczególnym przypadku, być równa zeru.

Zostaliśmy doprowadzeni do wniosku, który nazywamy *prawem bezwładności* albo *pierwszą zasadą dynamiki.* Ruch prostolinjowy i jednostajny ciała, usuniętego z pod działania wszelkich sił, nazywamy *bezwładnym*; *bezwładnością* nazywamy własność ciał materjalnych, która wyrażałaby się w ich ruchu bezwładnym, gdyby on mógł odbywać się rzeczywiście.

W trzeciem prawie dynamiki twierdzimy, że każde ciało może udzielać innym ciałom przyśpieszeń; w pierwszem prawie orzekamy jednocześnie, że samemu sobie ciało nie może udzielać przyśpieszeń. Uważamy każde ciało za czynne, za *władne* względem innych ciał, za nieczynne i bezwładne względem samego siebie. Z rozumowania, podanego w niniejszym artykule, wnosimy, że te założenia nie są bynajmniej sprzeczne ze sobą. Przeciwnie, prawo bezwładności jest wnioskiem, wynikającym z zasady działania i przeciwdziałania i właściwie zawiera się już w tej zasadzie.

§ 42. Istotne znaczenie prawa bezwładności.

Łatwo jest zauważyć, że ani jednego ciała nie potrafimy usunąć z pod wpływu wszystkich pozostałych ciał materjalnych; dlatego niektórzy sądzą, ze prawo bezwładności tyczy się jakiegoś fikcyjnego, niemożliwego przypadku. W istocie rzeczy jednak nie troszczymy się o to, czy ruch ściśle bezwładny odbywa się gdziekolwiekbądź we wszechświecie. W dynamice musimy często rozwiązać zadanie następującej natury. Przypuśćmy, że w pewnej początkowej chwili $t = 0$ znamy położenie i ruch pewnego ciała M, którego masa jest znana. Przypuśćmy, że w późniejszej chwili t dane są siły F_{MA}, F_{MB}, F_{MC} i t. d., które są wywierane na ciało M, w tej chwili t, przez obce ciała $A, B, C\ldots$; przypuśćmy, że te siły w chwili początkowej $t = 0$ nie były przyłożone do ciała M. Chcemy przewidzieć, jak w chwili t ciało M poruszać

się musi. Ażeby to zadanie rozwiązać, powinniśmy wiedzieć, czy ciało M samo przez się spółdziała (i jak ono spółdziała) z siłami F_{MA}, F_{MB}, F_{MC} i t. d., które do niego są przyłożone. Zasada niezależności ruchów (§ 22) wraz z prawem bezwładności rozstrzyga tę sprawę. Nazwijmy dla skrócenia ruchem *własnym* ciała M ten ruch, który ciało M odbywało w chwili $t = 0$, gdy siły F_{MA}, F_{MB}, F_{MC} i t. d. nie były jeszcze do niego przyłożone. Prawo bezwładności orzeka, że ruch własny ciała M *trwa bez zmiany*, zachowywa się czyli nie ginie; podług § 22-go, *dodaje się on*, według twierdzenia o równoległoboku (§§ 22, 23, 24), do ruchu, wytwarzanego przez siły obce F_{MA}, F_{MB}, F_{MC} i t. d. Prawo bezwładności spełnia się więc nieustannie; możemy dopatrzeć się go w każdym ruchu brył materjalnych. Fikcja osamotnionego we wszechświecie ciała jest tylko wybiegiem, służącym do wypowiedzenia tego prawa w prostej i uderzającej postaci.

§ 43. Czy bezwładność materji sama przez się jest oczywista.

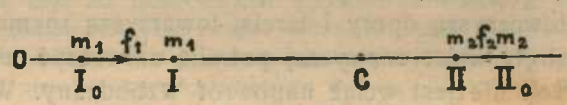
Prawda, zawarta w prawie bezwładności materji, sama przez się nie jest oczywista. Wszystkim rodzajom ruchu, dostrzeganym na ziemi, towarzyszą opory i tarcia, towarzyszą rozmaite hamowania i wstręty, które zazwyczaj potrafią zniweczyć ruch bardzo szybko, jeżeli nie jest wciąż napowrót wzbudzany. Wózek, popchnięty po bruku, zatrzymuje się rychło; rozkołysane wahadło albo dzwonek drgający uspakaja się wprędce; woda wzburzona w naczyniu układa się niebawem do równego poziomu; podmuch powietrza w zamkniętym pokoju ginie natychmiast. Trzeba ciągnąć kanapę lub skrzynię, ażeby posunęła się po podłodze; trzeba nieustannie wiosłować, ażeby czółno płynęło naprzód po stawie. Ruchy dokoła nas wyczerpują się, milkną. O tem wiedzieli Arystoteles i jego uczniowie i dlatego tak nauczali: ruch jest skutkiem, siła przyczyną; gdy znika przyczyna, skutek ginie; *cessante causa cessat effectus*. Ruch zamiera, gdy nie podsyca go, gdy wciąż nie wzbudza go siła. Ażeby trwać, każdy ruch wymaga działania siły, nawet ruch jednostajny. Tak uczyli filozofowie przez całe stulecia; mnóstwo ludzi niewykształconych jeszcze i dzisiaj sądzi podobnie. Dopiero Galileusz dostrzegł ten błąd i wyprowadził zeń ludzkość myślącą.

Trwanie ruchu wciąż hamowanego wymaga rzeczywiście nieprzerwanego działania siły. Ale *nie* każdy ruch jest hamowany;

ruch ziemi około słońca, obrót ziemi dokoła osi, nie są hamowane. Co więcej: niektóre ruchy są słabo hamowane, inne są mocno hamowane. Opory i tarcia są przeszkodą, są zakłóceniem ruchu; *nie* należą do jego istoty. Umieśćmy skrzynię na wałkach lub kanapę na rolkach a potoczą się łatwo; ustawmy wagon na szynach, rozpędzony mknie wówczas daleko; kula, która po suknie porusza się leniwie, biegnie chyżo po tafli szkła albo lodu. Wystarczy naoliwić łożysko koła rozpędowego, ażeby zrozumieć wielką myśl Galileusza; nieco oliwy obala scholastyczną dynamikę. Siedząc w rozpędzonym wagonie, hamowniczy całym wysiłkiem mięśni działa na hamulce, kiedy chce zmniejszyć prędkość wagonu i zatrzymać go w biegu; ów hamowniczy zna dobrze bezwładność materji, lepiej niż ci, którzy o niej tylko w książkach czytali.

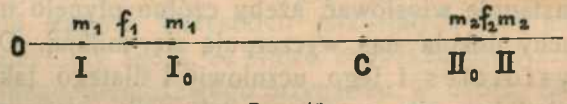
§ 44. O środku masy.

Wyobraźmy sobie dwa punkty materjalne, których masy są m_1 i m_2. W początkowej chwili $t = 0$ punkty znajdują się w spoczynku w miejscach I_0 i II_0 (rys. 42 lub 43) i wywierają na siebie



Rys. 42.

siły równe i przeciwne sobie. Jeżeli m_1 przyciąga ku sobie m_2, tedy nawzajem m_2 przyciąga m_1 (rys. 42); jeżeli m_1 odpycha m_2, tedy m_2 odpycha m_1 (rys. 43). Pod wpływem tych sił punkty



Rys. 43.

poczynają się poruszać. Jeżeli się przyciągają, zbliżają się ku sobie i po upływie pewnego czasu t znajdą się w miejscach I i II (rys. 42); jeżeli się odpychają, oddalają się od siebie i w chwili t będą zajmowały położenia I i II (rys. 43). Wybieramy na prostej $I_0 II_0$ punkt C w taki sposób, ażeby

1. $$I_0 C : C II_0 = m_2 : m_1.$$

Taki punkt C (tylko pomyślany, w którym masy niema) nazy-

wamy *środkiem masy* układu $m_1 m_2$. Udowodnimy niżej, że z trzeciej zasady dynamiki wynika następująca własność tego punktu: *środek masy nie porusza się, gdy punkty* m_1 i m_2 (*które były pierwotnie w spoczynku*) *poczynają poruszać się pod wpływem sił, które wywierają na siebie wzajemnie.* Naprzykład w chwili t punkt C będzie w tem samem miejscu jak w chwili $t = 0$ i będziemy mieli znowu

2. $$IC : CII = m_2 : m_1.$$

Przypuśćmy, że odstęp czasu t jest niezmiernie krótki. Oznaczmy przez f_1 i f_2 średnie przyśpieszenia punktów w tym odstępie. Czy punkty przyciągają czy odpychają się wzajemnie, mamy zawsze według § 36-go:

3. $$m_1 f_1 = m_2 f_2.$$

Oznaczmy przez v_1 i v_2 prędkości punktów w chwili t. Ponieważ początkowo punkty były w spoczynku, mamy $f_1 = v_1/t$, $f_2 = v_2/t$; zatem, podług (3)

4. $$m_1 v_1 = m_2 v_2.$$

Na linji prostej $I_0 II_0$ wybieramy dowolny punkt stały O, od którego liczymy wszystkie odległości x, naprzykład:

5. $$OI_0 = x_1^0; \quad OII_0 = x_2^0; \quad OI = x_1; \quad OII = x_2.$$

Na tej samej prostej wybieramy punkt C w taki sposób, żeby

6. $$(m_1 + m_2) x_C^0 = m_1 x_1^0 + m_2 x_2^0; \quad (m_1 + m_2) x_C = m_1 x_1 + m_2 x_2.$$

Skoro t jest czasem nadzwyczajnie krótkim, mamy, w przypadku rys. 42-go:

7. $$v_1 = (x_1 - x_1^0)/t; \quad v_2 = -(x_2 - x_2^0)/t.$$

Otrzymujemy z (7) i (4)

8. $$m_1 x_1 + m_2 x_2 = m_1 x_1^0 + m_2 x_2^0$$

co, według (6), znaczy:

9. $$x_C = x_C^0.$$

Tworząc podobnie v_1 i v_2 w przypadku rys. 43-go, otrzymujemy w tym razie znowu równanie (9). *Punkt C zatem* istotnie *nie porusza się wcale*, jak zapowiedzieliśmy. Z określeń (6) wypada

10. $$(x_C^0 - x_1^0) : (x_2^0 - x_C^0) = m_2 : m_1$$

11. $$(x_C - x_1) : (x_2 - x_C) = m_2 : m_1$$

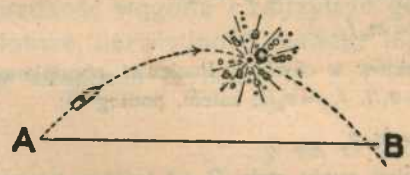
co jest zgodne z twierdzeniami (1) i (2).

W rozumowaniu powyższem mogliśmy byli powiedzieć, że prędkość v_C środka masy C jest równa zeru; lub że jego przyśpieszenie f_C jest równe zeru. Chociażby punkty m_1 i m_2 miały dowolne prędkości w chwili $t = 0$, twierdzenie $f_C = 0$ nie przestałoby być prawdziwe. Podobnie jak kamień, o którym była mowa w § 41-ym, środek masy układu $m_1 m_2$ porusza się ruchem *bezwładnym*,

jeżeli działają w tym układzie tylko siły *wewnętrzne* t. j. wzajemne siły pomiędzy punktami.

Każdy układ punktów materjalnych, każde ciało materjalne posiada środek masy; prawo ruchu tego środka, które tutaj poznaliśmy, jest zawsze prawdziwe, jeżeli w układzie są czynne tylko siły *wewnętrzne*; *środek masy układu albo spoczywa albo porusza się ruchem bezwładnym, jeżeli w tym układzie czynne są tylko siły wewnętrzne.*

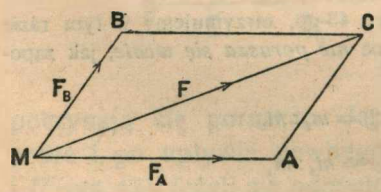
Powracając naprzykład do przypadków, wspomnianych w § 34-ym, mówimy, że w każdym z nich środek masy pozostaje w spoczynku; środek masy huśtawki i kamieni, magnesu i kawałka żelaza, armaty i pocisku, podczas ruchu tych ciał pozostaje w spoczynku. Gdyby armata wchłaniała pocisk w siebie, zamiast go wyrzucać ze siebie, posuwałaby się naprzód przy strzale. Człowiek, który zawisłby w próżni, gdzieś niezmiernie daleko od ziemi, słońca i gwiazd, nie poruszyłby swego środka masy, jakkolwiek poruszałby rękoma albo nogami. Gdyby lokomotywa wisiała na łańcuchach lub gdyby jej koła, w braku tarcia, ślizgały się po szynach, ruch tłoków wywoływałby tylko drgania różnych części i narządów maszyny, nie posuwając jej naprzód. Przypuśćmy, że wystrzelony z armaty granat, w chwili, w której wybucha, biegnie po krzywej *ACB* (rys. 44); jego części i cząstki rozpryskują się wówczas we wszystkie strony, ale środek masy *C* biegnie ruchem niezakłóconym po dotychczasowej orbicie, tak samo, jak gdyby granat nie był wybuchnął.



Rys. 44.

§ 45. Twierdzenie o równoległoboku sił.

Uzupełniamy teraz poprzedzające wiadomości w pewnym ważnym względzie. Może się zdarzyć, zdarza się nawet codziennie, że pewne ciało *M* pozostaje pod wpływem dwóch naraz ciał materjalnych; doznaje ono wówczas spółczesnego działania dwóch sił. Twierdzimy, że każda z tych sił działa niezależnie od drugiej; każda wytwarza w ciele *M* takie przyśpieszenie, jak gdyby pozostała siła nie istniała.



Rys. 45.

Przypuśćmy, że ciało *M* znajduje się pod wpływem dwóch ciał: *A* i *B*. Niechaj *MA* (rys. 45) wyobraża siłę F_A, którą ciało *A* wywiera na *M*; niechaj *MB* wyobraża siłę F_B, którą na *M* wywiera ciało *B*. Oznaczmy przez

f_A przyśpieszenie, które siła F_A nadałaby ciału M, gdyby ciało B nie istniało; oznaczmy przez f_B przyśpieszenie, które nadałaby ciału M siła F_B, gdyby ciało A nie było obecne; oznaczmy przez m masę ciała M. Z § 35-go wiemy, że

1. $$F_A = mf_A; \quad F_B = mf_B,$$

że kierunek siły F_A zgadza się z kierunkiem przyśpieszenia f_A, że kierunek siły F_B zgadza się z kierunkiem przyśpieszenia f_B. Umówiliśmy się przed chwilą, że MA i MB na rys. 45-ym mają wyobrażać siły F_A i F_B; lecz skoro przyśpieszenia f są proporcjonalne do sił F i skierowane jak one, zatem możemy przypuścić, że MA i MB na rys. 45-ym wyobrażają przyśpieszenia f_A i f_B; w tym celu musimy tylko założyć, że *skala* rysunku została odpowiednio zmieniona; zamiast być skalą sił, jak poprzednio, jest teraz skalą przyśpieszeń. Dodajemy teraz f_A i f_B do siebie geometrycznie, według zasad § 29-go; jeżeli MC jest przekątnią równoległoboku, którego bokami są MA i MB, MC w skali przyśpieszeń wyobraża przyśpieszenie *wypadkowe* f, które składa się geometrycznie ze składowych f_A i f_B. Wyobraźmy sobie siłę F, której wartość wynosi

2. $$F = mf$$

i której kierunek zgadza się z kierunkiem MC przyśpieszenia f. Powracając na rys. 45-ym od skali przyśpieszeń do skali sił, widzimy, że wektor MC wyobrazi wówczas siłę F co do wartości i co do kierunku. Siłę tę F nazywamy *wypadkową* sił *składowych* F_A i F_B, złożoną z nich geometrycznie. Powiadamy, że *siła wypadkowa tworzy się z sił składowych według zasady równoległoboku.*

Zasada równoległoboku stosuje się zatem do sił, podobnie jak, według §§ 24-go i 29-go, stosuje się do prędkości i do przyśpieszeń; ustanawia więc ona również sposób *rozkładania* sił, podobnie jak ustanawia sposób rozkładania prędkości i przyśpieszeń (§§ 25 i 29). Możemy tworzyć ukośne lub prostopadłe rzuty sił na kierunki danych osi, podobnie jak tworzyliśmy rzuty prędkości albo przyśpieszeń.

§ 46. Galileusz. Jak ciała upuszczone spadają.

«Przedstawiamy tu nową naukę o bardzo dawnym przedmio-
«cie. Od niepamiętnych czasów znany jest ruch; niemało pism

«o nim niebylejakich wydali filozofowie. Jednakże spostrzegłem «niektóre właściwości ruchu, które w wysokim stopniu zasługują «na uwagę; nie wiedziano o nich dotychczas lub niedosyć do«kładnie». Temi słowy rozpoczyna się rozdział trzeci, najważniejszy, dzieła Galileusza, ogłoszonego w Lejdzie 1638 roku p. t. *Discorsi e Demostrazioni matematiche intorno a due nuove Scienze,* lub raczej «dzień trzeci» rozpraw i rozstrząsań, poświęconych nowej nauce.

Była to istotnie nowa nauka o pospolitym przedmiocie. Codziennie przekonywamy się o tem, że otaczające nas ciała są *ciężkie*; że ciała te, gdy są upuszczone, spadają. Jak już Mach zauważył, filozofowie długo rozmyślali nad zapytaniem: *dlaczego* spadają? Dopiero Galileusz postawił sobie pytanie: *jak* spadają? Wszyscy wiedzą, powiada, że ciała tem prędzej biegną ku ziemi, im dłużej spadają; prędkość ruchu wzmaga się zatem w miarę spadania. Przypuśćmy, że w chwili $t = 0$ ciało ciężkie M zostało swobodnie upuszczone, bez żadnej początkowej prędkości; jaka może być prędkość v w dowolnej późniejszej chwili t? Po kilku odmiennych domysłach, które sam uznał za błędne, Galileusz przypuścił, że prędkość v jest proporcjonalna do czasu t, który upłynął od początku spadania. Jeżeli więc g oznacza pewną stałą czyli spółczynnik proporcjonalności, mamy

1. $$v = gt.$$

Ruch ciała M jest prostolinjowy i jednostajnie przyśpieszony (§§ 16, 17 i 19); przyśpieszenie ciała w tym ruchu jest stałe i równe spółczynnikowi g. Droga s, przebieżona od chwili początkowej $t = 0$, wynosi

2. $$s = \tfrac{1}{2} gt^2.$$

Z równań (1) i (2) wyprowadzamy

3. $$v^2 = 2gs.$$

Równania (1), (2) i (3) streszczają w sobie prawa, według których ciała ciężkie spadają swobodnie w próżni, bez początkowej prędkości. Wiemy z § 19-go, że te równania zgadzają się z doświadczeniem; że *przyśpieszenie ciężkości* g wynosi w Polsce około 981 cm/sek^2.

Zastosujmy jeszcze równanie (1) § 35-go do obecnego przypadku. Siłę F, która pobudza ciało do spadania, nazywamy jego

ciężarem. Oznaczając ciężar ciała przez *p* (od łacińskiego *pondus*), masę ciała przez *m* i pisząc *g* zamiast *f*, znajdujemy

4. $$p = mg.$$

Ciężar ciała jest proporcjonalny do masy; spółczynnikiem proporcjonalności jest przyśpieszenie ciężkości *g*.

Możemy teraz ocenić śmiałość i doniosłość założenia, które Galileusz bierze za punkt wyjścia. Perypatetycy nauczali, że trwanie ruchu, nawet jednostajnego, wymaga nieustannego działania siły (§ 43); byli zatem w kłopocie, gdy zapytywano: czemu spadające ciała biegną coraz prędzej ku ziemi? Według ich nauki, sama ciężkość nie wystarczała, ażeby wytwarzać ruch przyśpieszony. Ażeby uratować twierdzenie, na którem budowali całą dynamikę, arystotelicy uciekali się do dodatkowych, sztucznych przypuszczeń; mówili naprzykład, że powietrze «zamyka się» za ciałem ku ziemi biegnącem i pobudza je tym sposobem do coraz większej prędkości. Galileusz nie ukrywa pogardy, którą żywi dla podobnych pomysłów; wie dobrze, że powietrze przeszkadza, a nie pomaga, ruchowi ciał w niem spadających; nie waha się jednak w pierwszem przybliżeniu zaniedbać drobne zakłócenie, które opór powietrza do zjawiska spadania wprowadza. Galileusz rozumie, że ruch ciała spadającego musi być przyśpieszony *właśnie dlatego,* że działa na nie bezustannie siła ciężkości. Siła ciężkości ma wartość stałą i kierunek stały; zatem ruch ciała spadającego jest prostolinjowy i jednostajnie przyśpieszony. Taki jest bieg myśli Galileusza. Odgaduje on prawdę prostą i głęboką: *bynajmniej nie prędkość, ale przyśpieszenie jest objawem i jest miarą siły.* I oto widzimy, jak czyta tę prawdę w zamęcie zjawisk zmiennych i zawiłych; jak po raz pierwszy, co prawda tylko w szczególnym przypadku, pojmuje istotną treść drugiego prawa ruchu Newtona, w którem pośrednio i pierwsze się mieści.

Lecz kiedy już odgadł prawa zjawiska, Galileusz postanawia domysł swój *sprawdzić* i o jego słuszności przekonać i samego siebie i innych. Ucieka się do doświadczenia; dokonywa pomiarów nad sposobem spadania ciał ciężkich; ażeby ich dokonać, stwarza metody, wynajduje przyrządy. Choć w porównaniu do dzisiejszych mało dokładne, spostrzeżenia Galileusza są dostateczne, ażeby go utwierdzić w przekonaniu, że wpadł na trop prawdy. Tym sposobem jedno zjawisko, spadanie, zo-

stało ilościowo opanowane. Gdy Galileusz tego dokonał, giną zakręty dialektyki, rozpraszają się mgły scholastyczne; spadanie ciał ciężkich przestaje być niezrozumiałe. Stąd dla nas wynika ważna wskazówka. Myśli ludzkiej potrzeba niewzruszonego gruntu rzeczywistości, ażeby, zasadzając się na nim, umiała trwale budować; gdy zanadto oddalamy się od faktów, gubimy się zwykle w przestworzu bezbrzeżnem, bezkształtnem i niemal zawsze bezpłodnem.

Scholastyczna dynamika niewątpliwie gromadziła błędy na błędach; lecz i w niej można znaleźć ziarnko prawdy, choć przeinaczonej. Wyobraźmy sobie kulę metalową, zanurzoną w dużej masie cieczy bardzo *lepkiej*, naprzykład w mazi lub w smole. Kula jest ciężka; siła ciężkości działa na nią na dół pionowo i pobudza do spadania. Lecz ciecz bardzo lepka przeszkadza ruchowi; im ruch kuli jest szybszy, tem opór cieczy staje się większy. Jeżeli spadanie trwa długo, działanie lepkości uśmierza do pewnego stopnia wpływ siły ciężkości, znosi mianowicie przyśpieszenie, wytwarzane wciąż przez tę siłę. Ruch kuli staje się wówczas *jednostajny*; do ciężaru kuli proporcjonalna jest jej prędkość (która jest stała) a nie przyśpieszenie (które jest zerem). Prawo ruchu kuli, poruszającej się w taki sposób, odkrył w r. 1850-ym uczony angielski G. G. Stokes, nosi też ono słusznie jego nazwisko.

Widzimy, że ruch, przyśpieszany przez siłę obcą, zewnętrzną (jak tutaj przez ciężkość) ale zarazem hamowany i tamowany przez opór, może odbywać się tak, jak gdyby nie było ani obcej siły, ani oporu, jak gdyby odbywał się przez prostą bezwładność. Tylko do takiego szczególnego przypadku stosują się zasady Arystotelesowskiej dynamiki.

§ 47. Jednostka siły; dyna. Jednostki ciężarowe.

Przypuśćmy, że siła F, działając na ciało o masie m, sprawia w niem przyśpieszenie f; według równania (1) § 35-go mamy wówczas

1. $$F = mf.$$

Jednostka siły jest więc iloczynem jednostki masy przez jednostkę przyśpieszenia. Za jednostkę masy w § 40-ym przyjęliśmy 1 gram; za jednostkę przyśpieszenia w § 15-ym przyjęliśmy 1 cm/sek^2. Stąd wynika, że nasza jednostka siły jest następująca:

2. $$1 \text{ gr cm/sek}^2.$$

Siła, która (sama jedna) działając na 1 gram, wytwarza w nim przyśpieszenie 1 cm/sek^2, nazywa się *dyną*.

Oznaczmy przez p ciężar ciała, którego masa jest m. Według (4) § 46-go:

3. $$p = mg.$$

Widzimy zatem, że ciężar 1 grama jest równy g dynom; odwrotnie, 1 dyna jest równa ciężarowi $1/g$ części grama.

Ciężkość jest siłą najpospolitszą, z którą w doświadczeniu codziennem zapoznajemy się stosunkowo najlepiej. Gdy więc pragniemy uzmysłowić wartość pewnej siły, porównywamy ją chętnie z ciężarem wiadomej masy; mówiąc naprzykład o sile, równej ciężarowi 3 kilogramów, powołujemy się na powszechnie znane wrażenie mięśniowe. — Technicy, przemysłowcy, nieraz i uczeni, mówią często przez skrócenie o «sile trzech kilogramów»; *ciężar kilograma* nazywają wówczas, przez skrócenie, *kilogramem*. Słuchając rozmów potocznych, przekonywamy się, że wyrazy *kilogram, gram, funt, cetnar, tonna* w rozumieniu wielu osób oznaczają raz masę, to znowu ciężar tych wzorców.

Grawitacyjną lub *ciężarową jednostką siły* nazywamy ciężar pewnej określonej masy, naprzykład ciężar 1 grama. Zachowując 1 cm/sek^2 jako jednostkę przyśpieszenia, powiadamy na zasadzie wzoru (3): jeżeli ciężarową jednostką siły jest ciężar 1 grama, ciężarową jednostką masy jest masa g gramów. Wówczas:

4. masa 1 grama $= \frac{1}{g}$ ciężarowej jednostki masy.

Za przykładem A. Witkowskiego rozumiemy przez gr *masę*, przez Gr zaś oznaczamy *ciężar 1 grama*; podobnie odróżniamy kg i Kg i t. d.

Zobaczymy w rozdz. III im, że wartość przyśpieszenia g zmienia się (niezbyt zresztą znacznie), zależnie od położenia ciała na powierzchni ziemi; a zatem od tego położenia zależy również ciężarowa jednostka masy. Gdy zadawalniamy się pierwszem przybliżeniem, ciężarowe jednostki masy i siły są, jak widzimy, dogodne w codziennem użyciu; ale ponieważ są *zmienne*, zatem w ścisłej nauce nie powinniśmy posługiwać się niemi.

§ 48. Streszczenie zasad dynamiki.

Możemy streścić zasady dynamiki w kilku zdaniach.

Ciała materjalne wywierają siły na siebie nawzajem; to znaczy, że zobopólnie wytwarzają w sobie przyśpieszenia.

Przyśpieszenie ciała jest miarą działającej na nie siły; siła

jest wprost proporcjonalna do przyśpieszenia. Spółczynnikiem proporcjonalności jest masa, cecha niezmienna, charakteryzująca ciało, dla każdego ciała inna.

Jak przyśpieszenie, siła jest wektorem i ma jego kierunek.

Siły, wywierane przez dwa nawzajem na siebie działające ciała, są równe sobie i skierowane przeciwnie; stąd wynika, że masy tych ciał są odwrotnie proporcjonalne do przyśpieszeń.

Przyśpieszenie, proporcjonalne do siły, znika z nią razem; ciało, usunięte z pod działania jakichkolwiekbądź sił, poruszałoby się zatem ruchem prostolinjowym jednostajnym. Taki ruch, zwany bezwładnym, może trwać niezależnie od ruchów, wytwarzanych w ciele przez przyłożone siły.

Jeżeli siła ma wartość stałą i kierunek stały, przyśpieszenie ma również stałą wartość i stały kierunek; ruch ciała wówczas jest prostolinjowy i jednostajnie przyśpieszony.

Jeżeli na pewne ciało działają jednocześnie dwa inne ciała, siły, które one wywierają, składają się według zasady równoległoboku. Według tejże zasady siły mogą się rozkładać.

§ 49. Prawa ruchu planet dokoła słońca.

Wiele lat przed Newtonem, Mikołaj Kopernik zrozumiał, że ziemia i inne planety biegną dokoła słońca po drogach krzywych, płaskich, zamkniętych, które nazywamy *orbitami* (*Nicolai Copernici Torinensis De Revolutionibus Orbium Coelestium libri* VI. 1543). Kopernik uważał orbity ziemi i planet za koła; Keppler, na zasadzie spostrzeżeń Tychona Brahe, uznał orbitę Marsa a następnie orbity innych planet za *elipsy*, których jedno ognisko zajmuje słońce lub, dokładniej, pewien punkt bryły słonecznej. Towarzyszący nam księżyc krąży podobnie dokoła ziemi po torze przybliżenie eliptycznym, którego jedno ognisko zajmuje środek ziemi. Orbity planet i księżyca różnią się zresztą mało od kół; w pierwszem przybliżeniu możemy uważać te orbity za koła.

Wszystkie planety naszego słonecznego układu krążą dokoła tej samej wielkiej bryły centralnej, dokoła słońca; dlatego Keppler domyślał się, że pomiędzy ich orbitami lub obiegami musi zachodzić jakaś zależność; po długich latach poszukiwania, znalazł ją istotnie w r. 1618-ym. *Kwadraty okresów planet* (czyli czasów, w których one odbywają jeden obieg dokoła słońca)

mają się do siebie jak sześciany wielkich półosi ich orbit eliptycznych; *lub w przybliżeniu* (jeżeli uznajemy te orbity za koła) *mają się do siebie jak sześciany promieni ich orbit.*

§ 50. Prawo siły, wywieranej na planety przez słońce.

Newton wiedział wszystko, co wyłożyliśmy w niniejszym rozdziale: o bezwładności materji, o prawach działania sił, o spadaniu ciał ciężkich ku ziemi, o krążeniu planet dokoła słońca i księżyców dokoła planet. Wiedział, że ciało, na które nie wpływałaby żadna siła, musiałoby poruszać się po torze prostym ze stałą prędkością albo też pozostawać w spoczynku. Skoro ziemia (lub dowolna inna planeta) biegnie po eliptycznej lub w przybliżeniu po kołowej orbicie, *zbacza zatem co chwila od kierunku ruchu poprzedzającego*; zdradza więc nieustannie, *że znajduje się pod wpływem pewnej siły.*

Przypuśćmy dla uproszczenia, że planeta krąży dokoła słońca jednostajnie, po orbicie kołowej. Wiemy wówczas (§ 28), że przyśpieszenie planety jest stale skierowane ku środkowi koła, gdzie znajduje się słońce. Stąd wnosimy, że *planety poruszają się tak, jak gdyby nieprzerwanie ulegały działaniu siły przyciągającej, skierowanej ku słońcu.* Ten sam wniosek wynika z praw dokładniejszych, według których poruszają się planety po eliptycznych orbitach.

Wiemy z § 28-go, jaka jest wartość przyśpieszenia f planety, ożywionej ruchem jednostajnym kołowym. Jeżeli r jest promieniem orbity, v prędkością planety, ω jej prędkością kątową, T okresem czyli czasem jednego całkowitego obiegu, mamy

1. $$f = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Według drugiej zasady dynamiki, siła F, działająca na planetę, musi mieć wartość następującą

2. $$F = mf,$$

gdzie m jest masą planety. Z (1) i (2) otrzymujemy

3. $$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}.$$

Porównajmy bieg dwóch planet: A i B. Przez m_A i m_B oznaczamy masy tych planet, przez r_A i r_B promienie ich orbit, przez

T_A i T_B ich okresy (czyli czasy obiegu); przez F_A i F_B rozumiemy wartości sił przyciągania, wywieranych na te planety przez słońce. Piszemy równanie (3) najprzód dla planety A, następnie dla planety B; z tych wzorów wyprowadzamy

4. $$F_A : F_B = \frac{m_A r_A}{T_A^2} : \frac{m_B r_B}{T_B^2}.$$

Jednakże prawo Keppl e r a, o którem mówiliśmy w artykule poprzednim, orzeka, że:

5. $$T_A^2 : T_B^2 = r_A^3 : r_B^3.$$

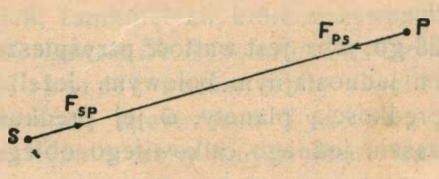
Łącząc ze sobą równania (4) i (5), dochodzimy do wniosku, iż

6. $$F_A : F_B = \frac{m_A}{r_A^2} : \frac{m_B}{r_B^2}.$$

Siła, wywierana przez słońce na planetę, jest wprost proporcjonalna do masy planety, odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości planety od słońca.

§ 51. Newtona prawo wzajemnego przyciągania się ciał.

Odwołujemy się teraz do zasady działania i przeciwdziałania, którą poznaliśmy w §§ 34-ym, 36-ym i 37-ym. Jeżeli planeta P (rys. 46) doznaje od słońca S siły F_{PS}, skierowanej ku słońcu



Rys. 46.

wzdłuż prostej PS, tedy według powołanej zasady słońce S musi nawzajem doznawać od planety P siły F_{SP} skierowanej przeciwnie t. j. wzdłuż prostej SP. *Wszystkie ciała wszechświata przyciągają się wzajemnie wzdłuż kierunków łączących je linij prostych.*

Widzieliśmy w artykule poprzednim, że każde ciało jest przyciągane w stosunku prostym jego masy; zatem siła F_{PS} musi być wprost proporcjonalna do masy m_P planety P, siła F_{SP} musi być wprost proporcjonalna do masy m_S słońca S. Lecz ponieważ

1. $$F_{PS} = F_{SP},$$

przeto obiedwie te siły muszą być proporcjonalne jednocześnie i do m_P i do m_S czyli do iloczynu $m_P m_S$. Oznaczając więc przez r_{PS} najkrótszą odległość PS i rozumiejąc przez k pewną stałą powszechną, czyli jednakową dla wszelkich ciał P i S, dochodzimy do wniosku, który okrył sławą nazwisko Newtona:

2. $$F_{PS} = F_{SP} = \frac{k m_P m_S}{r_{PS}^2}.$$

Wszystkie ciała wszechświata przyciągają się wzajemnie wprost proporcjonalnie do iloczynu swych mas, odwrotnie proporcjonalnie do kwadratów dzielących je odległości.

§ 52. *Ruch dwóch ciał przyciągających się.*

Weźmy do pomocy drugie prawo dynamiki, równanie (1) § 35-go i utwórzmy przyśpieszenia planety i słońca na zasadzie prawa (2) poprzedniego artykułu. Twierdzimy, że

1. przyśpieszenie planety $f_P = \frac{F_{PS}}{m_P} = \frac{k m_S}{r_{PS}^2}$

2. przyśpieszenie słońca $f_S = \frac{F_{SP}}{m_S} = \frac{k m_P}{r_{PS}^2}$.

Stąd wynika, iż

3. $$f_P : f_S = m_S : m_P.$$

Weźmy na uwagę naprzykład kulę ziemską i słońce. Masa słońca jest 333432 razy większa niż masa ziemi; zatem według (3) przyśpieszenie ziemi jest 333432 razy większe niż przyśpieszenie słońca. Dlatego możemy w pierwszem przybliżeniu powiedzieć, że kula ziemska biegnie dokoła słońca, jak gdyby słońce było nieruchome. W istocie obiedwie te bryły krążą dokoła wspólnego środka masy (§ 44), który jednak leży zawsze o wiele bliżej środka słońca aniżeli środka ziemi.

Co tu powiedzieliśmy, stosuje się do każdej pary ciał. Ziemia przyciąga kamień ku sobie; to przyciąganie, które nazywamy ciężarem kamienia, czujemy mięśniowo, gdy trzymamy kamień w ręku. Gdy upuszczamy kamień swobodnie, nie rzucając go, nie nadając mu żadnej ubocznej początkowej prędkości, kamień spada ku ziemi; planeta bez początkowej prędkości spadałaby podobnie ku słońcu. Jak zobaczymy w rozdz. III-im, kamień rzucony ukośnie, zataczając pewną krzywą, dobiega powierzchni ziemi; gdybyśmy mogli rzucić go z pewną olbrzymią prędkością, począłby okrążać kulę ziemską, stałby się maleńkim księżycem.

Ziemia przyciąga kamień i kamień przyciąga ziemię; siły obustronnie wywierane są równe, przyśpieszenia są w odwrotnym stosunku do mas. Kamień, którego masa wynosi kilogram, posiada masę 6×10^{24} razy mniejszą niż masa ziemi; przyśpieszenie ziemi biegnącej ku kamieniowi jest więc 6×10^{24} razy mniejsze niż przyśpieszenie kamienia biegnącego ku ziemi (por. §§ 36 i 44).

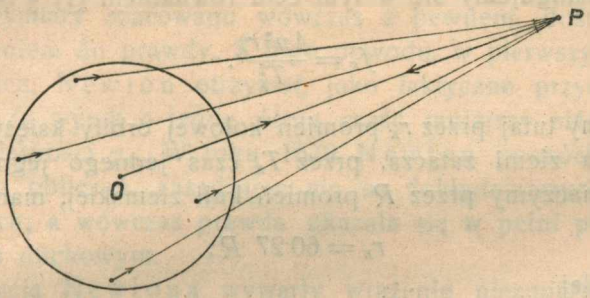
§ 53. O ciążeniu powszechnem.

Zastanowiwszy się nad prawem (2) § 51-go, dostrzegamy natychmiast, że ono nie może stosować się w tej postaci do wielkich brył, do ciał nadzwyczaj rozległych; nie może przynajmniej stosować się ściśle. Istotnie, odległość r_{PS} ma jasne i określone znaczenie, gdy ciała P i S są punktami; lecz z różnych miejsc w bryle słonecznej możemy poprowadzić rozmaite proste do różnych miejsc ziemi i proste te nie będą sobie równe. Jakaż zatem odległość r_{PS} powinna stać w formule (2) § 51-go, ażeby wypadła prawdziwa wartość przyciągania, czynnego między słońcem a ziemią? Czyżby ta formuła była tylko przybliżenie prawdziwa? czy stosowałaby się tylko w założeniu, że rozmiary własne słońca i planet wolno zaniedbać w stosunku do ogromnych odległości, które oddzielają te ciała od siebie?

Newton nie waha się w odpowiedzi na to pytanie. Według Newtona *ciążenie powszechne działa pomiędzy każdemi dwiema najmniejszemi cząstkami materji, ściśle proporcjonalnie do ich mas, odwrotnie proporcjonalnie do kwadratów dzielących je odległości.* Przyciąganie czynne pomiędzy słońcem a ziemią jest *siłą wypadkową*, wynikającą z geometrycznego dodawania się do siebie (§ 45) sił, działających pomiędzy wszystkiemi cząstkami słońca a wszystkiemi cząstkami ziemi; takie samo twierdzenie stosuje się do każdej pary dwóch (dużych czy małych) ciał materjalnych.

Nasuwało się zatem następujące zadanie. Wyobraźmy sobie ciało O kuliste (rys. 47); przypuśćmy, że każdy najmniejszy element przestrzenny tej kuli ma tę samą masę, czyli innemi słowy, że *gęstość* (§ 103) tej kuli jest stała. Należy obliczyć siłę wypadkową, która tworzy się przez geometryczne dodanie do siebie przyciągań, wywieranych przez wszystkie cząstki kuli O na punkt materjalny P, nazewnątrz kuli leżący (rys. 47). Na wiosnę 1685 roku Newton rozwiązał to zadanie, które w ówczesnym stanie nauki przedstawiało niebywałe trudności. Wynik rachunku był zdumiewający. *Kula jednostajnej gęstości działa nazewnątrz do-*

kładnie tak samo, jak gdyby jej masa była całkowicie skupiona w jej geometrycznym środku. To wspaniałe twierdzenie rozstrzygnęło o losie mechaniki niebios; skoro Newton je odkrył, me-



Rys. 47.

chanizm słonecznego układu stawał się dostępny analizie matematycznej. Wolno było odtąd przypuszczać, że formuła (2) § 51-go jest ścisła, gdy r_{PS} oznacza wzajemną odległość *środków kul*: słonecznej i ziemskiej.

§ 54. Ciężkość jest szczególnym przypadkiem powszechnego ciążenia.

Dostrzegamy nieustannie na ziemi działanie siły ciężkości. Wiemy, że działanie tej siły nie ogranicza się do powierzchni ziemi; możemy je stwierdzić u szczytu najwyższych wież, u szczytu najwyższych gór; wiemy, że aeroplan lub ptak, gdy szybuje, nie przestaje być ciężki. Jeżeli tak jest, czyż może gdziekolwiekbądź istnieć nagła, ostra granica działania ciężkości? Lecz jeżeli jej niema, zatem i księżyc, choć tak daleki od ziemi, musi być ciężki. Tak rozmyślając, Newton pojął, że *ciężkość przedmiotów na ziemi jest tylko przykładem, jest przypadkiem szczególnym powszechnego ciążenia*; a ta myśl, taka prosta, nadzwyczajnie pomogła do szybkiego tryumfu nauki Newtona. Albowiem ciążenie powszechne, do którego odwołuje się Newton, ażeby wytłumaczyć urządzenie słonecznego układu, nie jest czemś doraźnie wymyślonem, nie jest siłą hipotetyczną, którą *ad hoc* stwarzać potrzeba; ciążenie jest pospolitym objawem natury, z którym każdy z nas oswaja się od dzieciństwa. Jeżeli domysł Newtona jest słuszny, ciążenie jest *faktem*.

Sprawdźmy zatem ten domysł; przekonajmy się, czy rzeczy-

wiście przyciąganie, którego księżyc doznaje od ziemi, jest jego pospolitą (powiedzmy *ziemską*) ciężkością. Możemy łatwo obliczyć przyśpieszenie f_K, które księżyc faktycznie objawia w swym ruchu. Posługujemy się w tym celu równaniem (1) § 50-go:

1. $$f_K = \frac{4\pi^2 r_K}{T_K^2}.$$

Rozumiemy tutaj przez r_K promień kołowej orbity księżyca, którą on dokoła ziemi zatacza, przez T_K czas jednego jego obiegu. Jeżeli oznaczymy przez R promień kuli ziemskiej, mamy

2. $$r_K = 60{\cdot}27\ R;$$

mamy dalej

3. $$T_K = 2360591{\cdot}5 \text{ sek};$$

wreszcie, jak dobrze wiadomo:

4. $$2\pi R = 4 \times 10^9 \text{ cm}.$$

Wstawiając te wartości do formuły (1), otrzymujemy

5. $$f_K = \frac{2\pi \times 60{\cdot}27 \times 4 \times 10^9}{(2360591{\cdot}5)^2} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2} = 0{\cdot}272 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}.$$

Zapytujemy teraz: jakie powinno być przyśpieszenie γ_K jakiegokolwiekbądź ciała, poddanego sile ziemskiej ciężkości, jeżeli odsuniemy to ciało do odległości r_K od środka ziemi? Według prawa odwrotnej proporcjonalności ciążenia do kwadratów odległości powinniśmy oczekiwać, że

6. $$\gamma_K : g = R^2 : r_K^2$$

albowiem zwykłe przyśpieszenie ciężkości (§ 46)

7. $$g = 981 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$$

obserwujemy przecież w odległości R od środka naszej planety. A zatem, według (6) i (7):

8. $$\gamma_K = g \frac{R^2}{r^2} = \frac{981}{(60{\cdot}27)^2} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2} = 0{\cdot}270 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}.$$

Wartości f_K (5) i γ_K (8) zgadzają się ze sobą dostatecznie w stopniu przybliżenia, którego możemy oczekiwać w pobieżnym naszym rachunku.

Newton już w roku 1666-ym dokonał był porównania przyśpieszeń f_K i γ_K, które tu przytoczyliśmy; posłużył się jednakże w tem porównaniu niedokładną wartością obwodu $2\pi R$ ziemi, której wymiary szacowano wówczas z pewnem, dość grubem przybliżeniem do prawdy. Z tego powodu, w pierwszych swych rachunkach, Newton otrzymał, jako faktyczne przyśpieszenie księżyca f_K, wynik o jednę ósmą część mniejszy niż przyśpieszenie ciężkości γ_K. W roku 1679 Newton powrócił do poprzednich obliczeń, zasadzając się na dokładniejszych danych liczbowych; a wówczas prawda ukazała się w pełni przed jego wzrokiem duchowym.

Odkrycia Newtona wywarły wrażenie niezmierne. Nigdy w dziejach ludzkiego myślenia nie dokonał się postęp tak nagły, tak olśniewający. Jak przed promieniami słońca pierzchają nocne cienie i mgły, podobnie, gdy ukazały się *Principia*, potężne światło pojmowania rozbłysło. Na przeciąg dwóch niemal stuleci myśl Newtona zapanowała nad rozwojem nauki.

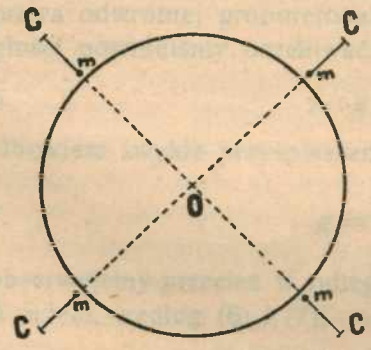
ROZDZIAŁ TRZECI.

O sile ciężkości.

§ 55. Pole ciężkości.

W pobliżu kuli ziemskiej działa siła ciężkości; powiadamy w fizyce krótko, że dokoła tej kuli istnieje *pole ciężkości*. Mówimy podobnie, że dokoła słońca rozciąga się pole ciążenia ku słońcu, pole grawitacyjne. Powiadamy, że dokoła magnesu istnieje pole magnetyczne, dokoła ciała naelektryzowanego — pole elektryczne i t. d.

Ciała, znajdujące się w polu ciężkości, spadają w kierunku niemal dokładnie pionowym, jeżeli mają swobodę poruszania się w tym kierunku (§§ 19 i 46). Dostrzegamy wprawdzie, że niektóre ciała (np. korek w wodzie, dym lub balon w powietrzu) nie spadają, lecz przeciwnie, pozostawione samym sobie wznoszą się do góry. Lecz te pozorne wyjątki nie wynikają bynajmniej z odpychania, wywieranego na owe ciała przez ziemię, lecz raczej z przeważającego przyciągania, wywieranego na ich otoczenie: wodę lub powietrze. Przekonamy się o tem w późniejszym rozdziale.



Rys. 48.

Kierunek pionowy, poprowadzony w którejkolwiek miejscowości, dąży wszędzie, w znacznem przybliżeniu, do środka *O* kuli ziemskiej (rys. 48). Ten fakt sam przez się byłby dostateczną wskazówką (gdybyśmy nie mieli w tej mierze innych dowodów), że pole ciężkości wynika z przyciągania, które kula ziemska wywiera na każde ciało, umieszczone w jej sąsiedztwie.

Kierunki pionowe, poprowadzone w dwóch miejscowościach, tworzą ze sobą w środku O kuli ziemskiej kąty tem mniejsze (rys. 48), im bliżej siebie położone są piony. Wiedząc, że promień kuli ziemskiej wynosi $6{\cdot}37 \times 10^8$ cm, obliczamy łatwo kąt, który tworzą ze sobą kierunki dwóch pionów, odległych od siebie na powierzchni ziemi np. o kilometr. Przekonywamy się tym sposobem, że w obrębie budynku, a nawet w obrębie miasta, wolno najczęściej uważać kierunki pionowe za równoległe.

Najważniejsze prawa ciężkości i spadania wyłożyliśmy już w §§ 19-ym i 46-ym. Jeżeli p jest ciężarem ciała, którego masa jest m, mamy, jak wiadomo:

1. $$p = mg$$

gdzie przez g oznaczamy *przyśpieszenie ciężkości*. Badanie siły ciężkości sprowadza się zatem do pomiaru przyśpieszenia ciężkości. Ażeby zmierzyć wartość przyśpieszenia g, musimy odwołać się do doświadczenia; musimy zbadać rozmaite sposoby spadania ciał pod wpływem ciężkości. Że jednak takie spadanie odbywa się zwykle w powietrzu, które stawia opór poruszającemu się w niem ciału (§ 46), przeto owemu oporowi poświęcamy przedewszystkiem nieco uwagi.

§ 56. *Opór powietrza.*

Skąd powstaje opór powietrza? Poruszające się ciało wprawia w ruch przyległe warstwy tego ośrodka; ponieważ udziela im przyśpieszeń, więc, stosownie do trzeciego prawa dynamiki, doznaje od tych warstw przeciwdziałania t. j. siły, która jest skierowana przeciwnie niż prędkość ciała, zatem, w spadaniu swobodnem, przeciwnie niż siła ciężkości. Łatwo zrozumieć, że opór powietrza zależy od postaci i od rozległości powierzchni, która podczas ruchu uderza o powietrze a także od prędkości ciała. Im mniejsza jest ta rozległość, im powolniejszy jest ruch, tem mniejszy jest opór.

Idąc powoli, nie uświadamiamy sobie oporu powietrza; zaczynamy go odczuwać, gdy szybko biegniemy. Wystrzelona kula armatnia, pędzący automobil, lokomotywa w ruchu doznają w powietrzu znacznego oporu. Powiewajmy wachlarzem lub arkuszem tektury; spostrzegamy natychmiast, jak dalece opór zależy od nachylenia rozległej powierzchni przedmiotu do kierunku ruchu.

Opór, który przeciwstawia się ruchowi ciała, spadającego w powietrzu, zależy więc od innych własności ciała aniżeli ciężar, który zależy przedewszystkiem od masy. Jeżeli ciało, przed-

stawiając zewnętrzną powierzchnię nieznaczną, ma jednak masę stosunkowo znaczną, jeżeli np. jest wyrobione z żelaza lub z ołowiu, opór powietrza podczas spadania jest stosunkowo drobny w porównaniu do ciężaru ciała.

Gdybyśmy usunęli powietrze lub przynajmniej rozrzedzili je znacznie, uwolnilibyśmy spadające ciało od oporu powietrza. Tak postąpił Newton w znanem doświadczeniu, które do dziś dnia powtarzamy. Wyciągamy powietrze z rury szklanej, w której umieszczono monetę i piórko; odwracając szybko rurę, spostrzegamy, że obadwa ciała przebiegają jej długość w czasie jednakowym; gdy wpuścimy powietrze, piórko opada powolniej aniżeli moneta.

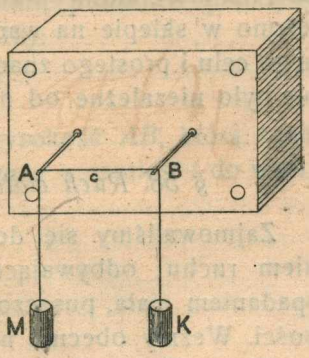
§ 57. Przyśpieszenie ciężkości nie zależy od natury ciała, poddanego działaniu tej siły.

W danej miejscowości na powierzchni ziemi przyśpieszenie ciężkości ma wartość jednakową dla wszystkich ciał materjalnych. Stąd wynika, według równania (1) artykułu poprzedzającego, że *w tej samej miejscowości ciężary ciał są wprost proporcjonalne do ich mas.* Lub innemi słowy: *kula ziemska przyciąga rozmaite ciała materjalne, jednakowo względem niej położone, w stosunku prostym ich mas.* Wszystkie te twierdzenia są oczywiście zawarte w prawie powszechnego ciążenia (§§ 51 i 54) i wynikają z tego prawa jako proste następstwa. Tem ważniejszą jest rzeczą, ażebyśmy upewnili się o ich prawdziwości.

Powróćmy do § 19-go i przypomnijmy sobie podane w nim równanie (4). Przypuśćmy, że przyśpieszenie g jest stałą, jednakową dla wszystkich ciał materjalnych. Ze wspomnianego wzoru wówczas wypada, że wszystkie ciała, ciężkie czy lekkie, spadając w próżni, bez początkowej prędkości, z wysokości jednakowej, powinny dobiegać ziemi w czasie jednakowym. Galileusz doszedł do tego wniosku, gdy rozpoczynał w Pizie swoją działalność; korzystając z istnienia w tem mieście słynnej wieży pochyłej, wypuszczał z jej szczytu kule, wyrobione z rozmaitych metali. Czasy spadania tych kul okazywały się jednakowe.

Powtarzamy doświadczenie Galileusza w prosty sposób. Na nici, przewieszonej przez dwa pręciki A, B (rys. 49), wiszą dwa walce: żelazny lub mosiężny M oraz drewniany lub kamienny K. Walce te mają jednakową postać i objętość równą; wiszą w tej samej wysokości ponad poziomem posadzki. Przepalamy nić, dotykając jej w c ostrym płomykiem. Walce M i K zaczynają biec równocześnie i jednocześnie dobiegają posadzki; słyszymy istotnie tylko *jedno*, zgodne o nią stuknięcie.

Ciała upuszczone szybko dobiegają ziemi; dostrzeganie i badanie ich ruchu jest niełatwe. Prosty przyrząd, który znamy wszyscy, zwany *wahadłem* (zob. § 63), pozwala badać działanie ciężkości na ciała w warunkach bardziej dogodnych. Ruch wahadła w istocie jest kolejnem wznoszeniem się do góry i opadaniem ku dołowi; prawa działania ciężkości muszą zdradzać się w tym ruchu podobnie jak w swobodnem spadaniu. Gdyby przyśpieszenie ciężkości było niejednakowe dla dwóch wahadeł odmiennych, skutki takiej różnicy objawiłyby się w ich ruchu. Tak rozumował 19-letni Galileusz w katedrze pizańskiej; w sto lat później Newton powraca do tej myśli i obiera ją za nić przewodnią starannego badania.



Rys. 49.

«Rzecz spróbowałem wykonać» mówi Newton (*Principia*, liber III, prop. VI) «dla złota, srebra, ołowiu, szkła, piasku, dla soli pospolitej, dla drewna, wody «i zboża. Przygotowałem dwa okrągłe, równe, drewniane pudełka; jedno wy-«pełniłem drewnem, w drugiem... umieściłem kawałek złota o tym samym cię-«żarze. Wahadła te... były dokładnie zgodne co do zewnętrznej postaci i co do «ciężaru i doznawały od powietrza jednakowego oporu. Umieściwszy jedno «w pobliżu drugiego, widziałem, że poruszały się długo, tam i napowrót, odby-«wając jednakowe wahania».

Newton wnosi, że wartości przyśpieszenia *g*, które dla badanych ciał wypadają, jeżeli wogóle są nierówne, różnią się od siebie nie więcej niż o 0·001 część całkowitej wartości. Bessel, powtórzywszy w r. 1830 doświadczenie Newtona, oddala tę granicę do 0·00001; Eötvös jest zdania w r. 1896-ym, że dzisiejsze metody miernicze pozwalają ją posunąć do 0·0000001.

Gdy nabywamy paczkę cukru lub woreczek mąki, zapytujemy, *ile* otrzymamy kupowanego towaru; gdy za wóz węgla uiszczamy zapłatę, pragniemy upewnić się, *ile* w nim znajduje się tego materjału. Na takie pytania odpowiadamy, *ważąc* towary, które są przedmiotem wymiany czyli, innemi słowy, stwierdzając ich *ciężar*. Gdy jednak kupujemy mąkę, kaszę, sól albo węgiel, nie dbamy o to bynajmniej, jak mocno te ciała są przyciągane przez ziemię; ciężar tych ciał (sam przez się nieraz raczej ich niepożądana właściwość) jest dla nas wskazówką, jaka jest ich *masa*. Ponieważ masy ciał są proporcjonalne do ciężarów, więc: *ciała*

iednakowo ciężkie mają masy jednakowe. Kilogram ałunu czy salmiaku, kilogram czekolady czy herbaty ma masę tę samą, jaką ma kilogramowy wzorzec mosiężny albo niklowy, który położono w sklepie na wadze. Ważenie ciał nie miałoby praktycznego celu i prostego znaczenia, gdyby przyśpieszenie ciężkości g nie było niezależne od natury ciała, poddanego działaniu tej siły.

§ 58. Ruch ciała, rzuconego pionowo do góry.

Zajmowaliśmy się dotychczas przeważnie jednym przypadkiem ruchu, odbywającego się w polu ciężkości, mianowicie spadaniem ciała, puszczonego swobodnie, bez początkowej prędkości. Weźmy obecnie na uwagę inne przypadki.

W chwili $t = 0$, w miejscu A ponad ziemią (rys. 50), wyrzucamy do góry punkt materjalny M w kierunku pionowym; niechaj v_0 będzie początkową prędkością, którą nadajemy punktowi. Posłuszny rzutowi, bezwładny punkt M biegnie pionowo do góry; lecz jednocześnie działa nań siła ciężkości i nadaje mu drugi ruch, niezależny, taki sam, jaki odbywałby się, gdybyśmy punktu nie byli rzucili. Punkt M jest zatem ożywiony naraz dwoma ruchami. W pierwszym ruchu, bezwładnym, nie zmienia się ani wartość v_0 ani pionowy ku górze kierunek prędkości. Ruch drugi jest jednostajnie przyśpieszony i odbywa się pionowo ku dołowi ze stałem (co do wartości i co do kierunku) przyśpieszeniem g. W chwili t prędkość pierwszego ruchu wynosi v_0, podobnie jak w chwili początkowej; prędkość drugiego wynosi gt (§ 46).

Rys. 50.

Te dwie składowe prędkości tworzą ze sobą kąt 180°; wypadkowa prędkość v, liczona do góry, wypada zatem (por. § 18):

1. $$v = v_0 - gt;$$

zmniejsza się ona z czasem, jak o tem wiemy z pospolitych spostrzeżeń. Po upływie czasu

2. $$\tau = v_0/g$$

punkt dobiegnie do miejsca B (rys. 50), w którem zawróci

i pocznie opadać, stosownie do praw, według których porusza się punkt, spadający bez początkowej prędkości.

Liczona od miejsca A droga s, którą punkt M przebywa w przeciągu t sekund, wynosi (por. § 18):

3. $$s = v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2.$$

Ażeby obliczyć osiągniętą najwyższą wysokość AB, którą oznaczamy przez σ, wstawmy wartość (2) czasu τ zamiast t do wzoru (3); otrzymujemy

4. $$\sigma = v_0^2 / 2g.$$

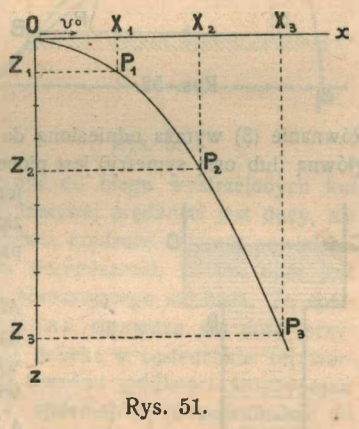
Z równań (2) i (4) wnosimy, że

5. $$\sigma = \tfrac{1}{2} g \tau^2.$$

Zmierzywszy σ i τ, moglibyśmy obliczyć z tych danych wartość przyśpieszenia ciężkości.

§ 59. Ruch ciała, rzuconego w kierunku poziomym.

Wyobraźmy sobie, że materjalny punkt M został poziomo rzucony. Przypuśćmy, że w chwili $t = 0$, w miejscu O ponad ziemią (rys. 51), nadaliśmy punktowi prędkość początkową v_0 cm/sek w kierunku poziomym Ox. Wówczas punkt M ożywiony jest naraz *dwoma* ruchami. Ruch pierwszy, bezwładny, wynika z rzutu; odbywa się zatem w poziomym kierunku Ox ze stałą prędkością v_0 cm/sek. Ruch drugi wynika z działania siły ciężkości; więc odbywa się w kierunku pionowym Oz ze stałem przyśpieszeniem g cm/sek^2. Na osi Ox odłóżmy odcinki



Rys. 51.

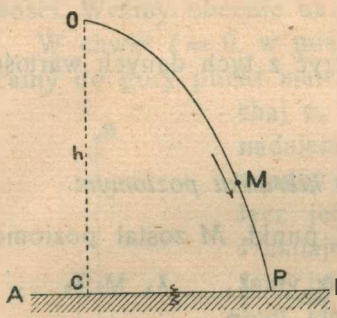
$$OX_1 = v_0 \text{ cm}; \quad OX_2 = 2v_0 \text{ cm}; \quad OX_3 = 3v_0 \text{ cm} \quad \text{i t. d.}$$

Gdyby siła ciężkości nie była czynna, punkt M po upływie czasu $t = 1, 2, 3\ldots$ sekund byłby dobiegł do miejsc $X_1, X_2, X_3\ldots$ na osi Ox. Na osi Oz odłóżmy odcinki

$$OZ_1 = \tfrac{1}{2} g \text{ cm}; \quad OZ_2 = \tfrac{4}{2} g \text{ cm}; \quad OZ_3 = \tfrac{9}{2} g \text{ cm} \quad \text{i t. d.}$$

Gdybyśmy nie byli rzucili punktu M, uwalniając go tylko, byłby on dobiegł, po upływie 1, 2, 3... sekund, do miejsc Z_1, Z_2, Z_3... na osi Oz. Ażeby znaleźć rzeczywisty tor punktu, prowadzimy w X_1, X_2 i t. d. linje proste pionowe i odcinamy na nich $X_1P_1 = OZ_1$, $X_2P_2 = OZ_2$ i t. d.; otrzymujemy tym sposobem punkty P_1, P_2, P_3 i t. d. Według § 22-go, punkt M, posłuszny jednocześnie działaniu rzutu i sile ciężkości, dobiegnie, po upływie 1, 2, 3... sekund, do miejsc P_1, P_2, P_3... Te miejsca tworzą krzywą, zwaną *parabolą*. Tor punktu, rzuconego poziomo w polu ciężkości, jest zatem parabolą.

Ażeby dokładniej wykreślić parabolę, którą zatacza punkt M, możemy założyć np. $t = 0{\cdot}5$, $1{\cdot}0$, $1{\cdot}5$... sek i powtórzyć konstrukcję. Równanie tej krzywej otrzymujemy w sposób następujący. Oznaczając przez x drogę, przebytą przez M w czasie t w ruchu bezwładnym, mamy



Rys. 52.

1. $$x = v_0 t.$$

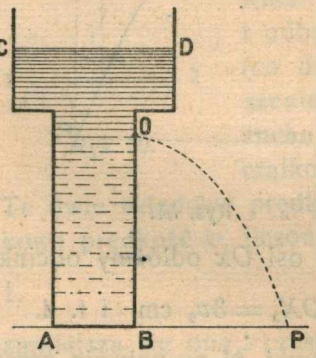
Rozumiejmy przez z drogę, przebytą przez M w tym samym czasie t w ruchu, który wytwarza siła ciężkości; zatem

2. $$z = \tfrac{1}{2} g t^2.$$

Rugując t z (1) i (2) otrzymujemy

3. $$x^2 = \frac{2v_0^2}{g} z.$$

Równanie (3) wyraża odniesioną do prostokątnych osi Ozx parabolę, której osią główną (lub osią symetrji) jest pionowa oś Oz; wierzchołkiem głównym paraboli jest początek O, styczną zaś w O jest oś pozioma Ox; stała $2v_0^2/g$ jest t. zw. *parametrem* paraboli.



Rys. 53.

Przypuśćmy, że miejsce O (z którego punkt M został rzucony) znajduje się w wysokości h nad powierzchnią ziemi AB (rys. 52). Po upływie jakiego czasu τ punkt M dobiegnie powierzchni? Pisząc

4. $$h = \tfrac{1}{2} g \tau^2,$$

odpowiadamy na to pytanie, gdyż równanie (4) wyznacza τ. Dalsze równanie

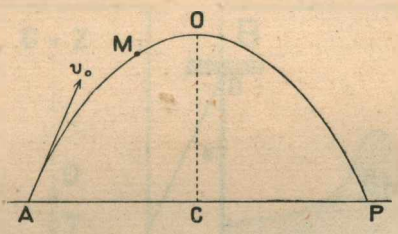
5. $$\xi = v_0 \tau$$

pozwala wówczas znaleźć odległość CP, którą oznaczyliśmy przez ξ.

Niechaj $ABCD$ (rys. 53) wyobraża wysoki zbiornik, wypełniony wodą lub rtęcią; jeżeli w miejscu O ścianki pionowej uczyniono w nim otwór, ciecz tryska i płynęłaby strumieniem poziomym, gdyby siła ciężkości nie zakrzywiała orbity

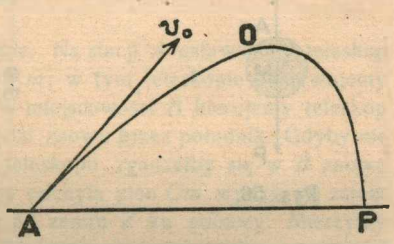
każdej cząstki cieczy. Strumień *OP* ma istotnie kształt w przybliżeniu paraboliczny. Doświadczenie to zawdzięczamy Torricelliemu.

Wyobraźmy sobie, że punkt ciężki *M* został rzucony ukośnie (rys. 54). Poprzedni sposób rozumowania stosuje się i do tego ogólniejszego przypadku. Punkt *M* odbywa znowu dwa ruchy:



Rys. 54.

ruch jednostajny w kierunku, w którym został rzucony; ruch jednostajnie przyśpieszony w kierunku pionowym ku dołowi. Orbita, zataczana przez punkt *M*, jest parabolą *AOP* (rys. 54), o pionowej osi symetrji *OC*; przekonywamy się o tem graficznie, zapomocą konstrukcji, podobnej do tej, którą posłużyliśmy się w zadaniu o rzucie poziomym.



Rys. 55.

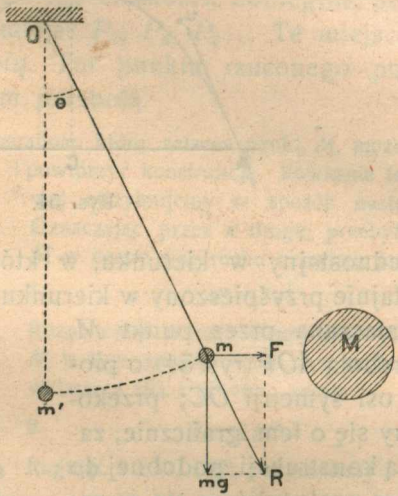
Twierdzenia o ruchu punktu, rzuconego w polu ciężkości, które streściliśmy tutaj, wykrył Galileusz. Stosowałyby się one do biegu wystrzelonych kul i pocisków, gdyby opór powietrza, który przy znacznej prędkości jest duży, nie wnosił do ich ruchu istotnych powikłań. Prawa, rządzące oporem powietrza, usiłowano odgadnąć oddawna; już Newton przypuszczał, że ten opór jest wprost proporcjonalny do kwadratu prędkości poruszającego się ciała. Ze spółczesnych badań wiadomo, że założenie Newtona sprawdza się dość przybliżenie dla prędkości, dochodzących do 300 m/sek; w sąsiedztwie tej wartości opór zaczyna rosnąć znacznie szybcej niż kwadrat prędkości. Gdyby opór powietrza, stosownie do założenia Newtona, zmieniał się proporcjonalnie do kwadratu prędkości, tor punktu, wystrzelonego ukośnie z miejsca *A* na powierzchni ziemi, miałby postać *AOP* podaną na rys. 55-ym, jak widzimy, *nie* symetryczną. Orbita *AOP* tego rysunku nazywa się *balistyczną krzywą* Eulera; obliczona została przez tego uczonego w połowie XVIII-go stulecia.

§ 60. Pion i jego zastosowanie do mierzenia sił.

Przypuśćmy, że na nici *OA* (rys. 56) zawiesiliśmy kulę *M* dość ciężką, naprzykład żelazną lub ołowianą. Pod wpływem

ciężaru kuli nić wyciąga się; jej długość staje się większa. W wyciągniętej tym sposobem nici pojawia się siła, skierowana pionowo do góry, która sprzeciwia się dalszemu wydłużaniu. Ta siła *AR*, zwana *sprężystem przeciwdziałaniem* lub *reakcją*

Rys. 56.



Rys. 57.

sprężystą nici, równoważy się z ciężarem *MP* kuli *M*, skierowanym pionowo ku dołowi.

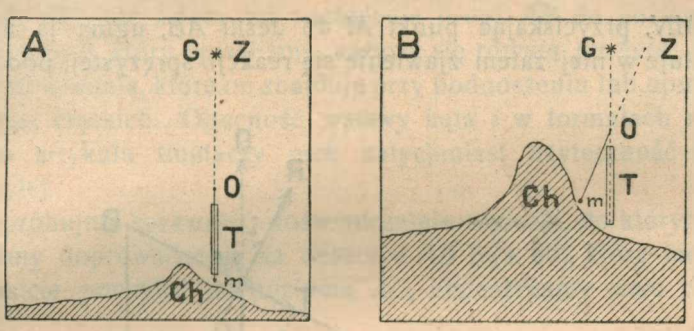
Przyrząd, wyobrażony na rys. 56-ym, jest *pionem*, znanym nam już z § 19-go. Niekiedy można posługiwać się pionem w celu mierzenia sił stosunkowo nieznacznych. Przypuśćmy naprzykład, że kulka metalowa *m* (rys. 57), zawieszona na nici jedwabnej, została naelektryzowana i ma na sobie dodatni elektryczny ładunek. Zbliżamy ku niej kulę *M* naelektryzowaną ujemnie, która wywiera na *m* przyciąganie *F*. Kulka *m* znajduje się wówczas pod wpływem dwóch sił: własnego ciężaru, który wynosi *mg* (jeżeli *m* jest masą kulki) oraz przyciągania *F*. Pod działaniem tych sił pion odchyla się od pierwotnego położenia *Om'* i przybiera nowe położenie *Om*, które tworzy kąt θ z poprzedniem. Równowaga nastąpi, gdy wypadkowa *R* sił *mg* i *F*, przypadając w przedłużeniu nici *Om*, wypręży nić i zrównoważy się z jej sprężystem przeciwdziałaniem. Mamy wówczas

1. $$F = mg \operatorname{tang} \theta;$$

zmierzywszy kąt θ, możemy więc obliczyć siłę *F*.

Rozumowanie powyższe wyjaśnia myśl, którą kierował się uczony francuski Bouguer, gdy w r. 1738 próbował doświadczalnie wykazać, że ciała ziemskie, tak samo jak ciała niebieskie, przyciągają się wzajemnie, stosując się do prawa

powszechnego ciążenia. W Andach peruwjańskich wznosi się potężna góra Chimborazo, mająca przeszło 6000 m wysokości; Bouguer postanowił przekonać się, czy pion, umieszczony w pobliżu, odchyla się ku górze pod wpływem jej przyciągania. Wyobraźmy sobie dwie miejscowości: jednę *A* (rys. 58), znacznie oddaloną od górskiego masywu; drugą *B*, wybraną na południowym



Rys. 58.

stoku góry, w jej bezpośredniem sąsiedztwie. Na stacji *A* ustawiliśmy teleskop *T* w położeniu pionowem, jak świadczy pion *m*; w tym teleskopie obserwujemy gwiazdę *G*, przechodzącą przez południk. W miejscowości *B* kierujemy teleskop *T'* ku tej samej gwieździe *G*, gdy przechodzi znowu przez południk. Gdyby nie było góry (*Ch* na rysunku), kierunek osi teleskopu zgadzałby się w *B* znowu z kierunkiem pionu. Lecz przyciąganie góry odchyla pion *Om*, wydaje się zatem obserwatorowi, że gwiazda *G* oddaliła się od zenitu *Z* ku północy. Mierzymy kąt *GOZ*, który odpowiada kątowi θ poprzedniego doświadczenia; z wartości tego kąta możemy wyliczyć wartość przyciągania, wywieranego przez górę na kulkę *m* pionu. Podobne spostrzeżenia wykonał Maskelyne w r. 1774 w pobliżu góry Schiehallion; w r. 1855 powtórzyli je Clarke i James w okolicy Arthur's Seat w Szkocji. Powrócimy niebawem do wyników, które znaleziono w tych i podobnych badaniach.

§ 61. *Równia pochyła.*

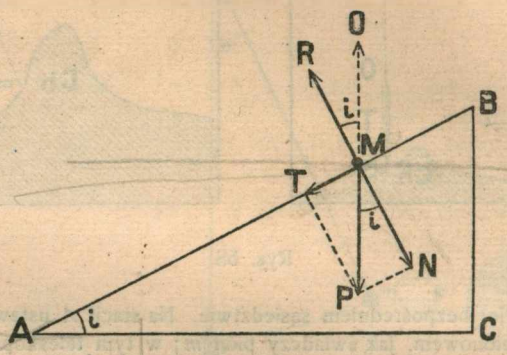
Wyobraźmy sobie deskę płaską, umieszczoną w położeniu pochyłem; na rys. 59-ym *AB* wyobraża tę deskę w przecięciu pionowem, *AC* wyobraża w takiem samem przecięciu płaszczyznę poziomą. Prostopadła *MR* do płaszczyzny *AB* tworzy z kierunkiem pionowym do góry *MO* kąt *OMR*, który oznaczamy przez *i*; tę samą wartość *i* ma kąt *CAB* na naszym rysunku.

Przypuśćmy, że na płaszczyznie *AB* leży ciężki punkt *M*; jeżeli *m* jest masą punktu, *g* zaś (jak zwykle) przyśpieszeniem ciężkości, ciężar punktu *M* wynosi *mg*; przypuśćmy, że siłę tę

wyobraża wektor *MP* na rys. 59-ym. Rozkładamy siłę *MP* na składową *MN*, prostopadłą do płaszczyzny *AB* i na drugą składową *MT*, równoległą do tej płaszczyzny. Widzimy, że

1. $$MN = mg \cos i; \quad MT = mg \sin i.$$

Siła *MN*, przyciskając punkt *M* do deski *AB*, ugina ją nieco; wywołuje w niej zatem zjawienie się reakcji sprężystej, podobnie



Rys. 59.

jak ciężar kuli zawieszonej wywołuje reakcję sprężystą nici pionu (§ 60). Reakcja sprężysta *MR* deski *AB*, stosownie do trzeciej zasady dynamiki, jest równa sile *MN* i skierowana wprost przeciwnie niż ona. Wyobraźmy sobie, że deska *AB* jest wyrobiona z tak bardzo sprzeciwiającego się, niemal doskonale sztywnego materjału, że, nawet pod działaniem znacznego ciężaru, ugięcie jej jest znikomo małe i może być zaniedbane. Uważając zatem deskę *AB* za płaszczyznę (taką samą, jaką była przed umieszczeniem na niej punktu *M*), dochodzimy do wniosku, że ruch punktu *M* może odbywać się tylko w kierunku *MT*; składowa *MN* nie wywiera wpływu na ruch, ponieważ jest prostopadła do jego kierunku. Punkt *M* posuwa się zatem ruchem jednostajnie przyśpieszonym w kierunku *MT*, pod działaniem siły $mg \sin i$; przyśpieszenie w tym ruchu jest $g \sin i$. Prędkość v punktu w chwili t jest dana przez

2. $$v = gt \sin i;$$

droga s przebyta aż do chwili t wynosi

3. $$s = \tfrac{1}{2} gt^2 \sin i.$$

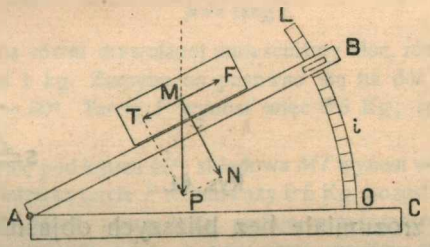
Jeżeli, wyruszywszy z B, punkt M dobiegł do A, mamy w miejscu A:

4. $$v^2 = 2g \cdot AB \cdot \sin i = 2g \cdot BC;$$

prędkość v w miejscu A zależy więc tylko od pionowego opuszczenia się BC, nie zależy od nachylenia drogi AB do poziomu.

Przyrząd, który opisaliśmy, nazywa się *równią pochyłą*; znane są zastosowania, które on znajduje przy podnoszeniu lub opuszczaniu ciał ciężkich. Obecność wstawy kąta i w formułach niniejszego artykułu tłumaczy nam natychmiast użyteczność równi pochyłej.

Spróbujmy sprawdzić doświadczalnie wnioski, do których zostaliśmy doprowadzeni. Na deseczce AB (rys. 60), którą możemy rozmaicie pochylać do poziomu AC, umieszczamy ciało ciężkie

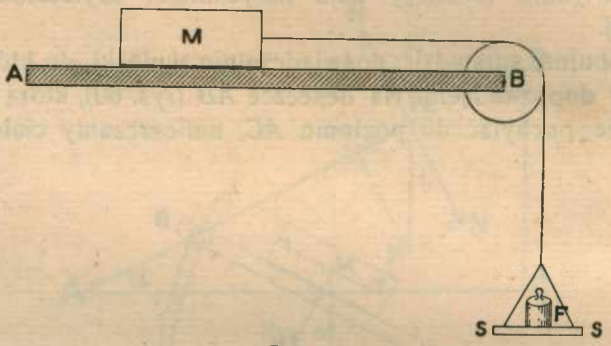


Rys. 60.

M o dość rozległej podstawie; kąt nachylenia i odczytujemy na łuku OL. Według naszych wzorów, ciało M powinno sunąć po deseczce AB, jeżeli kąt nachylenia i jest chociażby niewiele większy od zera; dla $i > 0$ mamy istotnie $\sin i > 0$, przyśpieszenie $g \sin i$ jest więc wówczas większe od zera. Doświadczenie uczy jednakże, iż rzeczywisty przebieg zjawiska jest całkiem odmienny. Dopóki kąt nachylenia i jest mały, ciało M zazwyczaj nie ześlizguje się po AB; dopiero gdy kąt i przybierze pewną wartość, ciało M zaczyna sunąć ku dołowi; lecz i wówczas okazuje się (jak zobaczymy), że przyśpieszenie ruchu jest mniejsze niż wartość $g \sin i$, której mogliśmy oczekiwać według poprzednich wzorów. Widocznie zatem, oprócz siły ciężkości, jeszcze jakaś *inna* siła działa na ciało, umieszczone na równi pochyłej. Wiemy istotnie, że ciało M doznaje *tarcia* od deseczki AB w doświadczeniu rys. 60-go; działania tej siły nie uwzględniliśmy w rozumowaniu powyższem.

§ 62. O tarciu.

Ustawiamy poziomo deseczkę *AB* przyrządu, wyobrażonego na rys. 60-ym. Wówczas $i = 0$, zatem $\sin i = 0$; więc składowa *MT* siły ciężkości działającej na ciało (ryss. 59 i 60) znika wówczas. Pomimo to i w takiem położeniu deseczki *AB* potrzeba pewnej siły *F*, ażeby poruszyć ciało *M*. Siła ta *F* jest więc miarą tarcia, którego od deski *AB* doznaje ciało *M*; nazywamy ją pospolicie «tarciem ciała *M* o deskę *AB*». Przyrząd, wyobrażony na rys. 61-ym, pozwala zmierzyć siłę *F*; urządzenie tego



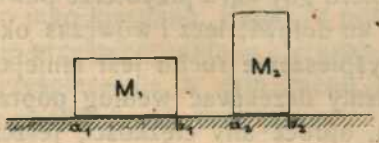
Rys. 61.

przyrządu jest zrozumiałe bez bliższych objaśnień. Jeżeli ciężar ciała, umieszczonego na szalce *SS*, został tak dobrany, ażeby zaledwie wystarczał do wprawienia w ruch ciała *M*, wówczas ciężar ten jest miarą siły *F*.

Dokonywając takich doświadczeń, spostrzegamy, że siła *F* wypada wprost proporcjonalna do ciężaru ciała *M*; możemy zatem założyć:

1. $$F = \mu mg.$$

Wielkość μ, zwana *spółczynnikiem tarcia*, nie zależy od ciężaru ciała *M*. Nie zależy ona również od pola powierzchni *ab*, którą ciało *M* dotyka deski *AB*; dwa ciała M_1 i M_2, jednakowego ciężaru i jednakowej natury, wymagają w powyższem doświadczeniu (rys. 61) użycia tej samej siły *F*, chociaż pola $a_1 b_1$ i $a_2 b_2$ ich powierzchni zetknięcia z podstawą są rozmaite (rys. 62). Spółczynnik tarcia μ zależy natomiast w wysokim stopniu od rodzaju substancji, z której wyrobione są ciała



Rys. 62.

M i AB; jest naprzykład stosunkowo mały dla żelaza, dla mosiądzu i innych metali, dla drewna zaś i dla kamieni jest większy. Spółczynnik μ zależy również od stanu powierzchni zetknięcia, naprzykład od stopnia jej wygładzenia; zmniejsza się znacznie, skoro pokryjemy powierzchnie ciał AB oraz M warstewką gliceryny, oliwy lub innego smaru.

Do mierzenia wartości spółczynnika μ możemy użyć przyrządu, wyobrażonego na rys. 60-ym. Przypuśćmy, iż, przechylając deseczkę AB, utrafiliśmy kąt i taki, ażeby ciało M właśnie poczynało posuwać się na dół; mamy wówczas widocznie

$$2. \qquad F = MT = mg \sin i.$$

Stosując się do powyższego równania (1), zakładamy zarazem, że

$$3. \qquad F = \mu . MN = \mu . mg \cos i.$$

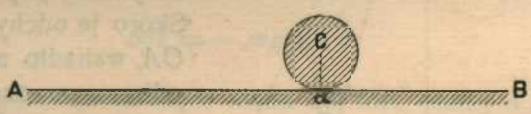
Z równań (2) i (3) wynika

$$4. \qquad \mu = \operatorname{tang} i.$$

Przypuśćmy, że na równi drewnianej umieściliśmy kloc, również drewniany, którego masa wynosi 1 kg. Zaczyna on posuwać się na dół, gdy kąt nachylenia równi wynosi: $i = 30^0$. Tarcie F wynosi więc 0·5 Kg; spółczynnik μ wypada równy 0·577.

Ustawmy równię pod kątem 45^0; składowa MT wynosi wówczas 1 Kg $\times$ sin 45^0 czyli 0·707 Kg. Ponieważ tarcie F równoważy 0·5 Kg, pozostaje więc siła 0·207 Kg czyli 203067 dyn, która masie 1 kg nadaje przyśpieszenie 203·067 cm/sek^2. Skoro ruch rozpoczyna się, tarcie maleje; przy przejściu ze spoczynku do ruchu spółczynnik μ jest większy niż podczas ruchu. Im prędkość ruchu jest większa, tem mniejszy jest ten spółczynnik.

Przypuszczaliśmy wyżej, że ciało M, poruszając się po płaszczyznie AB, dotyka jej całą powierzchnią ab (rys. 62); powia-



Rys. 63.

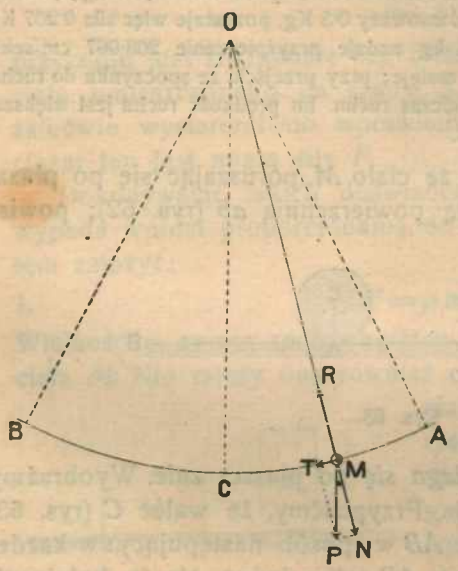
damy wówczas, że ciało *ślizga się* po płaszcz znie. Wyobraźmy sobie teraz inny przypadek. Przypuśćmy, że walec C (rys. 63) porusza się po płaszczyznie AB w sposób następujący: w każdej chwili dotyka on płaszczyzny AB tylko jedną, ale (w kolejnych chwilach) coraz inną tworzącą; w chwili naprzykład, której odpowiada rys. 63, walec dotyka płaszczyzny tworzącą a. Powiadamy, że walec C *toczy się* po płaszczyznie AB. Koła wozów i powo-

zów toczą się po powierzchni ziemi lub szyn, ślizgając się przytem najczęściej nieznacznie. Toczeniu się towarzyszy tarcie, podobnie jak towarzyszy ślizganiu się; ale jego wartość w tym razie jest inna. Jeżeli natura i ciężar toczącego się i ślizgającego się ciała są jednakowe, tarcie w przypadku toczenia się jest mniejsze niż w przypadku ślizgania się.

W dynamice zaniedbujemy zazwyczaj wpływ tarcia. Gdy roztrząsamy ruch ciał niebieskich w niemal pustem przestworzu, postępowanie to jest uzasadnione; lecz w rozważaniu ruchów, które na ziemi dochodzą do skutku, pomijanie tarcia prowadzi nieraz do wniosków tylko zgrubsza prawdziwych. Ruchowi ciał ziemskich towarzyszą zawiłe zjawiska tarcia, które zawsze przeszkadzają ruchowi, nie pomagają mu nigdy. Dlatego też owe zjawiska bywają nam zwykle niepożądane; staramy się im zapobiegać albo je przynajmniej łagodzić. Niekiedy jednakże tarcie bywa nam pożyteczne; jako przykład można przytoczyć: tarcie podeszwy o podłogę, tarcie hamulca o koło wagonu, tarcie pasa o transmisyjne koło maszyny.

§ 63. Wahadło.

Na cienkiej, lekkiej i (o ile podobna) nierozciągliwej nici *OM* zawieszamy kulę *M* (rys. 64) tak małą, że wolno nam będzie poczytywać ją za punkt materjalny. Taki przyrząd nazywamy *wahadłem*. Pozostawione samemu sobie, wahadło ustanawia się w położeniu pionowem *OC*, w którem wisi spokojnie; wówczas nazywamy je *pionem* (§ 19). Skoro je odchylimy, np. do *OA*, wahadło *waha się* t. j. odbywa powszechnie znany ruch wahadłowy pomiędzy *OA* i *OB*. Spróbujmy zrozumieć ten ruch i zapoznać się z jego prawami.



Rys. 64.

Oznaczmy przez l długość nici *OM*; przez θ kąt *COM* odchylenia nici od pionowego położenia; przez x łuk *CM*, odpowiadający kątowi θ odchylenia. Uważamy θ oraz x za dodatnie, gdy *M* znajduje się w części *CA* toru; uważamy

je za ujemne, gdy M znajduje się w części CB. Wyrażając kąt θ w radjanach (§ 3), mamy

1. $$x = l\theta.$$

Oznaczmy przez m masę punktu M, przez g (jak zwykle) przyśpieszenie ciężkości. Ciężar punktu M wynosi mg i jest skierowany na dół pionowo. Wyrażamy ten ciężar przez wektor MP na rys. 64-ym i rozkładamy go na dwie składowe: (1) na składową MN, skierowaną w przedłużeniu nici (2) na składową MT, styczną do łuku koła, po którem porusza się M. Składowa MN wypręża nić i wywołuje w niej napięcie MR, równe i przeciwne; ale siła MR, przyłożona do punktu M, nie wywiera wpływu na ruch, który odbywa się wciąż prostopadle do kierunku MR; punkt M w swoim ruchu jest posłuszny wyłącznie stycznej składowej MT. Widzimy, że MT jest zawsze tak skierowana, że sama przez się skłaniałaby punkt M do powrotu do C. Jeżeli M wznosi się od C do A lub od C do B, siła MT opaźnia ruch; jeżeli M od A lub od B opada ku C, siła MT ruch przyśpiesza. Ruch punktu M po łuku ACB lub BCA *nie* jest zatem jednostajny. Gdyby siła MT miała wartość *stałą*, punkt M odbywałby ruch jednostajnie przyśpieszony po łukach AC i BC, jednostajnie opóźniony po łukach CA i CB. Lecz siła MT nie jest stała wzdłuż toru; siła ta ma wartość *zmienną*. Będziemy uważali siłę MT za dodatnią, gdy jest zwrócona w kierunku od B ku A; gdy jest zwrócona w stronę przeciwną t. j. w kierunku od A do B, będziemy ją uważali za ujemną. W tem rozumieniu mamy zawsze

2. $$MT = -mg \sin\theta.$$

Istotnie, gdy M znajduje się w części CA toru, mamy $\theta > 0$, więc $\sin\theta > 0$, $MT < 0$; gdy M znajduje się w części CB toru, mamy $\theta < 0$, $\sin\theta < 0$ oraz $MT > 0$; równanie (2) pozostaje więc ważne we wszystkich fazach ruchu. W miejscach A oraz B wartość bezwzględna siły MT jest największa; w miejscu C równa się zeru, przez położenie C punkt M przebiega dzięki swej bezwładności.

Rozważmy przyśpieszenie, które okazuje punkt M w ruchu wahadłowym. Przyśpieszenie to możemy rozłożyć na dwa przyśpieszenia składowe. Pierwszem jest przyśpieszenie, znane z § 28-go; wiemy, że ono jest skierowane wzdłuż nici, od M do O. Gdyby

ruch punktu M po łuku ACB lub BCA koła odbywał się jednostajnie, wzdłuż nici skierowane przyśpieszenie byłoby jedynem, a zatem też całkowitem przyśpieszeniem punktu M. Wiemy jednakże, że ruch punktu M po łuku koła jest niejednostajny; oprócz dośrodkowego przyśpieszenia, skierowanego wzdłuż nici, istnieje więc drugie, skierowane prostopadle do jej kierunku. To drugie przyśpieszenie, które oznaczamy przez f, wynika z działania siły MT; mamy zatem z (2):

3. $$f = -g \sin \theta.$$

Przypuśćmy, że kąt θ zawsze pozostaje mały; wstawę sin θ możemy wówczas zastąpić przybliżenie przez wartość kąta θ wyrażoną w radjanach. Według (3) i (1) otrzymujemy w tem założeniu

4. $$f = -\frac{g}{l} x.$$

Widzimy teraz, że (w przyjętym stopniu przybliżenia) ruch wahadłowy punktu M jest ruchem harmonicznym prostym, którego prawa znamy z §§ 30-go i 31-go. Równanie obecne (4) zgadza się rzeczywiście z równaniem (5) § 31-go; obadwa wypowiadają zasadniczą własność ruchu harmonicznego prostego, która na tem polega, że przyśpieszenie w takim ruchu jest zawsze skierowane ku środkowi drgań i że jest wprost proporcjonalne do wychylenia x, liczonego od środka drgań.

Utażsamiamy zatem obecny wyraz g/l z wielkością $\tilde{\omega}^2$ § 31-go. Innemi słowy, rozumiejąc przez T okres ruchu, kładziemy, stosownie do równania (1) § 30-go:

5. $$\frac{g}{l} = \tilde{\omega}^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

czyli

6. $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

OA i OB, jak powiedzieliśmy, są skrajnemi położeniami nici, pomiędzy któremi odbywa się wahanie; CA i CB są zatem największemi wartościami łuku x; podobnie jak w § 30-ym, nazywamy je *amplitudami* wahań. Okres T, dany przez (6), jest odstępem czasu, w którym dokonywa się jedno całkowite wahanie, naprzykład ruch punktu M od A przez C do B i od B napowrót przez C do A.

§ 64. *Prawa ruchu wahadłowego.*

Niektóre dalsze prawa ruchu wahadłowego możemy odczytać z równania (6) artykułu poprzedzającego.

I. Wzór (6) okazuje, że okres wahań nie zależy od amplitudy, która nie występuje w formule. Powinniśmy jednak o tem pamiętać, że owa formuła jest przybliżona i stosuje się jedynie w przypadku, gdy nawet największe możliwe odchylenie θ jest małym kątem. Jeżeli więc amplituda wahania jest mała, nie wywiera ona wpływu na okres; tę własność małych wahań wahadła, odkrytą przez Galileusza, nazywamy ich *izochronizmem.*

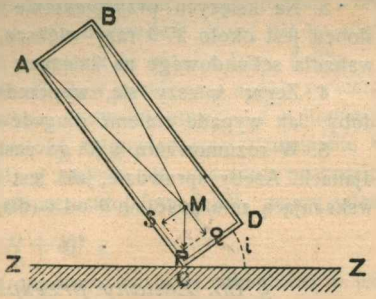
II. Z równania (6) wynika, że okres wahań nie zależy od masy wahadła. Tej niezależności mogliśmy oczekiwać ze względu na podobieństwo ruchu wahadłowego do swobodnego spadania; jak wiemy (§§ 19 i 57), czas spadania nie zależy od masy ciała spadającego.

III. Według (6) okres T wahań jest wprost proporcjonalny do pierwiastka kwadratowego z długości l nici wahadła.

Jeżeli np. długość l_1 pewnego wahadła Nr. 1 jest 4 razy większa niż długość l_2 innego wahadła Nr. 2, okres T_1 pierwszego wahadła jest 2 razy dłuższy niż okres T_2 drugiego; co łatwo sprawdzić pomiarem.

IV. Według (6) okres T jest odwrotnie proporcjonalny do pierwiastka kwadratowego z przyśpieszenia ciężkości.

Przy pomocy przyrządu, wyobrażonego na rys 5-ym, możemy uzmysłowić sobie tę zależność. Kula M wahadła jest zawieszona na dwóch lekkich, ale sztywnych pręcikach AM i BM w ramie czworokątnej $ABCD$, którą możemy przechylać względem poziomu ZZ. Wahania kuli M odbywają się tutaj widocznie nie pod wpływem całkowitego jej ciężaru MP, lecz tylko pod wpływem rzutu tego ciężaru na płaszczyznę wahań t. j. pod wpływem składowej $MP \cdot \cos i$. Okres wahań wyniesie więc:



Rys. 65.

$$1. \qquad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos i}}$$

będzie więc dłuższy niż w zwykłym przypadku pionowego ustawienia, w którym $i = 0$.

Powróćmy do równania (5) § 63-go, które przepisujemy w postaci

$$2. \qquad g = 4\pi^2 l / T^2.$$

Przypuśćmy, że zmierzyliśmy w centymetrach długość l nici wahadła i że stwierdziliśmy, ile sekund wynosi okres T jego wahań. Przy pomocy wzoru (2) możemy wówczas obliczyć w cm/sek^2 wartość przyśpieszenia ciężkości, czynnej w miejscu, w którem dokonywamy dostrzeżeń.

Podaliśmy tylko główną zasadę postępowania, które służy do znalezienia wartości przyśpieszenia g. Pragnąc poznać dokładną wartość tej stałej, musimy liczyć się z rozmaitemi okolicznościami, które tu pominęliśmy. Kula wahadła nigdy nie jest punktem; nić wahadła nie może być pozbawiona masy ani ciężaru. Każda nić jest w pewnej mierze rozciągliwa; wszelkie zawieszenie poddaje się do pewnego stopnia działaniu ciężaru kuli i bierze niejaki udział w ruchu, który ona odbywa. Powietrze, stawiając opór, sprzeciwia się wahaniom; tarcie w miejscu zawieszenia i w łonie nici wahadła przeszkadza jego ruchowi. Nareszcie i wzór (2) powyższy, jak wiemy, nie jest ścisły i stosuje się tylko w razie, gdy amplitudy są małe. W badaniu dokładnem wypada rozważyć wpływ tych zakłóceń i zapobiec im przez stosowne urządzenie przyrządu lub uwzględnić ich spółdziałanie na drodze rachunku. Udoskonalone w ten sposób wahadło jest dzisiaj, w fizyce i w geofizyce, jednem z najcenniejszych narzędzi mierniczych i badawczych.

Zadania.

1. *Sekundowem* nazywa się wahadło, którego okres T wynosi 2 sekundy; zakładając $g = 981$ cm/sek^2, obliczyć długość takiego wahadła. Jaka winna być długość wahadła, jeżeli jego okres ma wynosić 4 sek? Jaki jest okres wahadła, którego długość wynosi 1 m?

2. Sekundowe wahadło oddalamy od ziemi do odległości, w której dokoła niej krąży księżyc (§ 54). Przypuszczamy, że księżyc jest nieobecny, wahadło porusza się tylko pod wpływem ziemskiego przyciągania. Jaki jest okres wahań?

3. Na księżycu przyśpieszenie ciężkości jest około 6·1 razy mniejsze, na słońcu jest około 27·9 razy większe, niż na powierzchni ziemi. Znaleźć długość wahadła sekundowego na księżycu i na słońcu.

4. Zegar śpieszy się, wyprzedzając zegar dokładny o 5 sekund w ciągu doby. Jak wypada zmienić długość zegarowego wahadła?

5. W rozumowaniu § 63-go zastąpiliśmy $\sin\theta$ przez kąt θ, wyrażony w radjanach. Ażeby sprawdzić, jaki jest stopień tego przybliżenia, wykreślić krzywą, wskazującą zależność $\sin\theta$ od θ (dla wartości θ, idących od zera do pięciu stopni).

§ 65. Zmiany przyśpieszenia ciężkości na ziemi.

W ręku Newtona i jego następców wahadło posłużyło do udowodnienia, że w danej miejscowości na powierzchni ziemi przyśpieszenie ciężkości ma dla wszystkich ciał wartość jednakową (§ 57). Przypuśćmy, że zmieniamy miejsce spostrzeżeń. Przypuśćmy naprzykład, że przenosimy się od równika ku biegunom na powierzchni ziemi; lub też, że w danej miejscowości

wznosimy się balonem w powietrzu do góry. Spostrzegamy wówczas, że wartość przyśpieszenia g zmienia się; ale zmienia się dla wszystkich ciał *jednakowo*. Przyśpieszenie ciężkości jest więc stałą powszechną, niezależną od natury ciała, które poddajemy badaniu, ale zależną od położenia tego ciała względem kuli ziemskiej.

Ciężar ciała jest równy iloczynowi masy ciała przez przyśpieszenie ciężkości (§ 46). Wiemy, że masa ciała jest niezmienna (§ 38); skoro jednak przyśpieszenie ciężkości zależy od położenia ciała względem kuli ziemskiej, zatem od tego położenia zależy również ciężar ciała, który zmienia się wprost proporcjonalnie do przyśpieszenia g.

W następującej tablicy podajemy niektóre wartości przyśpieszenia ciężkości, znalezione drogą wahadłowych dostrzeżeń lub też wyliczone pośrednio z takich dostrzeżeń.

Na równiku, u poziomu morza	$g = 978{\cdot}03$ cm/sek²
W 45° szerok. geogr., u poz. morza	980·62 . . .
We Lwowie	980·93 . . .
W Paryżu	980·94 . . .
W Krakowie	981·07 . . .
W Greenwich (pod Londynem)	981·19 . . .
W Warszawie	981·22 . . .
W Poznaniu	981·26 . . .
W Wilnie	981·44 . . .
Na biegunach, u poziomu morza	983·22 . . .

Zmienność przyśpieszenia ciężkości na powierzchni ziemi wynika z rozmaitych przyczyn. Jedną przyczyną jest niedoskonała kulistość naszej planety; ziemia, spłaszczona na biegunach, przyciąga na nich oczywiście silniej niż na równiku. Poznamy wkrótce okoliczność, która wzmacnia tę różnicę (por. § 68).

Przypuśćmy, że wznosimy się o wysokość h, w powietrzu, ponad powierzchnię ziemi. Oznaczmy przez g_0 przyśpieszenie ciężkości, zmierzone u powierzchni, gdzie $h = 0$; przez g rozumiejmy wartość, odpowiadającą wzniesieniu h. Według prawa powszechnego ciążenia (§ 51) g zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości od środka kuli ziemskiej (por. § 53); mamy zatem

1. $$g : g_0 = R^2 : (R + h)^2$$

gdzie R jest promieniem ziemi, którą tu uważamy za kulę. Ponieważ h jest zwykle mała w stosunku do R, otrzymujemy z (1) w przybliżeniu

2. $$g = g_0 \left(1 - 2\frac{h}{R}\right).$$

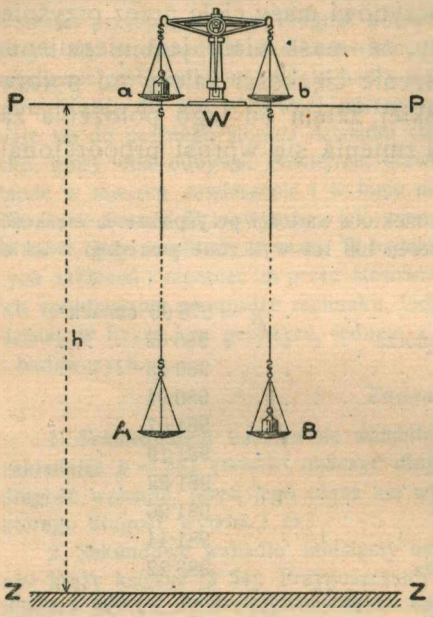
Załóżmy $g_0 = 981$ cm/sek², $R = 6{\cdot}37 \times 10^8$ cm; przypuszczając, że $h = 1$ km, otrzymujemy przybliżenie

3. $$g - g_0 = -0{\cdot}3 \text{ cm/sek}^2.$$

Jeżeli mierzymy g na powierzchni płaskowzgórza lub u szczytu góry, rozumo-

wanie powyższe nie stosuje się; obecność wyniosłości lądu wpływa na inny sposób zmieniania się wartości g.

Jolly w Monachjum, w r. 1878-ym, sprawdził doświadczalnie, że przyśpieszenie ciężkości zmniejsza się w miarę wznoszenia się ponad powierzchnię ziemi. Wyobraźmy sobie wagę W (§ 102), ustawioną na poziomie PP w wysokości h ponad powierzchnią ziemi ZZ (rys. 66). Waga ta posiada dwie pary szalek: jednę a, b umieszczoną jak zwykle oraz drugą A, B; szalki drugie A, B wiszą znacznie niżej niż pierwsze a, b. Przypuśćmy, że zrównoważyliśmy dwa ciała, umieszczone na szalkach górnych a, b; skoro przeniesiemy jedno ciało naprzykład do szalki dolnej B, drugie zaś pozostawimy na górnej a, ciało przeniesione do B zyska na ciężarze, zatem równowagi już wówczas nie będzie.



Rys. 66.

W jednem z doświadczeń Jolly'ego masa 5 kg, spuszczona na dół o wysokość 21 m, okazała się cięższa o 32 Mg. Sprawdzamy bez trudności, że ten wynik zgadza się dość przybliżenie z wymaganiami równania (2) w artykule niniejszym.

Przyśpieszenie ciężkości zmienia się zatem, zależnie od wzniesienia ponad powierzchnią ziemi, ale zmienia się nader powolnie. W wielu zagadnieniach możemy tak rozumować, jak gdyby nad ziemią przyśpieszenie g było niezmienne. Możemy nieraz również przypuszczać, że kierunki przyśpieszeń, które wytwarza siła ciężkości, są do siebie równoległe (§ 55). Pole siły ciężkości, któremu przypisujemy tak uproszczone własności, nazywamy *jednorodnem*.

§ 66. Jak zmierzono masę ziemi i jej gęstość średnią.

Wyobraźmy sobie dwie kule, których masy wynoszą m_1 i m_2 i których środki znajdują się od siebie w odległości r. Według

prawa powszechnego ciążenia, kule te przyciągają się; każda z dwóch sił, z których składa się wzajemne pomiędzy kulami działanie, wynosi

1. $$F = \frac{km_1 m_2}{r^2}.$$

Obiedwie kule są przyciągane przez ziemię. Jeżeli M jest masą kuli ziemskiej, R jej promieniem, ciężar kuli o masie m_2 wynosi

2. $$p_2 = \frac{kMm_2}{R^2}.$$

Z równań (1) i (2) otrzymujemy

3. $$\frac{F}{p_2} = \frac{m_1}{M}\left(\frac{R}{r}\right)^2.$$

Gdybyśmy zatem potrafili zmierzyć siłę przyciągania F, czynnego pomiędzy kulami m_1 i m_2, moglibyśmy obliczyć masę M kuli ziemskiej; istotnie p_2, m_1, R oraz r są znane lub mogą być łatwo znalezione.

Doświadczenie, oparte na podobnej zasadzie, wykonał po raz pierwszy w r. 1797 Lord Cavendish w Clapham pod Londynem; rozmaici uczeni powtarzali je później, wprowadzając poprawki i udoskonalenia. Przypuśćmy dla przykładu, że mamy:

4. $m_1 = 150\,\text{kg} = 1{\cdot}5 \times 10^5\,\text{gr}$; $m_2 = 20\,\text{kg} = 2 \times 10^4\,\text{gr}$; $r = 30\,\text{cm}$

i wyobraźmy sobie, że doświadczenie dało wynik następujący:

5. $$\frac{F}{p_2} = 1{\cdot}128 \times 10^{-8};$$

zatem siła F była równa ciężarowi 0·2256 miligrama. Powracając do równania (3) i kładąc zamiast R wartość $6{\cdot}37 \times 10^8$ cm, otrzymujemy

6. $$M = 6 \times 10^{27}\,\text{gr}.$$

Wartość dokładna jest $5{\cdot}997 \times 10^{27}$ gr. Objętość V kuli ziemskiej wynosi

7. $$V = \tfrac{4}{3}\pi R^3 = 1{\cdot}0827 \times 10^{27}\,\text{cm}^3;$$

zatem stosunek M/V czyli t. zw. *średnia gęstość* ziemi D jest

8. $$D = \frac{M}{V} = 5{\cdot}54\,\text{gr/cm}^3.$$

Masa kuli ziemskiej jest 5·54 razy większa niż masa kuli wodnej tej samej objętości. Ponieważ średnia gęstość powierzchownych warstw skorupy ziemskiej, które są nam dostępne, wynosi około 2·5 gr/cm³, wypada przeto przypuszczać, że wnętrze naszej planety jest utworzone z ciał stosunkowo bardzo gęstych; być może, że to wnętrze jest nadzwyczajnie mocno ściśnięte, więc z tego powodu jest gęste.

Obliczamy jeszcze wartość stałej powszechnej k czyli spółczynnika proporcjonalności, znajdującego się w formule Newtona. Przypuśćmy, że siła F, równa ciężarowi 0·2256 miligrama, była obserwowana pod Londynem, gdzie $g = 981{\cdot}2$ cm/sek² (§ 65). Z poprzednich wzorów (1) i (4) wyprowadzamy wówczas:

$$9. \qquad 0{\cdot}2256 \times 10^{-3} \times 981{\cdot}2 \text{ dyn} = \frac{k \times 1{\cdot}5 \times 10^{6} \text{ gr} \times 2 \times 10^{6} \text{ gr}}{(30 \text{ cm})^2}$$

skąd wynika

$$10. \qquad k = 6{\cdot}64 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{gr sek}^2.$$

Zadania.

1. Obliczyć w dynach siłę przyciągania, czynną pomiędzy dwiema kulami, z których każda ma masę 5 kg, jeżeli ich środki znajdują się w odległości 1 m od siebie. W jakim stosunku pozostaje ta siła do ciężaru każdej kuli?

2. Jaki istnieje związek pomiędzy wielkościami k, M, R (w oznaczeniach niniejszego artykułu) a średnią wartością przyśpieszenia g?

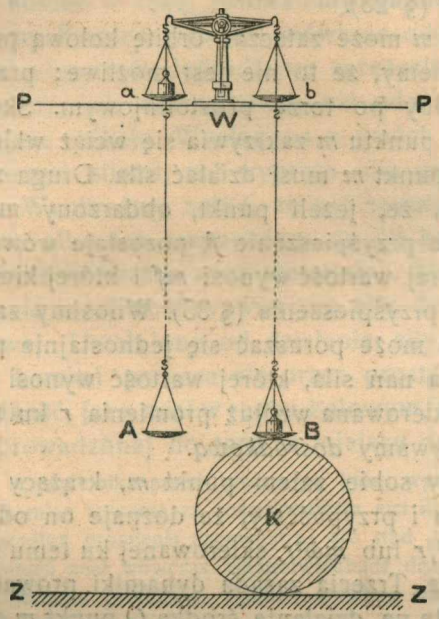
3. Wiadomo, że średnia gęstość Marsa jest mniejsza niż średnia gęstość ziemi w stosunku 0·69 : 1. Wiadomo, że objętość Marsa jest mniejsza niż objętość ziemi w stosunku 0·157 : 1. Obiedwie planety uważamy za kule jednostajnej gęstości. Obliczyć, w jakim stosunku do średniego przyśpieszenia g na ziemi pozostaje średnie przyśpieszenie ciężkości na powierzchni Marsa.

4. Wiadomo, że masa słońca jest 333432 razy większa niż masa ziemi; że promień kuli słonecznej jest 109·05 razy większy niż promień kuli ziemskiej. Obliczyć przyśpieszenie ciężkości, działającej na powierzchni słońca.

5. Masa księżyca jest mniejsza od masy ziemi w stosunku 0·012 : 1. Obliczyć w dynach przyciąganie, czynne pomiędzy księżycem a ziemią w ich średniej odległości, która jest 60·27 razy większa niż promień kuli ziemskiej.

Wypada nam jeszcze na przykładzie objaśnić, w jaki sposób można zmierzyć siłę, którą oznaczyliśmy przez F w równaniu (1) niniejszego artykułu i w następującym wywodzie. Powróćmy w tym celu do opisanego w § 65-ym doświadczenia Jolly'ego. Przypuśćmy, że, po dokonaniu wspomnianych tam ważeń, podsunięto wielką kulę K (rys. 67) pod szalkę dolną B, w której znajduje się jedno z badanych ciał; kula K może być wyrobiona z ołowiu lub z żelaza, może nią być naczynie szklane kuliste, wypełnione rtęcią. Do przyciągania ziemi, działającego na ciało,

które umieściliśmy w *B*, dołącza się wówczas dodatkowe przyciąganie, wywierane na to samo ciało przez kulę *K*. To dodatkowe przyciąganie działa wprawdzie nietylko na ciało umiesz-



Rys. 67.

czone w *B*, lecz również na ciało, znajdujące się w *a*; ale na pierwsze działa silniej, ponieważ *B* jest bliższe kuli *K* aniżeli *a*. Widzimy, że można zmierzyć siłę *F* zapomocą wagi.

Doświadczenia Jolly'ego udoskonalili Poynting w Anglji oraz Richarz i Krigar-Menzel w Niemczech; wyniki, które otrzymano w tych badaniach, nie różnią się znacznie od wyżej przytoczonych. Inne metody, któremi posługiwano się dotychczas, celem znalezienia masy lub średniej gęstości kuli ziemskiej, prowadzą również do zgodnych z niemi rezultatów.

§ 67. Ruch kołowy; siła dośrodkowa, siła odśrodkowa.

Przypuśćmy, że punkt, obdarzony masą *m*, porusza się jednostajnie po obwodzie koła, którego środek znajduje się w punkcie *O*. Gdy punkt *m* odbywa taki rodzaj ruchu, jego przyśpieszenie, jak wiemy z § 28-go, jest skierowane wzdłuż promienia, od punktu *m* ku środkowi *O*; z tego powodu nazywamy je *dośrodkowem* przyśpieszeniem. Jeżeli *v* jest prędkością, z jaką po-

rusza się punkt, r zaś promieniem kołowej orbity, wartość dośrodkowego przyśpieszenia wynosi v^2/r. Oznaczając przez $\tilde{\omega}$ prędkość kątową obiegu, możemy wyrazić wartość tego przyśpieszenia w postaci $\tilde{\omega}^2 r$ (§ 28).

Czy punkt m może zataczać orbitę kołową przez prostą bezwładność? Wiemy, że to nie jest możliwe; przez bezwładność punkt m biegłby po torze prostolinjowym. Skoro, wbrew bezwładności, tor punktu m zakrzywia się wciąż wklęśle ku środkowi O, zatem na punkt m musi działać siła. Druga zasada dynamiki nam powiada, że, jeżeli punkt, obdarzony masą m, zdradza w swym ruchu przyśpieszenie f, pozostaje wówczas pod działaniem siły, której wartość wynosi mf i której kierunek zgadza się z kierunkiem przyśpieszenia (§ 35). Wnosimy zatem, że punkt m tylko wówczas może poruszać się jednostajnie po kołowej orbicie, gdy działa nań siła, której wartość wynosi mv^2/r albo $m\tilde{\omega}^2 r$ i która jest skierowana wzdłuż promienia r ku środkowi O koła. Taką siłę nazywamy *dośrodkową*.

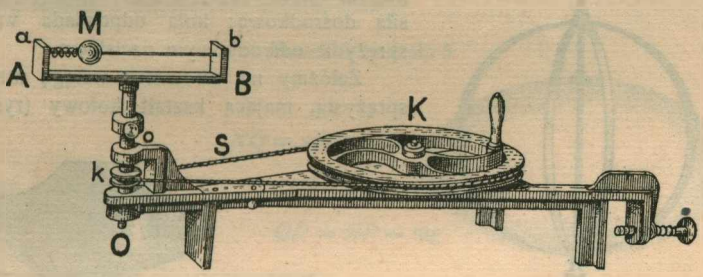
Wyobraźmy sobie zatem punkt m, krążący jednostajnie po obwodzie koła i przypuśćmy, że doznaje on od środka O działania siły mv^2/r lub $m\tilde{\omega}^2 r$, skierowanej ku temu środkowi wzdłuż promienia koła. Trzecia zasada dynamiki prowadzi nas wówczas do wniosku, że na działanie środka O punkt m odpowiada przeciwdziałaniem, wynoszącem również mv^2/r lub $m\tilde{\omega}^2 r$ i skierowanem od O ku m wzdłuż promienia koła (§ 36). To przeciwdziałanie nazywamy *siłą odśrodkową*. Siła dośrodkowa jest przyłożona do punktu m, biegnącego po torze kołowym; siła odśrodkowa jest przyłożona do środka O tego toru; siły te nie równoważą i nie znoszą się, albowiem działają na dwa różne ciała. Z dośrodkowego i z odśrodkowego działania składa się całość wzajemnego oddziaływania na siebie ciał m i O; siły te zatem są nierozłączne, każda jest towarzyszem drugiej, niejako jej nieuchronnym odgłosem; jeżeliby którakolwiek działać przestała, natychmiast znikłaby i zginęłaby druga.

Rozważmy niektóre przykłady. Wiemy, że ziemia krąży, niemal jednostajnie, po orbicie przybliżenie kołowej (§§ 49, 50); w środku tej orbity znajduje się słońce. Bez widocznego, materjalnego pośrednictwa słońce ciągnie ziemię ku sobie, stosownie do prawa Newtona; ta siła, przyłożona do ziemi, jest siłą dośrodkową, objawiającą się w ruchu rocznym naszej planety. Na działanie słońca ziemia odpowiada równem przeciwdzia-

łaniem, mianowicie przyciąganiem, wywieranem na słońce; to przyciąganie jest siłą odśrodkową w uważanym przypadku.

Przypuśćmy, że umocowaliśmy kamień na jednym końcu nici; ująwszy drugi koniec w rękę, zniewalamy kamień do krążenia po torze kołowym. Kamień wywiera wówczas odśrodkowe działanie na nić; nić odpowiada dośrodkową sprężystą reakcją. Ręka wywiera na nić działanie dośrodkowe; nić odpowiada ręce odśrodkową sprężystą reakcją. Wyciągana z dwóch końców, przeciwnie skierowanemi siłami, nić wypręża się, sprzeciwiając się obu działaniom. Wyobraźmy sobie, że nić została przecięta lub urwała się nagle; albo też przypuśćmy, że jej koniec wypuściliśmy z ręki. Znika wówczas więź materjalna, która łączyła kamień z ręką; ginie możliwość wywierania siły dośrodkowej, zatem i odśrodkowej. Uwolniony od działania siły, pozostawiony samemu sobie, kamień porusza się przez prostą bezwładność; zachowując prędkość, jaką miał w ruchu kołowym, kamień biegnie po stycznej, poprowadzonej do toru w miejscu zerwania uwięzi.

Przestrzegamy tu czytelnika przed błędem, w który wpaść łatwo. Krążąc po obwodzie koła, kamień wywiera za pośrednictwem nici na rękę siłę odśrodkową, skierowaną wzdłuż promienia nazewnątrz; ale stąd *nie* wynika bynajmniej, ażeby ten kamień miał wówczas jakąkolwiekbądź dążność do wyrwania się, do ucieczki w kierunku promienia. Kamień wywiera siłę odśrodkową, ale



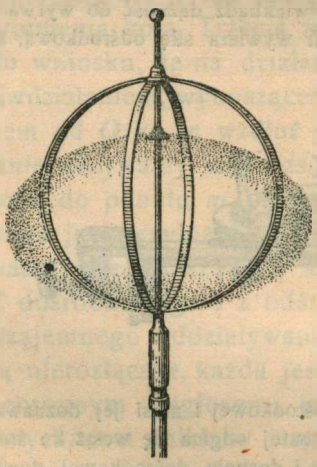
Rys. 68.

jej nie ulega; doznaje on, przeciwnie, siły dośrodkowej i musi jej doznawać, skoro porusza się po linji krzywej, która od prostej odgina się wciąż ku środkowi orbity. Kamień wywiera siłę odśrodkową i doznaje dośrodkowej, dopóki nić albo sznurek łączy go z ręką, dopóki istnieją przymusy i więzy, które ruch jego krępują; obiedwie siły giną jednocześnie, skoro tylko te więzy lub spójnie zostały zniesione.

Do badania ruchu obrotowego możemy posługiwać się przyrządem, który nazywamy *wirownicą* (lub *centryfugą*). Na osi *Oo* mniejszego koła *k* (rys. 68) utwierdzamy tę część przyrządu,

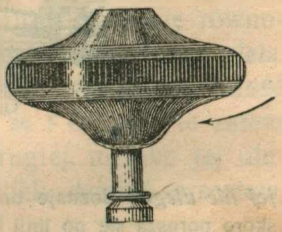
którą chcemy wprowadzić w ruch obrotowy; koło to *k* poruszamy zapomocą większego koła *K*, które obracamy ręką; ruch koła *K* przenosi się na *k* za pośrednictwem sznura lub struny *S*. Na osi *Oo* wirownicy umocujmy naprzykład ramkę *AB* (rys. 68), w której po drucie *ab* może przesuwać się swobodnie kula *M*. Skoro ramce *AB* nadamy ruch obrotowy, kula *M* widocznie zdąża ku obwodowi ramy; spotykając opór sprężyny *aM*, uciska ją i dopiero pod wpływem jej przeciwdziałania poczyna zataczać orbitę kołową.

Przypuśćmy, że sprężynę *aM* wyjęliśmy i że jej niema w przyrządzie; podczas obrotu kula *M* ucieka wtedy po drucie, jak może najdalej od środka. Czy to zachowanie się kuli jest objawem działania siły odśrodkowej? Bynajmniej; wiemy z poprzedzających objaśnień, że wniosek podobny byłby mylny i błędny. Gdy kula ucieka od środka wzdłuż drutu, *nie* odbywa przecież ruchu kołowego; *nie* doznaje więc siły dośrodkowej, koniecznej w tym ruchu; nie wywiera też odpowiedniej siły odśrodkowej. Gdy niema sprężyny *aM*, kula *M* nie doznaje działania siły dośrodkowej, albowiem na przewierconą kulę drut takiej siły wywrzeć nie może; zatem kula porusza się wówczas niemal wyłącznie ruchem *bezwładnym*. Istotnie, kula nie przesuwa się wcale wzdłuż drutu nieruchomego; posuwa się ona wzdłuż drutu, który jednocześnie *wykręca się*. Gdy niema sprężyny *aM*, kula *M* porusza się zatem przybliżenie *po prostej*; dlatego oddala się wtedy od osi obrotu. Ruch kuli po orbicie kołowej staje się dopiero wówczas możliwy, gdy ściśnięta sprężyna *aM* działa na kulę *M* siłą dośrodkową; kula odpowiada wówczas sprężynie odśrodkowym naciskiem.



Rys. 69.

Załóżmy na wirownicy wstęgę metalową sprężystą, mającą kształt kołowy (rys. 69);

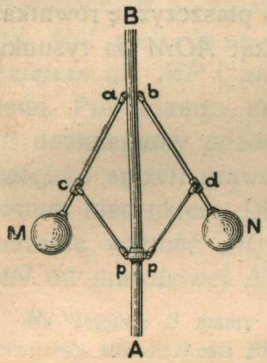


Rys. 70.

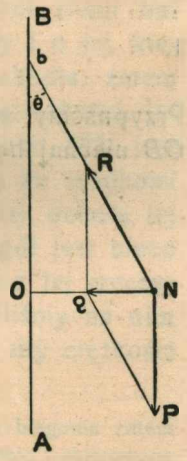
każda cząstka wstęgi zachowuje się podczas obrotu podobnie jak kula *M* w doświadczeniu poprzedniem; dlatego kołowa wstęga spłaszcza się w kierunku osi obrotu, wydyma się w kierunkach poprzecznych. Podobne zjawisko dostrzegamy w doświadczeniu następującem. W naczyniu szklanem, spłaszczonem wzdłuż osi, na równiku wydętem, znajduje się woda i rtęć. Naczynie umieszczamy na osi wirownicy i wprowadzamy je w ruch obrotowy; rtęć, która jest znacznie gęst-

sza niż woda (a więc w równej objętości posiada o wiele większą masę), ucieka wówczas ku obwodowi równika i zgromadza się cała w jego sąsiedztwie. Na takiej zasadzie polega działanie t. zw. *wirówek*, używanych w cukrownictwie, w mleczarstwie i w innych gałęziach przemysłu.

Regulator odśrodkowy Watta składa się z osi *AB* (rys. 71), po której może ślizgać się pierścień *pp*, połączony z pierścieniami *c* i *d* zapomocą ruchomych prętów *pc*, *pd*; pierścienie *c* i *d* mogą posuwać się wzdłuż prętów *acM* i *bdN*, ruchomych dokoła osi *a*, *b* i zaopatrzonych w masywne kule *M*, *N*. Znajdujemy bez trudności warunek równowagi prętów *acM* i *bdN*, odchylonych od pionowego położenia. Przypuśćmy, że pręt *bN* podczas obrotu odchylił się o kąt θ (rys. 72). Na punkt *N* działa ciężar *NP* kuli *N*, skierowany pionowo ku dołowi oraz przeciwdziałanie sprężyste, którem pręt opiera się wydłużaniu; wypadkowa *NQ* tych dwóch sił jest siłą dośrodkową przyłożoną do *N*. Mamy



Rys. 71.



Rys. 72.

1. $$NQ = QR \cdot \operatorname{tang} \theta.$$

Oznaczmy przez *l* długość pręta *bN*. Jeżeli *m* jest masą kuli *N*, $\tilde{\omega}$ prędkością kątową obrotu, *r* promieniem obrotu, mamy

2. $$r = ON = l \sin \theta$$

oraz

3. $$NQ = m\tilde{\omega}^2 r = m\tilde{\omega}^2 l \sin \theta.$$

Wiemy nakoniec, że

4. $$QR = NP = mg$$

Z równań (1), (3) i (4) otrzymujemy

5. $$\cos \theta = g/\tilde{\omega}^2 l.$$

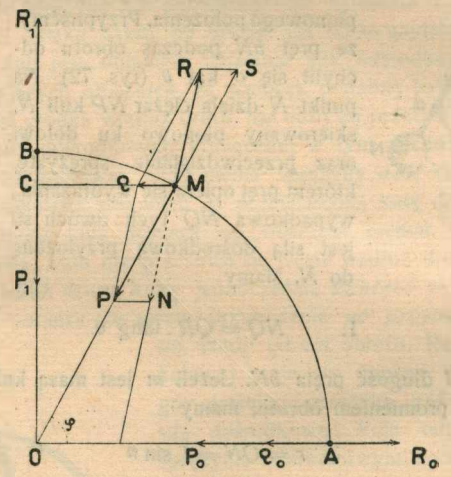
Dopóki prędkość kątowa jest mniejsza niż $\sqrt{g/l}$, równanie (5) nie daje dla kąta θ wartości możliwej; pręt istotnie nie odchyla się wówczas. Skoro pręt odchylił się, kąt θ rośnie, gdy $\tilde{\omega}$ zwiększa się, jak tego wymaga równanie (5). Jeżeli więc obrót jest zbyt szybki, *aM* i *bN* rozchylają się (rys. 71), *pp* podnosi się, skutkiem czego dopływ pary do machiny parowej, z którą regulator jest sprzężony, zmniejsza się. Dzięki połączeniu z regulatorem Watta machina parowa może więc niejako czuwać sama nad sobą i zapobiegać zbyt szybkiemu własnemu ruchowi.

§ 68. Wpływ obrotu ziemi na przyśpieszenie ciężkości.

Kula ziemska względem gwiazd stałych kręci się około swej osi; jeden obrót, jak wiemy, trwa 86164·09 sekund średnich słonecznych (§ 4). Prędkość kątowa $\tilde{\omega}$ obrotu ziemi wynosi więc

$$1. \qquad \tilde{\omega} = \frac{2\pi}{86164{\cdot}09 \text{ sek}} = \frac{0{\cdot}000072921}{\text{sek}}.$$

Przypuśćmy, że OA na rys. 73-im wyobraża płaszczyznę równika; OB niechaj będzie połową osi ziemskiej; kąt AOM na rysunku



Rys. 73.

niechaj nazywa się φ. Przypuśćmy, że ziemia jest kulista i że rozkład masy jest w niej jednostajny; punkt materjalny, umieszczony w M, doznaje wówczas od kuli ziemskiej przyciągania MP, skierowanego wzdłuż promienia MO ku środkowi ziemi O. Gdyby ziemia nie obracała się, pion w miejscu M wskazywałby MS jako kierunek pionowo do góry idący, jeżeli MS jest przedłużeniem OM; sprężysta reakcja, którą nić pionu sprzeciwia się wydłużaniu, byłaby umiejscowiona w prostej MS i wyobrażona przez długość $MS = MP$. Ziemia jednakże obraca się (względem gwiazd stałych) dokoła OB i pion w miejscu M nie wisi jak SM lecz jak RM; sprężysta reakcja nici pionu MR oraz przyciąganie ziemi MP składają się na stosunkowo bardzo małą siłę dośrodkową MQ, przyłożoną do M w kierunku MC, ku środkowi C koła, po którego obwodzie biegnie punkt M.

Ponieważ promień r tego koła wynosi $R\cos\varphi$, jeżeli R jest promieniem kuli ziemskiej, zatem

2. $$MQ = m\tilde{\omega}^2 r = m\tilde{\omega}^2 R\cos\varphi.$$

Wyobraźmy sobie, że w miejscu M powierzchni ziemi badamy siłę ciężkości. Ponieważ o wartości tej siły i o jej kierunku sądzimy z zachowania się pionu albo wahadła, zatem w miejscu M poczytamy MN za czynną tam siłę ciężkości, jeżeli MN jest równa i przeciwna MR. Widzimy, że MN jest *mniejsza* niż MP i *nie* jest skierowana dokładnie ku środkowi ziemi. Powiadamy: skutkiem obrotu kuli ziemskiej dokoła jej osi dostrzegamy *pozorną* siłę ciężkości, która naogół jest nieco *mniejsza* aniżeli prawdziwa i *nie* zgadza się ściśle z jej rzeczywistym kierunkiem. Dla jasności rysunku przesadziliśmy na nim znacznie wartość MQ oraz odchylenie pozornej siły ciężkości MN od prawdziwej MP.

Na biegunie B mamy $\varphi = 90^0$, $r = 0$ więc $MQ = 0$; na biegunie zatem prawdziwa siła ciężkości BP_1 i reakcja nici BR_1 są równe sobie i skierowane przeciwnie. Oznaczmy przez γ prawdziwe przyśpieszenie ciężkości t. j. przyśpieszenie, które kula ziemska wytwarzałaby na całej swojej powierzchni, gdyby nie obracała się koło osi. Pozorne czyli dostrzegalne na biegunie przyśpieszenie wynosi zatem również γ. Przenieśmy się teraz do miejsca A na równiku; tam mamy $\varphi = 0^0$, $r = R$; siła MQ przybiera więc na równiku wartość możliwie największą $m\tilde{\omega}^2 R$ lub przypuśćmy AQ_0 na rys. 73-im. Siła AQ_0 stanowi wówczas różnicę pomiędzy prawdziwą siłą ciężkości AP_0 a reakcją nici AR_0:

3. $$AP_0 - AR_0 = m\tilde{\omega}^2 R.$$

Pozorne czyli dostrzegalne na równiku przyśpieszenie ciężkości g_0 jest więc mniejsze od prawdziwego γ, mianowicie

4. $$\gamma - g_0 = \tilde{\omega}^2 R$$

gdzie

5. $$\tilde{\omega}^2 R = (0{\cdot}000072921)^2 \times 6{\cdot}37 \times 10^8 \text{ cm/sek}^2 = 3{\cdot}39 \text{ cm/sek}^2.$$

Ponieważ γ jest wartością przyśpieszenia na biegunie, widzimy zatem, że, gdyby ziemia była doskonale kulista i gdyby rozkład masy był w niej jednostajny, różnica wartości przyśpieszenia ciężkości, obserwowanych na biegunie i na równiku, powinnaby wynosić 3·39 cm/sek^2. Z § 65-go wiemy atoli, że ta różnica jest większa; że mianowicie wynosi 5·19 cm/sek^2. Domyślamy się zatem, że ruch obrotowy ziemi dokoła jej osi nie jest jedyną przyczyną zmian wartości przyśpieszenia g na powierzchni ziemi. Jak już powiedzieliśmy w § 65-ym, drugą, spółdziałającą w tym względzie okolicznością jest spłaszczenie naszej planety oraz rozmieszczenie w niej mas przyciągających, które bynajmniej nie jest jednostajne.

Zadania.

1. Przypuszczamy, że ziemia jest kulą, że rozkład masy jest w niej jednostajny, że sprawiałaby na całej swojej powierzchni przyśpieszenie γ, gdyby nie obracała się koło osi względem gwiazd stałych. Obliczyć prędkość kątową Ω obrotu, przy której nić pionu na równiku nie wyprężałaby się wcale; przy której przyśpieszenie pozorne g_0 na równiku byłoby równe zeru. Jak długo trwałby wówczas jeden obrót dokoła osi? W jakim stosunku do obecnej (istotnej) prędkości kątowej ω pozostaje owa Ω? Znając γ, $\omega^2 R$ oraz φ w danem miejscu M powierzchni ziemi, obliczyć pozorne czyli dostrzegalne tam przyśpieszenie ciężkości oraz kąt odchylenia kierunku MN od MP (rys. 73).

2. Kąt CMN (rys. 73) wynosi w Krakowie $50^\circ 3' 52''$, w Warszawie $52^\circ 13' 5''$. Obliczyć w przybliżeniu siłę MQ w tych miejscowościach; przekonać się, w jakim stosunku ona pozostaje do ciężaru ciał materjalnych.

ROZDZIAŁ CZWARTY.

O pracy i energji.

§ 69. O pracy.

Od młodych lat uczymy się upatrywać *pracę* w naszych zajęciach codziennych. Wiemy, że niemal każda czynność żąda od nas pracy. Zaoranie pola lub wykopanie rowu, podniesienie ciężkiej skrzyni do góry lub przesunięcie jej po podłodze, rozcięcie kartek w książce, którą czytamy lub nalanie wody do szklanki: wszystko wymaga pracy. Wybicie tunelu lub przekopanie morskiego kanału jest oczywiście pracą olbrzymią; ale nawet nakręcenie zegarka, nawet podniesienie powieki łączy się z pracą, chociaż stosunkowo niewielką.

Pracują dokoła nas ludzie; pracują zwierzęta, które przymuszamy do pracy; pożytecznie, choć niewidocznie i cicho, pracują wszystkie rośliny. Pracują rozmaite machiny, budowane przez człowieka i kierowane przez niego; szybcej, sprawniej i nieporównanie obficiej pracują aniżeli człowiek mógłby pracować. Parowe, gazowe i wodne motory poruszają młocarnie, tartaki, heblarnie, tokarnie, walcownie; dźwigają młoty lub windy, wtłaczają wodę do sieci rur miejskich, wprawiają w bieg dynamomaszyny, z których otrzymujemy prąd elektryczny. Działalność maszyn powołuje do pracy papiernie, drukarnie, tkalnie, przędzalnie i niezliczone inne zakłady fabryczne; ona sprawia, że ropa może tryskać z szybu, że tonny węgla wyłaniają się na powierzchnię ziemi, które zostały wyrwane z głęboko pod nią ukrytych pokładów. Maszyny ciągną długie szeregi wagonów pełnych towaru lub w szalonym pędzie biegną na czele pośpiesznych pociągów. Maszyny wprawiają w ruch olbrzymie okręty, nie dbając o wichry, o fale morskie i prądy; inne znów w portach ładują ogromne zapasy na statki lub je wyładowują. Ma-

szyny wyrabiają samochody, czołgi, aeroplany, którym ich własne maszyny zapewniają dzielność i sprawność.

Lecz nietylko ludzie, zwierzęta i maszyny pracują; cały wszechświat widzialny jest wciągnięty w wir pracy; wszystko wciąż pracę pochłania albo jej dostarcza. W powietrzu zrywa się wiatr albo wicher; to znowu deszcz pada, sypie śnieg albo siecze grad. Wodospady i rzeki toczą masy wód ku oceanom. Fale mórz huczą i przelewają się, szarpiąc skały, niosąc wydmy piasku; posłuszne ciążeniu, raz biegną w niepowstrzymanym pędzie ku brzegom, to znowu od nich uciekają pośpiesznie. Pod naszemi stopami chwieją się ziemskie pokłady i wszystko w nich albo na nich obsuwa i przesuwa się wiecznie, od kamyków począwszy aż do potwornych skał i lodowców. Śród pyłu przestworzy niebieskich krążą księżyce, planety, komety; ich ruch pochłania lub uwalnia nieziemskie ilości pracy. Biegnąc w dal niewiadomą, słońce rozgrzewa i rozświeca wszystko dokoła; jego dobroczynne działanie budzi do życia. Tysiące razy wspanialsze, inne promienne słońca jaśnieją z głębi otchłani przestrzennych. Gdziekolwiek zwrócimy uwagę, wszędzie odbywa się praca.

§ 70. Określenie pojęcia pracy.

Widzimy, jak ważne jest pojęcie pracy, jak szeroki ma zakres. Lecz w naukach ścisłych tylko *ilościowe* pojęcia mają wartość rzetelną; co nie może być *zmierzone*, pozostaje mgliste i ostatecznie zawsze dowolne. Praca może być duża lub mała, jak powiedzieliśmy w artykule poprzednim; możemy więc *mierzyć pracę* i powinniśmy umieć ją mierzyć.

Przypuśćmy, że punkt materjalny m pozostaje pod wpływem siły F. Jeżeli punkt m porusza się *zgodnie* z kierunkiem działania siły F (to znaczy: ściśle w jej kierunku lub pod kątem ostrym do niego), mówimy wówczas, że *siła wykonywa pracę*; rozumie się, że pracę dodatnią. Jeżeli punkt porusza się *sprzecznie* z kierunkiem siły F, czyli w kierunku wręcz mu przeciwnym lub pod kątem rozwartym do niego, powiadamy, że praca jest wykonywana *wbrew* sile; lub też mówimy, że siła wykonywa pracę ujemną. Na granicy między ruchami zgodnemi a sprzecznemi z kierunkiem działania siły znajduje się ruch, względem tego kierunku *obojętny* czyli prostopadły do niego; mówimy, że w takim ruchu siła F *nie* pracuje.

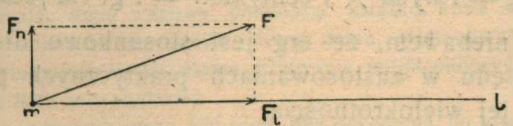
Przypuśćmy, że punkt m w pewnym czasie odbył drogę prostą l i że w tym czasie nie zmieniała się wartość ani nie zmieniał się kierunek siły F. Przez (Fl) rozumiejmy kąt, zawarty między kierunkami siły F i przemieszczenia l.. Pracą siły F na drodze l nazywamy wówczas wyrażenie

1. $$W = Fl\cos(Fl),$$

które ma wartość dodatnią, gdy kąt (Fl) jest równy zeru lub jest ostry; które ma wartość ujemną, gdy ten kąt jest rozwarty lub równy dwóm prostym; które wreszcie równa się zeru, gdy kąt (Fl) jest równy prostemu. Widzimy, że te własności wyrażenia (1) są zgodne z założeniami, które, jako nieodłączne od pojęcia pracy, przed chwilą przyjęliśmy.

Można zapytać, dlaczego przemieszczenie l punktu m miałoby być skierowane pod kątem ostrym, prostym lub rozwartym do kierunku siły F? dlaczego niezawsze przypada w kierunku działania tej siły? Jeżeli punkt materjalny jest *swobodny* i jeżeli jest pozbawiony *początkowej prędkości* w chwili, gdy podpada pod wpływ siły F, wówczas porusza się w kierunku działania tej siły; mamy wówczas $(Fl) = 0$ i praca W przybiera postać iloczynu Fl. Przypuśćmy jednak, że swobodny punkt m, w chwili przyłożenia siły F, ma prędkość inaczej skierowaną niż siła F; według §§ 22-go i 42-go ruch punktu m odbywa się wówczas naogół pod kątem do kierunku siły. Mamy tego przykład w ruchu punktu ciężkiego, rzuconego ukośnie w polu ciężkości; zatacza on parabolę, mimo iż siła ciężkości działa zawsze na dół pionowo (§ 59). Przypuśćmy dalej, że punkt m nie jest swobodny, że jego ruch jest skrępowany przez ograniczające warunki; wahadło dostarcza przykładu takiego punktu (§ 63). Ruch odbywa się wówczas znowu zazwyczaj pod kątem do kierunku działania siły przyłożonej. Możemy powiedzieć, że wahadło porusza się nie pod samym tylko wpływem siły ciężkości; że działa na nie również reakcja, wywołana w nici przez jej wyprężenie. Ale reakcja ta nie dostarcza ani nie odbiera pracy wahadłu, albowiem jest zawsze prostopadła do kierunku przemieszczenia jego ciężkiego punktu.

Wyobraźmy sobie, że punkt m, na który działa siła F (rys. 74), porusza się wzdłuż prostej ml. Rozłóżmy siłę F na składową F_n



Rys. 74

prostopadłą do przemieszczenia ml i na składową F_l, przypadającą w kierunku tego przemieszczenia. Jeżeli zgodzimy się na

twierdzenie, według którego składowa F_n nie pracuje w uważanym ruchu, tedy zostaje składowa F_t, której wartość wynosi $F.\cos(Fl)$ i która przypada w kierunku przemieszczenia *ml*. Mamy więc

2. $$W = F_t . l,$$

wzór, który pozwala z innej strony spojrzeć na określenie pracy i lepiej je zrozumieć.

Według określenia (1) lub (2), praca *nie* jest wektorem; jest nieskierowaną wielkością, podobnie jak naprzykład objętość lub masa. Zatem ilości pracy dodają się do siebie algebraicznie. Korzystając z tej własności pracy, możemy uogólnić wzór (1). Przypuśćmy, że wartość albo kierunek siły F zmienia się podczas odbywania przez punkt m drogi l. Rozcinamy wówczas tę drogę na mniejsze części, jeśli potrzeba, na niezmiernie małe odcinki; tworzymy dla każdej z tych części zosobna wyrażenie podobne do powyższego (1). Załóżmy np., że l składa się z części l_1, l_2...:

3. $$l = l_1 + l_2 + \ldots$$

oraz, że F_1 jest siłą czynną na drodze l_1, F_2 siłą czynną na l_2 i t. d. Suma

4. $$W = F_1 l_1 \cos(F_1 l_1) + F_2 l_2 \cos(F_2 l_2) + \ldots$$

wyraża pracę, wykonaną na drodze l.

§ 71. *Jednostki pracy.*

W artykule poprzednim wyprowadziliśmy pojęcie pracy z pojęć przemieszczenia i siły, podobnie jak naprzykład w stereometrji pojęcie objętości wyprowadzamy z pojęć pola i długości. *Jednostka pracy* musi zatem wynikać z jednostki długości i z jednostki siły. W § 3-im przyjęliśmy centymetr za jednostkę długości; w § 47-ym przyjęliśmy dynę za jednostkę siły. Powiadamy zatem, że *jednostką pracy jest praca, wykonywana przez siłę równą 1 dynie na drodze, przypadającej w kierunku tej siły i równej 1 centymetrowi.* Jednostka ta nazywa się *ergiem*:

1. $$\text{erg} = 1 \text{ dyna} \times 1 \text{ centymetr} = 1 \text{ gr cm}^2/\text{sek}^2.$$

Zobaczymy niebawem, że erg jest stosunkowo drobną pracą; z tego względu w zastosowaniach praktycznych posługujemy się chętniej jej wielokrotnością:

2. $$1 \text{ joule} = 10^7 \text{ ergów}.$$

Wiemy, że ciężar p ciała, którego masa jest m, wynosi

3. $$p = mg,$$

gdzie g jest przyśpieszeniem ciężkości, czynnem w miejscu dostrzeżeń (§ 46). Przypuśćmy, że ciało obniża się o wysokość h w kierunku pionowym ku dołowi; siła ciężkości wykonywa w tem przemieszczeniu pracę

4. $$W = ph = mgh.$$

Jeżeli masę m wyraziliśmy w gramach, przyśpieszenie g w cm/sek², ciężar p z formuły (3) wypadnie wyrażony w dynach; jeżeli nadto drogę h podaliśmy w centymetrach, otrzymamy z (4) pracę W wyrażoną w ergach. Załóżmy naprzykład

5. $$m = 1 \text{ kg} \quad g = 981 \text{ cm/sek}^2 \quad h = 1 \text{ m};$$

gdy kilogram obniża się o metr ku dołowi, siła ciężkości wykonywa pracę, która wynosi 98100000 ergów czyli 9·81 joule'ów; pracę tę nazywamy *kilogramometrem* (w skróceniu: kgm). Przypuśćmy podobnie, że sześcienny milimetr wody obniża się o centymetr ku dołowi; siła ciężkości wykonywa wówczas pracę, która wynosi 0·981 erga; widzimy zatem, że erg jest rzeczywiście pracą stosunkowo nieznaczną, jak wyżej powiedzieliśmy.

Określiliśmy tutaj kilogramometr oraz miligramocentymetr; podobnie moglibyśmy określić np. gramocentymetr, stopofunt i inne podobne jednostki pracy, których nazwy są już dostatecznem określeniem. Kilogramometr, gramocentymetr, stopofunt i t. p. są to oczywiście *ciężarowe jednostki pracy* (§ 47), łatwo zrozumiałe, ponieważ odwołują się do pospolitych naszych doświadczeń; skoro one jednak zależą od wartości g, przeto są zmienne i dlatego w nauce nie mogą być uznane za ścisłe, zasadnicze jednostki.

Zadania.

1. Robotnik wniósł 12 cegieł na wysokość 6 m; pozostawiwszy tam 6 cegieł, wniósł pozostałe na dalszą wysokość 5 m. Każda cegła waży 2·5 kg. Obliczyć w kilogramometrach i w ergach całkowitą pracę, którą robotnik wykonał.

2. Nakręcając zegar wagowy, podnosząc książkę, która spadła na podłogę, wbiegając po schodach na trzecie piętro domu, wykonywamy pewną pracę. Jakie dane winny nam być wiadome, ażebyśmy mogli obliczyć pracę, wykonaną w każdym z tych przypadków?

3. Pociąg kolejowy waży 150 tonn. Dla pokonania, po torze poziomym, oporów i tarcia, lokomotywa musi ciągnąć siłą, równą średnio 7·5 Kg na 1 tonnę ciężaru pociągu. Obliczyć pracę lokomotywy na drodze 1 kilometra.

4. Masa księżyca wynosi $7{\cdot}2 \times 10^{25}$ gr (§ 66); przyśpieszenie, którego on doznaje od ziemi, wynosi 0·272 cm/sek² (§ 54). Ile pracy wykonywa przyciąga-

nie ziemskie, gdy księżyc przebiega metr pod kątem 89° do promienia wodzącego orbity?

5. Punkt o masie 1 kg zesuwa się bez tarcia po równi pochyłej (§ 61), której kąt nachylenia do poziomu wynosi 45°. Jeżeli droga, liczona wzdłuż równi, wynosi 35 cm, jaką pracę wykonywa siła ciężkości?

6. W jakim stosunku do kilogramometra pracy, wykonanego na biegunie ziemi, znajduje się kilogramometr pracy, wykonany na równiku? Jaka jest różnica pomiędzy kilogramometrami, wykonanemi we Lwowie i Wilnie (§ 65)? lub u szczytu wieży Eiffla (mającej 300 m wysokości) i u jej podstawy (§ 65)?

§ 72. *Dzielność.*

Wyobraźmy sobie, iż, pracując przez godzinę, pewien robotnik wykonał tyle pracy, ile otrzymujemy w ciągu sześciu minut od zaprzężonego konia; tyle, ile możemy w przeciągu pół sekundy od machiny parowej uzyskać. W tych trzech razach ogólna *ilość* pracy była jednakowa, ale *szybkość* jej uskuteczniania była rozmaita; w jednakowym czasie koń dawał nam 10 razy więcej pracy niż człowiek, maszyna zaś 7200 razy więcej. Z tego przykładu widzimy, że rozmaite źródła pracy mogą nam jej dostarczać z bardzo rozmaitą szybkością; ta szybkość jest ważną własnością lub cechą źródła pracy. *Stosunek ilości dokonanej pracy do odstępu czasu, w którym została dokonana,* nazywamy (średnią w tym odstępie) *dzielnością* albo *sprawnością* pracującego organizmu lub mechanizmu.

Przypuśćmy, że praca W, dana przez wzór (1) § 70 go, została dokonana w czasie t; średnia w tym czasie dzielność D pracującego układu, przyrządu, człowieka albo zwierzęcia wynosiła

1. $$D = \frac{W}{t} = F\frac{l}{t}\cos(Fl) = Fv\cos(Fl)$$

gdzie v jest średnią w czasie t prędkością punktu, który odbywa drogę l. Jednostką dzielności jest oczywiście 1 gr cm²/sek³ czyli *erg na sekundę*; w praktycznych zastosowaniach posługujemy się zwykle wielokrotnościami tej jednostki, które wynoszą:

2. $$watt = 10^7 \text{ ergów na sekundę;}$$

3. $$kilowatt = 10^{10} \text{ ergów na sekundę.}$$

Dzielność 1 kgm/sek wynosi 9·81 wattów, jeżeli g ma wartość 981 cm/sek². *Dzielnością konia parowego* nazywamy często w technice 75 kgm/sek; jednostka ta wynosi 735·7 wattów, jeżeli g ma powyższą wartość. W końcu XVIII-go stulecia inżynier i uczony angielski James Watt wprowadził w użycie

jako jednostkę dzielności, średnią dzielność mocnego (angielskiego) konia roboczego; ta jednostka, zwana *horse-power* (lub w skróceniu *HP*), wynosi 550 stopofuntów angielskich na sekundę lub w przybliżeniu 746 wattów.

Dzielność zwykłego konia waha się między 40 a 60 kgm/sek. Dzielność dorosłego mężczyzny wynosi zazwyczaj od 5 do 10 kgm/sek; naprzykład cyklista, gdy jedzie po gładkiej drodze, okazuje dzielność 5 kgm/sek; wioślarz około 10 kgm/sek; robotnik, który kręci korbę maszyny, ma dzielność 6—7 kgm/sek.

Zadania.

1. Punkt ciężki, którego masa wynosi m, spada swobodnie w próżni, bez początkowej prędkości; $g = 981$ cm/sek^2. Oznaczamy przez t czas, liczony od początkowej chwili zjawiska; przez s rozumiemy drogę, odbytą w czasie t pionowo ku dołowi. Udowodnić, że dzielność δ, z jaką pracuje w chwili t siła ciężkości, wynosi

$$\delta = mg^2t = mg\sqrt{2gs}.$$

Obliczyć tę dzielność w ergach na sekundę, w wattach, w koniach parowych lub w jednostkach *HP*, zakładając np.:

$$m = 1 \text{ kg}; \quad t = 1 \text{ sek} \quad \text{albo też} \quad s = 1 \text{ m}.$$

2. Taternik wszedł na górę, której wysokość, liczona pionowo, wynosi 2500 m; wejście to zajęło mu 5 godzin czasu. Wiedząc, że ciężar taternika wynosi 66 Kg, obliczyć średnią dzielność, którą okazał w tej wycieczce.

3. Wodospad Niagary toczy średnio 7650 m^3 wody na sekundę. Wysokość, z której woda spada, wynosi 49 m. Jaką dzielność mogłyby rozwinąć maszyny, które zdołałyby pochwycić i zużytkować jednę dziesiątą część energji wodospadu?

§ 73. *Pojęcie energji.*

Gdy nakręciliśmy zegarek, jego wskazówki i kółka są przez pewien czas w ruchu. Zatem praca, którą włożyliśmy w skręcenie sprężyny, nie jest stracona; skręcona sprężyna jest rzetelnym dłużnikiem i skoro tylko może, stara się zwrócić pracę pobraną. Zegar wagowy jest zaopatrzony w ciężarki. Skoro podnieśliśmy je do góry, ciężarki, opuszczając się pod działaniem siły ciężkości, utrzymują w ruchu mechanizm zegara przez tydzień lub dłużej. Praca, którą wykonaliśmy wbrew sile ciężkości, nie znikła; możemy obrazowo powiedzieć, że przechowywała się i tylko stopniowo, powoli, została wydana. Każde ciało ciężkie, podniesione o pewną wysokość, dostarcza nam pracy, skoro mu pozwolimy obniżyć się napowrót. Spadając ze szczytu wieży kościelnej, cegła oddaje pracę, którą wydał na jej wyniesienie murarz, może przed kilkuset laty. Gdy kamień stacza się z Rysów albo Giewontu, wyzwala się praca, która przez długie wieki,

niejako w uśpieniu, trwała nienaruszona. Nawałnica, która siecze nam pola lub wodospad Niagary, który zasila pracą ludne osady i miasta, zwraca obecnie olbrzymie zasoby pracy, wyłożonej (niewiadomo kiedy i gdzie) na odparowanie wody i na jej krążenie w atmosferze ziemskiej.

Ażeby rozłupać kłodę, drwal z rozmachem uderza siekierą; nadał więc pewną prędkość narzędziu a w tym celu musiał pracę wykonać. Ale ta praca nie jest stracona; poruszające się ciało może dostarczyć pracy, której nieruchome ciało sprawić nie zdoła. Kamień rzucony, pocisk wystrzelony z armaty, lokomotywa pędząca po torze — mogą dokonać rozmaitych skutków, mogą uskutecznić różnorodną pracę. Ażeby wprowadzić w ruch ciało masywne, potrzeba więc pracy; ale ta praca nie ginie. Poruszające się ciało ma w sobie pewien zasób pracy, z którego czerpiąc, może pracę nazewnątrz oddawać.

Z przytoczonych przykładów wnosimy, że w przyrodzie mogą gromadzić się, że w niej nawet wszędzie istnieją *zapasy* czyli *zasoby pracy*. Każdy zasób pracy nazywamy *energją*. Pojęcie energji, stworzone głównie przez Tomasza Younga (1807). i przez Lorda Kelvina (1851), jest dzisiaj fundamentalnem pojęciem nauki fizyki; jest jednem z najważniejszych narzędzi myślenia, nietylko w tej nauce, lecz we wszystkich wogóle oddziałach umiejętności, poświęconych badaniu zjawisk natury.

§ 74. Energja kinetyczna.

Wyobraźmy sobie punkt materjalny ciężki, który spada swobodnie w próżni zupełnej, bez początkowej prędkości, pod wyłącznym wpływem siły ciężkości. Pole ciężkości, w którem punkt spada, uważajmy za jednorodne (§§ 55 i 65). Przypuśćmy, że od początkowej chwili zjawiska upłynął czas t i przebieżona została droga s. Ciężar punktu wynosi mg, jeżeli m jest masą punktu, g zaś przyśpieszeniem ciężkości; wartość tej siły według założenia jest stała; kierunek jej jest niezmienny, zgodny z kierunkiem przemieszczenia. Praca W, wykonana przez ciężkość od początkowej chwili spadania aż do chwili t, wynosi

1. $$W = mgs.$$

Prędkość v punktu w chwili t czyni zadosyć równaniu

2. $$v^2 = 2gs$$

(por. §§ 17 i 46). Z równań (1) i (2) wyprowadzamy

3. $$W = \tfrac{1}{2} mv^2.$$

Pracując nad punktem, ciągnąc go ku dołowi, siła ciężkości nagromadziła w nim zasób pracy $\frac{1}{2} mv^2$; ten zasób nazywamy *kinetyczną energją* poruszającego się punktu.

Spróbujmy uogólnić wynik, do którego zostaliśmy doprowadzeni. Punkt swobodny, którego masa wynosi m, porusza się pod wpływem siły F; wartość tej siły jest stała i kierunek jej jest niezmienny, zatem ruch punktu jest prostolinjowy i jednostajnie przyśpieszony, odbywa się zaś w kierunku działania siły. Oznaczamy przez v_0 prędkość punktu w początkowej chwili $t = 0$, przez v jego prędkość w chwili t. Przyśpieszenie f punktu jest stałe; wartość f możemy obliczyć z równania

4. $$f = \frac{v - v_0}{t}.$$

Droga s, przebieżona od chwili początkowej, wynosi według § 17-go:

5. $$s = v_0 t + \tfrac{1}{2} ft^2$$

albo też, jak widzimy, dopomagając sobie formułą (4):

6. $$s = \tfrac{1}{2}(v + v_0)t.$$

Według tych założeń, praca W, wykonana przez siłę F na drodze s, wynosi

7. $$W = Fs = mfs = \tfrac{1}{2} m(v^2 - v_0^2),$$

jest zatem równa przyrostowi *kinetycznej energji punktu.* Dzięki nieustannym przyczynkom, pochodzącym z pracy siły F na wszystkich po kolei odcinkach drogi, nagromadza się zasób pracy czyli energja punktu, podobnie jak z gromadzenia się oszczędności powstaje majątek. Jeżeli punkt, mający kinetyczną energję, napotka na opór lub wywoła tarcie, jeżeli naprzykład uderzy o zaporę lub wpadnie do lepkiego ośrodka, nagromadzona kinetyczna energja będzie się rozpraszała; punkt wykona pracę, równą stracie, którą jego kinetyczna energja poniesie.

Zadania.

1. Kula armatnia, której masa wynosi 500 kg, została wystrzelona z prędkością 480 m/sek. Obliczyć w ergach energję kinetyczną kuli.

2. Kula, o której mowa w 1-em zadaniu, została wystrzelona z prędkością 600 m/sek lub 720 m/sek; jaka jest wówczas jej kinetyczna energja? Gdy prędkość masy m zwiększy się lub zmniejszy się x razy, w jakim stosunku zmieni sie jej kinetyczna energja?

3. Kula, o której mowa w 1-em zadaniu, odbyła we wnętrzu armaty drogę 1·75 m, zanim została z niej wyrzucona. Obliczyć w dynach średnią wartość siły, która była przyłożona do kuli podczas przebiegania tej drogi.

4. Ta sama kula (zad. 1), wpadając do grubej warstwy piasku, zatrzymuje się w niej w głębokości 6 m od powierzchni. Obliczyć w dynach średnią wartość oporu, który piasek przeciwstawia ruchowi kuli.

5. Pociąg biegnie z prędkością 75 km/godz; jego masa wynosi 250 tonn. Obliczyć kinetyczną energję tego pociągu. Jaka siła mogłaby go zatrzymać na drodze, mającej 25 m długości? Opory i tarcia zaniedbujemy.

6. Masa młotka wynosi 1 kg. Ażeby wprowadzić młotek w szybki ruch, wywieramy nań siłę, która sześciokrotnie przenosi jego ciężar. Pod wpływem naszego działania i własnego ciężaru młotek opadł o 50 cm na dół pionowo. Jaka suma pracy została tutaj wydana? Jaką prędkość osiągnął młotek po przebieżeniu wymienionej drogi? Przypuśćmy, że młotek trafia gwóźdź tkwiący w desce i wbija go głębiej o 6 mm; obliczyć średni opór, którym deska sprzeciwiała się posuwaniu się gwoździa.

Wyobraźmy sobie układ, złożony z punktów materjalnych; ich masy oznaczmy przez m_1, m_2, m_3 i t. d. Będziemy nieraz rozważali własności takiego układu, który dla skrócenia będziemy nazywali *materjalnym układem*. Niechaj prędkości punktów układu wynoszą v_1, v_2, v_3 i t. d. *Kinetyczną energją* układu nazywamy sumę

8. $$T = \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 + \tfrac{1}{2} m_3 v_3^2 + \text{ i t. d.},$$

złożoną z kinetycznych energij wszystkich po kolei punktów układu.

§ 75. Ilość ruchu czyli pęd.

Powracamy jeszcze raz do przedmiotu, którym zajmowaliśmy się w artykule poprzedzającym. Punkt o masie m, swobodny, porusza się pod działaniem siły F, której wartość jest stała i kierunek niezmienny; ruch punktu jest prostolinjowy i jednostajnie przyśpieszony, odbywa się zaś w kierunku działania siły. Oznaczamy przez v_0 prędkość punktu w chwili $t = 0$, przez v jego prędkość w chwili t, przez s drogę, przebieżoną między temi dwiema chwilami. Wiemy wówczas, że dwie następujące zależności są spełnione:

1. $$Ft = m(v - v_0);$$

2 $$Fs = \tfrac{1}{2} m(v^2 - v_0^2).$$

Pierwsze równanie wynika z (1) § 35-go i (4) § 74-go; drugie nie różni się od równania (7) § 74-go. Równanie (2) powiada, że praca, wykonywana przez siłę F na drodze s, gromadzi i przechowywa się w postaci kinetycznej energji poruszającego się punktu. Treść równania (1) jest nam również znana; wyraża się w niem drugie zasadnicze twierdzenie dynamiki. Nadajmy iloczynowi mv nazwę *ilości ruchu* albo *pędu*; możemy wówczas wypowiedzieć treść równania (1) w sposób obrazowy. Możemy powiedzieć, że pędzący wpływ siły F, mierzony przez iloczyn Ft, równa się powiększeniu się ilości ruchu albo pędu, które dokonało się w czasie t.

Równaniami (1) i (2) możemy posługiwać się w rozmaity sposób. Jeżeli znamy wartości F i s, możemy obliczyć, jaka na drodze s dokonała się zmiana kinetycznej energji. Jeżeli wartości F i t są nam wiadome, znajdujemy zmianę, która w czasie t zaszła w pędzie poruszającego się punktu. Przypuśćmy przeciwnie, że dana nam jest zmiana kinetycznej energji punktu; możemy wówczas powiedzieć, na jakiej drodze siła F wytworzyła tę zmianę lub na jakiej drodze jest w stanie ją zniszczyć. Przypuśćmy, że zmiana pędu punktu jest podana; równanie (1) pozwala wówczas przekonać się, w jakim czasie siła F sprawia taką zmianę lub w jakim czasie byłaby zdolna ją unicestwić.

Dla przykładu wyobraźmy sobie dwa ciała: pociąg kolejowy, którego masa wynosi 400 tonn oraz niewielką kulę, wystrzeloną ze strzelby; masa tej kuli niechaj wynosi 10 gramów. Przypuśćmy, że pociąg porusza się nader powoli; wyobraźmy sobie naprzykład, że właśnie zajeżdża na stację i ma już tylko prędkość 1 cm/sek. Kula przeciwnie pędzi z dużą prędkością; przypuśćmy, że posiada prędkość 400 m/sek. Znajdujemy:

$$\text{dla pociągu: } \tfrac{1}{2}mv^2 = 2 \times 10^8 \text{ gr cm}^2/\text{sek}^2; \quad mv = 4 \times 10^8 \text{ gr cm/sek}$$
$$\text{dla kuli: } \tfrac{1}{2}mv^2 = 80 \times 10^8 \text{ gr cm}^2/\text{sek}^2; \quad mv = 4 \times 10^4 \text{ gr cm/sek.}$$

Kinetyczna energja pociągu jest 40 razy *mniejsza* niż kinetyczna energja kuli; pęd pociągu przeciwnie jest 1000 razy *większy* niż pęd kuli. Jeżeli ruchowi pociągu i ruchowi kuli przeciwstawimy *tę samą* siłę stałą, zatrzyma ona pociąg *na drodze* 40 razy krótszej niż kulę; ale zatrzyma go *w czasie* 1000 razy dłuższym.

§ 76. Dwa sposoby pojmowania masy.

Pojęcie masy jest niezmiernie ważne w dynamice. Określaliśmy je dotychczas w związku z pojęciami przyśpieszenia i siły, ustanawiając (w drugim rozdziale) zasadnicze twierdzenia dyna-

miki. Możemy powiedzieć, że w tym rozdziale kierowaliśmy się równaniem (1) poprzedzającego artykułu; o sile wnioskowaliśmy z pędu, albo ze zmiany pędu, poruszającego się ciała; *masa* była dla nas *zdolnością nabierania pędu*, którą dane ciało posiada.

Pojęcie kinetycznej energji prowadzi do innego sposobu pojmowania masy. Przez *masę* ciała możemy rozumieć jego *zdolność gromadzenia w sobie kinetycznej energji.* Młotek, wyrobiony z wosku lub z korka, jak wiemy wszyscy, funkcjonowałby licho. Mówiąc, że żelazna lub stalowa główka młotka ma masę większą niż drewniana albo korkowa, mamy na myśli, że, poruszając się z jednakową prędkością, ma znacznie większą kinetyczną energję. *Masa jest* zatem *pojemnością ciała na kinetyczną energję.*

Ażeby to jeszcze lepiej wyjaśnić, uciekamy się do porównania. Dobrze wiadomo, że wodę, krążącą w rurach wodociągowych miejskich, pompują czyli wtłaczają do rur machiny parowe. Ale machiny działają przerywanemi pchnięciami. Gdyby rury wodociągowe były bezpośrednio połączone z tłoczącemi pompami, woda nie płynęłaby ciągłym strumieniem z kurka wodociągu, tryskałaby raczej w podskokach, raz mocniej, to znowu słabiej. Z tego względu, pomiędzy tłoczącemi pompami a siecią wodociągowych przewodów inżynierowie, budujący installację, umieszczają zwykle *zbiornik* znacznej pojemności, który, gromadząc duży zapas wody, ujednostajnia płynięcie.

Przyjrzyjmy się teraz *kołu rozpędowemu* (albo «zamachowemu») w hali maszyn przemysłowego zakładu; zrozumiemy bez dalszych wyjaśnień, że, dzięki potężnej swej masie, to koło, skoro zostało wprawione w obrót, staje się zbiornikiem kinetycznej energji; że wobec tej energji spełnia taką rolę, jaką wobec wody odgrywa wodociągowy rezerwuar. Koło rozpędowe pobiera ilości pracy, które są chwilowo zbyteczne i gromadzi je jako kinetyczną energję; w miarę potrzeby wydaje z tego zasobu, przekazując energję mechanizmom, z któremi jest sprzężone; tym sposobem ujednostajnia bieg całego urządzenia.

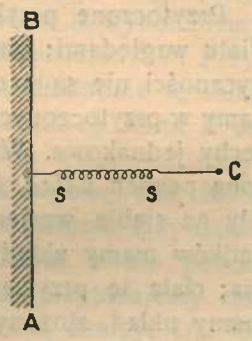
§ 77. Energja potencjalna.

Energja kinetyczna nie jest jedyną postacią, w której może przechowywać się praca. Widzimy to z przykładów, przytoczonych w § 73-im. Wyobraźmy sobie jeszcze raz kamień, który leży u szczytu góry albo cegłę położoną pod dachem budynku; wyobraźmy sobie obraz uczepiony na haku, most nad przepaścią wiszący albo samolot, który unosi się wysoko w powietrzu. Ze *wzniesieniem* tych ciał, z ich *położeniem* względem ziemi łączy się istnienie pewnej energji, nawet i wówczas, gdyby one nie poruszały się wcale względem ziemi; istotnie, gdy któremukolwiek z tych ciał pozwolimy spadać ku ziemi, odzyskamy pracę, która została wydana na podniesienie ciała do góry. Przez to

samo, że ciało ciężkie jest oddalone od środka ziemi, która je przyciąga, przez to samo nagromadziła się pewna energja; nazywamy ją *energją ciężkości.*

Kuli ziemskiej nie możemy dowolnie oddalać od słońca ani jej przybliżać ku słońcu. Wiemy jednak z rozdz. II-go, że ciężkość jest tylko szczególnym przypadkiem powszechnego ciążenia; że, gdy kamień znajduje się w polu ciężkości lub planeta w polu ciążenia, istota rzeczy jest w obu razach ta sama. Pomiędzy planetą a słońcem działa przyciąganie; to przyciąganie wykonywa pracę, gdy planeta zbliża się ku słońcu; gdy planeta oddala się od słońca, praca jest wykonywana przeciwko temu przyciąganiu. A zatem istnieje zasób pracy, istnieje energja, gdy planeta znajduje się w pewnej odległości od słońca; energję tę nazywamy *energją ciążenia.*

Przypuśćmy, że punkt *C* (rys. 75) jest połączony ze ścianą *AB* za pośrednictwem sprężyny *SS*; jeżeli *C* oddala się od *AB*, musi tę sprężynę wyciągać. Oddalenie punktu od ściany wymaga wykonania pracy przeciwko sile sprężystości, która budzi się w wyciąganej sprężynie. Skoro zostanie oddalony od ściany, punkt *C* zdradza energję, której nie okazywał, gdy sprężyna miała długość normalną; istotnie, pozwalając punktowi zbliżyć się napowrót ku ścianie, możemy odzyskać pracę, którą wydaliśmy na oddalenie. Gdy sprężyna jest wydłużona, istnieje więc nagromadzony zasób pracy, istnieje energja. Taką energję, zależną od wydłużenia, wygięcia, skręcenia lub innego odkształcenia ciał sprężystych, nazywamy *energją sprężystości.*



Rys. 75.

Wyobraźmy sobie dwie kule metalowe *A* i *B* (rys. 76), naelektryzowane *jednoimiennie*, naprzykład obiedwie dodatnio. Dzięki

Rys. 76.

swym elektrycznym ładunkom kule odpychają się wzajemnie; jeżeli chcemy zbliżyć je ku sobie, musimy wykonać pracę. Przy-

puśćmy, że zbliżyliśmy kule ku sobie; wykonaną wówczas pracę możemy odzyskać, pozwalając, by kule oddaliły się napowrót od siebie. Gdy zatem kule były zbliżone, istniał pewien zapas pracy, nagromadzona była pewna energja. Gdy wogóle dwa jednoimiennie naelektryzowane ciała znajdują się w jakiejkolwiek odległości od siebie, już przez to samo istnieje pewna energja, że one nie są nieskończenie oddalone od siebie. Dwa *różnoimiennie* naelektryzowane ciała przyciągają się; jeżeli chcemy oddalić je od siebie, musimy wykonać pracę; oddaliwszy je od siebie, możemy odzyskać pracę wydaną, gdy ciała zbliżą się ku sobie napowrót. Gdy zatem dwa różnoimiennie naelektryzowane ciała znajdują się w jakiejkolwiek odległości od siebie, już przez to samo istnieje pewna energja, że nie stanowią jednego ciała, że są rozłączone. Taką energję, zależną od wzajemnego położenia względem siebie ciał naelektryzowanych, nazywamy *elektryczną energją*.

Przytoczone przykłady różnią się oczywiście od siebie pod wielu względami; objawy ciężkości, ciążenia, sprężystości i elektryczności nie są naogół do siebie podobne. Mimo to dostrzegamy w przytoczonych przykładach niektóre rysy wspólne, pewne cechy jednakowe. W tych wszystkich przykładach mamy przed sobą pewien *układ*, którego składowe *części* wywierają pewne siły na siebie wzajemnie. W pierwszym z przytoczonych przypadków mamy układ, składający się z kuli ziemskiej i z kamienia; ciała te przyciągają się wzajemnie. W drugim przypadku mamy układ, złożony ze słońca i z planety; między temi ciałami działa ciążenie. Sprężyna jest układem, którego części, gdy je oddalamy od siebie, odpowiadają sprężystą reakcją. W ostatnim przypadku układ składał się z pewnej liczby ciał naelektryzowanych; takie ciała odpychają się lub też przyciągają się wzajemnie. Przypuśćmy, że pewna *praca* została *wykonana* w układzie; dzieje się to wówczas, gdy składowe części układu zbliżają się ku sobie albo oddalają od siebie, gdy wogóle zmienia się ich wzajemne położenie względem siebie. Praca ta *nie zginęła*, nie jest stracona; gdy składowe części układu przybiorą napowrót pierwotne swoje położenie względem siebie, wyłożona praca zostanie *zwrócona*. Praca jest wykonywana, gdy kamień oddala się od ziemi lub planeta od słońca, gdy sprężyna wydłuża się, gdy jednoimiennie naładowane ciała zbliżają się ku sobie lub różnoimiennie naładowane oddalają od siebie; praca jest

zwracana, gdy kamień zbliża się ku ziemi lub planeta ku słońcu, gdy sprężyna się kurczy, gdy jednoimiennie naładowane ciała oddalają się od siebie lub różnoimiennie naładowane zbliżają ku sobie. We wszystkich zatem przytoczonych przykładach widzimy, że w układzie mogą gromadzić się *zasoby pracy*, że może w nim istnieć *energja*. Taka energja, jak mówimy, jest pracą *in potentia*; to znaczy, że w razie wyzwolenia się może przeobrażać się w pracę; dlatego taką energję nazywamy *potencjalną*.

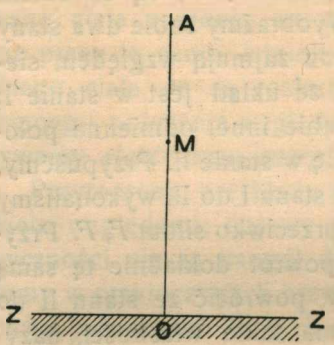
Wyobraźmy sobie układ materjalny, który w skróceniu niechaj nazywa się M. Pomiędzy składowemi częściami tego układu mają działać siły, które oznaczamy przez F, F; są to zatem czynne w układzie siły *wewnętrzne*. Wyobraźmy sobie dwa stany układu M, stan I i II. Gdy części układu zajmują względem siebie określone położenie, powiadamy, że układ jest w stanie I; gdy te części przybrały względem siebie inne, odmienne położenie, powiadamy, że układ znajduje się w stanie II. Przypuśćmy, iż, zmuszając układ M do przejścia ze stanu I do II, wykonaliśmy w układzie w tem przejściu pracę W przeciwko siłom F, F. Przypuśćmy powtóre, że otrzymujemy napowrót dokładnie tę samą pracę W, gdy układowi M pozwalamy powrócić ze stanu II do początkowego stanu I. Jeżeli układ ma takie własności, nazywamy go *zachowawczym układem*, siły zaś wewnętrzne, które są w nim czynne, nazywamy *zachowawczemi siłami*. Gdy układ jest zachowawczy, przypisujemy mu w każdym stanie pewną *potencjalną energję*; naprzykład w stanie I przypisujemy mu potencjalną energję U_I, w stanie II potencjalną energję U_{II}. Za określenie potencjalnej energji U przyjmujemy następujące równanie:

1. $$W = U_{II} - U_I.$$

Praca W, wykonana w przejściu ze stanu I do stanu II, jest zatem równa zmianie, której w tem przejściu doznała potencjalna energja układu. Jeżeli w przejściu z I do II wykonano w układzie dodatnią pracę W wbrew siłom F, F, wówczas U_{II} jest większa niż U_I; w przejściu z I do II energja potencjalna układu powiększyła się zatem. W przejściu przeciwnem, od II do I, układ zwraca napowrót pracę W; energja potencjalna zmniejsza się wówczas i powraca do początkowej wartości U_I.

§ 78. Energja potencjalna pola ciężkości.

Zastosujmy pojęcia, które obecnie poznaliśmy, do ponownego rozważenia praw, rządzących jednorodnem polem ciężkości. Wyobraźmy sobie punkt materjalny w jednorodnem polu ciężkości; oznaczmy przez m masę tego punktu. Punkt m, jak wiemy, nie stanowi sam przez się całkowitego układu; układ, który wypada nam obecnie rozważać, składa się z kuli ziemskiej i z punktu; jest to oczywiście układ zachowawczy. Gdy punkt m znajduje się w miejscu O, na powierzchni ziemi ZZ (rys. 77), powiadamy, że układ jest w stanie (O); gdy ten punkt podnieśliśmy do miejsca M, leżącego w wysokości z ponad poziomem ZZ, mówimy, że układ znajduje się w stanie (M). Przez U_0 oznaczamy energję potencjalną układu w stanie (O), przez U tę samą energję w stanie (M).



Rys. 77.

Podnosząc punkt m o wysokość z, wykonaliśmy pracę mgz przeciwko ciężkości; według równania (1) § 77-go mamy więc

1. $$U = U_0 + mgz.$$

Przypuśćmy, iż podnieśliśmy punkt m aż do miejsca A (rys. 77), w którem jego wzniesienie ponad ZZ wynosi OA lub przypuśćmy h. Oznaczając przez U_A energję potencjalną układu w stanie (A), mamy podług poprzedzającego wzoru (1):

2. $$U_A = U_0 + mgh.$$

W miejscu A pozostawiamy punkt m samemu sobie, nie udzielając mu żadnej prędkości. Pod wpływem przyciągania ziemi punkt biegnie na dół pionowo; gdy przebył drogę AM, którą oznaczmy przez s, znajduje się w wysokości OM czyli z (albo $h-s$) ponad powierzchnią ziemi; energja potencjalna układu ma wówczas wartość U, daną przez (1). Gdy zatem punkt spadał, energja potencjalna układu zmniejszała się; w przejściu ze stanu (A) do stanu (M) układ stracił ilość

3. $$U_A - U = mg(h-z) = mgs$$

potencjalnej energji. Jednakże widoczną jest rzeczą, że układ

zyskiwał wówczas kinetyczną energję; spadając, punkt osiąga coraz większe prędkości. Prędkość v punktu m w uważanem miejscu M drogi jest dana, jak wiadomo, przez formułę

4. $$v^2 = 2gs$$

(por. §§ 17 i 46); energja kinetyczna punktu w miejscu M wynosi przeto

5. $$\tfrac{1}{2}mv^2 = mgs,$$

tyleż, ile, według (3), wynosi strata energji potencjalnej. *Układ zyskał tyle kinetycznej, ile stracił potencjalnej energji.*

Rozważmy teraz zjawisko odwrotne. Przypuśćmy, że w miejscu O na powierzchni ziemi (rys. 77) punkt m został wyrzucony pionowo do góry z prędkością v_0; w tej początkowej chwili punkt miał zatem kinetyczną energję $\frac{1}{2}mv_0^2$. Z §§ 18-go i 58-go wiemy, że punkt będzie się wznosił ruchem opóźnionym; jego kinetyczna energja będzie się więc stopniowo wyczerpywała, natomiast potencjalna energja układu (złożonego, jak dawniej, z ziemi i z punktu) będzie wzrastała. W chwili t, w której osiągnięta wysokość wynosi OM czyli z, mamy prędkość

6. $$v = v_0 - gt;$$

zarazem mamy

7. $$z = v_0 t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

(por. § 58). Z równań (6) i (7) wyprowadzamy

8. $$v^2 = v_0^2 - 2gz$$

a zatem

9. $$\tfrac{1}{2}mv_0^2 - \tfrac{1}{2}mv^2 = mgz = U - U_0.$$

Układ zyskuje więc tyle potencjalnej, ile traci kinetycznej energji.

§ 79. *Energja całkowita pola ciężkości.*

Całkowitą energją układu, złożonego z ziemi i z punktu, nazwijmy sumę E jego kinetycznej i potencjalnej energji:

1. $$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + U.$$

Gdy punkt m spada swobodnie, układ zyskuje tyle kinetycznej, ile traci potencjalnej energji (§ 78); zatem *całkowita energja E pozostaje niezmienna.* Ażeby sprawdzić ten wniosek, zwracamy się do równań (3) i (5) artykułu poprzedzającego; wypada z nich natychmiast, że

2. $$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + U = U_A.$$

Mamy tu dwie energje: kinetyczną i potencjalną; każda zosobna

jest zmienna podczas spadania, ale ich suma jest *stała*, ponieważ jest wciąż równa stałej wartości U_A.

Obliczamy jeszcze raz całkowitą energję układu w początkowym stanie (A) i w końcowym stanie (O); por. rys. 77. W stanie (A) mamy $v = 0$ oraz $U = U_A$; z obecnego równania (1) wynika więc, że $E = U_A$, jak być powinno. W stanie (O) mamy $v^2 = 2gh$ oraz $U = U_0$; z równania (1) wypada zatem, że

3. $$E = mgh + U_0$$

lub, według (2) § 78-go: $E = U_A$.

Weźmy na uwagę zjawisko odwrotne, opóźniony ruch punktu, wyrzuconego pionowo do góry. Z równania (9) w artykule poprzedzającym wnosimy, że

4. $$\tfrac{1}{2}mv^2 + U = \tfrac{1}{2}mv_0^2 + U_0;$$

a zatem, przez cały czas ruchu, całkowita energja E pozostaje równa swojej początkowej wartości E_0. Według § 58-go mamy $v_0^2 = 2gh$; początkowa wartość E_0 wypada więc

5. $$E_0 = mgh + U_0;$$

przez porównanie z formułą (2) § 78-go otrzymujemy $E_0 = U_A$. W miejscu A największego wzniesienia mamy $v = 0$; w tem miejscu toru mamy więc znowu $E = U_A$.

Uczyńmy tu jeszcze niektóre uzupełniające uwagi. W poprzedzającym i w niniejszym artykule odnosiliśmy ruch spadającego punktu do kuli ziemskiej jako do ciała odniesienia. Rozumowaliśmy tak, jak gdybyśmy uważali kulę ziemską za nieruchomą, jak gdybyśmy jej kinetyczną energję uznawali za równą zeru. Kula ziemska nie jest nieruchoma; wiemy, że biegnie dokoła słońca po eliptycznej orbicie; wspólnie ze słońcem porusza się, prawdopodobnie po linji prostej, względem gwiazd stałych. Punkt spadający ku ziemi uczestniczy we wszystkich jej ruchach. Kinetyczna energja punktu, o której mówiliśmy w powyższym wywodzie, jest więc energją ruchu punktu *względem* ziemi. Potencjalna energja układu jest podobnie energją położenia punktu względem ziemi.

Przypuszczaliśmy w poprzedzającym wywodzie, że przyciąganie, czynne pomiędzy ziemią a punktem, jest *jedyną* siłą, czynną w układzie; innemi słowy, układ, złożony z ziemi i punktu, uważaliśmy za *odosobniony*. W istocie rzeczy taki układ nie jest ściśle odosobniony; według prawa powszechnego ciążenia księżyc, słońce, planety, nawet gwiazdy stałe, muszą wywierać pewne siły na kamień spadający albo rzucony; ale siły te są oczywiście bardzo słabe w porównaniu do siły ziemskiej ciężkości.

Jak wiemy, układ, złożony z ziemi i z punktu, jest zachowawczy. Porównajmy jego zachowanie się z własnościami innego układu. Przypuśćmy, że na poziomej powierzchni stołu leży kamień; gdy przesuwamy ten kamień po powierzchni stołu, nie wykonywamy pracy przeciwko sile ciężkości ani też siła ciężkości nie wykonywa pracy; wydajemy wówczas pracę z powodu tarcia, które stół przeciwstawia ruchowi (§ 62). Wydawanie tej pracy nie przyspasabia jednak układu do zwrócenia nam pracy wydanej. Tarcie nie może cofnąć kamienia napowrót, gdy przesunęliśmy go po powierzchni stołu; jeżeli życzymy sobie, by kamień wrócił do pierwotnego swego miejsca, musimy wyłożyć nową pracę na powrotne przemieszczenie. Układ, w którym działa tarcie, nie jest zachowawczy;

pracy, którą taki układ pochłania, niepodobna uznać za wzbogacenie jego potencjalnej energji.

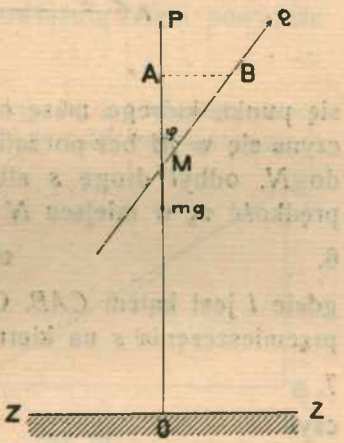
Zadania.

1. Punkt o masie 100 gr znajduje się w wysokości 5 m nad powierzchnią ziemi. Jeżeli punkt spadnie na tę powierzchnię, jak zmieni się potencjalna energja układu, złożonego z ziemi i z punktu?

2. Punkt o masie 1 kg spada (bez początkowej prędkości) ze szczytu wieży pięciopiętrowej, której każde piętro ma 5 m wysokości; opór powietrza zaniedbujemy. Obliczyć w poziomie każdego piętra kinetyczną energję punktu oraz różnicę wartości, które ma potencjalna energja układu (złożonego z ziemi i z punktu), gdy punkt jest w danym poziomie i gdy znajduje się na powierzchni ziemi; sprawdzić, że całkowita energja układu pozostaje niezmienna.

§ 80. *Dalsze twierdzenia o polu ciężkości.*

Przypuśćmy, że punkt, którego masa jest m, znajduje się w jednorodnem polu ciężkości. Wyobraźmy sobie, że punkt ten posuwa się w kierunku MQ (rys. 78), który tworzy kąt φ z kierunkiem MP, idącym pionowo do góry. Ciężar mg punktu działa wzdłuż MO; jeżeli więc punkt posunął się o odstęp MB (albo l) po prostej MQ, wykonaliśmy pracę



Rys. 78.

1. $$W = mgl\cos\varphi$$

wbrew sile ciężkości. Oznaczmy przez z rzut MA przemieszczenia MB na kierunek pionowy MP; mamy

2. $$W = mgz,$$

zatem praca W zależy tylko od pionowego podniesienia się z. Praca wykonana po drodze MB jest równa pracy, wykonanej po drodze MA i nie zależy od nachylenia drogi MB względem pionu.

Gdy punkt m posuwa się od M do B, energja potencjalna układu, składającego się z ziemi i z punktu, zmienia się według wzoru

3. $$U_B - U_M = W;$$

zatem

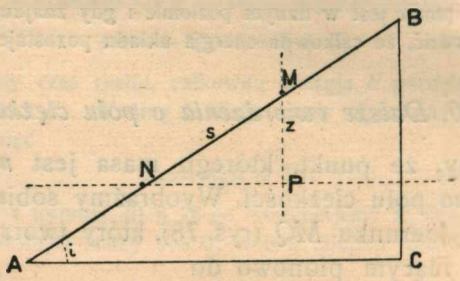
4. $$U_B = U_M + mgz.$$

Otrzymujemy więc według § 78-go:

5. $$U_B = U_A.$$

Czy punkt m zajmuje miejsce B, czy też miejsce A, nie ma to wpływu na potencjalną energję układu; zależy ona wyłącznie od t. zw. *poziomu* punktu t. j. od wysokości poziomej płaszczyzny, w której ten punkt jest położony.

Wyobraźmy sobie równię pochyłą AB (rys. 79), której tarcie zaniedbujemy (§§ 61 i 62). Przypuśćmy, że po tej równi posuwa



Rys. 79.

się punkt, którego masę oznaczamy przez m. Ruch punktu zaczyna się w M bez początkowej prędkości; gdy punkt dobiegnie do N, odbył drogę s albo MN i wiemy z § 61-go, że jego prędkość v_N w miejscu N jest dana przez

6. $$v_N^2 = 2gs \sin i$$

gdzie i jest kątem CAB. Oznaczając więc przez z ($= MP$) rzut przemieszczenia s na kierunek pionowy, otrzymujemy

7. $$v_N^2 = 2gz$$

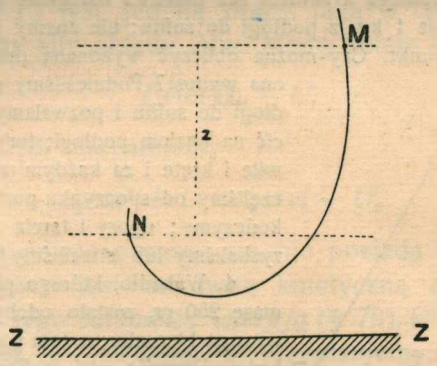
czyli

8. $$\tfrac{1}{2} m v_N^2 = mgz = U_M - U_N.$$

Całkowita energja, czyli suma $\frac{1}{2} m v_N^2 + U_N$, pozostaje niezmienna w ruchu punktu po równi pochyłej. Energja kinetyczna powiększa się o tyle, o ile potencjalna maleje; albo zmniejsza się o tyle, o ile potencjalna narasta. Zmiana zarówno kinetycznej jak potencjalnej energji zależy wyłącznie od pionowego przemieszczenia się punktu.

Wnioski te pozostają prawdziwe i wówczas, gdy tor punktu jest krzywodrożny. Możemy wyobrażać sobie, że krzywodrożny tor MN (rys. 80) jest granicą, do której dąży nieograniczenie

rosnąca liczba nieograniczenie malejących, rozmaicie nachylonych dróg prostych; stosując się do każdej z tych dróg, twierdzenia poprzednie pozostają ważne i dla całości toru. Jako przy-

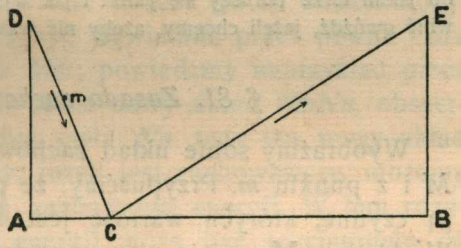


Rys. 80.

kład możemy przytoczyć ruch krzywodrożny, który odbywa punkt ciężki wahadła (§ 63); w tym ruchu obowiązują zatem powyższe twierdzenia.

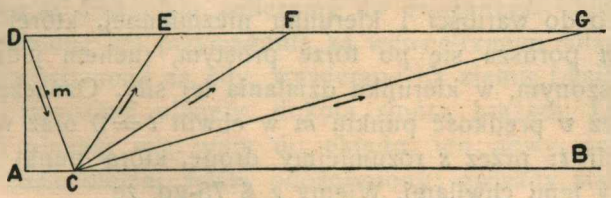
Zadania.

1. Nachylenie do poziomu równi *CD* i *CE* (rys. 81) jest rozmaite, ale ich pionowa wysokość jest jednakowa: $AD = BE$. Ciężki punkt *m*, spuszczony z *D* bez początkowej prędkości, przybiega do *C* z pewną uzyskaną prędkością. Gdybyśmy mogli przenieść go w *C* na równię *CE* bez zmiany tej osiągniętej prędkości, jak wysoko wzniósłby się po *CE*? Tarcie zaniedbujemy.



Rys. 81.

2. Wyobrażamy sobie w zadaniu pierwszem dalsze równie *CF*, *CG* i t. d.; ich pionowa wysokość *AD* jest jednakowa (rys. 82). Do jakich miejsc dobiega punkt *m*, przeniesiony w *C* na równie *CE*, *CF*, *CG*

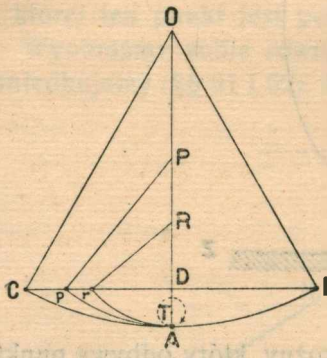


Rys. 82.

i t. d. bez straty prędkości? Pochylamy równie coraz bardziej; w końcu otrzymujemy równię *CB* poziomą. Dokąd dobiegnie punkt *m*, przeniesiony na *CB*

bez zmiany osiągniętej prędkości? Idąc za myślą tego rozumowania, zostajemy doprowadzeni do wygłoszenia jednego z zasadniczych praw dynamiki; mianowicie którego?

3. Pomiędzy podłogą a sufitem sali pionowa odległość wynosi 5 m. Podnosimy punkt, o masie 1 kg, z podłogi do sufitu; nie znamy jednak toru, po którym poruszał się punkt. Czy można obliczyć wykonaną pracę? Jeżeli tak, ile ona wynosi? Podnieśliśmy punkt 7 razy z podłogi do sufitu i pozwalamy mu 7 razy powrócić na poziom podłogi; tory przejścia były zawiłe i kręte i za każdym razem odmienne. Zaczęliśmy od spoczynku punktu i na spoczynku kończymy; opory i tarcia zaniedbujemy. Czy zyskaliśmy lub straciliśmy pewną ilość pracy?



Rys. 83.

4. Wahadło, którego punkt ciężki posiada masę 250 gr, zostało odchylone o 30° od pionowego kierunku; w tem położeniu nie ma prędkości. Długośc nici wahadła wynosi 80 cm. Obliczyć kinetyczną energję i prędkość, które wahadło mieć będzie, przebiegając przez najniższy punkt toru. Zakładamy $g = 981$ cm/sek², opory i tarcia zaniedbujemy. Wahadło przebiegło przez najniższy punkt toru i wznosi się do góry po stronie przeciwnej; jak wysoko wzniesie się? jaką ma prędkość w miejscu największego wzniesienia?

5. Punkt ciężki wahadła OA (rys. 83) przebiega tor BAC od B do C; BC jest pozioma. Wbijamy gwóźdź w miejscu P albo R; co stanie się wówczas? Po jakim torze poruszy się punkt i jak wysoko pobiegnie? Gdzie powinniśmy wbić gwóźdź, jeżeli chcemy, ażeby nić wahadła owinęła się dokoła niego?

§ 81. Zasada zachowania energji.

Wyobraźmy sobie układ zachowawczy, składający się z ciała M i z punktu m. Przypuśćmy, że pomiędzy M a m pewne siły są czynne, których wartość jest stała i kierunek niezmienny. W układzie Mm są to siły wewnętrzne; siły zewnętrzne nie działają, dlatego Mm nazywamy *odosobnionym* układem.

Przypuśćmy, że punkt m jest swobodny i że, pod wpływem siły F, co do wartości i kierunku niezmiennej, której doznaje od M, porusza się po torze prostym, ruchem jednostajnie przyśpieszonym, w kierunku działania tej siły. Oznaczmy przez v_0 i przez v prędkość punktu m w chwili $t = 0$ oraz w uważanej chwili t; przez s rozumiejmy drogę, którą punkt m odbył pomiędzy temi chwilami. Wiemy z § 75-go, że

1. $$Fs = \tfrac{1}{2}m(v^2 - v_0^2).$$

Ponieważ układ jest zachowawczy, posiada potencjalną energję;

oznaczmy przez U_0 i przez U jej wartość w chwili $t = 0$ oraz w uważanej chwili t. Przypuśćmy, że między temi chwilami ciało M nie doznało przemieszczenia ani żadnej zmiany wewnętrznej; wówczas praca Fs jest jedyną pracą, jaką w tym czasie wykonały wewnętrzne siły układu Mm. Mamy zatem według § 77-go:

$$2. \qquad Fs = U_0 - U.$$

Z równań (1) i (2) otrzymujemy

$$3. \qquad \tfrac{1}{2}mv^2 + U = \tfrac{1}{2}mv_0^2 + U_0.$$

Ponieważ masa M nie porusza się, nie posiada zatem kinetycznej energji; $\frac{1}{2}mv^2$ jest całkowitą kinetyczną energją układu; $\frac{1}{2}mv^2 + U$ jest jego *całkowitą energją* (§ 79), którą, jak dawniej, oznaczamy przez E. Równanie (3) przepisujemy zatem w postaci

$$4. \qquad E = E_0.$$

Jeżeli układ zachowawczy jest odosobniony, jego całkowita energja pozostaje niezmienna. W tem zdaniu wypowiedzieliśmy nadzwyczajnie ważne twierdzenie, które w dynamice nazywa się *zasadą zachowania energji.*

Jeżeli układ Mm pozostaje pod wpływem pewnych sił zewnętrznych, nie możemy oczywiście uważać go za odosobniony. Ale te siły zewnętrzne muszą być wywierane przez pewne ciała obce, nie należące do układu Mm; powiedzmy naprzykład przez ciała Nn. Jeżeli wyobrazimy sobie nowy układ $MnNn$, obszerniejszy, który zawiera w sobie ciała Nn, tedy ten nowy układ $MmNn$ jest już odosobniony; jeżeli jest zachowawczy, możemy zastosować do niego zasadę zachowania energji. W tem rozumieniu zasada zachowania energji może być rozciągnięta do każdego układu, którego granice zatoczyliśmy dostatecznie szeroko. Weźmy na uwagę naprzykład kulę ziemską i księżyc. Jeżeli tylko te dwa ciała zaliczamy do uważanego układu, wówczas wzajemne ich przyciągania są wewnętrznemi siłami; natomiast zewnętrznemi są siły, wywierane na ziemię i księżyc przez słońce i pozostałe planety, dokoła słońca krążące. Lecz jeżeli słońce i planety włączymy do układu, ten nowy, rozleglejszy układ będzie niemal ściśle odosobniony; gwiazdy stałe wywierają nań wpływ bardzo nieznaczny.

W szczególnym przypadku jednorodnego pola ciężkości wypowiedzieliśmy już zasadę zachowania energji w §§ 78 i 79-ym; w artykule niniejszym wygło-

siliśmy ją w nieco ogólniejszych, lecz jeszcze stosunkowo dość ciasnych założeniach. Zasada zachowania energji, w takiej postaci, jaką poznaliśmy tutaj, jest *ogólna* i rozciąga się do całego zakresu dynamiki. Wyobraźmy sobie naprzykład dwie materjalne cząstki swobodne i pozbawione początkowych prędkości; cząstki te ciążą ku sobie stosownie do prawa Newtona (§ 53); pod wpływem tego ciążenia biegną ku sobie. Ponieważ wzajemne przyciąganie się punktów staje się wówczas coraz większe, ruch ich zatem *nie* jest jednostajnie przyśpieszony, jest w wyższej mierze przyśpieszony aniżeli jednostajnie. Rozumowanie niniejszego artykułu nie stosuje się do takiego przypadku; dokładniejszy rachunek wykazuje jednakże, iż zasada zachowania energji i w tym razie jest ściśle prawdziwa.

§ 82. Siły zachowawcze i niezachowawcze.

Jeżeli tylko siły zachowawcze są czynne w pewnym układzie, wówczas wszystko, co stało się w tym układzie, może się odstać; zmiany są w nim *odwracalne,* mogą, gdy dokonały się, cofać się wstecz. W polu ciężkości ciało może spadać ku ziemi, ale może też zostać rzucone do góry. Kołyszące się wahadło może wznosić się ku górze, lecz wówczas niebawem zawraca i opada ku dołowi. Obiegając słońce po eliptycznej orbicie, planeta raz zbliża się ku słońcu, to znowuż od niego oddala się. Umocowana na sprężynie cząstka materjalna, gdy odbywa drgania, może wyciągać sprężynę, ale może również ją ściskać. Wszelkie takie zjawiska możemy uważać za *odwracalne przemiany energji.* Gdy ciało spada ku ziemi, kinetyczna energja tworzy się kosztem potencjalnej; gdy ciało biegnie ku górze, potencjalna wzrasta kosztem kinetycznej. W kołysaniu się wahadła, w eliptycznym ruchu planety, w drganiu umocowanej na sprężynie cząstki dostrzegamy podobnie kolejne przemiany potencjalnej energji w kinetyczną, kinetycznej w potencjalną.

Nie wszystkie jednak siły w przyrodzie są zachowawcze; dlatego zjawiska w istocie *nie* są odwracalne. Rzeczywiste zjawiska składają się z odwracalnych i z nieodwracalnych przemian energji, sprzężonych ze sobą, nieodłącznych od siebie. Innemi słowy, odwracalnym przemianom energji towarzyszą wszędzie nieodwracalne, które nie cofają się nigdy.

Ileż razy w ciągu tej książki musieliśmy dla ścisłości zastrzegać, że wyobrażamy sobie odwracalne zjawisko *bez* nieodwracalnych, które w istocie rzeczy są z niem połączone! Przypuszczaliśmy, że planety i księżyce krążą, że ciała ciężkie spadają w próżni zupełnej; przypuszczaliśmy, że równie pochyłe,

stoły i szyny mogą nie okazywać tarcia; że sprężyny lub widełki strojowe są niezmienne i niejako wieczyste; że nici wahadeł są doskonale giętkie i nierozciągliwe; że różne pręty, sztaby i płyty są bezwzględnie sztywne, że bez żadnej zmiany postaci krępują i ograniczają ruch punktów. Zakładaliśmy fikcyjne okoliczności zagadnień; przypuszczaliśmy idealne warunki, do których zjawiska mogą się tylko przybliżać; wyobrażaliśmy sobie świat prostszym, niż nim jest rzeczywiście. W przyrodzie niema ruchu bez lepkości, bez tarcia, bez uderzeń, oporów lub przeszkód; każdy ruch napotyka na przeciwności podobne i musi z niemi się zmagać. Czy wznosi się czy opada, wahadło zawsze doznaje oporów, które ruch jego hamują; one wahadłu nigdy nie przysparzają energji, zawsze ją odbierają i gubią. Sprężyna może się skręcać i znowu rozkręcać; taśma kauczukowa może się wyciągać i napowrót się kurczyć. Ale niema sprężyn ani taśm doskonale sprężystych; ustrój ciała nieznacznie rozluźnia się przy każdem odkształceniu; własności jego sprężyste, powoli lecz niepowrotnie, zanikają i giną.

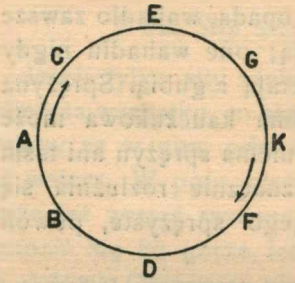
Powtarzamy: *nie* wszystkie siły są zachowawcze. Prócz zachowawczych działają w zjawiskach siły *niezachowawcze* czyli *rozpraszające*. Właściwe znaczenie tej drugiej nazwy zrozumiemy niebawem.

§ 83. Perpetuum mobile.

Perpetuum mobile jest to nazwa dawnej mrzonki, starego błędu czy obłędu; jest to napis nad smutną kartą w dziejach ludzkiej myśli. W rozmaitych epokach, zwłaszcza w XVI-em, XVII-em, nawet jeszcze w XVIII-em stuleciu niezliczeni pseudowynalazcy silili się na wymyślenie maszyny, która mogłaby wytwarzać dowolne ilości pracy z niczego. Ale wynalazek taki nie powiódł się *nigdy*, *nikomu*. Prawdziwi badacze natury ostrzegali zawsze przed takiemi bezpłodnemi próbami, twierdząc, że *perpetuum mobile* jest niemożliwe. Już w roku 1775 oświadczyła Akademja Nauk w Paryżu, że będzie odrzucała bez rozbioru rzekome rozwiązania mniemanego zagadnienia, jakiem być miało zbudowanie *perpetuum mobile*. Mimo werdyktu nauki, jeszcze i dzisiaj zdarzają się ludzie, których nieuctwo, powierzchowność i zarozumiałość sprowadzają na manowce owej ułudy.

Wyobraźmy sobie pewien układ M zachowawczy. Wyobraźmy sobie naprzykład, że ciało ciężkie znajduje się w próżni, w polu

ciężkości; że planeta znajduje się w próżni, w polu ciążenia; że punkt masywny jest połączony z niezmienną sprężyną; że ciało naelektryzowane umieściliśmy w izolującym ośrodku, w polu elektrycznem. Przypuśćmy, że układ *M* jest w pewnym początkowym stanie *A*, w którym położenia i prędkości jego części składowych są określone. Wyobraźmy sobie, że zmusiliśmy układ do przejścia ze stanu *A* do innego stanu *K*, przyczem układ pochłonął zzewnątrz ilość pracy *W*. Przypuśćmy, że, dążąc od stanu początkowego *A* do końcowego *K*, układ przebiegł stany pośrednie *C, E, G*; mówimy w przenośni, że *odbył* niejako *drogę ACEGK* (rys. 84). Niechaj układ powraca teraz z końcowego stanu *K* do początkowego *A* po drodze odmiennej, np. po drodze *KFDBA*. Układ odbył ostatecznie zjawisko *ACEGKFDBA*; doprowadziło go ono napowrót do stanu *A*, od którego rozpoczęło się; takie zjawisko nazywamy *kołowem*. Ponieważ układ jest zachowawczy, zatem praca, wydana przez układ nazewnątrz po drodze *KFDBA*, jest równa pracy, pobranej przez układ zzewnątrz na drodze *ACEGK* (§ 77); i pierwsza praca i druga wynosi *W*. Ostateczna suma pracy, pochłoniętej przez układ na drodze kołowej, jest równa *zeru*; możemy równie słusznie powiedzieć, że ostateczna suma pracy, wydanej nazewnątrz przez układ na drodze kołowej, jest równa zeru.



Rys. 84.

Machina, która ma być nieprzerwanie czynna, winna odbywać zjawisko kołowe; do nieograniczonej działalności tylko wówczas jest zdolna, gdy co pewien czas perjodycznie powraca do stanu swego początkowego. Widzimy zatem, że *układ zachowawczy nie może stanowić perpetuum mobile*; okresowo pracując, układ zachowawczy nie może oddawać więcej pracy nazewnątrz, niż zzewnątrz jej czerpie; nie może pracy dostarczać, której skądkolwiekbądź nie otrzymał.

Wyrażając się obrazowo, możemy powiedzieć, że przyroda w postaci *pracy* załatwia swoje rachunki; pracę przechowywa i chroni, ale i nas także zmusza do rzetelności. Kto usiłuje zbudować *perpetuum mobile*, zamierza podstępnie podejść przyrodę. Ale natury nie można oszukać; umiemy jej rozkazywać, lecz tylko wówczas, gdy jej prawom jesteśmy posłuszni.

Łacińskie wyrażenie *perpetuum mobile* znaczy dosłownie coś, co może poruszać się wiecznie. Owóż układ zachowawczy może poruszać się wiecznie; wprawiony w ruch, taki układ musi poruszać się bez końca, jak krążąca w próżni dokoła słońca planeta lub wahające się w próżni doskonałe wahadło. Biorąc tę nazwę dosłownie, powiedzielibyśmy zatem, że *perpetuum mobile* jest urzeczywistnione w każdym zachowawczym układzie. Ci jednak, którzy upierali się przy niedorzeczności, noszącej tę nazwę, dążyli do czegoś całkiem innego: dowolne ilości pracy chcieli wytwarzać z niczego. W samej więc nazwie *perpetuum mobile* tkwi pomyłka, zresztą zrozumiała, ponieważ nazwa ta pochodzi z epoki, w której prawa ruchu i pracy nie były jeszcze znane. Nazwy w nauce bywają niekiedy przestarzałe, niestosowne lub mylne; treści żadnego pojęcia nie powinniśmy domniemywać się z nazwy, lecz wywodzić ją z określenia.

§ 84. Uogólniona zasada zachowania energji.

Doszliśmy przed chwilą do wniosku, że układ zachowawczy nie może stanowić *perpetuum mobile*. Ale wiemy skądinąd, że zachowawcze układy nie istnieją (§ 82); w każdym rzeczywistym materjalnym układzie, prócz zachowawczych, działają siły niezachowawcze. Zatem układ rzeczywisty, gdy odbywa zjawisko kołowe, nietylko nie może oddawać nazewnątrz coraz nowych ilości pracy, lecz przeciwnie musi czerpać, musi ssać pracę zzewnątrz za każdym obiegiem, ażeby ją wydawać na walkę z oporami i tarciem. *Perpetuum mobile* żąda więc tam *dodatniego* wyniku, gdzie w najlepszym razie otrzymać możemy *mały ujemny*.

Z pewnością nie istnieje nigdzie energja, która nie istniała już przedtem; z pewnością nie stwarzamy nigdy energji z niczego. Czy jednak nie umiemy jej niszczyć? czy nie widzimy codziennie, że ona pozornie ginie w przyrodzie? Energja kinetyczna znika, gdy pocieramy zapałkę, gdy ruch pociągu wstrzymują hamulce; w cóż zamienia się wówczas? Gdy młotem uderzamy podkowę, energja ruchu napozór gdzieś ginie. Woda, oliwa lub smoła odbiera energję ciału, które porusza się w takim ośrodku; co dzieje się z tą energją? Gdzie kryje się praca, której nie zwraca napowrót niedoskonale sprężysta taśma albo sprężyna?

Newton sądził, że energja ginie istotnie w podobnych przypadkach; tego mniemania była większość uczonych aż do połowy XIX-go stulecia. Prawo zachowania energji wydawało się wówczas twierdzeniem idealnem, wnioskiem oderwanej dynamiki, prawdziwem tylko dla zachowawczych układów, nieścisłem

i nieobowiązującem dla układów rzeczywistych. Lecz w połowie XIX-go stulecia Joule, Mayer, Helmholtz i inni wielcy badacze odrzucili ten lękliwy sposób myślenia; zrozumieli, że jego bezpłodność tkwi w jego ciasnocie. Joule, Mayer i Helmholtz przypuścili, że, prócz zwykłej w dynamice (kinetycznej i potencjalnej) energji, istnieje cieplna, chemiczna, elektryczna, magnetyczna, elektromagnetyczna, promienista energja; założyli, że zasada zachowania energji stosuje się nietylko do zjawisk ruchu lecz *do wszelkich wogóle zjawisk fizycznych.* Z zasady dynamiki uczynili tym sposobem zasadę całej nauki o przyrodzie; dokonali zarazem (jak wyrzekł Lord Kelvin) «największej reformy, jakiej doznała fizyka od czasów Newtona».

Gdy kinetyczna energja działaniem tarcia pozornie zamiera, nie przepada ona istotnie; zamienia się w cieplną energję. Gdy ruch ciała, poruszającego się w powietrzu, w wodzie lub innym ośrodku, napotyka na opór, energja nie ginie; rozlewa się tylko na znaczną masę ośrodka. Uderzywszy o podłogę, kula lub piłka nie odskakuje napowrót ze ściśle tą samą kinetyczną energją, jaką miała, spadając; wyginana pałeczka, nić wyciągana, skręcana sprężyna zluźniają się i tracą sprężyste własności. Przy każdem bowiem odkształceniu ciała te zużywają nieco energji na zmianę swej własnej budowy; zmiana taka wymaga pracy, podobnie jak wymaga jej rozłupanie drzewa, zmiażdżenie kryształu soli, stopienie kawałka ołowiu lub podniesienie kamienia o pewną wysokość.

Wszystko wymaga pracy i nic jej nie niszczy. Energja przelewa się z ciała do ciała albo z miejsca do miejsca, staje się niekiedy użyteczna lub nieużyteczna, ważna dla nas albo też obojętna; zmienia kształty, własności a wówczas zmienia i nazwy, pod któremi ją znamy; ale nie tworzy się nigdy i nigdy nie ginie. Taka jest treść wielkiej prawdy, która nazywa się w fizyce *zasadą zachowania energji.* Powrócimy do niej niejednokrotnie w późniejszych rozdziałach tej książki.

ROZDZIAŁ PIĄTY.

O równowadze i ruchu ciał sztywnych.

§ 85. O ciałach sztywnych.

W dotychczasowych wywodach zajmowaliśmy się różnemi przypadkami równowagi lub ruchu punktów materjalnych. Wiemy jednakże, że punkty materjalne w przyrodzie nie istnieją; istnieją *ciała rozciągłe*, które nie są punktami; dlatego badanie równowagi lub ruchu punktów może być tylko wstępem do zrozumienia praw, według których ciała poruszają się lub pozostają w spoczynku. Do wykładu tych właśnie praw, jednak tylko w najprostszych przypadkach, przechodzimy obecnie.

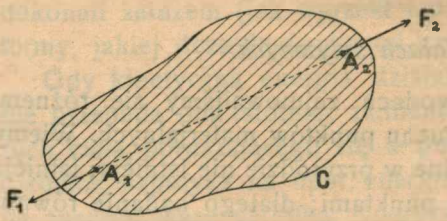
Gdy rzeczywiste ciała materjalne poddajemy działaniu sił, dostrzegamy zazwyczaj, że one doznają pewnych zmian postaci; takie zmiany nazywamy *odkształceniami*. Odkształcenia bywają niekiedy *znaczne* i bezpośrednio podpadają pod zmysły; cienką trzcinową laseczkę łatwo wyginamy, kauczukową rurkę łatwo wyciągamy, ująwszy ją w ręce; postać sprężyny zmieniamy dowolnie, kosztem słabego wysiłku. W wielu jednak razach odkształcenia ciał są *małe* a nawet bardzo małe, jeżeli wywierane siły nie są wyjątkowo ogromne. Wyobraźmy sobie naprzykład ciało, wyrobione z kamienia, z cegły, mosiądzu lub żelaza; wiemy, że takie ciało odkształca się nader nieznacznie pod wpływem naprzykład własnego ciężaru albo też sił, które możemy wywrzeć bezpośrednim mięśniowym wysiłkiem. Od tego spostrzeżenia jest tylko jeden krok do utworzenia pojęcia *ciał doskonale sztywnych. Ciało, które nie odkształcałoby się wcale pod wpływem przyłożonych do niego sił,* nazywamy ciałem *doskonale sztywnem* (lub, dla zwięzłości, krótko *sztywnem*).

Pojęcie ciała niezmiennego, nieodkształcalnego czyli (doskonale) sztywnego oczywiście jest fikcją, podobnie jak np. pojęcie płaszczyzny jest fikcją; ciała.

doskonale sztywne w przyrodzie nie istnieją. Ale zjawiska równowagi i ruchu ciał materjalnych rozciągłych są nadzwyczajnie zawiłe; ścisłe poznanie praw ich zachowania się jest bardzo trudnem zadaniem. Zaczynamy zatem badanie, zaniedbując odkształcenia, których ciała doznają; w tym celu tworzymy w dynamice pojęcie ciał sztywnych. Uwzględniając owe odkształcenia, przechodzimy już do innego działu nauki, zwanego *teorją sprężystości.*

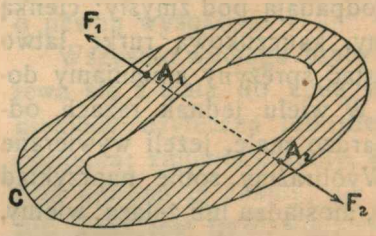
§ 86. O przesuwalności siły przyłożonej do ciała sztywnego.

Wyobraźmy sobie ciało sztywne czyli bryłę sztywną C (rys. 85), poddaną działaniu dwóch równych i przeciwnych sobie sił F_1 i F_2, których kierunek działania leży w tej samej prostej A_1A_2; o takich siłach będziemy mówili, że są *umiejscowione* w tej prostej, np. F_1 i F_2 w A_1A_2. Uznajemy za rzecz oczywistą, że siły F_1 i F_2 równoważą się czyli znoszą się wzajemnie, nie sprawiając skutku. Twierdzenie to nie przestałoby być słuszne, gdyby prosta A_1A_2, w której siły F_1 i F_2 są umiejscowione, przebiegała przez ciało C tylko w części swej długości (rys. 86).

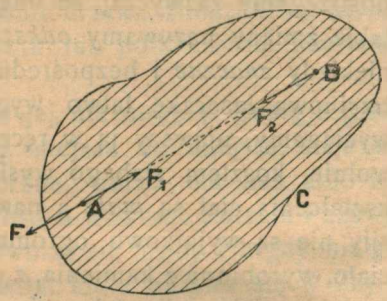


Rys. 85.

Gdyby ciało C mogło odkształcać się, siły F_1 i F_2, przedstawione na rysunkach 85 lub 86, sprawiłyby w niem pewne wydłużenia w kierunkach linji prostej A_1A_2 oraz pewne skrócenia w kierunkach poprzecznych; lecz zaniedbujemy te odkształcenia, skoro ciało C uważamy za (doskonale) sztywne.



Rys. 86.



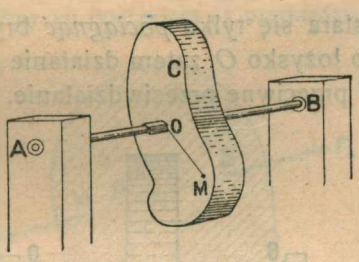
Rys. 87.

Na ciało sztywne C (rys. 87) działa siła F, przyłożona w punkcie A i umiejscowiona w prostej AB. Dodajmy w myśli dwie dalsze siły F_1 i F_2, określone jak następuje: obiedwie są umiejscowione w prostej AB; F_1 jest przyłożona do A, F_2 do B; war-

tość każdej z tych sił jest równa wartości danej siły F; kierunki F i F_2 są zgodne, kierunki F i F_1 są sobie przeciwne. Według poprzedniego założenia siły F_1 i F_2 znoszą się; dodając je zatem do siły F, nie zmieniamy przez to okoliczności zadania. Innemi słowy, ogół sił F, F_1 i F_2 sprowadza się do siły F. Ale tenże sam ogół sprowadza się do siły F_2, albowiem F i F_1, równe sobie, skierowane przeciwnie i przyłożone do tego samego punktu, znoszą się. A zatem siłę F możemy w zupełności zastąpić przez F_2. Widzimy, że F_2 nie różni się od F ani umiejscowieniem ani wartością ani kierunkiem, lecz różni się od niej punktem przyłożenia, mianowicie B, gdy F jest przyłożona w A. Powiadamy: *siłę, przyłożoną do ciała sztywnego, możemy dowolnie przesuwać w prostej, w której ta siła jest umiejscowiona.* Ważne to twierdzenie zawdzięczamy Varignonowi (1654—1722).

§ 87. Obrót ciała sztywnego dokoła osi nieruchomej.

Ważnym i zajmującym przypadkiem ruchu bryły sztywnej jest jej *obrót dokoła nieruchomej osi.* Przypuśćmy, że chcemy wprawić ciało C (rys. 88) w ruch obrotowy. Przeciągamy przez to ciało sztywny pręt i łączymy go z ciałem niezmiennie; ów pręt, zwany *materjalną osią obrotu,* osadzamy w łożyskach, w których może kręcić się swobodnie. Pręt wraz z ciałem C może obracać się wówczas dokoła pewnej prostej AB, która jest prawdziwą, *idealną* czyli *geometryczną osią obrotu.* Punkt, leżący w tej prostej, nie porusza się podczas obrotu; każdy inny punkt ciała C, naprzykład punkt M, porusza się podczas obrotu po obwodzie pewnego koła; płaszczyzna tego koła jest prostopadła do osi AB, promieniem koła jest prostopadła odległość OM punktu M od osi, środkiem koła jest przecięcie O tej prostopadłej z osią.



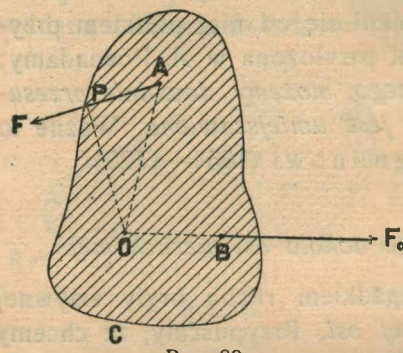
Rys. 88.

Jak powiedzieliśmy, opisany tu ruch nazywa się *obrotem* ciała sztywnego dokoła osi nieruchomej. Ruchem obrotowym ożywione bywają masywne koła rozpędowe machin, koła i kółka zegarów, a także wirownice, o których była mowa w § 67-ym. Względem firmamentu gwiazd stałych kula ziemska kręci się

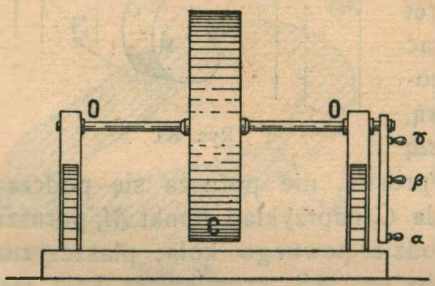
około prostej, łączącej bieguny; zatem ziemia dokonywa również obrotu dokoła swej osi, zachowując się przytem w przybliżeniu tak, jak gdyby była ciałem sztywnem.

§ 88. Moment siły względem osi obrotu.

Wyobraźmy sobie bryłę sztywną C, która może obracać się dokoła osi O, ale innego ruchu odbywać nie może, ponieważ oś O jest nieruchoma. Niechaj rys. 89 wyobraża prostopadłe do kierunku osi przecięcie bryły C; ponieważ oś obrotu jest prostopadła do płaszczyzny rysunku, przedstawia się więc na nim jako punkt O. Przypuśćmy, że na bryłę C działa prostopadła do osi siła F_0, umiejscowiona w prostej, która przechodzi przez O. Oczywistą jest rzeczą, że taka siła F_0 nie może wywołać *obrotu* bryły; ona stara się tylko *pociągnąć* bryłę wraz z osią. Ale bryła opiera się o łożysko O, zatem działanie siły F_0 wzbudza w tem łożysku równe i przeciwne przeciwdziałanie. Jedynym wynikiem działania siły F_0 jest nacisk, wywierany przez oś na łożysko i przez łożysko na oś. Wyobraźmy sobie inną (znów prostopadłą do osi) siłę F (rys. 89), umiejscowioną w prostej AP, która *nie* przechodzi przez O. Widzimy natychmiast, że taka siła F *może* wywołać obrót bryły C dokoła osi O.



Rys. 89.



Rys. 90.

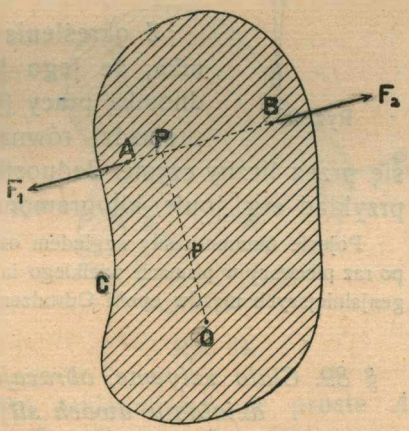
Od czego zależy wpływ, wywierany przez siłę F na obrót ciała C, czyli zdolność tej siły do wykręcania ciała? Ta zdolność nie zależy jedynie od *wartości* siły F; że tak jest, wiemy o tem z pospolitych doświadczeń. Jeżeli naprzykład masywne koło C (rys. 90) można kręcić dokoła osi OO zapomocą korby, na której, w rozmaitej odległości od osi, znajdują się trzy rękojeści α, β, γ, tedy zgadujemy, nawet

nie spróbowawszy, o ile łatwiej jest poruszyć C za pośrednictwem α niż zapomocą β lub tembardziej γ. Zdolność siły F do obracania ciała C dokoła osi O (rys. 89) zależy zatem (1) od *wartości* tej siły (2) od *odległości*, w której ona działa od osi obrotu. Lecz, według § 86-go, możemy dowolnie przesuwać siłę F w prostej AP, w której jest umiejscowiona; zdolność siły F do obracania ciała C dokoła osi O nie może więc zależeć od odległości OA punktu A przyłożenia siły od osi, musi raczej zależeć od odległości całej wogóle prostej AP od osi czyli musi zależeć od długości OP prostopadłej, poprowadzonej z O do AP (rys. 89). *Ramieniem p* (względem osi O) siły F, umiejscowionej w prostej AP, nazywamy właśnie długość OP prostopadłej, poprowadzonej z O do AP; wartością *momentu siły* F (względem osi O) nazywamy iloczyn

1. Fp czyli: wartość siły × długość ramienia.

Moment siły względem osi jest *liczbową miarą pewnej właściwości tej siły*, mianowicie jej *zdolności obracania ciała sztywnego dokoła uważanej osi.*

Wniosek, do którego zostaliśmy doprowadzeni, stanie się zupełnie oczywistym w ciągu niniejszego rozdziału. Sprawdźmy go tymczasem na przykładzie siły F_0, o której była mowa na początku artykułu. Ramię, zatem i moment siły F_0 względem osi O równa się zeru; istotnie, zdolność siły F_0 do kręcenia ciała C dokoła osi O nie istnieje.



Rys. 91.

Powyższe określenie pojęcia momentu nie byłoby wystarczające. Zważmy, że siła o wartości F, umiejscowiona w prostej AB (rys. 91), może mieć dwa przeciwne kierunki, jak F_1 i F_2 na rysunku. Niechaj rys. 91 (jak rys. 89 i jak wiele innych w następnych wywodach) wyobraża prostopadłe do osi O przecięcie bryły C. *Dodatnim* kierunkiem osi obrotu O nazwijmy ten jej kierunek, który, od płaszczyzny rysunku zwracając się ku górze, biegnie ku czytelnikowi. Wyobraźmy sobie obserwatora, który spogląda na rys. 91 od strony dodatniego kierunku osi obrotu. Umawiamy się, że moment siły względem

dodatniego kierunku osi obrotu uważamy za *dodatni*, gdy ta siła stara się obrócić ciało C w kierunku, dla wspomnianego obserwatora *przeciwnym* do ruchu wskazówek na tarczy zegara. Jeżeli siła dąży do obrócenia ciała w kierunku, dla tego obserwatora *zgodnym* z kierunkiem ruchu wskazówek na tarczy zegara, moment tej siły względem dodatniego kierunku osi obrotu poczytujemy za *ujemny*. Według tej umowy

2a. moment F_1 względem $+O$ jest dodatni i wynosi $+F.p$

2b. moment F_2 względem $+O$ jest ujemny i wynosi $-F.p$,

jeżeli F oznacza wartość liczbową siły F_1 lub siły F_2 na rys. 91-ym.

Rys. 92.

Przypuśćmy, że siła F, przyłożona w A, usiłuje obrócić ciało dokoła osi O (rys. 92). Wyobraźmy sobie, że dokonał się istotnie mały obrót ciała, o drobny kąt θ; praca W, wykonana wówczas przez siłę F, równa się iloczynowi siły F przez przemieszczenie AB. Promieniem obrotu jest OA lub OB czyli ramię p siły F względem osi O. Jeżeli więc kąt θ został wyrażony w radjanach (§ 3), mamy $AB = p.\theta$ oraz

3. $W = F.AB = F.p.\theta = (\text{Mom. } F \text{ wzgl. } O) \times \theta.$

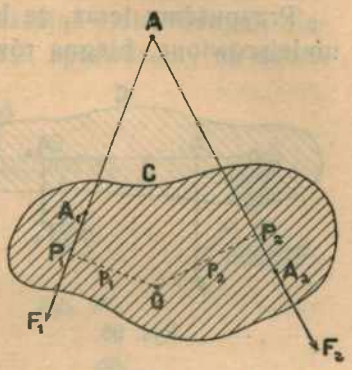
Z określenia momentu siły względem osi wynika, że jego jednostka jest identyczna z jednostką pracy (§ 71); do tego samego wniosku prowadzi równanie (3), albowiem kąty wyrażają się przez liczby czyste. Jednostką momentu może więc być naprzykład erg, joule, kilogramometr i t. p.

Pojęcie momentu siły względem osi obrotu spotykamy jasno sformułowane po raz pierwszy w pismach wielkiego inżyniera, artysty i badacza, jednego z najgenjalniejszych mężów epoki Odrodzenia, Lionarda da Vinci (1452—1519).

§ 89. Ciało sztywne, obracające się koło osi, jest poddane działaniu dwóch sił; warunek równowagi.

Przypuśćmy, że ciało sztywne C może tylko obracać się dokoła nieruchomej osi O; rys. 93 przedstawia przecięcie ciała prostopadłe do tej osi. Wyobraźmy sobie, że do ciała C są przyłożone dwie siły, naprzykład F_1 i F_2 na rys. 93-im; możemy łatwo rozstrzygnąć, czy one, wspólnie działając, wywołają obrót ciała C dokoła osi O, czy go nie wywołają. Każda z dwóch sił,

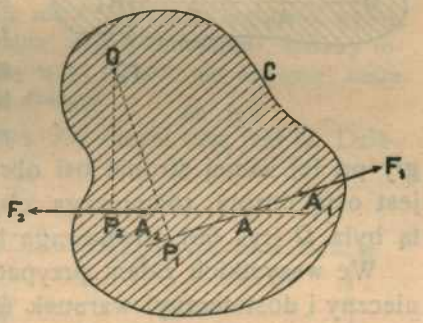
niezależnie od drugiej, usiłuje wykręcić ciało C dokoła O; zdolność każdej siły do sprawienia tego obrotu zależy, jak wiemy, od jej momentu względem osi O. Dla obserwatora, spoglądającego na rys. 93-ci od strony dodatniego kierunku osi O, siła F_1 stara się obrócić bryłę na lewo (przeciwnie niż poruszają się wskazówki na tarczy zegara); siła F_2 stara się obrócić ją na prawo (tak samo jak poruszają się wspomniane wskazówki). Przez p_1 i p_2 oznaczmy ramiona (OP_1 i OP_2) sił F_1 i F_2 względem osi O; moment siły F_1 względem dodatniego kierunku osi O wynosi $+F_1p_1$, moment siły F_2 względem tegoż kierunku wynosi $-F_2p_2$ (§ 88). Jeżeli zatem



Rys. 93.

1. $$+F_1p_1 - F_2p_2 = 0,$$

wówczas ciało C nie obraca się; dążność siły F_1 do wywołania obrotu na lewo równoważy się wówczas z dążnością siły F_2 do wywołania obrotu na prawo. *Jeżeli ciało sztywne, które może tylko obracać się dokoła nieruchomej osi, jest poddane działaniu dwóch sił, znajduje się ono wówczas (i tylko wówczas) w równowadze, gdy momenty sił względem osi obrotu mają wartości równe, znaki zaś przeciwne.* Prawidło to nazywa się *regułą momentów*; jego słuszność sprawdza się nieustannie w doświadczeniu codziennem.

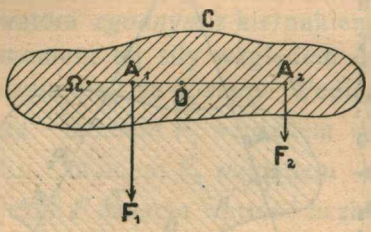


Rys. 94.

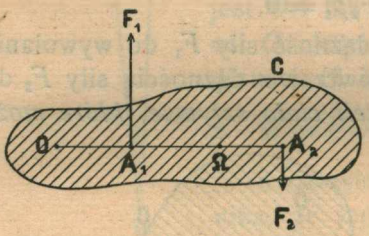
W rozumowaniu powyższem zakładaliśmy, że proste AP_1 i AP_2 (rys. 93), w których siły F_1 i F_2 są umiejscowione, przecinają się w pewnym punkcie A rysunku i że kierunki sił F_1 i F_2 tworzą w tym punkcie kąt *ostry*. Pozostawiając w mocy pierwsze z tych założeń, przypuśćmy, że kierunki sił przyłożonych F_1 i F_2 tworzą kąt *rozwarty* w punkcie A przecięcia się prostych AP_1 i AP_2 (rys. 94). Poprzednie rozumowanie stosuje

się bez zmiany w obecnym przypadku; reguła momentów pozostaje w mocy, jej wysłowienie nie zmienia się w niczem.

Przypuśćmy teraz, że linje proste, w których siły F_1 i F_2 są umiejscowione, biegną równolegle do siebie; nie przecinają się one wówczas w żadnym punkcie rysunku. Kąt, który tworzą kierunki sił przyłożonych, wynosi w tym razie bądź 0°, bądź 180°; w pierwszym przypadku nazywamy siły równoległe *zgodnie* skierowanemi, w drugim *sprzecznie* skierowanemi. Jeżeli siły równoległe F_1 i F_2 są zgodnie skierowane (rys. 95), reguła momentów wskazuje, że linje proste ich umiejscowienia (A_1F_1 i A_2F_2) muszą znajdować się po przeciwnych stronach osi obrotu. Gdy naprzykład O (rys. 95) jest osią obrotu ciała C, momenty sił F_1 i F_2 względem tej osi mają znaki przeciwne; gdyby osią tą była $+\Omega$ (rys. 95), obadwa momenty byłyby ujemne i równowaga byłaby niemożliwa. Jeżeli siły równoległe F_1 i F_2 są skierowane sprzecznie (rys. 96), reguła momentów wymaga, ażeby linje proste (A_1F_1 i A_2F_2), w których siły są umiejscowione, biegły po tej samej stronie osi obrotu. Gdy naprzykład O (rys. 96) jest osią obrotu, równowaga ciała C jest możliwa; gdyby osią tą była Ω (rys. 96), równowaga byłaby widocznie niemożliwa.



Rys. 95.



Rys. 96.

We wszystkich zatem przypadkach równanie (1) wyraża (konieczny i dostateczny) warunek równowagi ciała sztywnego, obracalnego koło nieruchomej osi. Równaniu temu możemy nadać kształt następującej proporcji:

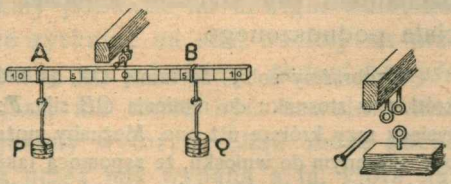
2. $$F_1 : F_2 = p_2 : p_1;$$

do równowagi potrzeba i wystarcza, ażeby wartości sił przyłożonych były odwrotnie proporcjonalne do długości ramion.

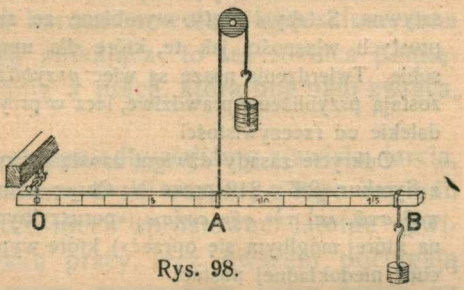
§ 90. O dźwigni.

Dźwignią w życiu potocznem nazywamy zwykle sztywny pręt albo sztabę, wogóle ciało sztywne wydłużonej postaci, które

może kręcić się dokoła pewnej osi, najczęściej poziomej. Rysunki 97 i 98 wyobrażają proste typy dźwigni; ich urządzenie nie wymaga bliższych objaśnień. Zawieszając ciała różnych ciężarów w rozmaitych odległościach od osi, sprawdzamy na takich dźwigniach łatwo słuszność reguły momentów w przypadku sił równoległych, mianowicie ciężkości. W tem zastosowaniu reguła momentów bywa nazywana *zasadą dźwigni*.



Rys. 97.

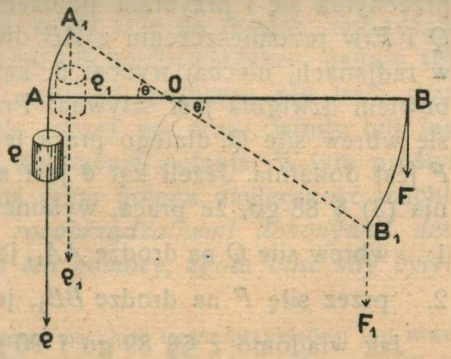


Rys. 98.

Ściśle rzecz biorąc, widzimy, że ciężary ciał zawieszonych nie są jedynemi siłami, które działają na dźwignie, wyobrażone na ryss. 97 i 98-ym; ciężary ramion dźwigni muszą spółdziałać w ustanawianiu się ich równowagi. Lecz ciężary ramion są zazwyczaj nieznaczne w stosunku do ciężarów ciał zawieszonych.

Zastosowania dźwigni są nadzwyczajnie częste i różne; oto niektóre przykłady: nożyce, szczypce, obcęgi, różne zgniatacze, krajalnice, wiosła, łopaty, drągi (służące do podważania), studnie, zwane «żorawiami», zastawy rogatek. Znany powszechnie przyrząd, zwany wagą (§ 102), jest dźwignią; nasze ręce i nogi działają również według praw dźwigni.

Wyobraźmy sobie dźwignię (rys. 99), której osią jest *O*. Działając w *B* siłą *F*, równoważymy ciężar *Q* ciała zawieszonego w *A*. Dla określoności przypuśćmy, że $OB = 2OA$; do równowagi potrzeba wówczas i wystarcza, aby wartość *F* była $= \frac{1}{2}Q$. Gdybyśmy przyłożyli w *B* siłę, która nieznacznie przewyższa wartość $\frac{1}{2}Q$, jej moment względem osi *O* byłby nieco większy niż moment ciężaru *Q* względem tejże osi; dźwignia poruszyłaby się zatem, jak wskazuje rysunek. Gdyby długość



Rys. 99.

ramienia OB była $= 3OA$, do równowagi potrzeba byłoby i wystarczałoby, ażeby F była $= \frac{1}{3}Q$; przykładając w B siłę nieco znaczniejszą niż $\frac{1}{3}Q$, sprawilibyśmy, iż dźwignia poruszyłaby się. Widzimy, że dźwignia pozwala podnieść ciężkie ciało do góry działaniem siły słabszej, a nawet znacznie słabszej, niż ciężar ciała podnoszonego.

Wyobraźmy sobie, że ramię OA, na które działa ciężar Q, jest nadzwyczaj krótkie w stosunku do ramienia OB siły F; że jest naprzykład dziesięć lub sto tysięcy razy krótsze niż ono. Możnaby może, nie rozważywszy rzeczy dokładnie, być skłonnym do wniosku, że zapomocą takiej dźwigni potrafilibyśmy naciskiem dłoni podnieść do góry lokomotywę lub skałę. Lecz wniosek taki byłby mylny. Wszystkie powyższe nasze wywody zasadzają się na założeniu, że dźwignia jest ciałem doskonale sztywnem; żadna zaś dźwignia w istocie nie jest doskonale sztywna. Sztaby i pręty, wyrobione ze znanych nam ciał, nie mają nigdy tak prostych własności jak te, które dla uproszczenia rozumowań wyobrażaliśmy sobie. Twierdzenia nasze są więc *przybliżone*; gdy odkształcenia są małe, pozostają przybliżenie prawdziwe, lecz w przypadku znacznych odkształceń byłyby dalekie od rzeczywistości.

Odkrycie zasady dźwigni zawdzięczamy, o ile wiadomo, Archimedesowi z Syrakuz (287—212 przed N. Chr.); jemu bywa też przypisywane zdanie δός ποῦ στῶ, καὶ τὴν γῆν κινήσω («poruszyłbym ziemię, gdyby dano mi podstawę, na której mógłbym się oprzeć»), które wypowiada zasadę dźwigni w uderzającej, choć niedokładnej postaci.

§ 91. Praca sił czynnych podczas ruchu dźwigni.

Przypuśćmy, że dźwignia AB (rys. 99) znajdowała się z początku w położeniu poziomem; gdy wzmocniliśmy nieco siłę F, przechyliła się i przybrała położenie A_1B_1. Obliczmy pracę sił Q i F w przemieszczeniu z AB do A_1B_1. Kąt AOA_1, zmierzony w radjanach, niechaj wynosi θ; kąt BOB_1 wynosi również θ, albowiem dźwignia jest sztywna. Przemieszczenie AA_1 dokonywa się wbrew sile Q, dlatego praca tej siły jest ujemna; praca siły F jest dodatnia. Jeżeli kąt θ jest mały, wiemy, według twierdzenia (3) § 88-go, że praca, wykonana

1. wbrew sile Q na drodze AA_1, jest $= -Q.AA_1 = -Q.OA.\theta$
2. przez siłę F na drodze BB_1, jest $= +F.BB_1 = +F.OB.\theta$.

Jak wiadomo z §§ 89-go i 90-go, wartość siły F, zapewniająca równowagę dźwigni, wynika z warunku

3. $$Q.OA = F.OB;$$

do przechylenia (ale niezmiernie powolnego) dźwigni wystarcza

siła, niezmiernie mało przewyższająca tę wartość *F*. Widzimy zatem z (1) i (2), że praca, dostarczana przez dźwignię, może być dowolnie mało różna od pracy, którą musimy wydać na poruszenie przyrządu; w granicy obiedwie prace stałyby się sobie równe. Słabą siłą możemy podnieść na dźwigni ciało, którego ciężar jest znaczny; ale zyskując na sile, tracimy na przemieszczeniu i w rachunku pracy nie odnosimy *żadnej korzyści*; wykonana praca jest mniejsza, ale może być dowolnie mało mniejsza od pracy, którą musimy wyłożyć. Skąd może pochodzić różnica pomiędzy pracą przez nas wydaną a tą, która nam zostaje zwrócona? Zasada zachowania energji odpowiada na to pytanie. Owa różnica musi być równa kinetycznej energji dźwigni. Ruch dźwigni może być bardzo powolny, więc kinetyczna energja tego ruchu może być znikająca; to też różnica pomiędzy pracą wyłożoną na dźwignię a pracą, którą ona nam zwraca, może być dowolnie mała.

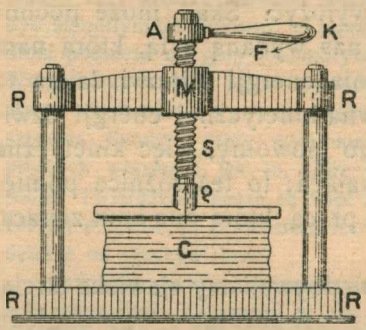
W twierdzeniach powyższych zaniedbywaliśmy zjawiska tarcia, które ruch każdej dźwigni wytwarza w osi obrotu; z tego względu musimy owe twierdzenia jeszcze nieco sprostować. Istotne dźwignie pracują nietylko bez zysku pracy, lecz owszem pociągają za sobą pewną jej *stratę*; praca, zamieniona przez tarcie na cieplną energję, rozprasza się niepożytecznie i jest stracona dla celów, do których dążymy, posługując się dźwignią.

§ 92. *O machinach.*

Gdy kamień albo ciężka kłoda leży na drodze, zagradzając przejście, ludzie niewykształceni lub niedoświadczeni usiłują ręką tę zaporę na bok odrzucić; człowiek rozumny nie traci czasu na próżne wysiłki, udaje się raczej po drągi, windy lub inne przybory, które pozwolą na dokonanie zadania. W tym prostym przykładzie spostrzegamy, na czem polega użyteczność machin. *Machiny pozwalają siłami rozporządzalnemi dokonywać dzieł i czynności, do których, bez ich pomocy, zgoła inne siły byłyby potrzebne.*

* Dźwignia jest prostym przykładem machiny; innym przykładem jest równia pochyła (§ 61). Jako machina działa zarówno tragarz, gdy podnosi kuferek, jak potężny «żoraw», który łatwo dźwiga wagon wyładowany. Machiny pozwalają podnosić, przesuwać i spuszczać ciężkie przedmioty, poruszać duże masy i utrzymywać je w ruchu wbrew tarciu, pozwalają giąć, walcować, ugniatać, przebijać, krajać, łupać, piłować lub miażdżyć ciała twarde i zbite, stawiające opór ogromny.

Według zasady zachowania energji żadna machina, jakakolwiek jest jej budowa, nie może dać więcej pracy, aniżeli jej dostarczamy. Machiny nie oszczędzają pracy; mogą ją tylko tak przeobrażać, że jej dokonanie staje się możliwe. Lecz, w takim razie, czemu machiny są użyteczne? czemu pozwalają nieraz małemi siłami cel pożądany osiągnąć? Odpowiedź jest łatwa. Ilość wykonanej pracy zależy nietylko od pracującej siły, lecz nadto od drogi, na której ta siła pracuje. *Korzyść na sile, zapewniona przez machinę, bywa zwykle okupiona niekorzyścią na drodze.*



Rys. 100.

O prawdziwości tych twierdzeń przekonaliśmy się w przypadku dźwigni; zastosujmy je teraz do t. zw. *śruby*. Rys. 100 wyobraża *prasę śrubową*, która pozwala wywierać nacisk na umieszczone w niej ciało sprzeciwiające się C; w tym celu przy pomocy korby AK wkręcamy śrubę S w mutrę M, osadzoną trwale w ramie $RRRR$. Na ciało C wywieramy tym sposobem pewną siłę Q; ciało C odpowiada równem przeciwdziałaniem czyli oporem Q. Przypuśćmy, że w miejscu K działamy siłą F. Jeżeli obrócimy korbę AK raz jeden dokoła, punkt przyłożenia siły F odbywa drogę $2\pi r$ (gdzie r jest promieniem obrotu AK a zarazem ramieniem siły F względem osi obrotu), śruba zaś obniży się o pewną wysokość pionową h, która nazywa się *krokiem* śruby. Widzimy, że:

1. praca, wykonana przez siłę F na drodze $2\pi r$, jest $= 2\pi rF$
2. praca, wykonana wbrew sile Q na drodze h, jest $= hQ$.

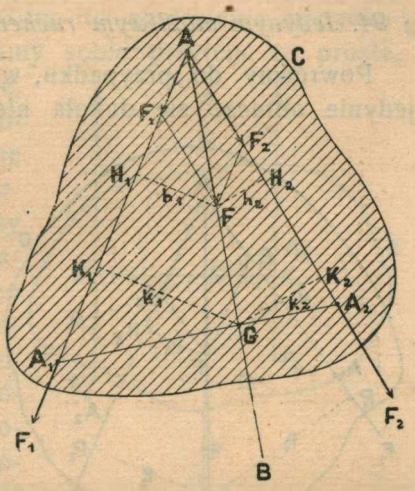
Przypuśćmy, że ruch odbywa się nadzwyczajnie powoli i że wolno nam zaniedbać tarcie; w najkorzystniejszym (ściśle biorąc nieosiągalnym) przypadku uzyskalibyśmy pracę hQ, równą wyłożonej pracy $2\pi rF$. W istocie uzyskamy zatem pracę hQ, która jest mniejsza aniżeli $2\pi rF$, lecz może zbliżać się do tej granicznej wartości. Stosunek $F:Q$ jest więc wogóle większy aniżeli stosunek $h:2\pi r$, lecz może zbliżać się do tej granicznej wartości. Wartość graniczna, do której w najkorzystniejszym przypadku może dowolnie zbliżyć się stosunek $F:Q$, zależy od stosunku kroku śruby do promienia obrotu.

§ 93. Wypadkowa dwóch sił, przyłożonych do ciała sztywnego.

Poczynając od § 87-go zakładaliśmy, że uważane ciało sztywne może jedynie obracać się dokoła nieruchomej osi. Będziemy teraz rozumowali ogólniej. Przypuśćmy, że ciało jest bez ograniczeń ruchome; może naprzykład kręcić się dokoła jakiejbądź

osi, ale może również posuwać się jako całość w dowolnym kierunku. O takiem ciele mówimy, że jest *swobodne*, że może odbywać wszelkie rodzaje ruchu, które zgadzają się z jego sztywnością.

Na ciało sztywne C (rys. 101) niechaj działają siły F_1 i F_2, przyłożone w A_1 i A_2, umiejscowione w prostych AA_1 i AA_2, które leżą w tej samej płaszczyznie; rys. 101 wyobraża przecięcie ciała z tą płaszczyzną. Przypuszczamy, że proste AA_1 i AA_2 przecinają się w punkcie A; poza obrębem rozumowania pozostaje przypadek sił równoległych (§ 89), którym zajmiemy się w artykule późniejszym (§ 95).



Rys. 101.

Według twierdzenia Varignona (§ 86) wolno przesuwać siłę, przyłożoną do ciała sztywnego, w prostej, w której jest umiejscowiona. Zadane siły A_1F_1 i A_2F_2 przesuwamy zatem do punktu A przecięcia się prostych, w których one są umiejscowione. Budujemy równoległobok AF_1FF_2; jego przekątnia AF wyobraża *wypadkową* sił A_1F_1 i A_2F_2 czyli siłę, która może je w zupełności zastąpić. Ale siłę AF możemy znowu przesuwać w prostej AB, w której jest umiejscowiona; każda więc siła tej samej wartości i tego samego kierunku jak AF, umiejscowiona w prostej AB, może być uznana za wypadkową sił A_1F_1 i A_2F_2.

Wyprowadźmy z punktu F prostopadłe: $FH_1 \perp AA_1$ i $FH_2 \perp AA_2$; oznaczmy długości tych prostopadłych przez h_1 i h_2. Widzimy z rys. 101-go, że

1. pole trójkąta AF_1F jest $= \frac{1}{2}F_1h_1$

2. pole trójkąta AF_2F jest $= \frac{1}{2}F_2h_2$

gdzie F_1 i F_2 oznaczają, jak zwykle, wartości sił F_1 i F_2. Ponieważ AF_1FF_2 jest równoległobokiem, pola (1) i (2) są sobie równe; więc

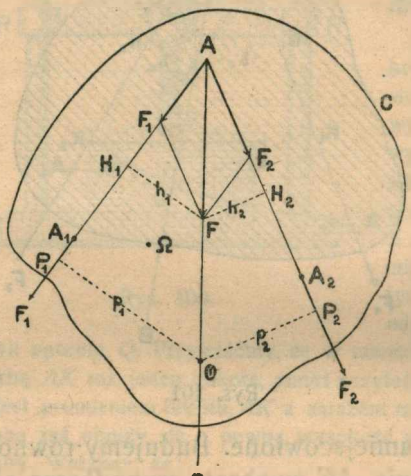
3. $$F_1h_1 = F_2h_2.$$

Poprowadźmy prostą A_1A_2 i z miejsca G jej przecięcia się z prostą AB wyprowadźmy prostopadłe: $GK_1 \perp AA_1$, $GK_2 \perp AA_2$; długości tych prostopadłych oznaczmy przez k_1 i k_2. Możemy łatwo udowodnić na zasadzie równania (3), że

4. $$F_1k_1 = F_2k_2.$$

§ 94. Jedynym możliwym ruchem jest obrót; reguła momentów.

Powróćmy do przypadku, w którym ciało sztywne C może jedynie obracać się dokoła nieruchomej osi O; rys. 102 wyobraża przecięcie ciała, prostopadłe do tej osi. Przypuśćmy, że na ciało C działają siły F_1 i F_2, przyłożone w punktach A_1 i A_2, umiejscowione w prostych AA_1 i AA_2. Jeżeli wypadkowa F sił F_1 i F_2 jest umiejscowiona w prostej AB, *przechodzącej przez oś obrotu* O, moment tej wypadkowej względem osi O jest równy zeru, zatem siły F_1 i F_2 nie mogą obrócić ciała C dokoła osi O. Gdyby oś obrotu leżała naprzykład w Ω (rys. 102), moment wypadkowej F względem tej osi byłby różny od zera, siły F_1 i F_2 mogłyby obrócić ciało dokoła tej osi.



Rys. 102.

Przypuśćmy, że oś obrotu leży w O i że siły F_1 i F_2 nie wywołują dokoła tej osi obrotu; jaki jest warunek równowagi? Wyprowadziwszy z punktu F prostopadłe: $FH_1 \perp AA_1$ i $FH_2 \perp AA_2$, których długości, jak w § 93-im, oznaczamy przez h_1 i h_2, mamy (§ 93):

1. $$F_1h_1 = F_2h_2.$$

Z punktu O wyprowadźmy prostopadłe OP_1 i OP_2 do tychże prostych AA_1 i AA_2; przez p_1 i p_2 oznaczmy długości tych prostopadłych czyli ramiona sił F_1 i F_2. Ponieważ A, F i O leżą na tej samej prostej, więc

2. $$h_1 : h_2 = p_1 : p_2.$$

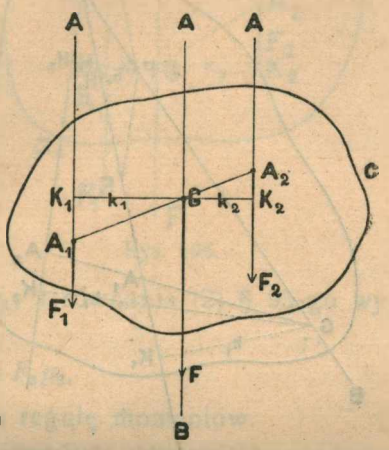
Porównawszy (2) z (1), widzimy, że

3. $$F_1p_1 = F_2p_2;$$

to równanie wyraża znaną nam już z § 89-go regułę momentów.

§ 95. *Wypadkowa sił równoległych, przyłożonych do ciała sztywnego.*

Przypuśćmy teraz, że siły, przyłożone do ciała sztywnego, są umiejscowione w prostych równoległych; w § 93-im pozostawiliśmy ten przypadek poza obrębem rozumowania. Przypuśćmy, że siły są *zgodnie* skierowane (§ 89). Powtarzamy konstrukcję (rys. 101), która posłużyła w § 93-im do znalezienia wypadkowej F sił F_1 i F_2; lecz wyobrażamy sobie przytem, że proste, w których F_1 i F_2 są umiejscowione, dążą do zajęcia równoległych położeń i że punkt A przecięcia się tych prostych oddala się coraz bardziej. Wartość wypadkowej F dąży wówczas do sumy wartości sił składowych (§ 45); równanie (4) § 93-go nie przestaje być słuszne wyznacza wciąż miejsce punktu G na prostej A_1A_2; wreszcie prosta AB (w której wypadkowa F jest umiejscowiona) staje się w granicy równoległa do (równoległych do siebie) A_1F_1 i A_2F_2. Tym sposobem przechodzimy od rys. 101-go do rys. 103-go; od przypadku sił, tworzących ze sobą kąt ostry, przechodzimy do przypadku skierowanych zgodnie sił równoległych. Na rys. 103-im A_1F_1 i A_2F_2 są takiemi siłami; ich wypadkową może być np. siła GF, której wartość F spełnia warunek



Rys. 103.

1. $$F = F_1 + F_2;$$

odległości $k_1 = GK_1$ i $k_2 = GK_2$ czynią zadosyć równaniu

2. $$F_1k_1 = F_2k_2.$$

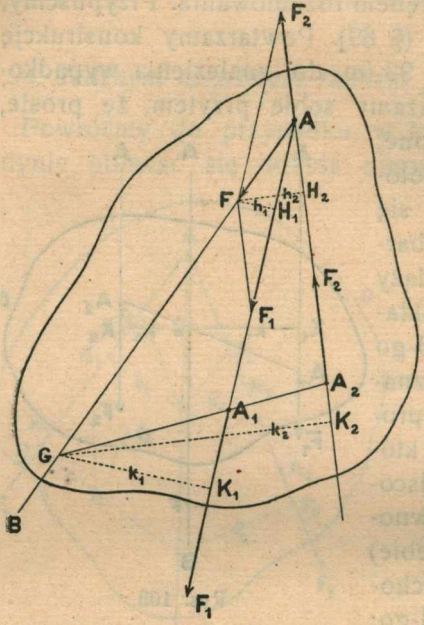
Przypuśćmy teraz, że siły F_1 i F_2 są równoległe, ale *sprzecznie* skierowane. Ażeby znaleźć prawa tworzenia wypadkowej w tym razie, zaczynamy od przypadku sił, tworzących ze sobą kąt *rozwarty*, poczem postępujemy podobnie jak wyżej.

Kierunki sił F_1 i F_2, przyłożonych w A_1 i A_2 (rys. 104), przecinając się w A, tworzą ze sobą kąt rozwarty. Przesuwamy te siły do A, budujemy równoległobok AF_1FF_2 i otrzymujemy wypadkową F, umiejscowioną w AB; AB z A_1A_2 przecina się w G. Jak w § 93-im otrzymujemy

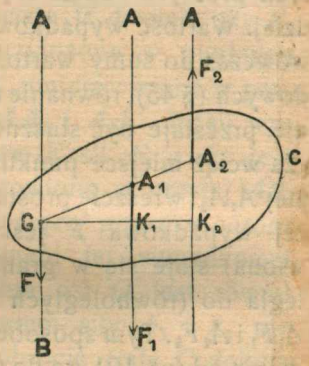
3. $$F_1h_1 = F_2h_2;$$ 4. $$F_1k_1 = F_2k_2$$

gdzie h_1 i h_2 są długości prostopadłych FH_1 i FH_2, wyprowadzonych z F do AA_1 i AA_2, k_1 zaś i k_2 są długości prostopadłych GK_1 i GK_2, wyprowadzonych z G do tych samych prostych.

Przypuszczamy teraz, że proste, w których F_1 i F_2 są umiejscowione, dążą do zajęcia równoległych położeń. Punkt A oddala się wówczas coraz bardziej; wartość wypadkowej F dąży do *różnicy* wartości sił składowych (§ 45); równanie (4) nie przestaje obowiązywać i wyznacza miejsce punktu G na prostej A_1A_2; prosta AB, w której wypadkowa F jest umiejscowiona, dąży do zajęcia położenia równoległego do prostych, w których umiejscowione są F_1 i F_2. Tym sposobem



Rys. 104.



Rys. 105.

od rys. 104-go przechodzimy do rys. 105-go; od przypadku sił, tworzących ze sobą kąt rozwarty, przechodzimy do przypadku sił równoległych, skierowanych sprzecznie.

Przypuśćmy, że F_1 i F_2 są wartościami dwóch sił równoległych, skierowanych sprzecznie; jeżeli (jak na rys. 105-ym) $F_1 > F_2$, mamy

5. $$F = F_1 - F_2.$$

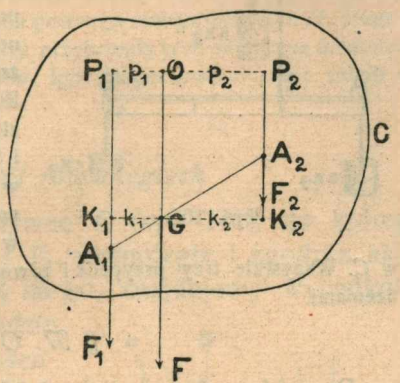
Z równań (4) i (5) wyprowadzamy bez trudności

6. $$Fk_1 = F_2(k_2 - k_1); \qquad 7.\ Fk_2 = F_1(k_2 - k_1).$$

§ 96. Jedynym możliwym ruchem jest obrót; równowaga pod wpływem sił równoległych.

Jak w § 94-ym, przypuśćmy ponownie, że ciało może jedynie obracać się dokoła nieruchomej osi O. Przypuśćmy, że w punk-

tach A_1 i A_2 ciała C (rys. 106) przyłożone są siły równoległe F_1 i F_2 skierowane zgodnie. Do równowagi potrzeba i wystarcza, ażeby wypadkowa F sił F_1 i F_2 była umiejscowiona w prostej przechodzącej przez O; moment wypadkowej względem osi obrotu jest wówczas równy zeru. Jeżeli GF (rys. 106) jest prostą, w której F jest umiejscowiona, do równowagi potrzeba i wystarcza, ażeby oś przecinała płaszczyznę rysunku w punkcie O leżącym na tej prostej. Prowadząc prostopadłe $k_1 = GK_1$ i $k_2 = GK_2$ do A_1F_1 i A_2F_2 oraz ramiona $p_1 = OP_1$ i $p_2 = OP_2$ sił względem osi, mamy $k_1 = p_1$ i $k_2 = p_2$; z równania (2) § 95-go wynika więc

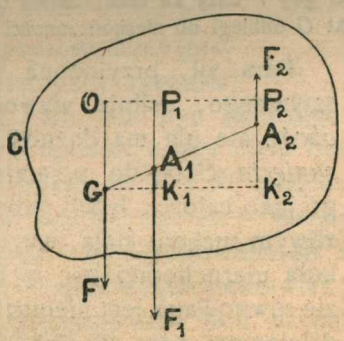


Rys. 106.

1. $$F_1 p_1 = F_2 p_2,$$

co w obecnym przypadku wyraża regułę momentów.

Jeżeli na ciało sztywne działają siły równoległe skierowane sprzecznie, rozumujemy podobnie. Do równowagi potrzeba i wystarcza, ażeby oś obrotu przecinała płaszczyznę rysunku w punkcie O leżącym na prostej GF, w której wypadkowa F jest umiejscowiona (rys. 107). Prowadząc prostopadłe $k_1 = GK_1$ i $k_2 = GK_2$ do A_1F_1 i A_2F_2 oraz ramiona $p_1 = OP_1$ i $p_2 = OP_2$ sił względem osi, mamy znowu $k_1 = p_1$, $k_2 = p_2$; z równań (4), (6) i (7) § 95-go otrzymujemy

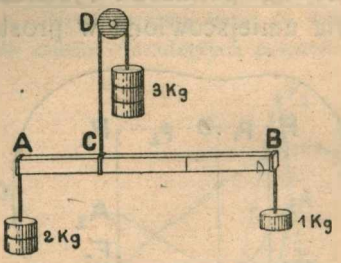


Rys. 107.

2. $F_1 p_1 = F_2 p_2$ 3. $F p_1 = F_2 (p_2 - p_1)$ 4. $F p_2 = F_1 (p_2 - p_1)$;

dzięki twierdzeniu (5) § 95-go trzy ostatnie równania są sobie równoważne.

Proste doświadczenie, przedstawione na rys. 108-ym, pozwala uzmysłowić sobie powyższe twierdzenia. Trzy siły równoważą się w tem doświadczeniu, mianowicie: siła 2 Kg, przyłożona w punkcie A i skierowana pionowo na dół; siła 1 Kg, przyłożona w B i skierowana również pionowo na dół; wreszcie siła 3 Kg, przyłożona w C i skierowana pionowo do góry. Równowagę tych trzech sił możemy wyrazić w sposób trojaki: (1) siły: 1 Kg w B i 3 Kg w C równoważą się z siłą 2 Kg w A (2) siły: 3 Kg w C i 2 Kg w A równoważą się z siłą 1 Kg w B (3) siły 2 Kg w A i 1 Kg w B równoważą się z siłą 3 Kg w C. Wszystkie trzy przypadki równowagi zgadzają się z powyższemi twierdzeniami.

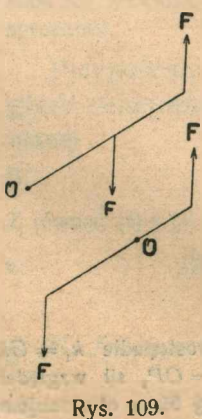


Rys. 108.

§ 97. O parze sił.

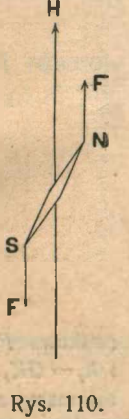
Powróćmy do wyników § 95-go i rozważmy przypadek, w którym siły F_1 i F_2, równoległe i sprzecznie skierowane, są równe sobie: $F_1 = F_2$. Mamy wówczas z równania (5) § 95-go: $F = 0$. *Siły równoległe, sprzecznie skierowane i równe sobie, nie mają wypadkowej, nie można zatem ich zrównoważyć działaniem jednej siły.* Układ dwóch takich sił nazywamy *parą sił.*

Weźmy na uwagę rys. 105 oraz równania (6) i (7) § 95-go. Różnica $k_2 - k_1$ jest odstępem K_1K_2 na wspomnianym rysunku. Jeżeli więc przypuścimy, że proste A_1F_1 i A_2F_2 nie zmieniają się, wartości zaś F_1 i F_2 dążą ku sobie, wówczas k_1 i k_2 muszą wzrastać, gdy F dąży ku zeru; zatem G oddala się coraz bardziej. Gdy $F = 0$, punkt G odbiegł do nieskończoności.



Rys. 109.

Para sił, przyłożona do ciała sztywnego, usiłuje wywołać jego *obrót,* ale nie ma dążności do *posunięcia* ciała, do przemieszczenia go jako całości. Jeżeli jedynym możliwym ruchem ciała jest obrót dokoła nieruchomej osi, w takim razie równowaga jest niemożliwa; pod działaniem pary sił ciało nie może wówczas być w równowadze (rys. 109, w którym O oznacza oś obrotu), jak to widzimy natychmiast z reguły momentów.



Rys. 110.

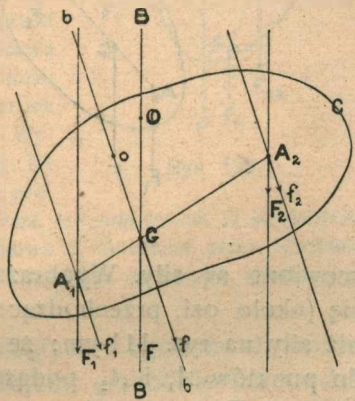
Przykłady działania pary sił spotykamy często. Gdy w korek wkręcamy korkociąg lub świder w deskę, gdy śrubę wkręcamy w obejmującą ją mutrę

lub ją wykręcamy z tej mutry, wywieramy zwykle parę sił. W różnych prasach, windach, kołowrotach, gdy oś przyrządu chcemy wprawić w ruch obr(towy, wywieramy parę sił na końce średnicy obrotu.

Przekonamy się w nauce o magnetycznych zjawiskach, że ziemia wywiera na igłę magnesową *NS* (rys. 110) dwie równe sobie siły (*F*, *F*), z których jedna jest zawsze skierowana równolegle do pewnego stałego kierunku *H*, druga — do wprost przeciwnego kierunku; punkty przyłożenia tych sił, zwane *biegunami* igły, znajdują się w pobliżu jej końców. Igła magnesowa doznaje zatem od ziemi działania, które jest parą sił.

§ 98. *Środek sił równoległych.*

Wyobraźmy sobie ciało sztywne *C* (rys. 111), do którego w A_1 i A_2 przyłożono siły F_1 i F_2, równoległe i zgodnie skierowane. W sposób, znany z § 95-go, znajdujemy wypadkową *F* sił F_1 i F_2; niechaj *BGB* będzie prostą, w której *F* jest umiejscowiona. Przypuść ( )))) F_1 i F_2 odchylają się o pewien kąt od kierunków pierwotnych, przyczem jednak wartości sił nie zmieniają się a punkty ich przyłożenia pozostają w poprzednich miejscach bryły. Niechaj np. A_1f_1 i A_2f_2 wyobrażają przyłożone siły po wykręceniu; ich wypadkową jest *f*, umiejscowiona w *bGb*.

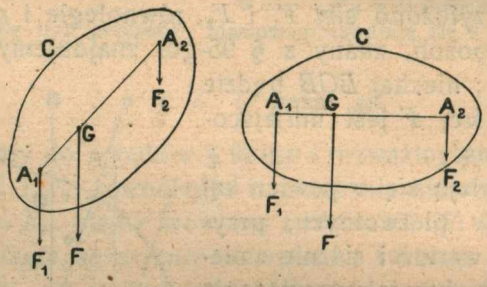


Rys. 111.

Przez ciało *C* poprowadźmy (prostopadle do płaszczyzny rysunku) oś, około której ciało ma być obracalne. Spróbujmy wybrać miejsce osi w taki sposób, ażeby ciało było w równowadze zarówno pod działaniem sił F_1 i F_2 jakoteż pod działaniem sił f_1 i f_2. Czy takie miejsce istnieje? Wiemy z § 96-go, że ciało *C* jest w równowadze pod działaniem sił F_1 i F_2, gdy oś przecina płaszczyznę rysunku w którymkolwiek punkcie prostej *BGB*; że ciało *C* jest w równowadze pod działaniem sił f_1 i f_2, gdy oś przecina płaszczyznę rysunku w którymkolwiek punkcie prostej *bGb*. Jeżeli umieścimy oś w *O*, ciało będzie w równowadze pod wpływem F_1 i F_2, ale nie będzie w równowadze pod wpływem f_1 i f_2; jeżeli oś tę poprowadzimy przez *o*, ciało będzie w równowadze pod wpływem f_1 i f_2, ale nie będzie w równowadze pod wpływem F_1 i F_2. Widzimy, że tylko punkt *G* spełnia nasze

wymagania; ponieważ G leży zarazem na BGB i na bGb, zatem, gdy oś obrotu przechodzi przez G, ciało jest w równowadze pod wpływem zarówno F_1 i F_2 jakoteż f_1 i f_2. A więc ciało C, które może obracać się tylko dokoła osi, przechodzącej przez G prostopadle do płaszczyzny rysunku, pozostaje zawsze w równowadze, jakkolwiek wykręcą się siły równoległe przyłożone do ciała. Taki punkt G nazywamy *środkiem sił równoległych* przyłożonych do ciała.

W powyższem rozumowaniu przypuszczaliśmy, że ciało C pozostaje nieporuszone; że wykręcają się proste, w których umiej-



Rys. 112.

scowione są siły. Wyobraźmy sobie teraz, że ciało C wykręca się (około osi, przechodzącej przez G) w kierunku przeciwnym niż siły na rys. 111-ym; że siły F_1 i F_2, pozostając przyłożone do punktów A_1 i A_2, podążają za niemi, zachowując pierwotne kierunki. Takie zjawisko uzmysławia rys. 112. Rozumujemy w tym razie tak samo jak w poprzednim przypadku; istotnie, jeżeli kąt wykręcenia jest jednakowy, obrót *względny* sił względem ciała jest dokładnie ten sam w obu przypadkach.

§ 99. Środek i wypadkowa wielu sił równoległych.

Wyobraźmy sobie ciało sztywne C (rys. 113), do którego w punktach A_1, A_2 i A_3 przyłożone są siły F_1, F_2 i F_3, równoległe i zgodnie skierowane. Znajdujemy najprzód środek G_{23} sił F_2 i F_3 (§ 98). Budujemy następnie wypadkową F_{23} sił F_2 i F_3 (§ 95); wypadkowa ta ma wartość

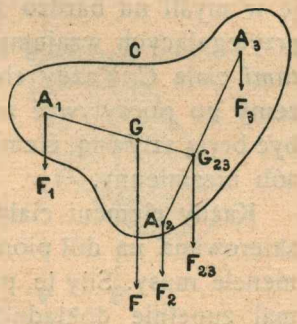
1. $$F_{23} = F_2 + F_3$$

i jest umiejscowiona w prostej $G_{23}F_{23}$, która przecina prostą

A_2A_3 w punkcie G_{23}; przypuśćmy, że wypadkowa F_{23} jest przyłożona do ciała C w punkcie G_{23}. Według tych samych zasad budujemy dalej środek G sił F_1 i F_{23} oraz ich wypadkową F. Wypadkowa F ma wartość

$$2. \qquad F = F_1 + F_{23} = F_1 + F_2 + F_3$$

i jest umiejscowiona w prostej GF, która przecina prostą A_1G_{23} w punkcie G. Obiedwie wypadkowe, F_{23} i F, są równoległe do swoich składowych i są z niemi zgodnie skierowane. Punkt G nazywamy *środkiem* zadanych trzech sił F_1, F_2 i F_3; siłę F nazywamy ich *wypadkową*.



Rys. 113.

Złożyliśmy najprzód ze sobą siły F_2 i F_3; ich wypadkową F_{23} złożyliśmy następnie z siłą F_1. Mogliśmy byli inaczej postąpić: złożyć najprzód ze sobą siły F_3 i F_1, następnie zaś ich wypadkową F_{31} złożyć z siłą F_2. Istniała jeszcze trzecia możliwość: mogliśmy złożyć siły F_1 i F_2, poczem ich wypadkową F_{12} mogliśmy złożyć z siłą F_3. Wykonawszy stosowne rysunki, przekonywamy się o tem, że wszystkie trzy drogi postępowania prowadzą do tego samego wyniku. Wypada zawsze *ten sam* środek G sił danych; wypada zawsze *ta sama* ostateczna wypadkowa F, określona przez równanie (2), umiejscowiona w tej samej prostej GF, równoległa do swoich składowych i zgodnie z niemi skierowana.

Jeżeli *dowolna* liczba sił równoległych i zgodnie skierowanych działa na bryłę sztywną, znajdujemy podobnie ich środek i ich wypadkową; miejsce tego środka i wartość owej wypadkowej nie zależą od kierunku sił ani od położenia bryły. Jeżeli w środku sił równoległych przyłożymy do ciała siłę równą i wprost przeciwną ich wypadkowej, ciało pozostanie w równowadze, jakkolwiek odchylalibyśmy (względem ciała) kierunki sił równoległych albo jakkolwiek kręcilibyśmy ciało względem niezmiennego kierunku działania przyłożonych sił równoległych.

§ 100. Całkowity ciężar ciała; środek ciężkości.

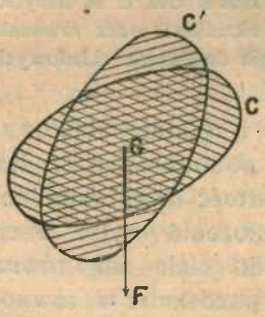
Ciała, z któremi codziennie miewamy do czynienia, wydają się jednolite. W późniejszym rozdziale tej książki zadamy sobie pytanie, czy ta jednolitość jest rzeczywista, czy jej pozory nie wynikają raczej z niedoskonałości zmysłów, któremi posługujemy się, ażeby ciał materjalnych doświadczać i badać ich wła-

ściwości. W owem pytaniu streszcza się głęboki i piękny problemat *budowy materji.*

W dynamice wyrażamy się nieraz w taki sposób, jak gdybyśmy wierzyli w istotną jednolitość ciał, które podpadają pod zmysły. Jednakże wyniki rozumowania w dynamice nie są zależne od przypuszczeń, które w tej mierze czynimy i w każdem założeniu pozostają prawdziwe.

Przypuśćmy, że zajmujemy się pewnem ciałem *C*. Podzielmy je w myśli na bardzo znaczną liczbę bardzo drobnych części, przylegających wzajemnie do siebie; części te nazywamy *elementami* ciała *C*. Każdy element ma być tak znikomo mały, że możemy go poczytywać za punkt materjalny. Jeżeli całość ciała ma być bryłą sztywną, elementy muszą być połączone ze sobą w sposób niezmienny.

Każdy element ciała *C* jest ciężki; na każdy działa więc siła, skierowana na dół pionowo i proporcjonalna do zawartej w elemencie masy. Siły te, przyłożone do elementów ciała *C*, są (niemal zupełnie dokładnie, § 55) równoległe do siebie i zgodnie skierowane. Znajdźmy wypadkową tych sił; nazywamy ją *całkowitym ciężarem ciała.* Znajdźmy środek wszystkich tych sił; nazywamy go *środkiem ciężkości.*

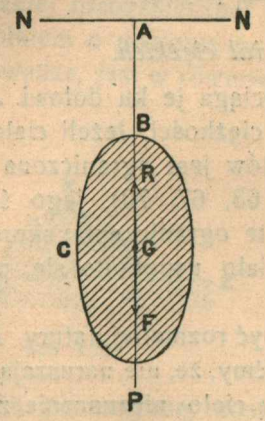


Rys. 114.

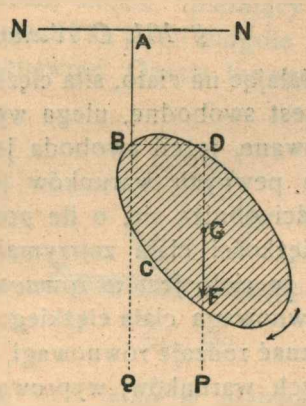
Środek ciężkości jest z określenia środkiem pewnych sił równoległych, ma zatem wszystkie własności, które przysługują takiemu środkowi. Jeżeli naprzykład ciało *C* wykręci się dowolnie, siły, przyłożone do elementów ciała i stanowiące ich ciężar, skierują się inaczej niż poprzednio względem tych elementów (rys. 114), ale środek ciężkości *G* nie zmieni miejsca w ciele (§§ 98 i 99). Miejsce środka ciężkości w danem ciele nie zależy zatem od położenia lub od ruchu ciała względem kuli ziemskiej; zależy tylko od postaci ciała i od rozłożenia w niem masy.

Całkowity ciężar ciała jest siłą, umiejscowioną w prostej pionowej, która przechodzi przez środek ciężkości; możemy zrównoważyć tę siłę, działając na ciało siłą tej samej wartości, umiejscowioną w tej samej prostej i skierowaną do góry. Uważajmy naprzykład ciało sztywne *C*, zawieszone na nici *AB* (rys. 115).

Całkowity ciężar F ciała jest umiejscowiony w prostej pionowej GP, przechodzącej przez środek ciężkości G. Jeżeli prosta GP przypada w przedłużeniu kierunku AB, obiedwie siły, ciężar F i reakcja R nici, są umiejscowione w tej samej prostej $ABGP$; ponieważ są przesuwalne w tej prostej, możemy wyobrażać sobie,



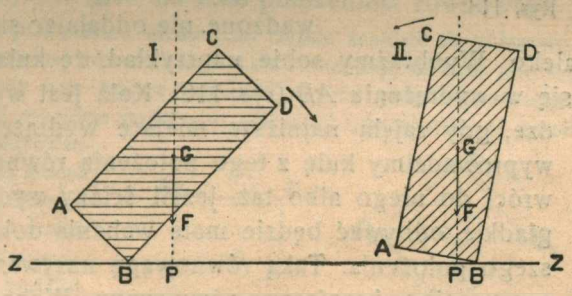
Rys. 115.



Rys. 116.

że, jak GF i GR, są przyłożone w G i tam równoważą się wzajemnie.

Wyobraźmy sobie teraz, że ciało C przybrało położenie, które jest przedstawione na rys. 116-ym; prosta GP, w której ciężar F jest umiejscowiony, nie leży wówczas w przedłużeniu kierunku ABQ nici. Moment ciężaru F względem



Rys. 117.

osi poziomej, przechodzącej przez B, nie jest tutaj równy zeru; siła F obraca zatem ciało C dokoła tej osi, dopóki ramię BD (a z niem razem i ów moment) nie zniknie; co właśnie nastąpi w położeniu, wyobrażonem na rys. 115-ym.

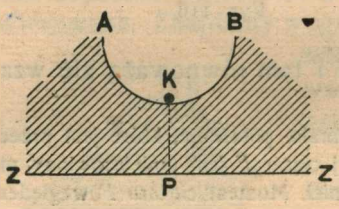
Podobnie mają się rzeczy, gdy ciało jest podparte. Wyobraźmy sobie słup $ABCD$ (rys. 117), którego podstawą jest AB; przypuśćmy, że środek ciężkości ciała znajduje się w G. Jeżeli przechylimy słup około krawędzi B jako osi,

przewraca się on w położeniu I, nie przewraca się w położeniu II; w pierwszem położeniu moment ciężaru F ciała względem osi B (liczonej do góry od płaszczyzny rysunku) jest ujemny, w drugiem położeniu ten moment jest dodatni (§ 88). Znamy rozmaite zastosowania tych zasad w życiu codziennem; przestrzega ich tragarz, dźwigający ciężkie przedmioty i murarz, gdy ustawia ścianę z cegieł i cyklista usadowiony na rowerze i akrobata, który przebiega po linie; czytelnik wskaże sam bez trudności inne podobne przykłady.

§ 101. O równowadze ciał ciężkich.

Działając na ciało, siła ciężkości pociąga je ku dołowi. Jeżeli ciało jest swobodne, ulega wpływowi ciężkości. Jeżeli ciało jest skrępowane, jeżeli swoboda jego ruchów jest ograniczona działaniem pewnych warunków (por. §§ 63, 67, 70), jego środek ciężkości obniża się, o ile pozwalają te ograniczenia; skoro środek ciężkości ciała zatrzymał się i ciało uspokoiło się, powiadamy, że ciało jest *w równowadze*.

Równowaga ciała ciężkiego może być rozmaitej natury. Ażeby rozpoznać rodzaje równowagi, przypuśćmy, że, nie naruszając krępujących warunków, wyprowadziliśmy ciało nieznacznie z równowagi, w której ono się już było znalazło; poczem pozostawiamy je samemu sobie. Mogą wówczas zajść różne zdarzenia:



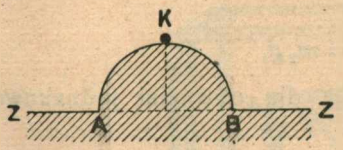
Rys. 118.

(1) Może wydarzyć się, że ciało samo przez się powróci do położenia równowagi, z którego zostało wyprowadzone, nie oddalając się od niego bardzo daleko. Wyobraźmy sobie naprzykład, że kula ciężka K znajduje się w wydrążeniu AB (rys. 118). Kula jest w równowadze, gdy zajęła najniższe miejsce wydrążenia; jeżeli wyprowadzimy kulę z tego położenia równowagi, powróci do niego albo też, jeżeli ściany wydrążenia są gładkie, odbywać będzie małe wahania dokoła najniższego położenia. Taką równowagę nazywamy *trwałą, pewną* albo *bezpieczną* równowagą. Wahadło w najniższym punkcie swego toru (§ 63) jest w trwałej równowadze; podobnie stożek ciężki, zawieszony na swoim wierzchołku (rys. 119). Kostka, która spoczywa na poziomej płaszczyźnie, przylegając do niej podstawą, znajduje się w trwałej czyli bezpiecznej równowadze.

Rys. 119.

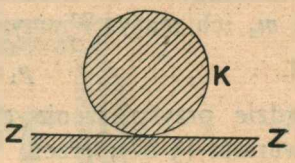
(2) Może wydarzyć się, że ciało, wychylone (choćby bardzo nie-

znacznie) z położenia równowagi i pozostawione samemu sobie, odbiega coraz bardziej od tego położenia i oddala się niepowrotnie od niego. Powiadamy wówczas, że równowaga, w której znajdowało się ciało, była *nietrwała, niepewna* lub *chwiejna*. Kula K, położona w najwyższym punkcie wyniosłości AB (rys. 120), jest w takiej niebezpiecznej równowadze; stożek, opierający się wierzchołkiem o poziomą podstawę (rys. 121), jeżeli wogóle jest w równowadze, jest w równowadze niepewnej. Oparta krawędzią



Rys. 120.

Rys. 121.

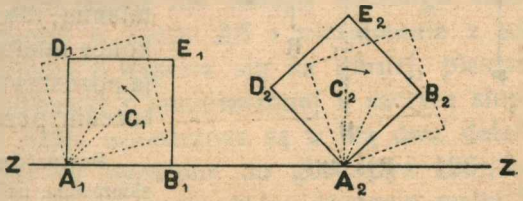


Rys. 122.

o poziomą płaszczyznę, kostka może być tylko w nietrwałej równowadze.

(3) Może wydarzyć się, że ciało, wychylone z położenia równowagi i pozostawione samemu sobie, zachowywa miejsce, w którem je pozostawiliśmy; powiadamy wówczas, że ciało jest w równowadze *obojętnej*. Na doskonale gładkiej, poziomej płaszczyznie ZZ (rys. 122) kula K jest w obojętnej równowadze; każde miejsce na płaszczyznie jest dla kuli położeniem równowagi.

Czy możemy przewidzieć, kiedy ciało ciężkie znajdzie się w trwałej, w nietrwałej lub w obojętnej równowadze? Łatwo widzimy, że ciało jest w równowadze *trwałej*, gdy jego środek ciężkości przybrał położenie, ze względu na krępujące warunki *możliwie najniższe*; słuszność tego twierdzenia sprawdzamy w przypadkach, przytoczonych pod (1). Gdy środek ciężkości zajął położenie, ze względu na warunki *możliwie najwyższe* [jak w przykładach podanych pod (2)], równowaga jest *nietrwała*. Jeżeli warunki, ograniczające swobodę ruchu ciała, nie nastręczają możności ani najniższego ani najwyższego wzniesienia się środka ciężkości, jeżeli te warunki [jak w (3)] są *wszędzie jednakowo spełnione*, równowaga jest *obojętna*.



Rys. 123.

Wyobraźmy sobie naprzykład sześcienną kostkę $ABDE$ (rys. 123); niechaj C będzie jej środkiem ciężkości. Jeżeli kostką spoczywa na płaszczyznie pozio-

mej ZZ, przylegając do niej ścianą, jak $A_1B_1D_1E_1$ na rys. 123-im, przechylenie kostki dokoła krawędzi A_1 zmusiłoby środek C_1 do podniesienia się do góry; zatem w położeniu $A_1B_1D_1E_1$ kostka jest w trwałej równowadze. Jeżeli przeciwnie kostka dotyka płaszczyzny ZZ tylko krawędzią, jak $A_2B_2D_2E_2$ na rys. 123-im, przechylenie około tej krawędzi pozwoli opuścić się niżej środkowi C_2; położenie $A_2B_2D_2E_2$ może więc być tylko położeniem chwiejnej równowagi.

§ 102. O wadze i ważeniu.

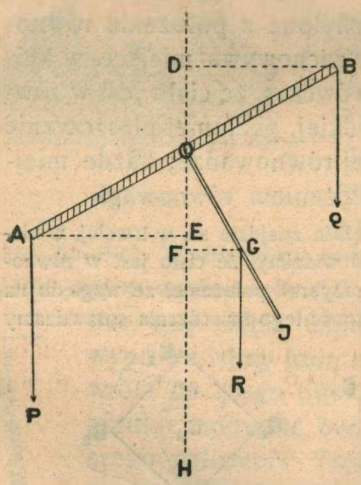
Badamy dwa ciała C_1 i C_2 w tej samej miejscowości na powierzchni ziemi; niechaj p_1 i p_2 oznaczają ciężary tych ciał, m_1 i m_2 ich masy. Wiemy, że

1. $$p_1 = m_1 g; \quad p_2 = m_2 g,$$

gdzie przyśpieszenie ciężkości g ma dla obu ciał jednakową wartość (§ 57); przeto

2. $$p_1 : p_2 = m_1 : m_2.$$

Stosunek ciężarów jest równy stosunkowi mas, nie zależy zatem od przyśpieszenia ciężkości, nie dotykają go zmiany, którym ulega g, gdy posuwamy się po powierzchni ziemi lub wznosimy się nad nią (§ 65). Jeżeli $m_1 = m_2$, wówczas $p_1 = p_2$ i naodwrót; porównywając *ciężary*, porównywamy zarazem *masy*.



Rys. 124.

Wagą nazywa się przyrząd, służący do porównywania pomiędzy sobą ciężarów. W zasadzie waga jest poprostu dźwignią równoramienną; równe ciężary, działając na końce ramion takiej wagi, powinny ją pozostawiać w równowadze w położeniu poziomem.

Przypuśćmy, że siły P i Q, obiedwie skierowane na dół pionowo (rys. 124), działają na końce A i B ramion belki równoramiennej wagi AB, której pozioma oś przechodzi w punkcie O przez płaszczyznę rysunku. Załóżmy, że długość równych sobie ramion OA i OB wynosi l; przez R rozumiejmy ciężar całej wagi, który wyobraźmy sobie, iż jest przyłożony w jej środku ciężkości G. Gdy belka AB znajduje się w położeniu poziomem, niechaj prosta OG przybiera położenie pionowe; gdy belka przechyliła się (jak na rysunku), niechaj kąt HOG odchylenia od pionu nazywa się θ. Odległość OG oznaczmy przez h.

Pod działaniem sił P, Q, R (przyłożonych w A, B, G) przyrząd jest w równowadze; zatem, według zasady dźwigni:

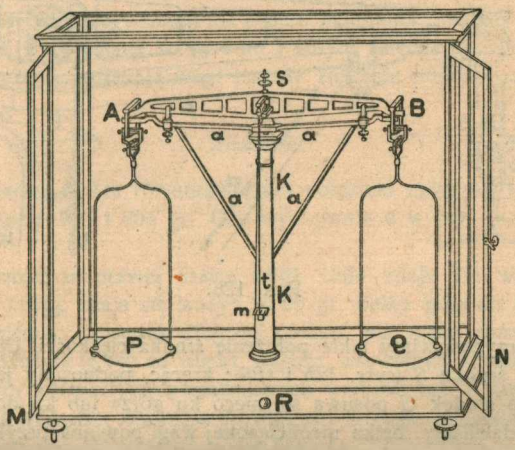
3. $$P \times AE = Q \times BD + R \times GF.$$

Wyrażając AE, BD i GF przez l, h oraz θ, otrzymujemy

4. $$(P - Q)l = Rh \operatorname{tang} \theta.$$

Jeżeli $P = Q$, mamy wówczas $\theta = 0$.

Budowę rozpowszechnionego typu wagi objaśniają rysunki 125 i 126. Belka wagi AB jest wyrobiona w kształcie kraty; w niektórych chemicznych wagach miewa postać trójkąta, wyglądając

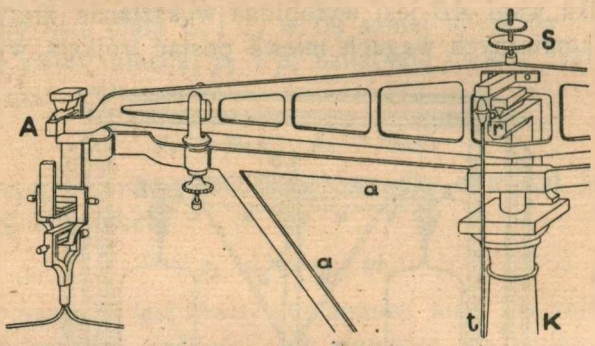


Rys. 125.

jak daszek spadzisty. Belka wagi powinna być o ile podobna sztywna, jednak niezbyt masywna i ciężka. Osią obrotu belki jest dolna krawędź czyli *ostrze* trójściennego pryzmatu p (rys. 126), wyrobionego ze stali, agatu lub innego twardego ciała; pryzmat ten jest osadzony w belce AB i niezmiennie z nią połączony. Ostrze pryzmatu p wspiera się na górnej, płaskiej powierzchni twardej podstawki r, umieszczonej u szczytu słupa K. W pobliżu końców belki wpuszczone są w nią dwa dalsze pryzmaty, których ostrza są zwrócone do góry (rys. 126); na tych ostrzach spoczywają lekkie ramki, które dźwigają szalki P i Q (rys. 125); ciała, które ważymy, umieszczamy na owych szalkach. Z belką wagi łączy się dosyć długa, cienka wskazówka t, której położenie (albo wahania) obserwujemy przy pomocy skali m. Waga stoi na podstawie MN, zaopatrzonej w śruby, dzięki czemu możemy ustawić pionowo słup KK. Belkę AB wraz z pry-

zmatem p możemy podnosić do góry zapomocą podparcia *aaaa*, na które działa główka R; urządzenie to, zwane *aretowaniem* wagi, ma na celu oszczędzanie ostrza pryzmatu w czasie, w którym waga nie jest czynna.

Pod działaniem sił P, Q, R waga powinna ustanawiać się w położeniu równowagi trwałej (§ 101). Jeżeli środek ciężkości G (rys. 124) leży poniżej osi obrotu (czyli poniżej ostrza środkowego pryzmatu p, rys. 126), równowaga jest trwała; wahająca się waga nie wywraca się. W rys. 124-ym oraz w wywodzie



Rys. 126.

równania (4) przypuściliśmy takie położenie środka ciężkości. Dokładne wagi są zaopatrzone w śrubkę S (ryss. 125 i 126); kręcąc, podnosimy ją lub obniżamy, skutkiem czego środek G posuwa się nieco ku górze lub ku dołowi.

Jak powiedzieliśmy, belka nieobciążonej wagi powinna przybierać położenie poziome; nie zmieni się ono, gdy na szalkach umieścimy ciała, których ciężary są równe. Jeżeli więc belka takiej wagi obciążonej jest w równowadze w położeniu poziomem, wnosimy, że ciężary ciał leżących na szalkach są sobie równe. Waga nazywa się *rzetelną*, jeżeli czyni zadosyć tym wymaganiom. Równość długości ramion (liczonych od ostrza środkowego pryzmatu do ostrzy bocznych pryzmatów) oraz równość ciężarów szalek są warunkami rzetelności wagi.

Przypuśćmy, że dana jest różnica $P - Q$ czyli t. zw. *przewaga*; zapytujemy, kiedy wychylenie θ będzie możliwie największe? Według (4) wówczas, gdy długość l jest o ile podobna największa, ciężar zaś R i odległość h o ile podobna najmniejsze. Powiadamy, że waga jest *czuła*, gdy wychylenie θ przy nieznacznej przewadze $P - Q$ jest znaczne. Odległość h nie może być jednakże zbyt mała, wpływałoby to bowiem szkodliwie na bezpieczeństwo równowagi; długość l nie może być zbyt wielka, ponieważ wahanie się wagi byłoby wówczas powolne, ważenie zajmowałoby wiele czasu. Ważąc dokładnie, nie czekamy zresztą na ustanowienie się równowagi; obserwujemy wychylenia wskazówki i z nich wyliczamy idealne położenie równowagi.

Do wagi należy zbiór *wzorców masy* czyli t. zw. *ciężarków*; są to zwykle bryłki mosiężne lub niklowe, niekiedy szklane, złote lub platynowe, których ciężar jest dokładnie znany. Ciężary

tych wzorców bywają tak dobrane, że można z nich składać dowolne ciężary. *Konikiem* nazywa się kawałek platynowego lub złotego drutu, zgięty w kabłąk (rys. 127); jego masa wynosi zwykle 10 mgr. Położony na belce, np. w odległości 0·7 długości ramienia, liczonej od osi obrotu, konik działa tak, jak gdyby 7 mgr leżało na szalce (§ 89).

Rys. 127.

Budowę wag doprowadzono obecnie do wysokiego stopnia doskonałości. Nawet zwykła *chemiczna* lub *analityczna* waga (jakie spotykamy pospolicie w pracowniach chemicznych) jest już czułym i dokładnym przyrządem; na dobrej wadze chemicznej, postępując umiejętnie i bardzo starannie, można znaleźć ciężar przedmiotu, ważącego do kilkuset gramów i nie popełnić przytem większego błędu niż ćwierć miligrama. Zakłady *metrologiczne* (jak naprzykład wspomniane w §§ 3-im i 40-ym międzynarodowe Biuro Miar i Wag pod Paryżem) posiadają wagi jeszcze znacznie doskonalsze.

Zadania.

1. Na tej samej wadze równoramiennej położono najprzód 100 i 101 gr na szalkach; następnie 200 i 201 gr. Czy wychylenie θ w obu razach będzie jednakowe?

2. Umieszczone w prawej szalce wagi, ciało zdaje się ważyć 20·50 gr; umieszczone w lewej, zdaje się ważyć 20·00 gr. Belka wagi nie jest (widocznie) ściśle równoramienna; stosunek długości ramion jest nieco różny od jedności. Biorąc zasadę dźwigni (§ 90) za punkt wyjścia, udowodnić, że prawdziwy ciężar ciała jest *średnią geometryczną* znalezionych wartości, zatem wynosi 20·248 gr; oraz że stosunek długości prawego do długości lewego ramienia wynosi 1·012. Udoskonalony ten sposób ważenia podał Gauss (1777—1855).

3. Ażeby zważyć ciało C, równoważymy je na wadze t. zw. *tarą*, np. drobnym śrutem, piaskiem, rtęcią i t. p.; zdjąwszy następnie ciało C z wagi, lecz pozostawiając tarę w jej miejscu pierwotnem, ważymy tarę w zwykły sposób. Taką metodę ważenia wskazał Borda; dlaczego ona jest pewniejsza niż pospolita? jakiego błędu możemy w tem postępowaniu uniknąć?

§ 103. *Gęstość i ciężar właściwy.*

Średnią gęstością danego ciała nazywamy stosunek jego masy do jego objętości. Oznaczając masę ciała przez M, jego objętość przez V, otrzymujemy na średnią gęstość D ciała:

$$1. \qquad D = M/V.$$

Jeżeli jednostką masy jest gram, jednostką zaś objętości centymetr sześcienny, tedy jednostką gęstości jest 1 gr/cm^3.

Pojęciu gęstości możemy nadać proste znaczenie. Przypuśćmy, że V cm^3 jednolitego ciała posiada masę M gramów; w takim

razie 1 cm^3 tego ciała ma masę M/V czyli D gramów. Gęstość ciała wyraża się więc tą samą liczbą, która podaje masę jednostki objętości; naprzykład, w powyższych jednostkach, masę sześciennego centymetra, wyrażoną w gramach.

Ciała materjalne bywają zwykle niejednolite; gleba, rudy, minerały, które znajdujemy w przyrodzie, tkaniny, drewno, papier po bliższem zbadaniu okazują się niejednolite. Przypuśćmy, że szukamy gęstości ciała niejednolitego; otrzymamy naogół wyniki niejednakowe, jeżeli będziemy ją obliczali w różnej objętości V, np. raz w 1 cm^3, drugi raz w 1 mm^3. Znajdujemy się tu widocznie wobec podobnego zadania, jakie mieliśmy przed sobą, mówiąc o średniej i prawdziwej prędkości (§ 14). Wyrażenie (1) daje oczywiście *gęstość średnią w objętości V*. Im mniejszą posłużymy się objętością V, tem bliższa *prawdziwej* (w danem miejscu) *gęstości* będzie wartość znaleziona z (1). *Prawdziwą* albo *miejscową gęstość* określamy jako granicę, do której dąży stosunek (1), gdy M i V jednocześnie zbliżają się ku zeru.

Średnim ciężarem właściwym danego ciała nazywamy stosunek ciężaru ciała do jego objętości. Oznaczając ciężar ciała przez P, jego objętość przez V, mamy na średni ciężar właściwy Δ:

2. $$\Delta = P/V.$$

Jeżeli g oznacza przyśpieszenie ciężkości, istnieje (jak wiadomo) związek

3. $P = Mg$ zatem: 4. $\Delta = Dg.$

W układzie miar, którym posługujemy się zwykle w fizyce, jednostka ciężaru właściwego jest następująca:

5. $$\frac{\text{ciężar 1 grama}}{1\ cm^3} = \frac{g\ \text{dyn}}{1\ cm^3} = g\ \text{gr/cm}^3\text{sek}^2.$$

W układzie ciężarowym (§ 47) jednostką ciężaru jest ciężar grama czyli *Gram*; w tym układzie jednostką ciężaru właściwego jest oczywiście 1 Gr/cm^3. Ciężar właściwy ciała wyraża się zatem w układzie ciężarowym tą samą liczbą, którą wyraża się gęstość w zwykłym układzie jednostek fizycznych. Przypuśćmy naprzykład, że ciężar bryłki żelaznej wynosi 46·8 Gr i że jej objętość wynosi 6 cm^3. Masa bryłki wynosi przeto 46·8 gr. Średnia gęstość bryłki wypada 7·8 gr/cm^3; średni ciężar właściwy 7·8 Gr/cm^3.

Jeżeli V cm^3 ciała jednolitego waży P Gr, tedy 1 cm^3 waży P/V Gr; ciężar właściwy wyraża się zatem tą samą liczbą, która podaje ciężar jednostki objętości; w powyższych naprzykład jednostkach układu ciężarowego, ciężar sześciennego centymetra, wyrażony w Gramach.

Jeżeli uważane ciało jest niejednolite, powinniśmy utworzyć pojęcie *prawdziwego* w danem miejscu albo *miejscowego* ciężaru właściwego, podobnie jak utworzyliśmy wyżej pojęcie prawdziwej czyli miejscowej gęstości.

Przytaczamy wartości gęstości oraz ciężaru właściwego niektórych substancyj. Liczba, podana w tablicy, wyraża gęstość w jednostce gr/cm³ a zarazem ciężar właściwy w jednostce Gr/cm³. Liczby ujęte w nawias są średnie przybliżone.

Korek	(0·24)	Cegła	(2·1)
Drewno.	(0·5) do (0·8)	Gips palony	(1·8)
Alkohol etylowy (20° C) .	0·79	Szkło	(2·5) do (4·7)
Nafta (15° C)	(0·80)	Glin	2·58
Oliwa (15° C)	(0·90)	Djament	(3·5)
Lód (0° C)	0·92	Żelazo	7·0 do 7·9
Woda 4° C	1·0000	Miedź	8·9
. . . 15° C	0·9991	Ołów	11·4
Mleko	(1·03)	Rtęć (15° C)	13·56
Piasek suchy	(1·5)	Platyna	21·5

Piknometrem nazywamy prosty przyrząd, służący do mierzenia gęstości cieczy. Wyobraźmy sobie flaszeczkę szklaną (rys. 128), która zamyka się szlifowaną zatyczką, otwartą jak rurka. Napełniamy to naczyńko wodą aż do kreski, umieszczonej na ściance zatyczki i ważymy je wówczas; odjąwszy ciężar pustego naczyńka, otrzymujemy objętość jego wnętrza czyli *pojemność*. Napełniamy naczyńko badaną cieczą aż do wspomnianej kreski; odjąwszy ciężar pustego piknometru, znajdujemy ciężar (lub masę) znanej objętości, wypełnionej uważaną cieczą.

Rys. 128.

Zadania.

1. Sześcian szklany, którego krawędź ma 5 cm długości, waży 355 Gramów; jaka jest średnia gęstość tego ciała?

2. Ile waży litr nafty? ile waży litr rtęci? Jaką objętość zajmuje 100 gr alkoholu lub 500 gr oliwy? O ile więcej waży litr mleka niż litr wody?

3. Wykonano z cegły mur, którego grubość wynosi 60 cm, długość 6 m, wysokość 4 m; obliczyć ciężar muru.

4. Naczynie w 15° C zawiera 339 gr rtęci; obliczyć jego pojemność.

5. Piasek wydobyty z ziemi waży 450 Kg; obliczyć objętość wykopu.

6. Po wypełnieniu rtęcią, rurka o długości 20 cm, w 15° C, waży o 34·08 Gr więcej niż pusta. Obliczyć promień średniego wewnętrznego przecięcia.

7. Ciężar właściwy kilku metali wyrazić w ednostce: dyna/cm³.

NAUKA FIZYKI

TOM II

NAKŁAD GEBETHNERA I WOLFFA

WARSZAWA — KRAKÓW — LUBLIN — ŁÓDŹ — POZNAŃ — WILNO — ZAKOPANE

DRUKARNIA UNIWERSYTETU JAGIELLOŃSKIEGO POD ZARZĄDEM J. FILIPOWSKIEGO

SPIS RZECZY TOMU II-go.

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

O stanach skupienia materji.

§§		Str.
1.	Wrażenia zmysłowe. Pojęcie materji. Pojęcie zjawiska	1
2.	Ciała stałe i płynne	3
3.	Ściśliwość ciał; ciecze i gazy	5
4.	Ciśnienie	6
5.	Ciśnienia wewnętrzne i zewnętrzne, normalne i styczne. Ciągnienia	9
6.	O zachowaniu się wobec sił zewnętrznych ciał stałych i płynnych	12
7.	Twierdzenie zasadnicze hydrostatyki i aerostatyki	13
8.	O ruchliwości ciał ciekłych	15
9.	Sprężystość doskonała i niedoskonała; plastyczność, wytrzymałość	16

ROZDZIAŁ DRUGI.

O cieplnej równowadze ciał materjalnych.

10.	Zjawiska cieplne. Temperatura. Termometr	20
11.	Dwa twierdzenia o równowadze cieplnej	21
12.	Zasada termometrji, przyjęta przez Galileusza	23
13.	Termometr rtęciowy	25
14.	O stałej i powszechnej skali temperatur	26
15.	O reakcjach	27
16.	Równowaga wody i lodu. Zero Celsjusza	28
17.	Związek pomiędzy stałym a ciekłym stanem materji	29
18.	Woda ciekła i para wodna; punkt wrzenia	30
19.	Tymczasowa skala termometryczna	32
20.	O roztworach	34
21.	O dyfuzji ciał rozpuszczonych	35
22.	O dyfuzji gazów	37
23.	Ciało jednolite, jednorodne, izotropowe	39
24.	O różnicy pomiędzy cieczą a gazem	40
25.	O budowie materji; hypotezy atomistyczne i molekularne	42

ROZDZIAŁ TRZECI.

O równowadze ciał stałych sprężystych.

§§ Str.

26. O wydłużaniu drutów 46
27. Prawo Hooke'a. Moduł Younga 47
28. Poprzeczne kurczenie się przy wyciąganiu 48
29. O ściśliwości ciał stałych i ciekłych 50
30. O sztywności ciał stałych 51
31. O gięciu 53
32. O uderzaniu się ciał sprężystych 56

ROZDZIAŁ CZWARTY.

O równowadze ciał płynnych.

33. Określenie hydrostatyki i aerostatyki 60
34. Zasada Pascala 61
35. Wpływ ciężkości na ciśnienie w płynie 64
36. Prawa ciśnienia w płynie ciężkim 65
37. O powierzchni swobodnej ciał ciekłych 68
38. Twierdzenie o naczyniach połączonych 69
39. O manometrach 70
40 Siły, wywierane przez ciecz na ograniczające ją ściany 71
41. Siła, wywierana przez ciecz na dno naczynia 73
42. Równowaga dwóch cieczy w naczyniach połączonych 74
43. Ciężar powietrza 75
44. Horror Vacui. Torricelli. Barometr rtęciowy 76
45. Ciśnienie powietrza zależy od wzniesienia 80
46. Twierdzenie Archimedesa 82
47. O balonach 87
48. O równowadze ciał pływających 88
49. O sposobach wyznaczania ciężarów właściwych 90
50. O ściśliwości ciał ciekłych 93
51. Ściśliwość gazów. Prawo Boyle'a 95
52. Gazy doskonałe i niedoskonałe 98
53 Założenia kinetycznej teorji gazów 99
54. O pompach pneumatycznych 101

ROZDZIAŁ PIĄTY.

O zjawiskach falistych.

55. O rozchodzeniu się fal w materjalnych ośrodkach 104
56. Odbijanie się fal; fale podłużne, poprzeczne 107
57. O nakładaniu się fal 108
58. Interferencja fal 110

§§ Str.
59. O sposobie powstawania i posuwania się fal 111
60. O odbijaniu się fal 113
61. Fala pojedyncza czyli puls; ciąg fal 116
62. Zjawiska perjodyczne; okres, faza, długość fali 118
63. Fale harmoniczne proste 120
64. Interferencja dwóch zgodnie skierowanych ciągów fal 124
65. Interferencja dwóch przeciwnie skierowanych ciągów fal 126
66. O wytwarzaniu się fali stojącej 128
67. O falach kołowych, kulistych i płaskich. Promienie 130
68. Uginanie się fal 133
69. Zasada Huygensa 137
70. Prawa odbijania się fal 141
71. Prawa załamywania się fal 144

ROZDZIAŁ SZÓSTY.

Zasady akustyki.

72. Źródła głosu; rozchodzenie się głosu 148
73. O falach głosowych 149
74. Prędkość rozchodzenia się głosu w powietrzu 150
75. Odbijanie się głosu 153
76. Interferencja głosu 154
77. O falach głosowych stojących 155
78. O dźwiękach 157
79. Natężenie dźwięku 158
80. Wysokość dźwięku 159
81. Skala muzyczna 161
82. Twierdzenie Dopplera 163
83. O badaniu drgań towarzyszących dźwiękom 164
84. O drganiu strun 168
85. O drganiu prętów 172
86. O drganiach własnych czyli swobodnych 174
87. O drganiach wymuszonych 175
88. Zjawiska rezonancji 177

ROZDZIAŁ SIÓDMY.

Rozszerzalność cieplna materji.

89. Rozszerzalność linjowa, powierzchowna i sześcienna 180
90. Rozszerzalność linjowa ciał stałych 181
91. Rozszerzalność sześcienna ciał stałych 184
92. O sposobach mierzenia rozszerzalności ciał stałych 185
93. Przykłady i zastosowania 186
94. Rozszerzalność ciał ciekłych 188

§§ Str.
95. Rozszerzalność cieplna wody 191
96. Cieplna rozszerzalność i rozprężliwość gazów 192
97. Badanie rozszerzalności i rozprężliwości gazów 194
98. Prawo Gay-Lussaca 197
99. Równanie zasadnicze gazów doskonałych 199
100. Skala termometru gazowego 201
101. O unoszeniu ciepła 204
102. O przewodzeniu ciepła 206

ROZDZIAŁ ÓSMY.

O cieplnej energji.

103. Skutki i działania ciepła 209
104. Związek pomiędzy cieplnemi a mechanicznemi zjawiskami 210
105. Zasada zachowania energji 211
106. Przeobrażanie się pracy w cieplną energję 213
107. Ilość ciepła. Zasady kalorymetrji 216
108. Pierwsze postępowanie kalorymetryczne: metoda mieszanin 218
109. O mierzeniu ciepła właściwego 221
110. Ciepło topienia się 223
111. Ciepło parowania 225
112. Rozwój pojęć o istocie ciepła. Pierwsza zasada termodynamiki . . 228
113. Druga zasada termodynamiki 232

ROZDZIAŁ DZIEWIĄTY.

Zmiany stanu skupienia.

114. Podczas zamarzania lub topienia się temperatura pozostaje niezmienna 237
115. O zmianach objętości, towarzyszących zamarzaniu lub topieniu się . 238
116. Wpływ ciśnienia na topienie się i zamarzanie 239
117. Pary nasycone. Ciśnienie nasycenia 241
118. Zależność ciśnienia nasycenia od temperatury 243
119. Zależność temperatury równowagi od ciśnienia 245
120. Punkt wrzenia normalny 245
121. Wrzenie pod ciśnieniem mniejszem niż atmosferyczne 246
122. Wrzenie pod ciśnieniem większem niż atmosferyczne 247
123. Rosa i inne opady atmosferyczne. Hygrometry 247
124. O skraplaniu gazów 250
125. Ciągłość ciekłego i gazowego stanu materji 253

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

O stanach skupienia materji.

§ 1. Wrażenia zmysłowe. Pojęcie materji. Pojęcie zjawiska.

Doznajemy nieustannie wrażeń zmysłowych. Rozglądając się dokoła, widzimy rozmaite zarysy i kształty, dostrzegamy różne barwy i blaski. Dotykając, natrafiamy na coś, co wydaje się gorące, letnie lub zimne; na coś, co bywa ostre, twarde i sztywne albo też gładkie, miękkie i podatne; na coś, co ciągnie, uciska lub gniecie, co ustępuje łatwo lub wcale nie ustępuje przed naszym mięśniowym wysiłkiem. Doznajemy jeszcze innych wrażeń zmysłowych. Słyszymy rozmaite stukania i szmery, rozmaite głosy, tony i dźwięki; odczuwamy różnorodne zapachy i smaki, doznajemy mnóstwa wrażeń niejasnych i nieokreślonych, które nie mają nazw stałych i powszechnie przyjętych.

Niezmierną mnogość i rozmaitość wrażeń usiłujemy *porządkować* w umyśle od wczesnego dzieciństwa; świadomie lub nieświadomie próbujemy je opanować zapomocą właściwej nam władzy pamiętania, porównywania, wnioskowania i uogólniania. Jeżeli dopięliśmy celu, chociażby w ograniczonym zakresie, czujemy, że wobec gmatwaniny wydarzeń i zjawisk nie jesteśmy całkowicie bezbronni, że posiedliśmy nad niemi pewną wyższość, pewną potęgę. Przekonywamy się, że zaczynamy wrażenia nasze *rozumieć*, że możemy je *przewidywać*.

Niektóre z pomiędzy naszych wrażeń powtarzają się nieraz, napozór zupełnie niezmiennie. Kałamarz, stół, okno, ścianę możemy dostrzegać wiele razy, zawsze w orszaku jednakowych, trwałych własności. Gdy wyciągniemy dłoń, czujemy zawsze chłód szyby lub płyty kamiennej, szorstkie dotknięcie szczotki, opór, który przeciwstawia piec albo ściana; ilekolwiek razy wysuniemy ręce, doznajemy tych wrażeń albo podobnych. Każda nasza czynność wywiadowcza kończy się takiem określonem

wrażeniem; zatem w umyśle pojawia się wniosek: *istnieje* szyba, *istnieje* szczotka; piec albo ściana *istnieje*. W myśli naszej powstaje wyobrażenie *ciała materjalnego*, które jest nieprzerwanem źródłem doznawanych wrażeń, rzeczywistem siedliskiem dostrzeganych zjawisk. Istotną i ostateczną treść, wspólną wszystkim tym wyobrażeniom, nazywamy *materją*. Do utworzenia tego nadzwyczajnie ogólnego pojęcia dochodzimy przez proces *abstrakcji*, odrywając myśl od odrębności i różnic przedmiotów i rzeczy, wywyższając ją ponad rozmaitość i zmienność, jaką śród ciał dostrzegamy.

Wyobrażenie ciała materjalnego jest zatem tylko obrazem, jest tylko intellektualnym *utworem*, jednakże niezmiernie użytecznym, może nawet niezbędnym w procesach rozumowania. Jak powiedzieliśmy, wniosek, iż ciała materjalne istnieją, jest tylko pewnem streszczeniem wielokrotnie powracających, trwałych wrażeń zmysłowych. Ale przejście od wrażeń do wniosku jest tak bezpośrednie i łatwe, jest tak codzienne i tak nieuchronne, że nie zdajemy sobie z tego sprawy, iż przejścia tego wciąż dokonywamy.

Kto chce wejrzeć w ten przedmiot, może nauczyć się wiele, obserwując zachowanie się małych dzieci, w czasie, w którym zaczynają dostrzegać i myśleć. Zdarza się nieraz, że dziecko próbuje pochwycić rączką smugę słonecznego światła lub jasną świetlną plamę na stole lub ścianie; że ogląda się za cieniem, który widziało przed chwilą i który znikł nagle. Już zatem w pierwszem swojem zaraniu myśl dziecka usiłuje streszczać napływające wrażenia w postaci pewnych wniosków i sądów; te, jeszcze nieuświadamiane przypuszczenia i sądy bywają nieraz trafne, niekiedy zaś mylne. Sposób myślenia dziecka, nieraz zbyt prosty, powierzchowny i niedostosowany do faktów, przecież niczem *istotnem* nie różni się od przeciętnego a nawet od naukowego sposobu myślenia. Umysł dziecka znajduje się u początku drogi, po której poruszamy się, spostrzegając, badając i tłumacząc zjawiska natury. Wystrzegajmy się złudzenia, jakobyśmy już byli dotarli do kresu tej drogi.

Nie wszystkie wyobrażenia, do których prowadzą nas wrażenia zmysłowe, mają cechy trwałości. Wóz stoi przed domem; po chwili widzimy go w odległości kilkunastu kroków od domu. W drugiem dostrzeżeniu wrażenia nasze są po części te same, po części odmienne aniżeli te, które odebraliśmy w pierwszem. Gdyby ktoś chciał utrzymywać, że pierwszy wóz zapadł się w nicość, inny zaś, identyczny, zjawił się w nowem, w odmiennem od pierwszego miejscu, niepodobna byłoby dowieść, że takie twierdzenie jest *mylne*; ale ono byłoby *przypuszczeniem zbytecznem*. Uznajemy bez namysłu za prawdę, że wóz nie doznał zmiany sam w sobie, że jest tym samym wozem, który zauważyliśmy przed chwilą; mówimy, że posunął się po drodze,

że zmienił miejsce, że się *poruszył*. Kierujemy się zatem oczywiście zasadą, według której przypuszczenie najprostsze i najdogodniejsze, jeżeli nie sprzeciwia się innym doświadczeniom, nazywamy przypuszczeniem *prawdziwem*.

Widzieliśmy, jak tworzy się w umyśle pojęcie ruchu; widzieliśmy, że, jeżeli ciałom materjalnym mamy przypisywać ciągłe i nieprzerwane istnienie, musimy uzupełnić pojęcie ciała pojęciem ruchu. Weźmy inny przykład. Wyrobiony z metalu przedmiot, który wyjmujemy z gotującej się wody, wydaje się bardzo gorący; po pewnym czasie sprawia wrażenie letniego lub chłodnego przedmiotu. Bez wahania twierdzimy, że w tym razie cało samo w sobie pozostaje niezmienne, że zmienia się tylko «stan cieplny» tego ciała. Gdy widzimy, że pręcik trzcinowy, przed chwilą prosty, jest teraz wygięty, że rurkę kauczukową można wyciągać, że sprężynę stalową można rozkręcać i skręcać, powiadamy, że to samo ciało, samo w sobie niezmienne, może przybierać różny kształt, różną postać. Śnieg, umieszczony w ciepłym pokoju, niebawem topi się i zamienia się w ciecz; cukier, oblany wodą, rozpuszcza się, staje się niewidzialny, ale nie przestaje być słodki. Sztaba stalowa albo żelazna, poddana w pewien sposób działaniu prądu elektrycznego, nabiera magnetycznych własności; kawałek szkła albo laku, potarty flanelą lub futrem, staje się naelektryzowany. Widocznie zatem to samo ciało może zajmować rozmaite położenia i miejsca, może przybierać różne postaci i kształty, może okazywać rozmaite nabyte cechy i własności, może znajdować się w różnorodnych ustrojach i stanach; zmianę miejsca, postaci, własności, zmianę budowy, ustroju lub stanu nazywamy *zjawiskiem fizycznem*. Utworzywszy pojęcie zjawiska, rozszerzamy i niejako poprawiamy przy jego pomocy pierwotne, zbyt proste pojęcie określonego, trwałego, całkiem niezmiennego ciała materjalnego.

§ 2. Ciała stałe i płynne.

Cegłę, kamień, bryłę węgla, kryształ cukru lub soli, szklane lub porcelanowe naczynie, narzędzie, wyrobione z żelaza lub stali, takie i tym podobne ciała nazywamy potocznie *ciałami stałemi*. Oczywista przyczyna tej nazwy leży we własnej, określonej i niezmiennej postaci, którą okazują te ciała. Woda, oliwa,

powietrze objawiają w tym względzie odmienne własności. Woda nie posiada właściwej sobie postaci; nalana do miski lub do butelki, układa się według postaci tych naczyń; z przechylonego zbiornika woda wylewa się, płynie naprzykład po stole, spada kroplami na podłogę. Powietrze nie posiada również określonej postaci; przeciwnie, wciska się do każdego próżnego naczynia i zapełnia je całkowicie. Powiadamy, że woda i powietrze zmieniają postać z wszelką łatwością; takie ciała nazywamy pospolicie *płynami.*

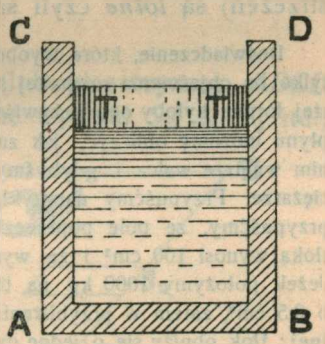
Wypada nam przyjrzeć się baczniej tym faktom. Cegła lub kamień, gdy leżą na stole, woda lub oliwa, które znajdują się w butelce, pozostają pod wpływem siły ciężkości; ta siła wystarcza widocznie, ażeby zmienić postać oliwy lub wody, nie wystarcza natomiast, ażeby zmienić postać kamienia lub cegły. Zobaczmy, jak zachowują się ciała stałe pod wpływem sił znaczniejszych niż ciężkość. Stal, mosiądz, żelazo, szkło oraz kauczuk nazywamy ciałami stałemi; wiemy jednakże, że sprężynę stalową możemy skręcić w ręku z łatwością, że możemy zgiąć snadnie żelazny nóż, pręcik mosiężny lub szklaną pałeczkę, że wyciągamy bez trudu rurkę albo taśmę kauczukową. A zatem ciała stałe nie mają bynajmniej niezmiennej postaci; musimy utworzyć inne pojęcie ciała stałego, zgodniejsze z faktami.

Ażeby wyrażać się krótko, wprowadźmy pewną nazwę dogodną: każdą zmianę postaci lub objętości ciała materjalnego nazwiemy jego *odkształceniem.* Wykonajmy kilka prostych doświadczeń. Umocujmy górny koniec rury kauczukowej, na dolnym zaś końcu zawieśmy kulę żelazną lub ołowianą. Pod działaniem przyłożonego ciężaru rura wydłuża się; to odkształcanie się jednak wkrótce ustaje, kula nie obniża się dalej; siła sprężystości, wzbudzona w kauczuku, przeciwdziała wpływowi siły ciężkości. W pośrodku drewnianej deseczki, podpartej na brzegach, umieśćmy przedmiot bardzo ciężki; deseczka ugina się, ale jej odkształcanie się niebawem dochodzi do kresu; w odkształconej deseczce zjawia się siła sprężystości, która sprzeciwia się dalszej zmianie postaci. Widzimy zatem, że w wielu ciałach stałych nawet drobna zmiana postaci budzi siły wewnętrzne, które nie pozwalają na dalsze dokonywanie się zmian. *Ciało stałe sprężyste opiera się czynnie usiłowaniu wywołania w niem coraz większych zmian postaci.* W wodzie, w oliwie, w alkoholu lub w rtęci nie spostrzegamy niczego podobnego. *Ciało*

płynne poddaje się biernie każdej próbie wywołania w niem zmiany postaci; najmniejsza siła wystarcza, ażeby zmienić postać ciała płynnego. Widzimy to nieustannie w zjawiskach ruchu ciał płynnych. Woda płynie w rzece, wino wylewa się z beczki, pod wpływem własnego ciężaru; na powierzchni morza wicher piętrzy i pędzi olbrzymie bałwany; z rury wodociągowej woda tryska pod wpływem stosunkowo nieznacznego ciśnienia. W tych wszystkich razach siły są słabe, a zmiany postaci olbrzymie. Nietylko drobna ale nawet niezmierna zmiana postaci nie wywołuje w płynach sprężystej reakcji; dlatego, pod wpływem siły stałej, chociażby nawet słabej, postać płynu zmienia się coraz dalej i dalej, jak to widzimy w zjawiskach płynięcia.

§ 3. *Ściśliwość ciał; ciecze i gazy.*

Mówiliśmy dotychczas o *postaci* ciał materjalnych; dzieliliśmy ciała na stałe i płynne zależnie od ich zachowania się wobec zmiany lub usiłowania zmiany postaci. Jakże zachowują się ciała, gdy staramy się zmienić ich *objętość*? Ażeby odpowiedzieć na to pytanie, wyobraźmy sobie doświadczenie fikcyjne. Przypuśćmy, że walec *ABCD* (rys. 1) jest wykonany z materjału doskonale sztywnego (tom I, § 85); w tym walcu porusza się bez tarcia tłok *TT*, również doskonale sztywny i przylegający szczelnie do ścian walca. Wyobraźmy sobie blok odlany z żelaza, z miedzi lub cynku, który wypełniałby wnętrze walca dokładnie aż do tłoka *TT*. Umieszczamy ten blok w walcu *ABCD* i wywieramy ogromny nacisk na tłok, obciążając go naprzykład bardzo znacznie; blok metalowy ścisnąłby się tak nieznacznie, że byłoby trudno dostrzec, tem bardziej zaś zmierzyć obniżenie się tłoka. Wynik doświadczenia byłby mniej więcej ten sam, gdybyśmy próbowali ścisnąć jednolity walec, odlany ze szkła albo z soli kamiennej; gdybyśmy nawet wypełnili wnętrze walca *ABCD* gliną lub zwilżonym piaskiem, ściśnięcie byłoby niedostrzegalne.



Rys. 1.

Powiadamy, że ciała stałe trudno zmieniają objętość, że są *mało ściśliwe.*

Przypuśćmy teraz, że wnętrze walca *ABCD*, aż do tłoka, jest całkowicie wypełnione wodą, rtęcią albo oliwą; nawet przy ogromnem obciążeniu tłoka objętość tych ciał zmieniłaby się bardzo nieznacznie. Jakkolwiek woda, oliwa i rtęć zmieniają postać dziwnie łatwo, jednak objętość zmieniają opornie i trudno; zmiana objętości, która dokonywa się w nich pod wpływem sił bardzo wielkich, jest niewiele znaczniejsza aniżeli zmiana objętości ciał stałych. Ściśliwość wody, oliwy i rtęci jest zatem mała, niewiele większa aniżeli ściśliwość ciał stałych. *Płyny, których ściśliwość jest mała, nazywamy zwykle cieczami.* Woda, rtęć, oliwa, benzyna, nafta, rozmaite alkohole, etery, oleje i kwasy są cieczami w zwykłych warunkach, w których miewamy z niemi pospolicie do czynienia.

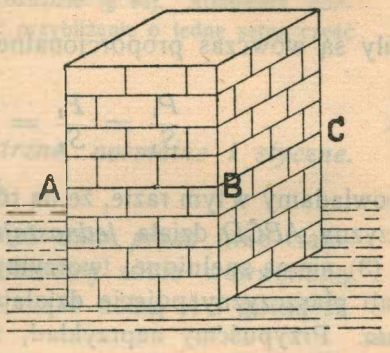
Wyobraźmy sobie nareszcie, że wnętrze walca *ABCD* jest wypełnione powietrzem; niewielkim wysiłkiem moglibyśmy wówczas wepchnąć tłok *TT* wgłąb walca. Powietrze jest zatem nieporównanie łatwiej ściśliwe niż woda. *Płyny, których ściśliwość jest znaczna, nazywamy pospolicie gazami.* Powietrze, wodór, tlen, azot, bezwodnik węglowy, chlor, acetylen, gaz oświetlający — oto przykłady ciał, które (w zwykłych warunkach naszych dostrzeżeń) są *lotne* czyli są gazowemi ciałami.

Doświadczenie, które wyobraziliśmy sobie w powyższym wywodzie, służyło tylko do objaśnienia rozmaitej ściśliwości cieczy i gazów; w opisanej, zbyt prostej formie byłoby ono oczywiście niewykonalne. Ze znanej ściśliwości pewnego płynu możemy obliczyć, jak zmieniłaby się jego objętość, gdybyśmy wypełnili nim wnętrze walca i gdybyśmy umieścili na tłoku ciało ciężkie o wiadomym ciężarze. Przypuśćmy naprzykład, że wnętrze walca jest wypełnione *wodą*; przypuśćmy, że pole poprzecznego przecięcia walca a zatem i powierzchnia tłoka wynosi 100 cm^2 i że wysokość słupa wody pod tłokiem wynosi 10 cm. Jeżeli położymy 1000 kg na tłoku, objętość wody zmniejszy się mniej więcej o 0·5 cm^3, zatem w przybliżeniu o jednę dwutysięczną część objętości pierwotnej; tłok obniży się o jednę dwudziestą część milimetra. Przypuśćmy teraz, że tenże sam walec jest wypełniony atmosferycznem *powietrzem* i że położyliśmy znowu 1000 kg na tłoku; powietrze ściśnie się tak znacznie, że jego objętość wyniesie mniej aniżeli jednę dziesiątą część objętości pierwotnej.

§ 4. Ciśnienie.

Wyobraźmy sobie słup, w kształcie prostopadłościanu, wymurowany z cegieł (rys. 2). Weźmy na uwagę przecięcie, n. p.

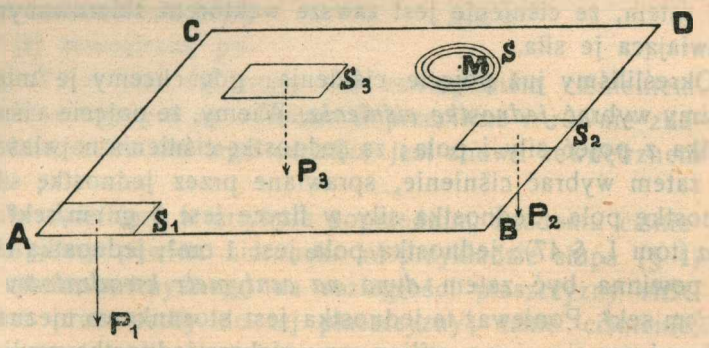
ABC, tego słupa z pewną poziomą płaszczyzną; to przecięcie rozdziela słup na dwie części, na część górną, położoną ponad płaszczyzną i na część dolną, znajdującą się pod nią. Wiemy, że górna część słupa ciąży na dolnej i gniecie ją, pionowo na dół, swoim ciężarem; wiemy również (tom I, §§ 34 i 36), że na to działanie dolna część słupa odpowiada równem przeciwdziałaniem, skierowanem pionowo do góry. Obiedwie te siły są wywierane przez przecięcie *ABC* słupa. Na tym przykładzie widzimy, że siły bywają nieraz wywierane na *powierzchnię* ciał materjalnych. W podobnych przypadkach tworzymy w fizyce pojęcie, zwane *ciśnieniem*; dochodzimy do niego, dzieląc wartość siły, wywieranej na pewną powierzchnię, przez pole tej powierzchni. *Średniem ciśnieniem p*, działającem na rozległości powierzchni *S*, nazywamy stosunek siły *P*, wywieranej na tę powierzchnię, do jej pola *S*:



Rys. 2.

1. $$p = \frac{P}{S}$$

Wyobraźmy sobie powierzchnię (lub płaszczyznę) *ABCD* (rys. 3); bierzmy w niej na uwagę różne wycinki S_1, S_2, S_3 itd.;



Rys. 3.

zmierzywszy siły P_1, P_2, P_3 i t. d., które działają na te wycinki, utwórzmy stosunki P_1/S_1, P_2/S_2, P_3/S_3 i t. d. czyli średnie ciśnie-

nia p_1, p_2, p_3 i t. d. Może zdarzyć się, że te średnie ciśnienia wypadną równe sobie:

2. $$p_1 = p_2 = p_3 = \ldots\ldots;$$

siły są wówczas proporcjonalne do pól:

3. $$\frac{P_1}{S_1} = \frac{P_2}{S_2} = \frac{P_3}{S_3} = \ldots\ldots;$$

powiadamy w tym razie, że na rozległości powierzchni lub płaszczyzny *ABCD* działa *jednostajne ciśnienie.* Jeżeli równania (2) i (3) nie są spełnione, tworzymy dla każdego punktu powierzchni lub płaszczyzny pojęcie działającego w nim *miejscowego ciśnienia.* Przypuśćmy naprzykład, że w punkcie *M* (rys. 3) mamy znaleźć ciśnienie miejscowe. Dokoła punktu *M* wykrawamy małe pole *S*; tworzymy stosunek *P/S* siły *P*, działającej na *S*, do pola *S*; zmniejszamy wreszcie pole *S* coraz bardziej, bacząc, ażeby punkt *M* pozostawał wciąż w jego obrębie. Siła *P* zmienia się wraz z *S*; ale stosunek *P/S* może wówczas zmieniać się dowolnie lub nie zmieniać się wcale. Wogóle mówiąc, gdy *S* maleje, *P/S* dąży do pewnej granicy; wartość tej granicy nazywamy *ciśnieniem miejscowem,* czynnem w punkcie *M* (por. tom I, §§ 14 i 21).

Wiadomo, że każda siła jest *wektorem*, mającym nietylko pewną wartość liczbową, lecz zawsze pewien kierunek (tom I, § 35); natomiast pole nie jest kierunkową wielkością. Wnosimy stąd zatem, że ciśnienie jest zawsze wektorem, skierowanym jak sprawiająca je siła.

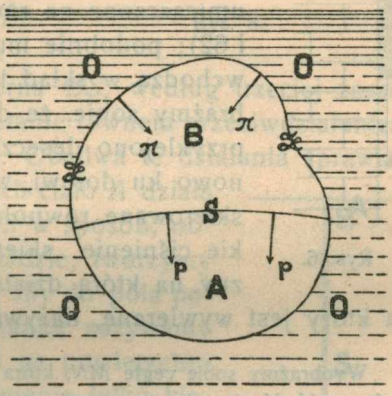
Określiliśmy już pojęcie ciśnienia; gdy chcemy je mierzyć, musimy wybrać *jednostkę ciśnienia.* Wiemy, że pojęcie ciśnienia wynika z pojęć siły i pola; za jednostkę ciśnienia najwłaściwiej jest zatem wybrać ciśnienie, sprawiane przez jednostkę siły na jednostkę pola. Jednostką siły w fizyce jest 1 gr cm/sek² czyli *dyna* (tom I, § 47); jednostką pola jest 1 cm²; jednostką ciśnienia powinna być zatem *dyna na centymetr kwadratowy* czyli 1 gr/cm sek². Ponieważ ta jednostka jest stosunkowo nieznaczna, posługujemy się nieraz miljon razy większą jednostką czyli t. zw. *megadyną na centymetr kwadratowy.* W układzie ciężarowym (tom I, § 47) jednostką siły jest ciężar grama (1 Gr) lub ciężar kilograma (1 Kg); ciężarową jednostką ciśnienia może być za-

tem np. 1 Gr/cm² albo 1 Kg/cm² albo 1 Kg/m² i t. d.; inżynierowie i technicy posługują się chętnie jednostką 1 Kg/m².

Inną rozpowszechnioną jednostką ciśnienia jest t. zw. *atmosfera;* jej pochodzenie i wartość poznamy w późniejszym rozdziale (§ 44). Atmosfera *normalna* wynosi 1013260 dyn na cm², jest więc przybliżenie o jednę setną część większa od megadyny na cm².

§ 5. *Ciśnienia wewnętrzne i zewnętrzne, normalne i styczne. Ciągnienia.*

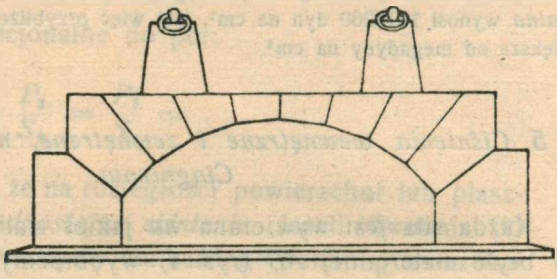
Każda siła jest wywierana *na* jakieś ciało *przez* inne ciało. W bryle materjalnej *AB* (rys. 4) wyobraźmy sobie wewnętrzną powierzchnię *S*, która dzieli bryłę na część dolną *A* i górną *B*. Jeżeli na rozległości powierzchni *S* działa ciśnienie *p*, skierowane od *B* do *A*, powiadamy wówczas, że ciśnienie *p* jest wywierane przez górną część *B* na dolną *A*; takie ciśnienie nazywamy *wewnętrznem*. Przeciwne i równie wielkie ciśnienie, wywierane przez *A* na *B*, jest również wewnętrznem w bryle ciśnieniem. Przypuśćmy, że pewien ośrodek *O* wywiera ciśnienie π na zawartość bryły *AB* przez jej zewnętrzną powierzchnię Σ; π jest dla bryły *AB* zewnętrznem ciśnieniem. Bryła wówczas wywiera na ośrodek *O* przeciwne i równie znaczne ciśnienie, które dla tego ośrodka jest znowu zewnętrznem ciśnieniem.



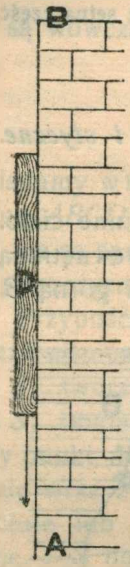
Rys. 4.

Jak powiedzieliśmy w artykule poprzednim, każdemu ciśnieniu przypisujemy pewien kierunek. W przykładzie słupa (§ 4) kierunek ciśnienia, czynnego na rozległości płaszczyzny *ABC* (rys. 2), jest prostopadły do tej płaszczyzny; takie ciśnienie, skierowane prostopadle do płaszczyzny albo do elementu powierzchni, do którego jest przyłożone, nazywamy *ciśnieniem normalnem*. Ciało ciężkie ciśnie normalnie przez poziomą płaszczyznę, jeżeli jego ciężar rozpościera się na taką płaszczyznę; albo-

wiem siła ciężkości działa pionowo. Ciało ciężkie może jednakże wywierać również *ukośne* ciśnienie na pewną płaszczyznę albo powierzchnię; w taki sposób działa naprzykład ciało ciężkie,



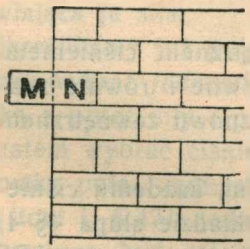
Rys. 5.



Rys. 6.

umieszczone na równi pochyłej (por. tom I, §§ 61 i 62); podobnie muszą zachowywać się cegły, które wchodzą w skład t. zw. *sklepienia* (rys. 5). Wyobraźmy sobie, że do ściany pionowej *AB* (rys. 6) przyklejono deseczkę *D*; deska ta *D*, ciążąc pionowo ku dołowi, wywiera na ścianę *AB* ciśnienie, skierowane równolegle do powierzchni ściany. Takie ciśnienie, skierowane równolegle do płaszczyzny, na którą działa albo do elementu powierzchni, na który jest wywierane, nazywa się *stycznem ciśnieniem.*

Wyobraźmy sobie cegłę *MN*, która wystawałaby z muru (rys. 7); w takiej cegle część *M* niepodparta sprawia oczywiście styczne ciśnienie na wmurowaną część *N*, podobnie jak deska *D* na ścianę *AB* (rys. 6). Przypuśćmy, że gruba księga leży na stole. Jeżeli wykręcimy górną okładkę księgi w jej własnej (poziomej) płaszczyznie, kartki pod nią leżące wezmą pewien udział w tym ruchu, tem słabszy, im są dalsze od górnej okładki. Widocznie w tym razie każda karta doznała pewnego stycznego ciśnienia.

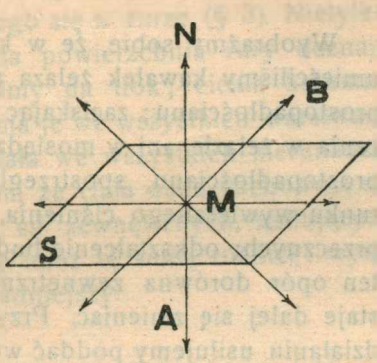


Rys. 7.

Niechaj pozioma płaszczyzna *S* oddziela ciało *A* pod nią leżące (rys. 8) od położonego nad nią ciała *B*. Do płaszczyzny *S* poprowadźmy w myśli linję prostą do niej prostopadłą *MN*, skierowaną do góry. Możemy powiedzieć, że ciśnienie, którego *B* doznaje od *A*, jest normalne, ukośne lub styczne, stosownie do tego, czy jego kierunek tworzy z prostopadłą *MN*

kąt równy zeru, mniejszy od kąta prostego lub też równy kątowi prostemu.

Może zdarzyć się, że siły, wywierane przez ciało *A* na ciało *B*, nie kierują się wgłąb ciała *B*, lecz idą przeciwnie wgłąb ciała *A*. Mówimy wówczas, że ciało *A ciągnie* ciało *B*, że je *pociąga ku sobie*. Wyobraźmy sobie naprzykład sznur *AB*, który wisi pionowo, wyprężony działaniem ciężaru ciała *P* (rys. 9). Weźmy na uwagę którekolwiek przecięcie poziome *S* w sznurze, które dzieli go na część dolną *AS* i górną *BS*. Część dolna *AS* ciągnie górną *BS* w kierunku pionowym ku dołowi; część górna *BS*, według trzeciej zasady dynamiki, odpowiada na to działanie równem przeciwdziałaniem, skierowanem pionowo ku górze. Obadwa te działania sprawiają *ciągnienie*, nie zaś ciśnienie. Jeżeli ciało *A* działa na ciało *B* przez powierzchnię *S* w sposób, objaśniony na powyższym przykładzie, tworzymy stosunek całkowitej wywieranej siły do pola powierzchni *S* i wartość tego stosunku nazywamy *średniem ciągnieniem*, czynnem na powierzchni *S*. Ciągnienie różni się od ciśnienia tylko kierunkiem względem ciała, na które jest wywierane; zatem wszystko, co powiedzieliśmy o ciśnieniu, możemy zastosować również i do pojęcia ciągnienia. Odróżniamy więc ciągnienie *jednostajne* od niejednostajnego; jeżeli ciągnienie jest niejednostajne, tworzymy pojęcie ciągnienia *miejscowego*. Podobnie jak ciśnienie, ciągnienie może być *wewnętrzne* albo *zewnętrzne*, może być *normalne, ukośne* lub *styczne*. Ciągnienie, sprawiane naprzykład przez ciało *A* (rys. 8) na ciało *B*, jest normalne, ukośne lub styczne, stosownie do tego, czy jego kierunek tworzy z prostopadłą *MN* kąt równy dwóm prostym, większy od kąta prostego lub równy prostemu. Jednostki ciągnienia są identyczne z jednostkami ciśnienia



Rys. 8.

Rys. 9.

§ 6. O zachowaniu się wobec sił zewnętrznych ciał stałych i płynnych.

Wyobraźmy sobie, że w kleszczach imadła (czyli śrubsztaka) umieściliśmy kawałek żelaza albo mosiądzu, wycięty w kształcie prostopadłościanu; zaciskając imadło, nie dostrzegamy odkształcenia w żelazie ani w mosiądzu. Gdybyśmy użyli kauczukowego prostopadłościanu, spostrzeglibyśmy, że on ściska się w kierunku wywieranego ciśnienia, rozdyma się zaś w kierunkach poprzecznych; odkształcenie budzi w kauczuku opór sprężysty i gdy ten opór dorówna zewnętrznemu działaniu, postać ciała przestaje dalej się zmieniać. Przypuśćmy na chwilę, że podobnemu działaniu usiłujemy poddać wodę, alkohol, oliwę lub naftę. Próba ściśnięcia ciała płynnego między kleszczami imadła pozostałaby oczywiście zgoła bezskuteczna; takie ciało przepłynęłoby pomiędzy kleszczami, ich ciśnienie wygniotłoby płyn we wszystkich poprzecznych kierunkach. To (w myśli wykonane) doświadczenie objaśnia różnicę, jaka istnieje w zachowaniu się ciał stałych a płynnych wobec ciśnień albo ciągnień zewnętrznych. Ciało stałe *może* znosić ciśnienia albo ciągnienia, które działają niejednakowo w rozmaitych kierunkach; pod wpływem takich sił ciało stałe może pozostawać w równowadze. Ciała płynne zachowują się inaczej; pod wpływem takich ciśnień ciało płynne *nie* pozostaje w równowadze i zaczyna płynąć. Wyobraźmy sobie naprzykład cegłę tkwiącą w fundamentach budynku albo kamień, na którym spoczywają wielkie pokłady ziemi; w kierunku pionowym cegła lub kamień wytrzymuje z pewnością ogromne ciśnienie, w kierunkach poziomych wywierane na nie są wówczas ciśnienia stosunkowo nieznaczne. W ciele *stałem*, pod wpływem takiego układu sił, budzą się siły wewnętrzne sprężyste, które są również niejednakowe w rozmaitych kierunkach; w ciele *płynnem* podobne siły nie pojawiają się, ciało płynne w spoczynku nie może znosić takiego układu sił.

Ażeby to jeszcze objaśnić, co powiedzieliśmy, uważajmy przykład następujący. Przypuśćmy, że podpieramy się kijem lub laską; wywieramy wówczas pewne ciśnienie na podłogę lub ziemię; lecz tego ciśnienia nie odczuwałyby ciała, które otaczałyby laskę, dotykając tylko jej pobocznicy. Otoczmy laskę rurą szczelnie do niej przystającą ale gładką, w której laska przesuwa się

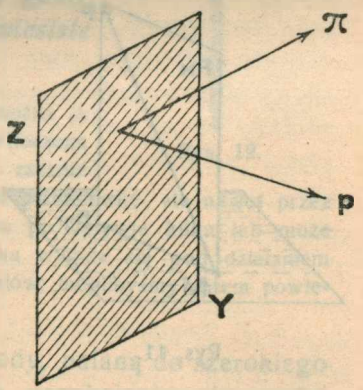
bez tarcia; wewnętrzna powierzchnia tej rury, chociaż dotyka laski, nie doznaje naszego ciśnienia, które laska przekazuje całkowicie ziemi. Zastąpmy teraz laskę czyli kolumnę *stałą* przez kolumnę *cieczy*; napełnijmy rurę wodą albo oliwą i uciskajmy ciecz zapomocą tłoka, poruszającego się w rurze (§ 3). Nietylko dno, lecz cała boczna wewnętrzna powierzchnia rury doznaje wówczas ciśnienia, które wywieramy na tłok; ciekła kolumna *roznosi* to ciśnienie, rozpowszechnia je we wszystkich warstwach i ujednostajnia je tak, że ono działa we wszystkich kierunkach.

W § 2-im mówiliśmy już o tem, że ciała stałe zachowują się inaczej niż ciała płynne wobec sił zewnętrznych, usiłujących zmienić ich postać. Zauważyliśmy teraz tę samą różnicę, wyraziliśmy ją jednak w sposób dokładniejszy.

§ 7. Twierdzenie zasadnicze hydrostatyki i aerostatyki.

Próbując pochwycić warstwę wody między kleszcze imadła, widzieliśmy, że ciecz wymyka się między niemi; ażeby ścisnąć wodę, musimy otoczyć ją ze wszystkich stron, musimy ująć ją zewsząd nieustępującemi ścianami. Gdy to nastąpiło, woda stawia opór; chociaż poddaje się biernie zmianom postaci, woda uporczywie sprzeciwia się próbie zmiany jej objętości (§ 3).

Wyobraźmy sobie pionową płaszczyznę *YZ*, poprowadzoną w łonie pewnej masy cieczy (rys. 10). Przypuśćmy, że ciecz, znajdująca się po lewej stronie płaszczyzny, wywiera ciśnienie normalne *p* na ciecz, znajdującą się po stronie prawej. Takie ciśnienie usiłuje ścisnąć ciecz po prawej stronie płaszczyzny; ono zmierza do zmniejszenia objętości cieczy. Masa cieczy, znajdująca się po prawej stronie płaszczyzny, sprzeciwia się, wydobywa ze siebie siły, które opierają się ściskaniu; dlatego *równowaga cieczy jest możliwa pod działaniem normalnego ciśnienia.*



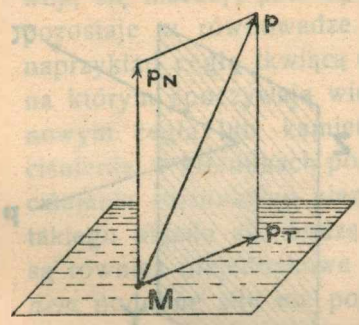
Rys. 10.

Przypuśćmy teraz, że ciecz, leżąca po lewej stronie płaszczyzny *YZ*, wywiera ciśnienie styczne π na ciecz, znajdującą się po stronie prawej. Ciśnienie styczne nie

dąży do wywołania zmiany *objętości*; ono usiłuje zmienić *postać* masy, na którą jest wywierane. Owóż ciecze zmieniają postać z największą łatwością; ciecze nie znajdują w sobie sił, które mogłyby trwale sprzeciwiać się stycznym ciśnieniom; *pod działaniem ciśnień stycznych ciecz nie może pozostawać w równowadze.*

Mówiliśmy dotychczas o zachowaniu się *cieczy* wobec ciśnień normalnych i stycznych; zachowanie się *gazów* w tym względzie nie różni się istotnie od zachowania się cieczy. Gazy są wprawdzie łatwiej ściśliwe niż ciecze; lecz ta różnica jest okolicznością podrzędną w naszym wywodzie. Co powiedzieliśmy, stosuje się zarówno do cieczy jak i do gazów, zatem wogóle do *płynów*. Normalne ciśnienia wywołują w płynach opór sprężysty, dlatego mogą być zrównoważone; styczne nie znajdują oporu i nie mogą zostać zrównoważone. *Płyn tylko wówczas może być w równowadze, gdy w każdym jego punkcie* (czy w głębi płynu, czy na zewnętrznej powierzchni) *na dowolnie pomyślane przecięcie działa tylko normalne ciśnienie.* W tem twierdzeniu zawiera się fundamentalne prawo nauki o równowadze ciał ciekłych (t. zw. *hydrostatyki*) oraz nauki o równowadze gazów (t. zw. *aerostatyki*).

Ukośne ciśnienie p (rys. 11) można rozłożyć, według zasady równoległoboku sił (tom I, § 45), na dwa składowe ciśnienia: na normalne p_N i styczne p_T; dlatego w powyższym wywodzie mówiliśmy tylko o normalnych i stycznych ciśnieniach, nie wspominając o działających ukośnie



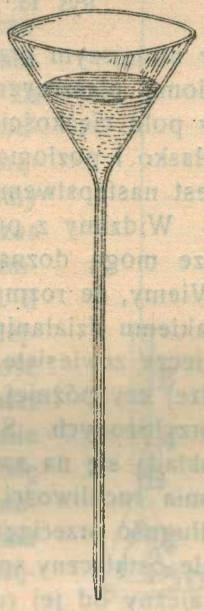
Rys. 11.

Ażeby wytłumaczyć zachowanie się cieczy wobec ciśnień normalnych i stycznych, zwróćmy się do hypotezy, którą będziemy posługiwali się niejednokrotnie w dalszych rozdziałach tej książki (por. tom I, § 100). Wyobraźmy sobie, że ciecze składają się z osobnych cząstek czyli *molekuł*; że molekuły te mogą wprawdzie przesuwać się koło siebie z łatwością, ale zbliżają się ku sobie niechętnie i trudno, jak gdyby przezwyciężały wówczas jakiś opór. Możemy powziąć niejakie wyobrażenie o własnościach tak zbudowanego ośrodka, obserwując zachowanie się miałkiego węgla albo bardzo drobno tłuczonego kamienia; takie ciała wysypują się z wozu dosyć podobnie jak woda wylewa się z kadzi. Lotne i ruchome piaski «obsypują się» łatwo, utrudniając w wysokim stopniu ziemne roboty; przy biciu szybów kopalnianych wypada też nieraz sztucznie

zestalać takie sypkie pokłady, zamrażając je mianowicie na czas roboty albo też wtłaczając w nie rodzaj cementowego spoidła. Spróbujmy do naczynia nasypać sporo śrutu bardzo drobnego, którego ziarnka doskonale naoliwiliśmy; taki śrut naśladuje pod wielu względami zachowanie się cieczy.

§ 8. O ruchliwości ciał ciekłych.

Wykonajmy następujące proste doświadczenie. Duży lejek szklany (rys. 12) jest zaopatrzony w długą i wąską rurę odpływową. Nalejmy wody do lejka, aż do pociągniętej na jego ścianie kreski. Pod wpływem własnego ciężaru woda wypływa przez rurkę; przyciąganie ziemi wyciąga masę wodną, która w lejku miała postać stożka, w długi i cienki walec, odpowiadający wewnętrznemu kształtowi rurki. Podobnie zachowują się inne ciecze; wszystkie ciecze *płyną* (§ 2). nawet pod działaniem sił słabych; ale *rozmaite ciecze płyną z bardzo rozmaitą szybkością.* Jeżeli lejek napełnimy alkoholem, benzyną, eterem, ciecze te spłyną prędzej niż woda; oliwa, gliceryna, miód, syrop, roztwór gumy arabskiej sączą się opornie i bardzo powoli. Powiadamy, że alkohol, benzyna, eter są bardziej *ruchliwe* niż woda; że oliwa, gliceryna, miód, syrop, roztwór gumy są mniej ruchliwe czyli bardziej *zawiesiste* niż woda.

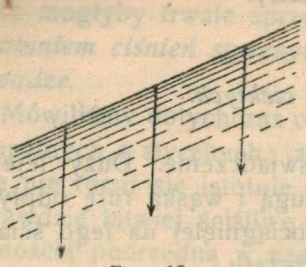


Rys. 12.

Istnieją gatunki smoły tak zawiesiste, że można je urabiać w kostki; pewna ilość takiej smoły, wtłoczona pod znacznem ciśnieniem do lejka (rys. 12), zacznie wprawdzie natychmiast przeciskać się ku dołowi przez rurkę, ale nawet przez krótką i dość szeroką rurkę przepełznie dopiero po upływie kilku lub może kilkunastu lat. Podparta u końców, pałeczka laku wygina się pod działaniem własnego ciężaru, zwłaszcza w porze letnich upałów; moglibyśmy zatem powiedzieć, że lak jest cieczą nader zawiesistą.

Wstrząśnijmy nagle pewną ilość wody, nalaną do szerokiego płaskiego naczynia; przyglądajmy się uspakajaniu się wody. Przez pewien czas dostrzegamy, że powierzchnia wody kołysze się i faluje; niebawem jednak ruch ten ustaje, powierzchnia wody układa się płasko i poziomo. Rozważmy to zjawisko nie-

co dokładniej. Podczas zaburzenia powierzchnia wody nie była poziomą płaszczyzną; choćby przez chwilę elementy powierzchni musiały przybierać położenia pochyłe, jak to wyobraża rys. 13.



Rys 13.

Siła ciężkości działa zawsze na dół pionowo; zatem na ciecz, leżącą pod samą powierzchnią, działały podczas ruchu siły, do tej powierzchni ukośne. Pod wpływem takich sił ciecz nie może być w równowadze; równowaga może dopiero wówczas nastąpić, gdy powierzchnia jest położona prostopadle do kierunku sił działających; w niniejszym przypadku wówczas, gdy ta powierzchnia jest poziomą płaszczyzną. Z twierdzenia § 7-go wynika zatem, że w polu ciężkości każda ciecz musi układać się na powierzchni płasko i poziomo; ten wniosek, który doświadczenie potwierdza, jest następstwem zasadniczego prawa hydrostatyki.

Widzimy z powyższego przykładu, że podczas zaburzeń ciecze mogą doznawać działania ciśnień ukośnych i stycznych. Wiemy, że rozmaite ciecze niejednakowo ochoczo poddają się takiemu działaniu; ciecze ruchliwe ulegają mu łatwo i szybko, ciecze zawiesiste — opornie, leniwie, marudnie. Jednakże, prędzej czy później, wszystkie ciecze są posłuszne wpływowi sił przyłożonych. Sama sobie pozostawiona, każda ciecz ciężka układa się na swobodnej powierzchni płasko i poziomo. Od stopnia ruchliwości cieczy zależy długotrwałość zaburzenia, czyli długość przeciągu czasu, który upływa, zanim ciecz uspokoi się; ale ostateczny sposób układania się cieczy w spoczynku nie jest zależny od jej ruchliwości mniejszej lub większej. Prawa hydrostatyki są zatem *identyczne* dla cieczy ruchliwych i dla zawiesistych. Zjawiska *równowagi* są we wszystkich cieczach jednakowe; zjawiska *ruchu* są w nich bardzo rozmaite.

§ 9. Sprężystość doskonała i niedoskonała; plastyczność, wytrzymałość.

W §§ 2-im i 6-ym mówiliśmy o zachowaniu się ciał stałych wobec sił, które usiłują je odkształcić. Powracamy jeszcze do tego przedmiotu.

Wyobraźmy sobie, że cienki i długi drut stalowy *AB* jest utwierdzony w górnym końcu swoim *A*, na dolnym zaś *B* jest obciążony działaniem ciężkiego ciała *C* (rys. 14). Drut wydłuża się pod wpływem ciągnienia; wydłużenie drutu możemy odczytać na nieruchomej skali *S*, przy pomocy nonjusza *N*, połączonego z drutem w sposób niezmienny. Przypuśćmy, że drut *AB* ma postać walca prostego i że średnica jego poprzecznego przecięcia wynosi 1 mm; przypuśćmy, że długość odcinka *AN* wynosiła 2 m czyli 2000 mm w początku doświadczenia, gdy drut był poddany działaniu tylko ciężaru szalki *D* pustej. Kładziemy teraz 10 Kg na szalkę *D*; przypuśćmy, iż dostrzegamy obniżenie się punktu *N*, wynoszące 1·2 mm. Dopóki obciążenie 10 Kg leży na szalce *D*, część *AN* drutu zachowuje zmienioną swą długość 2001·2 mm; pomiędzy siłą ciężkości a sprężystością drutu nastąpiła równowaga. Gdybyśmy pozostawili na szalce *D* obciążenie *C* przez czas kilku godzin, po upływie tego czasu (jeżeli temperatura drutu nie zmieniła się, zob. rozdz. II i VII) znaleźlibyśmy długość drutu tę samą. Zdejmujemy teraz obciążenie *C* z szalki *D*; długość odcinka *AN* powraca do poprzedniej wartości 2000 mm i nie zmienia się nadal. Zachowanie się drutu, które tutaj poznaliśmy, nazywa się *doskonale sprężystem*. Powiadamy, że drut stalowy, który poddawaliśmy działaniu obciążenia 10 Kg, zachowywał się jak ciało doskonale sprężyste.

Rys. 14.

Zamiast stalowego, użyjmy teraz do doświadczeń drutu, wyrobionego z miedzi; przypuśćmy, że jego średnica i długość są te same jak średnica i długość drutu stalowego w doświadczeniu poprzedniem. Na szalce *D* umieszczamy znowu ciało *C*, ważące 10 Kg; dostrzegamy wydłużenie przeszło 2 mm, zatem większe niż w drucie stalowym. Jednakże to wydłużenie *nie* jest stałe; jeżeli ciężar ciała *C* przez pewien czas wywiera na drut to samo ciągnienie, miedziany drut *poddaje się*, mianowicie wydłuża się coraz bardziej, chociaż zawsze bardzo powoli. Powiadamy wówczas, że *przekroczyliśmy granice doskonałej sprężystości* miedzi; mówimy, że w tem do-

świadczeniu okazała się jej *niedoskonała sprężystość*. Niekiedy wyrażamy się jeszcze inaczej; powiadamy, że miedź w naszem doświadczeniu zaczyna zdradzać ślady *podatności* czyli *plastyczności*. Zdejmujemy teraz obciążenie z szalki; wówczas znaczna część wydłużenia znika natychmiast, ale nie jego całość; długość drutu nie powraca dokładnie do początkowej wartości. Powiadamy, że w tem doświadczeniu miedź doznała *trwałego wydłużenia*, które pozostaje jako pamiątka po odbytem odkształceniu.

Przypuśćmy, że takiemu samemu ciągnieniu poddajemy taki sam drut, wyrobiony z ołowiu. Początkowe wydłużenie jest jeszcze większe niż w miedzi, może wynosić naprzykład do kilkunastu milimetrów; wydłużenie to rośnie z czasem znacznie bardziej niż w miedzi. Granice doskonałej sprężystości w ołowiu są znacznie ciaśniejsze niż w miedzi; po ich przekroczeniu ołów jest wyraźnie plastyczny. Jeżeli odkształcanie trwa dalej, wkrótce wydarza się nowe zjawisko: drut ołowiany nie wytrzymuje ciągnienia, *rozrywa się*. Przekroczyliśmy tutaj granice nietylko doskonałej sprężystości, ale i *wytrzymałości* ołowiu. Mniej więcej podobnie zachowują się cyna i cynk, ale plastyczność nie objawia się w nich tak łatwo i tak dobitnie jak w ołowiu.

Zjawiska niedoskonałej sprężystości spotykamy nietylko wówczas, gdy wyciągamy ciała stałe, lecz również, gdy je gniemy i odginamy, gdy je skręcamy i rozkręcamy, gdy wogóle odkształcamy je w sposób, zmieniający ich postać. Odnajdujemy je we wszystkich ciałach stałych, lecz w rozmaitym stopniu. W żelazie naprzykład i w stali objawy niedoskonałej sprężystości zaledwie są dostrzegalne; natomiast w szkle zauważyć je łatwo. Skręcana i rozkręcana nić szklana zdradza wyraźnie *pamięć* odkształcenia i okazuje po niem pewne *zmęczenie*; nić kwarcowa w tych samych warunkach zachowuje się doskonale sprężyście. W kauczuku granice doskonałej sprężystości są niebywale szerokie, lecz po ich przekroczeniu mamy znów do czynienia z zawiłemi zjawiskami poddawania się, ociągania się i zmęczenia po odkształceniu.

Niektóre ciała stałe są wytrzymałe tylko w ciasnych granicach; gdy je wyciągamy, urywają i rozrywają się łatwo; gdy je uginamy, przełamują się; przekręcają się, gdy je skręcamy; pękają, kruszą i łupią się albo się zgniatają, gdy je uciskamy. O takich ciałach mówimy, że są *łamliwe*, *kruche*, *łupliwe*, wogóle

zaś *mało wytrzymałe*. Do tej klasy ciał należy naprzykład kreda, cukier, szkło, porcelana, sól kuchenna. Ponieważ ciała mało wytrzymałe nie znoszą działania sił nawet słabych, nie mamy więc zazwyczaj możności zapoznania się z ich doskonałą lub niedoskonałą sprężystością.

Metale naogół są wytrzymałe; stal, żelazo, platyna, mosiądz są stosunkowo nader wytrzymałe. Zdarza się nieraz, że wobec działających nań ciśnień lub ciągnień metal jest jeszcze wytrzymały, ale zaczyna zarazem być nieco plastyczny; wówczas te ciśnienia albo ciągnienia, nie naruszając jednolitości ciała, wystarczają do t. zw. «obrabiania» metalu czyli do nadawania mu pożądanej postaci. Zależnie od sposobu obrabiania, mówimy o takim metalu, że jest *kowalny*, *walcowny*, *ciągliwy* i t. p. Walcując naprzykład blaszkę złota pomiędzy stosownemi walcami lub ostrożnie rozklepując ją młotkiem, zręczny robotnik potrafi zwiększyć wielokrotnie powierzchnię blaszki a zmniejszyć nadzwyczajnie jej grubość. Przeciągając drut srebrny przez stalową płytę, zaopatrzoną w otwory stosownej średnicy, możemy drut ten wyciągać w nici zadziwiająco nikłego przecięcia. Takie odkształcenia odbywają się jednak dopiero pod wpływem stosunkowo znacznych ciśnień lub ciągnień. Wiemy przecież, że monety i klejnoty, wyrobione ze złota (lub przeważnie ze złota), że naczynia, posągi i narzędzia, wykonane z bronzu i innych metali (lub stopów metali), pod działaniem miernych ciśnień lub ciągnień nie zmieniają kształtu, nawet po upływie kilku tysięcy lat. Ale pod działaniem olbrzymich ciśnień metale ciekną i płyną i zachowują się nieinaczej niż woda i oliwa pod działaniem ciśnień słabych; tego dowiodły badania różnych uczonych, jak T r e s c a, T a m m a n n i inni.

Podręczniki odróżniają zazwyczaj t. zw. *stały* od t. zw. *ciekłego* stanu skupienia materji. Z przytoczonych faktów wnosimy, że pomiędzy temi stanami niema ostrej i niewątpliwej granicy. Ciecze są już plastyczne pod działaniem najsłabszych, może znikających ciśnień i ciągnień; ciała stałe zaczynają być plastyczne dopiero pod wpływem ciśnień lub ciągnień ogromnych. Różnica taka jest tylko *ilościowa*. Nawet i ciecze, skoro nie są doskonale ruchliwe, nie są bezwzględnie plastyczne; i one, choć tylko przelotnie i przemijająco, są poniekąd wobec działań zewnętrznych oporne. Ostra, stanowcza granica istnieje raczej między ciekłym a *krystalicznym* stanem skupienia materji; stanem, którym zajmuje się *krystalografja*. Odkryto jednakże przed niedawnym czasem ciała ciekłe, mające niektóre własności kryształów, t. zw. *kryształy ciekłe*.

ROZDZIAŁ DRUGI.

O cieplnej równowadze ciał materjalnych.

§ 10. Zjawiska cieplne. Temperatura. Termometr.

Dotykając śniegu ręką lub zanurzając ją w wodzie, czujemy, że śnieg jest zimny, że woda jest chłodna, letnia albo ciepła; w zimie zewnętrzne powietrze wydaje nam się mroźne, w lecie mówimy, że jest gorąco, że panują upały. Takie wrażenia obejmujemy w nauce ogólną nazwą *wrażeń cieplnych.* Gdy doznajemy wrażeń cieplnych, wyprowadzamy z nich wniosek, że otaczające nas ciała znajdują się w pewnych *stanach* cieplnych, że w tych ciałach odbywają się pewne cieplne *zjawiska*; takie stany i takie zjawiska wyobrażamy sobie również w warunkach, w których nie możemy bezpośrednich wrażeń cieplnych doznawać. Widząc, że nad płomieniem lampy topi się wosk, że na kuchni gotuje się woda, że żelazo w kuźni rozpala się do białości, powiadamy ogólnie, że wszystkie płomienie są bardzo gorące. Zbliżając się do ognia, czujemy, że on grzeje; gdy pod działaniem promieni słonecznych doznajemy podobnego wrażenia, domyślamy się, że słońce musi być ciałem niezmiernie rozżarzonem.

Mogliśmy już zauważyć w powyższych przykładach, że wrażenia cieplne bywają stopniowane, że niejako układają się w szereg. Woda może być lodowata, zimna, chłodna, letnia, ciepła lub gorąca; podobnie jak dom albo komin może być niski, średnio wysoki lub bardzo wysoki. Gdy budowniczy sporządza plan albo opis budynku, mierzy jego rozmiary zupełnie dokładnie. Podobnie staramy się postępować w nauce. W fizyce badamy *ilościowo* cieplne zjawiska; ustanawiamy w tym celu pojęcie, które ma być *miarą* cieplnego stanu ciał materjalnych; taką miarę nazywamy *temperaturą.*

Bezpośrednie nasze cieplne wrażenia z różnych powodów nie wystarczają do mierzenia temperatur ciał materjalnych. Przedewszystkiem są mało subtelne; fizyka rozporządza znacznie czulszemi sposobami mierzenia temperatur aniżeli te, które polegałyby na bezpośrednich wskazaniach naszego zmysłu cieplnego. Nasze wrażenia cieplne są ograniczone do szczupłego zakresu; wykraczając poza pewne granice, przeradzają się w ból, zjawisko niemal nieilościowe, ostrzegające nas tylko, że organizmowi grozi niebezpieczeństwo. Zależne wreszcie od niezmiernie zawiłego splotu warunków, które wytwarzają naszą wrażliwość, wrażenia cieplne nie mogą być prawidłowe i proste, muszą być nieraz zawodne i złudne.

Z tomu I-go tej książki jest nam wiadomo, że wrażenia wysiłku, ciężaru, oporu, ciśnienia, ciągnienia i inne podobne wrażenia nie stanowią i nie mogą stanowić podstawy, na której *dynamika* jest zbudowana; bezpośrednie nasze cieplne wrażenia z podobnych powodów nie mogą być obrane za fundament nauki o cieplnych zjawiskach. Gdybyśmy chcieli mierzyć cieplny stan ciał za pośrednictwem cieplnych wrażeń, które te ciała na nas sprawiają, postępowalibyśmy jak ktoś, kto kinetyczną energję uderzającego go kija próbowałby mierzyć wrażeniem doznanego bólu.

Dochodzimy do wniosku, że tylko obcy ludzkiemu organizmowi przyrząd materjalny może posłużyć do pomiarów temperatury dokładnych, objektywnych i nienazbyt ograniczonych. Każdy taki przyrząd, służący do mierzenia cieplnego stanu ciał, będziemy odtąd nazywali *termometrem*. *Temperaturą* pewnego materjalnego ciała będziemy nazywali ilościową miarę jego stanu cieplnego, wskazaną przez pewien umówiony, dokładnie określony termometr. Ażeby zatem pojęcie temperatury było w zupełności określone, winniśmy umówić się przedewszystkiem, według jakich zasad ma być zbudowany termometr, na którym odczytujemy temperatury. Musimy poznać w tym celu pewne twierdzenia, na których zasadza się cała termometrja.

§ 11. Dwa twierdzenia o równowadze cieplnej.

Dostrzegamy codziennie, że ciała gorące mogą ogrzewać inne, chłodniejsze, przyczem same stygną; że ciała zimne mogą oziębiać cieplejsze, przyczem ogrzewają się same. Gdy zatem wprowadzamy w zetknięcie dwa ciała, których temperatury były pierwotnie niejednakowe, wyższa temperatura obniża się z biegiem

czasu, niższa podnosi się; temperatury ciał dążą wówczas do wyrównania się. Lecz gdy temperatury dwóch ciał, znajdujących się z sobą w zetknięciu, zrównały się, *przestają one wówczas się zmieniać*; mówimy w tym razie, że uważane dwa ciała znajdują się w *cieplnej równowadze* ze sobą. *Dwa ciała znajdują się ze sobą w cieplnej równowadze wówczas i tylko wówczas, gdy ich temperatury są jednakowe.* Twierdzenie to stosuje się nietylko do równowagi cieplnej dwóch różnych ciał, lecz również i do równowagi cieplnej rozmaitych części tego samego ciała; każde ciało jest w równowadze cieplnej wówczas i tylko wówczas, gdy temperatura jest w niem *jednostajna*, czyli jednakowa we wszystkich częściach i cząstkach ciała, we wszystkich jego miejscach i punktach.

Przypuśćmy, że mamy dwa ciała A i B, które możemy wprowadzić we wzajemne zetknięcie. Na zasadzie twierdzeń, które przed chwilą poznaliśmy, możemy rozstrzygnąć, czy temperatura ciała A jest wyższa niż temperatura ciała B, czy niższa od niej, czy wreszcie obiedwie temperatury są jednakowe. Tworzymy pojęcie *różnicy temperatur* ciał A i B, powiedzmy $[AB]$. Jeżeli temperatury ciał A i B po zetknięciu pozostają niezmienne, powiadamy, że różnica $[AB]$ jest równa zeru; jeżeli po zetknięciu temperatura ciała A obniża się, temperatura zaś ciała B podnosi się, mówimy, że różnica $[AB]$ jest dodatnia; w przeciwnym przypadku wnosimy, że różnica ta jest ujemna. Na zasadzie dotychczasowych spostrzeżeń i twierdzeń nie możemy jeszcze utworzyć pojęcia temperatury ciała A samej przez się, ani temperatury ciała B samej przez się; możemy mówić dotychczas tylko o różnicy ich temperatur.

Wyobraźmy sobie teraz, że, oprócz ciał A i B, mamy trzecie ciało C, które możemy wprowadzać w zetknięcie bądź z ciałem A, bądź z B. Kawałek mosiądzu jest w cieplnej równowadze z pewną ilością wody; przenosząc go do benzyny, przekonywamy się, że z benzyną znajduje się również w cieplnej równowadze. Czy woda i benzyna będą wówczas we wzajemnej cieplnej równowadze? Doświadczenie rozstrzyga to pytanie twierdząco. *Jeżeli zarówno ciało A jak ciało B (każde zosobna) jest w równowadze cieplnej z ciałem C, wówczas A i B pozostają w cieplnej równowadze nawzajem ze sobą.* Ciało C służy tutaj za pośrednie ogniwo, niejako za narzędzie, pomagające do porównania między sobą temperatur ciał A i B. Gdybyśmy użyli

innego ciała D za takie narzędzie, twierdzenie o równowadze cieplnej ciał A i B pozostałoby bez zmiany prawdziwe.

Wyobraźmy sobie rozumowanie następujące. Oznaczmy temperatury ciał A, B i C przez T_A, T_B i T_C. Mamy $T_A = T_C$ oraz $T_B = T_C$; lecz, według znanego aksjomatu rachunku, dwie wielkości, zosobna równe trzeciej, są sobie równe; wnosimy zatem, że: $T_A = T_B$. W takiem rozumowaniu popełnilibyśmy błąd zwany *petitio principii*. Na zasadzie twierdzenia o równowadze cieplnej dwóch ciał możemy utworzyć tylko pojęcia różnic temperatury: $[BC]$, $[CA]$ i $[AB]$; ale pojęć T_A, T_B, T_C na tej zasadzie określić jeszcze *nie* możemy. Gdy doświadczalnie stwierdzimy, że znikanie różnic $[CA]$ i $[BC]$ pociąga zawsze za sobą znikanie różnicy $[AB]$, wówczas dopiero wolno nam utworzyć pojęcie temperatur T_A, T_B, T_C samych przez się; wówczas dopiero wiadomo, że np. ciało A ma tylko jednę, określoną temperaturę w określonych warunkach; że np. względem ciała B nie okazuje innej temperatury aniżeli względem ciała C. Twierdzenie fizyki nie wynika tu zatem bynajmniej z aksjomatu rachunku; o słuszności tego twierdzenia przekonywa nas tylko doświadczenie.

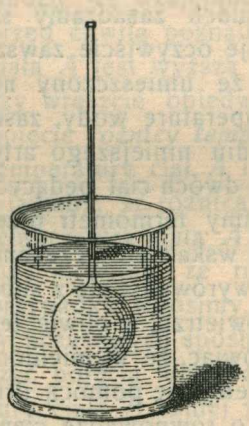
Na powyższych założeniach i określeniach zasadzamy się codzień w termometrji. Termometr wskazuje oczywiście zawsze własną swą temperaturę; gdy mówimy, że umieszczony np. w wodzie termometr wskazuje zarazem temperaturę wody, zasadzamy się *implicite* na pierwszem twierdzeniu niniejszego artykułu, na twierdzeniu o równowadze cieplnej dwóch ciał będących ze sobą w zetknięciu. Dlatego pozostawiamy termometr przez niejaki czas w wodzie, zanim czytamy jego wskazanie; czekamy właśnie, aż temperatury wody i termometru wyrównają się z sobą. Przypuśćmy, że zanurzony w wodzie, w powietrzu, w oliwie termometr wskazuje temperaturę tę samą; mówiąc, że wymienione ciała mają jednakową temperaturę, posługujemy się pomocą drugiego powyższego twierdzenia, twierdzenia o równowadze cieplnej trzech ciał, które trzema sposobami możemy wprowadzić ze sobą w zetknięcie. W każdem orzeczeniu termometrycznem zakładamy prawdziwość twierdzeń, wyłożonych w artykule niniejszym.

§ 12. *Zasada termometrji, przyjęta przez Galileusza.*

Wprowadzamy termometr w zetknięcie z ciałem, którego stan cieplny zmierzyć zamierzamy; termometr powinien oczywiście być tak zbudowany, ażeby można było przekonać się łatwo, czy jego temperatura podnosi się wówczas, czy też opada lub pozostaje niezmienna. Taki termometr zbudował, w końcu XVI-go stulecia,

ten sam wielki badacz, o którym niejednokrotnie wspominaliśmy w wykładzie dynamiki, Galileusz. Wiedziano o tem już w starożytności, że powietrze ogrzewane rozszerza się; że zatem można zauważyć zmiany temperatury pewnej ilości powietrza, obserwując zmiany jego objętości. Na tem spostrzeżeniu zasadza się urządzenie termometru Galileusza; za *substancję termometryczną*, jak wyrażamy się dzisiaj, Galileusz wybrał powietrze. W kilkadziesiąt lat później, jak się zdaje równocześnie we Włoszech i we Francji, zaczęto budować termometry, których substancją bywały ciecze, zwykle alkohol lub rtęć; tym sposobem wytworzył się stopniowo ów przyrząd, dzisiaj tak rozpowszechniony, *termometr rtęciowy*.

Zabarwionym dla wyrazistości alkoholem napełniamy spory balon szklany, zakończony szyjką długą i wąską (rys. 15); taki przyrząd jest termometrem, działającym na zasadzie rozszerzalności. Przypuśćmy, że balon, zanurzony w wodzie chłodnej, przybrał jej temperaturę; powierzchnia alkoholu ustanowiła się wówczas w rurce w pewnym poziomie. Przenosimy balon do wody gorącej; gdy ciała te dojdą do cieplnej równowagi, powierzchnia alkoholu w rurce stoi wyżej aniżeli stała poprzednio. Objętość alkoholu zwiększyła się zatem; ale ten pozorny przyrost objętości jest oczywiście tylko różnicą pomiędzy rzeczywistem rozszerzeniem alkoholu a rozszerzeniem szklanego naczynia czyli powiększeniem się jego pojemności. Do przedmiotu tego powrócimy w późniejszym (siódmym) rozdziale.



Rys. 15.

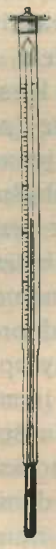
Gdy zanurzamy balon do gorącej wody, przyglądajmy się uważnie powierzchni alkoholu w rurce przyrządu. Dostrzegamy, że w pierwszej chwili powierzchnia ta nieco się obniża, niebawem jednak zatrzymuje się i zaczyna szybko iść w górę. Wytłumaczenie tego zjawiska jest proste. Balon, który przedewszystkiem jest wystawiony na działanie gorącej wody, rozszerza się, zanim jeszcze alkohol począł się ogrzewać; gdy pojemność balonu się zwiększa, powierzchnia alkoholu musi opadać. Skoro alkohol zaczyna rozszerzać się, wynagradza z nadwyżką początkowy przyrost pojemności balonu.

Na przykładzie termometru Galileusza stwierdzamy tę samą dążność umysłu ludzkiego, którą możemy zauważyć w innych dziedzinach naukowego

badania: w pomiarach ścisłych staramy się zawsze polegać na wrażeniach *wzrokowych*, od wszelkich zaś innych, niejasnych i nieuchwytnych albo wręcz kłamliwych wrażeń zmysłowych chcemy być niezależni. Nie posługujemy się naprzykład niemal nigdy w pomiarach wrażeniami zapachu lub smaku; staramy się wyrugować niedokładne i niepewne cieplne wrażenia, a nawet stosunkowo subtelne wrażenia słuchowe. Taką ukrytą pobudką kierowali się, zapewne nieświadomie, Galileusz i jego następcy, gdy starali się oprzeć budowę termometru na cieplnej rozszerzalności ciał materjalnych. W dokładnem poznawaniu zjawisk natury ufamy przedewszystkiem wskazówkom wzroku.

§ 13. *Termometr rtęciowy.*

Gdy temperatura podnosi się, przyrost objętości cieczy zawartej w termometrze (rys. 15) musi zmieścić się w szyjce przyrządu. Oznaczmy przez V objętość kuli balonu czyli t. zw. *naczynia* termometru; przez S rozumiejmy pole poprzecznego przecięcia rurki, przez h przemieszczenie powierzchni alkoholu w tej rurce. Ponieważ przyrost objętości Sh jest wprost proporcjonalny do V, zatem h jest wprost proporcjonalna do V, odwrotnie proporcjonalna do S. Mamy zatem dwa sposoby powiększenia czułości termometru: możemy uczynić objętość V możliwie największą albo też pole S możliwie najmniejszem. Pierwszy sposób pociągałby za sobą znaczne niedogodności; termometr, mający spore naczynie, byłby nieporęczny i gruby, nie mielibyśmy z niego nieraz żadnego pożytku. Dlatego do budowy termometrów posługujemy się raczej t. zw. *włoskowatemi* (albo *kapilarnemi*) rurkami, których przecięcia mają pola niewielkie; używając takiej rurki, możemy zmniejszyć rozmiary *naczynka*, nie poświęcając czułości przyrządu.



Rys. 16.

Rys. 17.

Rys. 16 wyobraża czuły typ termometru rtęciowego. Ażeby naczynko wypełnić rtęcią, postępujemy metodą, którą wyjaśnia rys. 17. Nalana do małego lejka L, rtęć nie przepływa do naczynka N pod wpływem ciężkości; ażeby ją

zmusić do przepłynięcia, ogrzewamy ostrożnie powietrze w naczyńku; powietrze to rozszerza się i uchodzi w postaci banieczek, które przeciskają się przez rtęć; gdy przestajemy ogrzewać, pozostałe powietrze kurczy się, ciśnienie zewnętrznego powietrza wciska wówczas nieco rtęci do naczyńka. Gdy ogrzewamy powtórnie, uchodzi reszta powietrza wraz z parą gotującej się rtęci. Po ostudzeniu naczyńko i rurka napełniają się rtęcią; zatapiamy wówczas rurkę w płomieniu dmuchawki. We wnętrzu tak przygotowanego termometru znajduje się tylko rtęć, która po ostudzeniu wypełnia szczelnie naczyńko i małą część rurki; nad ciekłą rtęcią znajduje się tylko znikoma ilość rozrzedzonej pary rtęciowej.

§ 14. O stałej i powszechnej skali temperatur.

Przyrząd, który opisaliśmy w artykułach poprzednich, nazywaliśmy *termometrem*; atoli, etymologicznie rzecz biorąc, nie powinniśmy byli nadawać mu tej nazwy. Nasz przyrząd w istocie *wskazuje* temperatury, ale nie pozwala ich *mierzyć*; według zasad poprawnego słownictwa powinni byliśmy nazywać go *termoskopem*. Lecz nawet jako termoskop, ten przyrząd jest niedoskonały; wskazuje wprawdzie temperatury, ale nie pozwala ich *odtwarzać*. Wyobraźmy sobie, że pewien termometr rtęciowy T zanurzyliśmy w wodzie W; słupek rtęci, po ustaleniu się równowagi cieplnej, sięga do pewnej kreski a. Jeżeli, wprowadziwszy termometr T w zetknięcie z jakiemkolwiekbądź ciałem C, widzimy, że powierzchnia rtęci zatrzymuje się znów przy kresce a, możemy twierdzić, że ciało C ma *tę samą* temperaturę (powiedzmy temperaturę a), którą miała woda W. Gdyby jednak termometr T został stłuczony lub zagubiony, nie mielibyśmy możności ponownego wytworzenia temperatury a; wraz z przyrządem zaginęłoby samo pojęcie. Termometr T jest *unikatem*; gdybyśmy nie pogłębili zasad termometrji, każdy termometr byłby unikatem czyli jedynym istniejącym okazem, podobnie jak wzorzec pierwotny metra lub kilograma. Ale możemy sporządzać ścisłe kopje wzorców długości i masy, kopij zaś termometrów nie możemy sporządzać lub chyba z niemałą trudnością.

Streszczamy się ostatecznie we wniosku, że (w dotychczasowem naszem pojmowaniu) termometr miałby ograniczoną doniosłość i wartość; musimy widocznie szukać w termometrji nowej zasady; musimy w niej szukać temperatur stałych, niezmiennych i tak określonych, ażeby je każdy mógł dowolnie odtwarzać. Takie temperatury nazywamy *stałemi punktami termometrycznemi*. Będąc w posiadaniu takich punktów stałych, zasadzamy

na nich *skalę termometryczną* czyli układ ciągły temperatur, układ niezmienny i powszechny, układ niezależny od użytego termometru a więc odtwarzalny. Główną myśl takiej skali wskazał Newton w r. 1701-ym. Ażeby zrozumieć zasadę tej skali, musimy odejść chwilowo od dotychczasowego naszego przedmiotu; musimy przenieść się do nowego zakresu zjawisk i spostrzeżeń.

§ 15 O reakcjach.

Śród ciał, które nas otaczają, dostrzegamy niezliczone rodzaje i gatunki materji. Niektóre z pomiędzy tych odmian mogą przeobrażać się w inne. Z lodu możemy otrzymać wodę ciekłą; wodę ciekłą możemy przemienić w parę wodną; z wody naodwrót możemy uzyskać lód, parę wodną możemy zmusić do przekształcenia się w ciekłą wodę. Możemy zmieszać tlen z azotem lub wodę z alkoholem; z *mieszanin*, które tworzą się wówczas, możemy wyosobnić składniki. Możemy rozpuścić cukier w wodzie lub jod w alkoholu; otrzymujemy *roztwory*, z których umiemy wydobyć ciało rozpuszczone albo też rozpuszczalnik. Z tlenu możemy sporządzić ozon, z ozonu możemy powrócić do tlenu. Węgiel, sód albo siarkę możemy połączyć z tlenem; możemy sprawić, ażeby utworzone *związki* rozpadły się i oddały nam napowrót swoje składniki. W różnorodnych zatem i niezliczonych zjawiskach jedne gatunki i rodzaje materji przeradzają się w inne; takie zjawiska nazywamy ogólnie *reakcjami*. W atmosferze naszej planety, w głębi oceanów i mórz, w łonie ziemskich pokładów, w organizmach roślin, zwierząt i ludzi, w naszych mieszkaniach, warsztatach i fabrykach mnogie, różne i ważne reakcje odbywają się nieustannie.

Reakcje materji są poddane pewnym prawom zasadniczym; znamy już jedno, zwane *zasadą zachowania masy* (§ 38 tomu I-go). Według tego prawa, jak wiemy, suma mas wszystkich ciał, uczestniczących w jakiejkolwiek reakcji, pozostaje niezmienna. Inne prawa reakcyj poznamy w niniejszym tomie tej książki.

Podług wielu podręczników, wypada odróżniać *fizyczne* od *chemicznych* reakcyj. Istotnie, prawa reakcyj materji musimy studjować w dwóch siostrzanych naukach, w fizyce i w chemji. Topienie się lodu nazywamy pospolicie fizyczną, palenie się siarki nazywamy chemiczną reakcją. Ale ten podział jest

nam tylko z praktycznych względów potrzebny; co do istoty rzeczy jest dowolny, powierzchowny i sztuczny. Istnieje mnóstwo reakcyj, o których nie można zasadnie powiedzieć, czy powinny zaliczać się do fizycznych, czy do chemicznych reakcyj. Pytanie tak postawione jest próżne. W nieograniczonej rozmaitości swoich objawów przyroda nie troszczy się o ludzkie podziały. Prawdziwe, głębokie prawa tak zwanych fizycznych i tak zwanych chemicznych reakcyj są identyczne.

§ 16. Równowaga wody i lodu. Zero Celsjusza.

Jako prosty przykład materjalnej reakcji możemy przytoczyć zjawisko *topienia się* wraz z przeciwnem mu zjawiskiem *zamarzania* albo *krzepnięcia.*

Umieśćmy w naczyniu pewną ilość śniegu lub potłuczonego lodu i dolejmy nieco wody; włóżmy termometr rtęciowy do mieszaniny i mieszajmy ją łagodnie. Powierzchnia rtęci w termometrze stoi wówczas niezmiennie w pewnej wysokości. Temperaturę, którą ma lód topiący się lub woda marznąca na wolnem powietrzu, przyjęto nazywać *zerem Celsjusza*; temperaturę tę wskazuje zatem termometr, umieszczony we wspomnianej mieszaninie. Spróbujmy do mieszaniny dodawać albo odejmować od niej lodu; spróbujmy jej dodawać lub ujmować wody. Dopóki zarówno woda jak lód są obecne w mieszaninie, termometr wskazuje w niej niezmiennie zero Celsjusza. Spróbujmy wstawić mieszaninę do ciepłej wody; lód w mieszaninie zaczyna zaraz się topić, ale słupek rtęci termometru wskazuje nieruchomo zero, podnosi się zaś dopiero wówczas, gdy lód w mieszaninie stopił się całkowicie. Mieszaninę lodu i wody wstawmy do kąpieli oziębiającej (którą przyrządzamy ze śniegu i soli kuchennej); woda w mieszaninie zaczyna zamarzać, ale słupek rtęci termometru wskazuje wciąż zero, opada zaś dopiero wówczas, gdy woda w mieszaninie całkowicie zamarzła. A zatem lód może mieć temperaturę niższą niż zero Celsjusza; ale mieszanina lodu z wodą (w otwartem naczyniu, na wolnem powietrzu) nie może mieć niższej temperatury; gdy próbujemy oziębić ją niżej zera, cała zamarza. Ciekła woda może mieć temperaturę wyższą niż zero Celsjusza; ale mieszanina wody z lodem (w otwartem naczyniu, na wolnem powietrzu) nie może mieć wyższej temperatury; gdy próbujemy ogrzać ją wyżej zera, topi się cała. Zero Celsjusza jest jedyną temperaturą, którą (w warunkach naszego doświadczenia) mogą mieć zarazem: woda i lód.

Lód w mieszaninie nazwijmy *fazą stałą*; wodę w niej nazwijmy *fazą ciekłą*; te nazwy, wprowadzone do nauki przez amerykańskiego fizyka J. W. Gibbsa, są użyteczne. Powiadamy, że ów związek wodoru i tlenu, który w chemji nazywamy wodą, występuje w badanej mieszaninie w dwóch fazach, w fazie stałej i ciekłej; mieszaninę tę zatem nazwiemy *dwufazowym układem*. Poniżej zera Celsjusza możliwa jest w tym układzie tylko przemiana fazy ciekłej w stałą; przeciwna reakcja jest niemożliwa. Powyżej zera Celsjusza możliwa jest w nim tylko przemiana fazy stałej w ciekłą; przeciwna reakcja jest niemożliwa. W temperaturze zera Celsjusza obiedwie przeciwne reakcje są jednakowo możliwe; dlatego właśnie w tej temperaturze nie odbywa się żadna. *Woda i lód są w równowadze ze sobą w temperaturze zera Celsjusza;* lód wobec wody sam przez się nie topi się, woda wobec lodu sama przez się nie zamarza w tej temperaturze. W tych wszystkich twierdzeniach przypuszczamy, że układ, złożony z wody i z lodu, znajduje się w otwartem naczyniu, na wolnem powietrzu.

W układzie, złożonym z wody i z lodu, temperatura zera Celsjusza ma zatem pewne wyjątkowe własności; zazwyczaj mówimy, że temperatura ta jest *punktem topliwości* lodu a zarazem *punktem zamarzania* wody. Znamy wiele ciał, które topią się jak lód i marzną jak woda; przytaczamy jako przykłady: stearynę, parafinę, wosk, siarkę, dwusiarczek węgla, alkohol etylowy, rtęć, cynę, cynk, ołów, miedź i żelazo. Każde z tych ciał może występować w postaci fazy stałej i ciekłej; dla każdego istnieje temperatura, w której obie fazy są w równowadze ze sobą. Ale temperatury równowagi są bardzo rozmaite; leżą one nisko dla alkoholu, dwusiarczku węgla i rtęci, niewysoko dla parafiny, stearyny i wosku, bardzo wysoko dla cyny, cynku, ołowiu, dla żelaza i miedzi.

§ 17. Związek pomiędzy stałym a ciekłym stanem materji.

W poprzedzającym rozdziale mówiliśmy o odmiennem zachowywaniu się ciał stałych i ciekłych wobec zewnętrznych ciśnień i ciągnień. Nie posługując się, w owym rozdziale, pomocą pojęcia temperatury, musieliśmy roztrząsać w nim zosobna zachowanie się ciał stałych, zosobna zachowanie ciał ciekłych, jak gdyby to były obce sobie, niczem niezwiązane kategorje ciał.

Wiemy obecnie, że niema ciał bezwzględnie stałych ani bezwzględnie ciekłych. To samo chemiczne indywiduum, zależnie od temperatury, występuje w roli ciała stałego albo ciekłego. Gdy ciało jest stałe, znajdujemy się poniżej jego punktu topliwości; ale możemy być blisko tego punktu lub od niego daleko. Gdy ciało jest ciekłe, znajdujemy się powyżej jego punktu zamarzania; ale możemy być blisko tego punktu lub od niego daleko. W pierwszym razie sprężystość ciała stałego zmienia się wyraźnie w pobliżu stanu ciekłego; w drugim ruchliwość i płynność ciała ciekłego zmienia się wyraźnie w pobliżu stanu stałego.

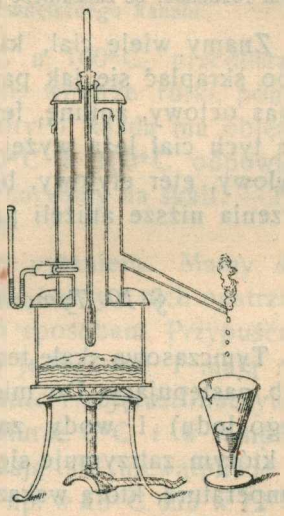
Wyobraźmy sobie naprzykład, że nad miedzią, nad cynkiem, nad ołowiem, nad cyną wykonywamy, w coraz wyższych temperaturach, doświadczenia, opisane w § 9-ym. Przekonalibyśmy się wówczas, że, w miarę podnoszenia się temperatury, sprężystość wymienionych metali słabnie i zaciera się coraz bardziej; że granice ich doskonałej sprężystości cofają się i zacieśniają się szybko; że coraz mniej wątpliwa staje się ich podatność czyli plastyczność. Gdy od punktu topliwości posuwamy się ku coraz niższym temperaturom, w szkle, w żywicach i w wosku własności sprężyste wykształcają się powoli, przeciągle; jeszcze znacznie poniżej tego punktu takie ciała są miękkie, plastyczne i niejako półpłynne. W lodzie, w metalach, w krystalicznych solach przejście jest znacznie ostrzejsze; w tych ciałach zjawiska topienia się i krzepnięcia są dobitne, możemy je obserwować o wiele dogodniej.

§ 18. Woda ciekła i para wodna; punkt wrzenia.

Ponad płomieniem umieśćmy otwarte naczynie, w którem znajduje się woda. Dolne warstwy wody ogrzewają się pierwsze; z powodów, które zrozumiemy niebawem, warstwy te wypływają ku górze, inne chłodniejsze zstępują w ich miejsce; woda zatem krąży w naczyniu i zwolna ogrzewa się cała. Od dna, gdzie najpierw się tworzą, odrywają się banieczki pary; biegnąc ku górze, zanikają z początku w warstwach wyższych, lecz wkrótce przenikają i przez nie i uchodzą ponad powierzchnię. W chłodnem powietrzu bańki pary skraplają się, tworząc lekką mgłę, która wznosi się ku górze. Coraz liczniej i coraz żwawiej odrywają się od dna i od ścianek bańki pary wodnej; pobudzane przez nie do drgań, naczynie zaczyna dzwonić i grać. Pękając,

bryzgając, bańki coraz mocniej szumią; pod ich wpływem woda kotłuje i przewraca się, wreszcie gotuje się, kipi albo *wre.*

Przed wystawieniem wody na działanie płomienia umieśćmy w niej termometr rtęciowy (rys. 18). W miarę ogrzewania się wody słupek rtęci wydłuża się coraz bardziej. Gdy woda zaczyna wrzeć, koniec słupka zatrzymuje się w pewnym poziomie; jakkolwiek energicznie ogrzewalibyśmy dalej, słupek nie posuwa się poza ów poziom. Powiadamy, że termometr wskazuje wówczas *temperaturę* albo *punkt wrzenia* wody w otwartem naczyniu. Ponieważ woda zawiera zwykle obce (rozpuszczone) przymieszki, które wywierają wpływ na punkt wrzenia, umieszczamy zatem naczyńko termometru *nad* powierzchnią wody (rys. 18); termometr wskazuje wówczas temperaturę pary w sąsiedztwie gotującej się wody, ta zaś temperatura nie zależy od jakości i ilości ciał rozpuszczonych, które woda może zawierać.



Rys. 18.

Gdybyśmy powtarzali opisane doświadczenie, wykonywając je zawsze dokładnie, doszlibyśmy do wniosku, że punkt wrzenia wody w otwartem naczyniu nie jest ściśle stały, że waha się w pewnym niezbyt szerokim zakresie. Zjawisko to wyjaśnimy w jednym z późniejszych rozdziałów. Woda w tem doświadczeniu znajduje się pod wpływem atmosferycznego ciśnienia, które, jak zobaczymy, niezawsze bywa jednakowe; punkt wrzenia zależy od ciśnienia, wywieranego na wodę.

Przekonaliśmy się, że w pewnych warunkach woda może przechodzić ze stanu ciekłego w gazowy, lub przeciwnie ze stanu gazowego w ciekły; w pierwszym razie mówimy, że woda *paruje* albo *ulatnia się*, w drugim razie powiadamy, że para *kondensuje się* czyli się *skrapla.* Związek wodoru i tlenu, który chemicy nazywają *wodą*, poznaliśmy zatem w *trzech* stanach skupienia: w stanie stałym, ciekłym i gazowym. Posuwając się w pojmowaniu zasad naszej nauki, będziemy rozumieli coraz jaśniej, jak łączą się ze sobą te trzy stany materji oraz *czy* istnieją, lub *jakie* istnieją między niemi granice.

Jeżeli woda ciekła jest w zetknięciu z parą wodną, powiadamy, że układ jest *dwufazowy*, że zawiera *fazę ciekłą* i *fazę gazową* (§ 16). Ulatnianie się cieczy, skraplanie się pary, są to reakcje materji, w istocie rzeczy podobne do topienia się ciała stałego, do zamarzania ciała ciekłego. Zobaczymy w późniejszym rozdziale, że zasadnicze prawa reakcyj są w obu razach właściwie te same.

Znamy wiele ciał, które mogą ulatniać się jak ciekła woda albo skraplać się jak para wodna. Jako przykłady przytaczamy kwas octowy, anilinę, fenol, kwas siarkowy, rtęć; punkty wrzenia tych ciał leżą wyżej aniżeli punkt wrzenia wody. Alkohol etylowy, eter etylowy, benzol, dwusiarczek węgla mają punkty wrzenia niższe aniżeli punkt wrzenia wody.

§ 19. Tymczasowa skala termometryczna.

Tymczasową skalę termometryczną możemy sporządzić w sposób następujący. Do mieszaniny czystego śniegu (lub potłuczonego lodu) i wody zanurzamy termometr rtęciowy; poziom, w którym zatrzymuje się koniec słupka, zaznaczamy kreską *zero*; temperaturę, którą wskazuje wówczas termometr, nazywamy 0° C (§ 16). Umieszczamy następnie termometr w parze wodnej, ponad gotującą się wodą, w przyrządzie, który opisaliśmy w § 18; jeżeli ciśnienie atmosferyczne podczas doświadczenia wynosi jednę atmosferę (zob. rozdz. IV-ty), temperaturę, odczytaną w takich warunkach, nazywamy temperaturą *stu stopni* Celsjusza (100° C); jeżeli ciśnienie atmosferyczne nie jest równe jednej atmosferze, prowadzimy kreskę *sto* nieco wyżej lub nieco niżej aniżeli wówczas wskazuje termometr, według zasad, które objaśnimy w późniejszym (IX-ym) rozdziale. Pomiędzy poziomami kresek *zero* i *sto*, które poprowadziliśmy na rurce termometru, zawiera się w jej wnętrzu pewna *objętość*; oznaczamy ją dla zwięzłości przez v_{100}. Dzielimy objętość v_{100} na sto równych części; każda taka część będzie odpowiadała jednemu *stopniowi* skali termometrycznej. Mamy teraz skalę termometryczną; opatrzony nią termometr pozwala odczytać temperaturę prostem spojrzeniem. Wyobraźmy sobie naprzykład, że termometr jest zanurzony w wodzie i że koniec słupka stoi wówczas na kresce 10 albo 12 albo 15; powiadamy, że temperatura wody wynosi 10° C, 12° C albo 15° C.

Przypuśćmy na chwilę, że wnętrze rurki termometrycznej jest dokładnie walcem prostym, którego poprzeczne przecięcie jest w każdem miejscu jedna-

kowe. Ażeby otrzymać stopnie skali termometrycznej, wystarcza wówczas podzielić *odległość* kresek «0» i «100» na sto równych części. Wnętrza rurek termometrycznych zbliżają się rzadko dostatecznie dokładnie do postaci walca prostego; wypada zatem zazwyczaj *kalibrować* rurkę t. j. wymierzać na niej odstępy, odpowiadające równym objętościom wewnętrznego kanału.

Sporządziwszy skalę pomiędzy 0° C a 100° C, przedłużamy ją w obie strony; dzielimy mianowicie wnętrze rurki, poniżej 0° C i powyżej 100° C, na części, z których każda ma objętość 0·01 v_{100}, taką samą, jaka pomiędzy 0° C a 100° C odpowiada jednemu stopniowi. Tym sposobem wyznaczamy na skali: — 1° C, — 2° C i t. d. oraz 101° C, 102° C i t. d.

Zastanówmy się nad następującem pytaniem. Mamy dwa termometry, termometr A i termometr B; każdy z nich opatrzony jest skalą, którą sporządzono opisanym sposobem. Przypuśćmy, że rtęć i szkło w obu termometrach są jednakowe i mają rozszerzalność dokładnie tę samą; ale *postać* i *objętość* naczyniek i rurek są zgoła odmienne. W temperaturze 0° C i w temperaturze 100° C termometry A i B zgadzają się niewątpliwie ze sobą; czy jednak zgadzają się również np. w 18° C lub w 72° C? Innemi słowy: czy postać i objętość naczyńka lub rurki nie wywiera wpływu na wskazania termometru? Oznaczmy przez v_t objętość, która zawiera się, w temperaturze t^0 C, pomiędzy kreskami 0 i t, w wewnętrznym kanale rurki termometru. Z określenia odczytanej na termometrze temperatury t wynika, że mamy

$$1. \qquad t : 100 = v_t : v_{100}$$

Od czego zależą rozszerzenia v_t i v_{100}? jedynie tylko od objętości (powiedzmy V_0), którą zajmuje rtęć termometru, w 0° C, w naczyńku i w części rurki, sięgającej do kreski zero. Jeżeli zmienimy postać naczyńka i rurki ale objętość V_0 nie zmieni się, rozszerzenia v_t i v_{100} nie zmienią się wcale. Jeżeli zmienimy V_0, obadwa rozszerzenia v_t i v_{100} zmienią się w tym samym stosunku, iloraz ich zatem $v_t : v_{100}$ zachowa poprzednią swą wartość. Widzimy zatem z proporcji (1), że termometry A i B we wszystkich temperaturach zgadzają się ze sobą.

Skala termometryczna, którą zbudowaliśmy opisanym sposobem, jest oparta na *pozornej* rozszerzalności rtęci, ogrzewanej w szklanem naczyniu; skala ta zatem zależy nietylko od rozszerzalności rtęci, lecz również od rozszerzalności szkła termometru. Czysta rtęć ciekła, pod określonem ciśnieniem, ma zawsze tę samą rozszerzalność między danemi dwiema temperaturami; ale rozszerzalność szkła bywa nieraz nieco odmienna w dwóch różnych gatunkach szkła, na-

wet w dwóch różnych egzemplarzach termometrów, wyrobionych ze szkła jednakowego gatunku. Co więcej, rozszerzalność danego szklanego przyrządu niezawsze jest jednakowa; zmienia się ona z wiekiem termometru, w świeżo wykończonym zwykle dość szybko, w oddawna sporządzonym zmienia się powoli. Nauczono się jednakże obecnie wyrabiać gatunki szkła, w których rozmaitość i zmienność cieplnych własności jest niemal zupełnie zniesiona.

Jeżeli posiadamy termometr rtęciowy, którego rozszerzalność nie zmienia się z czasem, możemy porównać go z pewnym termometrem *normalnym*, umieszczając obadwa w stosownej kąpieli przez czas dostateczny. Termometr rtęciowy służy wówczas tylko za *termoskop*; pokazuje on tylko, że przybrał napowrót pewną temperaturę, tę samą, którą miał kiedyś poprzednio. W tej roli termometr rtęciowy jest bardzo dogodnem i użytecznem narzędziem; lecz ponieważ, posługując się nim w taki sposób, w istocie zaniechaliśmy już jego skali, musimy więc wówczas zasadzać pomiary termometryczne na innej skali, na skali normalnego termometru. W późniejszym rozdziale zobaczymy, w jaki sposób ustanowiono w fizyce skalę normalnego termometru.

Dopóki nie mierzymy temperatur, lecz je tylko rozpoznajemy czyli utożsamiamy termoskopowo, dopóty ich zwykłe symbole (np. 25°C lub — 5°C) są tylko dowolnemi znakami, podobnie jak litery alfabetu lub porządkowe numery domów miejskich w ulicy. Symbole te nie mają więc wówczas własności arytmetycznych lub algebraicznych wielkości; niedorzeczne byłoby naprzykład pytanie, ile wynosi suma 12°C + 13°C albo iloczyn 15°C × 3.

§ 20. *O roztworach.*

Mamy 100 gr wody w szklance, w temperaturze 20°C. Wsypujemy do wody kilka gramów soli kuchennej NaCl. Powstaje roztwór, napozór jednolity, w którym niepodobna odróżnić wzrokiem cząstek soli; ale obecność ich zdradza się w smaku. Gdybyśmy wrzucili do wody 10, 20, nawet 30 gr soli, cała ta ilość rozpuściłaby się w 20°C w 100 gr wody; lecz gdybyśmy usiłowali rozpuścić 50 gr, próba nie powiodłaby się; 100 gr wody w 20°C rozpuszcza najwyżej 35·8 gr NaCl. Roztwór, zawierający 35·8 gr NaCl na 100 gr wody, w 20°C, jest *nasycony*.

Możemy sprawdzić ten wniosek w sposób następujący. W wyższej temperaturze woda może rozpuścić więcej soli niż w pokojowej; 100 gr wody w 60°C rozpuszcza do 37·0 gr NaCl, w 70°C rozpuszcza do 37·5 gr NaCl. W stygnącym roztworze cała ilość soli nie może pozostać rozpuszczona; skoro roztwór powróci do temperatury 20°C, nadmiar soli wydziela się w postaci kryształków, w roztworze zostaje, jak wyżej, 35·8 gr NaCl na 100 gr wody.

Wyobraźmy sobie układ dwufazowy następujący: pierwsza faza składa się z soli stałej NaCl; drugą stanowi ciekły roztwór

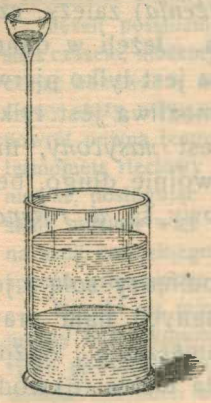
tej soli w wodzie. Sól kuchenna występuje w tym układzie w dwóch stanach: w fazie stałej jest czystą solą nierozpuszczoną, w fazie ciekłej jest rozpuszczona w wodzie. Dwie reakcje są możliwe w układzie: sól może rozpuszczać się w roztworze lub przeciwnie może wydzielać się z roztworu. Od temperatury i od zawartości soli w roztworze (czyli od jego *stężenia*) zależy, czy odbywa się pierwsza, druga czy żadna reakcja. Jeżeli w danej temperaturze roztwór jest *nienasycony,* możliwa jest tylko pierwsza reakcja; jeżeli roztwór jest *przesycony*, możliwa jest tylko druga; jeżeli roztwór w danej temperaturze jest *nasycony,* nie odbywa się żadna; obie fazy mogą trwać dowolnie długo, bez zmiany, w zetknięciu ze sobą, lub innemi słowy są *w równowadze.*

Prawa reakcyj, które mogą odbywać się pomiędzy solą a jej roztworem, są, jak widzimy, podobne do znanych nam praw parowania i skraplania się, topienia się i zamarzania. Każdy z trzech następujących układów: (I) lód + woda ciekła (II) woda ciekła + para wodna (III) sól + roztwór jej w wodzie — jest dwufazowy; w każdym możliwe są dwie przeciwne reakcje. W każdym istnieje temperatura, w której fazy są w równowadze ze sobą. Prawa zjawisk we wszystkich tych przypadkach są bardzo podobne. Możemy wyrazić to podobieństwo w sposób obrazowy, mówiąc naprzykład, że ciekła woda rozpuszcza się w próżni i że taki roztwór jest parą wodną.

§ 21. O dyfuzji ciał rozpuszczonych.

Rozpuszczając się w wodzie, niektóre sole (np. nadmanganjan potasu, dwuchromian potasu, siarczan miedzi) dają roztwór mocno zabarwiony i gęstszy niż woda. Przygotujmy pewną ilość takiego roztworu i wlejmy ją do wysokiego, cylindrycznego szklanego naczynia (rys. 19); dodajmy następnie czystej wody w sposób bardzo ostrożny, naprzykład posługując się lejkiem, zaopatrzonym w rurkę odpływową długą i cienką (rys. 19). Ponad dolną kolumną zabarwionego roztworu, nie mieszając się z nią, woda czysta układa się, tworząc drugą, górną, bezbarwną kolumnę; dostrzegamy z początku wyraźną płaską granicę pomiędzy roztworem a wodą. Pozostawmy naczynie w spoczynku, chroniąc je od wstrząśnień, od zmian temperatury i wszelkich wogóle zaburzeń. Po niejakim czasie zauważymy, że granica

między roztworem a wodą, z początku ostra, zaczyna się zacierać; roztwór powoli blednie u szczytu, woda zaś tam, gdzie jest w zetknięciu z roztworem, poczyna lekko się barwić, zdradzając obecność małej ilości soli. Cząsteczki soli przenikają zatem z dolnej kolumny do górnej; cząsteczki wody muszą jednocześnie przenikać z kolumny górnej do dolnej. Obadwa zjawiska, razem wzięte, nazywamy *dyfuzją*. Jeżeli tuż obok siebie w roztworze znajdują się warstwy o większem i o mniejszem stężeniu, cząsteczki ciała rozpuszczonego dyfundują zawsze z pierwszych do drugich; cząsteczki rozpuszczalnika dyfundują wówczas w kierunku przeciwnym. Gdy rozpuszczalnik, jak w powyższym przypadku, jest cieczą, dyfuzja jest nadzwyczaj powolnem zjawiskiem.



Rys. 19.

Dla przykładu przypuśćmy, że warstwa stężonego roztworu soli, rozlana u spodu naczynia, ma 20 cm wysokości i że nad nią znajduje się równie wysoka warstwa wody czystej; nawet i po upływie pół roku zabarwienie cieczy byłoby widocznie jeszcze niejednostajne. Przypuśćmy, że wysokość każdej warstwy wynosi po 40 cm, jest więc *dwa* razy większa niż przed chwilą założyliśmy; będziemy musieli czekać *cztery* razy dłużej, zanim zawartość soli w całym słupie cieczy wyrówna się w tym samym stopniu przybliżenia jak w poprzednim przypadku.

Jeżeli dyfundujące w roztworze ciało jest bezbarwne, nie możemy śledzić postępu dyfuzji bezpośrednio wzrokiem; uciekamy się wówczas do pośredniego sposobu. Za przykładem Lorda Kelvina umieszczamy w cieczy kilkanaście maleńkich, wewnątrz pustych, szklanych perełek, które toną w wodzie, pływają zaś po powierzchni stężonego roztworu. Perełki zatrzymują się z początku na granicy zetknięcia roztworu i wody; w miarę postępu dyfuzji rozmieszczają się w łonie cieczy rozmaicie, albowiem (jak zobaczymy w czwartym rozdziale) każda perełka musi zatrzymać się w warstwie takiej gęstości, jaka samej perełce w przecięciu przypada. Dla poprawności doświadczenia potrzeba, ażeby woda i roztwór przez wygotowanie były uwolnione od rozpuszczonego w nich zwykle powietrza.

Oddawna było wiadomo, że rtęć może dyfundować przez (stały) cynk i przez ołów. W roku 1896 wykazał Roberts-Austen, że nawet złoto, platyna i srebro mogą dyfuzyjnie przenikać przez cynę, przez ołów i bizmut. W temperaturach pokojowych ten proces jest nadzwyczaj powolny; w wyższych temperaturach staje się żywy i żwawy. Takie fakty powinny poruszyć naszą uwagę; musimy z nich wyprowadzić wniosek, że owa martwota, którą zwykliśmy przypisywać bryle ołowiu lub złota, jest tylko pozorem. Maleńkie cząstki

ciał muszą być widocznie ruchliwe, nawet w stałym stanie skupienia, tem bardziej w ciekłym lub lotnym.

Jak widzieliśmy w § 20-ym, sól kuchenna, rozpuszczając się w wodzie, tworzy z nią prawdziwy *roztwór*; podobnie zachowuje się mnóstwo innych ciał. Od prawdziwych roztworów wypada odróżniać *emulsje*, *zawiesiny* oraz t. zw. *kolloidalne roztwory*. Emulsja powstaje, gdy pewna ciecz jest rozproszona w innej cieczy w postaci maleńkich kropelek; możemy ją w wielu razach otrzymać przez proste wstrząsanie. Różne żelatyny, gumy i kleje, dalej kauczuk, cement, galaretowaty kwas krzemowy — oto przykłady *kolloidów*. Tworzą one z wodą pozorne roztwory, które zajmują niejako pośrednie miejsce między prawdziwemi roztworami a emulsjami i zawiesinami. Kolloidy właściwie nie są w wodzie rozpuszczalne; ale rozdrabniają się w niej na cząstki nadzwyczaj małe, które nie osadzają się same. Rozproszone w ośrodku cząstki kolloidu nie są bezpośrednio widzialne dla wzroku nieuzbrojonego, chociaż ich obecność zdradzić możemy optycznemi sposobami, o których wspomnimy w późniejszym rozdziale; ale nie są one również chemicznemi molekułami (§ 25); od takich molekuł są zazwyczaj o wiele większe. Dlatego kolloidy dyfundują naogół znacznie powolniej niż ciała istotnie rozpuszczone w ośrodku. *Kolloidalnym stanem materji* możemy wogóle nazwać wszelki stan rozproszenia, w którym rozmiary zawieszonych okruszyn są większe od molekularnych, mniejsze od makroskopowych rozmiarów.

Żywe istoty są zbudowane przeważnie z kolloidów; nauka o własnościach kolloidów ma więc pierwszorzędną doniosłość dla biologji i umiejętności lekarskich. Dla fizyka nadzwyczaj interesujące są kolloidalne pseudo-roztwory metali. Powstająca w łuku elektrycznym para metalu, zagęszczając się w wodzie, tworzy (jak odkrył Bredig) roztwór kolloidalny; w taki sposób otrzymujemy naprzykład pięknie czerwony pseudo-roztwór złota w wodzie.

Każdy ośrodek, który nie rozpuszcza danej substancji ale sprzyja jej rozproszeniu, może wytworzyć jej roztwór kolloidalny. Sól kuchenna rozpuszcza się w wodzie, ale naprzykład w benzolu zachowuje się jak kolloid. Ośrodek przytem niekoniecznie musi być cieczą; tak zwane szkło rubinowe jest stałym roztworem kolloidalnym złota; szafir, ametyst i opal są podobnie stałemi roztworami kolloidalnemi. Mgłę możemy poczytywać za roztwór kolloidalny gazowy; w zwykłej mgle cząstki wody tworzą się dokoła stałych maleńkich ziarenek, np. organicznych pyłków lub cząstek węgla, unoszących się w powietrzu.

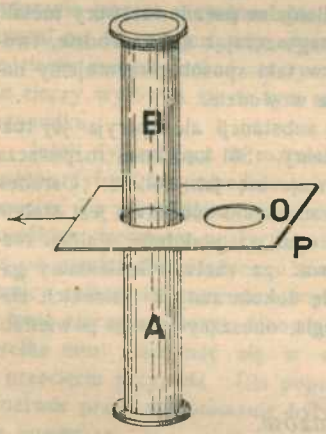
§ 22. O dyfuzji gazów.

Wiemy, że woda wysycha z otwartego naczynia; jeszcze szybcej wysycha alkohol lub eter. W każdej sekundzie, dzięki ulatnianiu się cieczy, tworzy się pewna ilość pary, która dyfunduje w powietrze, poczem nowa ilość pary powstaje przez dalsze parowanie; dlatego przewiew powietrza przyśpiesza wysychanie. Wiemy, że niektóre gazy mają zapach mocny, swoisty; naprzykład amonjak, siarkowodór, gaz oświetlający. Jeżeli otwo-

rzymy w pokoju zbiornik, wypełniony jednym z tych gazów, uczujemy po chwili zapach nawet w pewnej odległości od zbiornika; ale przebieg dyfuzji jest powolny, jeżeli drzwi i okna w pokoju są zamknięte i temperatura jest w nim jednostajna. Widzimy zatem, że, jeżeli dwa gazy znajdują się w zetknięciu ze sobą, każdy dyfunduje w drugim gazie, podobnie jak sól albo cukier dyfunduje w wodzie.

W doświadczeniu następującem przyglądamy się bezpośrednio wzajemnej dyfuzji dwóch gazów. Na dnie sporego szklanego balonu, wypełnionego zwykłem powietrzem, składamy trzy lub cztery krople ciekłego bromu. Gęsta, ciemno-pomarańczowa para bromu rozpościera się i przewala się ociężale u spodu naczynia; do leżących nad nią warstw powietrza dyfunduje ona bardzo powoli.

Cylindryczne naczynie szklane, oznaczone literą *A* na rys. 20-ym, napełniamy gazem gęstszym niż powietrze, naprzykład bezwodnikiem węglowym, chlorem, parą bromu, czterotlenkiem azotu; w tym celu wpuszczamy powoli gaz rurką na dno naczynia *A*, gdzie on rozlewa się, stopniowo usuwając powietrze. Gdy naczynie *A* jest napełnione, zamykamy je płytką *P*; ponad tą płytką ustawiamy, dnem do góry, drugi walec szklany *B*, który ma to samo jak *A* poprzeczne przecięcie; walec ten *B* zawiera powietrze. Poziomo przesuwając płytkę *P*, tak, ażeby otwór *O* znalazł się pomiędzy *A* i *B*, ustanawiamy połączenie między walcami. Gęstość gazu, znajdującego się w *A*, jest większa niż gęstość powietrza w *B*; gazy mogą zatem mieszać się ze sobą tylko przez wzajemną dyfuzję, która też dokonywa się, ale bardzo powoli. Gdy dolny gaz jest barwny, jak np. chlor lub czterotlenek azotu, śledzimy przebieg dyfuzji bezpośrednio wzrokiem. Bezwodnik węglowy jest bezbarwny; o postępach jego dyfuzji możemy przekonać się pośredniemi sposobami, polegającemi na chemicznych własnościach tego gazu.



Rys. 20.

Do dolnego naczynia *A* wprowadźmy pewną ilość chlorowodoru HCl, który rozlewa się u spodu naczynia; ponad chlorowodorem pozostawiamy warstwę powietrza. Górne naczynie *B* wypełniamy amonjakiem NH^3. Chlorowodór dyfunduje do powietrza od dołu; gdy między *A* i *B* ustanowiono połączenie, amonjak dyfunduje do powietrza od góry. Chlorowodór i amonjak spotykają się zatem i wchodzą ze sobą w reakcję; salmjak, który tworzy się wówczas, wydziela się w postaci białawej chmurki, zdradzając dyfuzję obu gazów w powietrzu.

§ 23. Ciało jednolite, jednorodne, izotropowe.

Możemy teraz podać określenia niektórych wyrazów i pojęć, któremi w dalszym ciągu będziemy się często posługiwali. Dokładnie określone pojęcia, oraz dogodne i ustalone ich nazwy dopomagają niezmiernie zwięzłości i jasności wykładu a nawet ścisłości rozumowań i wniosków.

Ciało materjalne może być *jednolite* lub *niejednolite*. Nazywamy ciało jednolitem, jeżeli wszystkie jego własności są dokładnie jednakowe w jego wszystkich częściach, we wszystkich jego elementach przestrzennych (tom I, § 100). Zwykłe atmosferyczne powietrze w pokoju jest jednolite; mieszanina śniegu z wodą ciekłą jest niejednolita. Roztwór cukru w wodzie jest jednolity; układ, w którym, obok takiego roztworu, znajduje się para wodna albo cukier stały, nierozpuszczony, jest niejednolity.

Odpowiedź na pytanie, czy pewien układ jest jednolity, może wypaść rozmaicie, zależnie od stopnia subtelności sposobów naszego badania. Wymurowana ściana wydaje się zdaleka jednolita; zbliska rozpoznajemy łatwo jej niejednolitość. Ziemia jest jednolita dla przedsiębiorcy robót ziemnych; ale dla robaczka, który ją drąży, jest niejednolita. W astronomji poczytujemy nieraz kulę ziemską za bryłę jednolitą; w geofizyce i w geologji badamy szczegółowo jej niejednolitość. Roztwór kolloidalny jest jednolity makroskopowo, lecz niejednolity mikroskopowo (lub lepiej powiedzmy *ultramikroskopowo*; wyraz ten zrozumiemy w optycznym naszym rozdziale). Według hypotez molekularnych, wszelka jednolitość materji jest prostem złudzeniem.

Gdy pojęcie ciała jednolitego jest znane, możemy podać określenie pojęcia fazy, którem posługujemy się, poczynając od § 16-go. *Fazą* nazywamy każdą przestrzennie odgraniczoną część materjalnego układu, która sama w sobie jest jednolita. Tylko jednofazowy układ może więc być jednolity

Wyobraźmy sobie układ, złożony z pary wodnej, z ciekłej wody i z lodu; jest to układ niejednolity ale *jednorodny*, gdyż wszystkie jego fazy są utworzone z tego samego chemicznego

indywiduum. Powietrze jest jednolite ale niejednorodne; jest ono mieszaniną różnorodnych chemicznych substancyj. Mieszaniny, stopy, emulsje, zawiesiny, prawdziwe i kolloidalne roztwory są oczywiście niejednorodne.

Jeżeli ciało we wszystkich kierunkach zachowuje się jednakowo, nazywamy je *izotropowem*; w przeciwnym razie nazywamy je *anizotropowem*. W rozmaitych kierunkach ciało anizotropowe może naprzykład być rozmaicie sprężyste, rozmaicie przewodzić ciepło lub prąd elektryczny, zachowywać się różnie wobec fal świetlnych lub elektromagnetycznych. Ciecze i gazy są zwykle izotropowemi ciałami; ciała krystalicznej budowy są anizotropowe. Metale są tylko zgrubsza izotropowe; badanie mikroskopowe zdradza ich anizotropję. Ciała włókniste, jak drewno, papier, tkaniny, są oczywiście anizotropowe.

Wyobraźmy sobie, że z badanego ciała wycięto pewną cząstkę w kształcie kuli. Jeżeli ta kula, jakkolwiek ją wykręcamy, nie zdradza różnic w swych fizycznych własnościach, wówczas ciało, z którego ona pochodzi, jest izotropowe. Nikt wówczas nie może poznać z zachowania się kuli, jak była położona w ciele, z którego została wycięta.

§ 24. O różnicy pomiędzy cieczą a gazem.

Na czem polega istotna różnica pomiędzy stanem ciekłym a stanem gazowym? Mówi się zwykle, że ciecz, jak wiadomo, może zajmować *część* naczynia, w którem jest zawarta. Woda lub alkohol może naprzykład wypełniać jednę trzecią część pojemności butelki; spoczywa wówczas, w postaci warstwy, u spodu naczynia; ponad warstwą cieczy znajduje się zwykle mieszanina powietrza i pary, tworzącej się przez ulatnianie się cieczy. Od tej mieszaniny gazowej ciecz bywa zwykle oddzielona t. zw. *powierzchnią swobodną*, która często (ale bynajmniej niezawsze) jest pozioma i płaska. Taki jest obraz, który dostrzegamy, gdy w naczyniu zawiera się ciecz. Jeżeli w naczyniu zawiera się gaz, nie tworzy się nigdzie powierzchnia swobodna; gaz umie dotrzeć do wszystkich zakątków naczynia, zapełnia wszystkie jego przedziały i części. Można zatem powiedzieć (tak uczą nas różne książki), że *ciecz* w danej temperaturze ma określoną objętość ale nie ma określonej postaci; że gaz nie ma ani określonej objętości, ani określonej postaci. Czy te twierdzenia są trafne? Rozważmy od początku całe zagadnienie.

W polu siły ciężkości ciecz, której gęstość jest większa, gromadzi się w dolnej części naczynia, para zaś i powietrze pozostają w górnej. Przypuśćmy, że w pewnem naczyniu znajduje się jednocześnie bezwodnik węglowy i powietrze. Według § 22-go bezwodnik może zajmować dolną część naczynia, powietrze zaś górną; mimo to zwykłego bezwodnika węglowego nie nazywamy cieczą; w temperaturze pokojowej nazywamy go pospolicie gazem. Rozmieszczenie dwóch gazów, o którem mówimy, jest wprawdzie nietrwałe; bezwodnik dąży do rozejścia się w powietrzu przez dyfuzję. Ale woda ciekła dąży również do rozejścia się w powietrzu: najprzód przez parowanie, następnie przez dyfuzję wytworzonej pary. Istota różnicy pomiędzy cieczą a gazem *nie* leży więc w fakcie, że ciecz nie wypełnia całego naczynia a gaz je wypełnia; istota tej różnicy leży zgoła gdzieindziej. Ciecz, mogąc parować, wytwarza układ *dwufazowy*; gaz jest *jednofazowym* układem; dwufazowego układu nie powinniśmy zestawiać ani porównywać z jednofazowym; takie porównanie jest z góry skazane. Przypuśćmy, że pewna ciecz zajmuje całą objętość walca, wyobrażonego na rys. 1-ym (§ 3), pod tłokiem, że ją wypełnia doszczętnie. Wyobraźmy sobie gaz, zawarty w drugim podobnym walcu pod tłokiem. Taka ciecz i taki gaz są jednofazowemi układami; możemy je porównywać ze sobą. Do jakich wniosków prowadzi to porównanie? Prawa zachowywania się cieczy i gazu są zupełnie podobne. Jeżeli na daną masę cieczy, w danej temperaturze, wywieramy określone ciśnienie, masa ta posiada określoną objętość. Jeżeli na daną masę gazu, w danej temperaturze, wywieramy określone ciśnienie, masa ta zajmuje określoną objętość. Niema tu żadnej istotnej różnicy, prócz chyba tej, którą wskazaliśmy w § 3-im, mianowicie: ściśliwość cieczy bywa zwykle mała, ściśliwość gazów bywa zwykle duża.

Zaczynamy teraz dostrzegać odpowiedź na postawione pytanie. Pewne ciała płynne występują w jednej fazie, są więc jednolite; inne mogą występować w dwóch fazach i wówczas są niejednolite. Tlen, azot, wodór, hel, w zwykłych warunkach, w których przyrządzamy i badamy te ciała, objawiają się w jednej fazie gazowej. Woda zachowuje się inaczej; w temperaturach łatwo nam dostępnych woda może ukazywać się w dwóch płynnych fazach, w fazie ciekłej i w fazie gazowej. Alkohol etylowy i mnóstwo innych substancyj zachowuje się podobnie.

Czyżby istniały dwie różne i odrębne klasy płynów w przy-

rodzie? Bynajmniej; różnica pomiędzy jednofazowym azotem a wodą, zdolną do rozpadania się na dwie fazy, jest tylko sprawą *temperatury*. Uczony szkocki Andrews udowodnił w r. 1869, że każde ciało płynne *powyżej* pewnej właściwej mu temperatury tworzy zawsze tylko *jednę* fazę; *poniżej* tej temperatury ciało może dzielić się na *dwie* fazy. Taką temperaturę nazywamy *krytyczną temperaturą* danego ciała płynnego. Temperatury krytyczne tlenu, azotu, wodoru i helu leżą nadzwyczajnie nisko; temperatura krytyczna wody leży wysoko; dlatego tlen, azot, wodór i hel występują jako jednolite ciała gazowe w zwykłych warunkach naszych doświadczeń, gdy tymczasem woda może rozdzielać się na dwie fazy, ciekłą i gazową. Istota różnicy w pozornem zachowywaniu się t. zw. cieczy i t. zw. gazów sprowadza się zatem do rozmaitego położenia ich temperatur krytycznych w skali temperatur.

Uczyńmy tu jeszcze dodatkową uwagę. Gdy powiadamy, że ciecze nie mają określonej postaci, mamy oczywiście na myśli spore ilości ciał ciekłych; popadlibyśmy w sprzeczność z faktami, gdybyśmy chcieli rozciągnąć ważność takiego twierdzenia do każdej ilości cieczy, nawet bardzo maleńkiej. Nię dostrzegamy nigdy, naprzykład, ażeby krople deszczu miały postać sześcianów lub ostrosłupów; krople wody miewają zwykle postać kulistą. Dotykamy tu widocznie nowych zagadnień, wchodzących w zakres t. zw. teorji *włoskowatości (kapilarności)*; wychodzą one jednak poza ramy naszego wykładu.

§ 25. O budowie materji; hypotezy atomistyczne i molekularne.

Rozmaitemi sposobami możemy dzielić ciała materjalne na części coraz mniejsze i mniejsze. Żelazo możemy spiłować na drobne opiłki, złoto rozwalcować na cieniutkie płateczki, platynę lub srebro wyciągnąć w nici i włosy, które zaledwie są dostrzegalne. Sól albo cukier możemy utłuc na proszek, mąkę możemy zemleć na pył nadzwyczaj subtelny. Jeszcze skuteczniej możemy rozdrabniać ciała pośredniemi drogami. W niektórych reakcjach chemicznych krzemionka lub magnezja strąca się w postaci proszku dziwnie miałkiego. Woda, gdy rozpuszcza kryształ cukru, musi odeń odrywać cząstki maleńkie, które są jeszcze cukrem, skoro nie przestają być słodkie. Barwę niektórych barwików rozróżniamy wzrokiem bez trudu, nawet w niezmiernie rozcieńczonych roztworach. Najmniejszy fragment soli kuchennej nadaje ostrą, pomarańczowo żółtą barwę płomieniowi palnika Bunsena. Maleńka odrobina piżma napełnia zapachem powietrze pokoju przez przeciąg czasu wielu tygodni. Maleńka

kropelka nadzwyczajnie rozcieńczonego roztworu fluoresceiny fluoryzuje bardzo wyraźnie.

Według A. W. Hoffmanna poznajemy łatwo barwę rozaniliny w roztworze, w którym na litr wody przypada 10^{-5} grama barwika. Według Kirchhoffa i Bunsena około 10^{-9} grama jakiegokolwiek związku sodu wystarcza do zabarwienia płomienia zwykłego gazowego palnika. Przyrządzone przez Faraday'a blaszki złota miały około 10^{-6} cm grubości; cząstki złota, zawieszone w kolloidalnych roztworach tego metalu, miewają według Zsigmondy'ego około 10^{-7} cm średnicy. Reinold i Rücker a także Johonnott przekonali się, że błonki i bańki mydlane mogą miewać około 10^{-6} cm grubości; Röntgen, Devaux i Lord Rayleigh doszli do wniosku, że grubość warstewek oliwy, rozpościerających się na powierzchni wody, może wynosić od 10^{-7} do 10^{-8} cm.

Materja może zatem rozdrabniać się aż do rozmiarów, które są znikome dla ludzkich zmysłów. W takim stanie podziału materja jest skłonna do samowolnego ruchu, do rozpraszania się, jak to widzimy w zjawiskach dyfuzji (§§ 21 i 22). Jak cukier dyfunduje w wodzie, podobnie wodór, chlor i amonjak dyfundują w powietrzu, bezwodniku węglowym lub jakimbądź innym gazie. Jak zatem roztwór cukru składa się z odrobin cukru, pływających w wodzie, podobnie wodór, chlor i wszystkie wogóle gazy muszą składać się z maleńkich materjalnych okruszyn, które poruszają się w próżni; te okruszyny materji nazywamy *cząsteczkami, drobinami* lub *molekułami.*

Przypuśćmy, że naczynie jest napełnione wodorem. Chociażby ten gaz był napozór w zupełnym spoczynku, musimy wyobrażać sobie, że jego cząsteczki biegną przez próżnię we wszystkich możliwych kierunkach. Wiemy istotnie, że cząsteczki wodoru mogą swobodnie przenikać naprzykład przez tlen albo azot. Lecz jeżeli wodór może dyfundować przez tlen albo azot, czy podobna przypuszczać, ażeby wodór nie dyfundował przez wodór? Powróćmy do doświadczenia, opisanego w § 22-im (rys. 20) i przypuśćmy, że obadwa walce *A* i *B* są wypełnione wodorem. Gdy ustanowimy połączenie pomiędzy walcami, dolny wodór z pewnością dyfunduje do górnego wodoru, górny wodór dyfunduje niewątpliwie do dolnego wodoru, chociaż nie mamy sposobu, ażeby się o tem doświadczalnie przekonać. Zgodziwszy się na to, że w łonie każdego (nawet napozór spoczywającego) gazu odbywa się nieprzerwana wewnętrzna dyfuzja, już tem samem orzekliśmy, że cząsteczki gazu znajdują się zawsze w bezładnym ruchu, który jest właśnie istotą zjawiska dyfuzji.

Dochodzimy do tego samego wniosku, zasadzając się na prawach dynamiki. Z dolnego naczynia *A* (rys. 20) bezwodnik węglowy dyfunduje do górnego *B*, chociaż do tego ruchu nie skłania go żadna siła, podpadająca pod zmysły, chociaż siła ciężkości sprzeciwia się temu ruchowi. Zjawisko dyfuzji przeczyłoby zatem pierwszej i drugiej zasadzie Newtona, gdybyśmy nie przypuszczali, że w łonie każdego gazu, chociażby napozór spoczywającego, odbywają się ruchy molekularne, ukryte przed naszym wzrokiem, ruchy, których jedynie skutki objawiają się widomie.

Ponieważ wzajemna dyfuzja gazów odbywa się powoli (§ 22), możnaby może sądzić, że ruchy cząsteczek gazowych są ociężałe. Lecz wniosek ten nie byłby słuszny. Jeżeli cząsteczki są maleńkie, ich liczba w każdym centymetrze sześciennym, w gazie zwykłej gęstości, musi być olbrzymia; biegnące we wszystkich kierunkach cząsteczki muszą więc spotykać się między sobą nader często, wówczas zaś muszą się załamywać lub odwracać kierunki ich biegu; chociażby zatem cząsteczki gazów poruszały się bardzo prędko, mogą posuwać się naprzód bardzo powoli. Ażeby zrozumieć własności gazów, musimy istotnie wytworzyć sobie taki obraz ruchu składających je cząsteczek.

Molekuły pary wodnej, chlorowodoru, amonjaku lub bezwodnika węglowego nie mogą być ostatecznemi cząstkami, zupełnie prostemi czyli niezłożonemi. Jak z chemji wiadomo, cząsteczka pary wodnej musi składać się z jeszcze mniejszych cząstek wodoru i tlenu, zwanych chemicznemi atomami. Cząsteczki amonjaku, bezwodnika węglowego, chlorowodoru, siarkowodoru, etylenu są podobnie układami, do których wchodzą atomy różnych pierwiastków chemicznych. Cząsteczki wodoru, tlenu, azotu są również złożone, każda zawiera dwa atomy odpowiedniego pierwiastka.

W końcu XIX-go stulecia i w obecnem XX-em dokonano w fizyce odkryć, które pozostaną długo pamiętne. Röntgen, Zeeman, J. J. Thomson, Becquerel, Piotr Curie i p. Marja ze Skłodowskich Curie, E. Rutherford i inni uczeni otworzyli przed naszym wzrokiem duchowym nowy świat zjawisk. Będziemy mogli przedstawić te wielkie zdobycze dopiero w późniejszych rozdziałach wykładu; lecz już tu wspominamy, że dzięki nim nauka przenika już dzisiaj do wnętrza chemicznego atomu. Wiemy obecnie, że atom chemiczny jest zwykle zawiłym układem, który zawiera, prócz dodatnio naelektryzowanego, maleńkiego, masywnego jądra, nadto pewną liczbę

ujemnie naładowanych *elektronów*, cząstek znacznie mniej masywnych aniżeli atomy.

Już przed dwudziestu kilku wiekami nauczał w Abderze Demokryt, że materja tylko pozornie jest jednolita i ciągła, że istnieją *atomy*, czyli jej ostateczne, niepodzielne gruzełki; w Lukrecjusza poemacie *De Rerum Natura* znajduje się wykład tej nauki, t. zw. *atomistyki*. Podobnym hypotezom hołdowało później wiele umysłów; lecz dopiero w XIX-em stuleciu przybrały one kształt jasny i ścisły, kształt matematycznej teorji; dopiero wówczas przyniosły one nauce istotny pożytek. Zapomocą hypotezy atomistycznej John Dalton w r. 1808-ym wytłumaczył prawa tworzenia się związków chemicznych; teorje chemiczne polegają odtąd przeważnie (choć nie wyłącznie) na atomistycznych zasadach. Około połowy XIX-go stulecia Clausius, Clerk-Maxwell, Boltzmann i inni uczeni stworzyli t. zw. *kinetyczną teorję materji* czyli naukę, która wyjaśnia własności ciał materjalnych, zakładając, że one składają się z cząstek, poddanych prawom dynamiki. Teorja ta tłumaczyła pierwotnie, w sposób bardzo jasny i ścisły, cieplne i dynamiczne własności materji w stanie gazowym; stopniowo rozszerzono jej zakres, stosując ją do uporządkowania i do zrozumienia różnych innych dziedzin zjawisk fizycznych. Uzupełniona (dzięki pracom Lorentza, J. J. Thomsona i innych badaczy) przez *hypotezę elektronów*, teorja atomistyczna umocniła się i rozwinęła się nadzwyczajnie; w obecnej chwili panuje ona nad rozwojem całych wielkich odłamów naszej nauki.

ROZDZIAŁ TRZECI.

O równowadze ciał stałych sprężystych.

§ 26. O wydłużaniu drutów.

Widzieliśmy w § 9-ym, że stalowy drut jest sprężysty. Ażeby drut wydłużyć, musimy poddać go działaniu siły zewnętrznej; uwolniony od tego działania, drut powraca do pierwotnej długości. Takie objawy nazywamy *zjawiskami sprężystości.*

Obcując codziennie z ciałami stałemi, jesteśmy oswojeni z ich własnościami; dlatego zjawiska sprężystości nie budzą w nas zwykle zaciekawienia. A jednak te zjawiska nie są proste ani same przez się zrozumiałe. Sprężystość ciał stałych jest faktem zawiłym i dziwnym, który świadczy o grze nieznanych nam sił, ukrytych we wnętrzu materji. Zapoznawszy się z *prawami* sprężystości, możemy spodziewać się, iż dowiemy się czegoś o sposobie działania tych sił.

Na drut stalowy AB (rys. 14), utwierdzony w końcu A, działa ciężar ciała C; oznaczając ten ciężar przez P, powiadamy, że w końcu B działa siła P. Jeżeli S jest polem poprzecznego przecięcia drutu (który uważamy za walec prosty), stosunek P/S wyraża ciągnienie, czynne w końcu B; oznaczmy to ciągnienie przez p. Jakie odkształcenie odpowiada działaniu, którego miarą jest wartość p? Przypuśćmy, że pierwotna długość nieobciążonego drutu wynosi L; długość, którą drut przybiera pod wpływem obciążenia P, niechaj wynosi $L + l$; *wydłużenie* drutu wynosi więc l. Czy wydłużenie l jest należytą miarą wywołanego odkształcenia? Wyobraźmy sobie kilka drutów, wyrobionych z jednakowej stali; przypuśćmy, że pola S ich przecięć są jednakowe, że długości drutów są natomiast różne, wynoszą np. L, $\frac{1}{2}L$, $\frac{3}{4}L$ i t. d. Poddajemy druty działaniu jednakowego obciążenia P, zatem działaniu jednakowego ciągnienia p. Wydłużenia drutów są: l, $\frac{1}{2}l$, $\frac{3}{4}l$ i t. d.; innemi słowy, wydłużenia są proporcjonalne do pierwotnych długości. Wydłużenie l zależy zatem

od okazu drutu, od egzemplarza wybranego do doświadczeń; wydłużenie to samo przez się nie jest miarą dokonanego odkształcenia. Natomiast stosunek wydłużenia l do pierwotnej długości L nie zależy od wyboru drutu; ten stosunek jest więc właściwą miarą dokonanego odkształcenia. Stosunek ten l/L oznaczamy przez e; nazywamy go *jednostkowem wydłużeniem*.

§ 27. *Prawo Hooke'a. Moduł Younga.*

Do doświadczeń wybieramy pewien drut stalowy, o długości L, o polu S poprzecznego przecięcia; poddajemy go działaniu coraz większych obciążeń, poczynając od bardzo małych (rys. 14); wystrzegamy się jednakże obciążeń zbyt znacznych, pod których wpływem stan drutu przekroczyłby granice doskonałej sprężystości (§ 9); w tych granicach chcemy w naszych doświadczeniach pozostać. Pewne ciągnienie p wywołało w drucie jednostkowe wydłużenie e. Do umieszczonego na szalce obciążenia dodając dalsze, dodatkowe, powiększamy ciągnienie p, przypuśćmy np. do $1{\cdot}2p$; jednostkowe wydłużenie wzrośnie wówczas do $1{\cdot}2e$. *Ciągnienie i jednostkowe wydłużenie zmieniają się w tym samym stosunku, są proporcjonalne do siebie.* Twierdzenie to zawiera się jako szczególny przypadek w t. zw. *prawie Hooke'a*, prawie, stanowiącem fundament teorji sprężystości.

W r. 1676-ym Robert Hooke podał anagramat *ceiiinosssttvu*, w którym, jak sam później objaśnił, zawierała się zwięzła formuła: *ut tensio sic vis*; ten szczegół charakteryzuje ówczesne zwyczaje uczonych. W dzisiejszym języku powiadamy: ciągnienie jest proporcjonalne do odkształcenia. W przypadku, o którym mówimy, miarą odkształcenia odbywającego się w drucie jest wydłużenie jednostkowe.

Oznaczmy przez E spółczynnik proporcjonalności, czyli wielkość stałą, niezależną od e ani od p, jednakże zależną od natury substancji, z której drut jest wyrobiony. Według prawa Hooke'a mamy

$$1. \qquad p = Ee$$

lub, zamiast p i e wstawiając ich wartości:

$$2. \qquad \frac{P}{S} = E\frac{l}{L}$$

W teorji sprężystości nazywamy stałą E *modułem Younga*. Po-

nieważ jednostkowe wydłużenie e jest liczbą czystą, przeto moduł Younga jest wielkością tego samego rodzaju jak ciągnienie albo ciśnienie) i wyraża się w tych samych jednostkach.

Przytaczamy wartości modułu Younga dla niektórych substancyj; wartości te, które odpowiadają temperaturom pokojowym, są przybliżone i średnie, albowiem własności sprężyste ciał stałych zależą w znacznej mierze od sposobu przyrządzenia i od stanu tych ciał, a także od obecności obcych przymieszek. Za jednostkę wybieramy w tablicy 10^8 dyn/cm²; jednostka ta nie różni się znacznie od jednostki 1 Kg/mm², którą technicy posługują się często.

Stal:	21000	Jedwab:	około 650
Miedź:	11000	Szkło:	od 5000 do 8000
Srebro:	7300	Drewno:	od 30 do 1000
Ołów:	1700	Kauczuk:	od 0·05 do 0·80

Znając wartość modułu Younga dla substancji, z której wyrobiony jest drut, możemy z równania (2) obliczyć wydłużenie, które nastąpi pod działaniem danego obciążenia. Przypuśćmy naprzykład, że na drucie stalowym, którego poprzeczne przecięcie ma pole 1 mm², zawiesiliśmy ciało, ważące 21 Kg; wydłużenie drutu wyniesie około jednej tysiącznej części pierwotnej długości. Wydłużenie jednostkowe 0·001 byłoby uważane w technice za bardzo znaczne, za wyjątkowe; dozwolone w wielkich konstrukcjach stalowych wydłużenia jednostkowe wynoszą rzadko więcej aniżeli 0·0005.

Sztaby, pręty i taśmy, a także sprężyny, zachowują się podobnie jak druty i nici pod wpływem wyciągania; prawo Hooke'a stosuje się przybliżenie w tych wszystkich przypadkach.

§ 28. Poprzeczne kurczenie się przy wyciąganiu.

Sądząc z dotychczasowych wyników, moglibyśmy mniemać, że prawa wydłużania się drutów i nici są bardzo proste. Wykonajmy teraz doświadczenie, które może nas zachwiać w tem przypuszczeniu. Wybieramy cienką taśmę, wyrobioną z kauczuku; dla kauczuku moduł Younga jest mały, taśma wydłuża się znacznie pod działaniem słabego ciężaru. Mierząc *poprzeczne* wymiary ciała przed obciążeniem i po obciążeniu, przekonywamy się, że taśma, wyciągając się w kierunku długości, zarazem *kurczy się* w każdym poprzecznym kierunku. Stosunek poprzecznego jednostkowego skurczenia do podłużnego jednostkowego wydłużenia nazywa się *stosunkiem Poissona*; stosunek ten wynosi w kauczuku około $\frac{1}{2}$, w stali, w mosiądzu i miedzi wynosi około $\frac{1}{3}$, w szkle około $\frac{1}{4}$, w korku zbliża się do zera; gdy wyciągamy podłużnie laseczkę korkową, nie kurczy się ona prawie wcale poprzecznie. Widzimy zatem, że wydłużanie się drutów, nici,

prętów, sztab albo tasiem pod działaniem podłużnego ciągnienia jest w istocie zawiłem zjawiskiem; odkształcenie, które dokonywa się wówczas, pociąga za sobą zarazem zmianę postaci i zmianę objętości. W kauczuku zmiana objętości jest bardzo mała, w korku przeciwnie jest znaczna.

Wyobraźmy sobie walec prosty, którego długość wynosi L promień poprzecznego przecięcia walca niechaj nazywa się R. Pole S poprzecznego przecięcia wynosi πR^2; objętość V walca wynosi SL. Zmieniamy długość L o bardzo małą wielkość l; promień R zmienia się o bardzo małą (ujemną) wielkość r. Obliczmy zmianę s pola S oraz zmianę v objętości V; otrzymujemy przybliżenie

1. $$s = 2\pi Rr; \qquad v = Sl + sL$$

Dla kauczuku stosunek Poissona wynosi $\frac{1}{2}$; zatem dla tej substancji

2. $$\frac{r}{R} = -\frac{l}{2L}$$

Wstawiając (2) do równań (1), otrzymujemy $v = 0$; w kauczuku zmiana objętości jest bardzo mała, w przybliżeniu równa się zeru. W korku mamy przybliżenie $r = 0$, a zatem $s = 0$; zmiana v jest wówczas możliwie największa.

Zadania.

1. Działaniem ciężaru 11 Kg, 12 Kg, 13 Kg wyciągamy drut stalowy, o średnicy 1·3 mm, o długości 120 cm. Obliczyć wydłużenia.

2. Drut miedziany ma tę samą średnicę i długość tę samą jak stalowy drut, o którym mowa w 1-em zadaniu; wyciągamy go działaniem tych samych ciężarów. W jakim stosunku pozostają wydłużenia tych drutów?

3. Drut mosiężny, którego poprzeczne przecięcie posiada pole 1 mm², okazuje jednostkowe wydłużenie 0·0005 pod wpływem wyciągającego ciężaru 4·6 Kg; obliczyć moduł Younga mosiądzu.

4. Wyciąganiu, pod działaniem tego samego ciężaru, poddane są druty, wyrobione z tego samego materjału; zarówno długości jak średnice drutów mają się do siebie jak 1 : 2 : 3. W jakim stosunku pozostają wydłużenia?

5. Na drucie, który wyciągamy działaniem zawieszonego ciężaru, umocowaliśmy trzy nonjusze (por. rys. 14) w odległości $\frac{1}{4}L$, $\frac{3}{4}L$, L (gdzie L długość drutu) od górnego utwierdzonego końca. Jakie wydłużenia zauważyliśmy na skali?

6. U swobodnego, dolnego końca cienkiej nici kauczukowej, której górny koniec jest nieruchomy, zawiesiliśmy ciało ciężkie P; podniósłszy to ciało, pozwalamy mu nagle spaść ku dołowi. Zakładając, że nić nie urwała się, zapytujemy: czy największe osiągnięte wydłużenie będzie w tym razie to samo jak wówczas, gdy ciało P wisi spokojnie i tylko swym ciężarem działa na nić.

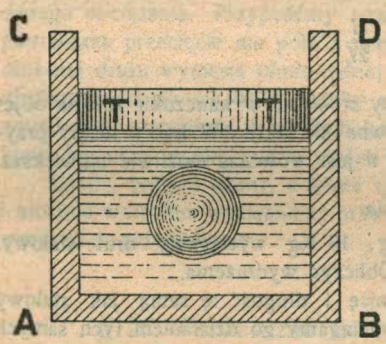
7. W przypadku, który przypuściliśmy w zadaniu 6-em, jakie drgania odbywać będzie ciało P? W odpowiedzi na to pytanie należy wziąć za punkt wyjścia prawo Hooke'a.

8. Działając na drut ciągnieniem p, wytwarzamy w nim jednostkowe wydłużenie e. Udowodnić, że obliczona na jednostkę objętości ciała *praca* odkształcenia wynosi $\frac{1}{2}pe$ albo $\frac{1}{2}Ee^2$.

9 Dany jest walec prosty, który wyciągamy w sposób opisany w artykule niniejszym; dla substancji walca stosunek Poissona wynosi 0·25. Obliczyć zmianę v objętości walca w zależności od promienia R poprzecznego przecięcia i od wydłużenia l.

§ 29. O ściśliwości ciał stałych i ciekłych.

Czy możliwe jest odkształcenie, w którem zmieniałaby się tylko objętość, postać zaś ciała pozostawałaby niezmienna? Posługujemy się znowu przyrządem, który znamy z § 3-go: walec *ABCD* (rys. 21) wypełniamy wodą lub inną cieczą, na którą wywieramy ciśnienie przy pomocy tłoka TT; w cieczy zanurzamy kulę, wyrobioną z miedzi, z ołowiu, ze szkła; jak wiemy, kula doznaje wówczas *normalnego* ciśnienia na całej swej powierzchni (§ 7). Przekonamy się w rozdziale następnym, że to ciśnienie jest (niemal dokładnie) *jednostajne* czyli jednakowe we wszystkich punktach powierzchni kuli. Pod działaniem takiego, normalnego i jednostajnego ciśnienia kula ściska się we wszystkich kierunkach jednakowo czyli jednostajnie; pozostaje więc kulą, o mniejszej objętości ale tej samej jak przedtem postaci. Oznaczmy przez V objętość kuli przed zanurzeniem do cieczy i przypuśćmy, że po wywarciu na powierzchni normalnego i jednostajnego ciśnienia p, kula przybrała objętość $V-v$; wówczas v jest *ściśnięciem* kuli, stosunek zaś v/V, który oznaczamy przez θ, jest *jednostkowem ściśnięciem* a więc właściwą miarą dokonanego odkształcenia. W myśl prawa Hooke'a mamy



Rys. 21.

$$1. \qquad p = k\theta$$

gdzie k jest spółczynnikiem proporcjonalności, czyli wielkością stałą, niezależną od θ, lecz zależną od natury substancji, z której składa się kula; tę stałą k nazywamy *modułem ściśliwości*

uważanej substancji. Im trudniej ściśliwa jest substancja, tem większego potrzeba ciśnienia p, ażeby w niej wywołać dane jednostkowe ściśnięcie θ; tem przeto większy wówczas jest moduł k. Ponieważ θ jest liczbą czystą, zatem moduł ściśliwości k jest wielkością tego samego rodzaju jak ciśnienie i wyraża się w tych samych jednostkach.

Przytaczamy przybliżone i średnie wartości modułu k dla niektórych substancyj; wartości te stosują się do temperatur niezbyt różnych od pokojowych. Jak w § 27-ym, za jednostkę wybrano w tablicy 10^8 dyn/cm^2.

Stal:	16000	Woda (15° C):	200
Miedź:	12000	Rtęć (15° C):	2500
Ołów:	760	Szkło:	od 3600 do 7500

Zamieściliśmy dwie ciecze w tablicy, jakkolwiek mówiliśmy tutaj dotychczas o ściśliwości ciał stałych. Istotnie, ponieważ ciecze mogą znosić ciśnienia normalne i jednostajne (§ 7), przeto możemy mówić o ich ściśliwości podobnie, jak mówiliśmy o ściśliwości ciał stałych. Widzimy, że ołów jest trudniej ściśliwy niż woda, łatwiej ściśliwy niż rtęć; różnice nie są znaczne. Do ściśliwości ciał ciekłych powrócimy jeszcze w następującym rozdziale.

Zadania

1. Na sześcian ołowiany, którego każda krawędź ma 10 cm długości, wywieramy ciśnienie jednostajne i normalne; jak znaczne ono być powinno, ażeby objętość ciała zmniejszyła się o 1 cm^3?

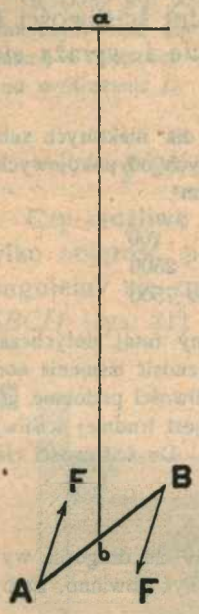
2. Na litr wody w 15° C wywieramy ciśnienie jednostajne i normalne, wynoszące 6 atmosfer; jak zmieni się objętość wody? Sprawdzić twierdzenia o ściśliwości wody, podane w zakończeniu § 3-go.

3. Pod działaniem ciśnienia jednostajnego i normalnego 1200 atmosfer dokonało się w pewnej bryle jednostkowe ściśnięcie 0·01. Jaka jest wartość modułu k ściśliwości substancji, z której składa się bryła?

§ 30. O sztywności ciał stałych.

Gdy ściskamy kulę działaniem normalnego i jednostajnego ciśnienia, jej objętość zmniejsza się ale postać pozostaje niezmienna. Weźmy teraz na uwagę inne odkształcenie, w którem (wprost przeciwnie) postać ciała zmienia się ale objętość pozostaje niezmienna. Wyobraźmy sobie cienki drut stalowy albo mosiężny lub też nić szklaną albo kwarcową. Drut ten albo nić ab (rys. 22) utwierdzamy w górnym końcu a, dolny zaś koniec b łączymy z prętem AB, prostopadłym do osi ab; na pręt AB działamy parą sił F, F (tom I, § 97). Pod działaniem przyłożonej pary sił pręt AB wykręca się dokoła osi ab, w płaszczyźnie

własnej, prostopadłej do *ab*. Przypuśćmy, że *AB* wykręca się o kąt ϑ; zatem najniższa warstwa drutu lub nici wykręca się o kąt ϑ. Ta warstwa usiłuje pociągnąć za sobą warstwę sąsiednią, tuż nad nią leżącą; ta działa podobnie na następną i t. d.; w taki sposób w całym drucie lub w nici dokonywa się wykręcenie. To wykręcenie ma największą wartość ϑ w dolnym poziomie *b*; zmniejsza się, gdy posuwamy się do góry i w górnym poziomie *a* znika. Takie odkształcenie nazywamy *skręceniem*.



Rys. 22.

Trwałe, nieprzemijające skręcenie jest możliwe tylko w ciele stałem. Gdy, podczas skręcania, warstwa drutu lub nici usiłuje pociągnąć za sobą najbliższą górną sąsiadkę, działa na nią widocznie stycznemi siłami; normalne siły nie skłoniłyby warstwy do obrotu około osi *ab*; owóż tylko ciała stałe, jak wiemy, są zdolne do wywierania i do znoszenia stycznych ciśnień lub ciągnień (§ 7). *Sztywnem* lub *tęgiem* nazywamy ciało stałe, które opiera się mocno skręcaniu; ciała *wiotkie* sprzeciwiają się słabo temu odkształceniu. Stal jest nadzwyczaj sztywna; kwarc i szkło są stosunkowo dość sztywne; kauczuk jest wiotki, galarety są bardzo wiotkie. Płyny, jak wiemy, nie mają wcale trwałej sztywności.

Przez *L* oznaczmy długość *ab* nici lub drutu; za miarę skręcenia przyjmujemy stosunek ϑ/L, który oznaczamy przez $\tilde{\omega}$. Przez *M* rozumiejmy moment pary sił *F*, *F*, która wytwarza skręcenie. Według prawa Hooke'a mamy wówczas

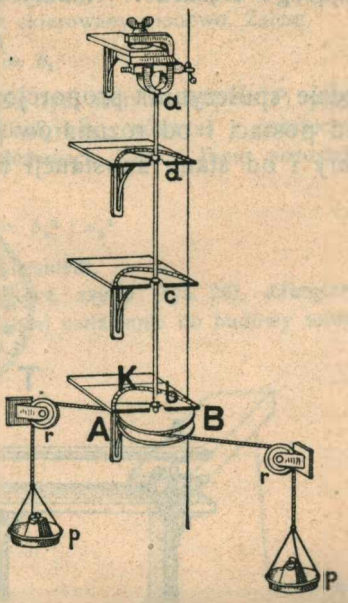
1. $$M = A\tilde{\omega}$$

gdzie spółczynnik proporcjonalności *A* zależy od własności substancji drutu (lub nici) oraz od jego (lub jej) poprzecznych wymiarów, lecz nie zależy od *M* ani od $\tilde{\omega}$.

Do doświadczeń nad skręcaniem drutów lub nici możemy posługiwać się przyrządem, przedstawionym na rys. 23-im. Drut *ab*, nieruchomo pochwycony w *a*, dźwiga na sobie kółko poziome *AB*; naokoło tego kółka owinięte są sznurki, przerzucone przez bloczki *r*, *r*; na końce tych sznurków działają ciężary ciał *p*, *p*. Na dolną warstwę drutu działamy zatem istotnie (jak zakłada-

liśmy wyżej) parą sił p, p. Kąt skręcenia dolnej warstwy odczytujemy na kole K dzięki obrotowi wskazówki, przymocowanej u dołu drutu. W innych miejscach c, d znajdują się dalsze wskazówki, których obrót potwierdza, że kąt skręcenia każdej warstwy jest wprost proporcjonalny do jej odległości od punktu uchwycenia a, jak to przypuszczaliśmy w poprzedniem rozumowaniu. Do opisanych tu doświadczeń nadają się doskonale druty stalowe bardzo cienkie, używane do budowy pianin i fortepianów.

Z teorji sprężystości wynika, że spółczynnik A, znajdujący się w równaniu (1), jest wprost proporcjonalny do czwartej potęgi średnicy drutu. Zapomocą przyrządu, o którym była mowa, przekonywamy się, że to (z teorji wyprowadzone) twierdzenie zgadza się z doświadczeniem.



Rys. 23.

Zadania.

1. Badanie zjawisk skręcania walców prostych dokoła ich osi jest ważnem zagadnieniem technicznem; osi w machinach są poddane działaniu znacznych sił skręcających. Dlaczego w artykule niniejszym mówiliśmy tylko o skręcaniu *cienkich* drutów lub nici? dlaczego nie próbujemy wykonywać opisanych doświadczeń nad grubemi prętami? Czy przy tych doświadczeniach korzystniej jest posługiwać się długiemi czy krótkiemi nićmi?

2. Trzy druty, jednakowej długości, są wyrobione z tego samego materjału; ich średnice mają się do siebie jak 1 : 2 : 3. Skręcamy druty w sposób, przedstawiony w artykule niniejszym. Jeżeli kąty skręcenia, mierzone u swobodnych końców drutów, mają być jednakowe, w jakim stosunku do siebie powinny pozostawać momenty przyłożonych par sił?

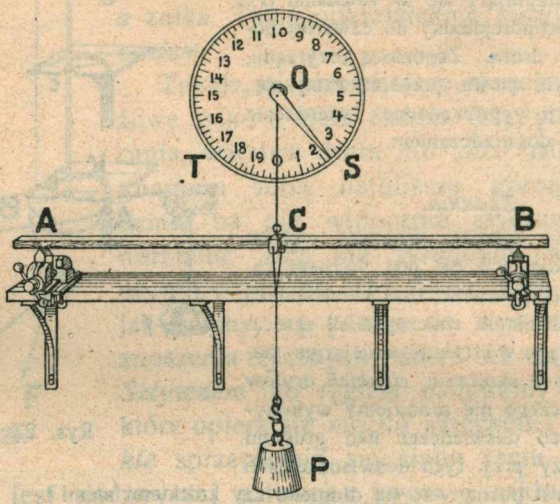
§ 31. O gięciu.

Wyobraźmy sobie beleczkę drewnianą, opartą w punktach A i B (rys. 24) i przypuśćmy, że w środku C poddaliśmy ją działaniu ciężaru ciała P. Beleczka wygina się wówczas, środek C obniża się. Ażeby łatwiej dostrzegać i mierzyć (zwykle nieznaczne) obniżanie się środka C, łączymy C z osią O w sposób widoczny z rysunku; na osi O jest osadzona wskazówka S, biegnąca przed tarczą T; posuwanie się punktu C ku dołowi zdradza się wówczas wyraźnie obrotem wskazówki. Oznaczmy

przez h pionowe obniżenie się punktu C, wywołane przez ciężar P; przez R rozumiejmy stałą niezależną od h. W myśl prawa Hooke'a środek C obniża się wprost proporcjonalnie do działającego ciężaru P; mamy zatem

$$1. \qquad P = Rh$$

gdzie spółczynnik proporcjonalności R zależy od długości belki, od postaci i od rozmiarów jej poprzecznego przecięcia, od natury i od stanu substancji belki, ale nie zależy od P ani od h.



Rys. 24.

Wyobraźmy sobie kilka deseczek A, B, C, D i t. d., wyrobionych z tego samego rodzaju drewna; przypuśćmy, że ich przecięcia poprzeczne są prostokątami. Wyginamy wszystkie deseczki działaniem tego samego ciężaru, który przyłożony jest zawsze w środku i skierowany równolegle do wysokości deseczki (rys. 24). Oznaczmy przez a długość, przez b wysokość, przez c szerokość którejkolwiek deseczki. Z teorji sprężystości wynika, że spółczynnik R deseczki jest proporcjonalny do utworzonego dla niej ilorazu b^3c/a^3, zresztą zaś zależy tylko od modułu Younga substancji deseczki. Zapomocą przedstawionego na rys. 24-ym przyrządu możemy sprawdzić przytoczone teoretyczne twierdzenie. Mierzymy obniżenie h w trzech przypadkach:

(I) Długości a deseczek są rozmaite, wysokości ich b i szerokości c są jednakowe; stwierdzamy, że obniżenie h jest wprost proporcjonalne do a^3.

(II) Wysokości b deseczek są rozmaite, szerokości ich c i długości a są jednakowe; stwierdzamy, że obniżenie h jest odwrotnie proporcjonalne do b^3.

(III) Szerokości c deseczek są rozmaite, długości ich a i wysokości b są

jednakowe, doświadczenie wykazuje, że obniżenie h jest odwrotnie proporcjonalne do c.

Weźmy na uwagę inny przypadek. Tę samą deseczkę, o prostokątnem poprzecznem przecięciu, umieszczamy (I) w położeniu I-em (rys. 25), w którem krótszy bok b_1 prostokąta jest skierowany pionowo (II) w położeniu II-em (rys. 25), w którem dłuższy bok b_2 prostokąta jest skierowany pionowo. Zatem

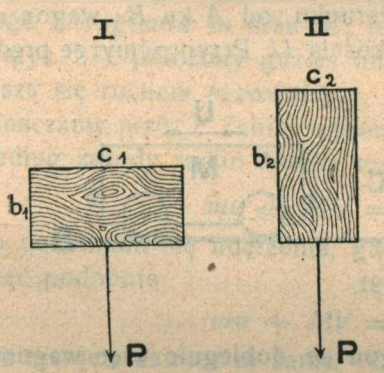
2. $$c_1 = b_2; \qquad c_2 = b_1.$$

Jeżeli w obu położeniach działamy na deseczkę tym samym ciężarem P, przyłożonym w środku długości i skierowanym jak b_1 i b_2, wówczas z przytoczonego twierdzenia wynika, że obniżenia w położeniach I-em i II-em pozostają w stosunku

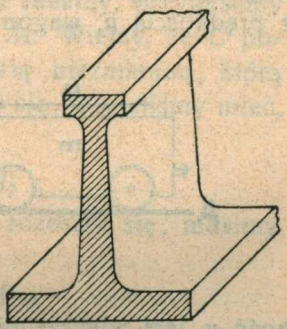
3. $$h_1 : h_2 = c_1^2 : b_1^2 = b_2^2 : c_2^2$$

Wynik doświadczenia zgadza się z tem oczekiwaniem.

Powszechnie znane są żelazne albo stalowe *szyny* (rys. 26), *dźwigary i trawersy*, któremi technika posługuje się dzisiaj codziennie do budowy torów



Rys. 25.



Rys. 26.

kolejowych, mostów i mnóstwa innych konstrukcyj. Takie dźwigary i szyny są to belki przybliżenie prostokątnego przecięcia, zaopatrzone w poprzeczniki ochronne (t. zw. *flansze*); umieszczane bywają oczywiście zawsze w położeniu II-em rys. 25-go (b_2 c_2). Pod działaniem sił poprzecznych dźwigary i szyny uginają się znacznie mniej aniżeli takie same belki pozbawione poprzeczników. Podobnie zachowują się *rury*; uginają się one *caeteris paribus* mniej niż walce pełne tej samej masy. Może dlatego źdźbła, łodygi, kości i różne inne części składowe organizmów zwierząt i roślin są rurkowate.

Zadania.

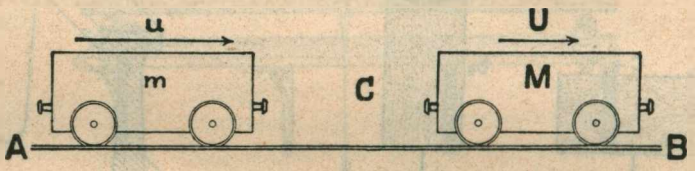
1. Mamy trzy beleczki, o prostokątnem przecięciu, wyrobione z tego samego materjału; wyginamy je działaniem tego samego ciężaru, przyłożonego w środku każdej belki, jak wyżej objaśniliśmy. W jakim stosunku pozostają obniżenia środka, gdy (1) długości (2) wysokości (3) szerokości belek mają się do siebie jak 1 : 2 : 3, pozostałe zaś dwa rozmiary, w każdym z trzech powyższych przypadków, są jednakowe?

2. Mamy belkę prostopadłościenną, więc o prostokątnem przecięciu; umieszczamy ją, jak objaśnia rys. 24 i wyginamy w środku. Dwie ściany podłużne pionowe są prostokątami; jeden z tych prostokątów dzielimy prostemi pionowemi linjami na szereg kwadratów. Jaką postać, po odkształceniu belki, przybierze każdy kwadrat? co stąd wnieść możemy o naturze odkształcenia?

3. Belka jest podparta w A i B, wyginamy ją w środku C działaniem ciężaru P (rys. 24). Czy podstawki A, B doznają działania sił i jakich? Uważajmy część CB, belki; gdybyśmy utwierdzili C, koniec zaś B był swobodny, jaką siłą powinniśmy działać na B, ażeby wywołać odkształcenie, którego w opisanem doświadczeniu doznaje część CB?

§ 32. O uderzaniu się ciał sprężystych.

Wyobraźmy sobie dwa wagony, o masach m i M, które biegną po torze kolejowym AB (rys. 27). Przypuśćmy, że obadwa wagony biegną w tym samym kierunku, od A ku B; wagon m z prędkością u, wagon M z prędkością U. Przypuśćmy, że prędkość u jest większa niż U; wagon m dobiegnie więc wagonu M i uderzy go z tyłu. Wyobraźmy sobie, że wagony są zaopatrzone w t. zw. *bufory*, tarcze ochronne, osadzone na silnych sprężynach. W pierwszej chwili spotkania przednie tarcze wagonu m uderzają o tylne tarcze wagonu M; obiedwie pary sprężyn zostają mocno ściśnięte. Jaki jest przebieg spotkania? Z początku wagon m traci, wagon M zyskuje na prędkości. Nadchodzi *środkowa chwila* spotkania, ta, w której sprężyny zostały najbardziej ściśnięte i przybrały długość najmniejszą; w tej chwili wagony biegną *zgodnie*, z jednakową prędkością, jak gdyby były spięte ze sobą. Sprężyny zaczynają się wreszcie rozprężać; wówczas uciskają wstecz wagon m i jeszcze bardziej ruch jego hamują, popychają zaś naprzód wagon M i bieg jego jeszcze przyśpieszają. Przypuśćmy, że, skoro sprężyny rozprężyły się w zupełności, wówczas wagon m ma prędkość v, wagon M prędkość V w kierunku AB. Że prędkość V będzie więk-



Rys. 27.

sza niż v, że wagon M oddali się od m, wiemy o tem z doświadczenia. Czy możemy przewidzieć ścisłe wartości końcowych prędkości v oraz V?

Zaniedbajmy wszelkie opory, straty energji i tarcia, naprzykład: opór, który powietrze przeciwstawia ruchowi wagonów; tarcie osi kół w łożyskach oraz powierzchni kół o szyny; wydanie głosu przy uderzeniu i z niem związany wydatek energji. Przypuśćmy, że sprężyny buforów są *doskonałe*; innemi słowy założmy, że, rozprężając się, zwracają napowrót *całą* energję, którą pochłonęły podczas kurczenia się. W tych założeniach i przybliżeniach możemy obliczyć przebieg spotkania.

Przypomnijmy sobie z rozdziału II-go tomu I-szego zasadę *ruchu środka masy*, o której krótko w ówczesnym § 44-ym wspomnieliśmy. Wyobraźmy sobie środek masy układu, złożonego z wagonów m oraz M; jest to punkt idealny, przypuśćmy C (rys. 27), położony gdzieś między m a M. Wiemy, że C porusza się ruchem *bezwładnym*, z prędkością niezmienną, którą oznaczamy przez c. Zanim wagony uderzyły się, musieliśmy mieć, według zasady ruchu środka masy:

1. $$mu + MU = (m + M)\,c$$

Po dokonaniu się uderzenia, gdy wagony rozeszły się, musimy mieć podobnie

2. $$mv + MV = (m + M)\,c$$

gdzie c jest zawsze ta sama. Co więcej, widoczną jest rzeczą, że ową *wspólną* prędkością, którą wagony miały przez mgnienie oka w środkowej chwili spotkania, była właśnie prędkość c; albowiem i podczas spotkania, nawet w chwili najsilniejszego oddziaływania sprężyn na siebie, środek C poruszał się z tą samą jak przedtem, jak potem, z niezakłóconą swoją prędkością.

Uważajmy teraz *pierwszy* okres spotkania, który trwa od jego początku aż do chwili środkowej. Ile kinetycznej energji straciły wagony w tym pierwszym okresie spotkania? Ilość ta wynosi

3. $$\tfrac{1}{2}mu^2 + \tfrac{1}{2}MU^2 - \tfrac{1}{2}(m + M)\,c^2$$

albo, według równania (1), wynosi

4. $$\tfrac{1}{2}\,\frac{mM}{m + M}\,(u - U)^2$$

Tyle kinetycznej energji straciły wagony w pierwszym okresie; tyleż potencjalnej uzyskały wówczas ściśnięte sprężyny. Zapas

potencjalnej energji, który wytworzył się w sprężynach podczas pierwszego okresu, zamienia się napowrót, w *drugim* okresie spotkania, w kinetyczną energję wagonów. Wagony w drugim okresie odzyskują napowrót ilość

5. $$\tfrac{1}{2} mv^2 + \tfrac{1}{2} MV^2 - \tfrac{1}{2}(m+M)c^2$$

kinetycznej energji, która to ilość, według równania (2), wynosi

6. $$\tfrac{1}{2} \frac{mM}{m+M} (V-v)^2$$

Ponieważ sprężyny są doskonałe, ilości (4) i (6) są równe sobie; zatem

7. $$u-U = V-v,$$

co streszcza w sobie *zasadnicze prawo uważanego zjawiska.*

Z równań (1), (2) i (7) wyprowadzamy

8. $$(m+M)v = (m-M)u + 2MU$$

9. $$(m+M)V = 2mu - (m-M)U$$

Równania (8) i (9) wyznaczają prędkości v i V, jeżeli masy m oraz M a także początkowe prędkości u i U są znane; równania te rozwiązują więc zadanie, które postawiliśmy sobie.

Jeżeli $m = M$, otrzymujemy $v = U$ oraz $V = u$; wagony, których masy są równe, *wymieniają* wzajemnie swoje prędkości. Jeżeli naprzykład $U = 0$, wówczas $v = 0$; wagon, który stał nieruchomo na torze, *zabiera* całą prędkość nadbiegającemu wagonowi; ów nadbiegający, uderzywszy, zatrzymuje się. Takiego zjawiska bywamy nieraz świadkami, przyglądając się ruchowi wagonów na stacji kolei żelaznej.

Jeżeli przeciwnie m jest niezmiernie mała w stosunku do M, wówczas z (9) otrzymujemy $V = U$; masa olbrzymia M nie odczuwa znikająco słabego impulsu, którego jej drobna m udzieliła. Z (8) widzimy, że wówczas U jest średnią arytmetyczną prędkości u oraz v; o ile więc u była większa aniżeli U przed spotkaniem, o tyleż v jest od U mniejsza po spotkaniu. Gdybyśmy przypuścili, że olbrzymia masa M spoczywa, gdybyśmy zatem założyli $U = 0$, otrzymalibyśmy: $u = -v$; co znaczyłoby, że drobna masa m odskakuje od olbrzymiej M, której poruszyć nie może, z równą ale wprost przeciwnie skierowaną prędkością. Tak odskoczyłby naprzykład od kuli ziemskiej meteoryt, zaopatrzony w doskonałą sprężynę.

Wszystko, co tu powiedzieliśmy o kolejowych wagonach, zaopatrzonych w sprężynowe bufory, wszystko to możemy powtórzyć, bez zmiany istotnej, o dowolnych ciałach sprężystych, naprzykład o kulach, wyrobionych ze szkła, ze stali, z kauczuku lub kości słoniowej; o kulach, którym pozwalamy spotykać się lub uderzać o siebie. Zamiast sprężystości buforów, jak w kolejowych wagonach, mamy wówczas sprężystość własną całego ciała, całej kuli, naprzykład stalowej, rozlaną w całej jej masie. Prawa doskonałego spotkania pozostają te same.

Zadanie.

Prędkości v i V są dane przez równania (8) i (9) niniejszego artykułu; przypuśćmy, że tworzymy z nich następujące wyrażenia:

$$mv + MV \quad \text{oraz} \quad mv^2 + MV^2$$

Czy można *a priori* powiedzieć, bez wykonywania rachunku, jaka jest wartość pierwszego i drugiego wyrażenia? Sprawdzić równania (8) i (9) przez wyrachowanie przytoczonych tutaj wyrażeń.

ROZDZIAŁ CZWARTY.

O równowadze ciał płynnych.

§ 33. Określenie hydrostatyki i aerostatyki.

Podobnie jak w pierwszym rozdziale, *płynem* będziemy teraz nazywali ciało, które tylko wówczas może być w równowadze, gdy w każdem jego miejscu (w głębi czy na powierzchni) działa jedynie *normalne* ciśnienie (§ 7). Według tego określenia, woda jest płynem i powietrze jest płynem; ani wody ani powietrza nie możemy zachować w równowadze, działając na nie stycznemi ciśnieniami. Do płynów zaliczamy zatem zarówno *ciecze* jak *gazy*.

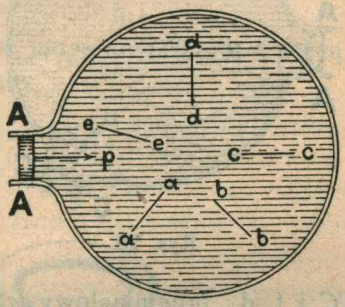
W rozdziale niniejszym pragniemy krótko wyłożyć prawa równowagi ciał płynnych. Naukę o równowadze cieczy nazywamy zwykle *hydrostatyką* czyli dosłownie: nauką o równowadze wody; naukę o równowadze gazów nazywamy *aerostatyką* czyli dosłownie: nauką o równowadze powietrza. Wyrazy *woda* i *powietrze* są oczywiście niewłaściwie użyte w tych nazwach; owe (na powierzchni ziemi najbardziej rozpowszechnione) substancje są tutaj wzięte za typy kategoryj, do których należą: woda jest wzięta za typ cieczy, powietrze zaś za typ gazu.

Początek hydrostatyce, o ile wiadomo, dał Archimedes, którego dzieło *Περὶ ὀχουμένων* (O ciałach pływających) zachowało się częściowo w przekładzie łacińskim. Rzymianie nie umieli wytwarzać ciśnień w wodzie inaczej niż za pośrednictwem ciężkości; dlatego dla rozprowadzania wód musieli wznosić olbrzymie budowle, które nam się dzisiaj naiwne wydają; nie dokonali oni niemal żadnego postępu ani w teoretycznych naukach *hydrostatyce* i *hydrodynamice* ani w praktycznej *hydraulice*. I w tej dziedzinie (jak w tylu innych) myśl ludzka budzi się nagle

i wspaniałe za czasów Odrodzenia; mnożą się luźne z początku i niepowiązane spostrzeżenia i odkrycia, aż wreszcie w XVII-em stuleciu rozpoczyna się budowa dzisiejszej nauki o równowadze płynów. Nauka o ruchu płynów (hydrodynamika, aerodynamika) rozwijała się znacznie powolniej; nauka ta jeszcze i dzisiaj nie jest wykończona.

§ 34. Zasada Pascala.

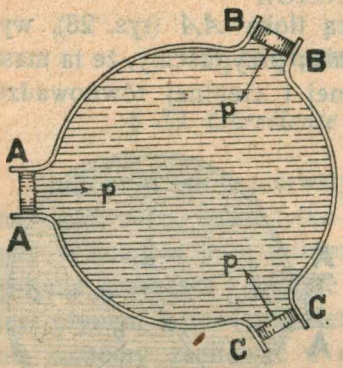
Na pewną masę płynu, za pomocą tłoka *AA* (rys. 28), wywieramy normalne zewnętrzne ciśnienie; przypuśćmy, że ta masa znajduje się wówczas w mechanicznej i cieplnej równowadze. Jeżeli na tłok *AA*, którego pole jest *S*, działamy siłą *P*, ciśnienie *p*, które wywieramy, wynosi *P/S*. W jaki sposób przenosi się to ciśnienie *p*, w jaki sposób ono przenika wgłąb płynu? Wyobraźmy sobie, że uważana masa płynna została wyjęta z pod działania ciężkości, z pod działania ciążenia. Takie założenie nie jest spełnione na powierzchni ziemi i nigdzie, nawet w próżni niebieskiego przestworza, nie byłoby ściśle spełnione; i tam również cząstki płynu ciążyłyby wzajemnie ku sobie. Możemy jednak z początku odwrócić uwagę od działania ciężkości oraz ciążenia; to działanie uzupełnia tylko równowagę ciśnień, którą przedewszystkiem chcemy zrozumieć; pojąwszy prawo tej równowagi, uwzględnimy później z łatwością wpływ zakłócenia, które do niej działanie ciężkości dodatkowo wprowadza.



Rys. 28.

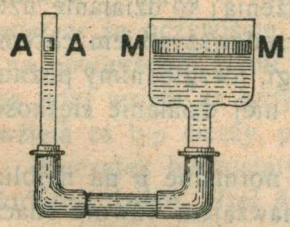
Tłok *AA* (rys. 28) wywiera ciśnienie normalne *p* na najbliższą warstwę płynu i doznaje od niej nawzajem równie znacznego, przeciwnie skierowanego, normalnego ciśnienia *p*. Jeżeli płyn znajduje się w mechanicznej i cieplnej równowadze, zakładamy z Pascalem (1651), że *to samo normalne ciśnienie p działa wówczas w całej masie płynu*. Wyobraźmy sobie w łonie płynu dowolne przecięcia *aa*, *bb*, *cc* i t. d. Gdziekolwiek wyobrazimy sobie takie przecięcie, jakkolwiek w danem miejscu nachylimy je lub wykręcimy, warstwy płynu, graniczące wzdłuż prze-

cięcia ze sobą, wywierają na siebie wzajemnie ciśnienia p równe sobie, skierowane przeciwnie, normalne; odległość danego przecięcia od tłoka AA, postać warstw płynu, leżących między przecięciem a tłokiem, nie ma wpływu na ciśnienie, które w uważanem miejscu musi dla równowagi panować. Jeżeli wyobrazimy sobie przecięcie na zewnętrznej powierzchni płynu, twierdzenie nie przestaje obowiązywać; stosuje się ono w tym razie do obu równych, skierowanych przeciwnie i normalnych ciśnień p, które powierzchowna warstwa płynu oraz sąsiednia warstwa ograniczającego płyn ciała wywierają wzajemnie na siebie.



Rys. 29.

Naczynie, w którem zawiera się płyn, zaopatrzmy teraz w dalsze tłoki BB, CC i t. d. (rys. 29). Jeżeli na AA wywieramy ciśnienie p i płyn jest w równowadze, wówczas, według zasady Pascała, każdy dalszy tłok musi doznawać tego samego ciśnienia p. Połączmy ze sobą tłoki BB, CC i t. d.; innemi słowy, zbudujmy tłok MM (rys. 30), którego pole S_M jest dowolnie większe (lub mniejsze) niż pole S_A tłoka AA. Oznaczmy przez P_A siłę, którą wywieramy na tłok AA, przez P_M siłę, którą tłok MM wywiera nazewnątrz. Ponieważ ciśnienie, wywierane przez płyn na tłok MM, jest równe ciśnieniu p, wywieranemu przez tłok AA na płyn, zatem



Rys. 30.

1. $$P_M = pS_M; \quad P_A = pS_A$$

skąd wynika, że

2. $$P_M : P_A = S_M : S_A$$

Z siły mniejszej możemy więc wytworzyć siłę większą i nawet dowolnie wielką; masa płynna zachowuje się jak idealna dźwignia (tom I, §§ 90 i 91), która daną siłę pozwala zastąpić lub zrównoważyć przez inną, dowolnie od niej większą lub mniejszą. Możemy zatem rozmnażać ciśnienia; możemy powoływać do życia takie ciśnienia lub siły, których przedtem nie było. *Siła* nie jest

wcale czemś trwałem, niezmiennem, co niezależnie od nas działa w naturze; siła nie zachowywa się, możemy dowolnie ją stwarzać, możemy ją unicestwiać.

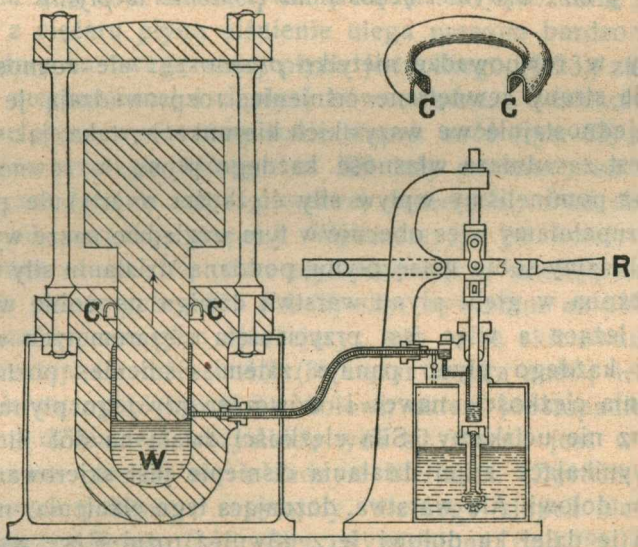
Pracy nie możemy dowolnie pomnażać; *energji* nie możemy wytwarzać i nie możemy jej niszczyć. Przypuśćmy, że przyrząd, wyobrażony na rys. 30-ym, jest wypełniony jakimkolwiekbądź płynem, np. wodą albo powietrzem; ten płyn znajduje się pod ciśnieniem jednostajnem i normalnem p, w równowadze. Przypuśćmy, że tłok AA posunął się wgłąb naczynia o długość l_A, tłok zaś MM wysunął się zeń jednocześnie o długość l_M. Jeżeli ciśnienie p i temperatura płynu nie doznały zmiany, objętość płynu, jak zobaczymy niebawem, musi pozostać ta sama; mamy więc

3. $$S_M l_M = S_A l_A$$

Porównajmy pracę W_M, której tłok MM może dostarczyć, z pracą W_A, wykonywaną przez tłok AA. Mamy

4. $$W_M = pS_M l_M; \qquad W_A = pS_A l_A$$

Z równań (3) i (4) wyprowadzamy, iż $W_M = W_A$.



Rys. 31.

Rys. 30 wraz z równaniem (2) wyjaśnia zasadę działania t. zw. *prasy hydraulicznej*; o budowie tego przyrządu możemy powziąć wyobrażenie z rys. 31-go, w którym CC jest *kołnierzem*, wyrobionym ze skóry i mającym w prze-

cięciu kształt ∩; mieszcząc się w stosownem wydrążeniu pierściennem, kołnierz obejmuje tłok prasy dokoła, jak widzimy z rysunku. Gdy działamy rękojeścią *R*, wtłaczamy wodę pod tłok prasy, do *W*; woda pod ciśnieniem dostaje się wówczas do *CC*, rozpycha kołnierz od dołu i sprawia, że on coraz lepiej uszczelnia. Dopiero gdy Bramah wynalazł to urządzenie (1796), prasa hydrauliczna, szczelna nawet przy ogromnych ciśnieniach, stała się w praktyce możliwa. Na tym przykładzie widzimy, że praktyczne zastosowanie oderwanych twierdzeń nauki może być nieraz zależne od pokonania napozór drobnych i podrzędnych trudności.

Działanie prasy hydraulicznej jest uderzającym dowodem prawdziwości zasady Pascala. Innego przykładu w tej mierze dostarcza urządzenie hydraulicznych *liftów* (wydźwigów), które bywają ustanawiane w wysokich budynkach.

Zadania.

1. Większy tłok prasy hydraulicznej ma wywierać siłę 2500 Kg; na mniejszy tłok, jak na rys. 31-ym, działa krótsze ramię dźwigni, na której dwa razy dłuższe ramię działa siła 2 Kg. Jaki powinien być stosunek średnic większego i mniejszego tłoka?

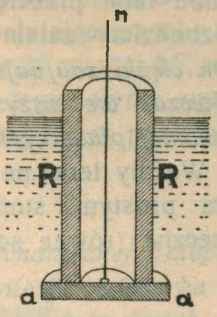
2. Gdy mniejszy tłok prasy, opisanej w zadaniu 1-em, posunie się na dół o 12·5 cm, o ile wysunie się ku górze tłok większy? Jaka praca zostanie wówczas wykonana, jaka zostanie uzyskana na prasie?

§ 35 *Wpływ ciężkości na ciśnienie w płynie.*

Płyny w równowadze nietylko *prze*noszą, ale *roz*noszą we wszystkie strony zewnętrzne ciśnienie, rozprowadzają je i wywierają jednostajnie we wszystkich kierunkach; taka, jak widzieliśmy, jest zasadnicza własność każdego płynu w równowadze. Ponieważ pominęliśmy wpływ siły ciężkości w artykule poprzednim, uzupełniamy więc obecnie w tym względzie nasze wywody.

Wyobraźmy sobie masę płynu, poddaną działaniu siły ciężkości. Położona w głębi płynu warstwa dźwiga na sobie warstwy nad nią leżące a więc jest przyciśnięta ciężarem tych warstw; w głębi każdego płynu panuje zatem ciśnienie, pochodzące z działania ciężkości, nawet i wówczas, gdy tego płynu wcale zzewnątrz nie uciskamy. Siła ciężkości działa na dół pionowo; zatem wynikające z jej działania ciśnienie jest skierowane pionowo ku dołowi. Ale warstwa, doznająca tego ciśnienia, nietylko przenosi je dalej ku dołowi lecz również roznosi we wszystkie strony, rozprowadza i wywiera jednakowo we wszystkich kierunkach. Ciśnienie, wynikające z działania ciężkości, działa zatem nietylko pionowo ku dołowi, jak w ciałach stałych; działa ono jednostajnie we wszystkich kierunkach.

Wyobraźmy sobie rurkę *RR* (rys. 32), z obu końców otwartą; jej brzeg dolny jest oszlifowany; do tego brzegu przykładamy denko *aa*, które utrzymujemy w tem położeniu przy pomocy nitki *n*. Wprowadzamy rurkę dolnym końcem do wody, zważając, by górny koniec nie był zanurzony; możemy wówczas wypuścić nić z ręki, płytka *aa* nie odpada, ciśnienie wody przyciska ją od dołu. Pochylajmy dowolnie rurkę *RR*; płytka *aa* jest przyciskana w każdem położeniu.



Rys. 32.

Opisane w § 59-ym tomu I-go doświadczenie Torricelli'ego świadczy również o tem, że panujące w kolumnie cieczy ciśnienie działa nietylko w kierunku pionowym ku dołowi, lecz także w kierunkach poziomych.

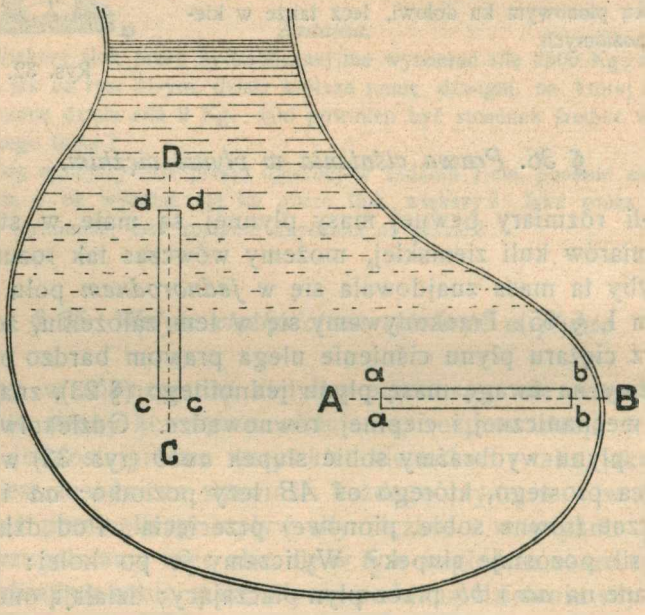
§ 36. *Prawa ciśnienia w płynie ciężkim.*

Jeżeli rozmiary pewnej masy płynnej są małe w stosunku do rozmiarów kuli ziemskiej, możemy wówczas tak rozumować, jak gdyby ta masa znajdowała się w *jednorodnem* polu ciężkości (tom I, § 65). Przekonywamy się w tem założeniu, że wynikające z ciężaru płynu ciśnienie ulega prawom bardzo prostym.

Weźmy na uwagę masę płynu jednolitego (§ 23), znajdującą się w mechanicznej i cieplnej równowadze. Gdziekolwiek we wnętrzu płynu wyobraźmy sobie słupek *aabb* (rys. 33) w kształcie walca prostego, którego oś *AB* leży poziomo; *aa* i *bb* są poprzeczne (równe sobie, pionowe) przecięcia. Pod działaniem jakich sił pozostaje słupek? Wyliczamy je po kolei: (1) siły, wywierane na *aa* i *bb* przez płyn otaczający; działają one w kierunkach poziomych *AB* i *BA* (2) siły, wywierane na pobocznicę walca *aabb* przez płyn otaczający; siły te są skierowane wszędzie prostopadle do osi *AB* (3) ciężar słupka *aabb*; ten ciężar jest skierowany pionowo ku dołowi, zatem prostopadle do osi *AB*. Pod działaniem wszystkich tych sił słupek jest w równowadze i nie porusza się w żadnym kierunku. Zwróćmy uwagę na kierunek poziomy; zapytajmy, dlaczego słupek nie posuwa się wzdłuż *AB* lub *BA*? Siły, wymienione pod (2) i (3), nie skłaniają słupka do takich przemieszczeń ani mu w nich przeszkadzają; wzdłuż *AB* lub *BA* działają tylko siły, wymienione pod (1), które zatem muszą równoważyć się wzajemnie ze sobą; innemi słowy, wywierane na *aa* i *bb* siły są równe sobie. Po-

nieważ pola przecięć *aa* i *bb* są jednakowe, zatem panujące w *aa* i *bb* ciśnienia są równe sobie, jakkolwiek wznoszące się ponad temi przecięciami słupy cieczy nie są wcale jednakowe. Dochodzimy zatem do wniosku następującego: *gdy jednolity płyn ciężki znajduje się w mechanicznej i cieplnej równowadze, wówczas we wszystkich jego punktach, leżących w tej samej poziomej płaszczyznie, panuje to samo ciśnienie.*

Weźmy teraz na uwagę słupek *ccdd* (rys. 33), który jest walcem prostym, stojącym w płynie pionowo; *cc* i *dd* są poprzeczne (równe sobie, poziome) przecięcia. Rozważmy znów



Rys. 33.

wszystkie siły, które działają na słupek *ccdd*; zapytajmy, dlaczego pod działaniem tych sił słupek nie posuwa się do góry wzdłuż *CD* lub na dół wzdłuż *DC*? Siły, które otaczający płyn wywiera na pobocznicę walca *ccdd*, nie pobudzają walca do przemieszczeń pionowych ani nie wstrzymują go od nich; na równowagę słupka w kierunku pionowym składają się trzy siły: (1) ciężar słupka (2) i (3) siły, wywierane przez otaczający płyn na przecięcia *cc* i *dd*; innemi słowy, suma, złożona z ciężaru słupka i z siły, działającej na *dd*, musi być równa sile, przyłożonej do *cc*. Ażeby wyrazić to twierdzenie w postaci równania,

oznaczmy przez S pole przecięcia cc lub dd; przez h rozumiejmy wysokość słupka $ccdd$, czyli pionową odległość dd od cc; przez g oznaczmy przyśpieszenie ciężkości (tom I, § 46), przez D wreszcie rozumiejmy średnią gęstość płynu, wypełniającego objętość walca $ccdd$ (tom I, § 103). Objętość walca $ccdd$ wynosi hS, masa zawartego w nim płynu jest hSD, ciężar tego płynu wynosi $ghSD$. Jeżeli więc p_c i p_d są ciśnienia, panujące w poziomach cc i dd, powiadamy:

1. $$p_c = p_d + ghD$$

Gdy jednolity płyn ciężki znajduje się w mechanicznej i cieplnej równowadze, w pionowym jego słupie ciśnienie rośnie ku dołowi. Ażeby otrzymać różnicę ciśnień, panujących w dwóch różnych poziomach, dzielimy ciężar płynu, zawartego w walcu prostym pionowym pomiędzy temi poziomami, przez pole przecięć, odpowiadających uważanym poziomom.

Zakładając $h = 0$ w równaniu (1), otrzymujemy $p_c = p_d$; w równaniu (1) wypowiedziane jest zatem nietylko obecne (drugie), lecz również i poprzednie (pierwsze) twierdzenie niniejszego artykułu. I naodwrót, jeśli w równaniu (1) przypuścimy $p_c = p_d$, otrzymamy $h = 0$; możemy więc powiedzieć, odwracając twierdzenie pierwsze: *gdy jednolity płyn ciężki znajduje się w mechanicznej i cieplnej równowadze, wszystkie jego punkty, w których panuje to samo ciśnienie, leżą w tej samej poziomej płaszczyznie.* Formułę (1), która streszcza w sobie prawa ciśnienia w jednolitym płynie ciężkim, znajdującym się w zupełnej równowadze, nazywamy *zasadniczem równaniem hydrostatycznem.*

Iloczyn gD przyśpieszenia ciężkości przez średnią gęstość ciała nazwaliśmy «średnim ciężarem właściwym» (tom I, § 103); oznaczyliśmy ów iloczyn przez Δ. Posługując się pojęciem Δ, przepisujemy równanie (1) w postaci

2. $$p_c = p_d + h\Delta.$$

Przypuśćmy, że ponad poziomem przecięciem S wznosi się pionowy słup cieczy; wysokość słupa oznaczamy przez h, średnią gęstość cieczy przez D, jej średni ciężar właściwy przez Δ. Na zasadzie równań (1) i (2) powiadamy: ciśnienie, wywierane na dno S przez wspomniany słup cieczy, wynosi ghD lub $h\Delta$.

Wyobraźmy sobie, że przyśpieszenie g wyraziliśmy w cm/sek^2, że wysokość h jest dana w cm, że za jednostkę gęstości D wybraliśmy gr/cm^3. Iloczyn ghD w równaniu (1) wypada wówczas

wyrażony w gr/cm sek^2 czyli w dynach na kwadratowy centymetr (§ 4). Jeżeli odwołujemy się do wzoru (2), dogodniejszy nam będzie ciężarowy układ jednostek (tom I, § 47); wyrażając średni ciężar właściwy Δ w Gr/cm^3, otrzymujemy iloczyn $h\Delta$ w Gr/cm^2 czyli w jednej ze zwykłych jednostek ciśnienia ciężarowego układu (§ 4).

Jak o tem powiemy w artykułach późniejszych, gęstość płynu, znajdującego się w mechanicznej i cieplnej równowadze, pod ciśnieniem normalnem i jednostajnem p, jest zależna od wartości p tego ciśnienia. Ponieważ w pionowym słupie płynu, np. *ccdd* (rys. 33), ciśnienie rośnie w kierunku ku dołowi, przeto *prawdziwa* czyli *miejscowa* gęstość (tom I, § 103) nie może być jednakowa w różnych poziomach; ale różnice te bywają zwykle tak drobne, że możemy pospolicie je zaniedbywać.

Zadanie.

Kładąc $g = 981$ cm/sek^2, obliczyć w dynach na cm^2 oraz w Gr/cm^2 ciśnienie, wywierane na poziome dno przez pionowy słup wody, w temperaturze 4° C, jeżeli wysokość słupa wynosi 15, 25, 35 cm; obliczyć je w Tonnach na m^2, jeżeli wysokość słupa wynosi 2, 3, 4 m.

§ 37. O powierzchni swobodnej ciał ciekłych.

Przypuśćmy, że pewna ilość cieczy zajmuje dolną część otwartego, dość rozległego naczynia; że naprzykład woda jest szeroko rozlana w beczce lub misce. Od mieszaniny powietrza i pary, która znajduje się nad nią, ciecz jest oddzielona *powierzchnią swobodną* (§ 24); tę powierzchnię nazywamy także niekiedy *zwierciadłem* cieczy. Swobodna powierzchnia cieczy, znajdującej się w równowadze w takich warunkach, bywa zazwyczaj, jak wiemy, *płaska* i *pozioma*. Twierdzenie trzecie § 36-go wyjaśnia fakt ten natychmiast. Ponieważ we wszystkich punktach swobodnej powierzchni działa to samo ciśnienie atmosferycznego powietrza (o którem wkrótce szczegółowiej powiemy), zatem, według powołanego twierdzenia, powierzchnia ta musi być istotnie poziomą płaszczyzną.

Oznaczmy przez p_0 ciśnienie atmosferycznego powietrza, działające na swobodną powierzchnię cieczy. Ciśnienie p, panujące w głębokości h pod powierzchnią, wynosi wówczas, według wzoru (1) § 36-go

1. $$p = p_0 + ghD$$

gdzie litery g i D mają znane z § 36-go znaczenie. Ciśnienie p_0 jest dla cieczy zewnętrznem ciśnieniem; ciecz je przenosi

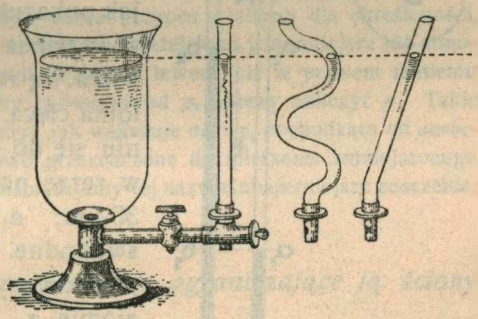
i roznosi we wszystkich kierunkach; w łonie cieczy, pod wpływem pola ciężkości, wytwarza się nadto wewnętrzne ciśnienie ghD, które dołącza się do p_0.

Twierdzenia powyższe tylko wówczas są słuszne, gdy (jak zastrzegliśmy) swobodna powierzchnia cieczy jest dostatecznie rozległa; nie możemy ich stosować naprzykład do powierzchni cieczy, zawartej w wąziutkiej (włoskowatej) rurce; takie powierzchnie zazwyczaj nie bywają płaskie. Zjawiska ***włoskowatości***, których już dotknęliśmy przelotnie w § 24-ym, są objawami nowych tu dla nas własności materji; w ich wykład nie wchodzimy w tej książce.

§ 38. Twierdzenie o naczyniach połączonych.

Doszliśmy do wniosku, że swobodna powierzchnia cieczy, pozostającej w zupełnej równowadze, w dostatecznie rozległem naczyniu, w niezbyt małej odległości od ścian, jest poziomą płaszczyzną. Doskonałem naprzykład zwierciadłem, służącem do odbijania fal świetlnych, jest czysta powierzchnia rtęci, rozlanej w płaskiej miseczce. Posługując się takiem zwierciadłem, fizyk, seismolog albo astronom jest upewniony, że ono jest płaskie oraz poziome.

Wniosek taki obowiązuje nietylko wówczas, gdy zbiornik zawierający ciecz ma postać prostą, o nieprzerwanej wewnętrznej spójni i łączności, jak pospolite nasze wiadra, dzbany, konwie i kielichy; pozostaje on i wówczas prawdziwy, gdy zbiornik jest dowolnie rozgałęziony (rys. 34). Naczynia nazywamy w hydrostatyce *połączonemi*, gdy ciecz może dowolnie pomiędzy niemi przepływać. *Jeżeli* zatem *ciecz jednolita znajduje się w równowadze w otwartych naczyniach połączonych, jej swobodne powierzchnie leżą w tym samym poziomie.* Twierdzenie to w starych książkach bywało tak wypowiadane: *woda odnajduje zawsze swój poziom*; sprawdzamy je łatwo przy pomocy przyrządu, wyobrażonego na rys. 34-ym.

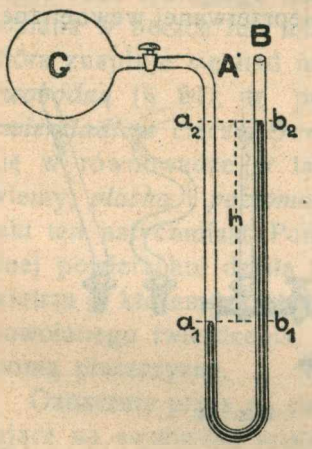


Rys. 34.

Twierdzenie o naczyniach połączonych ma mnóstwo zastosowań praktycznych; różne przedmioty codziennego użytku (naprzykład zwykłe czajniki i imbryki) działają na jego zasadzie. Polegamy na prawdziwości tego twierdzenia, gdy o poziomie wody w kotle sądzimy z wysokości wodnego słupka w połączonej z kotłem zewnętrznej rurce wskaźnikowej. Dawniejsze wodociągi i wodotryski bywały zasilane wodą z wysoko położonych zbiorników, obecnie jednak zaniechano takich urządzeń; ciśnienie wody w sieci wodociągowej wytwarzają dziś pompy tłoczące, poruszane zwykle przez maszyny parowe. Zasada naczyń połączonych tłumaczy również działanie t. zw. *artezyjskich* studni, przebitych aż do spotkania pochyłej warstwy wody podziemnie płynącej; wyjaśnia ona też (do pewnego stopnia), dlaczego zwykłe nasze studnie nie wyczerpują się rychło. Kto zna sposób działania *śluz* w wodnym spławnym kanale lub w doku portowym, kto przyglądał się jakimkolwiek wodnym robotom, nie wątpi o tem, że woda zawsze «odnajduje swój poziom». Podczas klęski powodzi, w naszym kraju niestety zbyt często, miewamy sposobność przekonywania się o prawdziwości tego hydrostatycznego twierdzenia; tymczasem Holandja, której spora część terytorjum leży *poniżej* poziomu przylegającego morza, od wielu lat walczy zwycięsko z jego skutkami.

§ 39. O manometrach.

Manometrem nazywamy przyrząd, służący do mierzenia różnicy dwóch ciśnień, naprzykład różnicy pomiędzy ciśnieniem p pewnego gazu, zawartego w zbiorniku G (rys. 35) a ciśnieniem atmosferycznego powietrza. Łączymy zbiornik G, jak pokazuje rysunek, z rurą AB, zgiętą w kształcie litery U; w tej rurze zawiera się rtęć, nafta lub inna niełatwo lotna ciecz. Przypuśćmy, że po ułożeniu się do równowagi ciecz przybiera w rurze położenie, wskazane na rys. 35-ym; a_1 i b_2 są jej powierzchnie swobodne. Poprowadźmy przez a_1 i b_2 płaszczyzny poziome a_1b_1 i a_2b_2. W poziomie a_1 panuje ciśnienie p; zatem to samo ciśnienie p panuje również w b_1. Ciśnienie panujące w b_1 możemy jeszcze inaczej wyrazić. Oznaczmy przez g przyśpieszenie ciężkości, przez D gęstość cieczy manometrycznej, przez h odległość płaszczyzny a_2b_2 od płaszczyzny a_1b_1 (czyli, jak mówi się zwykle, pionową odległość powierzchni swobodnych b_2 i a_1); rozumiejmy przez p_0 ciśnienie atmosferycz-



Rys. 35.

nego powietrza, które działa na b_2, albowiem koniec B jest otwarty. Według § 37-go, ciśnienie w poziomie b_1 wynosi $p_0 + ghD$. Otrzymujemy zatem

1. $$p - p_0 = ghD$$

i to równanie służy do obliczenia różnicy $p - p_0$. Jeżeli p_0 znamy skądinąd, możemy tym sposobem zmierzyć wartość p.

Przypuśćmy, że temperatura cieczy manometrycznej pozostaje niezmienna; gęstość D (w granicach ciśnień, które zwykle manometrem mierzymy) jest niemal niezależna od h; zatem, w danej miejscowości na powierzchni ziemi, iloczyn gD po prawej stronie równania (1) jest stały i różnica $p - p_0$ jest wprost proporcjonalna do h. Dlatego bardzo często mówi się (przez skrócenie), że ciśnienia są wyrażone np. «w centymetrach, w metrach lub w milimetrach rtęci»; to znaczy, że podanie samej tylko wysokości h, odczytanej na manometrze rtęciowym, wystarcza do znalezienia wartości różnicy $p - p_0$. Podaną w takiej postaci wartość $p - p_0$ wyrażamy łatwo w dynach na cm² lub też w Gr/cm², na zasadzie równania (1), jeżeli znamy wartość g w miejscu spostrzeżeń oraz gęstość rtęci manometrycznej.

Przypuśćmy naprzykład, że rtęć manometru ma temperaturę 0° C; pod ciśnieniem atmosferycznem D wynosi wówczas 13·595 gr/cm³. Kładąc jeszcze $g = 981$ cm/sek² oraz $h = 1$ cm, otrzymujemy z (1):

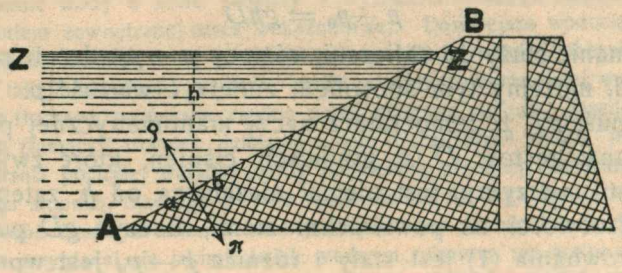
2. $$p - p_0 = 13336{\cdot}7 \text{ dyn/cm}^2 = 13{\cdot}595 \text{ Gr/cm}^2.$$

Na rys. 35-ym i w rozumowaniu powyższem przypuszczaliśmy dla określoności, że ciśnienie p jest większe niż atmosferyczne; jeżeli ono jest mniejsze niż atmosferyczne, ciecz manometryczna stoi wyżej w lewem niż w prawem ramieniu rury AB; iloczyn ghD odejmujemy wówczas od p_0, ażeby obliczyć p. Takie było pierwotnie zadanie manometrów; jak wskazuje nazwa, pochodząca od μανὸς-rzadki, manometry były początkowo przeznaczone do mierzenia zmniejszonego ciśnienia gazów rozrzedzonych; dziś nadajemy tej nazwie obszerniejsze znaczenie.

§ 40. Siły, wywierane przez ciecz na ograniczające ją ściany

Wyobraźmy sobie ciecz zawartą w zbiorniku; wywiera ona ciśnienie na ograniczające ją ściany. Przypuśćmy naprzykład, że AB (rys. 36) jest powierzchnią grobli, wstrzymującej napór wody w stawie lub jeziorze. Niechaj ab wyobraża płaski element leżący na powierzchni AB; przypuśćmy, że rozmiary tego elementu są nadzwyczaj małe w stosunku do głębokości h jego zanurzenia pod zwierciadłem ZZ wody w zbiorniku. Ciecz w równo-

wadze wywiera na element *ab* ciśnienie, skierowane normalnie do *ab* i wynoszące $p_0 + ghD$; znaczenie użytych tu liter jest nam znane z § 36-go. Rozumiejmy przez σ pole elementu *ab*;



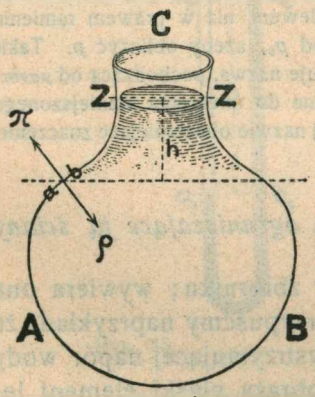
Rys. 36.

siłę π, działającą normalnie na ten element, możemy wówczas wyrazić jak następuje:

1. $$\pi = (p_0 + ghD)\,\sigma$$

Ciecz działa na ścianę *AB*, w miejscu *ab*, siłą π; ściana odpowiada równie znaczną i przeciwnie skierowaną siłą ϱ, która działa na ciecz. Całkowita siła, wywierana na ścianę *AB*, jest wypadkową bardzo wielu sił, wyrażających się podobnie jak (1), przyczem *h* ma rozmaite wartości, zależne od położenia uważanych po kolei elementów powierzchni.

W przypadku, który tu rozważaliśmy, ciecz znajduje się wyżej niż ściana, doznająca ucisku; rozumowanie nie zmienia się i wniosek pozostaje prawdziwy, gdy ciecz leży niżej niż ściana. Wyobraźmy sobie naprzykład naczynie *ABC* (rys. 37), w którem znajduje się ciecz w równowadze; w miejscu *ab* wewnętrznej powierzchni ściany naczynia siła π, wywierana przez ciecz na ścianę, jest znowu dana przez wyrażenie (1). Od poprzedniego przypadku obecny różni się tylko w tym względzie, że tutaj ciecz wywiera na ścianę, w miejscu *ab*, siłę π skierowaną ukośnie pod górę, ściana zaś odpowiada siłą ϱ idącą ukośnie ku dołowi; w poprzednim przypadku zarówno π jak ϱ były skierowane przeciwnie.



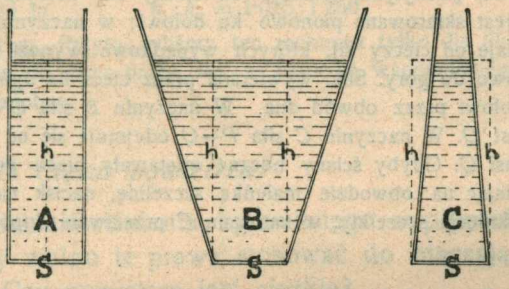
Rys. 37.

§ 41. Siła, wywierana przez ciecz na dno naczynia.

Przypuśćmy, że dno naczynia jest płaskie i leży poziomo; oznaczmy przez S pole tego dna. Załóżmy, że w naczyniu zawiera się pewna ilość cieczy w równowadze; gęstość tej cieczy oznaczamy przez D. Podobnie jak dno, swobodna powierzchnia cieczy jest poziomą płaszczyzną; zatem pionowa odległość tych płaszczyzn jest wszędzie jednakowa; niechaj nazywa się h. Jeżeli, jak dawniej, przez p_0 rozumiemy ciśnienie atmosferyczne, przez g zaś przyśpieszenie ciężkości, powiadamy, że ciecz wywiera na dno siłę P

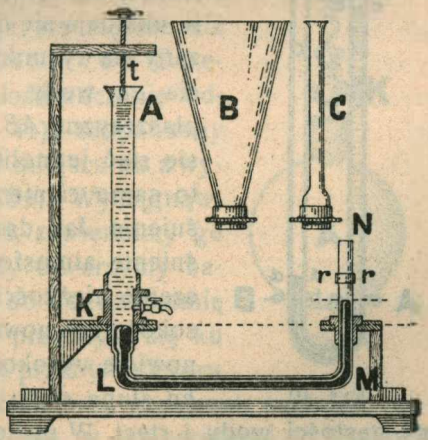
1. $$P = (p_0 + ghD)\,S$$

W formule (1) tylko h oraz S zależą od kształtu naczynia; p_0, g i D nie są wcale od tego kształtu zależne. Jeżeli więc dna trzech naczyń A, B, C (rys. 38) mają to samo pole S i jeżeli wysokość cieczy h jest w nich jednakowa, siła P, wywierana na dno, musi być we wszystkich trzech naczyniach identycznie ta sama. Twierdzenie to odkrył Pascal.



Rys. 38.

Twierdzenie Pascala sprawdzamy łatwo przy pomocy następującego przyrządu. Dnem poprzednich trzech naczyń A, B, C jest powierzchnia zetknięcia wody i rtęci w lewem ramieniu manometru $KLMN$; siłę, wywieraną przez wodę na to dno, mierzymy podniesieniem swobodnej powierzchni rtęci w prawem ramieniu. Wskazówka t pozwala ustanawiać zwierciadło wody zawsze w tym samym poziomie; pierścień rr służy do sprawdzania, czy powierzchnia rtęci w prawem ramieniu wznosi się zawsze jednakowo wysoko.



Rys. 39.

Ażeby w zupełności zrozumieć twierdzenie Pascala, powróćmy do

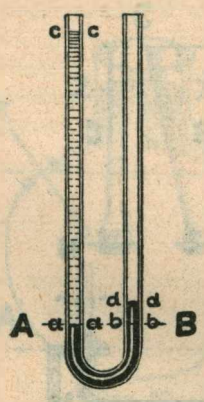
trzech naczyń *A*, *B*, *C*, przedstawionych na rys. 38-ym. Ciężar cieczy, zawartej w któremkolwiek naczyniu, wynosi gVD, jeżeli V jest objętością tej cieczy. Tylko w naczyniu *A* objętość V jest równa iloczynowi hS; w naczyniu *B* objętość V jest większa, w naczyniu *C* jest mniejsza aniżeli hS, jak to widzimy odrazu z rys. 38-go. Zatem tylko w naczyniu *A* ciężar gVD cieczy jest równy sile $ghDS$, którą ciecz pod wpływem ciężkości wywiera na dno, podług formuły (1); w naczyniu *B* ciężar gVD jest większy, w naczyniu *C* jest mniejszy, aniżeli siła $ghDS$. Taki wniosek, z twierdzenia Pascala bezpośrednio wynikający, może w pierwszej chwili wydać się niezrozumiały. Ażeby rozproszyć wszelką niejasność, wyobraźmy sobie, że naczynia *A*, *B*, *C* postawiliśmy na stole. Oprócz własnego ciężaru, każde naczynie, skoro napełnione jest cieczą, wywiera na stół siłę Q następującą:

2. $$Q = p_0 S + gVD$$

W przypadku naczynia *A* mamy więc $P = Q$. W naczyniu *B* ogół ścian bocznych, pochyłych, doznaje od cieczy sił, których wypadkowa wynosi $Q-P$ i jest skierowana pionowo ku dołowi; w naczyniu *C* ogół ścian bocznych doznaje od cieczy sił, których wypadkowa wynosi $P-Q$ i jest skierowana pionowo do góry. Siła, wywierana przez ciecz na ogół ścian bocznych, udziela się stołowi przez obwód dna. W naczyniu *B* siła $Q-P$ dodaje się do P; wynik jest Q. W naczyniu *C* siła $P-Q$ odejmuje się od P, wynik zatem znowu wynosi Q. Gdyby ściany boczne odstawały nieco gdziekolwiek od dna, pozostawiając na obwodzie maleńką szczelinę, nacisk cieczy w *B* dążyłby do przymknięcia szczeliny, w naczyniu *C* przeciwnie dopomógłby jej rozszerzeniu.

§ 42. Równowaga dwóch cieczy w naczyniach połączonych.

Wyobraźmy sobie dwa naczynia połączone, naprzykład *aacc* i *aadd* (rys. 40) i przypuśćmy, że *aacc* jest wypełnione wodą, *aadd* zaś rtęcią; przekonywamy się, że ciecze te układają się do równowagi w sposób, wskazany na rysunku. Przez powierzchnię zetknięcia *aa* wody i rtęci poprowadźmy poziomą płaszczyznę *AB*. Poniżej poziomu *AB* znajduje się rtęć jednolita; zatem w *aa* i w *bb* panuje to samo ciśnienie. Obliczmy wartość tego ciśnienia. Jak dawniej, rozumiejmy przez p_0 ciśnienie atmosferyczne oraz przez g przyśpieszenie ciężkości; przez h_1 i h_2 oznaczmy wysokości równoważących się słupów cieczy, mianowicie wysokość *ac* słupa wody oraz wysokość *bd* słupa rtęci; wreszcie przez D_1 i D_2 oznaczmy gęstości wody i rtęci. W poziomie *AB* ciśnienie wynosi:



Rys. 40.

1. w *aa*: $p_0 + gh_1D_1$; w *bb*: $p_0 + gh_2D_2$

Ponieważ te wartości są sobie równe, przeto

2. $h_1 D_1 = h_2 D_2$ lub $h_1 : h_2 = D_2 : D_1$

Wysokości słupów cieczy, równoważących się ze sobą w naczyniach połączonych, są odwrotnie proporcjonalne do gęstości cieczy.

Do opisanego tu doświadczenia możemy użyć np. wody i oliwy lub wody i nafty; polegając na twierdzeniu (2), możemy znaleźć tym sposobem stosunek gęstości oliwy lub nafty do gęstości wody; ale taką metodę możemy zastosować tylko do cieczy, które nie mieszają się z wodą.

Poziom wód Morza Martwego leży o 396 m niżej niż poziom Morza Śródziemnego; gęstość wody Morza Martwego, jak wiadomo bardzo słonej, wynosi 1·25 gr/cm³; gęstość wody Morza Śródziemnego jest 1·025 gr/cm³. Przypuśćmy na chwilę, że obadwa morza łączą się podziemnie kanałem, leżącym o h_1 pod zwierciadłem wód Morza Martwego, o h_2 pod zwierciadłem Morza Śródziemnego. Mamy

3. $h_2 - h_1 = 396$ m ; $h_1 : h_2 = 1{\cdot}025 : 1{\cdot}250$

skąd: $h_2 = 2200$ m, $h_1 = 1804$ m. Przytoczyliśmy ten rachunek tylko dla ilustracji twierdzenia (2); rozumie się samo przez się, że istnienie wspomnianego kanału jest zgoła nieprawdopodobne.

§ 43. *Ciężar powietrza.*

Znamy już prawa działania ciśnienia, sprawianego w płynach przez siłę ciężkości. Czy wolno te prawa stosować do otaczającego ziemię powietrza? Czy powietrze jest ciężkie?

Ażeby odpowiedzieć na to pytanie, Galileusz do sporego szklanego naczynia wtłacza tyle powietrza, że «można niem byłoby napełnić dwa lub trzy podobne balony»; umieszczone na wadze, to naczynie okazuje się cięższe niż wówczas, gdy było otwarte. Otto von Guericke w r. 1650 wykonywa doświadczenie odwrotne: balon szlany A (rys. 41), zaopatrzony w kurek K, możemy połączyć w miejscu aa z wylotem pompy pneumatycznej (§ 54). Wyciągnąwszy powietrze, zamykamy balon, zawieszamy go na wadze i równoważymy; gdy otworzymy balon, powietrze wpada świszcząc do wnętrza; ramię wagi, u którego balon A wisi, przechyla się ku dołowi, jak gdyby w tym balonie przybyło ciężaru.

Rys. 41.

Wiadomo jest dzisiaj, że sześcienny centymetr suchego, czystego powietrza, znajdującego się w temperaturze 0° C i pod ciśnieniem atmosferycznem normalnem, posiada masę 0·001293 gr.

W temperaturze 15° C ciężar litra powietrza wynosi 1·225 Gr; do powtórzenia doświadczenia Guericke'go wystarcza więc zwykła waga, jeżeli balon ma objętość kilku litrów. Czy jednak to doświadczenie istotnie dowodzi, że powietrze jest ciężkie? Dopiero w § 46-ym usuniemy wszelką w tym względzie wątpliwość.

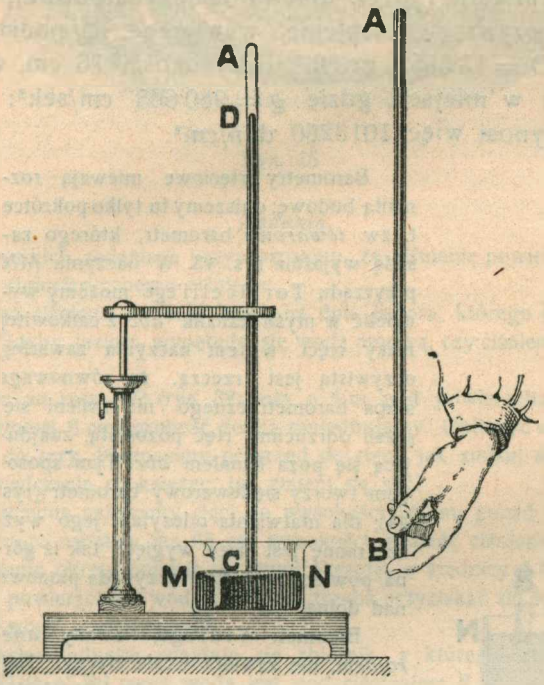
§ 44. Horror Vacui. Torricelli. Barometr rtęciowy.

W średniowiecznych szkołach uczono, że niema próżni w przyrodzie i że być jej nie może; według scholastycznej filozofji *Natura horret Vacuum*, przyroda próżni nie znosi i zawsze temu potrafi przeszkodzić, by ona gdziekolwiek powstała.

Jak wiemy z tomu I-go tej książki, Galileusz zdruzgotał, jedno po drugiem, twierdzenia scholastycznej dynamiki. Względem nauki o *Horror Vacui* zachował się inaczej; napozór ją przyjmując, z ukrytą ironją tłumaczy w *Discorsi*, jak można zmierzyć opór próżni, *Resistenza del Vacuo*. Galileusz przytacza spostrzeżenie, którego mu udzielił pewien dozorca robót studziennych: chociażby tłok pompy przylegał jaknajszczelniej do ścian, nie pociąga on wody «ani o włos wyżej niż 18 łokci». Ciśnienie słupa wody, mającego 18 łokci (czyli 1033 cm) wysokości, taka jest, według Galileusza, ścisła, ilościowa miara «wstrętu przyrody do próżni». Pozornie przyjmując zasadę tego wstrętu, Galileusz w rzeczy samej ją obala; istotnie, według tej nauki, próżni nie można wytworzyć żadnym sposobem, albowiem «opór próżni» jest nieskończony.

Uwaga florenckiego studniarza była trafna; najlepsza pompa nie może podnieść wody ponad pewną wysokość. Spróbujmy przekonać się o tem. Posługując się wodą, musielibyśmy badać wznoszenie się tej cieczy w rurze wysokości przeszło 10-metrowej; lecz istnieją przecież ciecze gęstsze niż woda. W temperaturach pokojowych rtęć jest około 13·6 razy gęstsza niż woda; możemy przekonać się łatwo, że ssące działanie pompy tłokowe nie może podnieść rtęci ponad wysokość mniej więcej 76 cm; iloraz 1033 przez 13·6 wynosi istotnie około 76. Pomysł takiego doświadczenia nasuwał się czytelnikowi dialogów Galileusza; w prostszej jeszcze postaci wykonał je w r. 1643 młody wówczas uczony Ev. Torricelli, z którym, we wspólnej pracy, ostatnie trzy miesiące życia spędził Galileusz. Wyobraźmy sobie rurę *AB* (rys. 42), zamkniętą w *A*, otwartą w *B*; długość tej rury niechaj wynosi około metra. Napełniamy rurę rtęcią suchą i czy-

stą, poczem, zamknąwszy otwór *B* palcem, zanurzamy go pod poziom rtęci *MN* w otwartem płaskiem naczyniu. Rtęć opada wówczas w rurze *AB*; wysokość słupa *CD*, wznoszącego się ponad poziomem *MN*, wynosi około 76 cm. Część *AD* rury jest próżna; jeżeli doświadczenie wykonano starannie, powietrza w *AD* niema; znajduje się tam mała ilość pary rtęciowej, której obecność możemy zaniedbać.



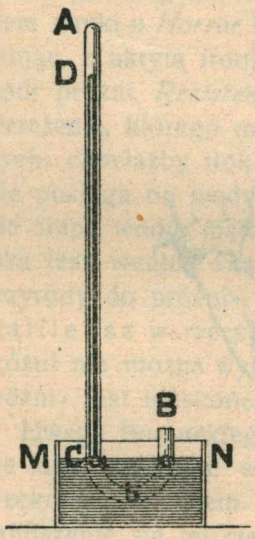
Rys. 42.

Przyrząd Torricelli'ego nazywamy dziś *barometrem rtęciowym*; jego teorja jest prosta. Oznaczmy przez *g* przyśpieszenie ciężkości w miejscu spostrzeżeń, przez *D* gęstość rtęci, przez *h* wysokość słupa rtęci, wzniesionego w rurze barometru ponad poziomem rtęci w otwartem naczyniu. Ciśnienie rtęci wewnątrz rury, w poziomie *MN*, wynosi *ghD* według §§ 36 i 37-go; ciśnienie atmosferycznego powietrza na powierzchnię *MN* wynosi zatem również *ghD*. Jeżeli temperatura rtęci jest stała, iloczyn *gD*, w danej miejscowości, pozostaje niezmienny (por. § 39); ciśnienie atmosferyczne jest wówczas proporcjonalne do wyso-

kości h; dlatego wyrażamy je często «w centymetrach lub milimetrach rtęci». Przypuśćmy $h = 76$ cm oraz dalej $g = 981$ cm/sek²; wreszcie $D = 13{\cdot}595$ gr/cm³ (w 0° C); otrzymujemy

1. $$ghD = 1013590 \text{ dyn/cm}^2 = 1033{\cdot}22 \text{ Gr/cm}^2$$

Odpowiadające wysokości $h = 76$ cm ciśnienie atmosferyczne nazywa się *normalnem*; wynosi ono, jak widzimy, przeszło 1 Kg/cm². Według zawartej w 1901 r. umowy międzynarodowej, *atmosferą normalną* nazywa się ciśnienie, wywierane na podstawę przez słup rtęci ($D = 13{\cdot}5952$ gr/cm³) o wysokości 76 cm, w temperaturze 0° C i w miejscu, gdzie $g = 980{\cdot}665$ cm/sek²; atmosfera normalna wynosi więc 1013260 dyn/cm².

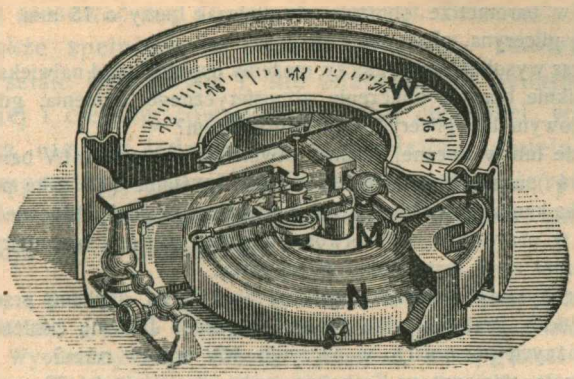


Rys. 43.

Barometry rtęciowe miewają rozmaitą budowę; opiszemy tu tylko pokrótce t. zw. *lewarowy* barometr, którego zasadę wyjaśnia rys. 43. W naczyniu *MN* przyrządu Torricelli'ego możemy wydzielić w myśli kanalik *abc* z całkowitej masy rtęci w tem naczyniu zawartej; oczywistą jest rzeczą, że równowaga słupa barometrycznego nie zmieni się, jeżeli odrzucimy rtęć pozostałą, znajdującą się poza kanałem *abc*. Tym sposobem tworzy się lewarowy barometr (rys. 44); dla ułatwienia odczytań, jego wyższe ramię jest nieco wygięte, tak iż górna powierzchnia rtęci przypada pionowo nad dolną.

Rys. 44.

Barometr Vidi'ego, zwany *aneroidem*, nie zawiera wcale cieczy. Najważniejszą częścią aneroidu jest płaskie metalowe naczyńko N (rys. 45), którego górne denko, bardzo cienkie, jest falisto zmarszczone, skutkiem czego wygina i wydyma się łatwo pod działaniem ciśnień stosunkowo nieznacznych. Przed zamknięciem naczyńka N wyciągnięto z niego powietrze; ażeby ciśnienie zewnętrzne (atmosferyczne) nie wgniotło denka, połączono je w miejscu M z silną sprężyną P, która je utrzymuje w położeniu mniej więcej pierwotnem. Gdy ciśnienie atmosferyczne wzrasta, denko zaklęsa ku dołowi, środek jego M obniża się; gdy to ciśnienie maleje, denko wydyma się ku górze, środek jego M podnosi się. Ruchy te naogół są drobne, ale układ sprężyn i dźwigni, których grę objaśnia rys. 45, powiększa te ruchy i przenosi je na wskazówkę W; ta wskazówka waha się przed skalą kołową, której podziałki ustanowiono, porównywając stan aneroidu ze wskazaniami rtęciowego barometru.



Rys. 45

Zadania.

We wszystkich zadaniach przypuszczamy, że ciśnienie powietrza jest równe normalnemu atmosferycznemu ciśnieniu.

1. Jakiego ciśnienia doznaje nurek na dnie jeziora, którego głębokość wynosi 15 m? Gdyby jezioro wypełniło się wodą morską, czy ciśnienie u dna zmieniłoby się?

2. Denko *aa* rury *RR* (rys. 32) leży o 3 m pod powierzchnią wody; średnica rury wynosi 6 cm; grubość denka zaniedbujemy. Obliczyć siłę, która przyciska denko do rury. Przenosimy przyrząd do rtęci; jak zmieni się siła? Przenosimy doświadczenie na księżyc; jak zmieni się siła?

3. Do naczynia nalewamy rtęci do wysokości 55 cm; ponad rtęć nalewamy alkoholu, którego warstwa ma 65 cm wysokości; znaleźć ciśnienie na dnie.

4. W ścianie okrętu pojawił się otwór okrągły, o średnicy 5 mm, zanurzony o 14 m pod powierzchnią wody. Jaką siłą trzeba przyciskać do ściany deseczkę, ażeby napór wody powstrzymać?

5. Na dachu budynku znajduje się zbiornik, z którego woda płynie rurą ku dołowi; gdzie w tej rurze woda jest pod ciśnieniem 2 atmosfer?

6. Gdy gaz w zbiorniku *G* (rys. 35) wywiera ciśnienie 2·5 atm., jak stoją wówczas powierzchnie rtęci w manometrze *AB*? Obliczyć w dynach na cm^2 ciśnienie gazu w *G*, gdy powierzchnia a_1 stoi o 30 cm wyżej niż b_1. Ciśnienie gazu w *G* wynosi 101 cm rtęci; jak stać będzie gliceryna w połączonym z *G* manometrze; gęstość tej cieczy jest 1·26 gr/cm^3.

7. W rurze kształtu U (rys. 40), o poprzecznem przecięciu wszędzie jednakowem, znajduje się woda; do lewego ramienia dolewamy oliwy, gęstości 0·8 gr/cm^3. Ile trzeba dolać oliwy, ażeby woda w prawem ramieniu podniosła się o 1 cm?

8. Sala ma 8 m długości, 7 m szerokości, 4·5 m wysokości; ile w 15° C waży zawarte w tej sali powietrze?

9. Barometr rtęciowy w 0° C wskazuje ciśnienie 747 mm. Obliczyć ciśnienie powietrza w dynach na cm^2 i w Gr/cm^2. Jak musiałby stać przy takiem ciśnieniu barometr glicerynowy?

10. Rtęć w barometrze obniżyła się podczas burzy o 15 mm; jak byłaby zachowała się gliceryna, oliwa lub nafta?

11. Mierząc wysokość słupa cieczy, możemy popełnić błąd największy 0·2 mm; jaki stąd wyniknie błąd w obliczeniu atmosferycznego ciśnienia, gdy posługujemy się rtęciowym lub glicerynowym barometrem?

12. W dnie lub w bocznej ściance otwartego naczynia *MN* barometru rtęciowego (rys. 42) uczyniliśmy maleńki otwór; co stanie się? jaką postać przybierze cieniutka kauczukowa błonka, którą otwór zamykamy? Odpowiedzieć na te same pytania w przypadku, gdy otwór zrobiliśmy w rurce barometrycznej, poniżej powierzchni rtęci, wzniesionej w tej rurce.

13. Chcąc wykonać doświadczenie Torricelli'ego, użyliśmy przez pomyłkę rury zbyt krótkiej, mającej tylko 70 cm długości. Jakiemu ciśnieniu poddana jest rtęć w różnych poziomach, w naczyniu *MN* oraz w rurce?

14. Barometr rtęciowy w Krakowie wskazuje ciśnienie 76 cm; gdyby to samo atmosferyczne ciśnienie i ta sama temperatura panowały w Warszawie, we Lwowie, w Poznaniu i w Wilnie, jakie dostrzegalibyśmy wysokości barometryczne w tych miejscowościach? por. § 65 tomu I-go.

§ 45. Ciśnienie powietrza zależy od wzniesienia.

Dowiedziawszy się o doświadczeniach Torricelli'ego, Pascal postanowił przekonać się, czy «wysokość rtęci wzniesionej w rurze jest jednakowa u podnóża i u szczytu góry, mającej 500 lub 600 sążni wysokości. Jeżeli okaże się» dodaje, «że w tem drugiem miejscu wysokość jest mniejsza niż w pierwszem, wypadnie stąd wnosić, że tylko ciężar i ciśnienie powietrza, nie zaś obawa próżni, jest przyczyną podniesienia rtęci w rurze przyrządu». Próba taka została przedsięwzięta na górze Puy-de-Dôme we Francji (1648). W miejscowości, leżącej u stóp góry, wysokość słupa barometrycznego wynosiła 712 mm; w innej, wzniesionej o 975 m ponad pierwszą, spostrzeżono tylko 627 mm.

Zawiadomiony o tym wyniku, który zgadzał się z jego oczekiwaniem, Pascal wykonał podobne doświadczenie w mniejszej skali, na wieży kościelnej; umieściwszy barometr rtęciowy o 48 m ponad powierzchnią ziemi, dostrzegł obniżenie się słupa o 5 mm. Jeżeli umiemy zmierzyć dokładnie wysokość rtęciowego barometru, możemy powtórzyć to doświadczenie w jakimbądź kilkopiętrowym budynku; gdy wznosimy się o 10·5 m, niedaleko od powierzchni ziemi, przekonywamy się, że ciśnienie powietrza maleje mniej więcej o 1 mm rtęci. Czuły aneroid nadaje się jeszcze lepiej do takiego doświadczenia.

Dlaczego dostrzegamy coraz mniejsze w powietrzu ciśnienia, gdy wznosimy się w niem ku górze? Powietrze jest płynem ciężkim (§ 43); gdyby zatem założenia § 36-go były spełnione w atmosferze ziemskiej, prawa, znalezione w tym artykule, po-

winnyby stosować się do jej równowagi. Założenia § 36-go nie są jednakże spełnione w atmosferze ziemi. Powietrze nie jest płynem ściśle jednolitym i nie znajduje się bynajmniej w mechanicznej i cieplnej równowadze; pole ciężkości, w którem ono przebywa, nie jest jednorodne. W powietrzu istnieją zawsze różnice temperatury, rodzą się w niem nieustannie prądy i wiry; z tych i z innych powodów wynikają zaburzenia; prawa § 36-go nie stosują się w atmosferze.

Wiemy z § 43-go, że gęstość powietrza w 0° C, pod ciśnieniem 1 atm., wynosi 0·001293 gr/cm³; tę (t. zw. *normalną*) gęstość powietrza oznaczamy przez d_0. Wyobraźmy sobie atmosferę *fikcyjną*, której gęstość wynosiłaby d_0 w każdej wysokości; nazwijmy ją atmosferą *jednolitą*. Powtarzamy, że atmosfera jednolita jest dziełem wyobraźni; rzeczywista atmosfera ziemska bynajmniej nie jest jednolita. Gdyby atmosfera jednolita istniała i gdyby sprawiała na powierzchni ziemi ciśnienie atmosferyczne normalne, musiałaby mieć pewną wysokość H. Ażeby H znaleźć, przypuśćmy, że pole ciężkości jest jednorodne. Rozumiejąc przez D gęstość rtęci w 0° C, przez h wysokość normalną słupa barometrycznego, mamy

1. $$gHd_0 = ghD$$

Kładąc

2. $$h = 76 \text{ cm} \quad ; \quad D = 13{\cdot}595 \text{ gr/cm}^3 \quad ; \quad d_0 = 0{\cdot}001293 \text{ gr/cm}^3$$

znajdujemy zatem

3. $$H = 7991 \text{ m}$$

Wynik ten sam przez się wystarczałby do wykazania (gdybyśmy mogli żywić jakąkolwiek w tym względzie wątpliwość), że atmosfera ziemska jest zgoła niejednolita. Mount Everest, najwyższa góra na ziemi, ma przeszło 8 km wysokości; niektóre chmury (t. zw. *lodowe*) unoszą się średnio na wysokości 9 km; Tissandier, Glaisher, Berson i inni wznosili się do wysokości, dochodzących 15 km; atmosfera naszej planety sięga znacznie wyżej aniżeli 7991 m.

Przypuśćmy, że wznosimy się w powietrzu o a i że słup rtęciowego barometru obniża się wówczas o b. Gdyby atmosfera była jednolita, między a i b zachodziłby związek

4. $$a : b = D : d_0 = H : h$$

należałoby zatem wznieść się o 10·5 m (jak powiedzieliśmy), ażeby dostrzec obniżenie słupa barometru o 1 mm. W pobliżu powierzchni ziemi, jak wiemy, wniosek ten sprawdza się; gdy od tej powierzchni oddalimy się znacznie, ciśnienie zmniejsza się powolniej niż wynikałoby z formuły (4).

Na powierzchni ziemi ciąży potężny ocean powietrza; wyobraźmy sobie, że zastąpiliśmy go przez ocean rtęci lub przez ocean wody. Jeżeli ocean rtęci ma sprawiać na powierzchni ziemi obecne, normalne atmosferyczne ciśnienie, musiałby być płytki; jego głębokość wynosiłaby 76 cm; ocean wodny (w tem samem założeniu) miałby 1033 cm głębokości. Wyobraźmy sobie, że oziębiliśmy atmosferę ziemską do —200° C; powietrze skropliłoby się wówczas, jak zoba-

czymy w późniejszym rozdziale i utworzyłoby warstwę cieczy o głębokości 10·7 m; u szczytu tej warstwy pływałby tlen ciekły, który zajmowałby około piątej części objętości warstwy.

Uważając ziemię naszą za kulę, powiadamy, że jej całkowita powierzchnia wynosi $16 \times 10^{18} / 3{\cdot}14$ czyli $5{\cdot}093 \times 10^{18}$ cm². Ponieważ ciśnienie atmosferyczne normalne jest $= 1033{\cdot}22$ Gr/cm², zatem całkowity ciężar oceanu powietrza powinienby wynosić $5{\cdot}26 \times 10^{21}$ Gr; masa tego oceanu powinnaby wynosić tyleż gramów, nieco mniej niż miljonową część masy naszej planety (tom I, § 66). W istocie jednak masa atmosfery ziemskiej est, mniej więcej o jednę szóstą część, większa niż wartość przed chwilą podana.

Zadania.

1. Obserwujemy stan barometru glicerynowego i naftowego w pobliżu powierzchni ziemi. O ile opada słup gliceryny, gdy wznosimy się o 20 m pionowo do góry? o ile wznieśliśmy się, jeśli słup nafty opadł o 25 mm?

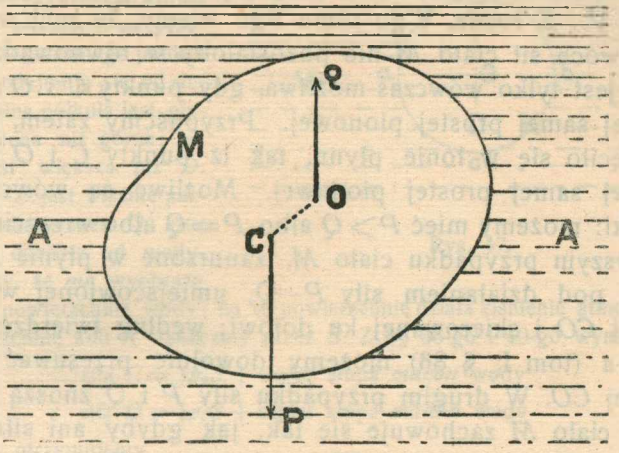
2. Przypuśćmy, że atmosfera ziemska składa się z bezwodnika węglowego i że panuje w niej, przy powierzchni ziemi, obecne normalne atmosferyczne ciśnienie. Gęstość bezwodnika węglowego w 0° C, pod ciśnieniem 1 atm., jest 0·001965 gr/cm³. Jaka byłaby wówczas wysokość H atmosfery jednolitej? Wznosząc się o 1, 2 lub 3 m do góry, w pobliżu powierzchni ziemi i obserwując stan rtęciowego barometru, co dostrzegalibyśmy?

§ 46. Twierdzenie Archimedesa.

O Archimedesie opowiadają, że słynne swe hydrostatyczne twierdzenie odgadł w kąpieli, rozmyślając nad parciem, którego od wody doznawało jego własne ciało. Czy opowiadanie to jest czy nie jest prawdziwe (ludzie zawsze lubili ważniejsze wydarzenia przystrajać bajeczkami), wskazuje ono prosty sposób przekonania się o tem, że t. zw. *parcie hydrostatyczne* rzeczywiście istnieje. Wiemy, że zanurzone w wodzie ręce i nogi wydają się niezwykle lekkie i ruchliwe. Jakże mamy fakt ten rozumieć?

Przypuśćmy, że ciało M stałe, ciężkie, jest całkowicie zanurzone w płynie ciężkim A (rys. 46); przypuśćmy, że ciało i płyn znajdują się w mechanicznej i cieplnej równowadze. Jakie siły działają na ciało? (1) działa na nie własny ciała ciężar, który oznaczmy przez P; siła ta jest przyłożona do środka ciężkości C ciała M (tom I, § 100) i kieruje się pionowo ku dołowi (2) na powierzchnię całkowicie zanurzonego ciała M działają nadto ciśnienia, wywierane przez otaczający płyn A; przypuśćmy naprzykład, że w różnych punktach tej powierzchni działają ciśnienia p_1, p_2, ... Zapytujemy, czy, razem wzięte, ciśnienia te p_1, p_2, ...

wytwarzają jakąś *jednę* wypadkową Q? Jeżeli ją wytwarzają, jaka jest jej wartość? jaki kierunek? do którego punktu ciała jest przyłożona? Zdawałoby się, że niełatwo odpowiedzieć na te pytania; tymczasem Archimedes rozstrzyga je w sposób wy-



Rys. 46.

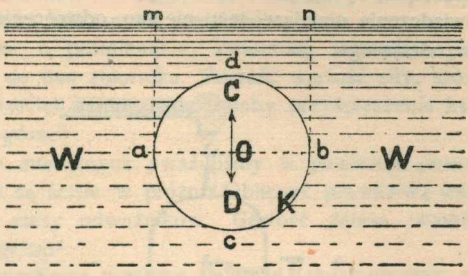
tworny i prosty. Wyobraźmy sobie, powiada, że usunęliśmy ciało M i że całą jego objętość V zajął płyn A. Ciśnienia $p_1, p_2, \ldots$. będą wówczas wywierane na masę płynu A, wprowadzoną do objętości V; w ich wartościach, kierunkach i miejscach przyłożenia nie zmieni się nic, albowiem otaczający płyn A pozostał ten sam. Uważajmy teraz masę płynną, którą wprowadziliśmy do objętości V; pozostaje ona pod działaniem (1) własnego ciężaru, przypuśćmy R, przyłożonego do środka ciężkości O_1 tej masy i skierowanego pionowo ku dołowi (2) wymienionych przed chwilą ciśnień $p_1, p_2, \ldots$. sprawianych przez płyn otaczający. Lecz gdyby całą objętość V wypełniała pewna masa tego samego płynu A, który znajduje się wszędzie dokoła, pozostawałaby ona z pewnością w równowadze; zatem ogół ciśnień $p_1, p_2, \ldots$. musi równoważyć się z siłą R; innemi słowy, ten ogół ciśnień wytwarza pewną wypadkową Q, równą sile R, przyłożoną do środka ciężkości O (masy płynnej, wypełniającej objętość V) i skierowaną pionowo do góry. Powróćmy teraz do pierwotnego założenia, iż objętość V zajmuje nie płyn A, lecz obce ciało M, zanurzone w tym płynie. Widzimy, że ciało M pozostaje pod dzia-

łaniem dwóch sił P i Q; obiedwie są umiejscowione w prostych pionowych, ale kierunki ich działania są przeciwne, punkty zaś przyłożenia są niejednakowe: P działa ku dołowi i jest przyłożona do środka ciężkości ciała M, Q działa ku górze i jest przyłożona do środka ciężkości O masy płynu A, która wypełniałaby objętość V. Z rozdz. V-go tomu I-go wiemy, że pod wpływem takich dwóch sił ciało M nie pozostałoby w równowadze; równowaga jest tylko wówczas możliwa, gdy punkty C i O znajdują się na tej samej prostej pionowej. Przypuśćmy zatem, że ciało M wykręciło się w łonie płynu, tak iż punkty C i O znalazły się na tej samej prostej pionowej. Możliwe są wówczas trzy przypadki: możemy mieć $P>Q$ albo $P=Q$ albo wreszcie $P<Q$. W pierwszym przypadku ciało M, zanurzone w płynie A, znajduje się pod działaniem siły $P-Q$, umiejscowionej w prostej pionowej CO i skierowanej ku dołowi; według twierdzenia Varignona (tom I, § 86) możemy dowolnie przesuwać tę siłę w prostej CO. W drugim przypadku siły P i Q znoszą się wzajemnie; ciało M zachowuje się tak, jak gdyby ani siła P, ani siła Q nie działała na nie. W trzecim przypadku ciało M znajduje się pod wpływem siły $Q-P$, umiejscowionej w prostej pionowej CO i skierowanej ku górze; według powołanego twierdzenia możemy dowolnie przesuwać tę siłę w prostej CO. Siłę Q nazywamy *parciem hydrostatycznem.*

Streszczamy się w twierdzeniu następującem. Przypuśćmy, że ciało stałe i ciężkie M jest całkowicie zanurzone w płynie ciężkim A i że ciało i płyn są w zupełnej równowadze. Na ciało M działa wówczas wypadkowa dwóch sił: (1) ciężaru P ciała, przyłożonego do jego środka ciężkości C i skierowanego pionowo ku dołowi (2) parcia hydrostatycznego Q, przyłożonego do środka ciężkości O masy płynu A, która zajmowałaby objętość ciała M i skierowanego pionowo ku górze; to parcie Q równa się ciężarowi przed chwilą wymienionej masy płynu A, która zajmowałaby objętość ciała M. Środek C i środek O przypadają na tej samej prostej pionowej; wypadkowa sił P i Q jest więc równa bezwzględnej wartości różnicy $P-Q$ i (jeżeli od zera jest różna) kieruje się w stronę siły przeważającej.

Wyobraźmy sobie kulę K zanurzoną w wodzie W (rys. 47); przypuśćmy, że ab jest poziomem przecięciem tej kuli, przechodzącem przez jej środek O. Koło ab dzieli powierzchnię kuli K na półkulę dolną acb i górną adb. Ciśnienia, wywierane przez wodę W na dolną półkulę acb, kierują się mniej lub wię-

cej ku górze i w środku O kuli dają wypadkową C, zwróconą pionowo ku górze. Ciśnienia, sprawiane przez wodę na górną półkulę *adb* kierują się mniej lub więcej ku dołowi i w środku O kuli tworzą wypadkową D, zwróconą pionowo ku dołowi. Wypadkowe C i D mają wprost przeciwne kierunki i są przyłożone do tego samego punktu O; zatem odejmują się od siebie. Ale dolna półkula jest głębiej zanurzona niż górna; zatem C jest większa niż D. Różnica $C-D$ jest właśnie parciem hydrostatycznem Q, którego kula doznaje od wody. Przypuśćmy, że *mn* wyobraża swobodną powierzchnię wody; na tę powierzchnię działa ciśnienie atmosferyczne p_0. Powierzchnię kuli K oznaczmy przez S. Z §§ 36-go i 40-go wynika, że



Rys. 47.

1. siła $C = \frac{1}{2}p_0S +$ ciężar słupa *macbn* wody

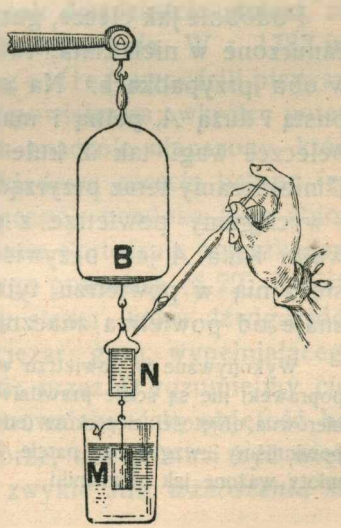
2. siła $D = \frac{1}{2}p_0S +$ ciężar słupa *madbn* wody

Odejmując, otrzymujemy

3. $Q = C - D =$ ciężarowi kuli *acbd* wody,

co w uważanym przypadku wyraża twierdzenie Archimedesa.

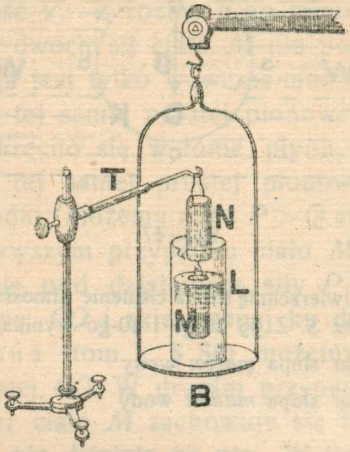
Następujące doświadczenie służy zwykle do objaśnienia tego twierdzenia. Pod szalką B wagi (rys. 48) zamieszczamy naczyńko N oraz walec pełny M, który mieści się dokładnie w naczyńku N i wypełnia całkowicie jego pojemność. Umieszczając stosowną tarę na przeciwległej szalce wagi, równoważymy w powietrzu ciała N i M. Gdy teraz walec M zanurza się w wodzie, widzimy, że szalka B idzie do góry; przywracamy równowagę, gdy napełnimy naczyńko N wodą, jak pokazano na rysunku.



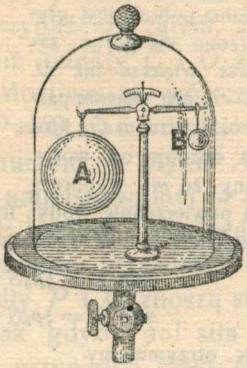
Rys. 48.

Ciało M, zanurzone w płynie A, doznaje od niego siły Q, skierowanej pionowo ku górze. Odwołując się do trzeciej zasady dynamiki (tom I, §§ 34. 36 i 37), wyprowadzamy stąd wniosek, że płyn A musi jednocześnie doznawać, od zanurzonego ciała M, siły również Q, skierowanej pionowo ku dołowi. Przekonajmy się, czy ten wniosek jest prawdziwy. Na szalce B wagi (rys. 49) równoważymy naczynie L, zawierające pewną ilość wody. Zanurzamy teraz do wody walec M, zawieszony na osobnym postumencie T i nie

dotykający szalki ani wagi; dostrzegamy, że szalka *B* porusza się ku dołowi. Odbierając naczyniu *L* tyle wody, ile mieści się w naczyńku *N* (którego pojemność, jak wyżej, jest równa objętości walca *M*), przywracamy równowagę. Doświadczenie niniejsze jest niejako odwróceniem, a zarazem uzupełnieniem poprzedzającego.



Rys. 49.



Rys. 50.

Podobnie jak ciecze, gazy wywierają parcie hydrostatyczne na zanurzone w nich ciała; twierdzenie Archimedesa stosuje się w obu przypadkach. Na małej wadze zawieszamy dwie kule, pustą i dużą *A*, pełną i małą *B* (rys. 50). Kulę *B* posuwamy po beleczce wagi, tak iż kule równoważą się ze sobą w powietrzu. Umieszczamy teraz przyrząd pod dzwonem pompy pneumatycznej i wyciągamy powietrze z pod dzwonu; kula *A* wówczas przeważa. Kula *A* jest oczywiście cięższa niż kula *B* i równoważyła się z nią w powietrzu tylko dlatego, iż, jako rozleglejsza, doznaje od powietrza znaczniejszego hydrostatycznego parcia.

Wykonywane w powietrzu ważenia dają zatem wyniki, które (bez pewnych poprawek) nie są ściśle prawdziwe; objętość ważonego przedmiotu bywa zwykle nierówna objętości ciężarków (odważników). Ażeby otrzymać wynik poprawny, powinniśmy uwzględniać parcie, którego od powietrza doznają zarówno przedmioty ważone jak odważniki.

Zadania.

1. Na szalce wagi umieszczamy *obok* siebie: naczynie, zawierające wodę i kawałek mosiądzu; ciała te równoważymy tarą na przeciwległej szalce. Jeżeli przeniesiemy mosiądz do wnętrza wody, czy naruszymy przez to równowagę? Wytłumaczyć, dlaczego równowaga trwa nieprzerwanie.

2. Sześcian korkowy jest przyklejony do sześcianu ołowianego; zanurzone w wodzie, nie mają one tonąć ani wypływać ku powierzchni. Znając gęstość ołowiu (11·4 gr/cm³) oraz gęstość korka (0·24 gr/cm³), obliczyć, w jakim stosunku powinny pozostawać krawędzi uważanych sześcianów.

3. Sporządzona z korka kula, o promieniu r, zanurzona w wodzie, jest przytwierdzona zapomocą sznura do dna zbiornika. Znaleźć wartość siły, która wypręża ten sznur. Gdybyśmy przecięli sznur, jakie byłoby przyśpieszenie kuli w pierwszej chwili jej ruchu ku górze?

4. Przy pomocy odważników mosiężnych zważyliśmy w powietrzu pewną ilość żelaza; wiemy, że odważniki są ścisłe w próżni. Obliczyć prawdziwą wartość stosunku masy żelaza do masy odważników. Gęstość żelaza wynosi 7·5 gr/cm³, gęstość mosiądzu 8·4 gr/cm³.

5. Ważymy w powietrzu kauczukową powłokę balonika tak zgniecioną, że jej objętość jest bardzo mała; następnie wypełniamy balonik atmosferycznem powietrzem i ważymy w powietrzu powtórnie. Czy znajdziemy różnicę ciężaru?

6. Na dno jeziora chcemy opuścić żelazny dzwon, kształtu półkuli; zanurzamy go brzegiem (równikiem) na dół, tak iż powietrze nie uchodzi. Oznaczamy przez r wewnętrzny promień dzwonu, przez x grubość jego ścian, przez s ciężar właściwy żelaza. Jeżeli dzwon ma tonąć, jaki warunek powinien spełniać stosunek x/r?

§ 47. *O balonach.*

Twierdzenie Archimedesa znalazło piękne zastosowanie w wynalazku balonów; upłynęło jednak dwadzieścia stuleci, zanim zauważono możliwość takiego zastosowania. W r. 1783-im, w Annonay we Francji, bracia Montgolfier wypuścili pierwszy balon, napełniony dymem i gorącem powietrzem; wkrótce potem Charles w Paryżu zbudował balon znacznie ulepszony, który napełnił wodorem. Najważniejszą składową częścią balonu jest zbiornik gazu (zwykle gazu oświetlającego); powłoką tego zbiornika, o ile podobna najlżejsza, powinna skutecznie przeszkadzać wzajemnej dyfuzji gazu i zewnętrznego powietrza (§ 22). Kulisty lub podłużny zbiornik jest otoczony siatką, która dźwiga łódź balonu. Oznaczmy przez P łączny ciężar: gazu, wypełniającego zbiornik, dalej powłoki, siatki i łodzi; przez Q rozumiejmy ciężar takiej ilości powietrza, jaka zajmowałaby całą objętość balonu. Ażeby balon wznosił się ku górze, siła Q musi być większa niż P; różnicę $Q-P$ nazywamy zwykle *siłą wznoszenia się* balonu.

W 0° C, pod ciśnieniem atmosferycznem normalnem, 1 m³ powietrza waży, jak wiadomo, 1·293 Kg; w tych samych warunkach 1 m³ wodoru waży 0·09 Kg, 1 m³ gazu oświetlającego waży od 0·4 do 0·8 Kg, zależnie od sposobu przyrządzenia i składu gazu. Pomijając zatem ciężar powłoki, siatki i łodzi, otrzy-

mujemy następującą górną granicę siły wznoszenia się, oczywiście nieosiągalną: dla balonu, wypełnionego wodorem: 1·2 Kg na każdy m^3 objętości; dla balonu, wypełnionego gazem oświetlającym: od 0·5 do 0·9 Kg na każdy m^3 objętości.

Przypuśćmy, że w dolnych warstwach atmosfery balon wznosi się ku górze; warunek $Q>P$ jest więc spełniony. Gdy balon przenika do warstw wyższych, gdzie powietrze jest rzadsze, Q zmniejsza się, balon zaczyna opadać. Przypuśćmy, że aeronauta wyrzucił balast; P zmniejszyła się, siła wznoszenia się wzrosła natychmiast. Skutkiem postępu dyfuzji, część ilości gazu zawartego w zbiorniku uszła nazewnątrz, pewna zaś ilość powietrza przeniknęła nawewnątrz; ciężar P zwiększył się, siła wznoszenia się balonu zmalała.

Zadania.

1. Ciężar balonu (wraz z łodzią) wynosi 55 Kg; objętość balonu wynosi 120 m^3; wypełniono go gazem o gęstości trzy razy mniejszej niż gęstość powietrza. Obliczyć siłę wznoszenia się balonu.

2. Napełniony wodorem balon kulisty trzymamy na uwięzi przy pomocy sznurka. Średnica balonu wynosi 60 cm; średnica sznurka jest 2 mm; ciężar powłoki i sznurka zaniedbujemy. Obliczyć czynne w sznurku ciągnienie. Ażeby wytworzyć w sznurku to samo ciągnienie, jaką musielibyśmy na nim zawiesić kulę żelazną?

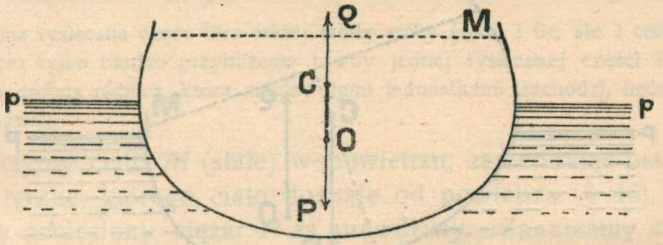
3. Już w XVII-em stuleciu pisał X. Lana, że cienkościenne miedziane naczynie wznosiłoby się w atmosferze do góry, gdybyśmy z niego wyciągnęli powietrze. Obliczmy grubość ścianek miedzianego balonu, o zewnętrznej średnicy np. 30 m, który, będąc wewnątrz pusty, nie opadałby ani nie wznosiłby się w atmosferze ku górze. Gęstość miedzi wynosi 8·9 gr/cm^3. Powłoka miedziana musiałaby być tak cienka, że nie wytrzymałaby zewnętrznego (atmosferycznego) ciśnienia; pomysł był zatem niewykonalny.

§ 48. O równowadze ciał pływających.

Nieraz spostrzegamy, że ciała stałe pływają po powierzchni cieczy. Kłoda drewniana albo tafla lodu pływa po wodzie; kawałek korka pływa po nafcie lub alkoholu; bryłka żelaza pływa po rtęci; czółna, statki i okręty, nawet i takie, które są sporządzone z żelaza i stali, unoszą się po powierzchni rzek, jezior i mórz zupełnie swobodnie.

Wyobraźmy sobie ciało M (rys. 51), np. kadłub okrętu, którego część jest zanurzona pod powierzchnię pp cieczy; przypuśćmy, że w tem położeniu ciało znajduje się w równowadze. Twierdzenie Archimedesa wyjaśnia istotę tej równowagi. Parcie hydrostatyczne Q, którego ciało M doznaje od cieczy, jest równe ciężarowi ilości cieczy, której miejsce zajmuje zanurzona część ciała M; siła ta Q jest przyłożona do środka cięż-

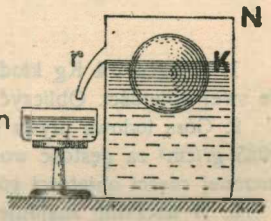
kości O wymienionej ilości cieczy i kieruje się pionowo ku górze. Ciężar P ciała M jest przyłożony do środka ciężkości C te-



Rys. 51.

goż ciała i kieruje się pionowo ku dołowi. Do równowagi ciała M potrzeba zatem i wystarcza: (1) ażeby siła Q była równa ciężarowi P (2) ażeby obadwa środki O i C leżały na tej samej prostej pionowej.

Słuszność pierwszego wniosku sprawdzamy łatwo. Do naczynia N, zaopatrzonego w boczną odpływową rurkę r (rys. 52), nalewamy wody; gdy woda przestała odpływać, wprowadzamy do niej łagodnie drewnianą kulę K. Wycieśnioną wodę zbieramy w naczyniu n, które zrównoważyliśmy poprzednio na wadze. Przekonywamy się, że ciężar wody zebranej w n równa się ciężarowi kuli K.

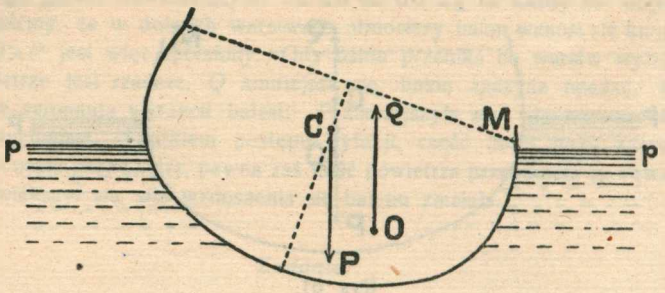


Rys. 52.

Wyobraźmy sobie, że ładunek okrętu M (rys. 51) został powiększony; równowaga będzie tylko wówczas możliwa, gdy parcie Q wzrośnie o tyle, o ile zwiększył się ciężar P; innemi słowy, gdy okręt zanurzy się głębiej. Nadmierne zanurzenie byłoby oczywiście niebezpieczne; na zewnętrznej powierzchni morskiego okrętu widzimy zwykle linję barwną graniczną (t. zw. *Plimsoll Mark* we flocie angielskiej), której pod zwierciadłem wód zanurzyć nie wolno. Wyobraźmy sobie przeciwnie, że ciężar P z jakiegokolwiek powodu się zmniejszył, że w ciągu podróży spalono naprzykład zapas węgla lub nafty, który wzięto pierwotnie; okręt wówczas coraz mniej się zanurza.

Wyobraźmy sobie jeszcze raz okręt M (rys. 51); gdy przytoczone warunki spełniają się, okręt jest w równowadze. Wiemy jednakże, że równowaga ciała może być rozmaitego rodzaju; bywa ona bezpieczna i *trwała*, lecz niekiedy może być nietrwała czyli *chwiejna* albo też *obojętna* (tom I, § 101); dla bezpieczeństwa okrętu jego równowaga powinna oczywiście być trwała. Dla przykładu przypuśćmy, że (pod naporem fal lub pod działaniem wiatru) okręt M przechylił się, jak pokazuje rys. 53; do trwałości równowagi potrzeba, ażeby w nowem, od poprzedniego nieco odmiennem położeniu okrętu pojawiały się w nim siły, które dążyłyby do wyprostowania go napowrót. Przypuśćmy, że C (rys. 53) jest środkiem ciężkości okrętu, że O jest środkiem ciężkości masy

wodnej, którą okręt w swem obecnem, nowem położeniu wycieśnia. Ciężar CP okrętu działa w C pionowo na dół; parcie OQ działa w O pionowo do góry.



Rys. 53.

Jeżeli rzeczy mają się tak, jak przyjęto na rysunkach 51 i 53, widzimy wówczas, że okręt przechylony znajduje się pod działaniem pary sił CP, OQ, która dąży do przywrócenia mu pierwotnego, pionowego położenia (por. tom I, §§ 88, 89 i 97); w tym przypadku równowaga okrętu jest trwała.

Zadania.

1. Ważąca 2·4 Kg kłoda drewniana pływa po wodzie, zanurzając dwie trzecie swej objętości. Obliczyć gęstość drewna i objętość kłody.

2. Góra lodowa pływa po morzu. Biorąc 0·92 gr/cm³ za gęstość lodu, oraz 1·025 gr/cm³ za gęstość wody morskiej, znaleźć stosunek zanurzonej do niezanurzonej części objętości góry.

3. W naczyniu znajduje się rtęć, ponad nią rozlana jest woda. Kula szklana (pełna) tonie w wodzie, w rtęci wypływa do góry. Za gęstość wody, szkła i rtęci kładąc 1 gr/cm³, 2·8 gr/cm³ oraz 13·6 gr/cm³, wykazać, że kula, zatrzymując się na granicy zetknięcia cieczy ze sobą, zanurzy sześć siódmych objętości w wodzie, jednę siódmą w rtęci.

4. Wpływając z morza do słodkowodnego jeziora lub rzeki, parowiec opuścił się cały o 5 cm ku dołowi; gdy, płynąc w górę rzeki, spalił 50 ton węgla, podniósł się znowu o 2·5 cm. Przypuszczając, że gęstości wody morskiej i rzecznej mają się do siebie jak 1·025 do 1·000, dowieść, że w wodzie morskiej parowiec musiał zanurzać 4000 m³.

§ 49. *O sposobach wyznaczania ciężarów właściwych.*

Oznaczmy ciężar ciała przez P, jego objętość przez V; *średnim ciężarem właściwym* ciała nazywamy stosunek

1. $$\Delta = P/V \quad ; \quad \text{zatem} \quad 2. \qquad P = V\Delta$$

(por. tom I, § 103). Przypuśćmy, że ciężar P podano w Gr, objętość V w cm³; ciężar właściwy Δ jest wówczas wyrażony

w Gr/cm³. Ciało, którego 1 cm³ ważyłby 1 Gr, miałoby ciężar właściwy 1 Gr/cm³; niemal dokładnie takiem ciałem jest woda w temperaturze 4° C, pod ciśnieniem 1 atm. (tom I, § 40).

Jedna tysięczna część litra takiej wody waży ściśle 1 Gr; ale 1 cm³ nie jest ściśle lecz tylko bardzo przybliżenie równy jednej tysięcznej części litra; nadzwyczaj drobną różnicę, która między temi jednostkami zachodzi, będziemy tu zaniedbywali.

Ważymy ciało M (stałe) w powietrzu; zaniedbując parcie hydrostatyczne, którego ciało doznaje od powietrza (§ 46), poczytujemy znaleziony ciężar P za prawdziwy. Zanurzamy ciało M w cieczy C i ważymy je ponownie; pozorny ciężar ciała wynosi wówczas R. Jeżeli Q jest parciem hydrostatycznem, którego M doznaje od cieczy C, mamy

3. $R = P - Q$ więc 4. $Q = P - R$

Oznaczając przez V objętość ciała M, przez s ciężar właściwy cieczy C, mamy według § 46-go oraz powyższego wzoru (2):

5. $$Q = Vs$$

Z równań (1), (4) i (5) otrzymujemy

6. $$\Delta = \frac{Ps}{P-R}$$

Znając ciężar właściwy s i wyznaczywszy P oraz R, znajdujemy Δ. Za ciecz C, w której zanurzamy ciało M, wybierzmy wodę; jeżeli temperatura jest niezbyt różna od 4° C, wartość s jest bliska 1 Gr/cm³; wówczas, przybliżenie

7. $$\Delta = \frac{P}{P-R} \cdot \frac{\text{Gr}}{\text{cm}^3}$$

Przypuśćmy, że mamy znaleźć ciężar właściwy pewnej cieczy C. Wybieramy ciało stałe M, które nie rozpuszcza się w wodzie ani w cieczy C i nie doznaje od nich chemicznego działania. Niechaj P oznacza ciężar ciała M zważonego w powietrzu; ciężar tegoż ciała całkowicie zanurzonego w wodzie niechaj wynosi R_0; ciężar tegoż ciała całkowicie zanurzonego w cieczy C niech wynosi R. Ciało M doznaje parcia Q_0 od wody, Q od cieczy C; mamy

8. $$Q_0 = P - R_0 \quad ; \quad Q = P - R$$

Oznaczając przez s_0 i s ciężar właściwy wody i cieczy C, przez V objętość ciała M, otrzymujemy

9. $$Q_0 = Vs_0 \quad ; \quad Q = Vs$$

z (8) zaś i z (9) wyprowadzamy

10. $$\frac{s}{s_0} = \frac{P-R}{P-R_0}$$

Możemy założyć $s_0 = 1$ Gr/cm³ w równaniu (10), jako wartość przybliżoną.

Ciężar właściwy rozmaitych cieczy, z któremi codziennie miewamy do czynienia, różni się niezbyt znacznie od ciężaru właściwego wody. C. wł. mleka, naprzykład, wynosi zwykle około 1·03 Gr/cm³; c. wł. wina około 0·99 Gr/cm³; c. wł. wody morskiej około 1·02 Gr/cm³; c. wł. mieszanin alkoholu etylowego z wodą zmienia się, zależnie od składu, od 0·79 do 1·00 Gr/cm³. Ciężar właściwy podobnych cieczy wyznaczamy szybko i łatwo, chociaż niezbyt dokładnie, zapomocą *areometru* (rys. 54). Wyobraźmy sobie rurkę szklaną, z obu końców zamkniętą, która rozszerza się u dołu i przechodzi wreszcie w kulkę, zawierającą nieco rtęci. Przez P oznaczmy ciężar areometru; ciężar ten jest tak dobrany, że areometr nie tonie w wodzie ani w badanej cieczy C, lecz pływa w nich, zanurzając się oczywiście niejednakowo. Oznaczmy przez s_0 i s ciężar właściwy wody i cieczy C; przez V_0 i V rozumiejmy objętość, którą areometr zanurza w wodzie i w cieczy C. Według § 48-go mamy wówczas

11. $$P = V_0 s_0 \quad \text{oraz} \quad P = Vs$$

zatem

12. $$s_0 : s = V : V_0$$

Rys. 54. Na szyjce areometru znajduje się skala, na której bezpośrednio odczytujemy ciężar właściwy cieczy, do której areometr został wprowadzony.

Zadania.

1. Wyrobiona z glinu sztaba waży w próżni x Gr; gdy zanurzymy ją w wodzie, jaki mieć będzie ciężar pozorny? Gęstość glinu = 2·58 gr/cm³.

2. Ciało waży w próżni 24 Gr, w wodzie 20 Gr; dowieść, że zanurzone w alkoholu (gęstości 0·79 gr/cm³) będzie ważyło pozornie 20·84 Gr.

3. Dwa ciała, gęstości d_1 i d_2, równoważą się na wadze w próżni; co nastąpi, gdy zanurzymy te ciała w jakiejkolwiekbądź cieczy?

4. Ciało M waży w próżni 35 Gr, w cieczy E: 30 Gr, w cieczy F: 25 Gr. Ile będzie ważyło pozornie w mieszaninie, zawierającej równe objętości cieczy E i F? Gęstość tej cieczy jest średnią arytmetyczną gęstości cieczy E i F.

5. Ciało waży w próżni P, w wodzie R; jaki będzie pozorny ciężar ciała ważonego w powietrzu?

6. Sześcian mosiężny waży w próżni 8·5 Kg, w wodzie 7·5 Kg; w nafcie waży 7·7 Kg. Obliczyć gęstość mosiądzu i nafty oraz długość krawędzi sześcianu.

7. Według podania, złotnik w Syrakuzie otrzymał od króla Hierona złoto,

z którego miał sporządzić koronę. Powziąwszy podejrzenie, że złotnik przywłaszczył sobie pewną ilość złota (gęstości 19 gr/cm³) i zastąpił ją srebrem (11 gr/cm³), król zwrócił się do Archimedesa z prośbą o radę. Archimedes waży koronę w powietrzu i w wodzie; przekonywa się, że średnia gęstość korony wynosi 16 gr/cm³; oznajmia wówczas królowi, że z każdych 128 wagowych części korony 33 części są srebrne. Jak rozumował Archimedes?

§ 50. O ściśliwości ciał ciekłych.

Pewna masa cieczy zajmuje objętość V w temperaturze T, pod ciśnieniem 1 atmosfery; bez zmiany temperatury poddajemy tę ciecz działaniu znacznego (normalnego i jednostajnego) ciśnienia p; przybierze ona wówczas objętość mniejszą, np. $V-v$ (§ 29). Powiadamy, że v jest *ściśnięciem*, którego ciecz doznała; stosunek v/V, który oznaczamy przez θ, nazywamy *jednostkowem ściśnięciem*. Zakładamy, że

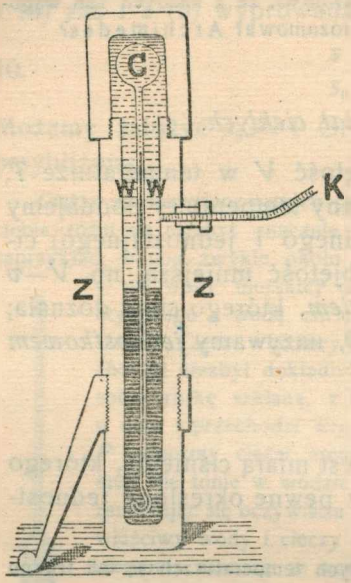
1. $$p = k\theta;$$

wartość k t. zw. *modułu ściśliwości* jest miarą ciśnienia, którego użyć należy, ażeby wywołać w cieczy pewne określone jednostkowe ściśnięcie.

Pospolicie znane nam ciecze w pokojowych temperaturach są tak trudno ściśliwe, że aż do drugiej połowy XVIII-go stulecia nie wiedziano z pewnością, czy są wogóle ściśliwe. Dokładne pomiary w tym przedmiocie są trudne; dopiero w nowszych czasach uzyskaliśmy rozległe i ścisłe wiadomości o zachowaniu się cieczy pod działaniem znacznych ciśnień. Istnieje przecież fakt niewątpliwy i znany oddawna, który sam przez się jest dostatecznym dowodem, że woda w pewnej mierze musi być ściśliwa. Głos może przez wodę przebiegać. Jak zobaczymy niebawem, rozchodzenie się głosu w materjalnym ośrodku polega na udzielaniu się z miejsca do miejsca drobnych zagęszczeń i rozrzedzeń; w nieściśliwej cieczy głos nie mógłby rozbiegać się wcale.

Wyobraźmy sobie przyrząd następujący. Balon szklany C (rys. 55) jest zaopatrzony w cienką rurkę, której otwór nurza się w rtęci, rozlanej u dołu wytrzymałego zbiornika ZZ; pozostała część wnętrza zbiornika jest wypełniona wodą WW, którą przez kanał K poddajemy działaniu znacznego ciśnienia. Balon C jest wypełniony cieczą, której ściśliwość ma być zbadana; ciecz ta sięga powierzchni rtęci w rurce balonu. Ciśnienie, wywierane na wodę WW, działa w niej jednostajnie (§ 34); wywiera się ono zatem również i na rtęć i usiłuje ją wcisnąć do rurki balonu; ciecz C zostaje ściśnięta i powierzchnia rtęci podnosi się w rurce nieco ku górze. Z przemieszczenia powierzchni rtęci można wyli-

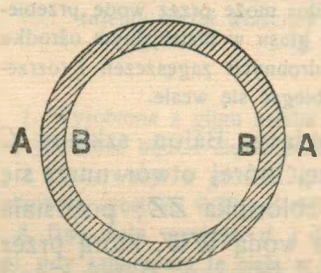
czyć, znając pojemność rurki i balonu, jakie jednostkowe ściśnięcie zostało wywołane w cieczy przez pewne (wiadome) ciśnienie. Na zasadzie, którą tu ogólnikowo objaśniliśmy, polega urządzenie *piezometrów* czyli przyrządów, służących do badania ściśliwości ciał ciekłych.



Rys. 55.

Nietylko ciała ciekłe, ale i ciała stałe są również ściśliwe. Gdy zatem wewnątrz zbiornika *ZZ* zwiększa się ciśnienie, każdy element powłoki szklanej balonu *C* kurczy się nieco; pojemność balonu musi wówczas się zmniejszyć. Ażeby nie zachować w tym względzie jakiejbądź wątpliwości, wyobraźmy sobie dwie budowle; budowla *M* składa się z pewnej liczby cegiełek *m*, budowla *N* z tej samej liczby cegiełek *n*; jeżeli i każda cegiełka *m* jest nieco mniejsza niż każda *n* lecz ma zresztą kształt do jej kształtu zupełnie podobny, objętość i pojemność budowli *M* musi być nieco mniejsza niż objętość i pojemność *N*, w tym samym stosunku, jak objętość cegiełki. Wnosimy zatem, że zmiana objętości cieczy, którą dostrzegamy w piezometrze, wynika z dwóch źródeł: z rzeczywistego ściśnięcia się cieczy oraz ze skurczenia się szklanego balonu.

Wyobraźmy sobie banię szklaną kulistą; zewnętrzna powierzchnia jej powłoki jest *AA*, wewnętrzna *BB* (rys. 56). Na obie powierzchnie, *AA* i *BB*, wywieramy to samo znaczne ciśnienie *p*. Zmiana pojemności bani równa się ściśnięciu, którego pod ciśnieniem *p* doznałaby kula szklana *pełna* o zewnętrznej powierzchni *BB*; istotnie, pod działaniem ciśnienia *p* powłoka *AABB* ściska się jednakowo, bez względu na to, czy wewnętrzna kula (pełna) jest czy nie jest obecna. Pamiętając o równaniu (1), wnosimy zatem, że ściśnięcia cieczy oraz zawierającego ją balonu mają się do siebie odwrotnie niż wartości modułów *k* cieczy i szkła. Przypuśćmy naprzykład, że badamy ściśliwość wody zawartej w szklanym balonie; prawdziwe ściśnięcie wody będzie od 18 do 37·5 razy większe niż skurczenie się balonu (por. § 29).



Rys. 56.

Przytaczamy wartości modułu ściśliwości *k* dla niektórych cieczy; jak w § 29-ym, za jednostkę wybrano w tablicy 10^6 dyn/cm^2. Podane wartości stosują się do temperatur pokojowych.

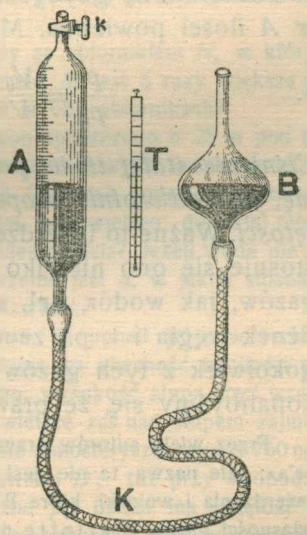
Eter etylowy	60	Woda	200
Alkohol etylowy	100	Gliceryna	450
Oliwa	180	Rtęć	2500

Powiększenie o jednę atmosferę działającego na wodę ciśnienia zmniejsza objętość każdego litra wody o 0·05 cm^3.

§ 51. Ściśliwość gazów. Prawo Boyle'a.

Gazy są łatwiej ściśliwe niż ciecze. Wyobraźmy sobie litr wody i litr atmosferycznego powietrza, obadwa w temperaturze pokojowej, pod ciśnieniem jednej atmosfery. Zwiększamy ciśnienie o jednę jeszcze atmosferę; wywieramy więc na wodę i na powietrze ciśnienie dwóch atmosfer. Objętość wody zmniejszy się o 0·05 cm^3 (§ 50); objętość powietrza zmniejszy się o 500 cm^3 t. j. 10^4 razy bardziej. W doświadczeniach nad ściśliwością gazów możemy zatem posługiwać się ciśnieniami stosunkowo nieznacznemi; wywołują one w gazach skutki łatwo podpadające pod zmysły.

Badania nad ściśliwością gazów rozpoczął Robert Boyle w XVII-em stuleciu; przyrząd Boyle'a może posłużyć i dzisiaj (z drobnemi zmianami) do pierwszego zapoznania się z prawami ściśliwości ciał lotnych. Wyobraźmy sobie rurę szklaną *A* (rys. 57), z obu końców zwężoną i otwartą; dolny koniec tej rury łączy się ze zbiornikiem *B* za pośrednictwem grubościennej kauczukowej rury *K*; górny koniec jest zaopatrzony w szczelny kurek *k*. Rura *A* jest *skalibrowana*; wiemy, jaka objętość zawiera się w niej między kurkiem *k* a każdą kreską naciętej na rurze skali. Rura *K*, część rury *A* oraz część zbiornika *B* jest wypełniona rtęcią suchą i czystą.



Rys. 57.

Przypuśćmy z początku, że kurek *k* jest otwarty; w rurze *A* znajduje się wówczas powietrze pod atmosferycznem ciśnieniem. Przekręcając kurek *k* o 90°, zamykamy w *A* pewną ilość powietrza; przypuśćmy, że ona zajmowała wówczas objętość V_0. Od-

czytujemy ciśnienie atmosferyczne na barometrze; przypuśćmy, że ono wynosi p_0. Na termometrze odczytujemy jeszcze temperaturę T powietrza. Zamknęliśmy zatem w A, pomiędzy kurkiem a rtęcią, pewną ilość powietrza, której objętość jest V_0, ciśnienie p_0, temperatura T. Podnosimy teraz zbiornik B do góry; gdy rtęć uspokoiła się, spostrzegamy, że objętość zamkniętej w A ilości powietrza zmniejszyła się, ale jej ciśnienie jednocześnie się wzmogło. Dla uproszczenia przypuśćmy, że temperatura powietrza nie zmieniła się i jest T, jak poprzednio. Oznaczmy przez V obecną objętość uwięzionej w A ilości powietrza, przez p jego ciśnienie; nasz przyrząd jest manometrem rtęciowym (§ 39), możemy więc zmierzyć ciśnienie p bez trudności. Powiadamy ostatecznie: ta sama ilość powietrza, która, zajmując objętość V_0 w temperaturze T, wywierała ciśnienie p_0, wywiera teraz ciśnienie p, gdy w tej samej temperaturze T zajmuje objętość V.

Wykonawszy opisane pomiary, przekonywamy się, że stosunek p/p_0 wypada zawsze równy odwrotności stosunku V/V_0; do tego samego wyniku zostalibyśmy doprowadzeni, gdybyśmy obniżali zbiornik B, gdybyśmy zatem powiększali objętość zamkniętej w A ilości powietrza. Mamy zawsze

1. $$\frac{p}{p_0} = \frac{V_0}{V}$$ zatem 2. $$pV = p_0V_0$$

Ciśnienie stałej ilości powietrza, której temperatura nie zmienia się, jest odwrotnie proporcjonalne do zajmowanej przez gaz objętości. Ważne to twierdzenie nazywamy w fizyce *prawem Boyle'a*; stosuje się ono nietylko do powietrza, lecz również i do innych gazów, jak wodór, hel, argon, tlen, azot, etylen, tlenek i dwutlenek węgla i t. p.; zamknąwszy w rurze A pewną ilość któregokolwiek z tych gazów i powtarzając powyższe pomiary, przekonalibyśmy się, że prawom (1) i (2) staje się zadosyć

Przez wielu autorów prawo Boyle'a bywa nazywane «prawem Mariotte'a»; ale nazwa ta nie jest uzasadniona. W r. 1676 Mariotte powtórzył twierdzenia i wnioski, które Boyle był ogłosił o 14 lat wcześniej; w poznaniu własności gazów Mariotte nie posunął się dalej niż Boyle.

Przypuśćmy, że M jest masą stałej ilości gazu, która w niezmiennej temperaturze T zajmuje objętość V_0 pod ciśnieniem p_0, objętość zaś V pod ciśnieniem p. Gęstością ciała, jak wiadomo, nazywamy stosunek jego masy do objętości, którą wypełnia. Pod ciśnieniem p_0 gaz ma przeto gęstość M/V_0, pod ciśnieniem p ma

gęstość M/V; oznaczmy pierwszą przez D_0, drugą przez D. Z równania (2) otrzymujemy

3. $$\frac{p}{D} = \frac{p_0}{D_0}$$

możemy więc wypowiedzieć prawo Boyle'a w postaci następującego twierdzenia, w którem zastrzeżenie niezmiennej ilości gazu już nie jest potrzebne: *ciśnienie gazu, którego temperatura pozostaje niezmienna, jest wprost proporcjonalne do jego gęstości.*

Zadania.

1. Pewna ilość wodoru zajmowała w 0° C objętość 144 cm³ pod ciśnieniem atmosferycznem 770 mm. W kilka dni później ta sama ilość gazu w tej samej temperaturze wypełnia 154 cm³; jak zmieniło się w tym czasie ciśnienie atmosferyczne?

2. Litr powietrza w 0° C, pod ciśnieniem 1 atm., waży 1·293 Gr. Ile waży metr sześcienny powietrza atmosferycznego w 0° C, gdy słup barometru ma wysokość 735 mm?

3. Pod ciśnieniem 1 atm., gęstość bezwodnika węglowego jest 22 razy większa niż gęstość wodoru; jaki jest stosunek gęstości pod ciśnieniem 2-ch atmosfer?

4. Naczynie M zupełnie opróżnione łączymy ze zbiornikiem N, w którym gaz znajduje się pod ciśnieniem 1·2 atm. Objętość M jest 5 razy większa niż objętość N. Jakie ciśnienie zapanuje ostatecznie w obu zbiornikach?

5. Przeznaczony do podwodnych robót dzwon spuszczono o 25 m pod powierzchnię wody. Gdyby nie wtłaczano do dzwonu nowych ilości powietrza, jaką część jego pojemności wypełniłaby woda? Człowiek wytrzymuje (zresztą tylko przez czas krótki) ciśnienie najwyżej 6 atm. w powietrzu; do jakiej zatem głębokości możemy spuścić dzwon bez obawy nieszczęścia? Jeżeli woda nie ma wciskać się do wnętrza dzwonu, którego zanurzenie jest h, w jakim stosunku musimy powiększyć gęstość powietrza w tym dzwonie?

6. Do rury barometru nalano tylko tyle rtęci, że ponad jej powierzchnią pozostało w rurze 15 cm³ powietrza. Nie zważając na obecność tej ilości powietrza, wykonano doświadczenie Torricelli'ego; wysokość słupa rtęci wzniesionego w rurze wynosi wówczas 300 mm, powietrze zaś nad słupem zajmuje 25 cm³. Dowieść, że podczas doświadczenia ciśnienie atmosferyczne wynosi 750 mm.

7. Bańka gazu znajduje się w cieczy o gęstości D; tuż przy swobodnej powierzchni, gdzie panuje ciśnienie atmosferyczne p_0, bańka ma objętość v_0. Jaką miałaby objętość, gdyby znajdowała się w głębokości h pod powierzchnią i jakiego parcia hydrostatycznego doznawałaby tam od cieczy?

8. Na wadze, umieszczonej pod dzwonem pompy pneumatycznej, znajdują się dwie kule (rys. 50); ciężary kul w próżni są P i p, ich promienie są R i r. Wyciągamy z pod dzwonu powietrze do chwili, w której kule zrównoważą się ze sobą. Obliczyć ciśnienie, które panuje w tej chwili pod dzwonem.

§ 52. Gazy doskonałe i niedoskonałe.

Podejrzewano już w XVIII-em stuleciu, że prawo Boyle'a jest tylko przybliżenie prawdziwe. Dopiero jednak znakomity badacz francuski Wiktor Regnault (z którego nazwiskiem spotkamy się nieraz w tej książce) udowodnił w r. 1847-ym, że gazy nie stosują się do prawa Boyle'a dokładnie; że odstępują od niego nawet bardzo znacznie, gdy ich gęstość jest duża lub temperatura bardzo niska. Utworzono wówczas w fizyce pojęcie gazu fikcyjnego, zwanego *doskonałym*, który czyniłby ściśle zadosyć prawu Boyle'a w każdej gęstości i w każdej temperaturze; w późniejszym (VII-ym) rozdziale poznamy dalsze własności, które przypisuje się zwykle gazowi doskonałemu. Utworzywszy pojęcie takiego ciała, musimy oczywiście powiedzieć, że rzeczywiste gazy, które nie spełniają prawa Boyle'a zupełnie dokładnie, są *niedoskonałe*.

Badania Regnaulta odznaczały się wysoką precyzją, ale granice ciśnień, któremi posługiwał się, nie były obszerne. Znacznie dalej posunęli się późniejsi badacze: Cailletet i Amagat we Francji, Kamerlingh Onnes w Holandji oraz polscy uczeni, Zygmunt Wróblewski i August Witkowski, profesorowie Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie. Dzięki żmudnej pracy wymienionych i innych fizyków znamy dziś ściśliwość wielu gazów w rozmaitych temperaturach i pod różnemi, nawet bardzo wysokiemi ciśnieniami.

Iloraz pV/p_0V_0 oznaczmy przez x; jeżeli wartości p, p_0, V i V_0 tyczą się stałej ilości gazu w temperaturze niezmiennej, x według prawa Boyle'a powinna być zawsze równa jedności. Doświadczenie daje następujące wyniki:

	Wodór (0° C)	Powietrze (0° C)	Tlen (0° C)
$p = 1$ atm.	$x = 1{\cdot}000$	$x = 1{\cdot}000$	$x = 1{\cdot}000$
25	1·015	0·987	0·977
50	1·031	0·975	0·957
100	1·069	0·968	0·927
500	1·356	1·340	1·156
1000	1·720	1·992	1·735

Aż do kilkudziesięciu atmosfer prawo Boyle'a sprawdza się przybliżenie, przestaje jednak obowiązywać pod wyższemi ciśnieniami.

Zadania.

1. Objętości V, zajmowane przez stałą ilość gazu doskonałego w niezmiennej temperaturze T, odcinajmy na osi odciętych prostokątnego układu osi spółrzędnych; na osi rzędnych odcinajmy ciśnienia p, odpowiadające objętościom V.

Jaką postać ma krzywa (zwana *izotermą* gazu doskonałego), która wyraża zachodzący między p i V związek?

2. Pewien gaz nie stosuje się do prawa Boyle'a; spełnia on raczej zależność następującą: dla niezmiennej ilości gazu w stałej temperaturze:

$$p(V-b) = p_0(V_0 - b)$$

gdzie b jest pewną stałą. Przypuśćmy, że poddajemy ten gaz ogromnym ciśnieniom, coraz bardziej rosnącym; jak zachowywałyby się objętości V? jaką postać miałyby izotermy?

§ 53. *Założenia kinetycznej teorji gazów.*

«Tor, który zatacza cząsteczka powietrza, jest równie określony jak orbita planety; niema pomiędzy niemi innej różnicy prócz tej, jaka z niezupełności naszej wiedzy wynika». W tych pięknych słowach Laplace'a wypowiedziane jest zasadnicze założenie *kinetycznej teorji materji*, nauki, o której już wspomnieliśmy w § 25-ym. Przypuszczamy w tej teorji, że ciała podpadające pod zmysły są zbiorowiskami nadzwyczajnie licznych cząsteczek; że są to olbrzymie nagromadzenia, że są to tłumy nieprzejrzane oddzielnych, odrębnych, nadzwyczajnie maleńkich okruszyn materji. Przypuszczamy, że owe cząsteczki (czyli *molekuły*) mają pewne masy, poruszają się z pewnemi prędkościami, wywierają pewne siły i ulegają wpływowi pewnych sił; zakładamy, że przebieg tych ruchów i działania tych sił stosują się do praw zwykłej dynamiki. Gazy, jak wiemy, są bardzo rozrzedzoną postacią materji; zatem molekuły gazów muszą niewątpliwie wywierać wzajemnie na siebie bardzo *słabe* naogół działania; lecz jeśli tak jest, tedy z prawa bezwładności wynika, że cząsteczki gazów biegną zwykle prostolinjowo, z prędkościami stałemi, we wszystkich możliwych kierunkach. Tylko podczas wyjątkowego zbliżenia się ku sobie (które nazywamy *spotkaniem*) cząsteczki wywierają na siebie wpływy znaczne lecz krótkotrwałe, które je skłaniają do nagłych zmian kierunków, do ostrych załamań ich torów; skoro spotkanie minęło i cząsteczki oddaliły się od siebie, działania te nikną, cząsteczki poruszają się znów przez prostą bezwładność. Odstęp, który cząsteczka przebywa pomiędzy dwoma kolejnemi spotkaniami, nazywa się jej *drogą swobodną*; jest to wielkość dla gazu charakterystyczna, od której różne jego własności zależą.

Biegnąc nieustannie we wszystkie strony, cząsteczki muszą trafiać ściany naczynia, w którem gaz się zawiera; muszą o te

ściany uderzać i dzielić się z niemi własną kinetyczną energją, stosownie do praw § 32-go. Wyobraźmy sobie, że w ścianie pewnej sali znajdują się wielkie drzwi lub podwoje, które obracają się na zawiasach bez tarcia; gdyby oddział żołnierzy, umieszczonych w tej sali, strzelał do drzwi nieustannie, musielibyśmy chyba zzewnątrz podpierać je mocno, wywierać na nie znaczne ciśnienie, gdybyśmy nie chcieli pozwolić, ażeby roztworzyły się pod gradem uderzeń. Im częstsze są strzały, im większa masa albo prędkość biegu pocisków, tem większe byłoby ciśnienie, które musielibyśmy wywierać. Bardzo podobnie dzieje się w naczyniu, które jest wypełnione naprzykład wodorem gazowym. Im więcej cząsteczek wodoru przypada na centymetr sześcienny (innemi słowy, im większa jest gęstość gazu), tem częściej cząsteczki uderzają o ściany, tem większe na nie sprawiają ciśnienie. A zatem, jak tego wymaga prawo Boyle'a, ciśnienie gazu musi być wprost proporcjonalne do jego gęstości. Lecz skutki uderzeń zależą również od prędkości cząsteczek, prędkości te zaś wzmagają się, gdy temperatura się podnosi; dlatego oczywistą jest rzeczą, że prawo Boyle'a jedynie wówczas może obowiązywać, gdy temperatura gazu pozostaje niezmienna. Jeżeli ciśnienie jest bardzo duże, gęstość gazu staje się znaczna; cząsteczki wywierają stale na siebie działania i wpływy, które zmieniają przebieg ich ruchu; prawo Boyle'a przestaje stosować się wówczas.

Dopóki zatem gaz jest bardzo rozrzedzony, w jego zachowaniu objawiają się tylko prawa kinematyki i dynamiki, którym ruch cząsteczek gazu zawsze podlega. Prawa kinematyki i dynamiki są *ogólne*, są niezależne od szczególnej (chemicznej) natury molekuł; dlatego też prawo Boyle'a stosuje się jednakowo (dopóki gęstości są małe) do ciał, bardzo niepodobnych do siebie pod względem chemicznych własności: zarówno do t. zw. pierwiastków jak do związków a nawet i do mieszanin; wszakże powietrze, jak wiadomo, jest mieszaniną siedmiu lub ośmiu ciał lotnych. Gdy gęstości są duże i prawo Boyle'a przestało obowiązywać, w zachowaniu się gazów zaczynają zdradzać się ich indywidualne własności; różnice, które je dzielą, występują wówczas na jaw wyraźnie.

Wyobraźmy sobie (o ile to podobna uczynić) plątaninę gorączkową, bezładną ruchów molekularnych, które odbywają się nieustannie w ciele ciekłem lub gazowem. Miotania się pojedynczych cząsteczek nie dostrzegamy, podobnie jak, znajdując się na lądzie, zdala od brzegu morskiego, nie rozróżniamy śród toni osobnych fal wodnych i nieprzerwanej ich chwiejby. Lecz jeśli na powierzchni morza unosi się łódź, jej kołysanie jest nam dowodem owego wiecznego rozruchu, w którym odmęty morskie wciąż pozostają. Jak łódź wobec fal, podobnie zachowują się duże okruchy stałe lub płynne, pływające w ośrodku gazowym lub ciekłym, wobec molekuł tego ośrodka. Taka gruba cząstka obca, zanurzona

w ośrodku, nie bywa nigdy w spoczynku; biegnie zgoła bezładnie, naprzód lub wstecz, na prawo albo na lewo, pod górę i na dół; dygoce przytem, drży, podskakuje albo kręci się cała. *Ruchem Browna* nazywamy takie zjawisko, od nazwiska angielskiego uczonego, który odkrył je w r. 1827-ym. Dopiero w roku 1905 wykazali jednocześnie A. Einstein i M. Smoluchowski (zmarły w r. 1917-ym znakomity uczony, profesor Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie), że można z ruchu Browna skorzystać w celu nowego potwierdzenia zasad kinetycznej teorji materji oraz lepszego poznania praw zjawisk molekularnych. Dalsze prace nad tym przedmiotem, zwłaszcza przez Perrina przedsięwzięte badania, potwierdziły słuszność owych przewidywań.

Kinetyczna teorja materji jest dzisiaj obszerną i piękną nauką, doprowadzoną do wysokiego stopnia doskonałości. Znamy zwłaszcza mechanizm ruchu molekuł gazowych; znamy ich prędkości, ich masy, ich liczbę; obliczono częstość spotkań cząsteczek oraz długość swobodnych dróg, które odbywają między spotkaniami; obliczono objętość cząsteczek oraz ich rozmiary linjowe. Kinetycznie wytłumaczono nietylko prawa ciśnienia i dyfuzji, ale również mnóstwo innych mechanicznych, cieplnych, elektrycznych i optycznych przemian i zjawisk, które w gazach odbywać się mogą.

§ 54. *O pompach pneumatycznych.*

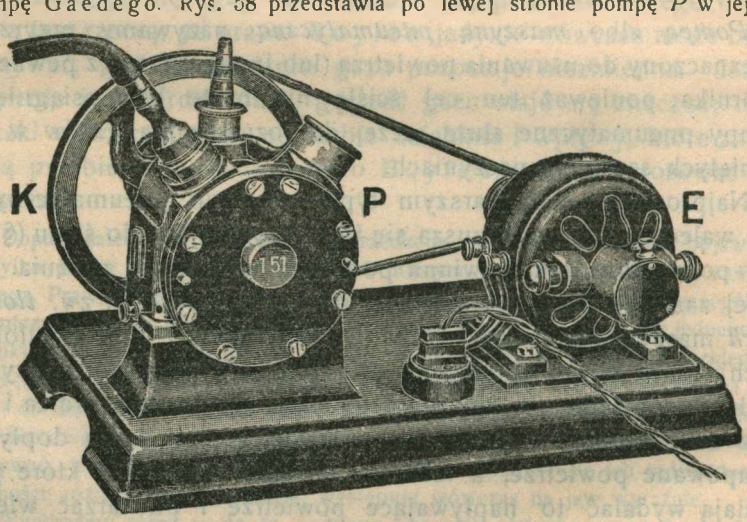
Pompą albo *maszyną pneumatyczną* nazywamy przyrząd, przeznaczony do usuwania powietrza (lub innego gazu) z pewnego zbiornika; ponieważ ten cel ściśle nie może być osiągnięty, pompy pneumatyczne służą raczej do rozrzedzania gazów w zamkniętych szczelnie naczyniach.

Najprostszym i najstarszym typem maszyn pneumatycznych jest walec, w którym porusza się tłok przylegający do ścian (§ 3); gdy podnosimy tłok, powinna pod nim tworzyć się próżnia. Na takiej zasadzie polega urządzenie owych dawnych, t. zw. *tłokowych* maszyn pneumatycznych (jednotłokowych lub dwutłokowych), które często spotykamy w gabinetach przyrządów fizycznych. Przypuśćmy, że tłok przylega szczelnie do ścian walca i do jego dna; musimy zaopatrzyć ten walec w rurę, którą dopływa pompowane powietrze, a także w wentyle lub kurki, które pozwalają wydalać to napływające powietrze i powtarzać wielokrotnie ruch tłoka. Tym sposobem tworzą się w pompie t. zw. *bierne* albo *szkodliwe* przedziały, których tłok w żadnem swem położeniu nie zapełnia, które tylko pośrednio możemy opróżniać. Jeżeli jednak do pierwszej maszyny dodamy drugą, która wyciąga powietrze z przedziałów szkodliwych pierwszej (lub nawet do drugiej gdy dodamy trzecią, jak to czynią niekiedy obecnie), możemy wówczas znacznie ulepszyć działalność przyrządu.

Pierwowzorem t. zw. pomp *rtęciowych* jest rtęciowy barometr. Wyobraźmy sobie, że w pewnym zbiorniku Z możemy wytwarzać dowolną liczbę razy próżnię Torricelli'ego (§ 44); z każdego połączonego ze zbiornikiem Z naczynia N powietrze będzie napływało do próżni; będziemy więc mogli rozrzedzać powietrze w naczyniu N dogodnie i szybko. Oczywistą naprzykład jest rzeczą, że przyrząd przedstawiony na rys. 57-ym wymaga tylko drobnych uzupełnień, ażeby stać się podobną «pompą rtęciową». Pompy rtęciowe upowszechniły się w ostatniej ćwierci XIX-go stulecia i w wielu odmianach służyły do badań naukowych oraz do celów technicznych.

Od kilkunastu lat wchodzą coraz bardziej w użycie pompy *rotacyjne*; myśl przewodnia ich urządzenia nie różni się zazwyczaj istotnie od zasady pomp tłokowych albo rtęciowych; lecz konstrukcyjnie nader niedogodny ruch prostolinjowy tłoka stałego albo ciekłego jest w nich zamieniony na ruch *obrotowy*.

Opiszemy tutaj pokrótce jednę postać pompy rotacyjnej, t. zw. *kapslową* pompę Gaedego. Rys. 58 przedstawia po lewej stronie pompę P w jej ze-

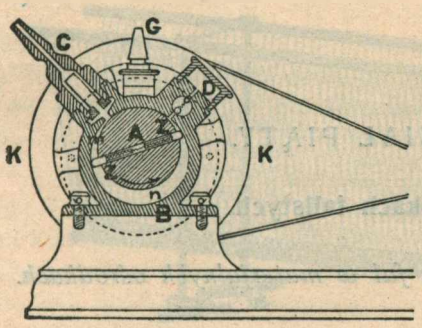


Rys. 58

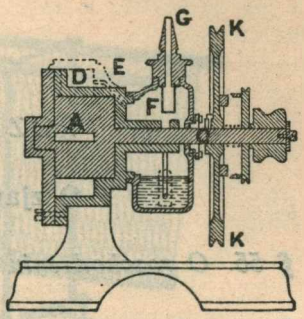
wnętrznej postaci; po prawej stronie rysunku widzimy poruszający pompę motor elektryczny E. Rys. 59 wyobraża przecięcie pompy płaszczyzną pionową, równoległą do płaszczyzny koła K; rys. 60 okazuje przecięcie pompy płaszczyzną pionową, prostopadłą do płaszczyzny koła K.

Najważniejszą częścią pompy jest nieruchomy walec stalowy B, w którego wewnętrznem wydrążeniu kręci się walec pełny A. Oś obrotu O walca A nie

zgadza się z geometryczną osią walca *B*, tak iż *A* porusza się *ekscentrycznie* względem *B*. W walcu *A* umieszczone są dwie zastawy *Z*, *Z*, które mogą poruszać się w kierunku promieni tego walca; zastawy te przyciska silna sprężyna do ścian walca *B*. Walec *B* posiada dwa uzupełnienia: rurę *C*, przez którą na-



Rys. 59.



Rys. 60.

pływa wyciągane powietrze oraz komorę *D*, która przez *E* łączy się ze zbiornikiem *F* i z rurą odpływową *G*. Przypuśćmy, że walec *A* kręci się dokoła swej osi w kierunku, wskazanym na rys. 59-ym. Lewa zastawa *Z* obsuwa się na dół; ta zatem część *m* objętości, która znajduje się pomiędzy *A*, *B* i górną powierzchnią zastawy, powiększa się, pompa ciągnie powietrze przez *C*; część *n* przeciwnie zmniejsza się, powietrze w niej zgęszcza się i podczas dalszego ruchu walca *A* oraz prawej zastawy *Z* uchodzi do *D*, następnie przez *E* do *F* i do *G*. Naczynie *F* służy za zbiornik oliwy, którą porywa nieustannie obrót osi *O* i rozprowadza po powierzchniach *O* oraz *A*.

Zadanie.

Przez *U* oznaczamy objętość naczynia, z którego wyciągamy powietrze zapomocą tłokowej lub rtęciowej pompy; przez *V* rozumiemy objętość walca pompy tłokowej albo zbiornika, wypełnianego przez rtęć w pompie rtęciowej. Przypuśćmy, że bierne (szkodliwe) przedziały nie istnieją. Jeżeli rozpoczęliśmy pompowanie od ciśnienia p_0, ile wynosi ono po n ruchach stałego tłoka lub kolumny rtęci? Wyrazić to ciśnienie p_n przez p_0, przez U/V i przez n.

ROZDZIAŁ PIĄTY.

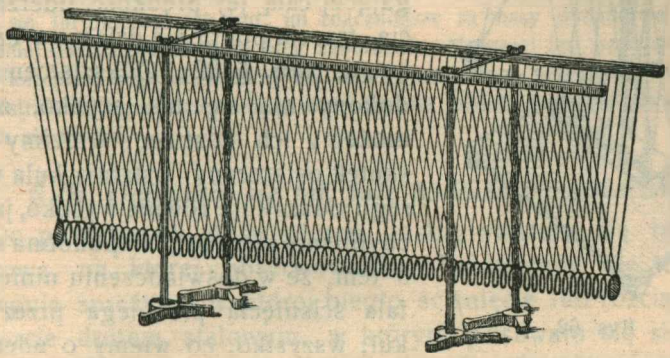
O zjawiskach falistych.

§ 55. O rozchodzeniu się fal w materjalnych ośrodkach.

Rzućmy kamyk do stawu; przyglądając się zjawisku, które na powierzchni wody odbywa się wówczas, możemy nauczyć się wiele. W uderzonem miejscu tworzy się mała zaklęsłość, przy niej dokoła mała wyniosłość; zaklęsłość i wyniosłość szerzą się natychmiast po powierzchni wody, fałdując ją kołowemi zmarszczkami, które biegną coraz dalej i dalej; powiadamy, że po powierzchni wody rozchodzą się *fale kołowe*. Umieśćmy drobne wskaźniki, np. drewienka albo koreczki, na powierzchni wody. Gdy zaburzenie przebiega, każdy wskaźnik kołysze się, wznosząc się nieco do góry i znów opadając; nie oddala się jednak (lub tylko bardzo nieznacznie) od źródła wstrząśnienia ani się ku niemu istotnie nie zbliża. Gdy zatem fala przebiega, woda chwieje się ale nie płynie wraz z falą; wraz z falą rozchodzi się tylko pewien ruch wody, który udziela się z miejsca do miejsca z pewną prędkością.

Rurę kauczukową, której długość wynosi około 4 m, przytwierdzamy jednym końcem u sufitu sali; wyprężamy ją lekko działaniem stosownego obciążenia; wreszcie, chwyciwszy dolny koniec ręką, poruszamy go nagle w kierunku poprzecznym do długości rury; albo też uderzamy rurę prętem poprzecznie, nagle i mocno, w pobliżu końca dolnego. Po rurze posuwa się wówczas małe wygięcie, które biegnie aż do górnego jej końca. Widzimy, że i w tem doświadczeniu pewne zaburzenie rozchodzi się w ośrodku; pewien rodzaj odkształcenia i ruchu nawiedza po kolei rozmaite elementy rury, udzielając się z miejsca do miejsca ze znaczną prędkością.

Wyobraźmy sobie bardzo długą metalową sprężynę (rys. 61), zawieszoną na niciach, w sposób widoczny z rysunku; takie zawieszenie nazywamy *podwójnem*. Sprężyna jest zaopatrzona na

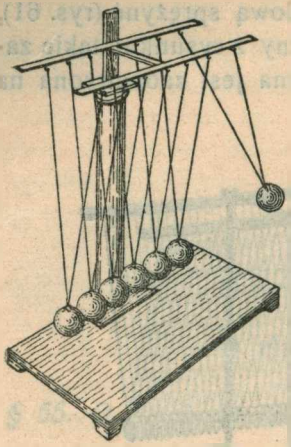


Rys. 61.

końcach w małe i lekkie tarcze czyli płytki ochronne; ująwszy jednę z tych płytek, odpychamy ją nagle od siebie w kierunku długości sprężyny albo też pociągamy ją ku sobie, również w podłużnym kierunku; w pierwszym razie ściśnięcie, w drugim rozciągnięcie podróżuje w sprężynie aż do przeciwległego jej końca. Pociągamy ostrzem noża po skrętach sprężyny; jedno za drugiem, ściśnięcie i rozciągnięcie mkną po sprężynie, ogarniając po kolei coraz dalsze jej części.

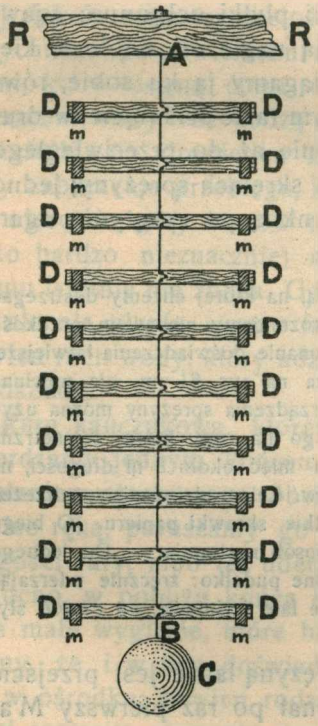
Możemy wypełnić piaskiem rurę kauczukową, na której chcemy dostrzegać rozchodzenie się poprzecznych wygięć; jak to zrozumiemy niebawem, prędkość biegu zaburzeń będzie wówczas mniejsza i wykonanie doświadczenia łatwiejsze. Z podobnych powodów sprężyna, przedstawiona na rys. 61-ym, nie powinna być zbyt krótka ani za mało masywna. Do sporządzenia sprężyny można użyć drutu miedzianego, średnicy 2 mm; nawijamy go na rurę, której zewnętrzna średnica wynosi około 9 cm. Sprężyna powinna mieć około 3 m długości; na każdy metr powinno przypadać około 30 skrętów. Celem ułatwienia spostrzeżeń możemy do niektórych skrętów przylepić leciutkie skrawki papieru. O biegu fali w sprężynie można także upewnić się w sposób następujący. Do jednego końca sprężyny zbliżamy lekkie, puste, drewniane pudełko; zręcznie uderzając młotkiem drugi koniec, wytwarzamy w sprężynie falę ściśnięcia; *po chwili* słyszymy stuknięcie o ścianę pudełka.

Od opisanych doświadczeń nad sprężyną łatwe jest przejście do słynnego eksperymentu, który wykonał po raz pierwszy Mariotte. Zawieszamy w szeregu 7 lub 8 kul równych, sprężystych, wytoczonych naprzykład z kości słoniowej lub wydętych ze szkła;



Rys. 62.

każda kula wisi na zawieszeniu podwójnem (rys. 62). Odchyliwszy pierwszą kulę, pozwalamy jej upaść i uderzyć następną; uderzona kula odbiera nadbiegającej całą jej prędkość, uderza trzecią, trzecia podobnie działa na czwartą i t. d. (por. § 32). Odkształcenia kul dokonywają się tak szybko, że nie możemy ich dostrzec; widzimy tylko skutek ostateczny: ostatnia kula w szeregu odskakuje równie wysoko, jak odchyliliśmy pierwszą. Niepodobna wątpić o tem, że w doświadczeniu niniejszem fala ściśnięcia przebiega przez rząd kul; wszystko, co wiemy o uderzaniu się ciał sprężystych (§ 32), prowadzi nas do tego twierdzenia.



Rys. 63

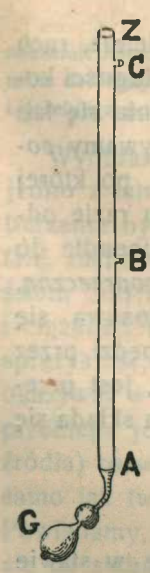
W § 30-ym była mowa o *skręcaniu* drutów lub nici sprężystych. Takiemu skręcaniu poddajemy drut stalowy *AB* (rys. 63), którego górny koniec jest utwierdzony w przęśle drewnianem *RR* wytrzymałem, dolny zaś koniec dźwiga ciało ciężkie *C*; ciężar tego ciała wypręża drut. Na drucie *AB* umocowano szereg poprzecznych beleczek drewnianych *DD*, które obładowano dodatkowemi ołowianemi masami *mm*. Wykręcamy najniższą beleczkę *DD* w jej płaszczyznie t. j. poziomo, prostopadle do długości drutu *AB*; w tym celu, jak w § 30-ym, działamy parą sił na końce beleczki; części drutu *AB*, przylegającej do najniższej beleczki, udzieliliśmy zatem pewnego skręcenia. Skręcenie podąża w drucie do góry, udzielając się kolejno coraz wyższym jego warstwom, co zdradza się obrotem coraz wyższych beleczek. Każda beleczka w pewnej chwili zaczyna wykręcać się około osi drutu we własnej

(poziomej) płaszczyznie; im wyżej jest położona, tem później rozpoczyna ten obrót. Zaburzenie faliste posuwa się zatem w drucie z pewną prędkością.

Jeżeli beleczki nie są doskonale połączone z drutem, jeżeli mogą obsuwać się po nim, powyższe (przez Lorda Kelvina wskazane) doświadczenie nie udaje się. Im dłuższy jest drut, im znaczniejsze są masy dodatkowe *mm*, tem dogodniej dostrzegać możemy bieg zaburzenia. Najlepiej jest użyć drutu stalowego fortepianowego, o średnicy 0·7 mm poprzecznego przecięcia. Dla ułatwienia dostrzeżeń zabarwiamy masy *mm* (np. na biało); wówczas uwaga widza zwraca się na nie.

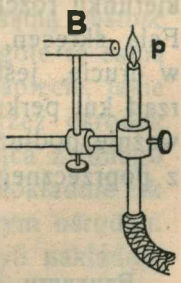
§ 56. Odbijanie się fal; fale podłużne, poprzeczne.

Do powyższych doświadczeń posługiwaliśmy się rurą kauczukową, na której obserwowaliśmy posuwanie się wygięcia; następnie sprężyną, w której biegło ściśnięcie lub rozciągnięcie; nareszcie drutem stalowym, w którym posuwało się skręcenie. Ale rura lub sznur, sprężyna i drut mają długość ograniczoną, muszą mieć krańce lub końce. Dochodząc do takiego końca, zaburzenie spotyka inny ośrodek, naprzykład stałą ścianę sztywną lub może powietrze. Wydarza się wówczas nowe zjawisko, z którem zapoznamy się w artykułach następnych. Fala *odbija się*; kierunek, w którym biegła dotychczas, zmienia się na przeciwny; fala powraca do miejsc, w których zaczęła się.



Rys. 64.

Wyobraźmy sobie długą rurę szklaną albo metalową *AZ* (rys. 64), z obu końców otwartą a więc wypełnioną powietrzem. Koniec *A* rury łączymy z kauczukowym balonikiem *G*; zdławiona w dłoni lecz wnet uwolniona, gruszka *G* powraca natychmiast do pierwotnej postaci; wtłacza ona wówczas nagle do rury pewną ilość powietrza. Wytworzone tym sposobem u dołu rury zgęszczenie biegnie w niej bardzo prędko. Ażeby móc dostrzec nadejście zgęszczenia, umieszczamy w *B* krótki wylot (rys. 64 i 65), kończący się cieniutkim otworkiem; naprzeciw otworka ustawiamy maleńki płomyczek gazowy *p* (o wysokości 15 mm), wrażliwy na lekkie w sąsiedztwie podmuchy. Gdy zgęszczenie przebiega w rurze w okolicy *B*, z otworka wypływa słaby



Rys. 65.

prąd powietrza, który wystarcza, aby płomyk zadygotał wyraźnie. Jednakże prędkość rozchodzenia się zgęszczenia powietrza w rurze *AZ* jest bardzo znaczna; gdybyśmy wzdłuż rury *AZ* umieścili dwa wyloty oraz dwa płomyki (*B* i *C*, rys. 64), nie zdołalibyśmy dostrzec, bez pomocy osobnych urządzeń, że płomyk *B* zachwiał się wcześniej niż *C*.

Jeżeli rozporządzamy długim układem rur, o łącznej długości kilkudziesięciu metrów, możemy wówczas pokazać, w sposób bardzo zajmujący, bieg fal zgęszczenia lub rozrzedzenia w powietrzu. Ów długi ciąg rur (żelaznych lub ołowianych, o średnicy około 15 mm) układamy w łagodne zakręty, unikając załamań. Przeciwległe końce przewodu, zaopatrzone w boczne wyloty (jak na rys. 64-ym), umieszczamy naprzeciw siebie na stole; przed temi wylotami znajdują się gazowe płomyki (rys. 65). Przez *A* i przez *Z* oznaczmy wspomniane dwa krańce przewodu. Koniec *Z* zamykamy korkiem kauczukowym; uciskamy nagle gruszkę *G*, połączoną z końcem *A*, poczem ją zaraz zwalniamy. Płomyk *A* doznaje wówczas natychmiast znanego przelotnego kurczu; wkrótce potem doznaje go płomyk *Z*; po krótkiej chwili znowu *A* miga i dyga, wnet znowu *Z* i tak dalej naprzemian: raz *A*, raz *Z*. Jak sobie wytłumaczyć zachowanie się płomyków? jakie zjawisko odbywa się tutaj? Najprzód zgęszczenie, wytworzone przez zdławienie gruszki, przebiegło przez przewód; za niem przemknęło rozrzedzenie, które powstało, gdy gruszka odzyskała postać pierwotną. Obadwa zaburzenia, zgęszczenie i rozrzedzenie, odbijają się bez zmiany od zamkniętego końca *Z*; ale płomyki są wrażliwe tylko na nadbiegające *zgęszczenia*, rozrzedzeń nie sygnalizują. Jeżeli układ rur ma około 70 m długości, nagłe kurcze płomyków obserwujemy wygodnie; powtarzają się one do dziesięciu razy, w odstępach czasu równych, z uderzającą prawidłowością.

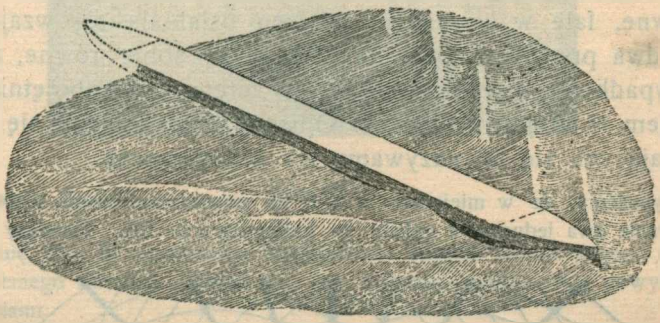
Gdy fala przebiega sprężynę lub kolumnę powietrza, ruch cząstek, które fala porusza, odbywa się w kierunku długości kolumny albo sprężyny; zatem w kierunku rozchodzenia się fali lub we wprost przeciwnym kierunku. Taką falę nazywamy *podłużną*. Inaczej mają się rzeczy w rurze kauczukowej, po której podąża fala wygięcia; przemieszczenia cząstek w tym razie odbywają się prostopadle do długości rury, więc prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali; taką falę nazywamy *poprzeczną*. Fala skręceń, która w doświadczeniu Kelvina posuwa się w drucie, jest ściśle poprzeczna (§ 30); ta, która pędzi przez rząd kul perkusyjnej machiny Mariotte'a (rys. 62), jest przeważnie podłużna; fala po powierzchni wody biegnąca składa się z poprzecznego i z podłużnego zaburzenia.

§ 57. O nakładaniu się fal.

Rzucamy dwa naraz kamyki do wody, spokojnie w stawie stojącej. Z każdego z miejsc uderzonych wybiega zaburzenie;

każde staje się źródłem osobnej fali kołowej. Gdy jedna fala spotyka się z drugą, krzyżuje się z nią wówczas, przenika ją nawskróś i biegnie dalej tak samo, jak gdyby jej nie była przecięła. Dwie fale wodne nie przeszkadzają, ale i nie pomagają sobie wzajemnie; przyglądając się uważnie, przekonywamy się o tem. Takie krzyżowanie i niezależne posuwanie się fal dostrzegamy naprzykład, gdy krople deszczu trafiają zwierciadło wód w jeziorze lub rzece.

Stojąc u przodu płynącego po jeziorze okrętu, widzimy, że ostry dziób statku ciągnie za sobą dwie smugi garbate, zwykle połamane na schodki, które



Rys. 66.

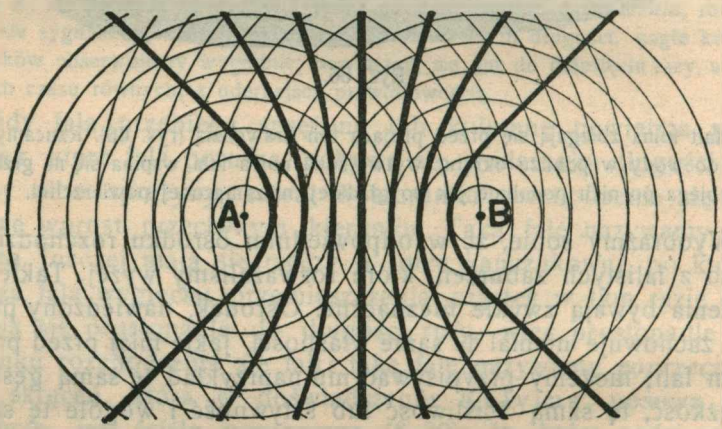
nakształt klina zbiegają się przed prującą toń krawędzią (rys. 66). Rzucamy kamień do wody w pobliżu okrętu; wytworzona nowa fala wspina się na grzbiety i przebiega po nich podobnie jak po gładkiej, niezamąconej powierzchni.

Wyobraźmy sobie, że w odpowiednim ośrodku rozchodzi się jedno z falistych zaburzeń, które rozważaliśmy wyżej. Takie zaburzenia bywają zwykle nieznaczne. Ośrodek, nawiedzony przez falę, zachowuje niemal te same własności, jakie miał przed przejściem fali; możemy przypisywać mu naprzykład tę samą gęstość i ciężkość, tę samą ściśliwość lub sztywność i wogóle tę samą sprężystość, możemy przypisywać mu to samo napięcie, jakie okazywał w stanie niezaburzonym. Gdy zatem przez ośrodek przebiega jedna fala, wówczas druga fala (pochodząca z innego źródła) rozwija i rozprzestrzenia się w nim niemal dokładnie tak samo jak tworzyłaby się i biegłaby w spoczywającym ośrodku. Powiadamy, że takie dwie fale *superponują się* czyli nakładają się na siebie.

§ 58. Interferencja fal.

Co wydarza się w miejscach ośrodka, w których dwie superponujące się fale spotykają się ze sobą? Cząstka ośrodka, poruszona przez pierwszą falę w jakimkolwiek kierunku, doznaje od drugiej fali drugiego wychylenia, takiego, jakiego doznałaby, wychodząc z położenia równowagi. Wyobraźmy sobie wychylenia cząstki z położenia równowagi, wywołane zosobna przez pierwszą i przez drugą falę; wypadkowa tych przemieszczeń (tom I, § 23) jest przemieszczeniem rzeczywistem cząstki w ostatecznem zaburzeniu. Jeżeli kierunki składowych przemieszczeń są zgodne, fale wzmacniają się w miejscu spotkania; jeżeli te kierunki są przeciwne, fale w uważanem miejscu osłabiają się wzajemnie. Jeżeli dwa przeciwne przemieszczenia są sobie równe, znoszą się, wypadkowe przemieszczenie jest zerem, fale zobojętniają się nawzajem w miejscu spotkania. Opisane tu zachowanie się dwóch spotykających się fal nazywamy ich *interferencją*.

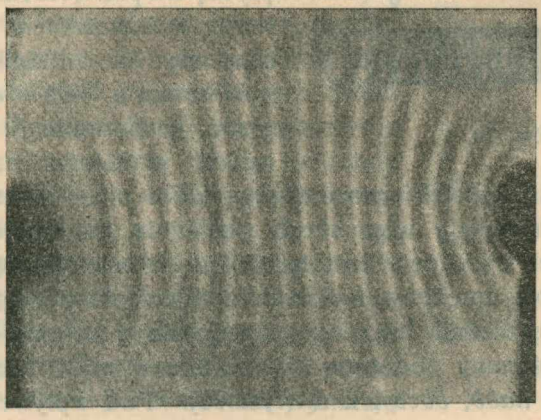
Przypuśćmy, że w miejscach *A* i *B* na powierzchni cieczy wytwarzamy jednocześnie dwa jednakowe układy fal kołowych (rys. 67). Pierwszy grzbiet,



Rys. 67.

idący z miejsca *B*, spotykając się z siódmym, który z *A* wyruszył, tworzy podwójną wypukłość; drugi biegnący od *B* dodaje się podobnie do szóstego, dążącego z *A*; pierwszy wysłany przez *A* łączy się tak samo z siódmym wytworzonym w *B* i t. d. W miejscach, wskazanych przez grubsze na rysunku linje, powstać powinny na powierzchni cieczy wypukłości największe. Takie dwa układy fal możemy w istocie wytworzyć sposobem następującym. W otwartem płaskiem naczyniu znajduje się rtęć; do jej powierzchni zbliżamy widełki stro-

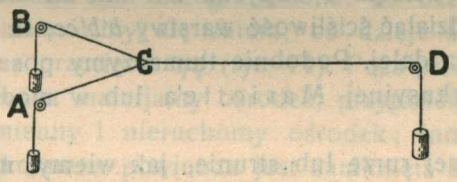
jowe tak położone, iż płaszczyzna drgań ramion widełek jest równoległa do powierzchni rtęci. Gdy wprowadzamy w drganie widełki, leciutkie ostrza, przytwierdzone do końców ich ramion, wichrzą i burzą spokojną przedtem i gładką



Rys. 68.

powierzchnię. Rys. 68 przedstawia błyskawiczne zdjęcie powiększonego obrazu tak wywołanego zjawiska. Obraz ten, jak widzimy, zgadza się z powyższemi oczekiwaniami.

Wyobraźmy sobie strunę albo sznur napięty, który nakształt wideł rozdziela się w miejscu *C* na dwie gałęzi *AC* i *BC* (rys. 69). Końce *A* i *B* szarpnijmy



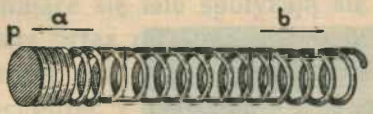
Rys. 69.

jednocześnie i jednakowo mocno, naprzykład do góry; w części *CD* dostrzegamy falę, w której wychylenia cząstek są dwa razy większe niż w falach, biegnących przez *AC* i *BC*. Postąpmy teraz inaczej. Koniec *A* szarpnijmy do góry, jednocześnie zaś koniec *B* szarpnijmy równie mocno ku dołowi; w części *CD* sznura nie dostrzegamy wówczas wcale zaburzenia.

§ 59. O sposobie powstawania i posuwania się fal.

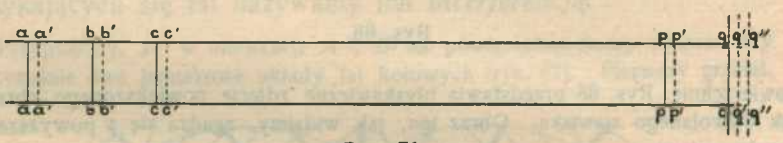
Uderzywszy młotkiem krańcową płytkę *p* sprężyny (rys. 70), wywołujemy nagłe ściśnięcie kilku pierwszych jej skrętów. Dzia-

łanie uderzenia jest krótkie, przelotne; skoro minęło, płytka znajduje się tylko pod wpływem sprężystych sił, obudzonych w skrętach przez nagłe ściśnięcie. Rozprężając się, skręty odpychają płytkę ku pierwotnemu jej położeniu, w kierunku *a*; ale rozprężają się one nietylko wstecz, w kierunku *a*, lecz również i naprzód, w kierunku *b* t. j. w kierunku, w którym działało początkowe ciśnienie. Pierwsze skręty, które przed innemi doznały ściśnięcia, naciskają więc skręty sąsiednie, podobnie jak same przez młotek naciśnięte zostały. Ściśnięcie udziela się coraz dalszym skrętom sprężyny, w kierunku uderzenia postępuje fala.



Rys. 70.

Bieg zgęszczenia lub bieg rozrzedzenia w kolumnie powietrza (§ 56) objaśniamy podobnie. Podzielmy w myśli taką kolumnę na warstwy *aabb*, *bbcc* i t. d. (rys. 71). Pod wpływem przebie-

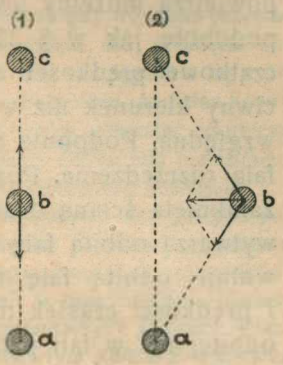


Rys. 71.

gającej fali przecięcie *aa* posuwa się do *a′a′*; warstwa *a′a′bb* jest wówczas ściśnięta i odpycha *a′a′* ku *aa* oraz *bb* ku *b′b′*. Zaczyna teraz działać ściśliwość warstwy *b′b′cc*; ta sama gra powtarza się coraz dalej. Podobnie tłumaczymy posuwanie się fali w machinie perkusyjnej Mariotte'a lub w modelu Kelvina (§ 55).

W wyprężonej rurze lub strunie, jak wiemy, może biec fala wygięcia (§ 55); w urządzeniu, które opisaliśmy, strunę wypręża u jednego końca ciężar zawieszonego ciała, u drugiego końca wypręża ją reakcyjne oddziaływanie ciała stałego, do którego struna jest przytwierdzona. W nieodkształconym elemencie struny istnieje zatem napięcie, które składa się z sił sobie przeciwnych, umiejscowionych w kierunku długości elementu i dążących do wydłużenia tego elementu. Dla uproszczenia wyobraźmy sobie, że sznur, rura lub struna zawiera tylko jeden szereg cząstek, jak *a*, *b*, *c* na rys. 72-im. W elemencie nieodkształconym cząstka *b* doznaje od *a* i od *c* sił, wskazanych przez strzałki na rys. 72 (1). Gdy element *abc* został wygięty, cząstka *b* doznaje sił, które ob-

jaśnia rys. 72 (2); łatwo zrozumieć, że wypadkowa tych sił skłania cząstkę *b* do powrotu ku pierwotnemu jej położeniu na prostej *ac*. Do rozchodzenia się fali po rurze lub strunie przyczynia się więc jej *napięcie*, nie zaś zwyczajna sprężystość, która objawia się naprzykład przy wyciąganiu. W innych przypadkach zaburzeń falistych objawia się przeciwnie *sprężystość* roznoszącego te zaburzenia ośrodka. Przebiegowi fali w kolumnie powietrza spółdziała *ściśliwość* powietrza; posuwanie się fali w modelu Kelvina wynika ze *sztywności* stalowego drutu. Gdy po powierzchni wody mkną zaburzenia faliste, siłą czynną jest *ciężar* cząstek wody, chwilowo wzniesionych ponad otoczenie; skąd, jak wiadomo, wynikają różnice ciśnień, panujących w cieczy w tym samym poziomie.



Rys. 72.

§ 60. O odbijaniu się fal.

W artykule poprzednim roztrząsaliśmy przebieg fali zgęszczenia w kolumnie powietrza; podobnie bylibyśmy mogli objaśnić przebieg w niej fali rozrzedzenia. Rozumowaliśmy, jak gdyby długość kolumny była nieograniczona, co oczywiście jest niemożliwe. Zastanówmy się zatem, co dzieje się, gdy kolumna kończy się na przecięciu *qq* (rys. 71). Poza przecięciem *qq* rozciąga się pewien materjalny ośrodek; przypuśćmy z początku, że jest to niezmienny i nieruchomy ośrodek; innemi słowy przypuśćmy, że kolumna powietrza jest zamknięta *ścianą doskonale sztywną*, do której fala nie może przeniknąć. Uważajmy ostatnią pod ścianą warstwę *ppqq* powietrza. Przypuśćmy, że nadbiega fala zgęszczenia pierwotna, którą nazwiemy *padającą*; cząstki znajdujące się w *pp* posuwają się wówczas do *p'p'*, warstwa *p'p'qq* zostaje ściśnięta, ale rozprężyć może się tylko wstecz, ku *pp*, albowiem doskonale sztywna ściana stawia opór niezwyciężony. Ściśnięcie cofa się zatem; przez kolumnę powietrza biegnie napowrót nowa fala, *odbita*. Odwołujemy się teraz do trzeciej zasady dynamiki. Ściśnięta warstwa powietrza *p'p'qq* wywiera pewną siłę na ścianę; na to działanie ściana odpowiada równem przeciwdziałaniem, które jest właściwem źródłem fali odbitej;

początkowe przemieszczenia cząstek z położenia równowagi oraz ich początkowe prędkości muszą więc być skierowane przeciwnie w fali odbitej niż w padającej. W stosunku do masy cząstek powietrza możemy uważać masę ściany za nieskończenie wielką; podobnie jak w § 32-im, wyprowadzamy stąd wniosek, że początkowe prędkości cząstek w fali odbitej mają nietylko przeciwny kierunek niż w padającej, ale nadto tę samą wartość bezwzględną. Podobnie rozumowalibyśmy, gdyby fala padająca była falą rozrzedzenia. Powiadamy ostatecznie: gdy rura jest na końcu zamknięta ścianą doskonale sztywną, padająca fala zgęszczenia wytwarza odbitą falę zgęszczenia; padająca fala rozrzedzenia wywołuje odbitą falę rozrzedzenia. Początkowe przemieszczenia i prędkości cząstek mają w obu razach przeciwny kierunek w fali odbitej niż w fali padającej, ale wartość tę samą.

Przechodzimy teraz do przeciwnego przypadku. Przypuśćmy, że rura *aappqq* jest otwarta; uważajmy *qq* (rys. 71) za idealną, pomyślaną płaszczyznę. Atmosfera nieograniczona nie stawia niemal żadnego oporu ściśniętej warstwie *p'p'qq*; cząstki powietrza, które znajdowały się w przecięciu *qq*, posuną się pod wpływem fali nietylko do *q'q'* (długość *qq'* uważamy za równą długości *pp'*), lecz dalej, powiedzmy do *q''q''*. Warstwa *p'p'q'q'* dozna więc *rozrzedzenia*, gdy dobiegnie do niej padająca fala zgęszczenia. To rozrzedzenie przebiegnie kolumnę powietrza napowrót, udzielając się wstecz od warstwy do warstwy. Gdy zatem rura jest na końcu otwarta, padająca fala zgęszczenia wytwarza odbitą falę rozrzedzenia; padająca fala rozrzedzenia wywołałaby podobnie odbitą falę zgęszczenia. Początkowe przemieszczenia i prędkości cząstek mają w obu razach ten sam kierunek w fali odbitej, jaki mają w fali padającej, oraz wartość tę samą.

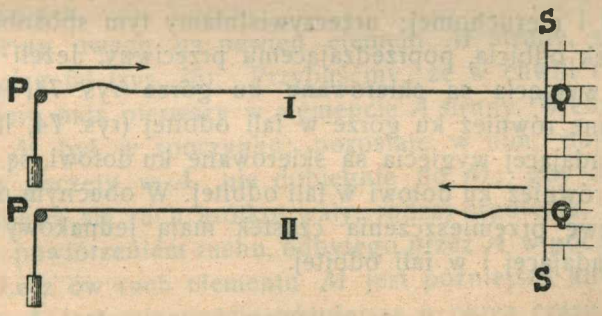
Wyobraźmy sobie, że pociąg kolejowy, złożony z kilkunastu wagonów, jest ustawiony na torze. Do pociągu podjeżdża, cofając się, lokomotywa, która ma być na jego czele wprzęgnięta; dotknąwszy pierwszego na przedzie wagonu, lokomotywa uderza go zlekka; to uderzenie udziela się dalszym wagonom i.ściska po kolei sprężyny buforów wszystkich wagonów, aż do przednich sprężyn ostatniego w szeregu wagonu. Nie spotykając oporu, ostatni wagon cofa się, wówczas zaś wyciąga sprężyny swych przednich buforów; te sprężyny działają na przedostatni wagon i pociągają go wstecz; tem samem wyciągnięte zostają przednie sprężyny przedostatniego wagonu i t. d. Przez pociąg przebiegła fala zgęszczenia i na jego swobodnym końcu wytworzyła odbitą falę rozrzedzenia. Przypuśćmy przeciwnie, że ostatni wagon pociągu dotyka nieruchomej, utwierdzonej w ziemi zapory, w rodzaju tych, które widujemy nieraz na końcu «śle-

pych» torów stacyjnych; oczywistą jest rzeczą, że padająca fala zgęszczenia wywoła w tym razie odbitą falę zgęszczenia.

Wyrobiona z drutu długa sprężyna (rys. 61) pozwala śledzić dogodnie przebieg fali padającej oraz fali odbitej. Przypuśćmy, że jeden koniec sprężyny jest przytwierdzony do przegrody niezmiennej i nieruchomej; gdy wówczas przeciwległy jej koniec uderzamy młotkiem, widzimy, iż padająca fala ściśnięcia wytwarza w sprężynie odbitą falę ściśnięcia; padająca fala rozciągnięcia wywołałaby wówczas odbitą falę rozciągnięcia. Przypuśćmy przeciwnie, że jeden koniec sprężyny jest zupełnie swobodny; przeciwległy jej koniec uderzając młotkiem, przekonywamy się, że padająca fala ściśnięcia wytwarza odbitą falę rozciągnięcia; padająca fala rozciągnięcia wywołałaby wówczas odbitą falę ściśnięcia

Analogiczne doświadczenie, wykonane w długim układzie rur pełnych powietrza (§ 56), jest bardzo pouczające. Otwieramy koniec Z przewodu; gruszkę G nagle ściskamy, ale pozostawiamy ją trwale ściśniętą. Płomyk A migoce wówczas w odstępach czasu *dwa razy dłuższych* aniżeli w poprzedniem doświadczeniu, opisanem w § 56-ym. Jak mamy ten fakt wytłumaczyć? Z końca A biegnie pierwsza fala (padająca), fala zgęszczenia; na otwartym końcu Z wytwarza ona drugą falę (odbitą), falę rozrzedzenia; dobiegłszy zamkniętego końca A, owa druga fala wywołuje tam trzecią falę (znowu odbitą), falę rozrzedzenia; trzecia, docierając do Z, daje tam początek czwartej fali, fali zgęszczenia; powracając, czwarta fala rodzi w A falę piątą, falę zgęszczenia i t. d. Pamiętając o tem, że płomyk A zawiadamia o przebiegających zgęszczeniach, że jednak wobec rozrzedzeń zachowuje się biernie, rozumiemy przyczynę przerw dwa razy dłuższych, które obecnie zachodzą między sygnałami płomyka A. Płomyk Z znajduje się bardzo blisko otworu Z; z powyższego rozumowania wynika zatem, że podczas całego doświadczenia płomyk Z powinien pozostawać zawsze spokojny; oczekiwanie to sprawdza się rzeczywiście.

Fale poprzeczne odbijają się podobnie jak fale podłużne. Powracamy do doświadczeń, które wykonywaliśmy nad wyprę-

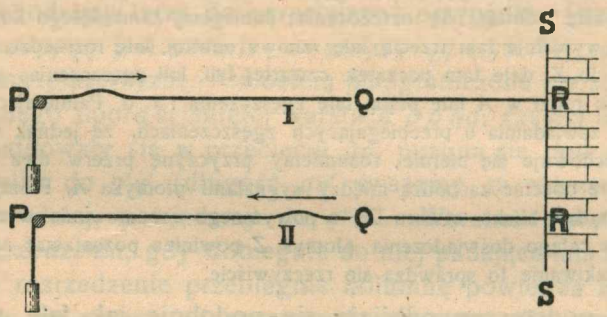


Rys. 73.

żoną rurą lub struną albo nad sznurem rozpiętym (§ 55). Przypuśćmy, że jeden koniec Q rury, struny lub sznura jest przytwierdzony do ściany doskonale sztywnej i nieruchomej SS (rys. 73); u przeciwległego końca P wytwarzamy falę wygięcia, na-

przykład ku górze (rys. 73, I). Początkowe przemieszczenia cząstek są zatem skierowane do góry w fali padającej. Przekonywamy się wówczas, że od końca *Q* biegnie napowrót fala odbita, w której wygięcia, a zatem i początkowe przemieszczenia cząstek są skierowane ku dołowi (rys. 73, II). Jeżeli, przeciwnie, w fali padającej początkowe przemieszczenia cząstek są skierowane ku dołowi, wówczas w odbitej są skierowane ku górze. Powiadamy: gdy koniec *Q* jest połączony ze ścianą *SS* niezmienną, początkowe przemieszczenia cząstek w fali odbitej są skierowane przeciwnie niż w padającej: odwołując się do trzeciej zasady dynamiki, wyjaśniamy łatwo taki wynik doświadczeń.

U końca *Q* rury, struny lub sznura przywiążmy teraz nić *QR* cienką i (o ile podobna) jaknajmniej dla napięcia podatną (rys. 74), koniec zaś *R* nici przytwierdźmy do ściany *SS* doskonale



Rys. 74.

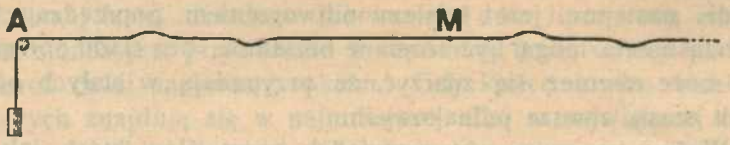
sztywnej i nieruchomej; urzeczywistniamy tym sposobem drugi przypadek odbicia, poprzedzającemu przeciwny. Jeżeli w fali padającej wygięcia są skierowane ku górze (rys. 74, I), są one skierowane również ku górze w fali odbitej (rys. 74, II). Jeżeli w fali padającej wygięcia są skierowane ku dołowi, są one skierowane również ku dołowi w fali odbitej. W obecnym przypadku początkowe przemieszczenia cząstek mają jednakowy kierunek w fali padającej i w fali odbitej.

§ 61. Fala pojedyncza czyli puls; ciąg fal.

Zajmowaliśmy się dotychczas przebiegiem, przez rozmaite materjalne ośrodki, *pojedynczej fali* czyli zaburzenia, które powstaje dzięki nagłemu, jednorazowemu wstrząśnieniu; taką pojedynczą falę nazywamy *pulsem.* Puls wytwarza się naprzykład,

gdy rzucamy kamyk do wody, gdy sprężynę raz uderzamy młotkiem, gdy wyprężoną rurę lub strunę nagle szarpiemy, gdy do przewodu rur, wypełnionych powietrzem, wtłaczamy nagle nową ilość powietrza.

Przypuśćmy, że pewnemu materjalnemu ośrodkowi udzielamy kilku, kilkunastu lub kilkudziesięciu nagłych wstrząśnień w ciągu sekundy; każde wstrząśnienie daje początek pulsowi, każdy zaś puls biegnie w ośrodku, nawiedzając coraz dalsze jego części czyli elementy przestrzenne. Wyobraźmy sobie naprzykład, że popychamy, potem zaś pociągamy jednę z końcowych płytek sprężyny (§ 55), zawsze w kierunku jej długości; przypuśćmy,



Rys. 75.

że ruch ten powtarzamy wielokrotnie. Pulsy ściśnięcia i pulsy rozciągnięcia biegną w pewnych odległościach od siebie, przez całą sprężynę, aż do przeciwległego jej końca. Wyobraźmy sobie, że wyprężoną rurę lub strunę uderzamy poprzecznie, naprzemian do góry i na dół; tworzące się pulsy mkną po rurze lub strunie, której postać chwilową, niejako pochwyconą na momentalnej fotografji, przedstawia rys. 75. *Ciągiem fal* nazywamy szereg pojedynczych fal czyli pulsów, śpieszących za sobą przez materjalny ośrodek.

Zwróćmy uwagę na pewien element M struny, po której biegnie ciąg fal (rys. 75). Przypuśćmy, że w chwili $t = 0$ wytworzyliśmy puls pierwszy w elemencie A struny. W chwili $t = 0$ element M był w spoczynku; pozostaje w nim, dopóki puls pierwszy, poczęty w A, nie dobiegnie do M; gdy dobiegnie, w M odbywa się ruch krótkotrwały, rodzaj drgnienia, który jest wiernem powtórzeniem ruchu, odbytego przez A w początku zjawiska. Lecz ów ruch elementu M jest późniejszy aniżeli ruch elementu A, jest mianowicie późniejszy o okres czasu, którego fali potrzeba do przebycia drogi AM. Po krótkim czasie puls pobiegł dalej po strunie, element M uspokoił się i trwa w spoczynku, dopóki nie dobiegnie puls drugi, który go wstrząśnie przelotnie, podobnie jak pierwszy. Gdy puls drugi przeminął, element M czeka na trzeci; i tak dalej, do ostatniego.

§ 62. Zjawiska perjodyczne; okres, faza, długość fali.

Przypuśćmy, że elementowi *A* struny udzielamy kilkudziesięciu lub kilkuset wstrząśnień w ciągu sekundy. Każde wstrząśnienie jest krótkotrwałem, szybko przemijającem zjawiskiem; uderzony element przybiera po kolei prędkości, bystro rosnące od zera do znacznych wartości i spadające wnet znowu do zera. Możemy powiedzieć, że każde wstrząśnienie ma pewien *przebieg*; prędkość elementu zmienia się według pewnego prawa podczas wstrząśnienia. Kolejne wstrząśnienia, które nawiedzają element, będą wogóle *nie*podobne do siebie; ale może także się zdarzyć, że każde następne jest ścisłem odtworzeniem poprzedzającego. Wstrząśnienia mogą być rozsiane bezładnie, bez śladu porządku; ale może również się zdarzyć, że przypadają w stałych odstępach czasu, zawsze jednakowych.

Weźmy na uwagę ów przypadek szczególny, który, jak powiedzieliśmy, jest tylko jednym z pomiędzy wielu możliwych; jego znaczenie w fizyce jest wyjątkowe. Przypuśćmy, że kolejne wstrząśnienia mają przebieg jednakowy i że powtarzają się w równych odstępach czasu. Włączając do każdego wstrząśnienia następującą po niem pauzę, powiadamy: po pewnym odstępie czasu, który nazywamy *okresem*, całe zjawisko powtarza się we wszystkich swych szczegółach. Takie zjawiska nazywamy *okresowemi* albo *perjodycznemi*. Kolejne następstwo czterech pór roku jest oczywiście naogół (lub przybliżenie) perjodycznem zjawiskiem, którego okres trwa rok. Powrót dnia oraz nocy jest zgrubsza perjodycznem zjawiskiem, którego okresem jest doba. Wspaniałym przykładem ruchu przybliżenie perjodycznego jest zjawisko przypływów i odpływów morskich; na wielu wybrzeżach (np. u kresów europejskich Oceanu Atlantyckiego) przypływy i odpływy następują w odstępach mniej więcej sześciu godzin naprzemian po sobie, okres zjawiska wynosi zatem przybliżenie pół doby. Ściśle perjodycznem zjawiskiem jest wahanie się idealnego wahadła w próżni zupełnej (tom I, §§ 63 i 64); jeszcze ważniejszym przypadkiem takiego zjawiska jest ruch harmoniczny prosty, który rozważaliśmy w §§ 30 i 31-ym tomu I-go. W niniejszym i w następnym rozdziale poznamy różne inne przykłady okresowych ruchów i zjawisk.

Oznaczmy przez *T* okres wstrząśnienia, powracającego perjodycznie w elemencie *A* struny. Możemy powiedzieć, że odstęp

czasu T oddziela początek 1-go wstrząśnienia od początku 2-go, początek 2-go od początku 3-go i t. d.; albo też środek 1-go od środka 2-go wstrząśnienia, środek 2-go od środka 3-go i t. d.; albo również koniec 1-go od końca 2-go wstrząśnienia, koniec 2-go od końca 3-go i t. d. *Fazą* (lub fazą *liczbową*) nazywamy ułamek wstrząśnienia, który w danej chwili właśnie jest dokonany; liczymy go od początkowej chwili każdego wstrząśnienia. Faza naprzykład jest zerem w chwili początkowej, w chwili środkowej wstrząśnienia wynosi $\frac{1}{2}$, w końcowej równa się jedności. Okresem perjodycznego zjawiska jest oczywiście odstęp czasu, oddzielający od siebie chwile kolejne, w których zjawisko jest w tej samej fazie. Każdego pierwszego dnia lipca ruch ziemi dokoła słońca jest przybliżenie w tej samej fazie; odstęp takich kolejnych chwil nazywamy rokiem. Gdy końce ramion widełek strojowych znajdują się w najmniejszej albo w największej odległości od siebie, drganie widełek jest w tej samej fazie; odstęp dwóch takich kolejnych chwil jest okresem drgania widełek.

Element A struny jest źródłem fali; porusza się on okresowo, jego okres wynosi T. Przypuśćmy, że c jest prędkością, z jaką fala posuwa się po strunie; odległość λ, o którą fala odbiega od A w czasie jednego okresu, wynosi

1. $$\lambda = cT.$$

Przypuśćmy, że w odległości λ od elementu A znajduje się element M struny (rys. 76); w takim razie M zaczyna poruszać się

Rys. 76.

o czas T później aniżeli A; dalszy ruch elementu M jest kopją ruchu elementu A, we wszystkich fazach o okres T czasu spóźnioną. Przypuśćmy, że w nowym odstępie λ od elementu M wzdłuż struny znajduje się element N; N zaczyna poruszać się o czas $2T$ później niż A, dalszy ruch elementu N jest kopją ruchu elementu A, spóźnioną we wszystkich fazach o czas $2T$. Podobne twierdzenia stosują się do elementów P, Q i t. d., leżących wzdłuż struny w odstępach λ od siebie:

2. $$AM = MN = NP = PQ = \ldots\ldots = \lambda$$

Podobnie jak w miejscu A ruch powtarza się w czasie, w odstępach T czasu, podobnie powraca on i odtwarza się wzdłuż struny, w odstępach λ długości. Taki odstęp λ nazywamy *długością fali*. Odstęp dwóch chwil, w których, w danem miejscu struny, ruch jest w tej samej fazie, nazywa się, jak już wiemy, okresem T. Odległość wzdłuż struny dwóch miejsc, w których, w danej chwili, ruch jest w tej samej fazie, jest długością fali λ.

Możemy teraz powiedzieć, że bieg fali w strunie polega na posuwaniu się po niej którejkolwiekbądź *fazy* ruchu wywołanego w źródle A zaburzenia. Ażeby odnajdywać tę samą fazę w coraz dalszych miejscach struny i zarazem w coraz późniejszych chwilach, wypada przenosić się w myśli wzdłuż struny z prędkością c; dlatego prędkość c nazywamy, dokładniej niż przedtem, *prędkością posuwania się fazy* w uważanem falistem zjawisku.

Dla określoności mówiliśmy tutaj o strunie, w której biegnie ciąg fal okresowych poprzecznych. Ale pojęcia fal okresowych, okresów, długości fali oraz prędkości fazy są ogólne i mogą być utworzone w każdym przypadku rytmicznych zaburzeń. Możemy wytwarzać perjodyczne wstrząśnienia na powierzchni wody w korycie lub stawie, w długiej sprężynie, w szeregu kul sprężystych, w kolumnie powietrza, w drucie stalowym skręcanym; w każdym ośrodku biegnie wówczas fala okresowa, mająca pewną długość fali λ i pewien okres T; poznamy wkrótce przykłady takich zjawisk.

Po powierzchni mórz, jak wiadomo, toczą się bez przerwy fale małe i wielkie, a niekiedy nawet olbrzymie, wzniecane zazwyczaj przez wicher; po otwartem morzu fale te biegną często w dość stałych odstępach; lecz skoro dopadną wód płytkich w pobliżu wybrzeży, ścigają się i przeskakują wzajemnie, przewalają, piętrzą i bryzgają do góry. W czasie trzęsień ziemi wytwarzają się nieraz na morzu potężne fale samotne, zwane z japońska *tsunami*, których długość dochodzi setek kilometrów; takie fale z ogromną prędkością przebiegają oceany, niekiedy okrążają całą kulę ziemską. W stałych pokładach skorupy ziemskiej trzęsienia ziemi wywołują zawiłe *fale seismiczne*, których różne fazy biegną z rozmaitą, ale zawsze bardzo znaczną prędkością. Nawet i na niebie tmożemy zauważyć niekiedy objawy wydarzeń falistych: chmury bywają nieraz poszarpane na strzępy, nakształt wałów i rowów dziwnie regularnie koło siebie leżące; marszczy je wiatr, którego podmuchy bywają zwykle faliste.

Niedościgniony przykład zaburzeń falistych mamy nieustannie przed sobą w zjawiskach światła i promieniowania; odsłaniają nam one nowe, zgoła nieoczekiwane widoki urządzenia natury. Tym zjawiskom poświęcimy osobny rozdział w następnym tomie książki niniejszej.

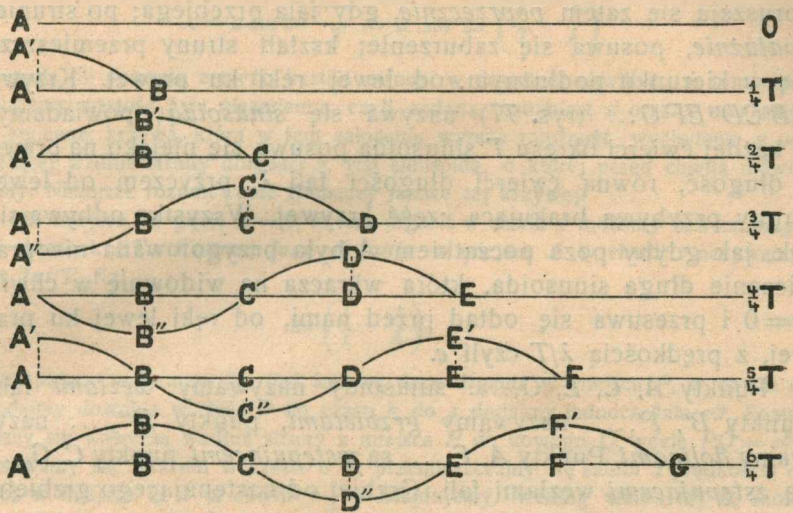
§ 63. Fale harmoniczne proste

Dla objaśnienia wywodów § 62-go przypuśćmy, że element A struny, który jest źródłem fali, odbywa ruch harmoniczny pro-

sty, znany z §§ 30 i 31-go tomu I-go. Ruch elementu A rozpoczyna się w chwili początkowej $t = 0$. Uważajmy chwile, późniejsze od początkowej o odstępy czasu następujące:

1. $\frac{1}{4}T$, $\frac{2}{4}T$, $\frac{3}{4}T$, $\frac{4}{4}T$, $\frac{5}{4}T$, $\frac{6}{4}T$ i t. d.

Jakie kształty przybiera struna w tych różnych chwilach? W odpowiedzi na to pytanie znajdujemy krzywe, podane na rys. 77-ym.



Rys. 77.

W chwili $t = 0$ element A, wychodząc z położenia równowagi, rozpoczyna ruch do góry; w chwili $t = \frac{1}{4}T$, osiągnąwszy położenie A' największego wzniesienia, zaczyna wracać ku położeniu równowagi. Fala, która w chwili $t = 0$ wybiegła z A, posuwa się po strunie; w chwili $t = \frac{1}{4}T$ dociera do elementu B, który zatem w chwili $t = \frac{1}{4}T$ rozpoczyna ruch do góry; ruch elementu B jest spóźniony o $\frac{1}{4}$ fazy względem ruchu elementu A. Długość AB jest to droga, którą fala przebyła w czasie $\frac{1}{4}T$; wynosi ona $\frac{1}{4}\lambda$. W chwili $t = \frac{2}{4}T$ element A, dążąc ku dołowi, przebiega przez położenie równowagi; element B osiąga w tej chwili położenie B' największego wzniesienia; jeżeli wreszcie $AC = \frac{1}{2}\lambda$, tedy w tejże chwili element C rozpoczyna ruch swój do góry. Ruch elementu C jest spóźniony o $\frac{1}{2}$ fazy względem ruchu elementu A; w czasie $\frac{1}{2}T$ fala przebiegła odległość AC t. j. odbyła drogę $\frac{1}{2}\lambda$. Przypuszczając, że $AD = \frac{3}{4}\lambda$, że $AE = \lambda$ i t. d., znajdujemy podobnie położenia elementów A, B, C i D w chwili

$t = \frac{3}{4}T$, położenia elementów A, B, C, D i E w chwili $t = T$ i t. d. We wszystkich swych fazach ruch elementu E jest spóźniony o czas T względem ruchu elementu A; element E jest zatem zawsze w tej samej fazie ruchu, w jakiej jest A; dlatego odległość AE jest długością fali λ. Podobne twierdzenie stosuje się do pary elementów B i F, do pary C i G i t. d. Cząstki struny, jak widzimy, poruszają się do góry i na dół, poruszają się zatem *poprzecznie*, gdy fala przebiega; po strunie, *podłużnie*, posuwa się zaburzenie; kształt struny przemieszcza się w kierunku podłużnym, od lewej ręki ku prawej. Krzywa $AB'CD''EF'G\ldots$ (rys. 77) nazywa się *sinusoidą*; powiadamy: w każdej ćwierci okresu T sinusoida posuwa się niejako na prawo o długość, równą ćwierci długości fali λ, przyczem od lewej strony przybywa brakująca część krzywej. Wszystko odbywa się tak, jak gdyby poza początkiem A była przygotowana nieograniczenie długa sinusoida, która wkracza na widownię w chwili $t = 0$ i przesuwa się odtąd przed nami, od ręki lewej ku prawej, z prędkością λ/T czyli c.

Punkty A, C, E, G,.... sinusoidy nazywamy *węzłami* fali; punkty B', F',.... nazywamy *grzbietami*, punkty D'',.... nazywamy *dolinami*. Punkty A, E,.... są *wstępującemi*, punkty C, G,.... są *zstępującemi* węzłami fali. Grzbiet od następującego grzbietu, dolinę od następującej doliny, wstępujący węzeł od następującego wstępującego węzła, zstępujący węzeł od następującego zstępującego węzła oddziela zawsze odległość, równa długości fali.

Oznaczmy przez x wychylenie pewnej cząstki struny z położenia równowagi czyli jej odległość od $ABCDEFG\ldots$.; wychylenia, skierowane ku górze, uważajmy za dodatnie; wychylenia, skierowane ku dołowi, uważajmy za ujemne. Przez a rozumiejmy *amplitudę* drgań cząstki, czyli największą możliwą wartość bezwzględną wychylenia x. Weźmy na uwagę ruch cząstki A; w tym ruchu:

gdy:	$t = 0$	$= \frac{1}{4}T$	$= \frac{1}{2}T$	$= \frac{3}{4}T$	$= T$ i t. d.,
mamy:	$x = 0$	$= a$	$= 0$	$= -a$	$= 0$ i t. d.

Wszystkie te wartości wychylenia x wypadają z wzoru

1. $$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

który, podobnie jak wzór (2) § 31-go tomu I-go, wyraża oczywiście ruch harmoniczny prosty cząstki. Istotnie, rzucając ruch kołowy jednostajny punktu M (rys. 35, § 30 tomu I-go) na ówczesną średnicę CD, otrzymujemy ruch rzutu po tej średnicy, dany przez powyższą formułę (1).

Wyobraźmy sobie dowolną cząstkę P struny; odległość tej cząstki od źródła A fali oznaczmy przez z. Fala przebywa odległość z w czasie

2. $$\tau = \frac{z}{c}$$

zatem drganie cząstki P we wszystkich swych fazach opaźnia się o τ względem drgania cząstki A. Z równań obecnych (1) i (2) oraz ze związku (1) artykułu poprzedzającego wynika zatem, że wychylenie x cząstki P w chwili t wynosi

3 $$x = a \sin 2\pi \frac{t-\tau}{T} = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)$$

Formuła (3) pozwala znaleźć kształt struny w dowolnej chwili t; w tym celu uważamy wartość t za niezmienną czyli zadaną, natomiast z oraz x uważamy za zmienne; krzywa, która w tem założeniu wyraża zależność wychylenia x od bieżącej wzdłuż struny długości z, jest sinusoidą, o której przed chwilą mówiliśmy. Niniejsze rozumowanie tłumaczy nazwę tej krzywej.

W miejscu A, gdzie $z = 0$, za fazę drgania w chwili t możemy zawsze przyjąć stosunek t/T. *Kątową fazą drgania* w miejscu A w chwili t nazywamy kąt $2\pi t/T$. Kąt

4. $$2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)$$

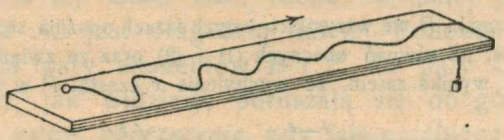
występujący w formule (3), jest kątową fazą drgania w miejscu P, w chwili t. Dodajmy dowolną wartość ϑ do czasu t; do z dodajmy jednocześnie $c\vartheta$. Posuwamy się wówczas wzdłuż struny z miejsca P do nowego Q, gdzie $PQ = c\vartheta$; posuwamy się zarazem w czasie o ϑ; przemieszczamy się zatem z prędkością c. Lecz w miejscu Q i w chwili $t + \vartheta$ znajdujemy, według wzoru (4), tę samą fazę kątową, jaką mieliśmy w miejscu P w chwili t; prędkość c jest więc rzeczywiście szybkością posuwania się pewnej danej fazy po strunie, jak to już powiedzieliśmy.

Rozważaliśmy tutaj prawa biegu fal, które tworzą się dzięki następowaniu po kolei po sobie nieskończenie wielu ruchów harmonicznych prostych; takie fale nazywamy *harmonicznemi prostemi falami*. Drgania i fale harmoniczne proste grają w fizyce rolę niezmiernie doniosłą. Słynny francuski uczony Fourier (1768—1830) udowodnił, że, składając nieograniczenie wiele takich drgań rozmaitych okresów, można otrzymać *wszelkie* określone i ciągłe perjodyczne zaburzenie.

Rozchodzenie się fal harmonicznych prostych możemy objaśnić zapomocą doświadczenia, opisanego w § 5-ym tomu I-go. Gdy płytka ówczesna P przesuwa się ruchem prostolinjowym jednostajnym przed ostrzem drgających widełek strojowych, otrzymujemy krzywą, przedstawioną na rys. 6-ym tomu I-go; krzywa ta jest sinusoidą. Zamiast płytki P, możemy zbliżyć do ostrza widełek pobocznicę walca prostego, kręcącego się jednostajnie około swej osi.

Struna wyprężona, której koniec odbywa ruch harmoniczny prosty, przybiera kształt sinusoidy; ale fala biegnie w strunie bardzo szybko, dociera wkrótce

do przeciwległego jej końca, tam odbija się, powraca, znów się odbija i t. d.; jak zobaczymy niebawem, ruch skutkiem tych odbić przedstawia się w odmiennej postaci (§ 65). Ażeby takich zawikłań uniknąć, kładziemy wyprężoną



Rys. 78

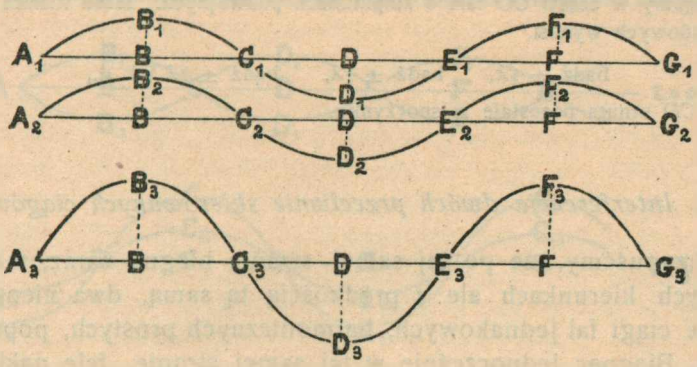
strunę na powierzchni długiego stołu (rys. 78); swobodny koniec struny poruszamy w płaszczyźnie poziomej. Dzięki tarciu, fale biegnące po strunie rychło zamierają; ich amplitudy są coraz mniejsze, fale nie przenikają do przeciwległego końca struny, odbicia zatem nie dochodzą do skutku.

§ 64. Interferencja dwóch zgodnie skierowanych ciągów fal.

Przypuśćmy, że po tej samej strunie biegną naraz, w tym samym kierunku i z tą samą prędkością, dwa nieograniczone ciągi fal jednakowych, harmonicznych prostych, poprzecznych. Biegnąc jednocześnie w tej samej strunie, takie dwa ciągi wstrząsają te same materjalne cząstki; mimo to, dla jasności, będziemy każdy ciąg fal rysowali osobno. Biegnąc w tej samej strunie i spotykając się ze sobą, fale nakładają się, interferują (§§ 57 i 58); będziemy je tu zatem nazywali *zgodnie skierowanemi składowemi falami.*

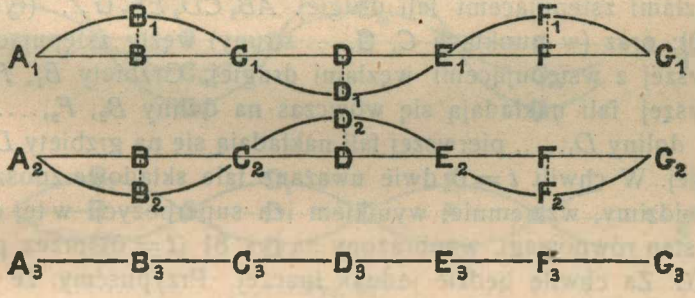
Przypuśćmy po pierwsze, że w pewnych punktach struny spotykają się ze sobą węzły wstępujące A_1, E_1,.... pierwszej fali składowej z wstępującemi węzłami A_2, E_2,.... drugiej oraz zstępujące C_1, G_1,.... pierwszej ze zstępującemi C_2, G_2,.... drugiej (rys. 79); grzbiety B_1, F_1,.... pierwszej fali nakładają się wówczas na grzbiety B_2, F_2,.... drugiej, doliny D_1,.... pierwszej nakładają się na doliny D_2,.... drugiej. Powstaje fala *wypadkowa* $A_3B_3C_3D_3E_3F_3G_3$ (rys. 79), złożona z uważanych składowych; jej długość fali jest taka sama jak w każdej fali składowej, jej amplitudy BB_3, DD_3, FF_3,.... są dwa razy większe niż amplitudy BB_1 i BB_2, DD_1 i DD_2, FF_1 i FF_2.... fal składowych. Nakładając się, fale składowe wzmacniają się wówczas. Przypuśćmy po wtóre, że w pewnych miejscach struny spotykają się ze sobą węzły wstępujące A_1, E_1,.... pierwszej fali składowej

ze zstępującemi węzłami A_2, E_2,.... drugiej oraz zstępujące C_1, G_1,.... pierwszej z wstępującemi C_2, G_2,.... drugiej (rys. 80); grzbiety B_1, F_1,.... pierwszej fali nakładają się wówczas na do-



Rys. 79.

liny B_2, F_2,.... drugiej, doliny D_1,.... pierwszej fali nakładają się na grzbiety D_2,.... drugiej. W tym przypadku fale składowe znoszą się i zobojętniają wzajemnie; wynikiem superpozycji jest



Rys. 80.

stan równowagi, wyobrażony przez prostą $A_3 B_3 C_3 D_3 E_3 F_3 G_3$ (rys. 80). W pierwszym przypadku spotykające się punkty zaburzeń są zawsze w tej samej fazie; np. A_1 i A_2, B_1 i B_2 i t. d. (rys. 79). W drugim przypadku spotykające się punkty są w fazach, różniących się o pół okresu od siebie; mówi się także, że one są w fazach *przeciwnych*, np. A_1 i A_2, B_1 i B_2 i t. d. (rys. 80).

Wnioski powyższe możemy objaśnić przy pomocy przyrządu, który opisaliśmy w § 58-ym. Końce A i B rozwidlającego się sznura (rys. 69) wprawiamy jednocześnie w jednakowy ruch harmoniczny prosty poprzeczny. Jeżeli różnica

długości AC i BC czyli t. zw. *różnica dróg* wytworzonych fal składowych wynosi

1. bądź 0, bądź $\pm\lambda$, bądź $\pm 2\lambda$, bądź $\pm 3\lambda$ i t. d.,

dostrzegamy w części CD fale o amplitudach podwójnych. Jeżeli różnica dróg fal składowych wynosi

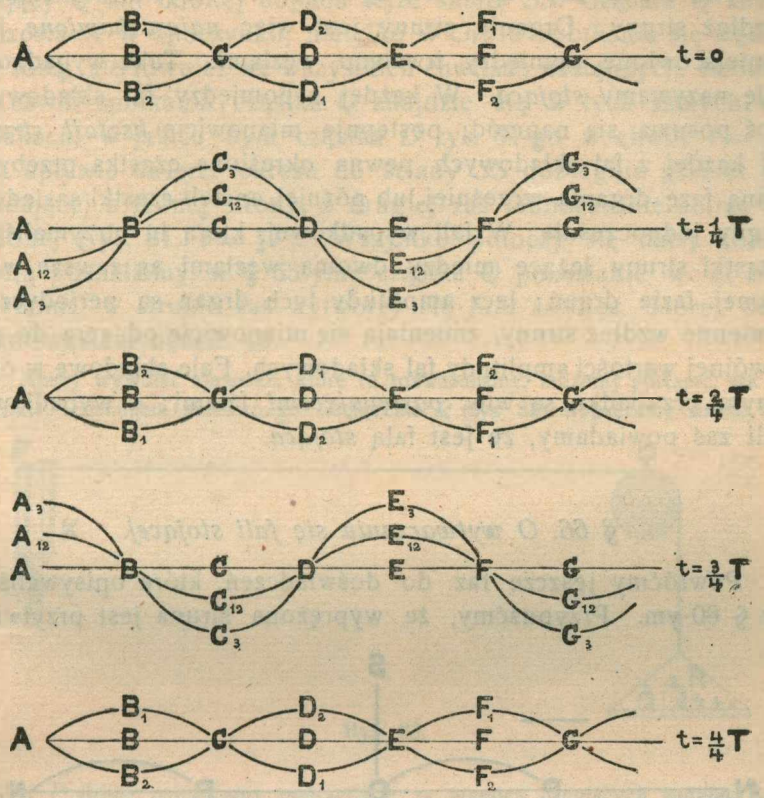
2. bądź $\pm\frac{1}{2}\lambda$, bądź $\pm\frac{3}{2}\lambda$, bądź $\pm\frac{5}{2}\lambda$ i t. d.,

część CD sznura pozostaje w spoczynku.

§ 65. *Interferencja dwóch przeciwnie skierowanych ciągów fal.*

Przypuśćmy, że po tej samej strunie biegną naraz, w przeciwnych kierunkach ale z prędkością tą samą, dwa nieograniczone ciągi fal jednakowych, harmonicznych prostych, poprzecznych. Biegnąc jednocześnie w tej samej strunie, fale nakładają się, interferują; będziemy je teraz nazywali *przeciwnie skierowanemi składowemi falami*. Przypuśćmy, że pierwsza fala składowa posuwa się na prawo, druga zaś na lewo (rys. 81). Wyobraźmy sobie, że w chwili $t=0$ spotykają się ze sobą (w punktach A, E,... struny) węzły wstępujące fali pierwszej $AB_1CD_1EF_1G\ldots$. z węzłami zstępującemi fali drugiej $AB_2CD_2EF_2G\ldots$. (rys. 81, $t=0$); oraz (w punktach C, G,.... struny) węzły zstępujące fali pierwszej z wstępującemi węzłami drugiej. Grzbiety B_1, F_1,.... pierwszej fali nakładają się wówczas na doliny B_2, F_2,.... drugiej; doliny D_1,.... pierwszej fali nakładają się na grzbiety D_2,.... drugiej. W chwili $t=0$ dwie uważane fale składowe znoszą się, jak widzimy, wzajemnie; wynikiem ich superpozycji w tej chwili jest stan równowagi, wyobrażony na rys. 81 ($t=0$) przez prostą $ACEG$. Za chwilę będzie jednak inaczej. Przypuśćmy, że jesteśmy w chwili $t=\frac{1}{4}T$; od początkowej chwili $t=0$ upłynęło ćwierć okresu. W czasie $\frac{1}{4}T$ pierwsza fala składowa przesunęła się na prawo o ćwierć długości fali; druga fala w tym czasie przesunęła się o tę samą odległość na lewo; nadając te przemieszczenia sinusoidom, przedstawionym pod $t=0$ na rys. 81-ym, otrzymujemy rysunek następny ($t=\frac{1}{4}T$). Wstępujące węzły pierwszej fali składowej spotykają się wówczas z wstępującemi węzłami drugiej, zstępujące węzły pierwszej fali ze zstępującemi drugiej, grzbiety pierwszej fali nakładają się na grzbiety drugiej, doliny pierwszej fali na doliny drugiej; fale $A_1BC_1DE_1FG_1\ldots$ oraz $A_2BC_2DE_2FG_2$ są identyczne w chwili $t=\frac{1}{4}T$. Powstaje

więc fala wypadkowa $A_3BC_3DE_3FG_3$, w której długość fali jest ta sama jak w falach składowych, ale amplitudy są dwa razy większe (rys. 81, $t = \frac{1}{4}T$). Przypuśćmy, że jesteśmy w chwilach $t = \frac{2}{4}T$, $t = \frac{3}{4}T$, $t = \frac{4}{4}T$; od początkowej chwili $t = 0$ upłynęło zatem pół okresu,



Rys. 81.

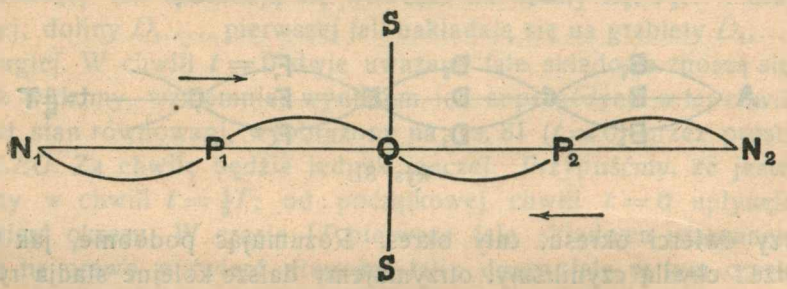
trzy ćwierci okresu, cały okres. Rozumując podobnie, jak to przed chwilą czyniliśmy, otrzymujemy dalsze kolejne stadja rys. 81-go.

Zwróćmy uwagę na punkty B, D, F,.... struny; widzimy natychmiast, że one we wszystkich fazach zjawiska są w równowadze; w tych miejscach struny panuje nieprzerwany spoczynek. Takie punkty struny nazywamy jej *trwałemi* albo *stojącemi węzłami*; nie posuwają się one, istotnie, ani na prawo ani na lewo. Ale grzbiety i doliny C_3, E_3, G_3,.... fali wypadkowej, które nazywamy *strzałkami*, nie posuwają się również po strunie. Wszy-

stkie grzbiety fali wypadkowej pojawiają się jednocześnie, wszystkie jednocześnie znikają i ustępują miejsca dolinom; wszystkie doliny fali wypadkowej wytwarzają się jednocześnie, wszystkie jednocześnie giną i przeobrażają się w grzbiety; cała ta chwiejba odbywa się *naraz*, wspólnie i zgodnie, we wszystkich strzałkach wzdłuż struny. Drganie struny jest więc *unieruchomione*, jest umiejscowione pomiędzy trwałemi węzłami. Taką wypadkową falę nazywamy *stojącą*. W każdej z pomiędzy fal składowych coś posuwa się naprzód; postępuje mianowicie *kształt struny*. W każdej z fal składowych pewna określona cząstka przebywa daną fazę drgania wcześniej lub później aniżeli cząstki sąsiednie, nigdy jednocześnie. W fali wypadkowej, którą tu otrzymaliśmy, cząstki struny leżące między dwoma węzłami są zawsze w tej samej fazie drgań; lecz amplitudy tych drgań są perjodycznie zmienne wzdłuż struny, zmieniają się mianowicie od zera do podwójnej wartości amplitudy fal składowych. Fale składowe w obecnym przypadku są więc *postępującemi* falami; o wypadkowej fali zaś powiadamy, że jest falą *stojącą*.

§ 66. O wytwarzaniu się fali stojącej.

Powróćmy jeszcze raz do doświadczeń, które opisywaliśmy w § 60-ym. Przypuśćmy, że wyprężona struna jest przytwier-

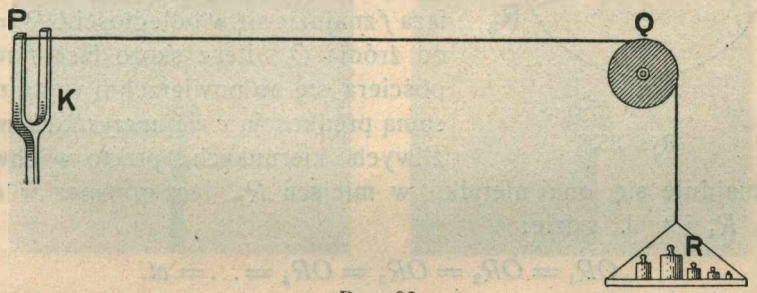


Rys. 82.

dzona na końcu swym Q do ściany doskonale sztywnej i nieruchomej SS; na przeciwległym końcu P wytwarzamy drgania harmoniczne proste poprzeczne (rys. 73). Ku ścianie SS zbliża się zatem fala padająca N_1P_1Q (rys. 82), postępująca na prawo. Dla zrozumienia zjawiska wyobraźmy sobie, że po przeciwnej stronie ściany SS znajduje się w pogotowiu fala odbita N_2P_2Q;

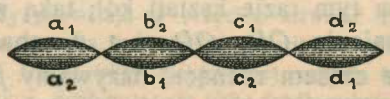
jest to fala postępująca na lewo, ma tę samą długość fali jak padająca i posuwa się z tą samą prędkością. Fala odbita N_2P_2Q czeka nadejścia fali padającej N_1P_1Q; w chwili, w której zstępujący węzeł Q fali padającej dobiega ściany SS, węzeł wstępujący Q fali odbitej dopada tejże samej SS. Cząstka Q struny pozostanie w spoczynku, nietylko w chwili spotkania się węzłów ze sobą, ale również we wszystkich chwilach następnych. Istotnie, w chwili spotkania cząstka Q znajdzie się w tych samych warunkach, w jakich była cząstka D rys. 81-go w chwili $t = \frac{1}{4}T$. Po upływie ćwierci okresu do ściany SS dobiegnie grzbiet fali padającej z jednej strony, z drugiej zaś jednocześnie dolina fali odbitej (rys. 81, $t = \frac{3}{4}T$). Wszystko potoczy się dalej koleją, którą poznaliśmy w § 65-ym; cząstka Q pozostanie wciąż nieruchoma, w strunie zaś wytworzy się *fala stojąca,* której ostatnim węzłem będzie Q.

Ażeby wywołać zjawisko, które tu rozważaliśmy, możemy postąpić, jak następuje. Działaniem stosownego obciążenia R (rys 83) wyprężamy strunę PQ;



Rys. 83.

koniec P struny pobudzamy poprzecznie za pomocą drgających widełek strojowych K, których płaszczyzna drgań jest prostopadła do podłużnej osi struny. Wydaje się wówczas, że struna niejako rozszerza się w smugę błyszczącą, podzieloną na pewną liczbę łukowatych odcinków (rys. 84). Obrazy szybko po sobie następujących postaci struny, oscylujących pomiędzy $a_1b_1c_1d_1$ i $a_2b_2c_2d_2$ (rys. 84), zlewają się w oku, budząc wrażenie łańcucha ciągłych, łukowato rozdętych pasemek. Struna jednak drga prawidłowo, sposobem tu opisanym, tylko wówczas, gdy jej napięcie ma jednę z pomiędzy wartości, które do takiego drgania są nieodzowne (zob. § 84). Jeżeli przypadkowo nie trafimy na jednę z tych wartości napięcia, struna drży tylko i dygoce bezładnie; zmniejszając lub zwiększając obciążenie R, sprawiamy, że podział na odcinki staje się ostry i wytwarzanie się fali stojącej jest dobrze widoczne. Do doświadczenia tego,

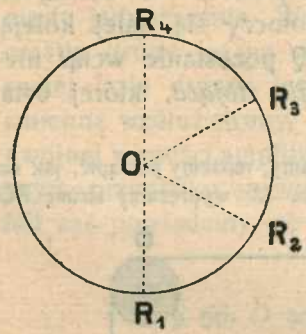


Rys. 84.

które Melde obmyślił, używa się zwykle cienkiego, długiego sznurka, wyrobionego z białego jedwabiu. Tyndall posłużył się cienkim platynowym drucikiem, który rozgrzewał do czerwoności, przepuszczając przezeń prąd elektryczny; nieruchome węzły świecą wówczas jasno, strzałki zaś, drgając żywo, stygną w powietrzu i pozostają niemal ciemne i niewidoczne.

§ 67. O falach kołowych, kulistych i płaskich. Promienie.

Odwoływaliśmy się już nieraz w rozdziale niniejszym do przykładu zaburzeń falistych, biegnących po powierzchni wody. Posługując się pojęciami, któremi rozporządzamy obecnie, możemy powiedzieć, że posuwanie się takiej fali polega na rozchodzeniu się po powierzchni wody *pewnej fazy drgań* cząstek ośrodka. Wyobraźmy sobie, że ze źródła O (rys. 85) w chwili $t = 0$ wybiega z prędkością c faza drgania, którą oznaczamy przez f; w chwili t faza f znajdzie się w odległości $OR = ct$ od źródła O. Lecz skoro faza f rozpościera się po powierzchni wody z tą samą prędkością c we *wszystkich* możliwych kierunkach, przeto w chwili t znajduje się ona nietylko w miejscu R_1, lecz również w R_2; R_3, R_4 i t. d., gdzie:



Rys. 85.

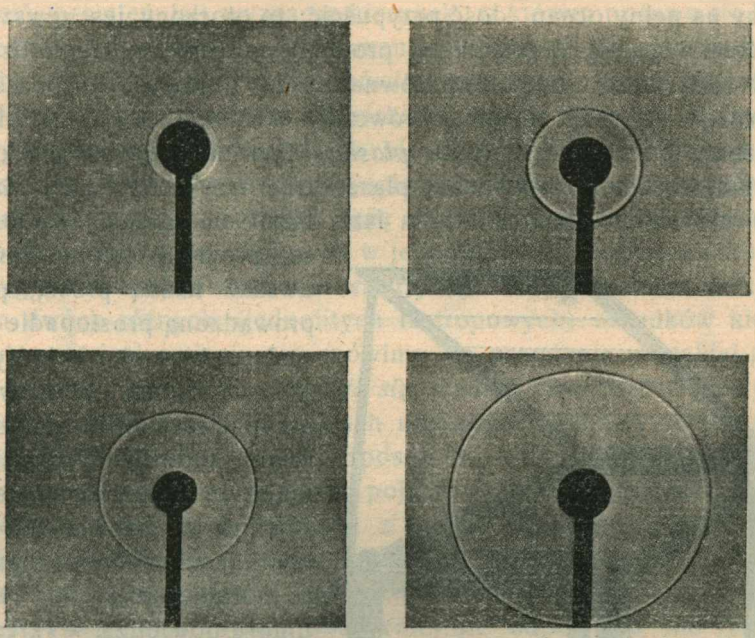
$$1. \qquad OR_1 = OR_2 = OR_3 = OR_4 = \ldots = ct.$$

Innemi słowy, w chwili t faza f zajmuje obwód koła $R_1R_2R_3R_4$, którego promień wynosi ct. Powiadamy, że krzywe, wzdłuż których faza jest wszędzie ta sama, czyli t. zw. *obwody fali*, mają w tym razie kształt kół; taką więc falę nazywamy *kołową*. Promienie OR_1, OR_2 i t. d. obwodów fali kołowej, jednostajnie z czasem rosnące, nazywamy *promieniami fali kołowej*.

Wyobraźmy sobie ośrodek izotropowy, rozciągający się jednolicie we wszystkich kierunkach. Przypuśćmy ponownie, że ze źródła O, w chwili $t = 0$, wybiega z prędkością c faza drgania, którą oznaczamy przez f. Oczywistą jest rzeczą, że po upływie czasu t faza f, dążąc we wszystkich możliwych *w przestrzeni* kierunkach, zajmie powierzchnię *kulistą*, której promień wynosi ct. Powiadamy, że powierzchnie, na których faza jest wszędzie ta sama, czyli t. zw. *powierzchnie fali*, mają w tym razie kształt

kulisty; taką więc falę nazywamy *kulistą*. Promienie powierzchni fali kulistej, jednostajnie z czasem rosnące, nazywamy *promieniami fali kulistej*.

Jak zobaczymy w rozdziale następnym, wrażeniom naszym słuchowym towarzyszy bieg w otaczającem powietrzu fal zgęszczenia naprzemian i rozrze-

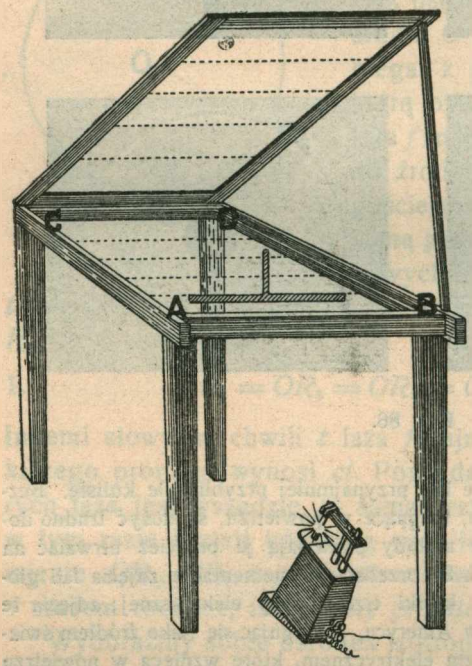


Rys. 86.

dzenia, które bywają często kuliste lub przynajmniej przybliżenie kuliste. Bezpośredniej obserwacji fale głosowe, biegnące w powietrzu, są dosyć trudno dostępne; spółczesne doświadczalne metody pozwalają je przecież utrwalać na obrazach fotograficznych. Rysunek 86 przedstawia momentalne zdjęcia fali głosowej kulistej, wzbudzonej przez krótki trzask iskry elektrycznej; zdjęcia te wykonali pp. Foley i Souder w Ameryce, posługując się (jako źródłem światła) tem samem znów wyładowaniem elektrycznem, które wznieca w powietrzu falę głosową. Porównywając ze sobą kolejne zdjęcia, podane na naszym rysunku, spostrzegamy, jak rozpościera i szerzy się fala kulista, jak z biegiem czasu pęcznieje, zagarniając coraz większe zakresy przestrzeni.

Wyobraźmy sobie powierzchnię kulistą, której promień zwiększamy coraz bardziej i bardziej. Weźmy na uwagę wycinek powierzchni, ograniczony przez pewien obwód niezmienny, naprzykład przez kółko, narysowane na powierzchni kuli. Im dłuższy

jest promień powierzchni kulistej, tem bliższy elementu płaszczyzny jest wzięty na uwagę wycinek. [Najlepszego w tej mierze przykładu dostarcza nam kula, na której wszyscy mieszkamy. Swobodna powierzchnia wody w stawie stojącej nie różni się ocenialnie od płaszczyzny; ona jest przecież wycinkiem powierzchni kulistej; ażeby to pojąć, dość sobie wyobrazić ów staw przeniesiony na pełny ocean, dość przypuścić, że otoczony jest zewsząd wodami oceanu]. Jeżeli zatem promień powierzchni fali kulistej jest nadzwyczaj długi w porównaniu do linjowych rozmiarów pewnego na niej wycinka, wówczas, w obrębie tego wycinka, możemy poczytywać falę za *płaską*. Powierzchnie fali płaskiej są płaszczyznami; każdą taką płaszczyznę nazywamy *czołem fali*. We wszystkich punktach czoła faza drgań ma tę samą wartość; za promień fali możemy uważać każdą prostą, poprowadzoną prostopadle do czoła w kierunku, w którym posuwa się fala. W różnych przypadkach zaburzeń, któremi zajmowaliśmy się w niniejszym rozdziale, mieliśmy już do czynienia z falami płaskiemi. Fale biegnące w długiej sprężynie, w kolumnie powietrza, w skręcanym drucie stalowym, w wyprężonej rurze lub strunie są, naogół dosyć dokładnie, falami płaskiemi.



Rys. 87.

Możemy posłużyć się następującem urządzeniem, ażeby uzmysłowić bieg fal płaskich. Nalewamy nieco wody do płytkiego prostokątnego koryta, którego dnem jest szyba szklana (rys. 87). W stałych odstępach czasu dotykamy powierzchni wody brzegiem płaskiej deseczki, którą trzymamy równolegle do węższej ściany poprzecznej *AB*. Na powierzchni wody powstają fale płaskie, równoległe do brzegu deseczki, które, dobiegając przeciwległej ściany *CD*, odbijają się

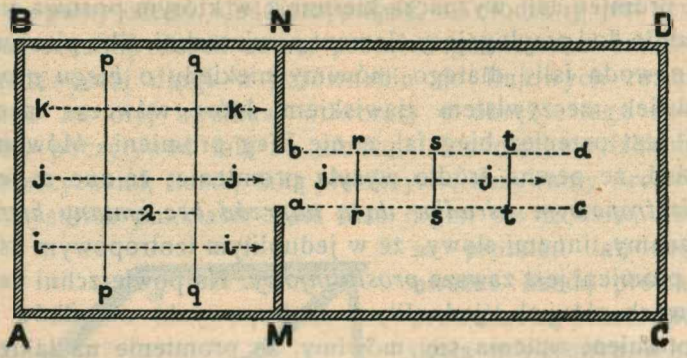
od niej. Fale odbite wraz z padającemi wytwarzają układ fal płaskich stojących. Silne źródło światła, umieszczone pod dnem koryta, oświetla zmarszczki, wywołane na powierzchni wody; cienie tych zmarszczek dostrzegamy dogodnie na szklanej szybie, pochylonej, jak pokazuje rysunek, do biegu promieni świetlnych.

Streszczając, co powiedzieliśmy, możemy krótko tak się wyrazić: promień fali wyznacza kierunek, w którym posuwa się bezpośrednio doń przylegający element powierzchni, albo płaszczyzny, albo obwodu fali; dlatego mówimy niekiedy o *biegu promieni*, jakkolwiek rzeczywistem zjawiskiem, które wówczas mamy na myśli, jest przecież bieg fal, a nie bieg promieni. Mówimy naprzykład, że pewne źródło wysyła promienie; że one *w jednolitym izotropowym ośrodku dążą naprzód bez zmiany kierunku*; powtadamy, innemi słowy, że w jednolitym izotropowym ośrodku bieg promieni jest zawsze *prostolinjowy*. Na powierzchni zetknięcia dwóch różnych (jednolitych izotropowych) ośrodków kierunek promieni zmienia się; mówimy, że promienie na takiej granicy *odbijają się* lub *załamują się*, według praw bardzo prostych, które w najbliższych artykułach niebawem poznamy. Wyrażamy się niejednokrotnie w taki sposób w różnych działach fizyki, zwłaszcza w optyce, w której pojęcie promieni bywa nieraz użyteczne. Korzystając jednakże z usług, które nam pojęcie promieni wyświadcza, powinniśmy o tem zawsze pamiętać, że ono jest tylko pomocniczem narzędziem rozumowania, że jest geometryczną fikcją, której dosłownie nie odpowiada nic rzeczywistego.

§ 68. Uginanie się fal.

Do zrozumienia praw rozmaitych (ale *nie* wszystkich) zjawisk falistych wystarcza, jak powiedzieliśmy, rozważanie *biegu promieni*; nie mamy wówczas potrzeby roztrząsania *fal*, które tym promieniom dają początek. Powiadamy w takich przypadkach, że analizujemy zjawisko z *geometrycznego* punktu widzenia. Można badać naprzykład rozchodzenie się światła ze stanowiska optyki geometrycznej; rozchodzenie się głosu, w niektórych przypadkach, można byłoby rozbierać ze stanowiska geometrycznej akustyki. Zobaczymy, że takie postępowanie pozwala niekiedy w prosty sposób osiągnąć cel zamierzony. Istnieją jednakże liczne i ważne przypadki, w których metoda geometryczna nie byłaby uzasadniona; w tych zatem przypadkach nie powinna być stosowana.

Wyobraźmy sobie płytkie prostokątne koryto *ABCD*; na rys. 88-ym widzimy je w poziomem przecięciu. Jak w § 67-ym, na powierzchni wody rozlanej w korycie wytwarzamy fale płaskie, naprzykład w pobliżu ściany *AB*. Czoła fal biegną w kierunkach *ii*, *jj*, *kk* i t. d., prostopadłych do ściany *AB*. Niechaj *pp*, *qq* i t. d. będą kolejnemi grzbietami fal; odległość *qq* od *pp* jest

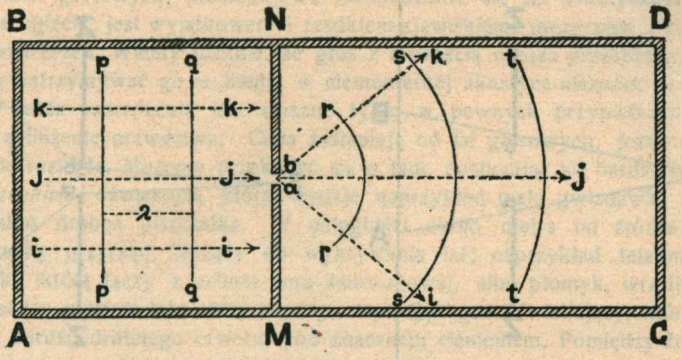


Rys. 88.

długością fali λ. Fale biegną swobodnie w przedziale *ABMN* lecz na swej drodze spotykają ścianę nieruchomą *MN*, która stanowi dla nich nieprzebytą zaporę; w tej ścianie znajduje się otwór *ab*, przez który fale mogą dalej podążać. Jaki jest dalszy bieg fal w przedziale *MNCD*? Ażeby odpowiedzieć na to pytanie, spróbujmy posłużyć się metodą geometryczną; ufamy w niej pojęciu promieni, które pozostają prostolinjowe tak daleko, dokąd sięga ośrodek jednolity izotropowy. Z brzegów *a* i *b* otworu rysujemy promienie *ac* i *bd*, równoległe do *ii*, *jj*, *kk* i powiadamy: zaburzenie dociera do cząstek powierzchni, zawartych w obrębie *abcd*, który ograniczyliśmy promieniami *ac* i *bd*. Promień *jj* trafia w otwór, przebiega więc bez przeszkody; promienie *ii*, *kk* napotykają ścianę, nie mogą zatem dalej przeniknąć. Posługując się nazwami, które każdemu są zrozumiałe, mówimy: przez otwór *ab* biegnie *snop* równoległych promieni *abcd*; poza tym snopem w przedziale *MNCD* zalega *cień*, rzucany przez nieprzezroczystą dla fal ścianę *MN*.

Taka jest odpowiedź na postawione pytanie, wynikająca z geometrycznej konstrukcji promieni; czy ona jest zgodna z faktami? Gdy odwołamy się do doświadczenia, nauczy nas ono, że przebieg w przedziale *MNCD* koryta zgadza się bardzo przybliżenie

z wymaganiami geometrji promieni *tylko w pewnym szczególnym przypadku*; gdy mianowicie szerokość *ab* otworu (którą oznaczmy dla skrócenia przez *e*) jest *bardzo znaczna* w porównaniu do długości fal λ. Wyobraźmy sobie, że szerokość *e* jest 100, 200 lub 500 razy *większa* niż λ; wówczas schemat zjawiska, podany na rys. 88-ym, zgadza się dostatecznie z rzeczywistością spo-

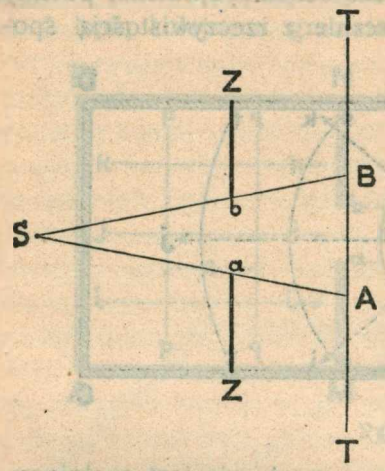


Rys. 89.

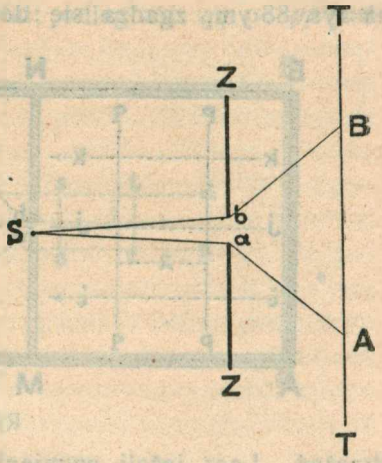
strzeżeń. Lecz jeżeli wymieniony warunek nie jest spełniony, przebieg fal w przedziale *MNCD* jest zgoła odmienny. Ażeby nie zachować żadnej wątpliwości w tym względzie, przenieśmy się w myśli do wprost przeciwnego (niż poprzedni) przypadku; przypuśćmy, że szerokość *e* otworu *ab* jest 100, 200 albo 500 razy *mniejsza* niż długość fal λ. Przebieg fal w przedziale *MNCD* koryta jest wówczas taki, jak wyobraża go rys. 89-ty, schematyczny, podobnie jak poprzedni 88-my. Wybiegając z otworu *ab*, fale, jak widzimy, uciekają we *wszystkich* możliwych kierunkach, nietylko w tych, które stanowią proste przedłużenie kierunków padających na otwór promieni. Gdy dostrzegamy podobne zjawiska, powiadamy, że *fale uginają się*; ale uginają się one właściwie tylko od kierunków, wytkniętych przez zbyt uproszczoną teorję promieni; uchylają się jedynie od wymagań, które im narzuca rozumowanie zbyt ciasne, mylnie uogólnione.

Wyobraźmy sobie, że po powierzchni morza rozbiegają się fale; długość fali w zaburzeniu niechaj wynosi, przypuśćmy, kilkadziesiąt centymetrów. Duży okręt morski powstrzymuje takie fale i rzuca *cień*, w którego obrębie powierzchnia wody pozostaje niezakłócona. Natomiast mała, pływająca po morzu beczułka nie może wówczas cienia wytworzyć; falowanie okrąża taką, stosunkowo drobną zaporę i dociera do wszystkich punktów powierzchni, poza nią leżących. Okręt zatem *zasłania*, beczułka nie zasłania od fal; tłumaczymy sobie fakt ten z łatwością, na mocy powyższych naszych wywodów.

Znamy wszyscy *promienie świetlne* oraz *cienie*, które rzucają oświetlone a nieprzezroczyste przedmioty. W elementarnej nauce fizyki uczyliśmy się, że (w jednolitym izotropowym ośrodku) *promienie światła przebiegają prostolinjowo*. Istotnie, gdy naprzeciw świecącego punktu *S* (rys. 90) znajduje się nieprzezroczysta zasłona *ZZ*, zaopatrzona w otwór *ab*, wówczas na pobliskiej



Rys. 90.



Rys. 91.

tablicy *TT* dostrzegamy plamę świetlną *AB*, której obwód jest geometrycznie podobny do obwodu *ab*; plama ta jest przecięciem płaszczyzny tablicy *TT* ze stożkiem albo wiązką *SAB* prostych. Przypuśćmy, że zaufaliśmy zasadzie prostolinjowego przebiegu promieni oraz opartej na niej geometrycznej konstrukcji; moglibyśmy wówczas przypuszczać, że plama świetlna *AB* będzie tem mniejsza, im mniejszy jest otwór *ab* w zasłonie *ZZ*; zmniejszając coraz bardziej rozmiary tego otworu, moglibyśmy przypuszczać, że uda nam się, być może, *jeden* czyli osobny promień światła wydzielić z wiązki *SAB*. Tym oczekiwaniom doświadczenie dobitnie zadaje kłam. Gdy zmniejszamy rozmiary otworu *ab* (nie zmieniając zresztą położenia źródła *S*, zasłony *ZZ*, ani tablicy *TT*), plama świetlna *AB* tylko z początku maleje; gdy wciąż dalej zmniejszamy te rozmiary, nadchodzi stadjum, w którem plama nie zmniejsza się, ale przeciwnie się zwiększa (rys. 91). Brzegi plamy przestają wówczas być ostre, plama rozlewa się, aż wreszcie i do najdalszych punktów tablicy *TT* dociera pewna ilość światła, jak gdyby sam otwór *ab* był punktem świecącym. Widzimy zatem, że jeden, odosobniony, promień światła jest czemś zgoła nieistniejącem i niemożliwem; promień taki jest tylko utworem ludzkiej wyobraźni. Widzimy także, że prawo prostolinjowego przebiegu promieni świetlnych wypowiadamy zwykle bez niezbędnych zastrzeżeń; to prawo jest ważne tylko w szczególnych przypadkach a ściśle rzecz biorąc, jest zawsze tylko przybliżenie prawdziwe.

Dotknęliśmy tutaj pobieżnie dziedziny zjawisk, które w optyce nazywają się *dyfrakcją* czyli *uginaniem się* światła; rzuca się w oczy podobieństwo tych zjawisk do uginania się fal, które poznaliśmy w artykule niniejszym. Pomimo-

woli zatem nasuwa się domysł, że bieg światła w przestrzeni musi w istocie polegać na rozchodzeniu się jakichciś fal; że światło jest także zjawiskiem falistem. W następnym tomie tej książki przekonamy się, że założenie, które wypowiedzieliśmy w powyższych słowach, jest podstawą *undulacyjnej teorji światła*, jednego z najpiękniejszych dzieł, jakie stworzyła myśl ludzka.

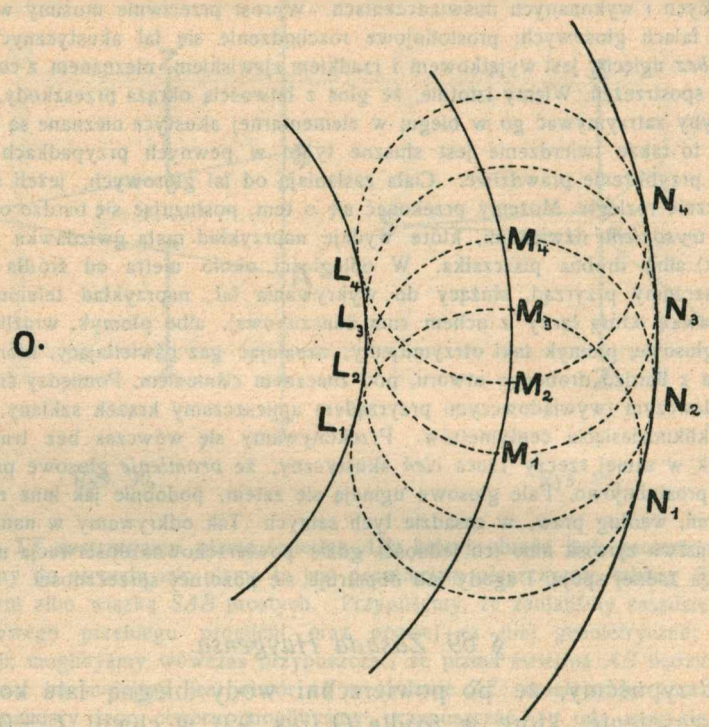
Uginania się fal świetlnych nie dostrzegamy inaczej, jak tylko w stosownie ułożonych i wykonanych doświadczeniach. Wprost przeciwnie musimy wyrazić się o falach głosowych; prostolinjowe rozchodzenie się fal akustycznych, ich bieg *bez* ugięcia, jest wyjątkowem i rzadkiem zjawiskiem, nieznanem z codziennych spostrzeżeń. Wiemy istotnie, że głos z łatwością okrąża przeszkody, które mogłyby zatrzymywać go w biegu; w elementarnej akustyce nieznane są cienie. Ale i to także twierdzenie jest słuszne tylko w pewnych przypadkach i jest tylko przybliżenie prawdziwe. Ciała zasłaniają od fal głosowych, jeżeli są dostatecznie rozległe. Możemy przekonać się o tem, posługując się bardzo ostremi czyli *wysokiemi* dźwiękami, które wydaje naprzykład mała gwizdawka t. zw. wabik) albo drobna piszczałka. W odległości około metra od źródła głosu umieszczamy przyrząd, służący do wykrywania fal; naprzykład telefon, albo słuchawkę (którą łączy z uchem rura kauczukowa), albo płomyk, wrażliwy na fale głosowe; płomyk taki otrzymujemy, zapalając gaz oświetlający, który wypływa z bardzo drobnego otworu, pod znacznem ciśnieniem. Pomiędzy źródłem a badawczym (wywiadowczym) przyrządem umieszczamy krążek szklany, średnicy kilkudziesięciu centymetrów. Przekonywamy się wówczas bez trudu, że krążek w samej rzeczy rzuca *cień* akustyczny, że *promienie* głosowe przebiegają prostolinjowo. Fale głosowe uginają się zatem, podobnie jak inne rodzaje falowań, według praw, w zasadzie tych samych Tak odkrywamy w nauce podobieństwo zjawisk albo ich jedność, gdzie powierzchowna obserwacja nie dostrzega żadnej spójni i zgody lub dopatruje się pozornej sprzeczności.

§ 69. *Zasada Huygensa.*

Przypuśćmy, że po powierzchni wody biegną fale kołowe. Wstrząśnienie, które w źródle O (rys. 92) w chwili $t=0$ wytworzone zostało, w chwili późniejszej t znajduje się na obwodzie koła $M_1M_2M_3M_4$. Cząstka M_1 jest w ruchu w chwili t, staje się zatem źródłem nowych fal; podobnie jak źródło O, cząstka M_1 budzi w swem otoczeniu fale kołowe, fale wtórne albo *pochodne*. W tej samej chwili t cząstka M_2 również jest w ruchu i budzi także fale kołowe pochodne; to samo powiemy o cząstkach M_3, M_4 i t. d. Jak widzimy, fal pochodnych szerzy się mnóstwo; energja pierwotnej rozdziela się na wszystkie pochodne, które zatem są słabsze aniżeli pierwotna.

Fale, uciekające od punktów M_1, M_2,.... pochodzą od fali pierwotnej, która w źródle O miała początek; dlatego te fale nazywaliśmy dotychczas *pochodnemi* falami. Ale pochodząc od fali pierwotnej, składają się one na falę dalszą, późniejszą; z tego

względu możemy je również nazywać *składowemi* falami. Istotnie, zaburzenie, w O wytworzone, nie działa już bezpośrednio w chwili t; w tej chwili wywiera ono wpływ tylko pośredni; wszystko, co stanie się w jeszcze późniejszej chwili t', zależy wyłącznie od ruchu, odbywającego się w chwili t. Falowanie w chwili t' jest

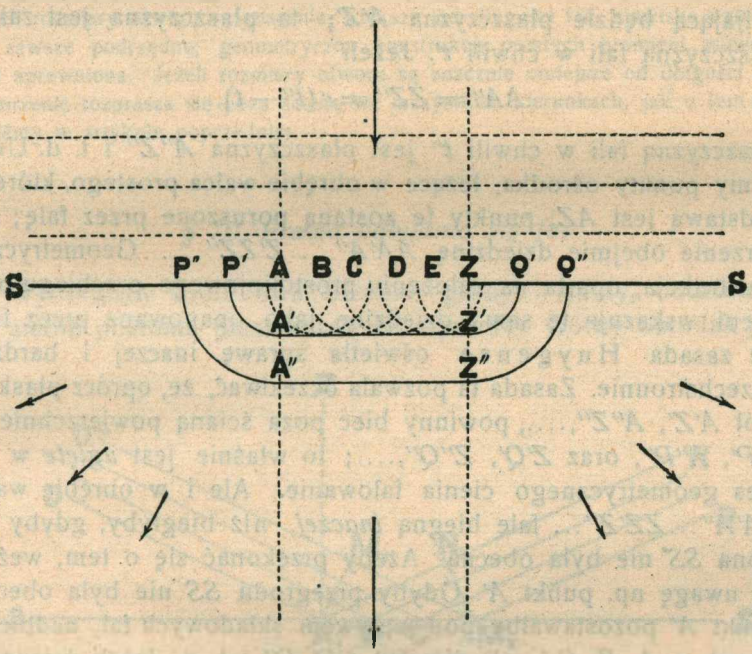


Rys. 92.

wypadkowym wynikiem wszystkich fal, które wybiegły z M_1, M_2, i t. d. w chwili t; tworzy się przez ich superpozycję i interferencję. Oznaczmy przez c prędkość posuwania się fal po powierzchni wody. Powiadamy, iż obwód fali wypadkowej w chwili t' wynika z przecinania się ze sobą nieskończonego mnóstwa kół, których środki leżą w M_1, M_2,.... i których promienie wynoszą $c(t'-t)$; jest więc (jak w geometrji mówimy) krzywą *owijającą* wszystkich tych kół. Naprzykład na rys. 92-im obwód fali wypadkowej w chwili t' jest kołem $N_1N_2N_3N_4$....

Mówiliśmy dotychczas o rozchodzeniu się fal kołowych po powierzchni wody; możemy rozumować podobnie w przypadku, gdy w przestrzeni biegną jakiekolwiekbądź fale, płaskie albo ku-

liste. Dochodzimy zawsze do następującego twierdzenia, które zawdzięczamy wielkiemu holenderskiemu uczonemu Chrystjanowi Huygensowi (1629—1695): *powierzchnia fali jest w każdej chwili owijającą powierzchni fal* (pochodnych albo składowych), *które w chwili wcześniejszej wybiegły z punktów, nawiedzonych przez falę.*



Rys. 93.

Przypuszczaliśmy w powyższym wywodzie, że fale toczą się po nieograniczonej powierzchni, albo pędzą bez przeszkód w niezmierzonej, swobodnej przestrzeni. Załóżmy teraz, że w biegu swym fale uderzają o zapory albo przegrody, około których albo pomiędzy któremi muszą podążać. Dla przykładu powróćmy jeszcze raz do przypadku, którym zajmowaliśmy się w artykule poprzednim. Przypuśćmy, że z niezmiernie odległego źródła przybiega fala płaska; na swej drodze znajduje ona ścianę nieprzenikliwą *SS* (rys. 93), równoległą do płaskich czół fali; w tej ścianie wycięty jest otwór *AZ*. Pomiędzy punktami *A* i *Z* mieszczą się rozmaite punkty ośrodka, np. *B*, *C*, *D* i t. d.; punkty te zostają wstrząśnięte przez falę w tej samej chwili *t*, w której *A* i *Z* zostały trafione. Z punktów *A*, *B*, ... *Z* wybie-

gają zatem w chwili t fale pochodne (albo składowe) kuliste; w późniejszej chwili t' każda z tych fal rozpościerać się będzie na powierzchni kulistej o promieniu $c(t'-t)$. Zbudujmy owijającą wszystkich tych kulistych powierzchni; jeżeli

1. $$AA' = ZZ' = c(t'-t),$$

owijającą będzie płaszczyzna $A'Z'$; ta płaszczyzna jest zatem płaszczyzną fali w chwili t'. Jeżeli

2. $$AA'' = ZZ'' = c(t''-t),$$

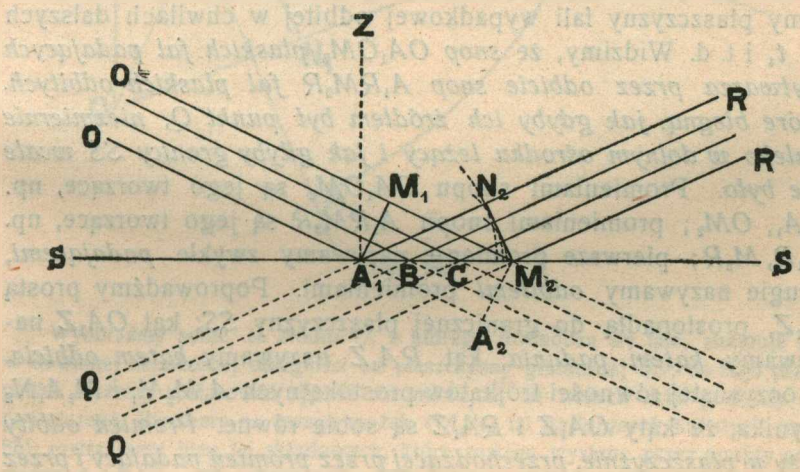
płaszczyzną fali w chwili t'' jest płaszczyzna $A''Z''$ i t. d. Uważajmy punkty ośrodka, leżące w obrębie walca prostego, którego podstawą jest AZ; punkty te zostaną poruszone przez falę; zaburzenie obejmie dziedzinę $AA'A''....Z'ZZ''....$ Geometryczna konstrukcja, oparta na założeniu prostolinjowego przebiegu promieni, wskazuje tę samą dziedzinę jako opanowaną przez falę; ale zasada Huygensa oświetla sprawę inaczej i bardziej wszechstronnie. Zasada ta pozwala oczekiwać, że, oprócz płaskich czół $A'Z'$, $A''Z''$,...., powinny biec poza ścianą powierzchnie fal $A'P'$, $A''P''$, oraz $Z'Q'$, $Z''Q''$,....; to właśnie jest *ugięte* w zakres geometrycznego cienia falowanie. Ale i w obrębie walca $AA'A''...ZZ'Z''...$ fale biegną *inaczej*, niż biegłyby, gdyby zasłona SS nie była obecna. Ażeby przekonać się o tem, weźmy na uwagę np. punkt A'. Gdyby przegroda SS nie była obecna, punkt A' pozostawałby pod wpływem składowych fal, nadbiegających z A, B, C... ale również z P', P'' i t. d. Jeżeli ściana SS istnieje, zasłania ona, od padającej fali pierwotnej, punkty P', P''..., leżące na jej odwróconej od tej fali powierzchni; punkty te nie przyczyniają się wówczas do zaburzenia, które w A' się wytwarza.

W teorji zjawisk falistych zasada Huygensa ma pierwszorzędną doniosłość; ale w uproszczonej postaci, w której podał ją ten uczony, nie daje odpowiedzi na ważne pytania. Ażeby nasze twierdzenie wyjaśnić przykładem, zwróćmy uwagę na rys. 92. Fale składowe, wychodzące z M_1, M_2, M_3,..., są zgromadzone najgęściej w bezpośredniem sąsiedztwie owijającej $N_1N_2N_3$; ale i w innych punktach, położonych pomiędzy MM a NN, fale składowe plączą i krzyżują się w chwili t', niema jednak tam w owej chwili fali wypadkowej. Inny przykład: gdybyśmy polegali na uproszczonej postaci zasady, powinnibyśmy oczekiwać, że wytworzy się nietylko fala NN naprzód dążąca, lecz również i LL (rys. 92), cofająca się wstecz. Niedostatki i niedomówienia pierwotnej postaci zasady Huygensa poprawili Augustyn Fresnel (1788—1827) oraz Gustaw Kirchhoff (1824—1887); ale przedmiot ten wykracza znacznie poza zakres niniejszego wykładu. Powracając jeszcze raz do zjawiska, które wyo-

braża rys. 93, zadowolnijmy się uwagą, że fale składowe, idące od A, B, C,.. dobiegają np. do A' w fazach niejednakowych; jasną zatem jest rzeczą, że niektóre z pomiędzy tych fal mogą się wzmacniać, że inne mogą osłabiać się wzajemnie. Według wzoru (3) § 63-go faza zaburzenia zależy od stosunku przebytej drogi z do długości λ; przebieg zjawiska poza otworem AZ musi zatem zależeć od stosunku rozmiarów tego otworu do długości fali, tudzież od konfiguracji układu, złożonego ze źródła fal, z przegrody i z odbierającej fale tablicy. Jeżeli rozmiary otworu są znacznie większe od długości fali, zjawiska uginania są zawsze podrzędne; geometryczna konstrukcja prostych promieni wówczas jest uprawniona. Jeżeli rozmiary otworu są znacznie mniejsze od długości fali, zaburzenie rozprasza się poza ścianą we wszystkich kierunkach, jak o tem mówiliśmy w artykule poprzednim.

§ 70. *Prawa odbijania się fal.*

Wyobraźmy sobie dwa ośrodki, górny i dolny, oddzielone od siebie poziomą płaszczyzną SS (rys. 94). Górny ośrodek jest



Rys. 94.

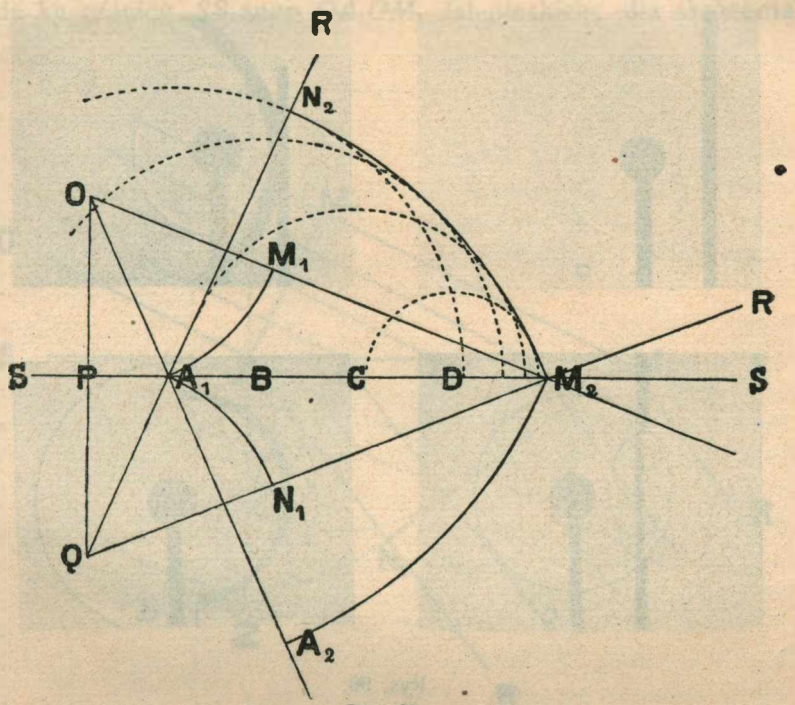
jednolity i izotropowy; od granicy SS ciągnie się do nieskończoności; fale bez przeszkody biegną w tym górnym ośrodku, natomiast do dolnego zgoła nie przenikają. Z niezmiernie odległego źródła, przez górny ośrodek, biegnie ku granicy SS snop OA_1OM_2 fal płaskich; dla skrócenia nazywamy je *padającemi* falami. Gdyby dolny ośrodek nie różnił się niczem od górnego, gdyby zatem granica SS nie istniała, snop fal padających biegłby wdal bez przeszkody i zmiany; płaszczyzną fali w tym snopie

byłaby A_1M_1 w chwili t_1, A_2M_2 w chwili t_2 i t. d. Ale fale nie przenikają do dolnego ośrodka, nie mogą zatem przekraczać granicy *SS*. Każdy punkt tej granicy, skoro zostanie wstrząśnięty przez falę, staje się źródłem fali pochodnej, która będzie z kolei składową fali wypadkowej późniejszej. Punkt A_1 zostaje wstrząśnięty w chwili t_1, punkt M_2 w chwili t_2. Wysłana w chwili t_1 przez A_1 fala składowa rozpościera się w chwili t_2 po powierzchni kuli o promieniu $A_1N_2 = A_1A_2$; wysłana w chwili t_2 przez M_2 fala składowa w tejże chwili t_2 zamyka się jeszcze cała w punkcie M_2. Pomiędzy A_1 a M_2 leżą rozmaite punkty graniczne *B*, *C* i t. d. W rozmaitych, pomiędzy t_1 a t_2 przypadających chwilach punkty *B*, *C*,.... wysyłają fale składowe, które w chwili t_2 obejmują powierzchnie kuliste różnych promieni, o długości zawartej między A_1N_2 a zerem; owijającą wszystkich tych powierzchni kulistych jest płaszczyzna M_2N_2, która zatem w chwili t_2 jest płaszczyzną fali wypadkowej *odbitej*. Zupełnie podobnie znajdujemy płaszczyzny fali wypadkowej odbitej w chwilach dalszych t_3, t_4 i t. d. Widzimy, że *snop* OA_1OM_2 *płaskich fal padających wytwarza przez odbicie snop* A_1RM_2R *fal płaskich odbitych, które biegną, jak gdyby ich źródłem był punkt Q, niezmiernie daleko w dolnym ośrodku leżący i jak gdyby granicy SS wcale nie było.* Promieniami snopu OA_1OM_2 są jego tworzące, np. OA_1, OM_2; promieniami snopu A_1RM_2R są jego tworzące, np. A_1R, M_2R; pierwsze promienie nazywamy zwykle *padającemi*, drugie nazywamy *odbitemi* promieniami. Poprowadźmy prostą A_1Z, prostopadłą do granicznej płaszczyzny *SS*; kąt OA_1Z nazywamy *kątem padania*, kąt RA_1Z nazywamy *kątem odbicia*. Z oczywistej równości trójkątów prostokątnych $A_1M_2M_1$ i $M_2A_1N_2$ wynika, że kąty OA_1Z i RA_1Z są sobie równe. *Promień odbity leży w płaszczyznie, przechodzącej przez promień padający i przez prostą, prostopadłą do granicy zetknięcia ośrodków w miejscu odbicia; kąt odbicia jest równy kątowi padania.*

Z zasady Huygensa wyprowadziliśmy powszechnie znaną, geometryczną postać prawa odbijania się *fal*; wypowiedzieliśmy ją jako prawo odbijania się *promieni*, a nawet jako prawo odbijania się jednego, pojedynczego *promienia*. Widzieliśmy jednak w artykułach poprzednich, że promienie są jedynie narzędziem rozumowania; są fikcją, w niektórych przypadkach dogodną, w innych niebezpieczną i być może szkodliwą, jak o tem uczą zjawiska dyfrakcji. Dosłownie pojęte, prawo odbicia promienia jest nietylko fikcyjne lecz nieprawdziwe, albowiem *jednego* promienia odosobnić nie można.

Uczyńmy tu jeszcze następującą uwagę. Padające w snopie OA_1OM_2 fale

są płaskie aż do czoła A_1M_1; odbite w snopie A_1RM_2R fale są płaskie poczynając od czoła M_2N_2; zaburzenia, zawartego pomiędzy A_1M_1 a M_2N_2, nie możemy uznać za falę płaską.

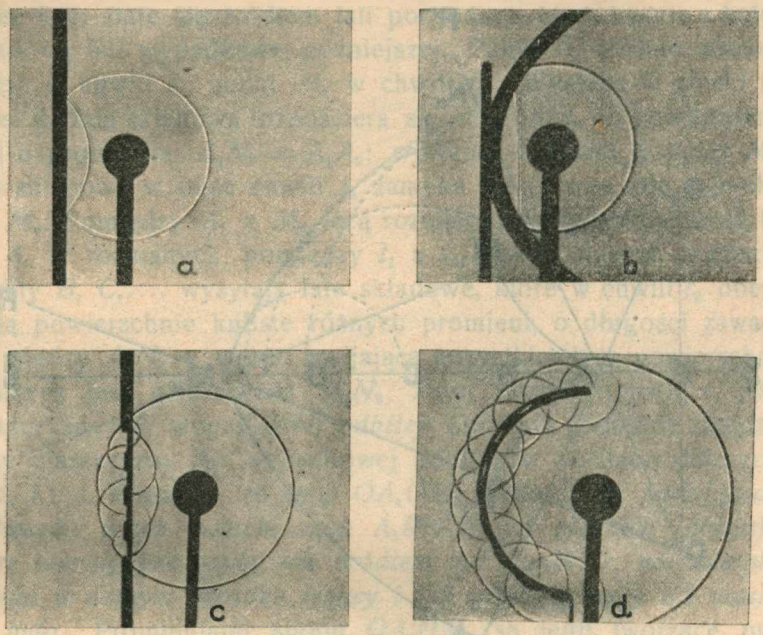


Rys. 95.

Wyobraźmy sobie, że źródło O, z którego rozchodzą się fale, znajduje się w dowolnej skończonej odległości od płaszczyzny granicznej SS; do tego przypadku możemy zastosować sposób rozumowania, ze wszech miar podobny do powyższego. Bierzemy na uwagę stożek OA_1M_2 fal *padających* kulistych (rys. 95); roztrząsamy bieg fal składowych, które zostaną wysłane przez punkty graniczne A_1, B, C,...M_2, skoro tylko fala padająca dotknie tych punktów. Przekonywamy się, że owijającą powierzchni kulistych, do których docierają wspomniane fale składowe, jest w pewnej chwili powierzchnia kulista M_2N_2, która zatem w uważanej chwili jest powierzchnią fali wypadkowej *odbitej*. Prowadzimy prostą OPQ, prostopadłą do płaszczyzny SS; odcinamy na niej $PQ = PO$; otrzymujemy punkt Q, który nazywa się *obrazem* źródła O, powstającym przez odbicie od granicy SS. Przypuśćmy, że stożki OA_2M_2 oraz QN_2M_2 są wzajemnie symetryczne względem płaszczyzny SS; przekonywamy się, że fale odbite kuliste, zawarte w stożku QN_2M_2, zachowują się tak, jak gdyby ich źródłem był obraz Q rzeczywistego źródła O fal i jak gdyby granicy SS wcale nie było.

Uderzającą illustracją zasady Huygensa, oraz wynikających z niej praw rozchodzenia i odbijania się fal, są obrazy, otrzymane przez pp. Foley i Sou-

der, które przytaczamy na rys. 96-ym. Są to zdjęcia momentalne fal głosowych (§ 67), bądź przepuszczonych przez otwory w ścianach, bądź też odbitych od ścian, czyli zwierciadeł. Na rys. 96 (a) ściana odbijająca jest pełna i płaska;



Rys. 96.

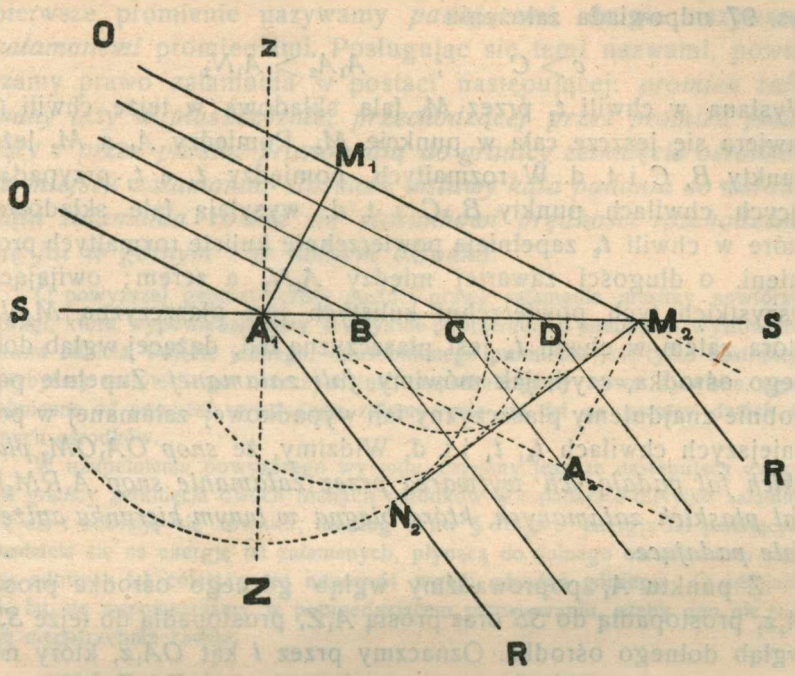
obiedwie fale, padająca i odbita, są kuliste; widzimy, jak sprawdza się prawo odbicia. Na rys. 96 (b) zwierciadło jest paraboliczne; fala padająca kulista wytwarza falę płaską odbitą. Na rys. 96 (c) i (d) ściana jest zaopatrzona w drobne szczeliny; widzimy wykształcanie się fali przepuszczonej i fali odbitej.

§ 71. Prawa załamywania się fal.

Wyobraźmy sobie jeszcze raz dwa ośrodki, górny i dolny, oddzielone od siebie płaszczyzną poziomą *SS* (rys. 97). Obadwa ośrodki są jednolite i izotropowe i od granicy *SS* rozciągają się do nieskończoności; w obu ośrodkach fale mogą bez przeszkody we wszystkich kierunkach podążać; ale prędkości, z jakiemi w nich biegną, są *różne*. Przypuśćmy, że fale posuwają się z prędkością *c* w górnym ośrodku, w dolnym zaś szerzą się z prędkością *C*. Przekonamy się nieraz w dalszym ciągu wy-

kładu, że takie różnice prędkości rozchodzenia się fal rzeczywiście istnieją.

Z niezmiernie odległego źródła, przez górny ośrodek, biegnie ku granicy SS snop OA_1OM_2 fal płaskich; dla skrócenia



Rys. 97.

nazywamy je *padającemi* falami. Gdyby dolny ośrodek nie różnił się niczem od górnego, snop fal padających biegłby wdal bez przeszkody i zmiany; płaszczyzną fali w tym snopie byłaby A_1M_1 w chwili t_1, A_2M_2 w chwili t_2 i t. d.; mielibyśmy oczywiście

$$1. \qquad A_1A_2 = c(t_2 - t_1).$$

Ale ośrodek dolny różni się od górnego. Każdy punkt dolnego ośrodka, skoro zostanie poruszony przez falę, wysyła falę pochodną, która będzie z kolei składową fali wypadkowej późniejszej; te fale pochodne albo składowe, szerząc się w dolnym ośrodku, postępują naprzód z prędkością C. Punkt A_1 zostaje poruszony w chwili t_1, punkt M_2 w chwili t_2. Wysłana w chwili

t_1 przez A_1 fala składowa rozpościera się w chwili t_2 po powierzchni kuli o promieniu

2. $$A_1N_2 = C(t_2 - t_1).$$

Ponieważ c jest różna od C, zatem A_1A_2 jest różna od A_1N_2; rys. 97 odpowiada założeniu

3. $$c > C \quad ; \quad A_1A_2 > A_1N_2$$

Wysłana w chwili t_2 przez M_2 fala składowa w tejże chwili t_2 zawiera się jeszcze cała w punkcie M_2. Pomiędzy A_1 a M_2 leżą punkty B, C i t. d. W rozmaitych, pomiędzy t_1 a t_2 przypadających chwilach punkty B, C i t. d. wysyłają fale składowe, które w chwili t_2 zapełniają powierzchnie kuliste rozmaitych promieni, o długości zawartej między A_1N_2 a zerem; owijającą wszystkich tych powierzchni kulistych jest płaszczyzna M_2N_2, która zatem w chwili t_2 jest płaszczyzną fali, dążącej wgłąb dolnego ośrodka, czyli, jak mówimy, *fali załamanej*. Zupełnie podobnie znajdujemy płaszczyzny fali wypadkowej załamanej w późniejszych chwilach t_3, t_4 i t. d. Widzimy, że *snop OA_1OM_2 płaskich fal padających wytwarza przez załamanie snop A_1RM_2R fal płaskich załamanych, które biegną w innym kierunku aniżeli fale padające.*

Z punktu A_1 poprowadźmy wgłąb górnego ośrodka prostą A_1z, prostopadłą do SS oraz prostą A_1Z, prostopadłą do tejże SS, wgłąb dolnego ośrodka. Oznaczmy przez i kąt OA_1z, który nazywamy *kątem padania*; oznaczmy przez r kąt RA_1Z, który nazywamy *kątem załamania*. Mamy

4. $$i = OA_1z = A_1M_2A_2 \quad ; \quad r = RA_1Z = A_1M_2N_2;$$

dlatego też mamy

5. $$A_1A_2 = A_1M_2 \sin i \quad ; \quad A_1N_2 = A_1M_2 \sin r.$$

Z równań (1), (2) oraz (5) wyprowadzamy równanie

6. $$\sin i : \sin r = c : C,$$

które związuje ze sobą dwa zmienne kąty i, r; albowiem stosunek ich wstaw, jako równy wielkości stałej c/C, jest stały. Stały stosunek $\sin i / \sin r$ nazywamy *spółczynnikiem załamania fal* w ich przenikaniu z górnego do dolnego ośrodka.

Twierdzenie (6) jest słynnem prawem załamywania się fal, które w r. 1637 ogłosił wielki myśliciel francuski René du Perron Descartes, z łacińska zwany Kartezjuszem (1596—1650); nieco wcześniej odkrył je był holender-

ski uczony Willebrord Snell z Lejdy. Rozumowanie powyższe, które zawdzięczamy Huygensowi, wykazuje, że prawo Snella i Kartezjusza jest prostem następstwem pięknej i płodnej zasady § 69-go.

Promieniami snopu OA_1OM_2 są jego tworzące, np. OA_1, OM_2; promieniami snopu A_1RM_2R są jego tworzące, np. A_1R, M_2R; pierwsze promienie nazywamy *padającemi*, drugie nazywamy *załamanemi* promieniami. Posługując się temi nazwami, powtarzamy prawo załamania w postaci następującej: *promień załamany leży w płaszczyźnie, przechodzącej przez promień padający i przez prostą, prostopadłą do granicy zetknięcia ośrodków w miejscu załamania; stosunek wstawy kąta padania do wstawy kąta załamania równa się stosunkowi prędkości rozchodzenia się fal w górnym i w dolnym ośrodku.*

O powyższej geometrycznej postaci prawa załamania musimy powtórzyć uwagi, które wypowiedzieliśmy w artykule poprzednim o podobnem wysłowieniu prawa odbicia. Pojęcie jednego, odosobnionego promienia jest tylko abstrakcją; gdybyśmy usiłowali go urzeczywistnić, napotkalibyśmy nowe zjawiska, zgoła odmienne od powyżej wyłożonego załamywania się fal na granicy dwóch różnych ośrodków.

W uzupełnieniu powyższego wywodu czynimy jeszcze następującą uwagę. Na granicy zetknięcia dwóch różnych ośrodków fale padające nietylko załamują się ale i odbijają się również, według praw § 70-go; energja fal padających rozdziela się na energję fal załamanych, płynącą do dolnego ośrodka i na energję odbitych fal, cofającą się napowrót wgłąb ośrodka górnego. O odbijaniu się fal nie wspominaliśmy w poprzedzającem rozumowaniu, ażeby ono nie stało się niepotrzebnie zawiłe.

ROZDZIAŁ SZÓSTY.

Zasady akustyki.

§ 72. Źródła głosu; rozchodzenie się głosu.

Spostrzeżenia codzienne prowadzą nas do tworzenia pojęć, nieodzownych w myśleniu; lecz te pojęcia bywają nieraz chwiejne i mgliste, wówczas zaś nazwy, które im nadajemy, są zwykle niejasne, nieścisłe. Nasza mowa potoczna jest pełna wyrażeń, których używamy w rozmaitych znaczeniach. Naprzykład przez wyraz *głos* rozumiemy bądź *wrażenie zmysłowe*, którego dzięki usługom zmysłu słuchu doznawać możemy, bądź też dziejące się poza nami *zaburzenie*, które jest źródłem owego wrażenia. Badaniem naszych wrażeń zajmuje się psychologja wraz z fizjologją; nauce zaś fizyki przypada w udziale poznanie przebiegu zjawisk głosowych w świecie zewnętrznym i sprowadzenie iego przebiegu do praw, rządzących wogóle wydarzeniami natury. Dział fizyki, poświęcony temu zadaniu, nazywamy *akustyką*.

Zaburzenia, wywołujące w nas wrażenia głosowe, są zawsze sprawiane przez pewne *ciała drgające*; przekonywamy się o tem codziennie. Słyszymy głos, gdy ciała wprowadzamy w drgania jakimkolwiek sposobem; gdy naprzykład młoteczkiem trącamy brzeg kieliszka, dzwonka lub widełek strojowych, gdy smyczkiem przeciągamy po strunie napiętej lub po obwodzie płyty (metalowej lub szklanej) uchwyconej w pośrodku. Gdy dźwięczy, struna wydaje się grubsza; podrzuca wówczas papierowe koniki, które umieściliśmy na niej. Jeżeli wydaje głos, płyta żywo porusza piasek, którym ją posypaliśmy. Dopóki dzwoni, kieliszek lub dzwonek wprawia perjodycznie w ruch wahadełko, którego może dosięgać.

Ruch drgającego ciała tylko wówczas wytwarza w nas wrażenia głosowe, gdy pomiędzy tem ciałem a naszym narządem słuchowym rozciąga się, jeśli tak wolno powiedzieć, *pomost* ma-

terjalny t. j. materjalny ośrodek albo szereg ośrodków, który roznosi zaburzenie i donosi je do nas. Takim ośrodkiem bywa zazwyczaj atmosferyczne powietrze; ale każde inne ciało gazowe, każde ciało stałe lub ciekłe może również być materjalnym ośrodkiem rozchodzenia się głosu.

Następujące doświadczenie wykonał po raz pierwszy Otto v. Guericke. Pod dzwonem pompy pneumatycznej zawieszamy na nici dzwonek nieprzerwanie dzwoniący; w miarę rozrzedzania powietrza słyszymy głos coraz słabiej a wreszcie przestajemy go słyszeć, chociaż widzimy ruch dzwonka. Gdy wpuścimy do dzwonu bezwodnik węglowy lub inny gaz, od powietrza odmienny, słyszymy znów głos zupełnie wyraźnie.

Zanurzywszy się w wodzie, słyszymy wybornie głosy, powstające w samej wodzie; biegnący w powietrzu głos odbija się po części od powierzchni wody, dlatego cudza rozmowa wydaje nam się wówczas przyciszona. Przez mury budynków, w których istnieje ogrzewanie centralne, przebiegają rury żelazne, roznoszące parę lub wodę gorącą; stuknięcie o rury, np. w piwnicy, rozlega się głośno, nawet na wyższem którembądź piętrze. Cichy chód zegarka, umieszczonego na końcu długiej belki drewnianej, odróżniamy wyraźnie, przyłożywszy ucho do drugiego jej końca. Daleki tętent konia lub łoskot pędzącego pociągu słyszymy z łatwością, jeśli uchem dotykamy ziemi.

W próżni głos nie rozchodzi się wcale; w pustem przestworzu zalega cisza zupełna Próżne lub niemal próżne otchłanie przestrzenne, dzielące nas od księżyca i planet, od słońca i gwiazd, odgradzają nas od tych światów zaporą nieprzebytą dla głosu.

§ 73. O falach głosowych.

Wyobraźmy sobie dzwon, który drga, otoczony powietrzem. Podczas drgań dzwon naprzemian pęcznieje i kurczy się, zewnętrzna powierzchnia jego pobocznicy posuwa się naprzemian naprzód i wstecz. Gdy posuwa się naprzód, uciska najbliższą warstwę powietrza, która, stłoczona, działa podobnie na warstwę następną. Ściana boczna dzwonu poczyna tymczasem się cofać, rozrzedza więc przylegającą warstwę powietrza, która wywiera to samo działanie na warstwę następną. Od dzwonu biegnie pasmo kolejnych zagęszczeń oraz rozrzedzeń, które udzielają się coraz dalszym warstwom powietrza. Z poprzedzającego rozdziału znamy falę *podłużną*, która wytwarza się wówczas w powietrzu (§ 56); łatwo zatem nasuwa nam się przypuszczenie, że rozchodzenie się głosu polega na biegu fal podłużnych przez materjalne ośrodki. Nabędziemy niebawem pewności, że to przypuszczenie jest uzasadnione. Zobaczymy, że głos przebiega ośrodki dokładnie tak samo, jak fala podłużna; że może się naprzykład załamywać,

odbijać, interferować, uginać; co najważniejsza, że podąża naprzód z tą samą prędkością, jaką w ośrodku ma fala podłużna. Towarzyszące naszym głosowym wrażeniom zaburzenie zewnętrzne *jest* zatem falą podłużną; z tego powodu nazywamy je często *falą głosową*.

Fale biegną w materjalnym ośrodku dzięki oddziaływaniom sprężystym, które budzą się w nim pod wpływem odkształceń; możemy powiedzieć, że wynikają ze sprężystych własności lub zdolności ośrodka. Ośrodek sprężysty ma dwie główne zdolności: *ściśliwość* i *sztywność* (§§ 29 i 30). Jak widzieliśmy na przykładzie fali skręceń, biegnącej w modelu Kelvina (§ 55), fale *poprzeczne* wynikają wyłącznie ze sztywności ośrodka; ponieważ tylko ciała stałe są obdarzone sztywnością, zatem fale poprzeczne mogą się tworzyć i szerzyć tylko w stałych ośrodkach. Fale *podłużne*, przeciwnie, mogą się wykształcać i biec zarówno w ciałach stałych jak płynnych. Fala podłużna, która rozchodzi się w *stałym* ośrodku, wynika jednocześnie z jego sztywności i ściśliwości; jest więc zjawiskiem zawilszem niż fala poprzeczna, podobnie jak wydłużanie drutu jest zjawiskiem zawilszem aniżeli skręcanie (§ 28). *Płyny* nie mają sztywności; jeżeli zatem fala podłużna roznosi się w płynie, wynika wyłącznie ze ściśliwości płynu; fale głosowe biegną naprzykład w powietrzu lub w wodzie jedynie dzięki ściśliwości tych płynów; mając to na uwadze, możemy zrozumieć, dlaczego prędkość posuwania się fali głosowej w płynnym ośrodku zależy bezpośrednio od modułu k jego ściśliwości (§§ 29 i 50).

Prawo tej zależności odkrył Newton. Oznaczmy przez D gęstość płynu, w którym rozchodzi się fala podłużna; przez c rozumiejmy t. zw. *prędkość fali*, czyli dokładniej, jak w § 62-im: prędkość posuwania się *fazy* w tej fali. W drugiej księdze nieśmiertelnego dzieła *Principia* Newtona znajdujemy twierdzenie, które, przy pomocy powyższych oznaczeń, wyraża się wzorem

$$1. \qquad c^2 D = k$$

To proste i ważne twierdzenie wyznacza prędkość fali podłużnej, biegnącej w płynnym ośrodku.

§ 74. Prędkość rozchodzenia się głosu w powietrzu.

Fulgorem quoque cernimus ante quam tonitrum accipimus, powiada Lukrecjusz; dostrzegamy wcześniej błyskawicę ani-

żeli słyszymy grzmot. Prędkość rozchodzenia się światła jest zatem bezporównania większa niż prędkość rozchodzenia się głosu. Na zasadzie tego założenia polega prosta metoda mierzenia prędkości głosu w powietrzu. Przypuśćmy, że, znajdując się w odległości l od wylotu armaty, mierzymy odstęp t czasu, który upływa pomiędzy dostrzeżeniem błysku wystrzału a usłyszeniem towarzyszącego mu huku. Zaniedbując czas bardzo krótki, którego potrzebuje światło, ażeby przebyć odległość l, powiadamy, że prędkość roznoszenia się głosu w powietrzu jest równa stosunkowi l/t.

Jeżeli naprzykład w odległości $l = 1656{\cdot}5$ m dostrzegamy, że odstęp czasu t był $= 5$ sek, powiadamy: w warunkach doświadczenia prędkość głosu w powietrzu wynosiła 331·3 m/sek. Zobaczymy w późniejszym rozdziale, że do przebycia odległości 1656·5 m światłu potrzeba około 5·5 miljonowych części sekundy; błąd, pochodzący z zaniedbania tego czasu, jest bardzo nieznaczny.

Pomiary prędkości głosu w powietrzu były czynione wiele razy, poczynając od połowy XVII-go stulecia, gdy po raz pierwszy usiłował ich dokonać O. Mersenne. Dzięki nowoczesnym badaniom znamy dzisiaj prędkość rozchodzenia się głosu w powietrzu dokładnie; wiemy, jak ona zależy od temperatury i od ciśnienia powietrza. Wyniki tych badań możemy streścić krótko jak następuje.

(I) Prędkość c rozchodzenia się głosu w suchem powietrzu, w temperaturze 0° C, pod normalnem ciśnieniem 1 atmosfery, wynosi 331·3 m/sek.

(II) Gdy temperatura powietrza pozostaje niezmienna, prędkość c zależy nieznacznie od ciśnienia; według pomiarów A. Witkowskiego, prędkość ta, naprzykład w 0° C, jest w powietrzu następująca:

ciśn.:	1	20	40	60 atm.
$c =$	331·3	330·9	332·9	337·3 m/sek

(III) Gdy ciśnienie powietrza pozostaje niezmienne, temperatura zaś podnosi się, prędkość c wzrasta; widzimy to naprzykład z wartości następujących, które odpowiadają ciśnieniu 1 atmosfery:

temp.:	−20° C	0° C	+20° C	+100° C
$c =$	318·9	331·3	343·2	386 5 m/sek

Newton przypuszczał, że zgęszczenia i rozrzedzenia, które towarzyszą przebiegowi fali głosowej w powietrzu, stosują się do prawa Boyle'a; założenie, które, jak wiemy z § 51-go, może być tylko w takim razie prawdziwe, jeżeli podczas przejścia fali powietrze zachowuje temperaturę stałą. Ażeby sprawdzić hypotezę Newtona, zobaczmy, jakie z niej wynikają następstwa. Znajdźmy przedewszystkiem moduł k ściśliwości gazu, stosującego się do prawa Boyle'a. Weźmy na uwagę niezmienną ilość gazu, która w pewnej stałej temperaturze zajmuje objętość V_0 pod ciśnieniem p_0 oraz objętość V pod ciśnieniem p. Przypuśćmy, że V_0 jest większa niż V a zatem p_0 mniejsze niż p. Z prawa Boyle'a (§ 51) łatwo wyprowadzamy

1. $$p - p_0 = p\frac{V_0 - V}{V_0}$$

Stosunek $(V_0 - V) / V_0$ w niniejszym przypadku jest jednostkowem ściśnięciem, które w §§ 29 i 50 oznaczaliśmy przez θ. Porównawszy zatem obecne równanie (1) z przytoczonem w powyższych artykułach prawem Hooke'a (wobec ogromnych p zaniedbywaliśmy wówczas p_0), widzimy, że moduł k gazu jest równy ciśnieniu p. Ponieważ p nie jest stałą lecz zmienną wielkością, zatem powiadamy: gaz, stosujący się do prawa Boyle'a, tylko w pierwszem przybliżeniu, gdy jednostkowe ściśnięcia są bardzo małe, może czynić zadosyć prawu Hooke'a.

Kładziemy teraz $k = p$ w równaniu (1) § 73-go; wówczas

2. $$c^2 D = p$$

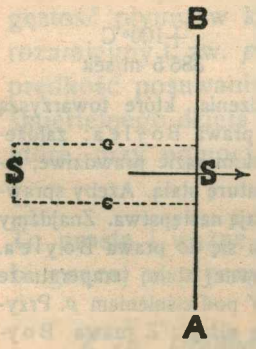
Gdy powietrze znajduje się w 0° C, pod ciśnieniem jednej atmosfery, mamy według §§ 43 i 44-go:

3. $D = 0{\cdot}001293$ gr/cm³ ; $p = 1013590$ dyn/cm².

Wstawiając te wartości do formuły (2), znajdujemy

4. $$c = 279{\cdot}98 \text{ m/sek},$$

znacznie *mniej* aniżeli wynosi w powietrzu, w 0° C, pod ciśnieniem atmosferycznem normalnem, rzeczywista prędkość c rozchodzenia się głosu. Newton nie umiał wyjaśnić sprzeczności, która, jak widzimy, zachodzi między formułą (2) a doświadczeniem; wytłumaczył ją dopiero Laplace w r. 1816-ym. Warstwa powietrza ogrzewa się, gdy podczas przejścia fali głosowej zostaje ściśnięta; oziębia się, gdy się rozpręża; te zmiany gęstości odbywają się tak szybko i nagle, że powstające różnice temperatury nie mogą nigdy całkowicie zaniknąć. Prawo Boyle'a *nie* stosuje się zatem do rozrzedzeń i zgęszczeń, towarzyszących rozchodzeniu się głosu w powietrzu. Formuła (1) § 73-go jest ogólna i ścisła; ale Newton wstawiał do niej mylnie wartość p zamiast modułu k. Poprawiwszy rachunek, Laplace został doprowadzony do innego wzoru, który zgadza się dokładnie z wynikami spostrzeżeń oraz tłumaczy, dlaczego prędkość głosu w powietrzu zależy od temperatury i od ciśnienia, według praw wyżej streszczonych.



Rys. 98.

Wyobraźmy sobie, że fala głosowa biegnie w powietrzu, w kierunku, który na rys. 98-ym wskazuje strzałka; zbudujmy płaszczyznę AB prostopadłą do tego kierunku; w płaszczyznie AB wytnijmy pole S. Przypuśćmy, że warstwa, przylegająca z lewej strony do AB, doznaje ściśnięcia; przypuśćmy, iż jej cząstki biegną z prędkością c w kierunku strzałki. Przez pole S przesuwa się wówczas w czasie t objętość Sct; jeżeli w jednostce objętości gazu zawiera się N cząstek, tedy iloczyn $NSct$ jest liczbą cząstek, które w czasie t przebiegają przez pole S z lewej strony płaszczyzny na prawą. Każda cząstka przenosi wraz z sobą ilość ruchu mc; stosując zatem twierdzenie (1) § 75-go tomu I-go, otrzymujemy

5. $$NSct \,.\, mc = pS \,.\, t,$$

gdzie p jest panującem w gazie ciśnieniem. Oznaczając przez D gęstość gazu, mamy $Nm = D$; z (5) zatem wynika

6. $$c^2D = p$$

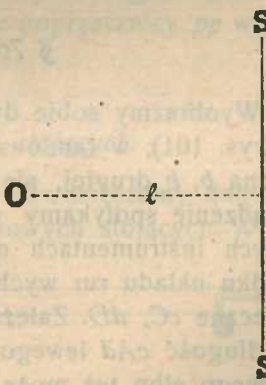
co zgadza się z poprzednią formułą (2), albowiem obecna c jest oczywiście prędkością rozchodzenia się fali w powietrzu. Gdy warstwa powietrza zostaje ściśnięta, jej temperatura podnosi się; prędkość ruchu cząstek staje się większa; ponieważ nie liczyliśmy się z tą okolicznością, zostaliśmy doprowadzeni do wzoru Newtona.

§ 75. *Odbijanie się głosu.*

Przypuśćmy, że ośrodek, w którym rozbiega się fala, graniczy z innym ośrodkiem. Wiadomo nam, że fala *odbija się*, dobiegając takiej granicy czyli powierzchni zetknięcia dwóch różnych ośrodków. Roznosząca się naprzykład w atmosferycznem powietrzu fala głosowa odbija się od ścian budynków, od powierzchni wody lub skały, o które uderza; jeżeli biegnie w pręcie szklanym albo stalowym, możemy z równą słusznością powiedzieć, że u końca pręta odbija się od powietrza.

Echem albo *odgłosem* nazywamy odbijanie się, zwykle od ścian stałych, głosu rozlegającego się w powietrzu; zjawisko to spostrzegamy często w dolinach, otoczonych nagiemi skałami, niekiedy także w dużych salach lub wnętrzach budynków przestronnych i pustych.

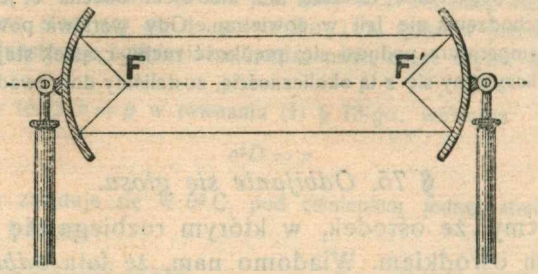
Nasze wrażenia słuchowe zanikają stosunkowo powoli; nawet głos nagły, urwany, który w istocie trwa bardzo krótko, rozciąga się w uchu i (jak mówimy) *przebrzmiewa* przez czas, wynoszący około 0·1 sekundy. Przypuśćmy, że w miejscu O (rys. 99) powstaje nagle głos krótkotrwały, np. ostre stuknięcie; przypuśćmy, że bardzo blisko miejsca O znajduje się ucho. Najkrótszą odległość miejsca O od ściany odbijającej SS oznaczmy przez l. Czas $2l/c$ (gdzie c jest prędkością głosu w powietrzu) musi być dłuższy niż 0·1 sekundy, ażebyśmy mogli odróżnić głos odbity czyli powracający od głosu padającego czyli pierwotnego; kładąc za c około 340 m/sek, wnosimy zatem, że, w odległości od ściany, mniejszej niż 17 m, obadwa głosy, wracający i pierwotny, muszą zmieszać i spłynąć się w uchu. Przypuśćmy, że wymawiamy krótką *zgłoskę* czyli *syllabę*; taki akt trwa conajmniej 0·1 sekundy. Jeżeli ściana odbijająca znajduje się od nas w odległości mniejszej aniżeli 34 m, nie możemy odróżnić odbitej od wymówionej syllaby.



Rys. 99.

Prawa odbijania się fal, wyłożone w § 70-ym, stosują się do zjawisk odbijania się głosu. Ażeby na przykładzie okazać słu-

szność tego twierdzenia, ustawiamy dwa bardzo duże, metalowe, wklęsłe, kuliste lub paraboliczne zwierciadła w dość znacznej, kilkumetrowej odległości od siebie (rys 100); umieściwszy ucho



Rys. 100.

lub słuchawkę w ognisku *F* jednego zwierciadła, słyszymy wybornie chód zegarka, znajdującego się w ognisku *F'* drugiego; natomiast nic nie słyszymy w innych punktach, równie od zegarka odległych. Kształt sklepień lub ścian wytwarza skutki podobne w niejednym budynku.

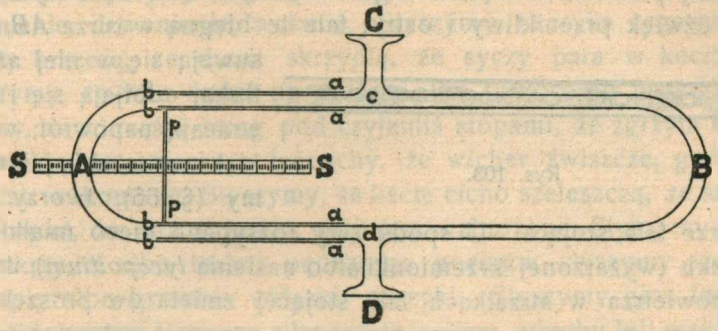
Głos odbija się dobrze nietylko od równej i gładkiej powierzchni wody lub skały; odbija się również od porowatej powierzchni ziemi, odbija się nawet od sztachet palisady, od brzegu leśnej gęstwiny. Wywody §§ 68, 69 i 70-go pozwalają zrozumieć, dlaczego nieciągłość przegród podobnych nie wywiera wpływu na bieg odbijającej się od nich fali głosowej.

§ 76. Interferencja głosu.

Wyobraźmy sobie dwie rury *A* i *B*, zgięte w kształcie litery **U** (rys. 101); w ramiona *a*, *a* jednej rury wchodzą szczelnie ramiona *b*, *b* drugiej, ale mogą w nich się przesuwać; podobne urządzenie spotykamy w lunetach, mikroskopach i niektórych dętych instrumentach muzycznych, t. zw. trombonach. W pośrodku układu rur wychodzą z nich wyloty, krótkie kolanka poprzeczne *cC*, *dD*. Zależnie od ustawienia rury *A* względem rury *B*, długość *cAd* lewego przewodu może być równa długości *cBd* prawego albo też może być od niej większa lub mniejsza. Przypuśćmy, że tuż koło otworu *C* brzmi źródło głosu. Fale, idące przez kolanko *Cc*, dzielą się w miejscu *c* na dwa ciągi fal; jeden kieruje się wzdłuż przewodu *cAd*, drugi podąża drogą *cBd*; spotykają się one w miejscu *d* i biegnąc odtąd wspólnie, inter-

ferują ze sobą. Oznaczmy przez λ długość fali głosowej, która wędruje przez przyrząd. Jeżeli różnica dróg *cAd* i *cBd* wynosi

1. $0, \frac{2}{2}\lambda, \frac{4}{2}\lambda, \frac{6}{2}\lambda$ i t. d.,



Rys. 101.

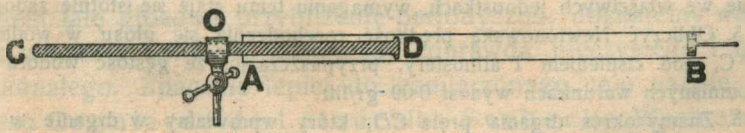
jeżeli jest wogóle równa parzystej wielokrotności połowy długości fali, interferujące ze sobą dwa ciągi wzmacniają się wzajemnie; jeżeli różnica dróg *cAd* i *cBd* wynosi

$$\frac{1}{2}\lambda, \quad \frac{3}{2}\lambda, \quad \frac{5}{2}\lambda \quad \text{i t. d.}$$

czyli jest nieparzystą wielokrotnością połowy długości fali, nakładające się ciągi osłabiają lub nawet znoszą się wzajemnie. Wysuwając zatem lub wsuwając rurę *A* o długość $\frac{1}{4}\lambda$, wywołujemy naprzemian wzmaganie się lub zmniejszanie się natężenia głosu około ujścia *D*. Przemieszczenia rury *A* względem rury *B* mierzymy najłatwiej, zważając położenie poprzecznicy *pp* względem skali *SS*.

§ 77. O falach głosowych stojących.

Niemieckiemu fizykowi Kundtowi zawdzięczamy dogodną metodę spostrzegania i badania fal głosowych stojących. Wyob-



Rys. 102.

raźmy sobie rurę szklaną *AB* (rys. 102), zamkniętą u końca *B* przez tłok przesuwalny; w tej rurze chcemy wytwarzać fale gło-

sowe stojące. Wprowadzamy do rury *AB* gruby pręt szklany *CD*, który unieruchomiliśmy w środku *O*; objąwszy pręt kawałkiem zwilżonego sukna, jednocześnie przyciskamy dość mocno i pociągamy podłużnie. Pręt *CD* drga i wytwarza fale, które słyszymy jako dźwięk przenikliwy i ostry; fale te biegną w rurze *AB*, posuwają się w niej aż do tłoka, odbijają się i powracają napowrót; w takich warunkach, jak wiemy (§ 66), tworzy się w rurze fala stojąca. U spodu rury rozsypano nieco miałkiego proszku (wyżarzonej krzemionki albo nasienia *lycopodium*); drganie powietrza w strzałkach fali stojącej zmiata ów proszek ku miejscom, w których tworzą się węzły; powstają wówczas t. zw. *figury pyłkowe* Kundta, zwykle dość prawidłowe, w których łatwo poznajemy miejsca strzałek i węzłów (rys. 103). Jak wiadomo z § 65-go, wzajemna odległość dwóch sąsiednich węzłów musi wynosić $\frac{1}{2}\lambda$ w tem doświadczeniu, jeżeli przez λ rozumiemy długość fal, biegnących w rurze *AB*.

Rys. 103.

Zadania.

1. Po upływie 2·5 sekund od chwili wystrzału słyszymy echo, które powstaje skutkiem odbicia głosu od ściany doliny; w jakiej odległości znajdujemy się od tej ściany? Czy zmiana temperatury powietrza wpływa na długość odstępu czasu, po którym echo do nas powraca?

2. Powierzchnia wody w studni znajduje się o 10 m pod powierzchnią ziemi. Po jakim czasie t_1 wpadnie do wody kamień, który wpuszczamy do studni? Po jakim czasie t_2 usłyszymy pluśnięcie? Zauważyliśmy, że czas t_2 wynosi 1·457 sek; o ile metrów pod ziemią znajduje się zwierciadło wody?

3. Usłyszawszy wystrzał armatni, zwiastujący południe, nastawiłem natychmiast wskazówki zegara stosownie do tego sygnału. Jaki błąd popełniłem, jeśli armata znajduje się w odległości 1700 m odemnie?

4. Według podanych w §§ 73 i 74 równań, stosunki k/D oraz p/D wyobrażają kwadraty prędkości. Sprawdzić, że, jeżeli moduł k i ciśnienie p są wyrażone we właściwych jednostkach, wymaganiu temu staje się istotnie zadosyć.

5. Obliczyć Newtonowską prędkość rozchodzenia się głosu w wodorze, w 0° C, pod ciśnieniem 1 atmosfery, przypuszczając, że gęstość wodoru we wspomnianych warunkach wynosi 0·09 gr/litr.

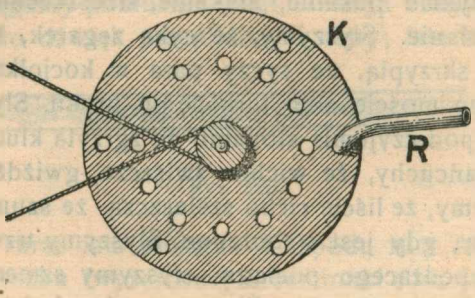
6. Znamy okres drgania pręta *CD*, który wprawiamy w drganie w doświadczeniu Kundta (rys. 102); czy możemy obliczyć prędkość rozchodzenia się głosu w powietrzu, wypełniającem rurę *AB*? Po drugiej stronie pręta *CD* dodajemy drugą rurę *EF*, którą wypełniamy gazem *G*; w obu rurach *AB* i *EF* wytwarzamy figury pyłkowe; czy możemy obliczyć stosunek prędkości rozchodzenia się głosu w powietrzu i w gazie *G*?

§ 78. O dźwiękach.

Niezmiernie rozmaite są głosy, które słyszymy dokoła codziennie. Słyszymy naprzykład pukanie, stukanie, trzeszczenie, bębnienie, dzwonienie, wołanie. Słyszymy, że cyka zegarek, że szyby brzęczą, że drzwi skrzypią, że syczy para w kociołku; słyszymy, że wóz dudni po moście albo turkoce po bruku. Słyszymy, że chrzęści śnieg pod czyjemiś stopami, że zgrzyta klucz w zamku, że szczękają łańcuchy, że wicher świszcze, gwiżdże i jęczy w kominie. Słyszymy, że liście cicho szeleszczą, że szumi wodospad, że morze huczy, gdy jest wzburzone. Słyszymy trzepot skrzydeł albo łoskot pędzącego pociągu; słyszymy szmery i szepty albo gromkie oklaski, okrzyki. Słyszymy głos ludzki: głęboki, barwny i bogaty albo też chrapliwy, głuchy lub piskliwy.

Z niewyczerpanej takiej różnorodności głosów wybieramy tu do rozbioru li tylko *dźwięki* czyli głosy jednostajne, ciągłe, niezmienne, z których naprzykład nasza mowa się składa a także śpiew albo brzmienie instrumentów muzycznych. Czujemy to wszyscy, że takie dźwięki różnią się niewątpliwie od głosów bezładnych, dowolnie zmiennych i powikłanych albo też przypadkowo ze sobą się plączących; wnosimy zatem, że zaburzenia zewnętrzne, które dają dźwiękom początek, muszą czemś odznaczać się od wszelkich innych akustycznych zaburzeń. Twierdzimy, że *tylko perjodyczne zaburzenia zewnętrzne wytwarzają wrażenia dźwięków w naszej świadomości.* O tej prawdzie, bardzo ważnej w akustyce, możemy przekonać się przy pomocy prostych doświadczeń; najprostsze wykonał już Hooke w r. 1681-ym. Wyobraźmy sobie koło zębate, którego zęby są jednakowe i rozmieszczone w równych odstępach; osadźmy to koło na wirownicy (tom I, § 67) i gdy obraca się jednostajnie, przyłóżmy do obwodu kartkę sztywnego kartonu. Regularnie powtarzające się wstrząśnienia koła i kartki udzielają się powietrzu i wytwarzają w niem falę głosową, przybliżenie perjodyczną; doznajemy wówczas wrażenia dźwięku, zazwyczaj coprawda nieczystego i niedoskonałego. Znacznie lepiej do zamierzonego celu nadaje się *syrena* Cagniarda de Latour albo Seebecka. Wyobraźmy sobie krążek K (rys. 104), w którym, w równych odstępach, wycięto jednakowe otwory. Gdy krążek obraca się szybko około swej osi, otwory przebiegają kolejno przed wylotem rury R, z której żywo wypływa strumień powietrza, pędzonego przez

miech lub pompę tłoczącą; w leżących po przeciwnej stronie krążka warstwach powietrza wytwarzamy tym sposobem perjodyczne wstrząśnienia, które budzą w nas wrażenie dźwięku.



Rys. 104.

Do wytwarzania dźwięków posługujemy się zazwyczaj ciałami sprężystemi w kształcie drutów, prętów, rur, płyt, deseczek, kielichów i czasz albo też strunami, błonami, kolumnami powietrza i t. p.; takie ciała stanowią, jak wiadomo, istotne części składowe naprzykład fortepianu i skrzypiec, organów i fletu, piszczałek i harfy, dzwonów i trąb, telefonu i bębna a także krtani ludzkiej, gardzieli i ust. Ciało sprężyste albo napięte, odkształcone przez siły zewnętrzne, może odbywać ruchy okresowe czyli drgania, które nieraz wprawdzie bywają nieporównanie zawilsze niż prosty ruch harmoniczny, znany nam z §§ 30 i 31-go tomu I-go, ale w istocie nie są od niego zasadniczo odmienne; dlatego drgania ciał sprężystych możemy zawsze sprowadzić do pewnych zespołów ruchów prostych harmonicznych (por. § 63).

§ 79. Natężenie dźwięku.

Przypuśćmy, że słyszymy pewien dźwięk; pierwszą właściwością, którą łatwo w nim odróżniamy, jest jego *natężenie*. O pewnych dźwiękach mówimy, że są mocne, głośne, donośne; inne nazywamy słabemi lub cichemi dźwiękami. Wyobraźmy sobie, że dźwięk, który słyszymy, jest wydawany przez pewne ciało *C* drgające. Jeżeli sposób drgań ciała *C* a zatem i charakter dźwięku pozostaje niezmienny i jeżeli nie zmieniają się również inne okoliczności zjawiska (np. odległość ucha od ciała *C*, jakość i stan ośrodka, roznoszącego falę głosową), wówczas, jak wiemy z pospolitych doświadczeń, natężenie dźwięku zmienia się proporcjonalnie do energji ruchu ciała *C*; na strunie, na dzwonku, na każdem wogóle źródle dźwięków sprawdzamy to twierdzenie z łatwością. Kinetyczna energja drgającego ciała udziela się powietrzu lub innemu ośrodkowi, który donosi nam

falowanie; *objektywną* więc czyli fizyczną *miarą* natężenia dźwięku jest kinetyczna energja ruchu ośrodka w miejscu, w którem znajduje się nasz narząd słuchowy.

Przypomnijmy sobie prawa ruchu harmonicznego prostego; wyłożyliśmy je w §§ 30 i 31-ym tomu I-go; zachowamy tu oznaczenia ówczesnego wywodu. Uważajmy cząstkę, o masie m, która wykonywa ruch harmoniczny prosty. Kinetyczna energja takiej cząstki w chwili t wynosi, według wzoru (3) powołanego § 31-go:

1. $$\tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}m\tilde{\omega}^2a^2\sin^2\tilde{\omega}t$$

Największa możliwa wartość tej kinetycznej energji wynosi

2. $$\tfrac{1}{2}m\tilde{\omega}^2a^2;$$

ta wartość jest osiągana w chwilach $t = \frac{1}{4}T$, $\frac{3}{4}T$ i t. d., a zatem zawsze wówczas, gdy punkt m na rys. 38-ym tomu I-go przebiega przez środek O. *Średnią* wartość kinetycznej energji cząstki m otrzymujemy, tworząc przeciętną arytmetyczną wartości (2) oraz zera; ta średnia zatem wynosi

3. $$\tfrac{1}{4}m\tilde{\omega}^2a^2$$

Jeżeli w jednostce objętości ośrodka znajduje się N cząstek m, odbywających podobne drgania, średnia ich kinetyczna energja wynosi

4. $$\tfrac{1}{4}D\tilde{\omega}^2a^2$$

gdzie $D = Nm$ jest gęstością ośrodka. Średnia kinetyczna energja powietrza, roznoszącego fale głosowe, jest więc proporcjonalna do gęstości i do kwadratu amplitud odbywających się drgań. Przekonywamy się istotnie (naprzykład podczas wyprawy górskiej lub w podróży balonem, a także w doświadczeniu Guerickego, § 72), że natężenie dźwięku słabnie *caeteris paribus* w rozrzedzonem powietrzu. Natężenie dźwięku jest znacznie słabsze w wodorze niż w bezwodniku węglowym; podczas ostrych mrozów jest wyraźnie silniejsze aniżeli bywa zwyczajnie.

§ 80. *Wysokość dźwięku.*

Drugą własnością, którą w dźwięku odróżniamy natychmiast, jest jego *wysokość*. Zdajemy sobie z tego sprawę, że naprzykład głos dziecka jest wysoki, głos zaś dorosłego mężczyzny normalnie jest niski; że z dwóch strun jednakowych i jednakowo napiętych ta wydaje dźwięk wyższy, która jest krótsza.

Galileusz i O. Mersenne niemal jednocześnie odkryli, około r. 1636-go, że wysokość dźwięku zależy wyłącznie od przypadającej na sekundę *liczby drgań*, które wywołują w nas wrażenie głosowe; odkrycie tej prawdy utorowało drogę do *ilościowego* badania dźwięków. Przy pomocy syreny i koła zębatego możemy wykonać kilka doświadczeń, które pozwalają wniknąć w treść przytoczonego twierdzenia. Zwiększając lub zmniejszając

szybkość obrotu koła albo syreny, przekonywamy się przedewszystkiem, że wytwarzany dźwięk staje się w pierwszym razie wyższy, w drugim zaś niższy. Porównywamy następnie ze sobą dźwięki, pochodzące od syreny i od koła zębatego. Przypuśćmy, że liczba zębów koła jest równa liczbie otworów krążka syreny; na tej samej wirownicy umieśćmy koło i krążek i obracajmy je jednocześnie. Słyszymy dwa dźwięki bardzo różne, zgoła od siebie odmienne; a jednak czujemy, że ich wysokość jest jednakowa. A zatem, jak powiedzieliśmy, wrażenie wysokości dźwięku zależy wyłącznie od liczby drgań, odbywających się w ciągu sekundy, w fali, która działa na nasz organ słuchowy, nie zależy zaś od natury źródła, z którego fala pochodzi; tę przeto liczbę drgań w sekundzie przyjmujemy w akustyce za objektywną *miarę* wysokości dźwięku.

Prędkość kątową ω jednostajnego krążenia po kole, dającego w rzucie na jednę ze średnic ruch harmoniczny prosty, nazywaliśmy w § 30-ym tomu I-go *częstością* tego ruchu. Jeżeli T jest *okresem* ruchu, mamy

1. $$\omega T = 2\pi$$

ω zatem jest liczbą drgań, wydarzających się w czasie 2π sekund. Odwrotność n okresu, dana przez związek

2. $$nT = 1$$

jest liczbą drgań, przypadających w sekundzie (§ 10 tomu I-go); n zatem byłaby miarą wysokości dźwięku, który powstawałby z jednego ruchu harmonicznego prostego.

Przypuśćmy, że koło zębate ma j zębów lub że krążek syreny posiada j otworów; przypuśćmy, że koło lub krążek wykonywa N obrotów w ciągu sekundy. Iloczyn jN jest wówczas liczbą wstrząśnień, udzielanych powietrzu w ciągu sekundy, przeto

3. $$n = jN$$

Syreny bywają zwykle zaopatrywane w mechanizmy, które wskazują liczbę N obrotów, odbywanych w ciągu sekundy.

Słyszymy dźwięk tylko wówczas, gdy liczba n drgań na sekundę nie jest ani zbyt mała ani zbyt wielka w fali, wywołującej nasze wrażenie; gdy zatem n leży pomiędzy pewną dolną granicą n_1 a pewną górną granicą n_2. Gdy liczba n jest większa niż n_2, nic nie słyszymy; atoli ta granica n_2 jest nader rozmaita dla rozmaitych osób. Zdarza się, że jedna osoba słyszy wyraźnie pewien wysoki dźwięk, np. sykanie polnych koników, gdy jednocześnie dla innej osoby w tem miejscu zalega milczenie. Pomijając podobne indywidualne różnice, możemy uważać liczbę średnią 16000 drgań na sekundę za przybliżoną górną granicę n_2, w której sąsiedztwie normalne ucho ludzkie przestaje słyszeć. Jest to niska granica, świadcząca o niedoskonałości naszego zmysłu słuchu; fizycy umieją odkrywać fale biegnące w powietrzu, w których liczba n jest wiele wyższa niż przytoczona n_2. Dolna granica n_1 zdaje się leżeć w pobliżu 20 drgań na se-

kundę; poniżej tej granicy zaczynamy zwykle odróżniać osobne, nie łączące się ze sobą uderzenia.

Znacznie ciaśniejszy jest zakres dźwięków, któremi posługujemy się w muzyce. W najwyższych dźwiękach muzycznych, wydawanych naprzykład przez wielkie fortepiany i flety, liczba n dochodzi do 4000 drgań na sekundę; w najniższych, które otrzymujemy z organów i kontrabasu, zbliża się ona do granicy n_1.

Jak dalece dokładnie możemy oceniać wysokość dźwięków zapomocą słuchu? Przypuśćmy po pierwsze, że słyszymy dźwięki, następujące kolejno *po sobie*; możemy wówczas orzec z pewnością, że ich wysokości są różne, gdy liczby n są conajmniej o pół drgania na sekundę od siebie odmienne. Przypuśćmy po wtóre, że słyszymy *jednocześnie* dwa dźwięki, których wysokości różnią się od siebie bardzo nieznacznie; interferując w uchu, takie dwa dźwięki wywołują chwiejbę natężenia wypadkowego dźwięku, którą nazywamy *dudnieniem*; dzięki temu zjawisku możemy wykrywać niezmiernie małe różnice wysokości dwóch dźwięków spółczesnych.

§ 81. *Skala muzyczna.*

Wyobraźmy sobie, że krążek syreny (rys. 104) ma dwa szeregi otworów, które dla zwięzłości oznaczamy przez I i II; przypuśćmy, że szereg I liczy 6 otworów, szereg zaś II składa się z 12 otworów. Wykonajmy dwa doświadczenia: przepuszczajmy prąd powietrza najprzód przez szereg I, następnie przez szereg II; obracajmy krążek w obu razach z tą samą prędkością kątową, tak iż liczba N obrotów krążka w sekundzie jest w obu razach ta sama. Powstają dwa dźwięki, I i II, których liczby drgań wynoszą $6N$ i $12N$; bez względu na wartość N, liczba druga ma się do pierwszej jak 2:1. Dźwięk II jest wyższy niż I, ale jest mu pokrewny, jest w czemś do niego podobny, co słuchacz wykształcony muzycznie odczuwa natychmiast. Powiadamy, że dźwięk II jest *wyższą oktawą* I-go, że dźwięk I jest *niższą* oktawą II-go. Brzmiąc spółcześnie albo następując po sobie, dwa takie dźwięki zespalają się zgodnie, tworząc kojące wrażenie *harmonji*; lecz gdyby ich liczby drgań miały się do siebie np. jak 2·133 do 1·000, słuchacz doznawałby wrażenia niepokoju, niezgody, rozstroju, przykrości.

Stosunek dwóch dźwięków, który tu opisaliśmy, jest przykładem, w którym zarysowywa się pewne prawo ludzkiej wrażliwości muzycznej. Liczba drgań na sekundę jest w dźwięku dowolna; każda liczba n dodatnia, całkowita czy ułamkowa, odpowiada pewnemu dźwiękowi; pomiędzy któremikolwiek dwiema danemi granicami (np. $n = 84$ i $n = 2100$ na sek) leży zatem w istocie *nieskończenie wiele* dźwięków. Atoli w muzyce wszyst-

kich narodów i ludów, na wszystkich stopniach jej rozwoju i udoskonalenia, dźwięki, bądź po sobie następujące w melodji, bądź też brzmiące spółcześnie w akordzie, *nie* są dowolne; ich liczby drgań na sekundę pozostają do siebie w stosunku dwóch liczb całkowitych nieznacznych, np. w stosunku 2:1 albo 4:3 i t. p. Z mnogości dźwięków, która jest nieskończona i ciągła, wydzielamy więc w muzyce pewną liczbę dźwięków odosobnionych; następstwo tych dźwięków nazywamy *skalą muzyczną*. Wysokość dźwięku wskazujemy w muzyce, podając miejsce, które dźwięk zajmuje w skali muzycznej.

Od dzieciństwa przyzwyczajamy się do t. zw. *diatonicznej* skali muzycznej; rozpoczyna się ona od dźwięku zasadniczego, który nazywamy *toniką*. Liczbę drgań dźwięku zasadniczego oznaczamy przez n_0; liczby drgań dźwięków następnych oraz ich rozmaite oznaczenia i nazwy przytaczamy w następującej tablicy:

n_0	$\frac{9}{8}n_0$	$\frac{5}{4}n_0$	$\frac{4}{3}n_0$	$\frac{3}{2}n_0$	$\frac{5}{3}n_0$	$\frac{15}{8}n_0$	$2n_0$
C	*D*	*E*	*F*	*G*	*A*	*B*	*c*
ut	*re*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*ut*

Gamą diatoniczną nazywamy siedm pierwszych dźwięków; ósmy jest dźwiękiem zasadniczym nowej gamy, *wyższej*, która składa się z dźwięków o liczbach drgań $2n_0$, $\frac{9}{8}2n_0$, $\frac{5}{4}2n_0$ i t. d.; poniżej mamy podobnie gamę sąsiednią *niższą*, która zaczyna się od dźwięku o liczbie drgań $\frac{1}{2}n_0$, kończy się na dźwięku o liczbie drgań $\frac{15}{8}\frac{1}{2}n_0$. Skala diatoniczna według tych zasad rozciąga się dalej w obu kierunkach.

Stosunek liczb drgań dwóch dźwięków nazywamy w muzyce ich *interwałem*; interwałowi $\frac{9}{8}$ względem zasadniczego *ut* odpowiada więc *re* i t. d.

Dźwięki, przytoczone w powyższej tablicy, noszą jeszcze następujące, bardzo dawne nazwy: dźwięk *re* nazywa się *sekundą większą* zasadniczego *ut*; *mi* jest jego *tercją większą*, *fa* zwie się *kwartą*, *sol* — *kwintą*, *la* nosi miano *seksty większej*, *si* — *septymy* większej; ostatni *ut*, jak wiadomo, jest oktawą pierwszego. Pomiędzy niektóremi z tych dźwięków umieszcza się jeszcze dźwięki pośrednie, któremi spółczesna muzyka również posługuje się chętnie.

Według zawartej w Wiedniu, w r. 1885-ym, umowy międzynarodowej, *wzorcem* podstawowym dźwięków muzycznych jest t. zw. *normalny* ton la_3 (oznaczany niekiedy również przez a_1 lub a'), którego liczba drgań n wynosi 435 na sekundę. Dostrojona do tego wzorca gama diatoniczna zaczyna się zatem od ut_3 ($n = 261$ na sek) i kończy na si_3 ($n = 489{\cdot}375$ na sek). Ton normalny la_3 otrzymujemy ze struny drugiej skrzypiec (licząc od najcieńszej), gdy struna ta drga we właściwej sobie długości; do odtwarzania go służą także *kamertony* (czyli widełki strojowe) *wzorcowe*, sporządzane w urzędach metrologicznych.

§ 82. *Twierdzenie Dopplera.*

Wyobraźmy sobie doświadczenie następujące. Znajdujemy się na torze kolei żelaznej; stojąca w pewnej odległości od nas nieruchoma lokomotywa daje sygnał gwizdawką; po chwili, nie przestając gwizdać, zaczyna zbliżać się ku nam. Gdy lokomotywa jest w ruchu, dźwięk, który od niej dobiega, wydaje nam się *wyższy* aniżeli pierwotny. Gdy lokomotywa oddala się od nas, doznajemy przeciwnego wrażenia, jakoby dźwięk był *niższy* aniżeli pierwotny, który słyszeliśmy, gdy lokomotywa była w spoczynku. Rozpędzony i trąbiący cyklista albo samochód pozwala dokonać podobnych dostrzeżeń; mogą one posłużyć za przykład stosowania się pewnego twierdzenia, które odkrył Doppler w r. 1842-im.

Jak powiedzieliśmy w § 80-ym, wysokość dźwięku, dochodzącego do naszej świadomości, zależy od liczby drgań, które w ciągu sekundy pobudzają nasz organ słuchowy. Gdy lokomotywa, która przysyła nieprzerwanie fale głosowe, *zbliża się* ku nam, pośpiesza wówczas za temi falami i niejako je goni; dzięki temu ruchowi ich źródła, fale gromadzą się *gęściej*, pobudzają częściej nasz słuch i sprawiają na nas wrażenie dźwięku *wyższego* aniżeli pierwotny. Przypuśćmy przeciwnie, że lokomotywa, przysyłając nam fale, *oddala się* od nas; ucieka ona wówczas od fal, które wysłała; rozsiewa zatem te fale, rozprasza je *rzadziej* niż wówczas, gdy jest nieruchoma; fale pobudzają nas rzadziej i wywołują w nas wrażenie dźwięku *niższego.*

Przypuśćmy, że nieruchoma lokomotywa L wysyła co 0·2 sek sygnał niezmiernie krótkotrwały. Nieruchomy obserwator O jest umieszczony w odległości 340 m od lokomotywy. Przypuszczamy, że prędkość c głosu w powietrzu, w 15° C, wynosi 340 m/sek. Sygnał 1-szy dojdzie obserwatora O w chwili $t = 1{\cdot}0$ sek, licząc czas t od chwili wysłania; sygnał 2-gi dojdzie go w chwili $t = 1{\cdot}2$ sek, 3-ci w chwili $t = 1{\cdot}4$ sek i t. d. Droga, odbyta przez każdy sygnał, jest jednakowa i wynosi stale 340 m. Przypuśćmy teraz, że lokomotywa L posuwa się naprzód, w kierunku od L do O, z prędkością v wynoszącą 17 m/sek. Sygnał 1-szy, wysłany w chwili $t = 0$, przebywa drogę 340 m w ciągu 1 sekundy i dobiega do O w chwili $t = 1{\cdot}00$ sek. Sygnał 2-gi, wysłany w chwili $t = 0{\cdot}2$ sek, ma do przebycia drogę 336·6 m, jest więc w podróży przez 0·99 sekundy i przybywa do O w chwili $t = 1{\cdot}19$ sek. Sygnał 3-ci, wysłany w chwili $t = 0{\cdot}4$ sek, ma do pokonania odległość 333·2 m, znajduje się więc w drodze przez 0·98 sek i pojawia się w O w chwili $t = 1{\cdot}38$ sek. Podobnie obliczamy chwile, w których dalsze sygnały docierają do O. Widzimy teraz, co następuje: gdy lokomotywa L jest w spoczynku, w O przypada 5 (czyli 100/20) sygnałów

na każdą sekundę; gdy lokomotywa jest w ruchu, w O przypada 100/19 sygnałów na każdą sekundę, zatem *więcej* w stosunku 20:19.

Powtórzmy rachunek, przechodząc od arytmetycznego do algebraicznego sposobu rozumowania. Przypuśćmy, że n_0 jest liczbą sygnałów, które w ciągu sekundy dochodzą obserwatora O od lokomotywy L nieruchomej; przypuśćmy, że n jest liczbą sygnałów, które w ciągu sekundy dochodzą obserwatora od zbliżającej się ku niemu z prędkością v lokomotywy. Przekonywamy się łatwo, że

1. $$n_0 : n = (c - v) : c.$$

Zadania.

1. Przez λ rozumiemy długość fali głosowej, przez n liczbę drgań na sekundę w tej fali; co wyraża iloczyn $n\lambda$?

2. Krążek syreny, mający 20 otworów, wykonywa 29 obrotów w ciągu sekundy. Obliczyć liczbę drgań n oraz okres T wytwarzanego dźwięku; obliczyć długość fali λ fali głosowej, biegnącej wówczas w powietrzu w 0° C, w skali muzycznej normalnej odnaleźć dźwięk, do którego najbardziej zbliża się dźwięk wytwarzany.

3. Podać liczbę drgań dźwięków, które tworzą gamę diatoniczną, dostrojoną do tonu normalnego oraz tych, które stanowią gamę wyższą sąsiednią.

4. Obliczyć długość fali (w powietrzu, w 0° C) dźwięków, których liczby drgań leżą u granic naszej wrażliwości słuchowej.

5. Na lokomotywie znajduje się instrument muzyczny. Gdy lokomotywa jest nieruchoma, słyszymy dźwięk mi_3; gdy lokomotywa zbliża się ku nam, słyszymy fa_3. Przypuszczając, że doświadczenie odbywa się w 0° C, udowodnić, że lokomotywa zbliżała się ku nam z prędkością 20·7 m/sek.

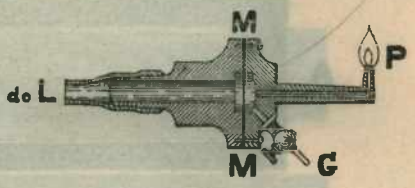
6. Tor kolejowy przebiega dolinę; od ścian doliny odbija się echo sygnałów pędzącej lokomotywy. Echo pochodzi niejako od obrazu lokomotywy w zwierciedle ściany, od której odbija się dźwięk; obraz porusza się względem obserwatora z tą samą prędkością jak lokomotywa ale w kierunku przeciwnym. Dowieść, że pomiędzy dźwiękiem sygnału a dźwiękiem jego echa obserwator zauważy różnicę wysokości, w przybliżeniu dwa razy większą niż różnica $n - n_0$, którą dostrzega w zwykłem zjawisku.

§ 83. O badaniu drgań towarzyszących dźwiękom.

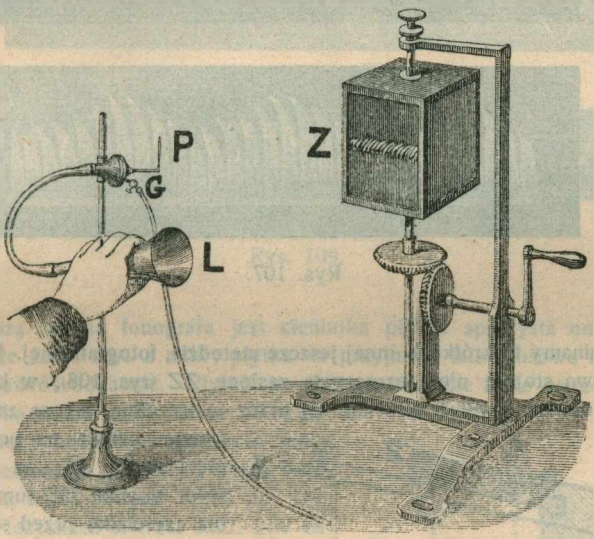
W akustycznych badaniach staramy się poznawać sposób drgania źródła, wytwarzającego dźwięki oraz cząstek falującego powietrza. Sposób drgania źródła dźwięku wyraża t. zw. *krzywa falowa*, którą ono samo, drgając, rysuje. Prosty przykład takiej krzywej podaliśmy w § 5-ym tomu I-go; drgające widełki strojowe, jak widzieliśmy, mogą ryć sinusoidę (por. § 63) w przesuwającej się przed niemi warstewce sadzy.

Wyobraźmy sobie naczyńko, przedzielone na dwie małe komory sprężystą błoną MM (rys. 105). Do lewej komory, wypełnionej

powietrzem, przenikają fale głosowe, jak objaśnia rys. 106, na którym widzimy lejek *L*, zbierający te fale; drgania powietrza w lewej komorze pobudzają błonę *MM*, która zaczyna drgać również. Prawa komora naczyńka jest wypełniona gazem oświetlającym; gaz dopływa przez rurę *G* i pali się w *P* cienkim płomykiem. Pod wpływem drgań błony *MM* ciśnienie gazu w prawej komorze doznaje zmian perjodycznych, które zdradzają się migotaniem płomyka. Ale te podskoki i spadki następują po sobie zazwyczaj tak szybko, że trudno odróżniać je bezpośrednio wzrokiem; możemy dostrzegać je o wiele



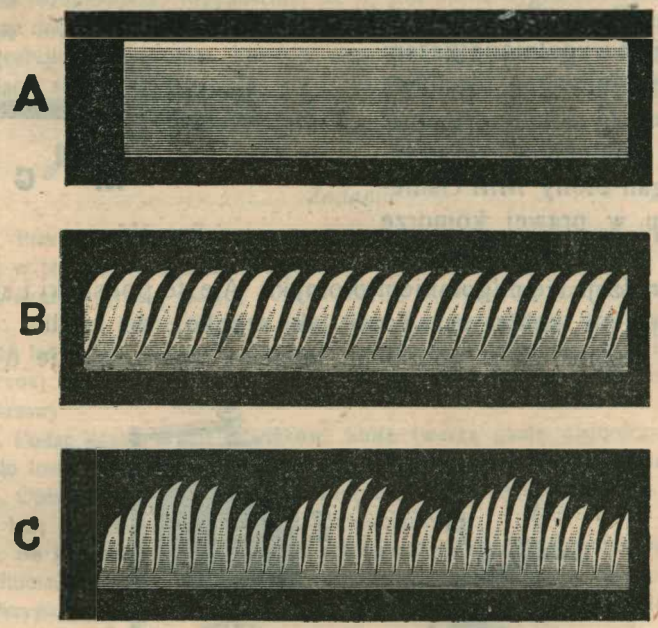
Rys. 105.



Rys. 106.

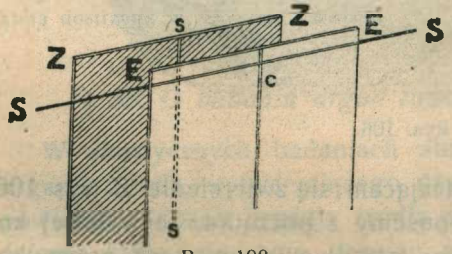
dogodniej, oglądając w obracającem się zwierciedle *Z* (rys. 106) odbity obraz płomyka. Przypuśćmy z początku, że w lewej komorze przyrządu panuje cisza; przepływ gazu przez prawą komorę jest wówczas jednostajny, długość płomyka jest stała, obraz widoczny w zwierciedle *Z* jest wstęgą świecącą, jednakowo wysoką na całej swojej długości (rys. 107, A) Jeżeli przed lejkiem *L* dźwięczy krtań ludzka, struna lub inne źródło dźwięków, drgania płomyka dają uzębione obrazy, których przykłady przyta-

czamy na rys. 107 pod *B* i pod *C*. Opisany sposób badania drgań nosi nazwę metody *manometrycznych płomyków* König'a



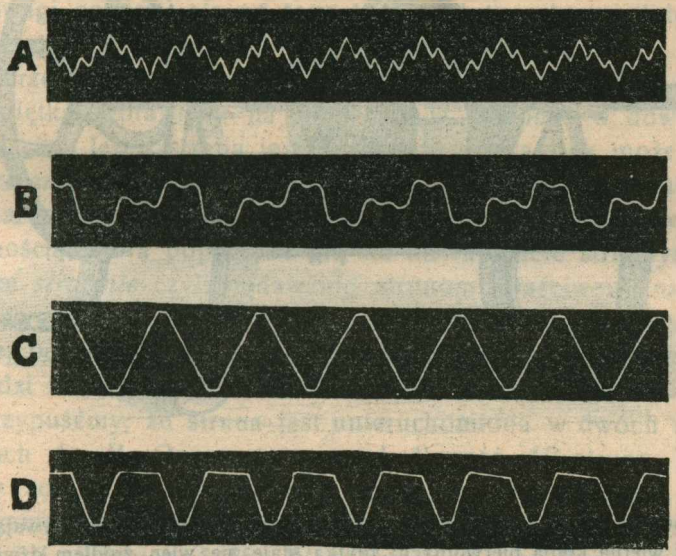
Rys. 107.

Wspominamy tu krótko o innej jeszcze metodzie, fotograficznej. Wyobraźmy sobie pionowo stojącą nieprzezroczystą zasłonę *ZZ* (rys. 108), w której pozostawiono pionową również szczelinę *ss*; przez tę szczelinę, z poza zasłony, pada smuga światła na poziomo rozpiętą strunę *SS*; na przezroczystym ekranie *EE* (umieszczonym dla czytelnika przed struną) smuga świetlna daje więc jasną pręgę, przerwaną w jednem miejscu przez cień *c* oświetlonego elementu struny. Przypuśćmy, że strunę *SS* pobudzono do drgań; cień *c* odbywa wówczas wzdłuż pręgi ruch perjodyczny; możemy rozciągnąć ten ruch w linję krzywą falową, fotografując cień *c* na kliszy, przesuwającej się szybko. Na rys. 109-ym przytaczamy niektóre z pomiędzy krzywych falowych, które otrzymali tym sposobem pp. Krigar-Menzel i Raps; strunę *SS* wprowadzali oni w drgania, bądź ciągnąc po niej smyczkiem (rys. 109, *A* i *B*); bądź też, chwyciwszy strunę w jednym jej elemencie, szarpali ją nagle (rys. 109, *C* i *D*).



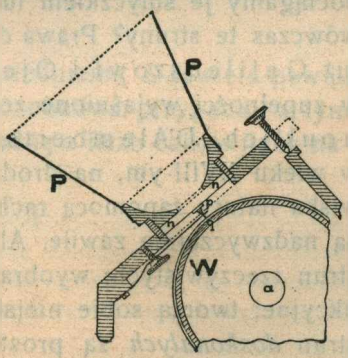
Rys. 108.

Fonograf, wynaleziony przez Edisona w r. 1877-ym, jest udoskonaleniem metody zapisywania drgań, o której wspomnieliśmy na wstępie artykułu; zadaniem tego przyrządu jest utrwalanie, przechowywanie i odtwarzanie dźwięków.



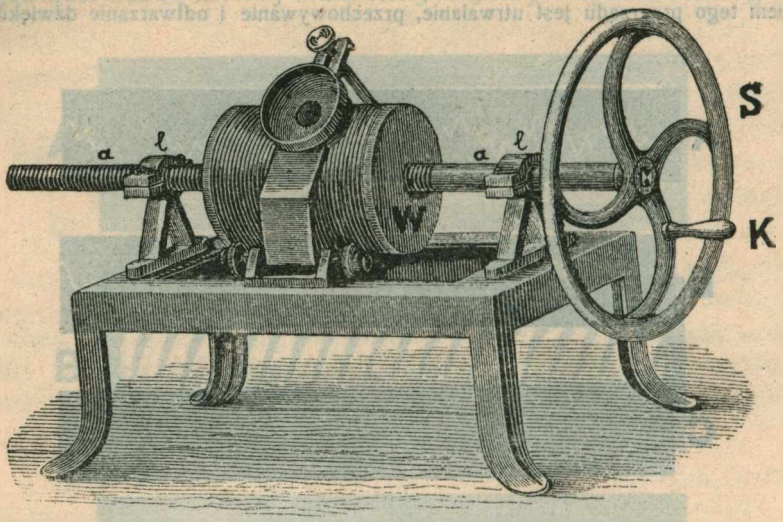
Rys. 109.

Najważniejszą częścią fonografu jest cieniutka płytka sprężysta *nn* (rys. 110), wykonana ze szkła albo z miki; płytka ta przyjmuje fale głosowe i ma je następnie napowrót oddawać. Płytka *nn* dźwiga na sobie małe ostrze *pq*, które lekko dotyka pobocznicy walca *W*. powierzchnia tej pobocznicy jest pokryta cienką warstwą mieszaniny, złożonej z wosku i stearyny. Osią walca *W* jest śruba *aa*, kręcąca się w łożyskach *ll* (rys. 111); gdy zatem przy pomocy korby *K* i koła *S* obracamy oś *aa*, walec *W* zarazem obraca się i posuwa się naprzód. Przypuśćmy, że fale głosowe, które wpadły do lejka *PP*, pobudziły do drgań płytkę *nn*; ostrze *pq* wyżłabia wówczas szereg zagłębień w plastycznej warstwie, pokrywającej pobocznicę walca; można powiedzieć, że ryje w niej rowek, głębokości zmiennej, który obiega walec po linji śrubowej; przecięcie tego śladu płaszczyzną, skierowaną wzdłuż jego osi, prostopadle do pobocznicy walca, dałoby krzywą falową utrwalonego dźwięku. Ażeby odtworzyć dźwięki, uchwycone



Rys. 110.

przez przyrząd, cofamy walec do położenia początkowego i kręcimy go z poprzednią prędkością; wyrzeźbione na pobocznicy zagłębienia i wyniosłości skła-



Rys. 111.

niają wówczas ostrze *pq* a przez nie i płytkę *nn* do drgań, które bywają zwykle dość wierną kopją pierwotnych; płytka staje się więc źródłem dźwięków, przybliżenie podobnych do tych, które ją pierwotnie pobudziły do drgań.

§ 84. O drganiu strun.

Znamy wszyscy struny skrzypiec, wiolonczeli, fortepianu; gdy pociągamy je smyczkiem lub uderzamy młoteczkiem, jak drgają wówczas te struny? Prawa drgania strun, w pewnej mierze znane już Galileuszowi i Ojcu Mersenne, w XVII-em stuleciu, w zupełności wyjaśnione zostały dopiero przez Taylora, Bernoullich, D'Alemberta, Lagrange'a i innych uczonych, w wieku XVIII-ym, na drodze rachunku. Jakże można badać zjawiska natury zapomocą rachunku? Drgania strun *rzeczywistych* są nadzwyczajnie zawiłe. Ale teoretycy nie zajmują się drganiami strun rzeczywistych; wyobrażają sobie raczej struny uproszczone, fikcyjne; tworzą sobie niejako ideał strun Prawa drgań takich strun *doskonałych* są proste i ustanowienie ich, dla myślicieli XVIII go stulecia, nie przedstawiało nadzwyczajnych trudności. Trudność leżała raczej w postawieniu niż w rozwiązaniu zadania. Ażeby drganie struny zrozumieć, należało przedewszystkiem od-

różnić, co w niem jest istotne, co jest podrzędne i pozbawione znaczenia. Takie zagadnienie staje przed nami na wstępie każdego naukowego badania. Potrzeba wielkiej umysłowej odwagi, ażeby, dostrzegłszy rdzeń właściwy zjawiska, wszystko inne odrzucić i z uwagi opuścić; ale od tego kroku zależy cały wynik badania i w jego śmiałej trafności objawia się genjusz.

Bierzemy więc na uwagę strunę nadzwyczaj cienką i doskonale giętką, która leży na stole, jak ją ułożono, w dowolnych zakrętach. Jeżeli struna jest doskonale giętka, jak może drgać *poprzecznie*? Do drgań poprzecznych struna tylko wówczas jest zdolna, gdy jest wyprężona czyli *napięta*. Wiemy, że wstępną czynnością, która poprzedza grę na instrumencie strunnym, jest zawsze *strojenie* czyli nadawanie strunom właściwego napięcia. Gdy wygięliśmy strunę napiętą, do przybrania napowrót pierwotnej postaci skłania ją napięcie (§ 59); sprężystość struny *nie* wchodzi tu w grę.

Przypuśćmy, że struna jest unieruchomiona w dwóch swoich końcach A i B. Oznaczmy przez L długość AB struny. Wyobraźmy sobie, że jakimkolwiek sposobem wprawiliśmy strunę w drgania poprzeczne i przypuśćmy, że one wytworzyły w strunie układ *fal stojących* (§ 65). W punktach A oraz B nie może być ruchu; zatem te punkty muszą być zawsze *węzłami*. Z § 65 go wiemy, że odległość dwóch *sąsiednich* węzłów w układzie fal stojących wynosi $\frac{1}{2}\lambda$, gdzie λ jest długością fali ciągów, które, interferując ze sobą, tworzą uważany układ fal. Jeżeli zatem A i B są węzłami sąsiedniemi, mamy wówczas

1. $$L = \tfrac{1}{2}\lambda$$

Jeżeli A i B są węzłami, lecz nie sąsiedniemi, L zawiera pewną całkowitą liczbę półfal. Ażeby wyrazić obadwa przypadki w tym samym wzorze, rozumiejmy przez i jednę z liczb całkowitych następujących

2. $$i = 1, 2, 3, \ldots;$$

przypuśćmy następnie, że

3. $$L = \tfrac{1}{2} i \lambda$$

Rozumiejąc przez T okres zaburzenia, przez c jego prędkość posuwania się po strunie, mamy $\lambda = cT$; zatem

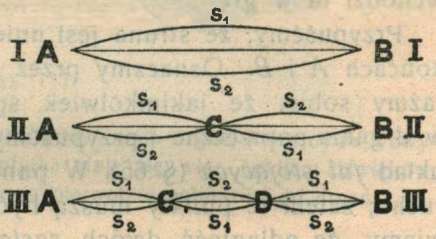
4. $$T = 2L/ic$$

Przypadająca na sekundę liczba drgań n jest odwrotnością okresu:

5. $$n = ic/2L$$

We wzorach (3), (4) i (5) zawarte są prawa drgania struny, unieruchomionej na obu końcach. Jeżeli $i = 1$, powiadamy, że struna wykonywa drganie *zasadnicze* lub *harmoniczne pierwsze*; dźwięk, który ona wówczas wydaje, nazywamy jej *tonem zasadniczym* albo *harmonicznym pierwszym*. Jeżeli $i = 2$, 3 i t. d., mówimy, że odbywają się drgania harmoniczne *wyższe*, mianowicie *drugie*, *trzecie* i t. d.; dźwięki, które powstają skutkiem tych drgań, nazywamy *tonami harmonicznemi wyższemi*, mianowicie *drugim*, *trzecim* i t. d.

Przypuśćmy, że strunie AB (rys. 112, I), unieruchomionej w A i B i napiętej, nadaliśmy postać As_1B sinusoidalnej półfali i że następnie pozostawiliśmy ją samej sobie swobodnie. Każda cząstka struny odbywa wówczas ruch harmoniczny prosty między skrajnemi położeniami, znajdującemi się na As_1B i As_2B; ponieważ w tym ruchu okres nie zależy od amplitudy (tom I, § 30), przeto drgania wszystkich cząstek są izochroniczne. Struna drga według praw § 63-go, przyczem $\lambda = 2L$, struna wydaje zatem ton zasadniczy.



Rys. 112.

Przypuśćmy, że strunę AB (rys. 112, II) unieruchomiliśmy w A i B trwale, chwilowo zaś w środku C; nadawszy części AC postać sinusoidalnej półfali As_1C, uwalniamy tę część i pozostawiamy ją samej sobie. Część AC struny wykonywa drgania; uwalniamy wówczas punkt C. Zaczyna drgać i druga część struny; otrzymujemy drganie harmoniczne drugie; prawa § 63-go stosują się, ale $\lambda = L$; C jest węzłem i pozostaje trwale w spoczynku. Podobnie otrzymujemy drganie harmoniczne trzecie, w którem $\lambda = \frac{2}{3}L$ (rys. 112, III) oraz dalsze drgania harmoniczne ($i = 4$, 5 i t. d.). Wykonywanie takich doświadczeń, naprzykład na skrzypcach lub na t. zw. monochordzie, jest łatwe i pouczające; opisane w § 66-ym doświadczenie Meldego nadaje się także do tego celu wybornie.

Oznaczmy przez P t. zw. *napięcie* struny czyli wspólną wartość sił, działających na końce któregokolwiek jej elementu; przez q rozumiejmy t. zw. *linjową gęstość* struny czyli stosunek masy któregokolwiek elementu do jego długości (niezależny, jak przypuścimy, od wyboru elementu). Prędkość c posuwania się fali po strunie czyni zadosyć równaniu następującemu, podobnemu do wzoru (1) § 73-go:

6. $$c^2q = P$$

Łącząc ze sobą formuły (5) i (6), otrzymujemy twierdzenie Taylora:

7. $$n = \frac{i}{2L}\sqrt{\frac{P}{q}}$$

Wzór ten streszcza w sobie prawa zjawiska; odczytujemy z niego, jaki wpływ na wysokość t-go tonu wywiera długość L struny, jej napięcie P oraz gęstość linjowa q. Wykonanie prostych pomiarów, pozwalających sprawdzić słuszność twierdzenia Taylora, nie przedstawia trudności.

Strunę, nieruchomo ujętą na końcach, pobudzamy do drgań jakimkolwiek sposobem; pociągamy ją naprzykład smyczkiem; albo, chwyciwszy strunę w pośrodku, nadajemy jej na chwilę kształt łamany, poczem ją uwalniamy. Struna wydaje wówczas zazwyczaj całą *mnogość* rozmaitych harmonicznych tonów, do których wydawania jest zdolna; drganie struny jest *zespołem* albo *wynikiem* niezmiernie wielu składowych drgań prostych, drgań harmonicznych. Każde z pomiędzy drgań prostych harmonicznych, odpowiadające którejkolwiek wartości w szeregu (2), *może* uczestniczyć w zespole, ale niekoniecznie uczestniczyć w nim *musi*; każde może odbywać się energicznie i mocno albo nieśmiało i słabo. Które z pomiędzy tonów prostych harmonicznych struny są obecne w wypadkowym jej dźwięku oraz jak znaczny biorą w nim udział, wszystko to zależy od sposobu, w jaki pobudziliśmy lub pobudzamy strunę do drgań. Rozumiemy teraz, że proste drgania harmoniczne, o których przed chwilą mówiliśmy, są do pewnego stopnia tylko fikcyjne; są to wydarzenia wprawdzie *możliwe*, ale w całej czystości urzeczywistniają się jedynie w bardzo szczególnych i wyjątkowych przypadkach.

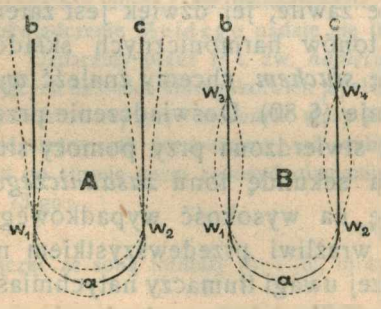
Wiadomo powszechnie, że dźwięki tej samej wysokości, ale pochodzące ze źródeł głosu odmiennych, brzmią bardzo niepodobnie do siebie; każdy odróżni naprzykład dźwięk skrzypiec od dźwięku fortepianu, chociażby te dźwięki były zestrojone najdoskonalej t. j. miały ściśle zgodną wysokość. Ażeby zrozumieć ten fakt, wyobraźmy sobie, że pewna struna odbywa drgania dowolne, być może nadzwyczajnie zawiłe; jej dźwięk jest zatem kompleksem, złożonym z *wielu* tonów harmonicznych składowych. Przypuśćmy, iż, kierując się *słuchem*, chcemy znaleźć *wysokość* dźwięku, który struna wydaje (§ 80). Doświadczenie przekonywa nas o tem, że wysokość, stwierdzona przy pomocy słuchu, odpowiada liczbie drgań na sekundę tonu *zasadniczego*; gdy zwracamy szczególną uwagę na wysokość wypadkowego dźwięku, stajemy się widocznie wrażliwi przedewszystkiem na ton zasadniczy. Ta właściwość naszej uwagi tłumaczy natychmiast, dlaczego dwa dźwięki wysokości zgodnej lecz pochodzenia roz-

maitego mają zgoła odmienny charakter: tony *zasadnicze* tych dźwięków mają liczbę drgań jednakową, ale rodzaj, dobór i natężenie tonów harmonicznych *wyższych* są w nich widocznie niezgodne i niejednakowe. Widzimy obecnie, że do scharakteryzowania prostego tonu harmonicznego wystarczałaby liczba drgań na sekundę albo wysokość; lecz w dźwięku, który jest niemal zawsze zawiłym splotem tonów składowych, tak zwana wysokość jest tylko pozorna, tyczy się bowiem tylko tonu zasadniczego, cechuje tylko ton zasadniczy. Od liczby, od doboru i stosunkowego natężenia pozostałych tonów składowych (t. j. tonów harmonicznych wyższych) zależy właściwość dźwięków, zwana *jakością* albo *barwą* ich *brzmienia*.

§ 85. *O drganiu prętów.*

Drgania sprężystych prętów i drgania strun wyprężonych odbywają się według praw napozór podobnych; dzieli je jednak ważna różnica. W pręcie drgającym czynna jest jego własna sprężystość; w wyprężonej strunie, jak wiemy, działa tylko narzucone napięcie. Dlatego drgania doskonałej struny mogą być tylko poprzeczne, drgania zaś pręta bywają bądź poprzeczne, bądź też podłużne.

Przypuśćmy, że unieruchomiliśmy koniec stalowego lub szklanego pręta; odchyliwszy drugi (swobodny) koniec pręta i wyzwalając go nagle, dostrzegamy, że pręt drga poprzecznie. Odkształcenie, któremu poddaliśmy pręt, jest *gięciem* (§ 31); w poprzecznych drganiach pręta objawiają się zatem sprężyste jego własności, które występują przy gięciu. Do tego typu zjawisk zbliżają się drgania widełek strojowych.



Rys. 113.

Wyobraźmy sobie, że widełki strojowe, dźwięcząc, wydają ton zasadniczy; drgania, które wówczas wykonywają, możemy zrozumieć ze schematycznego rys. 113-go, *A*. W miejscach w_1 i w_2 tworzą się węzły, w miejscach *a*, *b*, *c* tworzą się strzałki; końce *b* i *c* ramion drgają zatem przybliżenie poziomo, środek *a* drga przybliżenie pionowo; amplituda drgań środka *a* jest jednak znacznie mniejsza niż amplitudy końców *b* i *c*. Gdyby

widełki miały wydawać wyższe tony harmoniczne, musiałyby tworzyć się na nich, podczas drgań, węzły liczniejsze, jak to widzimy z rys. 113-go, *B*, w którym wyobrażono cztery węzły. Przy drganiach wielowęzłowych powstawałyby ostre łuki, do których ramiona widełek naginają się z trudnością; dlatego zrozumiałą jest rzeczą, że widełki strojowe wydają dźwięk, zazwyczaj bardzo zbliżony do czystego tonu zasadniczego.

O podłużnych drganiach prętów sprężystych wspomnieliśmy już w § 77-ym; widzieliśmy, że można wzbudzić fale głosowe stojące w kolumnie gazu, wywołując podłużne drgania sąsiedniego szklanego pręta. W tem doświadczeniu poddajemy pręt takiemu rodzajowi odkształceń, o jakich była mowa w §§ 26, 27 i 28-ym; w podłużnych drganiach pręta zdradzają się więc te jego sprężyste własności, które wychodzą najaw przy wyciąganiu.

Przypuśćmy, że obadwa końce pręta są swobodne. Jeżeli podczas drgań tworzy się jeden węzeł, w środku pręta, otrzymujemy ton zasadniczy ($i = 1$); gdy utworzyły się dwa węzły (każdy w jednej czwartej długości pręta, licząc od najbliższego końca), otrzymujemy drugi ton harmoniczny ($i = 2$). Rozumiejmy przez L długość pręta, przez c prędkość posuwania się w nim fali podłużnej, przez n liczbę drgań w sekundzie tonu harmonicznego i-go; mamy znowu, jak w § 84-ym

1. $$n = ic/2L$$

Oznaczmy przez E moduł Younga (§ 27), przez D gęstość pręta; prędkość c posuwania się w pręcie fali podłużnej czyni zadosyć równaniu

2. $$c^2D = E$$

analogicznemu do równania (1) § 73-go. W ciałach stałych sprężystych prędkość c jest znaczna; w stali naprzykład wynosi 5300 m/sek, około 16 razy więcej niż w atmosferycznem powietrzu. Taka wysoka wartość prędkości c tłumaczy, dlaczego nawet zasadnicze tony prętów podłużnie drgających bywają zwykle ostre i przenikliwe, nieraz nawet dla naszego słuchu nieznośne.

Jeżeli drgania są mocne, przemieszczenia cząstek w strzałkach mogą być większe niż te, które wytwarzają się w wyciąganym pręcie pod wpływem ogromnych obciążeń; wydarza się nieraz, iż pręt szklany podłużnie drgający rozpada się w strzałkach na warstewki, mniej więcej prostopadłe do osi.

Zadania.

1. W § 66-ym widzieliśmy, że dla każdego rodzaju drgań struny w doświadczeniu Meldego istnieje określona wartość napięcia, do takich drgań nieodzowna; wytłumaczyć ten fakt.

2. Struna o długości L, drgając poprzecznie, wydaje ton normalny la_3; jaki ton wyda ta sama struna, tak samo napięta, gdy skrócimy jej długość do $\frac{3}{5}L$? jaką musiałaby mieć długość (zawsze przy tem samem napięciu), ażeby wydawała ton sol_3? Mówiąc o tonach, które struna wydaje, mamy tu zawsze na myśli ton zasadniczy.

3. Tę samą strunę wyprężamy najprzód działaniem ciężaru 4 Kg, następnie działaniem ciężaru 9 Kg. Znaleźć interwał tonów (zasadniczych), które struna w tych dwóch przypadkach wytwarza.

4. Wyraziwszy we właściwych jednostkach wielkości P, q, i, L, wchodzące do formuły (7) § 84-go, przekonać się, że n z tejże formuły wypadnie podana w jednostce 1/sek, jak być oczywiście powinno.

5. Ton zasadniczy, który wydaje struna, odpowiada liczbie drgań 640 na sekundę; drgająca część struny ma długość 33 cm i masę $\frac{1}{8}$ gr. Dowieść, że napięcie struny wynosi 6758400 dyn.

6. W drucie stalowym, gęstości 7·5 gr/cm³, prędkość posuwania się fali podłużnej wynosi 5300 m/sek; obliczyć moduł Younga.

7. Pręt stalowy, którego gęstość wynosi 7·5 gr/cm³, moduł zaś Younga ma wartość, podaną w § 27-ym, wprowadzamy w drgania podłużne; długość pręta równa się 132·5 cm. Znaleźć liczbę drgań kilku pierwszych tonów harmonicznych, które pręt może wydawać oraz długość fali tych tonów, gdy biegną w powietrzu, w 0° C.

8. Pręt szklany CD, użyty w doświadczeniu Kundta (§ 77), ma 72 cm długości. Przyjmując dla szkła $D = 3$ gr/cm³, $E = 75 \times 10^{10}$ dyn/cm², obliczyć długość figur pyłkowych, które utworzą się w powietrzu, w 0° C, pod ciśnieniem atmosferycznem.

§ 86. O drganiach własnych czyli swobodnych.

Prawami ruchu wahadła zajmowaliśmy się w §§ 63 i 64-ym tomu I-go; przypomnijmy sobie najważniejsze wnioski, które wynikają z ówczesnych wywodów. Jeżeli amplituda wahań jest mała, ich okres T zależy jedynie od długości wahadła i od przyśpieszenia ciężkości. Gdyby nie było poddane wpływowi zakłóceń zewnętrznych, wahadło, wyprowadzone z położenia równowagi, wahałoby się bez końca, zawsze w okresie T, o którym przed chwilą wspomnieliśmy.

Bardzo małe wahania wahadła są szczególnym przypadkiem ruchu harmonicznego prostego; w tym ruchu obowiązują zasady podobne. Okres T ruchu harmonicznego prostego zależy od siły, która pociąga drgający punkt ku środkowi drgań (§§ 30 i 31 tomu I-go); jeżeli, oprócz tej siły, żadne inne nie działają na punkt, ruch harmoniczny prosty trwa wiecznie, w okresie T zupełnie niezmiennym.

W drganiach wyprężonej struny albo sprężystego pręta spełnione są prawa podobne, jakkolwiek są to układy nieporównanie zawilsze aniżeli wahadło lub punkt, ożywiony ruchem harmonicznym prostym. Okres małych drgań struny zależy od długo-

ści i od napięcia struny tudzież od jej linjowej gęstości (§ 84) ale nie zależy od sposobu, jakim wzbudziliśmy drgania; gdyby nie ta niezależność, gra na skrzypcach lub wiolonczeli byłaby niemożliwa. Okres niezbyt znacznych podłużnych drgań pręta zależy tylko od długości i gęstości pręta oraz od jego modułu Younga (§ 85); okres poprzecznych drgań pręta zależy podobnie od jego rozmiarów i gęstości oraz od jego sprężystych własności; dlatego ton kamertonu jest niezmienny i określony, dlatego posiłkujemy się kamertonem, gdy stroimy instrumenty muzyczne. Gdybyśmy mogli uwolnić strunę lub pręt od wpływów niezachowawczych, jak opory i tarcia, ciała te, wprowadzone w drganie, następnie zaś samym sobie pozostawione, drgałyby nieograniczenie długo, zawsze we właściwych, niezmiennych okresach.

Takie drgania nazywamy *swobodnemi* albo *własnemi* drganiami układów drgających. Jak widzimy, drgania swobodne, pod działaniem nawet jednorazowej pobudki, odbywają się, w układach *odosobnionych*, w okresach, zależnych *tylko* od budowy lub urządzenia układu.

§ 87. O drganiach wymuszonych.

Bierzemy teraz na uwagę wprost przeciwny przypadek; przypuszczamy, że układ drgający pozostaje pod wpływem pewnej *siły zewnętrznej*, zatem nie jest odosobniony. Przebieg drgań zależy wówczas przedewszystkiem od sposobu działania siły zewnętrznej. Jeżeli ta siła jest co do wartości i kierunku niezmienna, nie wywiera wpływu na drgania; widzimy naprzykład, że siła ciężkości nie przeszkadza i nie dopomaga drganiom strun, dzwonów lub widełek strojowych, które dźwięczą przecież w polu tej siły. Jeżeli przeciwnie siła zewnętrzna zmienia się okresowo z czasem, wówczas wywiera ona wpływ ważny, niekiedy nawet rozstrzygający, na drgania.

Jak w § 31 ym tomu I-go, przypuśćmy, że materjalny punkt m odbywa ruch harmoniczny prosty, umiejscowiony w prostej $\pm Ox$; oprócz siły wewnętrznej niechaj działa na punkt m, w kierunku Ox, siła zewnętrzna $A \cos kt$. Stała k jest wówczas *częstością* okresowej zmienności siły zewnętrznej; okres tej zmienności wynosi $2\pi/k$. Stała A jest *amplitudą* zmian siły zewnętrznej.

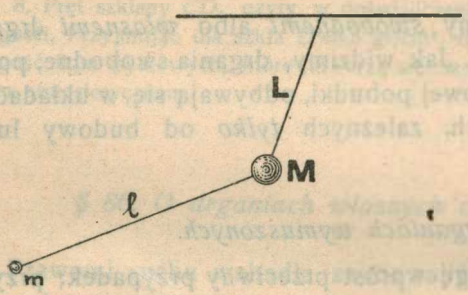
Przytaczamy niektóre przykłady przypadków, w których może być czynna perjodycznie chwiejna siła zewnętrzna. Takiej siły mogą dostarczać fale głosowe; uderzając o powierzchnię naprzykład blaszki fonografu lub telefonu, błony palnika Königa lub błony ucha ludzkiego, fale sprawiają ciśnienie, zmienne okre-

sowo i wprowadzają blaszkę lub błonę w drgania, jak o tem wspominaliśmy już kilkakrotnie.

Widełki strojowe, jeżeli zostały raz pobudzone, odbywają drgania swobodne; ale możemy perjodycznie wywoływać w nich drgania, naprzykład zapomocą małego elektromagnesu *E* (rys. 114), umieszczonego pomiędzy ramionami widełek *WW*. Płynący przez elektromagnes prąd stały nie okazuje na drganie widełek żadnego działania; prąd przemienny może wpływać na ton dźwięczących widełek; jak zobaczymy w artykule następnym, może całkowicie odmienić ten ton.

Rys. 114.

Przez nić swoją zwykłe wahadło może wywierać okresowo zmienną siłę. Powracając do rys. 64-go tomu I-go, widzimy, że napięcie *MN* nici wahadła wynosi $mg \cos \theta$ w oznaczeniach ówczesnych; napięcie to zmienia się więc okresowo. Wahadło *m*, o długości *l*, zawieszamy pod innem wahadłem *M*, którego długość jest *L* (rys. 115); podczas swych wahań wahadło *M* musi wówczas doznawać działania siły obcej, zakłócającej, która zmienia się okresowo.



Rys. 115.

Rozważmy, w jaki sposób odbywają się drgania w układzie, jeżeli działająca nań siła zewnętrzna zmienia się perjodycznie. Zasada niezależności ruchów dopomaga nam w odpowiedzi na to pytanie. W układzie odbywają się wówczas *dwa rodzaje drgań*. Dochodzą w nim do skutku, po pierwsze, drgania *swobodne*, te same, które wynikają z gry sił wewnętrznych, bez udziału zewnętrznych zakłóceń. Pod jednoczesnym jednak wpływem zewnętrznych i wewnętrznych sił wytwarzają się po wtóre drgania, niezależne od swobodnych i niepodobne do nich; nazwiemy je *wymuszonemi* drganiami. Częstość drgań wymuszonych jest identyczna z częstością zmian siły zewnętrznej; drgania wymuszone idą zatem w takt siły obcej, odbywają się niejako pod jej komendą, dlatego zasługują na nazwę, którą im nadajemy. Odbywające się rzeczywiście w układzie drgania wynikają z dodawania się do siebie drgań swobodnych i wymuszonych czyli są ich

wypadkowemi. Wiemy jednak, iż w każdym układzie pracują wpływy niezachowawcze, rozmaite opory i tarcia; dzięki tym działaniom drgania swobodne zazwyczaj zamierają niebawem i giną, gdy tymczasem drgania wymuszone, ponieważ są zasilane nieustannie przez wpływ siły zewnętrznej, nie uspakajają się. Dlatego drgania wymuszone są ważniejsze niż swobodne; tylko one pozostają na widowni wydarzeń, gdy gra sił i bieg drgań już są utrwalone. Gdy drgania swobodne umilkły, wówczas, pod naciskiem siły zewnętrznej, odprawiają się już tylko drgania wymuszone.

§ 88. Zjawiska rezonancji.

Częstość drgań swobodnych, jak wiadomo, jest istotną cechą drgającego układu; budowa układu, jego mechanizm rozstrzyga o tej częstości. Ale częstość drgań wymuszonych nie jest własnością układu, jest w nim przypadkowa i obca, albowiem równa się częstości wahania się siły zewnętrznej. Między pierwszą częstością a drugą niema więc związku. Częstość siły zewnętrznej może być większa lub mniejsza niż częstość drgań swobodnych; może także się zdarzyć, że jest jej równa. Ów wyjątkowy przypadek zasługuje na szczególną naszą uwagę.

Weźmy ponownie pod rozbiór drgania wymuszone, które układ odbywa pod wpływem siły zewnętrznej; ażeby poznać te drgania, zapytujemy o ich częstość i amplitudę. Częstość drgań wymuszonych, równa częstości zmian siły zewnętrznej, jest dana wyłącznie przez rytm jej chwiejności. Amplituda drgań, wymuszanych przez siłę zewnętrzną, stosuje się przedewszystkiem do amplitudy tej siły; ale zależy ona również od obu charakterystycznych częstości, od częstości drgań własnych i od częstości wahania się siły zewnętrznej. Jeżeli zachodzi szczególny przypadek, o którym przed chwilą wspomnieliśmy, jeżeli siła zewnętrzna waha się w tym samym przypadkowo rytmie, w którym (jak świadczą drgania swobodne) układ sam przez się jest skłonny kołysać się, wówczas działanie siły zewnętrznej, nie napotykając przeszkody, rozwija się w pełni; amplituda drgań może wówczas zwiększać się z czasem, układ może drgać coraz żywiej i żywiej; gdyby nie sprzeciwiały się opory i tarcia, układ mógłby rozedrgać się poprostu bezmiernie. Każdemu znane są podobne zjawiska, zwane *rezonancją* albo *oddźwiękiem.* Każdy

z nas widział, jak Galileusz, że «jeden człowiek, uderzeniami wymierzanemi w stosownych chwilach, może wprawić w znaczne wahania dzwon kościelny olbrzymi».

Przykłady wydarzania się rezonancji są niemal codzienne. Na równej drodze powóz zaczyna niekiedy drgać niezwyczajnie; koń wstrząsa go w pewnym takcie, który zgadza się widocznie z taktem drgań własnych. Wagon może na resorach drgać niebezpiecznie, gdy uderzenia o końce szyn przypadają w pewnym stałym odstępie, równym okresowi drgań własnych. Przejeżdżając przez most wiszący, oddział konnicy powinien zawsze łamać swój prawidłowy ordynek; wydarzyło się niejednokrotnie, że drgania wymuszone, wywołane w moście, doprowadziły go do katastrofy. Jeżeli okres fal morskich jest bliski okresu własnych oscyllacyj okrętu, zataczania są niebezpieczne, jak o tem dobrze wiedzą doświadczeni marynarze. Górnemu wahadłu M, wyobrażonemu na rys. 115-ym, nadajmy masę dużą w stosunku do masy dolnego wahadła m; długości L i l nici wahadeł uczyńmy sobie równe; przekonamy się, że wahadło m może rozkołysać się znacznie, chociaż M porusza się słabo. W spostrzeżeniu, które przytoczyliśmy przed chwilą za Galileuszem, dzwon jest rodzajem zawiłego wahadła; okres tego wahadła zależy od sposobu zawieszenia a także od rozkładu w dzwonie masy spiżowej, ale w danym dzwonie, w pewien sposób zawieszonym, jest określony; gdy w odstępach czasu, równych temu okresowi, udzielamy układowi impulsów, wywołujemy drgania coraz bardziej rosnące.

Przytoczyliśmy tutaj przykłady rezonancji w mechanicznych zjawiskach; równie dobrze znane są wszystkim akustyczne przypadki oddźwięku. Rozmaite sprężyste płyty lub krążki (np. t. zw. *gongi*), a nawet niekiedy pospolite nasze kieliszki i dzwonki »odpowiadają« czyli odzywają się nagle, gdy w ich sąsiedztwie przebiega fala głosowa o dostatecznem natężeniu i o właściwej częstości. Istnieje pewien gatunek świerszcza (*Grillus*), trzymający się mieszkań ludzkich; ostry ton, który wydaje organ strydulacyjny tego owadu, jest szczególnie niemiły, ponieważ liczba drgań tego tonu różni się zwykle nieznacznie od liczby drgań własnych błony ucha ludzkiego. Dobierając częstość wahania się prądu, wzbudzającego elektromagnes E (rys. 114), w taki sposób, ażeby ta częstość była zgodna z częstością drgań własnych widełek W, możemy wprawić widełki w wybitne drgania rezonancyjne. Wszystkie te zjawiska są przypadkami oddźwięku; ale najlepszego w tej mierze przykładu dostarcza zachowanie się powszechnie znanych *pudełek drewnianych*, na których bywają rozpięte struny instrumentów smyczkowych: skrzypiec, wioli, wiolonczeli, kontrabasu. Same przez się, dźwięki *strun* są słabe i ciche; bezpośrednim sprawcą dźwięków, które przypisujemy instrumentom smyczkowym, jest drganie rezonancyjnych ich pudeł oraz zawartych w nich warstw atmosferycznego powietrza. Dzięki swej zawiłej budowie, pudła rezonancyjne instrumentów, wraz z uwięzionem w nich powietrzem, mogą drgać w rozmaitych okresach, jak tego wymaga ich przeznaczenie. Układ i postać dzisiejszych rezonancyjnych pudełek znaleziono po wielu doświadczeniach i próbach, kierując się głównie artystycznym instynktem; za naszych czasów nauka wykazała, dlaczego one nadają się tak dobrze do przeznaczonej im roli.

Oznaczmy krótko przez F siłę zewnętrzną, przez M układ drgający. Wyrażaliśmy się dotychczas w taki sposób, jak gdyby

istniał tylko układ *M*, na który działa jakaś oderwana siła *F*. W istocie układ *M* znajduje się raczej wobec pewnego innego *układu*, powiedzmy *N*, który wywiera nań siłę *F*. Układ *N*, działając na *M*, doznaje od *M* przeciwdziałania, zgodnie z trzecią zasadą dynamiki. Gdy układ *N* wytwarza w układzie *M* drgania wymuszone, jednocześnie *M* wywołuje takie drgania w układzie *N*. Dzięki tym wzajemnym działaniom energja z jednego układu przepływa do drugiego układu. Przypuśćmy na chwilę, że układ *M* czerpie chciwie energję z układu *N*; działanie układu *N* słabnie wówczas i może się zdarzyć, że strumień energji odwróci się: z układu *M* energja zaczyna powracać napowrót do *N*. Takie zjawiska dostrzegamy naprzykład na dwóch wahadłach jednakowej długości, które obok siebie zawiesiliśmy na poziomo rozpiętej grubej kauczukowej rurze.

Już w XVIII-em stuleciu zauważył Ellicott w Anglji, że dwa zegary, zaopatrzone w wahadła jednakowej długości, jeśli wiszą na tym samym pręcie, uspakajają się *naprzemian*: raz idzie jeden, to znowu drugi. Podobnie zachowują się dwie struny jednakowe, rozpięte na tem samem rezonancyjnem pudełku.

Ustawiamy naprzeciw siebie dwa kamertony: *A*, *B*; każdy jest umieszczony na rezonancyjnem pudełku. Przypuśćmy, że te kamertony są zestrojone dokładnie; ich tony zasadnicze mają ściśle tę samą wysokość. Pociągnąwszy smyczkiem po widełkach *A*, po chwili dotykamy ich palcem, przez co tłumimy ich drganie: słyszymy wówczas, że widełki *B* dźwięczą wyraźnie. Wyzwalamy widełki *A* i po chwili tłumimy drgania widełek *B*; słyszymy wówczas ton, który wydają widełki *A*. Chociażby kamertony *A* i *B* znajdowały się w odległości kilku metrów od siebie, doświadczenie udaje się łatwo w zamkniętym pokoju; możemy zazwyczaj bez trudności odwracać kilka razy z kolei kierunek płynięcia energji: od *A* do *B* i znów od *B* do *A*.

ROZDZIAŁ SIÓDMY.

Rozszerzalność cieplna materji.

§ 89. Rozszerzalność linjowa, powierzchowna i sześcienna.

Wiemy z rozdziału drugiego, że ciała materjalne rozszerzają się, niemal wszystkie, gdy ich temperatura się podnosi i że kurczą się wówczas napowrót, skoro temperatura opada. Taką własność ciał nazywamy ich *cieplną rozszerzalnością*; pokrótce zajmiemy się nią w niniejszym rozdziale.

Ustanowiliśmy już tymczasowo podział ciał materjalnych na stałe, ciekłe i gazowe. Podział ten wprawdzie jest dość powierzchowny, lecz może nam przecież dopomóc do uchwycenia niejakiego porządku w dziedzinie zjawisk, którym chcemy się przyjrzeć. Będziemy więc mówili z kolei o cieplnej rozszerzalności ciał stałych, cieczy i gazów. Zobaczymy, że i w tej dziedzinie stany skupienia materji różnią się od siebie naogół dość znacznie; gazy rozszerzają się zazwyczaj o wiele więcej niż pospolite ciecze; ciecze rozszerzają się przeważnie znaczniej aniżeli ciała stałe. Ale i te różnice, jak przekonamy się o tem w późniejszym rozdziale, nie są bynajmniej istotne.

Objętość płynu (t. j. cieczy lub gazu), w stanie równowagi, zależy od ciśnienia wywieranego na płyn oraz od temperatury. Jeżeli ciśnienie jest stałe, objętość płynu zależy tylko od temperatury; szukając praw tej zależności, badamy t. zw. *sześcienną* rozszerzalność cieplną ciał płynnych. *Postać* płynu zależy natomiast nietylko od zewnętrznego ciśnienia i od temperatury, lecz również od ubocznych okoliczności, naprzykład od kształtu naczynia, w którem płyn jest zawarty; dlatego o zależności postaci płynu od temperatury niepodobna jest mówić. Inaczej mają się rzeczy w ciałach stałych, t. zw. sprężystych; w tych ciałach nie-

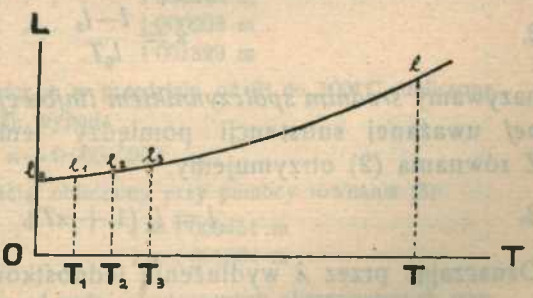
tylko objętość lecz również i postać zależy od działania ciśnień lub ciągnień zewnętrznych a nadto od temperatury. Jeżeli zzewnątrz wywierane są siły niezmienne, rozmiary linjowe oraz pole zewnętrznej powierzchni ciała stałego zależą tylko od temperatury. Szukając praw tej zależności, badamy t. zw. *linjową* albo też *powierzchowną* rozszerzalność cieplną ciała stałego; sześcienna rozszerzalność ciała, jak zobaczymy, wynika łatwo z linjowej.

§ 90. Rozszerzalność linjowa ciał stałych.

Mamy pręt A, jednolity, wyrobiony z ciała stałego izotropowego; ogrzewamy go jednostajnie do rozmaitych temperatur. Mierzymy długość l pręta w każdej temperaturze T; temperatury mierzymy jednocześnie termometrem rtęciowym. Przypuśćmy, że w temperaturach 0° C, 1° C, 2° C i t. d. pręt A ma długość l_0, l_1, l_2 i t. d.; w dowolnej temperaturze T ma długość l. Różnice

$$1. \qquad l_1 - l_0,\ l_2 - l_0, \ldots\ldots l - l_0$$

wyrażają *wydłużenia*, których pręt doznaje, gdy temperatura od 0° C podnosi się do 1° C, do 2° C i t. d., wreszcie do T. Wyniki takie przedstawiają się jasno w postaci geometrycznej lub, jak często mawiamy, *graficznej*. Poprowadźmy w płaszczyźnie osi OT i OL, wzajemnie prostopadłe do siebie (rys. 116) Na osi odciętych OT odkładamy odcinki OT_1, OT_2,..., które (w dowolnej skali) wyobrażają temperatury 1° C, 2° C,...; odcinki OT_1, T_1T_2, T_2T_3,... wyobrażają wówczas *zmiany temperatury* o jeden stopień skali termometrycznej. W punktach T_1, T_2... prowadzimy proste, równoległe do osi rzędnych OL; odmierzamy na nich, w dowolnej skali, odcinki T_1l_1, T_2l_2,..., które mają wyobrażać długości l_1, l_2 i t. d.; na osi OL odmierzamy jeszcze l_0.



Rys. 116

Punkty l_0, l_1, l_2,.... tworzą, jak przypuszczamy, krzywą ciągłą l_0l, która wyobraża geometrycznie rozszerzalność cieplną pręta A i pozwala ją objąć jednem spojrzeniem. Gdyby naprzykład l_0l oka-

zała się linją prostą, powiedzielibyśmy, że wydłużenia (1) są proporcjonalne do zmian temperatury. Doświadczenie nie daje jednak zazwyczaj takiego wyniku. Otrzymujemy najczęściej linję $l_0 l$ zakrzywioną, wklęsłą ku górze (rys. 116); wydłużenia (1) rosną zatem szybcej z podnoszeniem się temperatury niż gdyby były do zmian temperatury proporcjonalne.

Zamiast pręta A, ogrzewamy do tych samych temperatur inny pręt B, wyrobiony z tej samej substancji, lecz w 0° C dwa razy dłuższy niż A. Zamiast długości l_0, l_1, l_2,.... będziemy teraz mieli $2l_0$, $2l_1$, $2l_2$,....; pręt B zachowa się jak dwa tuż za sobą położone pręty A. Zamiast wydłużeń (1) otrzymamy więc dwa razy większe; gdybyśmy posłużyli się prętem C wyrobionym z tej samej substancji jak A oraz B i gdyby w 0° C długość pręta C była trzy razy większa niż długość pręta A w tejże temperaturze, otrzymalibyśmy wydłużenia trzy razy większe. Uważajmy teraz, zamiast prętów A, B, C i t. d., raczej *substancję* czyli gatunek materji, z którego one są wyrobione. Istotną miarą cieplnej rozszerzalności substancji między 0° C a temperaturą T nie jest wydłużenie $l-l_0$, które spostrzegamy w jej egzemplarzu A ani wydłużenie $2(l-l_0)$, które obserwujemy w B ani żadne z pozostałych wydłużeń; one wszystkie zależą od indywidualności pręta. *Jednostkowe* natomiast *wydłużenie*, czyli stosunek $(l-l_0)/l_0$, jest dla A, B, C,.... jednakowe: ono zatem jest miarą szukaną. Podzielmy to jednostkowe wydłużenie przez liczbę T; otrzymamy iloraz niezależny od wyboru jednostek długości, w których l i l_0 są wyrażone; iloraz ten $\varkappa$:

$$2. \qquad \varkappa = \frac{l-l_0}{l_0 T}$$

nazywamy *średnim spółczynnikiem linjowej rozszerzalności cieplnej* uważanej substancji pomiędzy temperaturami 0° C i T. Z równania (2) otrzymujemy:

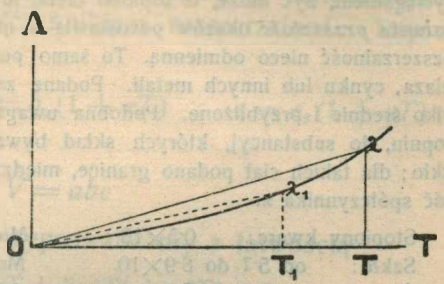
$$3. \qquad l = l_0 (1 + \varkappa T).$$

Oznaczając przez λ wydłużenie jednostkowe, mamy

$$4. \qquad \varkappa = \lambda / T.$$

Wyobrażając zależność wydłużenia jednostkowego λ od temperatury T graficznie, otrzymujemy krzywą $O\lambda$, przedstawioną na rys. 117-ym. Średni spółczynnik rozszerzalności $\varkappa$ pomiędzy 0° C

a T wyraża się, podług równania (4), jako stosunek $T\lambda/OT$ czyli jako tang $TO\lambda$ na rys. 117-ym. Biorąc na uwagę inny przedział temperatur, np. od 0° C do T_1, otrzymalibyśmy w tym przedziale inny średni spółczynnik $\varkappa_1$, który wyraża się jako tang $T_1O\lambda_1$ na rys. 117-ym. Gdy temperatura T_1 jest niższa niż T, wówczas, jak widzimy, mamy $\varkappa_1 < \varkappa$; lecz gdyby l_0l na rys. 116-ym, a zatem także $O\lambda$ na rys. 117-ym, były linjami prostemi, mielibyśmy $\varkappa_1 = \varkappa$, spółczynnik $\varkappa$ byłby wówczas niezależny od temperatury czyli *stały*. Dla ogromnej większości ciał stałych linje l_0l i $O\lambda$ są krzywe a nie proste; ale rysując je nawet w największej skali, na jaką pozwala dokładność pomiarów, przekonalibyśmy się, że linje te są naogół bardzo *słabo* wygięte. Zadawalniając się pierwszem przybliżeniem, możemy zatem poczytywać spółczynnik $\varkappa$ za stały, od T niezależny; innemi słowy, możemy przypuszczać, że wzór (3) stosuje się pomiędzy 0° C a dowolną temperaturą T, przyczem $\varkappa$ ma wartość zawsze tę samą.



Rys. 117.

Objaśniamy powyższe uwagi następującym przykładem. Wyobraźmy sobie pręt, wyrobiony z czystej platyny; jego długość l_0 w 0° C wynosi 1 metr. Gdy ogrzewamy ten pręt, okazuje on długość następującą:

w 0° C	1·000000 m
w 50° C	1·000448 m
w 100° C	1·000902 m
w 200° C	1·001829 m

Średni spółczynnik rozszerzalności $\varkappa$ w przedziale od 0° do 100° C, obliczony według powyższego równania (2), wypada

$$\varkappa = 0{\cdot}00000902$$

Posługując się tą średnią wartością, obliczamy przy pomocy równania (3):

w 50° C	$l = 1{\cdot}000451$ m
w 200° C	$l = 1{\cdot}001804$ m

Wartości te różnią się nieznacznie od wyżej przytoczonych obserwowanych wartości.

W następującej tablicy podajemy średnie wartości spółczynników linjowej rozszerzalności niektórych substancyj pomiędzy 0° a 100° C. Ażeby zdać sobie sprawę ze znaczenia tych wartości, wyobraźmy sobie, że mamy kilka różnych okazów naprzykład miedzi. Jeżeli miedź w tych okazach jest czysta, są one

chemicznie identyczne; lecz, gdy je przyrządzano, posługiwano się może różnemi sposobami mechanicznego postępowania, np. kuciem, klepaniem, walcowaniem, wyciąganiem; być może, iż topiono metal lub osadzano go elektrolitycznie. Taka rozmaita *przeszłość* okazów pozostawia w nich ślady trwałe; okazy mogą mieć rozszerzalność nieco odmienną. To samo powiedzielibyśmy o różnych okazach żelaza, cynku lub innych metali. Podane zatem w tablicy wartości mogą być tylko średnie i przybliżone. Podobna uwaga stosuje się, w wyższym jeszcze stopniu, do substancyj, których skład bywa rozmaity, jak np. stal, mosiądz, szkło; dla takich ciał podano granice, między któremi zawiera się zwykle wartość spółczynnika $\varkappa$.

Stopiony kwarc:	$0{\cdot}5\times10^{-6}$	Miedź:	$16{\cdot}7\times10^{-6}$
Szkło:	od $5{\cdot}7$ do $8{\cdot}9\times10^{-6}$	Mosiądz:	od $18{\cdot}3$ do $19{\cdot}6\times10^{-6}$
Żelazo:	12×10^{-6}	Srebro:	$19{\cdot}0\times10^{-6}$
Stal:	od $10{\cdot}6$ do $12{\cdot}4\times10^{-6}$	Cynk:	$29{\cdot}0\times10^{-6}$

Drewno jest wybitnie anizotropowe; okazuje ono linjową rozszerzalność o wiele większą w kierunku poprzecznym do włókien aniżeli w kierunku podłużnym.

§ 91. Rozszerzalność sześcienna ciał stałych.

Wyobraźmy sobie ciało stałe, którego masa jest niezmienna; objętość ciała w temperaturze 0° C wynosi V_0, w innej zaś (wyższej) temperaturze T wynosi V. Różnica $V-V_0$ jest *rozszerzeniem* ciała, towarzyszącem podniesieniu temperatury od 0° C do T. Rozszerzenie $V-V_0$ jest proporcjonalne do V_0; zatem nie ono samo lecz *jednostkowe rozszerzenie* $(V-V_0)/V_0$ jest właściwą miarą sześciennej rozszerzalności cieplnej gatunku materji, z którego uważane ciało jest wyrobione. Tworząc następujący iloraz, który oznaczamy przez α:

$$1. \qquad \alpha = \frac{V-V_0}{V_0 T}$$

nazywamy go *średnim spółczynnikiem sześciennej rozszerzalności cieplnej* badanej substancji pomiędzy temperaturami 0° C i T; iloraz ten jest niezależny od wyboru jednostek objętości, w których wyrażamy V i V_0. Z równania (1) otrzymujemy:

$$2. \qquad V = V_0(1+\alpha T).$$

Weźmy na uwagę sztabę prostopadłościenną, wyrobioną z uważanej substancji i przypuśćmy, że w temperaturze 0° C sztaba ta miała długość a_0, wysokość b_0, szerokość c_0; mamy zatem

$$3. \qquad V_0 = a_0 b_0 c_0$$

Ogrzewamy teraz sztabę do temperatury T. Jeżeli a, b, c oznaczają długość, wysokość i szerokość sztaby w temperaturze T i jeżeli $\varkappa$ jest średnim spółczynnikiem rozszerzalności linjowej pomiędzy 0° C a T, mamy

4. $$a = a_0(1 + \varkappa T) \quad ; \quad b = b_0(1 + \varkappa T) \quad ; \quad c = c_0(1 + \varkappa T)$$

oraz nadto

5. $$V = abc$$

Z równań (2), (3), (4) i (5) wyprowadzamy z łatwością

6. $$\alpha T = 3\varkappa T + 3\varkappa^2 T^2 + \varkappa^3 T^3$$

Jak w poprzednim artykule widzieliśmy, spółczynnik $\varkappa$ jest zwykle tak mały, że, dla niezbyt znacznych wartości liczby T, wolno najczęściej zaniedbać wyrazy $3\varkappa^2 T^2$ i $\varkappa^3 T^3$ wobec $3\varkappa T$. Otrzymujemy zatem w tem przybliżeniu

7. $$\alpha = 3\varkappa$$

Znając spółczynnik rozszerzalności linjowej, możemy obliczyć spółczynnik rozszerzalności sześciennej.

Ponieważ masa M ciała, które ogrzewamy, pozostaje niezmienna, objętość zaś V rośnie, przeto średnia gęstość D ciała (tom I, § 103) zmniejsza się przy ogrzewaniu. Rozumiejąc przez D_0 i D średnią gęstość ciała w 0° C i w temperaturze T, mamy

8. $$M = V_0 D_0 = VD$$

skąd, wobec równania (2), wyprowadzamy

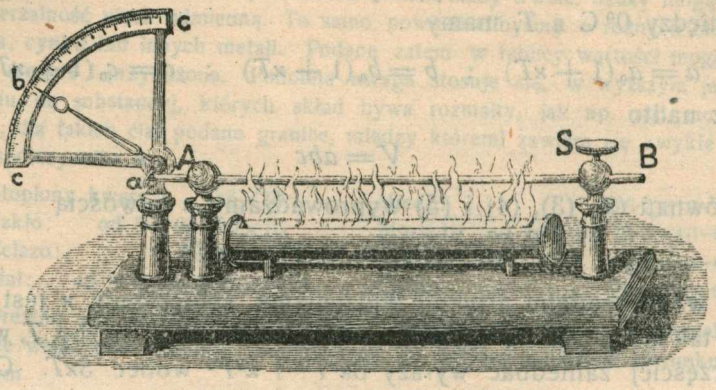
9. $$D = \frac{D_0}{1 + \alpha T}$$

§ 92. O sposobach mierzenia rozszerzalności ciał stałych.

W zbiorach szkolnych przyrządów, służących do objaśniania nauki fizyki, znajdujemy nieraz aparat, przedstawiony na rys. 118-ym. Pręt metalowy AB, przyciśnięty w pobliżu końca B śrubą S, rozszerza się, gdy go ogrzewamy; drugim swym końcem A działa on wówczas na zgiętą pod kątem prostym dźwignię ab; drobne przesunięcie ramienia a sprawia oczywiście znaczne przemieszczenie wskazówki b wzdłuż skali cc.

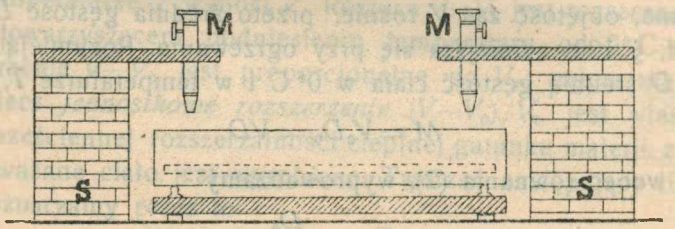
Moglibyśmy łatwo powiększyć czułość tego przyrządu; lecz jego wady leżą gdzieindziej. Temperatura, do której ogrzewa się pręt AB, jest nieokre-

ślona, zmierzyć ją trudno; niema przytem pewności, czy urządzenie miernicze *abcc* podczas doświadczenia nie ogrzewa się również. Od takich zarzutów wolna jest metoda Ramsdena (1785), udoskonalona w Biurze Międzynarodowem Miar



Rys. 118.

i Wag w Sèvres, pod Paryżem; wskażemy tutaj ogólnikowo główną myśl tego postępowania. Wyobraźmy sobie dwa nieruchome słupy *S*, *S* (rys 119), do których przytwierdzone są mikroskopy *M*, *M*; pod mikroskopami, w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku, mogą przesuwać się po szynach dwie sztaby,



Rys. 119.

umieszczone w stosownych kąpielach; kąpiele te mają zapewniać temperatury wiadome i stałe. Jedna sztaba znajduje się w 0° C; ta jest normalnym wzorcem długości; zmieniamy dowolnie temperaturę drugiej sztaby, której rozszerzalność badamy. Na sztabach wyryte są poprzeczne cienkie kreski, które obserwujemy w polu widzenia mikroskopów. Okulary mikroskopów są poziomo przesuwalne przy pomocy śrub mikrometrycznych; dzięki temu urządzeniu możemy mierzyć dokładnie drobne poziome przemieszczenia we wspomnianych okularach.

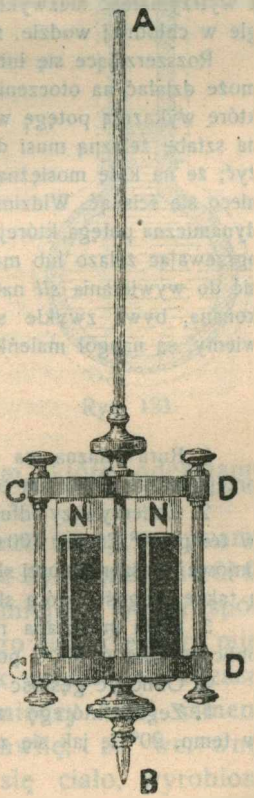
§ 93. Przykłady i zastosowania.

Nauka o cieplnej rozszerzalności ciał stałych ma wiele zastosowań w życiu praktycznem; musimy liczyć się z nią również

codziennie w naukowych badaniach. Przebiegniemy tutaj pokrótce niektóre przykłady.

Wyobraźmy sobie most stalowy o długości 500 m. Nieprzerwany pręt stalowy, tej długości, w temp. 30° C byłby mniej więcej o 27 cm dłuższy aniżeli w temp. —20° C (§ 90); zakończeniom mostu musimy zatem pozostawić pewną swobodę przemieszczeń, pragnąc, ażeby on nie wykrzywiał się podczas upałów i nie kurczył się niebezpiecznie w razie mrozu. Podobne uwagi stosują się do rur gazowych, wodociągowych i t. p. Obręcze bywają naciągane «na gorąco» na koła; rozchylone mury budynków wyprostowywano niekiedy, działając na nie rozgrzanemi żelaznemi sztabami, które kurczyły się, stygnąc. Przy jednakowem ogrzaniu miedź, jak już wiemy, rozszerza się znaczniej aniżeli żelazo, z tej okoliczności technika często korzysta przy budowie rozmaitych fabrycznych urządzeń. Rozszerzalność szkła różni się zwykle niewiele od rozszerzalności platyny; naczynie szklane, do którego wtopiono platynowy drucik, nie przestaje zatem być szczelne (gdy stygnie) w miejscu zetknięcia platyny i szkła.

Przypuśćmy, że wahadło, wyrobione z mosiądzu, ma w 0° C długość L; w temp. 10° C ma wówczas długość $1{\cdot}00019L$. Oznaczmy przez T okres wahań wahadła w 0° C; w temp. 10° C okres wahadła, według § 63-go tomu I-go, wyniesie $1{\cdot}000095T$; zegar w tej temperaturze będzie więc szedł powolniej; opóźnienie wyniesie przeszło 8 sek. w przeciągu doby t. j. prawie minutę po upływie tygodnia. Od podobnych zakłóceń staramy się być wolni, budując t. zw. *kompensacyjne* wahadła; rys. 120 objaśnia urządzenie prostego typu takiego wahadła. Przypuśćmy, że temperatura otaczającego powietrza podnosi się; dla jasności wyobraźmy sobie, że najprzód ogrzewa się mosiężny pręt AB wraz z (mosiężną również) oprawą $CCDD$; długość tych części przyrządu powiększa się wówczas. Przypuśćmy teraz, że ogrzewa się również i rtęć w naczyńkach NN; powierzchnie jej słupków podnoszą się. Masę rtęci w naczyńkach oraz rozmiary mosiężnych części przyrządu możemy tak dobrać, że długość *skuteczna*, od której zależy okres wahadła, pozostaje mimo ogrzania *niezmienna*.



Rys. 120.

Na powyższym przykładzie widzimy, że przy ścisłych pomiarach musimy liczyć się z cieplną rozszerzalnością skal mierniczych, naczyń (stanowiących wzorce pojemności) oraz wszelkich wogóle ciał, któremi posługujemy się wówczas. Wynikającą stąd pewną zawiłość możemy nieraz znacznie złagodzić dzięki odkryciu, którego w r. 1897 dokonał fizyk francuski Guillaume. Uczony ten spostrzegł, że *stal niklowa*, zawierająca na 1 kg całkowitej masy 361 gr niklu, okazuje wyjątkowo małą rozszerzalność w zakresie od 0° C do 200° C, mianowicie 12 razy mniejszą niż rozszerzalność stali bez

niklu, 14 razy mniejszą niż rozszerzalność czystego niklu. Z takiej zatem stali niklowej, którą Guillaume nazwał *inwarem*, można wyrabiać mało rozszerzalne skale, wahadła i inne wzorce, które przy dokładnych pomiarach oddają znaczne usługi.

Każdemu wiadomo, jak często pęka grubościenne szklane naczynie, gdy ogrzewamy je nagle; chłodne warstwy szkła nie mogą nadążyć za rozszerzającemi się gorącemi. To nam tłumaczy, dlaczego kolby, retorty i próbówki chemików są cienkościenne. Od niejakiego czasu wchodzą w użycie naczynia, wyrabiane z krzemionki lub stopionego kwarcu, niekiedy z różnych borokrzemianów. Rozszerzalność naczyń kwarcowych jest bardzo nieznaczna (por. § 90) a wytrzymałość niezwykła; mocno rozgrzane kwarcowe naczynie, zanurzone nagle w chłodnej wodzie, nie pęka.

Rozszerzające się lub kurczące się, skutkiem zmian temperatury, ciało stałe może działać na otoczenie siłami olbrzymiemi; łatwo obmyśleć doświadczenia, które wykazują potęgę występujących tu skutków. Wiemy z rozdz. III-go, że na sztabę żelazną musi działać ciągnienie ogromne, ażeby ją ocenialnie wydłużyć; że na kulę mosiężną musi być wywarte ciśnienie olbrzymie, jeżeli kula ma nieco się ścisnąć. Widzimy zatem, że w kilogramie węgla lub nafty utajona jest dynamiczna potęga, której przyciąganie ziemi ani nasze mięśnie rozwinąć nie mogą; ogrzewając żelazo lub mosiądz w płomieniu węgla lub nafty, możemy je zmusić do wywierania *sił* nadzwyczajnych. Ale *praca*, która wówczas zostaje wykonana, bywa zwykle stosunkowo niewielka, albowiem przemieszczenia, jak wiemy, są naogół maleńkie.

Zadania.

1. Rura żelazna ma 3 m długości w 10° C; jaką długość przybierze, gdy przepuszczać przez nią będziemy parę wodną o temperaturze 100° C?

2. Zmierzywszy długość pewnej skali mierniczej, znaleźliśmy: 99·98 cm w temp. 10° C oraz 100·02 cm w temp. 40° C. Przypuszczając, że spółczynnik linjowej rozszerzalności skali nie zależy od temperatury, obliczyć jego wartość * a także długość, którą skala przybrałaby w 0° C.

3. Płyta miedziana ma 10 cm długości i 10 cm szerokości w temp. 0° C; obliczyć pole w 50° C powierzchni, które w 0° C wynosiło 100 cm².

4. Obliczyć gęstość miedzi, żelaza i platyny w 100° C (por. § 103 t. I-go).

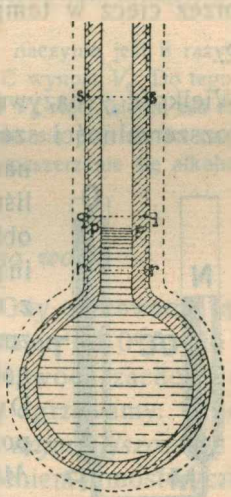
5. Zegar, którego wahadło jest wyrobione z mosiądzu, idzie dokładnie w temp. 20° C; jak się zachowa, gdy temperatura obniży się do 0° C.

§ 94. Rozszerzalność ciał ciekłych.

Sześcienną rozszerzalność ciał ciekłych wyrażamy zapomocą takich samych pojęć, jakie posłużyły nam do ilościowego ujęcia zjawisk sześciennej rozszerzalności ciał stałych. Wzory zatem (1) i (2) § 91-go możemy zastosować do ciał ciekłych, podobnie jak w powołanym artykule stosowaliśmy je do ciał stałych.

Powróćmy do doświadczenia, które opisaliśmy w § 12-ym.

Spory balon szklany, zakończony długą i cienką szyjką (rys. 121), jest napełniony alkoholem, w temp. 0° C, aż do poziomu *pp*. Ogrzewamy przyrząd do temperatury T; zarówno ścianki balonu jak alkohol ogrzewają się wówczas i po pewnym czasie przybierają temperaturę T. Dla wygody rozumowania dzielimy zjawisko w myśli na dwa wydarzenia kolejne.



Rys. 121.

Przypuszczamy po pierwsze, że ogrzewa się tylko powłoka balonu; jego pojemność zwiększa się wówczas, jak wskazuje na rys. 121-ym obwód kropkowany. Na szyjce balonu wyryta jest podziałka; przypuśćmy, że kreska *pp* tej podziałki posunęła się do *qq* wskutek ogrzania i rozszerzenia się balonu. Ponieważ pojemność balonu zwiększa się wskutek tego rozszerzenia, zatem powierzchnia alkoholu opadłaby, np. do *rr*, gdyby ogrzała się tylko szklana powłoka, alkohol zaś pozostał w 0° C. Przypuszczamy teraz po wtóre, że ogrzewa się również alkohol; jego objętość rośnie, powierzchnia cieczy podnosi się do *ss*. *Rzeczywiste* rozszerzenie alkoholu wynosi *rrss*; natomiast *qqss* będzie *pozornem* rozszerzeniem, które odczytamy na podziałce przyrządu.

Balon, służący do pomiarów, o których mówiliśmy, nazywamy *dylatometrem*. Oznaczmy przez V_0 pojemność dylatometru, w 0° C, zmierzoną aż do kreski *pp*. Przez α rozumiejmy średni spółczynnik sześciennej rozszerzalności badanego ciała ciekłego między 0° C a T; przez β średni spółczynnik sześciennej rozszerzalności naczynia dylatometrycznego pomiędzy temi samemi temperaturami. Wyobraźmy sobie na chwilę, że we wnętrzu naczynia, zamiast cieczy, znajduje się ciało, wyrobione z substancji naczynia i przylegające ściśle do jego ścian; ciało to w 0° C miałoby objętość V_0, w temperaturze T miałoby objętość $V_0(1+\beta T)$. Odrzucając zalegające w balonie ciało fikcyjne, wnosimy, że pojemność dylatometru, między 0° C a T, rośnie w stosunku 1 do $1+\beta T$. Użyta do doświadczenia masa cieczy zajmuje w 0° C objętość V_0, w temperaturze T zajmuje $V_0(1+\alpha T)$. Tę drugą objętość mierzymy w naczyniu, którego pojemność

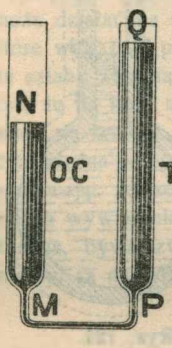
wzrosła w stosunku 1 do $1+\beta T$; objętość cieczy wyda nam się zatem napozór

1. $$= V_0 \frac{1+\alpha T}{1+\beta T} \quad \text{lub przybliżenie} \quad = V_0[1+(\alpha-\beta)T]$$

Kładąc $\gamma = \alpha - \beta$, wyrażamy więc pozorną objętość V, zajmowaną przez ciecz w temperaturze T, zapomocą wzoru

2. $$V = V_0(1+\gamma T).$$

Wielkość γ nazywamy średnim spółczynnikiem *pozornej* cieplnej rozszerzalności sześciennej ciała ciekłego, badanego w pewnem naczyniu. Jeżeli znamy β, wartość zaś γ zmierzyliśmy zapomocą dylatometru, możemy wówczas obliczyć α. Częściej postępujemy przeciwnie: skądinąd znając α, wyprowadzamy raczej wartość β z dylatometrycznych spostrzeżeń. Czy możemy zmierzyć spółczynnik α metodą, z której wpływ naczyń (zawierających ciecz) byłby wyrugowany? Dulong i Petit w r. 1816-ym wykonali takie pomiary. Wyobraźmy sobie dwie kolumny cieczy MN i PQ (rys. 122), które łączą się ze sobą cienką ciekłą niteczką, zawartą we włoskowatej rurce MP. Gdyby układ $NMPQ$ miał temperaturę jednostajną, np. 0° C, powierzchnie N i Q leżałyby w tym samym poziomie (§ 38). Przypuśćmy jednak, że, pozostawiając MN w 0° C, utrzymujemy kolumnę PQ w wyższej temperaturze T. Gęstość D cieczy w kolumnie PQ będzie wówczas mniejsza niż gęstość D_0 w kolumnie MN (§ 91); powierzchnia Q będzie więc stała wyżej niż powierzchnia N (§ 42). Oznaczając przez h i h_0 wysokości powierzchni Q oraz N ponad osią poziomej rurki MP, mamy podług równań (2) § 42-go oraz (9) § 91-go:



Rys. 122.

3. $$\frac{h}{h_0} = \frac{D_0}{D} = 1+\alpha T;$$

zmierzywszy h, h_0 oraz T, możemy zatem obliczyć α. Taka jest zasada metody, którą Regnault (1847) a następnie inni uczeni znacznie udoskonalili.

Przytaczamy niektóre wyniki tych badań. Liczby tablicy wyrażają średnie spółczynniki (prawdziwej) sześciennej rozszerzalności pomiędzy 0° a 100° C, za wyjątkiem wartości, podanej dla ołowiu; ta wartość wyraża średni spółczynnik między 325° a 357° C.

Stopiony ołów: .	$1{\cdot}29 \times 10^{-4}$	Nafta:	$9{\cdot}6 \times 10^{-4}$
Rtęć:	$1{\cdot}82$ „	Alkohol etyl.: . .	$11{\cdot}0$ „
Gliceryna: . .	$5{\cdot}00$ „	Eter etylowy: . .	$16{\cdot}2$ „

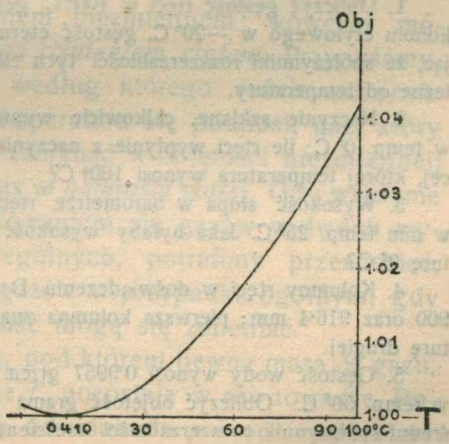
Spółczynniki te są znacznie większe niż potrojone spółczynniki linjowej rozszerzalności ciał stałych (§§ 91 i 90). Rtęć, jak widzimy, jest od 7 do 11 razy bardziej rozszerzalna niż szkło; jest to wiadomość ważna dla fizyków, którzy mają nieustannie do czynienia z pozorną rozszerzalnością rtęci, zawartej w szklanych naczyniach.

Wyobraźmy sobie dylatometr szklany, którego naczynie jest 8 razy mniej rozszerzalne niż rtęć; niechaj jego pojemność w 0^0 C wynosi V_0. Do tego przyrządu wprowadzamy w 0^0 jednę ósmą część objętości V_0 rtęci, siedm zaś ósmych alkoholu. Rozszerzanie się rtęci pokrywa zwiększanie się pojemności naczynia; obserwacje dylatometryczne dadzą nam prawdziwe rozszerzanie się alkoholu.

§ 95. *Rozszerzalność cieplna wody.*

Rozszerzalność wody jest wyjątkowa. Gdy ogrzewamy ją pod stałem ciśnieniem atmosferycznem, poczynając od 0^0 aż do 4^0 C, woda *kurczy się*; powyżej 4^0 C, przeciwnie, woda zachowuje się jak inne ciecze t. j. rozszerza się, gdy ją ogrzewamy. Objętość danej masy wody przechodzi więc przez *najmniejszość* w temperaturze 4^0 C, gdy ogrzewamy ją pod ciśnieniem atmosferycznem; gęstość wody przechodzi wówczas w tej temperaturze przez *największość*.

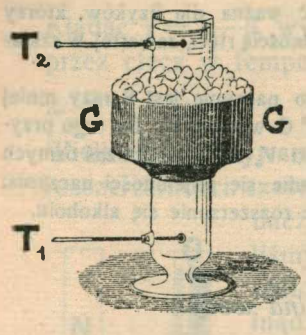
Bliższą wiadomość o rozszerzalności wody możemy powziąć z następującego graficznego przedstawienia. Za jednostkę objętości określonej masy wody wybierzmy objętość, zajmowaną przez tę masę w 4^0 C. Wyobraźmy następnie T jako odcięte, odpowiadające im (pod ciśnieniem 1 atmosfery) objętości V jako rzędne. Otrzymamy krzywą, przedstawioną na rys. 123-im. Najmniejszość objętości V w 4^0 C jest tu natychmiast widoczna.



Rys. 123.

Według zgodnych wyników badań różnych uczonych, największa gęstość wody przypada w temperaturze $3{\cdot}98^0$ C; wysokość tę zaokrągla się zwykle do 4^0 C. Prawdziwa gęstość wody w tej temperaturze, pod ciśnieniem atmosferycznem normalnem, wynosi 0·999 973 gr/cm³ (por. § 40 tomu I-go).

Fizyk angielski Hope wykonał doświadczenie następujące. Wysoki słój szklany, wypełniony wodą, jest otoczony, w środkowej swej części, galeryjką *GG* (rys. 124), w której umieszczamy mieszaninę oziębiającą, złożoną ze śniegu i soli kuchennej. Termometr T_1, jak widać z rysunku, wskazuje temperaturę najniższych warstw wody, termometr T_2 wskazuje temperaturę najwyższych. Warstwy, leżące w bezpośredniem sąsiedztwie mieszaniny oziębiającej, stygną i gęstnieją a zatem muszą spływać ku dołowi; rzeczywiście, dolny termometr T_1 wskazuje coraz niższe temperatury, gdy tymczasem górny T_2 nie zdradza niemal żadnego stygnięcia. Skoro jednak temperatura, wskazywana przez termometr T_1, dochodzi do 4° C, jego słupek przestaje odtąd się kurczyć; wówczas dopiero zaczyna obniżać się powierzchnia rtęci w górnym termometrze T_2 ale, obniżając się, nie zatrzymuje się w 4° C; w 3° C, w 2° C i t. d. woda jest rzadsza niż w 4° C, musi zatem wypływać ku górze. W głębokiem jeziorze, podczas mrozów zimowych, odbywają się podobne zjawiska; w pobliżu dna temperatura wody nie spada poniżej 4° C, chociażby na powierzchni rozciągała się gruba warstwa lodu; warstwy najniższe wody stygną wówczas tylko przez t. zw. *przewodnictwo* (§ 103), co, jak zobaczymy, jest powolnem zjawiskiem.



Rys. 124.

Zadania.

1. Obliczyć gęstość rtęci w 100° C, gęstość gliceryny w 90° C, gęstość alkoholu etylowego w —20° C, gęstość eteru etylowego w —30° C, przypuszczając, że spółczynniki rozszerzalności tych cieczy, podane w § 94-ym, są niezależne od temperatury.

2. Naczynie szklane, całkowicie wypełnione rtęcią, zawiera jej 1360 gr w temp. 0° C; ile rtęci wypłynie z naczynia, gdy zanurzymy je do wody wrącej, której temperatura wynosi 100° C?

3. Wysokość słupa w barometrze rtęciowym wynosi 772·5 mm; rtęć ma w nim temp. 25° C. Jaka byłaby wysokość słupa, gdyby rtęć miała temperaturę 0° C?

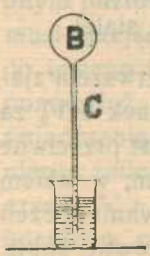
4. Kolumny rtęci w doświadczeniu Dulonga i Petita mają wysokości: 900 oraz 916·4 mm; pierwsza kolumna znajduje się w 0° C; obliczyć temperaturę drugiej.

5. Gęstość wody wynosi 0·9957 gr/cm³ w temp. 30° C oraz 0·9881 gr/cm³ w temp. 50° C. Obliczyć objętość grama wody w tych temperaturach tudzież średni spółczynnik rozszerzalności sześciennej pomiędzy 4° a 30° C, pomiędzy 4° a 50° C.

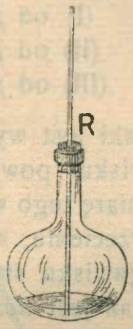
§ 96. Cieplna rozszerzalność i rozprężliwość gazów.

Gaz, gdy ogrzewamy go, rozszerza się znacznie. Balon szklany *B*, zaopatrzony cienką szyjką *C*, jest wypełniony atmosferycznem

powietrzem; zanurzamy otwór rurki *C* (rys. 125) do wody zabarwionej, balon zaś ogrzewamy. Powietrze wypływa wówczas z otworu rurki i pęcherzykami uchodzi nazewnątrz. Skoro przestajemy ogrzewać, woda w rurce podnosi się do góry; ponieważ gęstość zawartego w balonie powietrza zmalała, zatem jego ciśnienie po ostygnięciu musi być mniejsze. Przypuśćmy, że ogrzewamy powietrze, zamknięte pomiędzy szkłem, wodą a korkiem w przyrządzie, wyobrażonym na rys. 126-ym; powietrze to wówczas nie może rozszerzać się ani uchodzić, dlatego jego ciśnienie rośnie; woda w rurce *R* wznosi się do góry.



Rys. 125.



Rys. 126.

Już z tych najprostszych doświadczeń widzimy, jak blisko związane są ze sobą zmiany objętości oraz zmiany ciśnienia, sprawiane w gazach przez zmiany ich temperatury. Wiemy istotnie z § 51-go, że objętość, zajmowana przez ciało gazowe, zależy w znacznej mierze od ciśnienia, któremu to ciało jest poddane. Przypuśćmy, że chcemy przekonać się, jak rośnie *objętość* danej masy gazu, gdy jego temperatura się podnosi; powinniśmy upewnić się, że gaz, który ogrzewamy, pozostaje pod ciśnieniem niezmiennem; wówczas mówimy, że *gaz rozszerza się pod ciśnieniem stałem.* Przypuśćmy, iż pragniemy poznać prawo, według którego rośnie *ciśnienie* danej masy gazu, gdy jego temperatura się podnosi; gaz, który ogrzewamy, musimy wówczas zamknąć w objętości niezmiennej; *gaz* zatem *rozpręża się wówczas w objętości stałej.* Gdy wiadome nam będą prawa, rządzące zachowaniem się gazów w dwóch wymienionych przypadkach szczególnych, potrafimy przewidzieć, jakie będą skutki ogrzewania gazów w przypadku ogólnym, gdy zarówno ich ciśnienie jak objętość mogą się zmieniać.

Oznaczmy przez p ciśnienie, pod którem pewna masa M gazu, w objętości V i w temperaturze T, pozostaje w równowadze. Powiadamy, że objętość V zależy od ciśnienia p i od temperatury T, które od siebie nawzajem nie zależą; innemi słowy mówimy, że objętość V jest funkcją dwóch zmiennych niezależnych: p i T. Wyobraźmy sobie stan początkowy masy M, w którym ciśnienie wynosi p_0, temperatura jest T_0, objętość zaś jest równa V_0. Odbywamy trzy zjawiska nad gazem: (I) pod ciśnieniem p_0 stałem

ogrzewamy masę M do temperatury T wyższej niż T_0; objętość gazu staje się równa V, gdzie $V>V_0$ (II) w temperaturze stałej T poddajemy masę M działaniu takiego (większego niż p_0) ciśnienia p, ażeby masa ta przybrała napowrót objętość V_0 (III) w objętości V_0 stałej oziębiamy masę M gazu, przyczem jego ciśnienie maleje; gdy temperatura powróci do wysokości T_0, ciśnienie przybierze pierwotną wartość p_0. Odbywszy takie trzy zjawiska, powracamy do stanu pierwotnego, w którym ciśnienie, temperatura i objętość gazu są: p_0, T_0 i V_0; dokonaliśmy zatem *procesu kołowego* (§ 83 tomu I-go), złożonego z trzech części:

(I) od p_0, T_0, V_0 do p_0, T, V: ogrzewamy pod p_0 stałem
(II) od p_0, T, V do p, T, V_0: ściskamy w T stałej
(III) od p, T, V_0 do p_0, T_0, V_0: oziębiamy w V_0 stałej.

Jaki jest wynik ogrzewania gazu od T_0 do T w pierwszem zjawisku? powiększenie się objętości; wybierzmy stosunek V/V_0 za miarę tego wyniku. Wyobraźmy sobie zjawisko, wprost przeciwne trzeciemu, które byłoby jego odwróceniem dokładnem; w takiem zjawisku stosunek p/p_0 byłby miarą skutków ogrzewania. Jeżeli gaz jest *doskonały*, wspomniane dwa stosunki są równe sobie. Istotnie, skoro w zjawisku drugiem temperatura nie zmienia się, mamy zatem według prawa Boyle'a (§ 51):

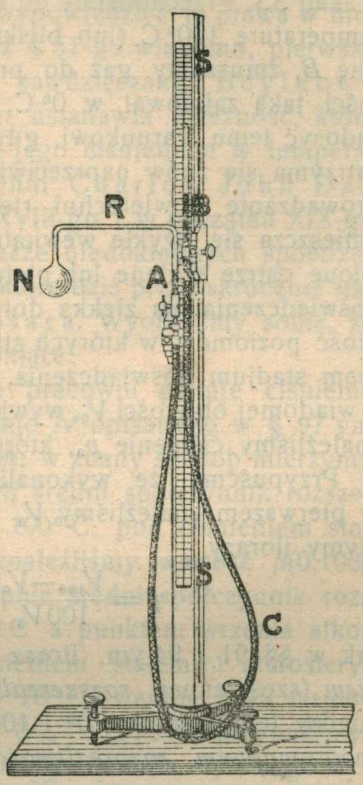
1. $$p_0V=pV_0 \qquad \text{skąd} \qquad V/V_0=p/p_0$$

W danym zakresie temperatur, *rozszerzalność* gazu doskonałego pod ciśnieniem stałem jest równa jego *rozprężliwości* w objętości stałej.

§ 97. Badanie rozszerzalności i rozprężliwości gazów.

Do badania cieplnej *rozszerzalności* gazów, pod ciśnieniem stałem, służy przyrząd, wyobrażony na rys. 127-ym. Naczynie szklane N jest wypełnione badanym gazem G; za pośrednictwem rurki R łączy się ono z lewem ramieniem rtęciowego manometru ACB (por. § 39); manometr ten, jak widzimy z rysunku, składa się z rur szklanych A i B, przesuwalnych wzdłuż skali SS i łączących się ze sobą wytrzymałą kauczukową rurą C. W *pierwszem* stadjum doświadczenia naczynie N (wraz z częścią rurki R) jest otoczone topiącym się śniegiem; gaz G ma wówczas temperaturę 0^0 C. Przypuśćmy, że powierzchnie rtęci w ramionach A i B ma-

nometru stoją wówczas w tym samym poziomie; gaz G wywiera zatem ciśnienie przybliżenie jednej atmosfery, które możemy zmierzyć, obserwując stan barometru. Przechodzimy teraz do *drugiego* stadjum doświadczenia. Naczynie N (oraz część rurki R) otaczamy parą wodną, mającą temperaturę 100° C lub inną bliską 100° C, którą obliczamy, znając panujące atmosferyczne ciśnienie (por. § 120). Obniżamy teraz ramię B manometru dopóty, aż powierzchnie A i B rtęci znajdą się znowu w jednym poziomie; pewna ilość gazu G musi przejść wówczas z naczynia N do lewego ramienia A manometru, ponad rtęć. Przed rozpoczęciem doświadczenia, w przygotowaniu do niego, zmierzyliśmy pojemność naczynia N i rurki R oraz pojemność odcinków ramienia A, odpowiadających kolejnym podziałkom skali SS; zauważywszy miejsce, w którem zatrzymała się powierzchnia rtęci w ramieniu A w drugiem stadjum doświadczenia, znamy objętości V_0 i V_{100}, które zajmuje dana masa gazu G, pod ciśnieniem wiadomem, bliskiem 1 atmosfery, w temperaturach 0° i 100° C (lub bardzo bliskiej 100° C).



Rys. 127.

Podaliśmy tu tylko zasadę doświadczenia; przy dokładnych pomiarach powinniśmy uwzględnić rozmaite szczegóły, które tu pominęliśmy. Należy liczyć się naprzykład z cieplną rozszerzalnością naczynia N pomiędzy 0° a 100° C; trzeba i o tem pamiętać, że w obu stadjach doświadczenia w ramieniu A ponad rtęcią znajduje się pewna (zresztą nieznaczna) ilość gazu G, która ma temperaturę pokojową, nie ma zatem temperatury 0° lub 100° C, jak reszta gazu. O innych drobniejszych źródłach błędów, które mogą oddziałać na wynik doświadczenia, nie wspominamy.

Przyrząd, który opisaliśmy, może również posłużyć do badania cieplnej *rozprężliwości* gazów w objętości stałej. Wyobraźmy sobie doświadczenie następujące. Pierwsze stadjum obecnego doświadczenia nie różni się od pierwszego stadjum poprzedza-

jącego; gaz G ma znowu temperaturę 0^0 C i wywiera ciśnienie jednej (lub przybliżenie jednej) atmosfery; przypuśćmy, że powierzchnia rtęci w ramieniu A znajduje się naprzeciw podziałki a skali SS. Przechodzimy do stadjum drugiego; gaz G ma w niem temperaturę 100^0 C (lub bliską 100^0 C). Stosownie podnosząc ramię B, zmuszamy gaz do przybrania w 100^0 C tej samej objętości, jaką zajmował w 0^0 C; jesteśmy upewnieni, że stało się zadosyć temu warunkowi, gdy powierzchnia rtęci w ramieniu A zatrzyma się znów naprzeciwko podziałki a; ażeby ułatwić doprowadzanie powierzchni rtęci w A do należytego poziomu, umieszcza się zwykle wewnątrz rury A małe, ku dołowi zakrzywione ostrze szklane lub platynowe, którego rtęć w obu stadjach doświadczenia ma zlekka dotykać. Zmierzywszy pionową odległość poziomów, w których stoją powierzchnie A i B rtęci w drugiem stadjum doświadczenia, znamy ciśnienie p_{100}, które gaz G, w wiadomej objętości V_0, wywiera w 100^0 C; w pierwszem stadjum znaleźliśmy ciśnienie p_0, które on w V_0 wywierał w 0^0 C.

Przypuśćmy, że wykonaliśmy opisane dwa doświadczenia; w pierwszem znaleźliśmy V_0 i V_{100}, w drugiem p_0 i p_{100}. Tworzymy ilorazy

1. $$\beta = \frac{V_{100} - V_0}{100\, V_0} \quad ; \quad \gamma = \frac{p_{100} - p_0}{100\, p_0}$$

Jak w §§ 91 i 94-ym, iloraz β nazywamy *średnim spółczynnikiem* (sześciennej) *rozszerzalności* cieplnej badanego gazu pomiędzy temperaturami 0^0 i 100^0 C; iloraz γ nazywamy *średnim spółczynnikiem rozprężliwości* gazu pomiędzy temi samemi dwiema temperaturami. Obadwa spółczynniki są liczbami niezależnemi od wyboru jednostek, w których objętości albo ciśnienia są wyrażone. Jeżeli gaz stosuje się do prawa Boyle'a, mamy wówczas $\beta = \gamma$, jak wiadomo z § 96-go.

Przytaczamy niektóre wartości średnich pomiędzy 0^0 a 100^0 C spółczynników rozszerzalności i rozprężliwości. Wartości β znaleziono, badając gaz pod stałem ciśnieniem 1 atmosfery; wartości γ otrzymano, gdy początkowe ciśnienie wynosiło 1 atmosferę.

Wodór	$\beta = 0{\cdot}003660$ . .	$\gamma = 0{\cdot}003663$
Powietrze . . .	$0{\cdot}003670$.	$0{\cdot}003665$
Bezwodnik węglowy	$0{\cdot}003710$ . .	$0{\cdot}003688$

Wyniki te podał W. Regnault w 1842 r., potwierdzili je późniejsi badacze Widzimy, że równość $\beta = \gamma$ sprawdza się dobrze, zwłaszcza dla wodoru i dla powietrza, które w uważanych temperaturach i ciśnieniach zbliżają się do zachowania, przepisanego przez prawo Boyle'a.

§ 98. *Prawo Gay-Lussaca.*

Chcemy teraz poznać prawa, które łączą objętość gazu z jego ciśnieniem i temperaturą; chcemy wypowiedzieć te prawa w możliwie najogólniejszej postaci. Jak z § 51-go wiadomo, pierwszy krok, zmierzający do tego celu, zawdzięczamy Boyle'owi; prawo, przez tego badacza odkryte, ustanawia zależność, która zachodzi między objętością gazu a jego ciśnieniem w temperaturze niezmiennej. Drugi krok uczynili Charles, John Dalton oraz Gay-Lussac w końcu XVIII-go i w początku XIX-go stulecia; z ówczesnych, bardzo jeszcze niedokładnych spostrzeżeń wyprowadzili oni twierdzenia, które dziś przez skrócenie nazywamy zwykle prawem Gay-Lussaca. Wyobraźmy sobie, że wykonywamy doświadczenia następujące:

(I) Przypuśćmy, że w atmosferze pracowni panuje ciśnienie normalne jednej atmosfery. Naczynie N opisanego w § 97 ym przyrządu jest napełnione *powietrzem*; w znany sposób mierzymy wartość ilorazu $(V_{100}-V_0)/100V_0$ czyli średni spółczynnik rozszerzalności powietrza, pomiędzy 0° a 100° C, pod ciśnieniem stałem 1 atmosfery; przypuśćmy, iż znaleźliśmy wartość $\beta(0,100)$ tego spółczynnika. Mierzymy następnie średni spółczynnik rozszerzalności powietrza pomiędzy 0° C a punktem wrzenia alkoholu etylowego, znowu pod ciśnieniem stałem 1 atmosfery; wspomniany punkt wrzenia leży w 78° C, według skali termometru rtęciowego. Tworzymy iloraz: $(V_{78}-V_0)/78V_0$; przypuśćmy, że jego wartość wynosi $\beta(0,78)$. Zamiast alkoholu etylowego wybieramy toluol lub anilinę; punkty wrzenia tych substancyj, według skali termometru rtęciowego, wynoszą 109° C i 184° C; tworzymy zatem ilorazy

1. $\beta(0,109)=(V_{109}-V_0)/109V_0 \quad ; \quad \beta(0,184)=(V_{184}-V_0)/184V_0$

Wykonawszy takie pomiary, przekonywamy się, że

2. $$\beta(0,78)=\beta(0,109)=\beta(0,184)=\beta(0,100)$$

Spółczynnik rozszerzalności powietrza, pod stałem ciśnieniem 1 atmosfery, jest *niezależny* od górnej granicy, do której rozciąga się badany zakres temperatur, rozpoczynający się zawsze od 0° C. Możemy więc odtąd opuszczać przymiotnik «średni» w nazwie, którą temu spółczynnikowi nadajemy.

(II) Opisaliśmy szereg pomiarów rozszerzalności powietrza pod stałem ciśnieniem 1 atmosfery. Wykonywamy drugi podobny

szereg pomiarów pod stałem ciśnieniem 0·75 lub 0·50 atmosfery, trzeci pod stałem ciśnieniem 1·25 lub 1·50 atmosfery. Otrzymamy wartość spółczynnika rozszerzalności β, niezależną od górnej granicy badanego zakresu temperatur, *tę samą*, jaką znaleźliśmy pod ciśnieniem 1 atmosfery. Spółczynnik rozszerzalności powietrza, badanego pod pewnem stałem ciśnieniem, *nie* zależy od wartości tego ciśnienia; innemi słowy, nie zależy on od gęstości powietrza.

Na zasadzie prawa Boyle'a mogliśmy oczekiwać tego wyniku. Przypuśćmy istotnie, że uważana masa powietrza zajmuje objętości następujące:

pod ciśnieniem p: w 0° C: V_0 ; w temp. T: V
pod ciśnieniem p': w 0° C: V_0' ; w temp. T: V'

Według prawa Boyle'a mamy wówczas

3. $$p'V' = pV \quad \text{oraz} \quad p'V_0' = pV_0$$

skąd wynika, iż

4. $$V' : V_0' = V : V_0$$

Jeżeli β jest spółczynnikiem rozszerzalności pod ciśnieniem p, zatem

5. $$V = V_0(1 + \beta T).$$

Lecz z równań (4) i (5) wyprowadzamy

6. $$V' = V_0'(1 + \beta T),$$

zatem β jest również spółczynnikiem rozszerzalności pod ciśnieniem p'. Obecny wynik (II) potwierdza przeto, że powietrze, w zakresie uważanych ciśnień i temperatur, stosuje się do prawa Boyle'a.

(III) Wykonywamy szereg doświadczeń nad *rozprężliwością* powietrza, podobnych do opisanych przed chwilą doświadczeń, które wykonaliśmy nad jego *rozszerzalnością*. Wynik jest zupełnie podobny. Spółczynnik γ rozprężliwości powietrza, badanego w stałej objętości V, jest niezależny od górnej granicy wybranego do doświadczeń zakresu temperatur; jest również niezależny od wartości objętości V, zajmowanej przez powietrze lub, innemi słowy, nie zależy od gęstości powietrza. Wartość wreszcie spółczynnika rozprężliwości γ wypada *równa* poprzednio znalezionej wartości spółczynnika rozszerzalności β. Wszystkie te wyniki nie są niespodziewane; potwierdzają one, jak wiemy, że powietrze stosuje się do prawa Boyle'a w zakresie uważanych ciśnień i temperatur.

(IV) Nad cieplną rozszerzalnością i rozprężliwością wodoru, helu, tlenu, azotu, argonu, tlenku węgla i t. p. wykonywamy szereg doświadczeń, podobnych do opisanych doświadczeń, w których badaliśmy rozszerzalność i rozprężliwość powietrza. Wyniki są zupełnie podobne. Spółczynniki β i γ rozszerzalności

i rozprężliwości wymienionych gazów okazują się znów niezależne od wybranego zakresu temperatur oraz od gęstości; wartości tych spółczynników wypadają znów równe sobie; wspólna ich wartość okazuje się *równa* wartości, którą mają spółczynniki β i γ powietrza.

Treść twierdzeń powyższych możemy więc krótko wypowiedzieć w postaci następującej: *wspólna wartość spółczynników rozszerzalności i rozprężliwości, niezależna od zakresu temperatur ani od gęstości, jest jednakowa dla rozmaitych gazów.* Twierdzenie to nazywamy *prawem Gay-Lussaca.* Czy ono wyraża zasadę ścisłą i dokładną? Powinniśmy pojmować je podobnie jak prawo Boyle'a (§ 52). Gazy nie stosują się bezwzględnie ani do pierwszego ani do drugiego; zbliżają się jednak do zachowania, przepisanego przez obadwa, gdy ich gęstość jest nieznaczna i temperatura nie jest zbyt niska. Rozszerzamy więc odtąd pojęcie *gazu doskonałego*, jak to już zapowiedzieliśmy w § 52-im. Przez wyrażenie «gaz doskonały» będziemy rozumieli ciało fikcyjne, które w każdej gęstości i w każdej temperaturze czyniłoby ściśle zadosyć zarówno prawu Boyle'a jak prawu Gay-Lussaca. Gazy rzeczywiste nie są doskonałe; ale ich własności zbliżają się do własności gazów doskonałych, gdy gęstość staje się coraz mniejsza a temperatura jest dostatecznie wysoka. Gdy gęstość gazu coraz bardziej maleje a temperatura jest dostatecznie wysoka, spółczynniki rozszerzalności i rozprężliwości wszystkich gazów *dążą do pewnej wspólnej czyli powszechnej wartości granicznej.* Wartość ta jest bardzo ważna w fizyce i wyznaczono ją starannie; wiemy dzisiaj, że ona wynosi

0·0036618 czyli 1/273·09;

będziemy ją odtąd dla zwięzłości oznaczali przez literę α.

§ 99. *Równanie zasadnicze gazów doskonałych.*

Przypuśćmy, że masę M gazu *doskonałego* możemy poddawać działaniu rozmaitych ciśnień i temperatur. Pod ciśnieniem p_0, w temperaturze 0° C, masa M zajmuje objętość V_0; ten stan masy M, określony przez wartości p_0, 0° C i V_0, nazywamy *początkowym*; uważamy go za stan zadany, niezmienny. Ogrzewamy teraz masę M pod stałem ciśnieniem p_0 do temperatury T; masa ta przybiera wówczas objętość

1. $$V' = V_0(1 + \alpha T)$$

gdzie α oznacza ułamek 1/273·09. W temperaturze stałej T poddajemy masę M innemu ciśnieniu p; masa przybiera objętość V, gdzie

2. $$p_0 V' = pV$$

Z równań (1) i (2) wyprowadzamy

3. $$pV = p_0 V_0(1 + \alpha T) = \alpha p_0 V_0 \left(\frac{1}{\alpha} + T\right)$$

Stan początkowy (p_0, 0° C, V_0) jest niezmienny; stan końcowy (p, T, V) możemy uważać, przeciwnie, za dowolny i zmienny. W tem rozumieniu iloczyn $\alpha p_0 V_0$ jest wielkością stałą; równanie (3) jest zatem związkiem, zachodzącym pomiędzy dowolnie zmiennemi trzema wielkościami p, V i T. W związku tym zawiera się jednocześnie prawo Boyle'a i prawo Gay-Lussaca; przypuszczając, że T jest stała, powracamy istotnie do pierwszego prawa; przypuszczając, że p jest stałe lub że V jest stała, powracamy do drugiego. Równanie (3) nazywamy z tego powodu *zasadniczem równaniem gazów doskonałych.*

Równaniu gazów doskonałych możemy nadać kształt bardziej dogodny. Wielkość $1/\alpha$ ma wartość 273·09; przesuwamy zatem o 273·09 stopnie Celsjusza ku dołowi zero skali termometru, na którym odczytujemy temperatury; innemi słowy, wprowadzamy *nową skalę termometryczną*, której zero leży w −273·09° C; rozległość stopni tej skali ma być taka sama, jak w dotychczasowej. Rozumiejąc przez θ tak mierzoną temperaturę, mamy

4. $$\theta = \frac{1}{\alpha} + T$$

Pisząc jeszcze R zamiast stałej $\alpha p_0 V_0$, otrzymujemy ostatecznie, zamiast równania (3), równoważne mu następujące:

5. $$pV = R\theta$$

Taką postać równania gazów doskonałych zawdzięczamy francuskiemu uczonemu Clapeyronowi.

Posługując się skalą temperatur θ, liczonych od −273·09° C, upraszczamy wysłowienie prawa Gay-Lussaca; jak widzimy z równania (5), zarówno objętość V danej masy gazu doskonałego (pod stałem ciśnieniem) jak jej ciśnienie p (w stałej objętości) są wprost proporcjonalne do θ. Ta okoliczność daje niekiedy powód do wniosków zgoła nieuzasadnionych. Czytujemy nieraz, jakoby z równania (5) miało wynikać, iż gazy «wywierają ciśnienie równe zeru» albo też «zajmują objętość równą zeru» w temperaturze −273·09° C. Wiemy, że

równanie (5) streszcza w sobie prawa, do których rzeczywiste gazy stosują się przybliżenie w gęstościach niezbyt znacznych i w temperaturach dostatecznie wysokich. Przypuśćmy, że którykolwiek ze znanych nam gazów, np. azot, hel, wodór i t. p., poddajemy wpływowi temperatur coraz niższych, które (arytmetycznie) zbliżają się do —273·09° C. Takie doświadczenia często wykonywano; okazywało się zawsze, że badany gaz nawet w grubem przybliżeniu *nie* czyni wówczas zadosyć równaniu (5). Skoro tak jest, więc wyprowadzanie z tegoż równania (5) wniosków o tem, jak zachowałby się gaz w —273·09° C, jest oczywistą niedorzecznością.

§ 100. Skala termometru gazowego.

W dotychczasowych wywodach, poświęconych nauce o cieplnych zjawiskach, posługiwaliśmy się skalą termometru rtęciowego, która zasadza się na rozszerzalności rtęci a po części także i szkła. Wiemy, że ta skala nie jest zadawalniająca. Godny zaufania termometr powinien być porównywalny z każdym innym termometrem, zbudowanym na tej samej zasadzie; powinien również, rzecz oczywista, sam ze sobą zawsze pozostawać porównywalnym. Wiemy, że termometr rtęciowy nie posiada tych własności (§ 19). Starannie go sporządzając, z termometru rtęciowego możemy uczynić użyteczny *termoskop*; ale za *termometr* możemy go uważać tylko w potocznym użytku, gdy dokładność pomiarów nie jest wymagana.

Mając te okoliczności na uwadze, spostrzegamy, że gazy są stosowniejszą substancją termometryczną aniżeli rtęć. Rozszerzalność wodoru jest około 180 razy większa niż średnia sześcienna rozszerzalność szkła; rozszerzalność rtęci jest od niej tylko 8 razy większa. Rozszerzalność naczynia, w którem zawiera się gaz termometryczny, odgrywa więc rolę podrzędną w działaniu termometru gazowego; wpływ tej rozszerzalności możemy zresztą wyrugować niemal zupełnie przez właściwe urządzenie termometru lub przez wprowadzenie należytych poprawek.

Postanawiamy zatem opierać odtąd skalę termometryczną na *gazowym termometrze*. Istnieją jednak rozmaite ciała gazowe: wodór, hel, azot, argon, tlen i wiele innych; które z pomiędzy nich wybierzemy za substancję termometryczną? Gdyby istniał gaz doskonały, napełniony nim termometr byłby narzędziem bezwzględnie ścisłem i pewnem; ale wiemy, że gazy doskonałe tylko w ludzkiej wyobraźni istnieją; naczynia termometrycznego przyrządu nie można fikcją napełnić. Jesteśmy zmuszeni do wy-

boru, który powinien kierować się praktycznemi względami; ze stanowiska czystej teorji będzie on zawsze dowolny.

Przypuśćmy, że wybieramy *wodór* za termometryczną substancję; zasadzając się na jego cieplnych własnościach, możemy zbudować *dwie* skale temperatur; jedna polega na rozszerzalności, druga na rozprężliwości wodoru. Przypuśćmy po pierwsze, że mamy masę M wodoru, którą utrzymujemy pod stałem ciśnieniem p_0; masa ta w 0° C zajmuje objętość V_0; w 100° C, pod tem samem ciśnieniem p_0, zajmuje objętość V_{100}. Tworzymy średni spółczynnik rozszerzalności wodoru β pomiędzy 0° a 100° C:

1. $$\beta = (V_{100} - V_0)/100 V_0$$

Wyobraźmy sobie, że mamy zmierzyć temperaturę ciała N. Wprowadzamy masę M wodoru w cieplne zetknięcie z ciałem N i gdy doszło między niemi do równowagi, mierzymy objętość V, którą przybrała masa M pod ciśnieniem p_0. Za pomocą równania

2. $$\vartheta' = \frac{V - V_0}{\beta V_0} = 100\,\frac{V - V_0}{V_{100} - V_0}$$

określamy nową wielkość ϑ', którą teraz nazywamy «temperaturą wodoru» a zatem także temperaturą ciała N. Ustanowiliśmy tym sposobem *pierwszą termometryczną skalę wodorową*, polegającą na rozszerzalności wodoru pod stałem ciśnieniem. Zero tej skali leży w 0° C, jej punkt 100 znajduje się w 100° C; dopóki wodór pod ciśnieniem p_0 stosuje się przybliżenie do prawa Gay-Lussaca, stopnie tej skali, jak łatwo widzimy, różnią się mało od stopni dawnej naszej skali, która zasadzała się na rozszerzalności rtęci i szkła. Przyrząd, przedstawiony na rys. 127-ym, gdy został napełniony wodorem niezbyt znacznej gęstości, może być użyty jako termometr wodorowy, działający na zasadzie rozszerzalności gazu, zgodnie z pierwszą skalą wodorową; taki termometr jest narzędziem wiarogodnem i ścisłem w szerokim zakresie skali temperatur.

Podobnie budujemy *drugą termometryczną skalę wodorową*, polegającą na rozprężliwości wodoru w stałej objętości. Przypuśćmy, że masa M wodoru w 0° C i w objętości V_0 wywiera ciśnienie p_0, w temperaturze zaś 100° C i w tej samej objętości V_0 wywiera ciśnienie p_{100}. Tworzymy średni spółczynnik rozprężliwości wodoru γ pomiędzy 0° a 100° C:

3. $$\gamma = (p_{100} - p_0)/100 p_0$$

Ażeby zmierzyć temperaturę ciała N, wprowadzamy masę M wodoru w cieplne zetknięcie z tem ciałem i gdy między obiema masami doszło do równowagi, mierzymy ciśnienie p, które wodór wywiera w stałej objętości V_0. Za pomocą równania

$$4. \qquad \vartheta'' = \frac{p - p_0}{\gamma p_0} = 100\,\frac{p - p_0}{p_{100} - p_0}$$

określamy nową wielkość ϑ'', którą nazywamy obecnie «temperaturą wodoru» a zatem także temperaturą ciała N. Ustanowiliśmy tym sposobem drugą skalę wodorową; jej zero leży w 0° C, jej punkt 100 jest identyczny z temperaturą 100° C; dopóki wodór, którym posługujemy się, czyni przybliżenie zadosyć prawu Gay-Lussaca, stopnie tej skali różnią się nieznacznie od stopni pierwszej a także od stopni skali rtęciowego termometru. Napełniony wodorem niedużej gęstości, przyrząd znany nam z rys. 127-go może być użyty jako wodorowy termometr, funkcjonujący dzięki rozprężliwości gazu, zgodnie z drugą skalą wodorową; taki termometr jest równie dokładny jak poprzedni, zasadzający się na rozszerzalności wodoru, jest zaś praktycznie dogodniejszy w użyciu.

Na zebraniach, odbytych w latach 1887 i 1889, Rada międzynarodowa Miar i Wag zaleciła, jako normalną skalę termometryczną, skalę wodorową drugą, polegającą na rozprężliwości wodoru w objętości stałej; według tych uchwał, początkowe ciśnienie gazu w 0° C powinno być równe ciśnieniu słupa rtęci o wysokości 100 cm. Ta skala, zwana zwykle *międzynarodową*, służy w badaniach naukowych za podstawę ścisłych termometrycznych pomiarów.

Przytaczamy tu jeszcze, dla objaśnienia wyniki otrzymane przez fizyka angielskiego Callendara. Wyobraźmy sobie dwa wodorowe termometry; pierwszy polega na rozszerzalności, drugi na rozprężliwości gazu. Jeżeli te termometry zgadzają się ze sobą w 0° i 100° C, największa różnica ich wskazań przypada pomiędzy 40° a 60° C i wynosi około 0·001 stopnia. Jeżeli pierwszy termometr jest napełniony wodorem, drugi azotem i obadwa działają dzięki rozszerzalności gazów, największa różnica ich wskazań, przypadając w tej samej okolicy, wynosi około 0·02 stopnia; różnica ta spada do 0·005 stopnia, gdy funkcjonowanie obydwu przyrządów zasadza się na rozprężliwości gazów.

Zadania.

1. Jaką objętość zajmuje 1 gram suchego, czystego powietrza, pod ciśnieniem 1 atmosfery, w temperaturach 0°, 50°, 100° C?

2. Gęstość wodoru, znajdującego się w 0° C, pod ciśnieniem 1 atmosfery, wynosi 0·09 gr/litr; ile wodoru mieści się w 2·5 litrach, w temp. 95° C, pod ciśnieniem 1·2 atmosfery?

3. Masa M azotu, w 25° C, pod ciśnieniem 1 atmosfery, zajmuje objętość 100 cm³; jaką zajmie objętość, pod tem samem ciśnieniem, w 50° C? jaką zajmie objętość w 110° C pod ciśnieniem 1·3 atmosfery?

4. Pewna masa powietrza wypełnia 30 litrów w 27° C pod ciśnieniem 1 atm.; o ile zmniejszy się jej objętość, gdy, bez zmiany ciśnienia, oziębimy ją do 7° C?

5. Przypuszczając, że objętość pewnej masy helu pozostaje niezmienna, zapytujemy: w jakiej temperaturze ciśnienie gazu jest dwa razy większe aniżeli w 17° C?

6. W 0° C naczynie szklane ma dokładnie pojemność 3 litrów; ile gramów powietrza (pod ciśnieniem atmosferycznem normalnem) zawiera się w naczyniu w temperaturze 100° C?

7. Cienkościenny balon szklany nie powinien być poddany działaniu wewnętrznego ciśnienia, przenoszącego 5 atmosfer. Do ilu stopni możemy ogrzewać w nim bezpiecznie masę powietrza, które w 30° C wywierało ciśnienie 3-ch atmosfer?

8. Powietrze znajduje się pod ciśnieniem 720 mm; w jakiej temperaturze litr tego powietrza będzie miał dokładnie masę 1 grama?

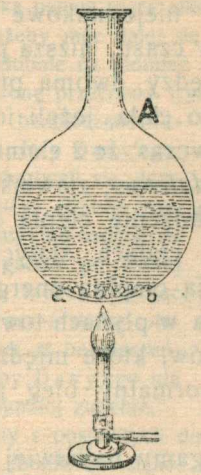
9. Podnosimy temperaturę pewnej masy wodoru z 13° do 299° C; jednocześnie podwajamy ciśnienie, pod którem ona zostaje. Jak zmieni się objętość wodoru?

§ 101. O unoszeniu ciepła.

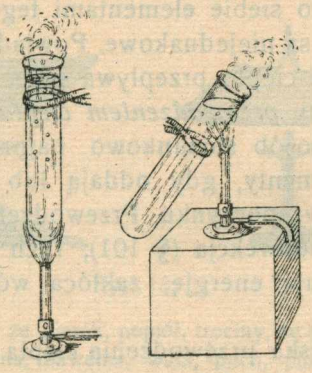
Wiemy, że objętość niemal każdego płynu powiększa się, gdy go ogrzewamy; ponieważ masa płynu pozostaje wówczas niezmienna, zatem jego gęstość maleje. Przypuśćmy, że w dużej masie płynu ogrzewa się tylko jedna cząstka c; cząstka c staje się wówczas rzadsza niż płyn otaczający; ponieważ może się ona poruszać w płynie z łatwością, przeto wypływa do góry, podobnie jak kropla oliwy, znalazłszy się w łonie masy wodnej, musiałaby wypłynąć do góry. Płynąc ku górze, cząstka c zabiera ze sobą czyli *unosi* cieplną energję, którą jest obdarzona; w miejsce gorącej cząstki c napływają chłodniejsze d, e, f; jeśli one ogrzeją się, również popłyną ku górze. Takie zjawiska nazywamy *konwekcją* czyli *unoszeniem* ciepła; odbywają się one tylko w płynach; w ciałach stałych konwekcja oczywiście jest niemożliwa.

W sporym balonie szklanym A (rys. 128) znajduje się woda; na dnie, w miejscu ab, rozsypano nieco fragmentów koszenili; mało co gęstsze niż woda, są one łatwo wprawiane w ruch przez prądy wody. Ogrzewamy ostrożnie w miejscu ab, małym płomykiem; jak widzimy z ruchu fragmentów, woda gorąca podnosi się strugami do góry; stygnąc w zetknięciu z górnemi warstwami, opada napowrót, odpływając ku bocznym ściankom. Doświadczenie to tłumaczy, dlaczego konwekcja może bardzo istotnie przyśpieszać ogrzewanie się mas płynnych; dwa sposoby zagotowania wody, przedstawione na rys. 129-ym, są dobrą illustracją tego doniosłego wpływu konwekcji. Innym w tej mierze przykładem

jest następujący: w kartonowem pudełku można zagotować wodę; ścianki nie zapalają ani zwęglają się wówczas, ponieważ woda zabiera i szybko unosi cieplną energję, której płomień dostarcza.

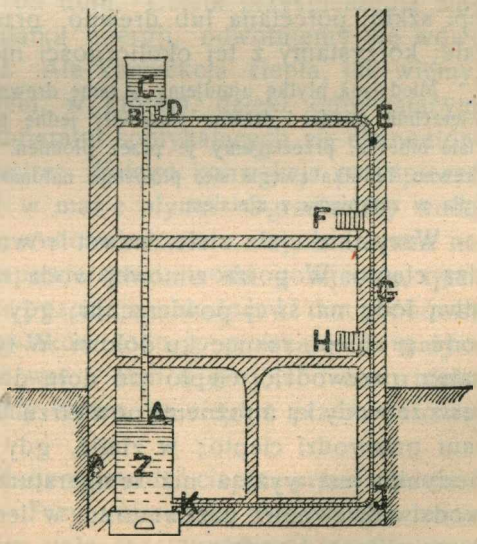


Rys. 128.



Rys. 129.

Działalność t. zw. *ogrzewań centralnych* jest również przykładem zjawisk unoszenia ciepła i ich zastosowaniem praktycznem. Wyobraźmy sobie, że w podziemiu budynku znajduje się zbiornik wody *Z* (rys. 130), rodzaj kotła, w którym ona ogrzewa się, np. do 70° lub 80° C. Możliwie wysoko (np na poddaszu) umieszczono inny zbiornik *C*, który z *Z* łączy się dwiema drogami: przewodem wprost pionowo do góry idącym *AB* oraz drugim przewodem *KJHGFED*; ten drugi przewód okrąża budynek i zawiera ogrzewalniki *H*, *F* i t. d. Ogrzana w *Z* woda płynie do góry rurą *AB*, napełnia *C*, lecz wówczas musi powrócić do *Z* drogą *DEFGHJK*; istotnie, kolumna cieczy *AB* jest gorętsza niż *KJHGFED* a zatem jest rzadsza. Woda gorąca krąży zatem w sieci rur i ogrzewa budynek. Z rurek szklanych, z kolby (zamiast *Z*) i z lejka (jako *C*) możemy łatwo zbudować *model* ogrzewania centralnego; zabarwiwszy wodę w *Z*, śledzimy jej krążenie w przyrządzie.



Rys. 130.

§ 102. O przewodzeniu ciepła.

Temperatury dwóch ciał, znajdujących się ze sobą w zetknięciu, dążą do wyrównania się, jeżeli są niejednakowe (§ 11); wyższa temperatura obniża się z biegiem czasu, niższa podnosi się. To samo zjawisko odbywa się pomiędzy dwoma przylegającemi do siebie elementami tego samego ciała, jeżeli ich temperatury są niejednakowe. Powiadamy wówczas, że z elementu do elementu ciepło przepływa przez *przewodnictwo*; zjawisko takie nazywamy *przewodzeniem ciepła.* Przewodzenie ciepła odbywa się w sposób stosunkowo najprostszy w ciałach stałych, których elementy, gdy oddają lub pobierają cieplną energję, pozostają w spoczynku. Przewodzeniu ciepła w płynach towarzyszy zwykle konwekcja (§ 101); ruch elementów, które między sobą wymieniają energję, zakłóca wówczas normalny bieg przewodzenia.

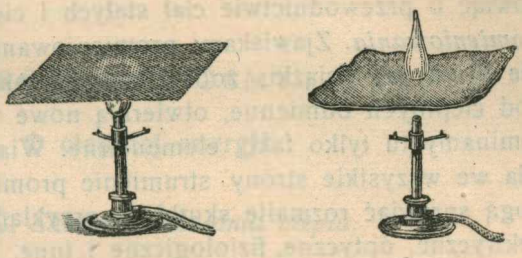
Zjawiska przewodzenia ciepła spostrzegamy najłatwiej w metalach; przewodnictwo cieplne tych ciał jest nam znane z codziennych doświadczeń. Gdy odwar gorący mieszamy srebrną łyżeczką, czujemy niebawem, że metal ogrzewa się stopniowo w całej swej długości. Rozgrzana do czerwoności na jednym końcu sztaba żelazna parzy na przeciwległym. Inne ciała stałe, np. szkło, porcelana lub drewno, przewodzą gorzej aniżeli metale; korzystamy z tej okoliczności nieraz w życiu potocznem.

Miedzianą płytkę ujmujemy w ramę drewnianą, starając się o to, ażeby powierzchnie miedzi i drewna stanowiły jednę płaszczyznę. Pokrywszy obadwa ciała bibułką, przeciągamy je przez płomień. W miejscach, które pokrywały drewno, bibułka zwęgla się; pozostaje natomiast nienaruszona wszędzie, gdzie była w zetknięciu z metalem.

Wszystkie ciała stałe, nawet również ciecze i gazy, przewodzą ciepło. W porze zimowej woda w jeziorze powleka się warstwą lodu na swej powierzchni; gdy mróz trwa długo, warstwa lodu grubieje, rosnąc ku dołowi. W tym razie warstwa lodu musi zatem przewodzić ciepło od dołu do góry, od niezamarzniętej jeszcze wody ku mroźnemu powietrzu. Zbudowany z cegieł i wapna mur przewodzi ciepło; w zimie, gdy temperatura ogrzewanego budynku jest wyższa niż temperatura powietrza w ulicy, przewodzi odwewnątrz nazewnątrz; w lecie kierunek przewodzenia bywa nieraz przeciwny.

Wrażenie zimna, którego doznajemy, dotykając mosiężnej klamki lub żelaznej poręczy, wystarcza do wykazania, że metale są stosunkowo dobremi

przewodnikami ciepła; srebro, złoto i miedź celują w tym względzie. Z drutu miedzianego, mającego około 2 mm średnicy, przyrządźmy cewkę spiralną, która obejmowałaby szczelnie niewielki płomyk lampki alkoholowej; gdy płomień otaczamy taką osłoną, para alkoholu stygnie zbyt szybko (dzięki przewodnictwu miedzi), ażeby móc dalej się palić; płomień więc gaśnie. Zimna siatka druciana działa podobnie na płomień palnika Bunsena; przecina go ona i nie dopuszcza na stronę przeciwną (rys 131). Na tej zasadzie polega urządzenie t. zw. «lampy bezpieczeństwa» Sir Humphry Davy'ego, którą posługiwali się dawniej górnicy; zbytnie rozgrzanie siatki lub nadmierne ciśnienie gazów po jednej jej stronie może wywołać przejście przez siatkę płomienia, tak iż bezpieczeństwo lampy Davy'ego nie jest bynajmniej zupełne.



Rys. 131.

Wiemy z pospolitych doświadczeń, że piasek, popiół, trociny, że korek, róg, kauczuk, ebonit, że siano, słoma, wełna, bawełna, wata, puch, pilśń, pierze, futra i t. p. materjały przewodzą ciepło słabo, nieporównanie gorzej niż miedź albo srebro. Niema jednakże ciał, które wcale nie przewodziłyby ciepła; zupełne cieplne izolatory nie istnieją.

Gdy chcemy zagotować wodę, umieszczamy płomień pod naczyniem; ogrzewamy wodę od dołu. Celem przyśpieszenia zjawiska i zaoszczędzenia wydatku energji, odwołujemy się wówczas do pomocy konwekcji. Ale konwekcja ciepła, jak wiemy, jest w istocie przewodzeniem, w którem, dzięki odbywającym się przepływom, różnice temperatur spotykających się elementów płynu są zawsze duże i ostre; dlatego konwekcja przyśpiesza wyrównanie się temperatur w masie płynu. Ogrzewajmy wodę w próbówce od góry, jak w doświadczeniu, wyobrażonem na rys. 129-ym; u szczytu, na powierzchni, woda gotuje się, tymczasem warstwy niżej leżące pozostają chłodne. U dna próbówki możemy umieścić kilka kawałków lodu, przyciskając je małym ołowianym krążkiem; woda wre i kipi u góry, lód zaś u dołu nie topi się wcale. Wnosimy zatem, że cieplne przewodnictwo wody jest nieznaczne.

Wyobraźmy sobie, że próbujemy zbadać cieplne przewodnictwo atmosferycznego powietrza. Przypuśćmy, że warstwa powietrza oddziela od siebie dwa ciała stałe P i Q; ciało P ma temperaturę wyższą, Q niższą. W gazach, jak wiemy, unoszenie ciepła odbywa się łatwo; musimy zabezpieczyć się zatem od zakłóceń,

sprawianych przez konwekcję. Osiągamy ten cel w pewnej mierze, zamykając gaz w ciasnych komorach, w których jego krążenie jest trudne; osiągamy nasz cel jeszcze skuteczniej, gdy gaz rozrzedzamy, co (aż do pewnej granicy rozrzedzenia) nie wywiera wpływu na przewodnictwo. Musimy jednak liczyć się tutaj z innem jeszcze zjawiskiem, które mogliśmy pomijać milczeniem, mówiąc o przewodnictwie ciał stałych i ciekłych: ze zjawiskiem *promieniowania*. Zjawiskami promieniowania zajmiemy się w tomie III-im tej książki; zobaczymy, że one, od mechanicznych i od cieplnych odmienne, otwierają nowe w nauce widoki. Przypominamy tu tylko fakty elementarne. Wiadomo, że słońce rozsyła we wszystkie strony strumienie promienistej energji, które mogą sprawiać rozmaite skutki: naprzykład cieplne, chemiczne, elektryczne, optyczne, fizjologiczne i inne. Wiadomo, że opalony piec lub blacha rozgrzana do czerwoności wysyła podobnie promienistą energję; że *każde* ciało promieniuje w *każdej* temperaturze; to promieniowanie (jak z przytoczonych przykładów widzimy) może przebiegać zarówno próżnię niebieskich otchłani jak zwykłe atmosferyczne powietrze. Powróćmy do zachowania się zawartej pomiędzy ciałami P i Q warstwy powietrza. Dzięki przewodnictwu powietrza, pewna ilość cieplnej energji przepływa od P do Q w każdej sekundzie; lecz, niezależnie od przewodzonego, przepływa tu jeszcze drugi strumień energji; ciało P promieniuje silniej niż Q, zatem Q w każdej sekundzie zyskuje pewną ilość energji. Obecność powietrza sprawia *przewodzenie*; ale promieniowania ona *nie* sprawia, raczej przeszkadza promieniowaniu, zresztą nieznacznie. Jeżeli z pomiędzy ciał P i Q usuniemy powietrze, przewodzenie ustaje, promieniowanie zaś trwa niemal niezmiennie; przez porównanie możemy tym sposobem ocenić przewodnictwo cieplne powietrza.

Ciała gazowe są naogół złemi przewodnikami ciepła; najlepiej z pomiędzy nich przewodzi hel oraz wodór, inne gazy słabo przewodzą. Ochronne działanie tkanin, z których wyrabiana bywa nasza odzież, polega w pewnej mierze na słabem przewodnictwie zalegającego w nich powietrza i na utrudnionej konwekcji; lecz w tem działaniu istotną rolę grają także hygroskopijne własności materjałów, które w rozmaitym stopniu pochłaniają lub przepuszczają parę wodną, wydzielaną przez organizm.

ROZDZIAŁ ÓSMY.

O cieplnej energji.

§ 103. Skutki i działania ciepła.

Skutki i działania ciepła objawiają się w całej przyrodzie, towarzyszą wszystkim zajęciom i trudom człowieka. Płomień, chociaż może stać się szkodliwy lub zgubny, bywa przecież codziennie najpracowitszym, najpożyteczniejszym naszym pomocnikiem i sługą. Przy pomocy ciepła, którego ogień dostarcza, przyrządzamy potrawy, opalamy mieszkania, przebywamy oceany i lądy, wprawiamy w ruch niezliczone mechanizmy fabryczne; bez węgla i innego paliwa niepodobna wyobrazić sobie rękodzieł, przemysłu ani pracowni chemicznej, ani wogóle cywilizacji społeczeństw spółczesnych. Dziełem ciepła, którem nas promieniowanie słońca obdarza, są prądy atmosfery ziemskiej, jej wiry i burze; za jego przyczyną padają deszcze, przy jego udziale wiosna budzi świat roślinny do życia; dzięki temu ciepłu nie giniemy z pragnienia, z głodu i zimna.

Wpływy i zjawiska tak ważne i tak różnorodne zajmują oddawna umysł człowieka. Przez wieki płomień był przedmiotem zabobonnej czci i obawy. Gdy później myśl ludzka, wyszedłszy z niemowlęctwa, unosiła się młodocianym porywem fantazji, płomień lub może idealny pierwiastek płomienny miał być jednym z *żywiołów*, z których, jak sądzono, utworzony jest świat. Powoli uczono się przyglądać się rzeczywistości i czytać w niej prawdę. Trudno zdołano, z niemałym wysiłkiem, odróżnić *ciepło* od gazów, *gazy* od płomieni, płomienie od duchów; świadczą o tem ślady, które pozostały we wszystkich językach; świadczy sam wyraz *gaz*, rozpowszechniony w początku XVII-go stulecia przez Jana Baptystę van Helmont z Brabantu a tak bli-

sko pokrewny niem. wyrazowi *Geist*, ang. *Ghost*. Jeszcze w XVIII-em stuleciu sądzili poważni badacze, że ciepło można *zważyć*, że je można *zobaczyć*; niektórzy utrzymywali, że ono jest «poprostu, zwykłem powietrzem». Jeszcze w XIX-em stuleciu, jak zobaczymy, uważano ciepło za płyn subtelny, za nieważką substancję i zastanawiano się nad pytaniem, czy ono może tworzyć związki chemiczne. Dopiero po niezliczonych niepowodzeniach zrozumiano nareszcie, że, usiłując rzutem wyobraźni odgadnąć naturę, zbaczamy najczęściej na jałowe manowce. Do poznania praw rzeczywistości prowadzi nas doświadczenie; rozumowanie toruje mu drogę, uogólnianie wykańcza jego wyniki i kieruje je ku rozwiązalnym zadaniom.

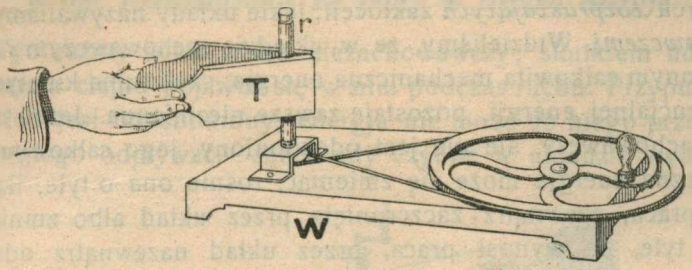
§ 104. Związek pomiędzy cieplnemi a mechanicznemi zjawiskami.

Gdziekolwiek ruch ciał natrafia na tarcie lub opór, wszędzie tam pojawia się ciepło. Pocierając metalowy guzik o stół albo ławkę, czujemy, że guzik rozgrzewa się. Piłując drzewo, przekonywamy się wkrótce, że nasze narzędzie jest gorące. Osi wagonów rozgrzewałyby się podczas biegu pociągu bardzo niebezpiecznie, gdyby temu nie zapobiegano; co kilka stacyj widzimy istotnie, że smarowniczy odnawia zapas smaru, zawarty w zbiorniku, który otacza każde łożysko. Jeszcze i dzisiaj, w krajach pierwotnych, ludzie niecą ogień tarciem; tak postępuje *Gaucho* na stepie, podobnie Eskimos lub dziki Tasmańczyk; nasze cywilizowane zapałki są tylko udoskonaleniem owego starodawnego postępowania.

W historji fizyki słynne są spostrzeżenia, których dokonał w r. 1798 hr. Rumford nad ciepłem, tworzącem się przez tarcie ciał stałych. Możemy powtórzyć te spostrzeżenia, w skali zmniejszonej, w doświadczeniu następującem. Na wirownicy *W* (rys. 132, por. § 67 tomu I-go) umieszczamy rurkę *r* miedzianą; nalewamy nieco alkoholu do rurki, zatykamy ją koreczkiem i wprawiamy w ruch obrotowy; gdy ujmiemy rurkę w kleszcze drewniane *T*, które możemy stosownie zaciskać, zewnętrzna powierzchnia rurki doznaje tarcia podczas obrotu. Alkohol w rurce ogrzewa się szybko i niebawem poczyna się gotować; tworząca się para wyrzuca koreczek gwałtownie do góry. Jeżeli w rurce *r*, zamiast

alkoholu, umieścimy nieco lodu, przekonamy się, że lód ten jest wkrótce stopiony.

Ciepło wytwarza się również skutkiem uderzenia, zwłaszcza, gdy ono jest mocne i nagłe. Rozgrzewamy sztabę żelazną, bijąc



Rys. 132.

ją młotem; uderzając o tarczę, pocisk ogrzewa się wyraźnie. W ciemności spostrzegamy, że koniom z pod podków wyskakują iskry na kamiennym bruku; cząstki kamienia, odłupane przez uderzenie, muszą rozżarzać się wówczas do białości.

Podobne zjawiska obserwujemy w ciałach ciekłych i lotnych. Wstrząsajmy przez pewien czas naczynie, które zawiera wodę albo rtęć; temperatura cieczy podnosi się. Marynarzom wiadomo, że woda morska ogrzewa się, gdy fale przelewają się i biją gwałtownie; u stóp wodospadu woda bywa cieplejsza aniżeli u szczytu. Przyrządzanie masła, które pospolicie polega na biciu śmietany, podnosi zawsze jej temperaturę. Kula armatnia rozgrzewa się w biegu; już Arystoteles o tem wspomina, że strzały mknące w powietrzu stają się cieplejsze. Z podobnej przyczyny rozgrzewają się znacznie w atmosferze ziemskiej aerolity i meteoryty, które biegną prędzej niż armatnie pociski.

§ 105. Zasada zachowania energji.

Spostrzeżenia, które zgromadziliśmy w artykule poprzednim, prowadzą bezpośrednio do wniosku, że pomiędzy mechanicznemi a cieplnemi zjawiskami istnieje bliski związek i spójnia. Taki wniosek jest dopiero początkiem naukowego poznania; nauka nie może na nim poprzestać. W nauce dążymy do wiedzy ścisłej; w tym celu posługujemy się pomocą pojęć *ilościowych*. Zapytujemy zatem: według jakich praw ilościowych wytwarza się ciepło w mechanicznych zjawiskach?

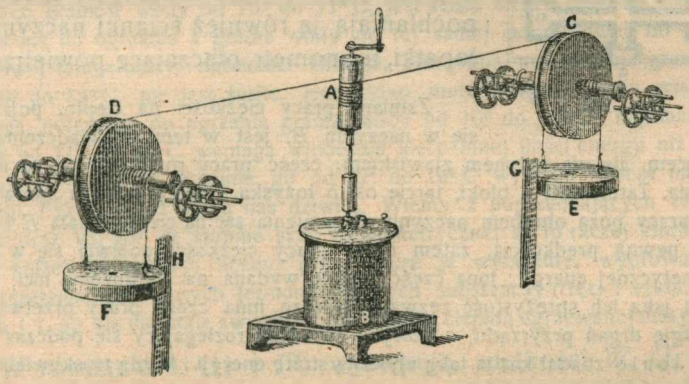
Do rozwiązania tego pytania jesteśmy przygotowani przez rozdział czwarty I-go tomu tej książki. W powołanym rozdziale wyobrażaliśmy sobie mechaniczne układy, w których nie objawia się tarcie, w których ruch nie napotyka oporów i innych podobnych *rozpraszających* zakłóceń; takie układy nazywaliśmy *zachowawczemi*. Widzieliśmy, że w układzie zachowawczym i odosobnionym całkowita mechaniczna energja, czyli suma kinetycznej i potencjalnej energji, pozostaje zawsze niezmienna. Jeżeli układ jest zachowawczy, ale nie jest odosobniony, jego całkowita mechaniczna energja może się zmieniać; rośnie ona o tyle, ile wynosi praca, zzewnątrz zaczerpnięta przez układ albo zmniejsza się o tyle, ile wynosi praca, przez układ nazewnątrz oddana. Lecz rzeczywiste układy w przyrodzie nie są zachowawcze. Każdemu ruchowi w przyrodzie towarzyszą tarcia, opory, uderzenia, zluźnienia i rozprzężenia budowy oraz inne podobne przeszkody, które zużywają i niszczą mechaniczną energję układu W takich razach układ traci mechaniczną energję a żaden inny jej nie zyskuje; co dzieje się wówczas z mechaniczną energją? czy ona może ulegać zagładzie? czy jakakolwiek energja może kiedykolwiek być unicestwiona?

Pomiędzy 1840 a 1845-ym rokiem Joule, Mayer i Helmholtz odpowiedzieli, jak wiemy, na te pytania, ustanawiając t. zw. *uogólnioną* czyli *powszechną zasadę zachowania energji*. Energja przeobraża się nieustannie w naturze, ale w niej nigdy nie ginie. Oprócz *mechanicznej* energji, której rozmaite objawy poznaliśmy w dotychczasowych rozdziałach tej książki, istnieją liczne *inne* kształty i rodzaje energji. Jeżeli w pewnym układzie i w jego otoczeniu okazuje się niedobór mechanicznej energji, ilość, która brakuje, musiała pojawić się w postaci cieplnej, chemicznej, elektrycznej, magnetycznej, elektromagnetycznej promienistej lub jakiejbądź innej energji. Każda postać energji może w zasadzie, jeżeli warunki pozwolą, zamienić się na każdą inną jej postać; taka zamiana, jeżeli dochodzi do skutku, odbywa się bez straty i zysku; ile energji ginie w pierwotnej postaci, tyle pojawia się w ostatecznej. Te założenia stanowią treść powszechnej zasady zachowania energji (§ 84 tomu I-go); one *łączą ilościowo i związują rozmaite zakresy zjawisk fizycznych*; na tem polega ich niezmierna doniosłość. Ponieważ rozciągają się one, o ile wiadomo, do wszystkich dziedzin zjawisk natury, stanowią

więc jedno z uogólnień najwyższych, do jakich umysł ludzki, badając świat przemian, zdołał wznieść się dotychczas.

§ 106. Przeobrażanie się pracy w cieplną energję.

Wyobraźmy sobie układ niezachowawczy; skutkiem uderzeń lub tarcia ciepło pojawia się w nim podczas ruchu. Przypuśćmy, iż układ jest odosobniony; energja nie może do niego przenikać ani z niego odpływać. Jeżeli siły czynne w układzie wykonały

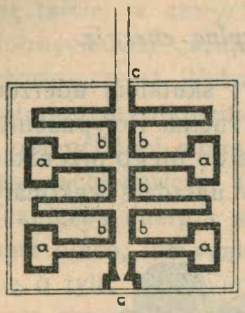


Rys. 133.

w nim ilość pracy W i jeżeli wiadomo, że, prócz cieplnej, żadna inna forma jego energji nie doznała zmiany, wówczas, podług § 105-go, ta sama ilość W cieplnej energji powinna pojawić się w układzie. Weźmy na uwagę przypadek konkretny, w którym możemy jasno zrozumieć, jak powyższe twierdzenie w rzeczywistości się sprawdza. Wybieramy w tym celu doświadczenie, wykonane przez Joule'a i opisane przez tego badacza w r. 1850; powtarzamy ten opis w nieco uproszczonej postaci.

Naczynie miedziane B (rys. 133) jest napełnione wodą: w tej wodzie wywiązujemy ciepło przez tarcie. Wewnętrzne urządzenie naczynia B możemy łatwo zrozumieć z rys. 134-go, na którym widzimy jego poprzeczne pionowe przecięcie. Dokoła osi cc (rys. 134) kręci się układ łopatek, jak np. aa na rysunku; nie uderzając o nieruchome przegródki bb, łopatki aa przebiegają koło nich bardzo blisko. W wodzie, wypełniającej naczynie B, zanurzony jest termometr, opuszczony na rysunkach. Obniżając się wzdłuż skal G, H (rys. 133) dwa ciała ciężkie E, F, za po-

średnictwem nici przerzuconych przez bloki *C*, *D*, obracają walec *A* a wraz z nim oś *cc* oraz łopatki *aa* (rys. 134); łopatki, biegnąc dokoła, wprawiają wodę w ruch; skutkiem oporów i tarcia, które ruch ten spotyka, kinetyczna energja wody przeobraża się w cieplną energję. Praca, wykonywana nad ciałami *E* i *F* przez siłę ciężkości, zamienia się taką drogą na cieplną energję, którą pochłania przedewszystkiem woda, zawarta w naczyniu *B*; w pewnej mierze (jak zobaczymy niebawem) pochłaniają ją również ścianki naczynia, oś, łopatki, termometr, otaczające powietrze i t. d.



Rys 134.

Zamiana pracy ciężkości na ciepło, pojawiające się w naczyniu *B*, jest w tem doświadczeniu przeważającem, ale nie jedynem zjawiskiem; część pracy rozprasza się na uboczne działania. Tarcie nici o bloki, tarcie osi o łożyska, opór powietrza sprawiają, że część pracy poza obrębem naczynia *B* zamienia się na ciepło. Ciała *E* i *F* opadają z pewną prędkością, zatem część pracy ciężkości pojawia się w postaci ich kinetycznej energji; inna część zostaje wydana na wydłużenie nici, w mierze, na jaką ich sprężystość zezwala; jeszcze inna część pracy przetwarza się w energję drgań przyrządu, o których świadczy rozlegający się podczas obrotu głos. Joule zbadał każdą taką uboczną stratę energji i każdą troskliwie uwzględnił w ostatecznym rachunku.

Przy pomocy opisanego przyrządu wykonywamy szereg doświadczeń; w każdem doświadczeniu mierzymy ilość pracy *W*, która zamienia się na pewną ilość *Q* cieplnej energji. Dla uproszczenia przypuśćmy, że ta ilość *Q* cieplnej energji jest pochłaniana wyłącznie przez masę *m* wody i służy jedynie do podnoszenia jej temperatury. Według zasady zachowania energji mamy przedewszystkiem

1. $$W = Q$$

Przez T_0 oznaczmy początkową, przez T końcową temperaturę wody; gdy masa *m* tego ciała pochłania ilość *Q* cieplnej energji, jego temperatura podnosi się o $T - T_0$. Zestawiamy teraz wartości *m*, *Q* oraz $T - T_0$, znalezione w rozmaitych doświadczeniach. Porównajmy ilości *Q*, potrzebne do wywołania pewnego danego podniesienia $T - T_0$ temperatury w różnych masach *m* wody; przekonywamy się, że ilość *Q* w tym razie jest ściśle proporcjonalna do masy *m*; wynik zrozumiały sam przez się, energja *Q* rozlewa się jednostajnie na masę *m* wody. Porównywamy

następnie ilości Q potrzebne do wywołania rozmaitych podniesień $T-T_0$ w pewnej danej masie m wody; spostrzegamy, że ilość Q w tem założeniu jest przybliżenie proporcjonalna do różnicy temperatur $T-T_0$. Oznaczając zatem przez c spółczynnik proporcjonalności czyli niezależną od m, przybliżenie zaś niezależną od $T-T_0$ wielkość stałą, mamy

$$2. \qquad Q = m\,c\,(T - T_0)$$

Stała c, jak powiedzieliśmy, jest niezależna od masy m; natomiast zależy, chociaż nieznacznie, od różnicy temperatur $T-T_0$. Energja, potrzebna do ogrzania 3-ch gramów wody od 10° do 11° C, jest ściśle 3 razy większa niż energja, potrzebna do ogrzania 1 grama wody od tej samej początkowej do tej samej końcowej temperatury; natomiast energja, potrzebna do ogrzania grama wody od 10° do 13° C, nie jest ściśle, lecz tylko mniej więcej 3 razy większa niż energja, potrzebna do ogrzania grama wody od 10° do 11° C. Ogrzanie grama wody od 11° do 12° C wymaga widocznie nieco innej ilości energji niż ogrzanie go od 10° do 11° C; ogrzanie go od 12° do 13° C wymaga jeszcze innej ilości energji. Fakty te nie mogą nas dziwić. Wiemy z poprzedzających rozdziałów (II-go oraz VII-go), że stopnie skali termometrycznej są to raczej *znaki* temperatur aniżeli ich *miary*; liczby, przez które je wyrażamy, wyprowadzają się z rozszerzalności pewnych termometrycznych substancyj (rtęci i szkła, wodoru, azotu i t. p.) ale nie mają związku z zawartością cieplną ogrzewanej masy m wody.

W równaniach (1) i (2) występują wielkości W, Q, m oraz $T-T_0$; jakiemi jednostkami mamy się posługiwać, gdy mierzymy te wielkości? Pracę W oraz ilość Q cieplnej energji mierzymy *ergami* (§ 71 tomu I-go); iloczyn $mc(T-T_0)$ musi zatem również wyrażać się w ergach. Ponieważ masę m mierzymy gramami (§ 40 tomu I-go), przeto iloczyn $c(T-T_0)$ wyraża się w jednostkach: erg/gram czyli cm^2/sek^2. Oznaczając dla zwięzłości przez «stop. C» stopień skali termometrycznej Celsjusza, powiadamy ostatecznie, że stała c wyraża się w jednostce następującej: erg/(gram $\times$ stop. C). W nauce o zjawiskach cieplnych znajomość wartości stałej c jest bardzo ważna; dla znalezienia tej wartości przedsięwzięto wiele badań i prac. Jeżeli początkowa temperatura wody T_0 wynosi 14·5° C, końcowa zaś 15·5° C, stała c ma wartość następującą:

$$3. \qquad c = 4{\cdot}18 \times 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{gram} \times \text{stop. C}}$$

W niniejszym rozdziale poznamy niektóre z pomiędzy metod badania, które doprowadziły do powyższego wyniku.

§ 107. Ilość ciepła. Zasady kalorymetrji.

W § 106-ym rozważaliśmy doświadczenie, w którem ilość Q cieplnej energji, pochłaniana przez masę m wody, wytwarza się ze znanej ilości W pracy, użytej na ogrzanie tej masy; w tym razie ilość Q jest *a priori* wiadoma, albowiem wyznacza ją zasada zachowania energji. Pewnej masie wody możemy jednak udzielić ciepła rozmaitemi sposobami; możemy naprzykład, jak to czynimy codziennie, wystawić ją poprostu na działanie płomienia. Przypuśćmy, że kilogram wody ogrzał się tym sposobem od 14·5° do 15·5° C. Nie znamy wówczas *a priori* ilości Q cieplnej energji, pochłoniętej przez wodę; nie możemy zastosować równania (1) poprzedzającego artykułu. Ale możemy przypuścić, że ówczesne równanie (2), mianowicie:

1. $$Q = mc(T - T_0)$$

nie przestaje obowiązywać. Zasadzając się na przytoczone w § 106-ym wartości stałej c, wyliczamy pochłoniętą ilość Q cieplnej energji podług zauważonej wartości podniesienia temperatury; kładziemy naprzykład:

2. $m = 1000$ gr; $T - T_0 = 1$ stop. C; wówczas:
$$Q = 4{\cdot}18 \times 10^{10} \text{ ergów.}$$

Polegające na takich zasadach mierzenie ilości cieplnej energji nie byłoby jednak łatwe ani dogodne; nie byłoby nawet dokładne, albowiem wyznaczenie wartości stałej c jest czynnością zawiłą i żmudną, której wynik nie może być wolny od drobnej niepewności. Jest to prawdą naukową doniosłości niezmiernej, że każda ilość cieplnej energji może powstać z pewnej określonej ilości pracy; ale w laboratorjum lub w fabryce nie mamy powodu odwoływać się do niej codziennie; w takich razach potrzeba nam postępowania krótszego i praktyczniejszego.

Rozwój nauki o zjawiskach cieplnych rozpoczął się w XVIII-em stuleciu, dzięki zwłaszcza pracom Józefa Blacka w Glasgowie (1728—1799). Jakkolwiek nie znał zasady zachowania energji, Black utworzył pojęcie t. zw. *ilości ciepła*, bardzo blisko związane z pojęciem cieplnej energji. *Ilością ciepła* nazywamy ilość cieplnej energji, pochłoniętą przez pewne ciało z otoczenia albo też oddaną przez ciało otoczeniu; jest to zatem *zysk* albo *strata* zawartej w ciele cieplnej energji. Określona przez równanie (1)

wielkość Q jest oczywiście ilością ciepła. Przyrządy, służące do mierzenia ilości ciepła, nazywamy *kalorymetrami*; dział nauki, poświęcony rozważaniu zasad i metod takich pomiarów, nazywamy *kalorymetrją*.

W artykule poprzednim porównywaliśmy ilości ciepła z ilościami pracy; mierzyliśmy je ergami, ponieważ jednostką pracy jest erg. W kalorymetrji postępujemy inaczej; porównywamy w niej jedne ilości ciepła z innemi ilościami ciepła. Za *jednostkę ilości ciepła* wybieramy w kalorymetrji ilość ciepła, której musimy dostarczyć jednemu gramowi wody (znajdującemu się pod ciśnieniem jednej atmosfery), ażeby jego temperatura podniosła się od 14·5° C do 15·5° C; tę jednostkę ilości ciepła nazywamy *kalorją*; każdą inną ilość ciepła mierzymy przez porównanie z kalorją. Przypuszczając naprzykład, jak przed chwilą, że kilogram wody ogrzał się od 14·5° do 15·5° C, powiadamy, że pochłonął on przytem 1000 kaloryj.

Powróćmy do równania (1); stosując je do przypadku, przewidzianego w określeniu kalorji, otrzymujemy

3. $$1 \text{ kalorja} = 1 \text{ gram} \times c \times 1 \text{ stop. C};$$

zatem wartość c, wyrażona w kalorjach, jest dla wody następująca:

4. $$c = \frac{1 \text{ kalorja}}{1 \text{ gram} \times 1 \text{ stop. C}}$$

Wstawiając do równania (3) wartość stałej c, podaną w § 106-ym, otrzymujemy

5. $$1 \text{ kalorja} = 4{\cdot}18 \times 10^7 \text{ ergów}$$

Wiemy z § 71-go tomu I-go, że w miejscu, gdzie przyśpieszenie ciężkości g wynosi 981 cm/sek², kilogramometr równa się $9{\cdot}81 \times 10^7$ ergom; w tem samem przeto założeniu o wartości g wyprowadzamy z (5):

6. $$1000 \text{ kaloryj} = 426 \text{ kilogramometrom}.$$

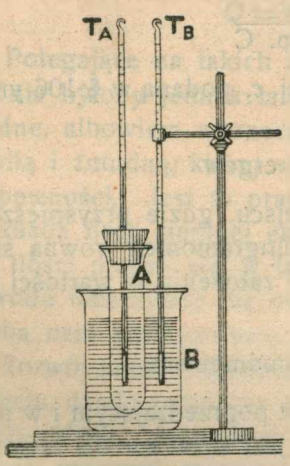
Mówiliśmy o ogrzewaniu się *wody* w poprzedzającym i w niniejszym artykule; w kalorymetrji woda jest wzorcem dla innych substancyj. Wyobraźmy sobie, że *jakiekolwiekbądź* ciało, którego masę oznaczamy przez m, ogrzewamy od początkowej temperatury T_0 do końcowej temperatury T. Przypuszczamy wówczas, że zasadnicze równanie (1) stosuje się znowu; jednakże wartość stałej c będzie wogóle odmienna niż nią jest dla wody;

będzie zależna od natury badanego ciała. Przypuszczamy w dalszym ciągu, że uogólniliśmy w taki sposób równanie (1); stałej c, która się w niem wówczas znajduje, Gadolin w XVIII-em stuleciu nadał nazwę *ciepła właściwego* i nazwa ta, chociaż dziś przestarzała, jest dotychczas jeszcze w powszechnem użyciu. Jeżeli c jest ciepłem właściwem uważanego rodzaju substancji, tedy przez *pojemność cieplną* masy m tej substancji rozumiemy zazwyczaj iloczyn mc.

Ciepło właściwe, jak zobaczymy niebawem, jest ważną cechą substancji i charakteryzuje jej cieplne własności. Możemy powiedzieć, że ciepło właściwe wody pomiędzy 14·5° a 15·5° C wynosi 1 kal/gr. stop. C; ciepło właściwe wody w innych temperaturach albo ciepło właściwe innych substancyj jest większe lub mniejsze, ale wyraża się zawsze w powyższej jednostce. Podobnie jak dla wody, ciepło właściwe dowolnej substancji nie zależy od masy, ale może zależeć od granic, w których zmienia się temperatura ciała, pochłaniającego cieplną energję.

§ 108. Pierwsze postępowanie kalorymetryczne: metoda mieszanin.

Wykonajmy doświadczenie następujące. Do szerokiej próbówki A (rys. 135) nalewamy wody gorącej, której temperatura wynosi np. 80° C; temperaturę tę wskazuje termometr T_A. Próbówkę A wraz z termometrem T_A umieszczamy w szklance B, która zawiera wodę o temperaturze pokojowej, przypuśćmy 16° C; temperaturę tej wody wskazuje inny termometr T_B. Zamieszawszy wodę w A i w B, odczytujemy obadwa termometry; powtarzamy tę czynność w pewnych odstępach czasu, np. co trzy minuty. Przekonywamy się tym sposobem, że temperatura wody w A opada, z początku szybko, później coraz powolniej; że temperatura wody w B podnosi się w sposób mniej więcej podobny. Po pewnym czasie temperatury wody w A i w B są jednakowe, obiedwie wynoszą 28° C. Zjawisko, które dostrzegaliśmy tutaj, jest nam znane; jest to proces wyrównywania się temperatur dwóch ciał, znajdujących się w bezpośre-



Rys. 135.

dniem lub, jak tutaj, w pośredniem zetknięciu ze sobą; stan ostateczny jest cieplną równowagą tych ciał (§ 11).

Rozważmy to samo zjawisko z punktu widzenia zasady zachowania energji. Woda A traciła, woda B zyskiwała cieplną energję; w przejściu z A do B energja cieplna nie przeobrażała się w inne rodzaje energji; stąd wynika, według powołanej zasady, że ilość ciepła Q_A, stracona przez wodę A, jest równa ilości ciepła Q_B, pozyskanej przez wodę B. Spróbujmy obliczyć wartości Q_A i Q_B. Ważąc wodę A i wodę B, znajdujemy ich masy; przypuśćmy naprzykład, że: $m_A = 60$ gr; $m_B = 260$ gr. Temperatura wody A opadła z 80° do 28° C, temperatura wody B podniosła się z 16° do 28° C. Ciepło właściwe wody w zakresie od 80° do 28° C, oraz od 16° do 28° C, nie jest nam znane; przypuśćmy tytułem próby, że ono nie zależy od temperatury wcale; w takim razie w obu wymienionych zakresach temperatury ciepło właściwe wody ma tę samą wartość, jaką ma pomiędzy 14·5° a 15·5° C czyli, według równania (4) § 107-go, wynosi 1 kal/gr × stop. C. Stosując się do równania (1) § 107-go, kładziemy wówczas

1. $$Q_A = 60 \text{ gr} \times 1 \frac{\text{kal}}{\text{gr} \times \text{stop. C}} \times 52 \text{ stop. C} = 3120 \text{ kal.}$$

2. $$Q_B = 260 \text{ gr} \times 1 \frac{\text{kal}}{\text{gr} \times \text{stop. C}} \times 12 \text{ stop. C} = 3120 \text{ kal.}$$

Otrzymaliśmy równe sobie wartości Q_A i Q_B, jak tego wymaga zasada zachowania energji; potwierdza się więc przypuszczenie, które przyjęliśmy, że ciepło właściwe wody, conajmniej w przybliżeniu, jest stałe i nie zależy od temperatury.

Weźmy na uwagę dowolną masę m dowolnej substancji, którą ogrzewamy od początkowej temperatury T_0 do końcowej T_n. Przypuśćmy, że przedział od T_0 do T_n zawiera n stopni Celsjusza; podzielmy ten przedział na podprzedziały, z których każdy obejmuje stopień:

3. $$T_1 - T_0 = 1 \text{ stop. C} \; ; \; T_2 - T_1 = 1 \text{ stop. C} \; ; \; \ldots\ldots \; T_n - T_{n-1} = 1 \text{ stop C.}$$

Przez c_1, c_2, . c_n oznaczmy ciepło właściwe substancji w kolejnych podprzedziałach. przez Q_1, Q_2, ... Q_n rozumiejmy ilości ciepła, które w nich masa m pochłania. Łączna ilość ciepła Q, pobrana przez masę w całym przedziale, wynosi

4. $$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + \ldots\ldots\ldots + Q_n \\ &= m \{ c_1 + c_2 + \ldots\ldots, + c_n \} \times 1 \text{ stop. C} \end{aligned}$$

Oznaczając przez $\bar{c}$ średnią arytmetyczną wartości c_1, c_2, .. c_n, mamy

5. $$c_1 + c_2 + \ldots\ldots + c_n = n\bar{c}$$

zatem

6. $$Q = m\bar{c} \times n \text{ stop. C}$$

Gdy posługujemy się równaniem (1) § 107-go, możemy więc zawsze przez c rozumieć *średnią* wartość ciepła właściwego danej substancji w zakresie temperatur od T_0 do T.

Powracając do wyżej opisanego doświadczenia, powiadamy teraz, że średnia wartość ciepła właściwego wody pomiędzy 80° a 28° C musi być (conajmniej przybliżenie) równa średniej wartości tegoż ciepła właściwego pomiędzy 16° a 28° C. W istocie te dwie średnie nie są dokładnie sobie równe; metoda naszego doświadczenia nie jest tak ścisła, ażeby w niem mogła wyjść na jaw drobna różnica, która pomiędzy temi średniemi wartościami zachodzi. Przenoszenie się cieplnej energji z wody A do wody B jest *głównem* zjawiskiem w tem doświadczeniu, ale nie jest jedynem. Energja przepływająca z A do B była zawarta nietylko w wodzie A, lecz również w ściankach próbówki, w naczyńku i w rtęci termometru T_A; nie udzieliła się też wyłącznie wodzie B, lecz także ściankom szklanki, naczyńku i rtęci termometru T_B. Woda A, następnie i B, odstępują nieco cieplnej energji otaczającemu powietrzu; tracą ją także przez promieniowanie. Nawet i po dłuższym czasie termometr T_A wskazuje nieco wyższą temperaturę aniżeli T_B; dokładnego wyrównania tych temperatur doczekać się niepodobna; zanim ono nastąpi, obiedwie temperatury zaczynają powoli opadać; nie dostrzegamy więc właściwie temp. 28° C, musimy ją raczej odgadnąć. Gdybyśmy nie mieszali, temperatury różnych warstw wody (zarówno w A jak w B) byłyby niejednakowe; mieszanie wprowadza obcą masę, energiczne mieszanie wprowadzałoby obcą energję. Te i inne *uboczne* zjawiska zakłócają zatem przebieg głównego zjawiska; przez stosownę urządzenie doświadczenia możemy zmniejszyć ich wpływ lub też uwzględnić go w rachunku, wprowadzając odpowiednie *poprawki*; lecz nie możemy uwolnić się całkowicie od zjawisk ubocznych. Rzeczywistość jest zawsze niezmiernie zawiła; w każdem badaniu usiłujemy tylko przybliżyć się do niej.

Możemy teraz uprościć a zarazem ulepszyć sposób wykonania powyższego doświadczenia. Odrzucając próbówkę A, mieszamy w naczyniu B bezpośrednio ze sobą: 60 gr wody mającej 80° C z 260 gr wody mającej 16° C; po zmieszaniu otrzymujemy 320 gr wody, której temperatura wynosi 28° C. Rozumowanie nasze i wnioski nie zmieniają się w niczem. Przyrząd, w którym dokonaliśmy takiego doświadczenia, jest najprostszym typem t. zw. *wodnego kalorymetru*. Postępowanie nasze jest najprostszym przykładem kalorymetrycznego postępowania, które nazywamy *metodą mieszanin*.

Przypuśćmy, że mieszamy masę m_1 wody o temp. T_1 z masą m_2 wody o temp. T_2; otrzymujemy masę $m_1 + m_2$ wody o temp. T. Przypuśćmy, że T_1 jest niższa, T_2 wyższa; temp. T będzie pośrednia. Zaniedbując zmienność ciepła właściwego c wody pomiędzy T_1 a T_2, piszemy

7. $$m_1 c(T - T_1) = m_2 c(T_2 - T)$$

skąd wypada natychmiast

8. $$T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$

Posługujemy się zwykle naczyniem kalorymetrycznem miedzianem, mosiężnem lub srebrnem, którego ściankom nadajemy grubość o ile można najmniejszą; umieszczamy je (na małych korkowych lub drewnianych podpórkach) we wnątrz drugiego, również metalowego naczynia, przyczem pomiędzy zewnętrzną powierzchnią pierwszego a wewnętrzną drugiego pozostaje wszędzie warstwa powietrza; obiedwie te powierzchnie są wypolerowane i gładkie. Poznamy wkrótce powody, które skłaniają fizyków do nadawania kalorymetrom takiej budowy.

§ 109. O mierzeniu ciepła właściwego.

Przypuśćmy, że chcemy zmierzyć ciepło właściwe miedzi; spróbujmy posłużyć się w tym zamiarze metodą mieszanin. Miedzi nie można wprawdzie zmieszać z wodą, ale można ją wprowadzić w cieplne zetknięcie z wodą kalorymetru, co wystarcza do poprawności postępowania. Wyobraźmy sobie, że wybrany okaz miedzi ma postać cienkiej blachy, którą w razie potrzeby zwijamy spiralnie; woda może ją wówczas otoczyć zewsząd dokładnie. Ogrzewamy miedź do pewnej temperatury T_2; przenosimy ją następnie do wody kalorymetru, której temperaturę T_1 poprzednio zmierzyliśmy. Po wyrównaniu się temperatur, znajdujemy wspólną temperaturę T wody i miedzi. Oznaczmy przez m_1 masę wody kalorymetru, przez m_2 masę miedzi; przez c_1 rozumiejmy średnie ciepło właściwe wody pomiędzy temperaturami T_1 i T, przez c_2 średnie ciepło właściwe miedzi pomiędzy temperaturami T i T_2. W uważanem zjawisku T_1 jest oczywiście najniższą, T_2 najwyższą, T pewną pośrednią temperaturą. Stosując się do równania (1) § 107-go (por. § 108), obliczamy ilość ciepła Q_1 pobraną przez wodę oraz ilość ciepła Q_2 oddaną przez miedź:

1. $$Q_1 = m_1 c_1 (T - T_1) \quad ; \quad Q_2 = m_2 c_2 (T_2 - T)$$

Zaniedbując, jak poprzednio, straty i zakłócenia uboczne, kładziemy znów

2. $$Q_1 = Q_2$$

skąd otrzymujemy

3. $$c_2 : c_1 = m_1 (T - T_1) : m_2 (T_2 - T),$$

możemy zatem znaleźć wartość stosunku $c_2 : c_1$. Zaniedbując zmienność ciepła właściwego wody, możemy przyjąć za c_1 war-

tość 1 kal/gr × stop. C, stosującą się między 14·5° a 15·5° C (§ 107); równanie (3) pozwala nam wówczas wyliczyć c_2.

Przypuśćmy naprzykład: $m_1 = 1000$ gr, $m_2 = 500$ gr; przypuśćmy, że T_1 wynosiła 16° C, T_2 była 100° C i że znaleźliśmy 19·73° C jako ostateczną temperaturę T. Z równania (3) wyprowadzamy dla miedzi:

4. $$c_2 = \frac{1000 \times 3{\cdot}73}{500 \times 80{\cdot}27} \frac{\text{kal}}{\text{gr} \times \text{stop. C}} = 0{\cdot}093 \frac{\text{kal}}{\text{gr} \times \text{stop. C}}$$

W następującej tablicy podajemy wartości ciepła właściwego niektórych substancyj, wyrażone w jednostce kal/gr × stop. C; wartości te odpowiadają temperaturom pokojowym.

Ołów:	0 031	Szkło:	(0·19)	Oliwa:	(0·31)
Rtęć:	0·033	Cegła:	(0·22)	Nafta:	(0·45)
Mosiądz:	0·094	Porcelana:	(0·26)	Anilina:	0·50
Nikiel:	0·110	Drewno:	(0·42)	Eter etyl.:	0·54
Żelazo:	0·113	Wełna:	(0·45)	Alk. etyl.:	0·57

Liczby ujęte w nawias wyrażają wartości średnie, przybliżone. Woda, jak widzimy, ma wyjątkowo duże ciepło właściwe; każdy więc zbiornik wody jest zarazem zasobnym zbiornikiem cieplnej energji. Ogrzewając nasze mieszkania wodą gorącą, korzystamy z tej szczególnej właściwości wody; tą samą okolicznością tłumaczymy również ważny wpływ, wywierany przez oceany i morza na klimat wybrzeży.

Zadania.

1. W temperaturze pokojowej udzielamy po 5000 kal każdej z mas następujących: kilogram żelaza, mosiądzu, ołowiu, szkła, cegły. Obliczyć zmiany temperatury, które nastąpią w tych ciałach.

2. Jakich ilości ciepła potrzeba do ogrzania od 14·5° do 15·5° C litra wody, litra rtęci, litra oliwy, litra nafty?

3. Naczynie kalorymetru jest wyrobione z niklu; jego masa wynosi 180 gr; zawiera ono 1200 gr wody; temperatura początkowa kalorymetru wynosiła 14° C. Do wody kalorymetru wrzucamy kawałek ołowiu, którego masa była 250 gr, temperatura zaś wynosiła 100° C. Obliczyć temperaturę ostateczną, którą układ osiągnie w stanie cieplnej równowagi; obliczyć ją mianowicie (1) zaniedbując pojemność cieplną niklowego naczynia (2) uwzględniając tę pojemność. Ze znalezionej w drugim rachunku ostatecznej temperatury obliczyć napowrót ciepło właściwe ołowiu, zaniedbując pojemność naczynia niklowego; przekonać się tym sposobem, jaki błąd popełnilibyśmy, gdybyśmy tę pojemność opuścili w rachunku.

4. Czy dla mieszkańców budynku obojętna jest wartość ciepła właściwego materjału budowlanego, z którego wykonane są ściany?

5. Masa naczynia kalorymetru, wyrobionego z miedzi, wynosi 100 gr; naczynie to zawiera 500 gr wody; początkowa temperatura wody wynosi 15° C. Wlewamy 100 gr oliwy do małego miedzianego naczyńka (które puste waży 20 Gr); tak napełnione, umieszczamy je w gotującej się wodzie, poczem przenosimy je do kalorymetru. Po ustanowieniu się równowagi temperatura kalorymetru wynosi 20·15° C. Obliczyć ciepło właściwe oliwy.

6. W płomieniu ogrzewaliśmy przez pewien czas kulę żelazną, ważącą 200 Gr. Rzuciwszy kulę do kalorymetru, zawierającego 100 gr miedzi oraz 1000 gr wody, o temp. 15° C, dostrzegamy, po osiągnięciu równowagi, temperaturę wspólną 21·3° C. Obliczyć temperaturę, którą miała kula w chwili przeniesienia jej do kalorymetru.

7. Spalając się, gram drewna wydziela około 5100 kal; gram oleju roślinnego lub zwierzęcego tłuszczu 9500 kal, gram węgla około 8200 kal, gram nafty wydziela około 11000 kal. Wyobraźmy sobie, że potrafiliśmy udzielić każdej z tych ilości ciepła, zosobna, pewnej ilości wody, której masa jest 10 kg, początkowa zaś temperatura 14° C; jak zmieni się temperatura wody? Gdybyśmy mogli zamienić na pracę każdą z tych ilości ciepła (por. jednak § 113), ile ergów otrzymalibyśmy w każdym przypadku? Ile kilogramów opuścić się musi o metr ku dołowi, ażeby wydać tyle energji, ile otrzymujemy, spalając gram węgla lub nafty?

8. Z kurka *A* płynie woda, mająca 100°C; z kurka *B* płynie woda, mająca 10° C; mamy przygotować kąpiel, zawierającą 36 litrów wody o temp. 35° C. Ile litrów wody należy wypuścić z *A*, ile z *B*?

9. Gęstości dwóch ciał mają się do siebie jak 2 : 3; ich ciepła właściwe mają się do siebie jak 4 : 3. W jakim wzajemnym stosunku pozostają pojemności cieplne jednakowych objętości tych ciał?

10. Spadając z wysokości 5 m (w próżni, bez początkowej prędkości), kula miedziana, o masie 500 gr, wpada do kalorymetru wodnego, zawierającego 1 kg wody oraz 200 gr niklu; przypuszczamy, że kinetyczna energja kuli zamienia się całkowicie wówczas w cieplną energję. Do jakiej temperatury ogrzeje się układ, jeżeli początkowa temperatura kalorymetru i kuli wynosiła 12° C?

§ 110. Ciepło topienia się.

Pod ciśnieniem atmosferycznem lód topi się w temperaturze 0° C, wytwarzając wodę ciekłą o tej samej temperaturze (§ 16); czy wówczas pochłania z otoczenia pewną ilość ciepła czy też ją może raczej wyzwala? Czy kilogram lodu w 0° C i kilogram wody ciekłej w 0° C zawierają jednakową czy niejednakową ilość cieplnej energji? Jeżeli te ilości są niejednakowe, która jest większa? Choć w innych słowach, te same pytania zadawał sobie Black w r. 1757 a odpowiedź umiał wysnuć z najprostszych spostrzeżeń. Wyobraźmy sobie, mówi Black, masy śniegu, leżące nieraz w zimie na równinach i wzgórzach; przypomnijmy sobie masy lodu, zakrzepłe na rzekach, jeziorach i morzach. Gdy nadchodzi wiosna, śnieg albo lód przybiera rychło temperaturę 0° C ale topi się bardzo powoli; w grudniu lub styczniu, przeciwnie, woda w stawie lub w rzece marznie zazwyczaj dopiero po kilku lub kilkunastu dobach mrozu. Każdy kilogram lodu lub śniegu, zanim stopi się, musi widocznie pochłonąć znaczną ilość

ciepła, której otoczenie musi mu dostarczyć; gdyby było inaczej, każda odwilż sprawiałaby natychmiast straszliwą powódź i klęskę. I przeciwnie, każdy kilogram wody ciekłej musi widocznie uwolnić i oddać otoczeniu znaczną ilość ciepła, zanim zamarznie. Nazwijmy więc *ciepłem topienia się* lodu, w 0° C, ilość ciepła, którą z otoczenia pochłania jednostka masy lodu, topiąc się w 0° C; tę samą ilość ciepła oddaje otoczeniu jednostka masy wody ciekłej, zamarzając w 0° C.

Do ciepłego pokoju wnosimy dwie jednakowe szklanki A i B; w A znajduje się 100 gr śniegu o temp. 0° C, w B mamy 100 gr wody tej samej temperatury. Umieszczamy szklanki tuż koło siebie, w jednakowych warunkach; dopływające do nich w jednakowych czasach ilości ciepła muszą być, conajmniej przybliżenie, jednakowe. Po 5 minutach temperatura wody B wynosi 2·5° C; w tym czasie w A stopiła się mała ilość śniegu; na stopienie się 100 gr śniegu w A musimy czekać przez 2 godziny i 40 minut. Przez czas pierwszych 5 minut szklanka B pobierała z otoczenia średnio po 50 kal na minutę. Jeżeli szklanka A pochłaniała cieplną energję z tą samą szybkością, otrzymała ona 8000 kal aż do stopienia się całych 100 gr śniegu. Przybliżona więc wartość ciepła topienia się śniegu wynosi 80 kal na gram.

Ażeby dokładnie zmierzyć ciepło topienia się lodu lub śniegu, posługujemy się metodą mieszanin. Przypuśćmy, że kalorymetr wodny zawiera masę m_1 wody oraz m_3 stałego ciała (miedzi, niklu i t. p.), z którego jego naczynie jest wykonane; oznaczmy przez T_1 początkową temperaturę tego kalorymetru; wrzucamy doń masę m_2 śniegu, którego temperatura jest 0° C; po stopieniu się śniegu i ustanowieniu się równowagi, obserwujemy temperaturę wspólną T. Oznaczmy przez L ciepło topienia się śniegu w 0° C; przez c_1 i c_3 rozumiejmy średnie ciepło właściwe wody i substancji kalorymetrycznego naczynia pomiędzy temperaturami T i T_1; przez c_2 wyobraźmy średnie ciepło właściwe wody pomiędzy temperaturami 0° C i T. W myśl znanych nam zasad kładziemy

1. $$(m_1c_1 + m_3c_3)\,(T_1 - T) = m_2L + m_2c_2T;$$

wyrażenie $m_1c_1 + m_3c_3$ przedstawia tu oczywiście pojemność cieplną kalorymetru. Zaniedbując zależność ciepła właściwego wody od temperatury, piszemy:

2 $$c_1 = c_2 = 1 \text{ kal/gr} \times \text{stop. C}$$

jak w § 107-ym; znając zatem m_1, m_2 i m_3, T_1 i T oraz c_3, wyprowadzamy z (1) wartość L, wyrażoną w jednostce: kal/gr.

Przypuśćmy, że naczynie kalorymetru jest miedziane; przypuśćmy, że

$$m_1 = 1000 \text{ gr}; \quad m_2 = 75 \text{ gr}; \quad m_3 = 100 \text{ gr}$$

że temp. T_1 wynosiła 15° C, temp. T zaś 8·43° C. Kładąc w (1)

4. $$c_1 = c_2 = 1 \text{ kal/gr} \times \text{stop. C}; \quad c_3 = 0{\cdot}093 \text{ kal/gr} \times \text{stop. C},$$

otrzymujemy $L = 80$ kal/gr. Wyraz $m_3 c_3$ jest niewielką poprawką, którą w pierwszem przybliżeniu możemy zaniedbać.

Ciepło topienia się lodu w 0° C wynosi niemal dokładnie 80 kal/gr.

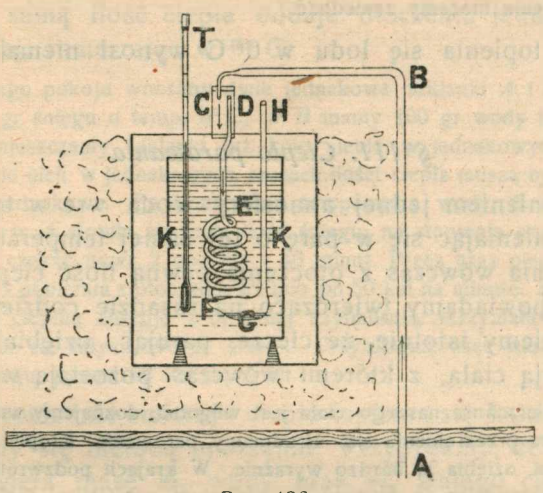
§ 111. *Ciepło parowania.*

Pod ciśnieniem jednej atmosfery woda wre w temperaturze 100° C, zamieniając się w parę o tej samej temperaturze (§ 18); czy pochłania wówczas z otoczenia pewną ilość ciepła? Na to pytanie odpowiadamy twierdząco na zasadzie codziennych spostrzeżeń; wiemy istotnie, że ciecze, parując, oziębiają się same lub oziębiają ciała, z któremi wówczas pozostają w zetknięciu.

Gdy powierzchnia naszego ciała jest wilgotna, doznajemy wrażenia chłodu; ażeby zapobiec przeziębieniu się, utrudniamy parowanie. Kropla eteru, umieszczona na dłoni, oziębia ją bardzo wyraźnie. W krajach podzwrotnikowych studzą wodę, wystawiając ją w nocy na otwartem powietrzu, rozlaną w płaskie kamienne naczynia; w Indjach umieją tym sposobem przyrządzać lód. Podobnemu celowi służą *alkarazy*, naczynia z gliny niewypalonej; drobne ilości wody, które przesączają się przez ich ścianki, parują i oziębiają wodę pozostałą. U nas podczas upałów, owinąwszy karafkę wody w wilgotną serwetę, dmucha się na nią mieszkiem. Nalejmy nieco eteru do małego miedzianego naczyńka, które zwilżyliśmy wodą od spodu; w silnym prądzie powietrza eter szybko paruje i oziębia naczyńko tak znacznie, że niebawem marznie kropla wody, która do niego przylgnęła.

Przejdźmy do dokładniejszych spostrzeżeń; utwórzmy najprzód ścisłe, ilościowe pojęcie. *Ciepłem parowania* wody w 100° C nazywamy ilość ciepła, którą pochłania z otoczenia jednostka masy wody w 100° C, zamieniając się w parę o tej samej temperaturze; tę samą ilość ciepła oddaje otoczeniu jednostka masy pary wodnej, skraplając się w 100° C. Ażeby zmierzyć ciepło parowania wody w 100° C, posługujemy się przyrządem następującym. W naczyniu (opuszczonem na rys. 136-ym) gotuje się woda; tworząca się para wpływa rurą *AB* do naczyńka szklanego *CD*, które zatrzymuje ostatnie ślady ciekłe wody skroplonej, jeżeli z rury *AB* nie odpłynęły do zbiornika gotującej się wody. Para płynie dalej rurą *DEFGH*, skraplając się w wężow-

nicy *EF* i pozostawia w *G* utworzoną wodę ciekłą; cały ten przyrząd *DEFGH* znajduje się w kalorymetrze wodnym *KK*. Oznaczmy przez m_1 masę wody, zawartej w kalorymetrze *KK*, przez m_3 i m_4 masę kalorymetrycznego naczynia i wężownicy, przez T_1 początkową temperaturę kalorymetru. Przez m_2 rozumiejmy masę pary wodnej, skroplonej w doświadczeniu; znajdujemy m_2



Rys. 136.

zapomocą dwóch ważeń, jednego wykonanego przed przepuszczeniem pary, drugiego po niem. Po skropleniu się masy m_2 pary i po ustanowieniu się równowagi cieplnej obserwujemy temperaturę ostateczną kalorymetru T. Oznaczmy przez R ciepło parowania wody w 100° C; przez c_1 i c_2 wyobraźmy średnie ciepło właściwe wody pomiędzy temperaturami T_1 i T oraz T i 100° C; przez c_3 i c_4 rozumiejmy średnie ciepło właściwe, pomiędzy T_1 i T, substancyj, z których naczynie kalorymetru i wężownica są wyrobione. W tych wszystkich oznaczeniach piszemy:

1. $$(m_1c_1 + m_3c_3 + m_4c_4)(T - T_1) = m_2R + m_2c_2(100 - T)$$

Kładąc, jak dawniej

2. $$c_1 = c_2 = 1 \text{ kal/gr} \times \text{stop. C}$$

oraz znając m_1, m_2, m_3, m_4, T_1 i T oraz c_3 i c_4, wyprowadzamy z (1) wartość R, wyrażoną w jednostce: kal/gr.

Przypuśćmy naprzykład, że naczynie kalorymetru jest wykonane z miedzi, wężownica zaś ze szkła. Przypuśćmy, że

3. $m_1 = 1000$ gr; $m_2 = 20$ gr; $m_3 = 200$ gr; $m_4 = 50$ gr
i że temp. T_1 wynosiła 15° C, temp. T zaś 26·9° C. Kładąc w (1):
4. $c_3 = 0{\cdot}093$ kal/gr × stop. C; $c_4 = 0{\cdot}19$ kal/gr × stop. C
oraz przyjmując założenie (2), otrzymujemy $R = 538{\cdot}6$ kal/gr.

Ciepło parowania wody w 100° C wynosi 538·6 kal/gr.

Uważając za znane wartości: L ciepła topienia się lodu w 0° C oraz R ciepła parowania wody w 100° C, możemy utworzyć dwa nowe postępowania kalorymetryczne, które nie wymagają użycia termometru. Ilość ciepła, która może stopić masę m lodu w 0° C, wynosi mL; ilość ciepła, która może odparować masę m wody w 100° C, wynosi mR. Zasada obu postępowań jest zatem bardzo prosta; lecz rzeczywiste zastosowanie tej zasady natrafia na liczne trudności, które dopiero w nowszych czasach (Bunsena kalorymetr lodowy 1870 r. Joly'ego kalorymetr parowy 1886 r.) udało się przezwyciężyć.

Zadania.

1. Czy skropiony wodą lub alkoholem termometr wskazuje rzetelnie temperaturę, która panuje w otaczającem powietrzu?

2. Gdy para wodna skrapla się, wydziela się pewna ilość ciepła; czy fakt ten nie zdarza się w pospolitych meteorologicznych zjawiskach?

3. Do wnętrza dużej bryły lodu, której temperatura wynosi 0° C, wprowadzamy kulę mosiężną, ważącą 1 Kg i ogrzaną do 100° C. Ile gramów lodu stopimy tym sposobem?

4. Kilogram wody, ogrzanej do 100° C, zaczyna zamieniać się w parę, dzięki czemu po pewnym czasie temperatura obniżyła się do 99·46° C. Naczynie, zawierające wodę i parę, jest zabezpieczone od strat cieplnych nazewnątrz. Obliczyć ilość wody, która odparowała.

5. Kilogram lodu, o temp. 0° C, oblewamy kilogramem gorącej wody; otrzymujemy dwa kilogramy wody o temp. 0° C. Jaka była temperatura wody gorącej?

6. Kilogram lodu, o temp. 0° C, ogrzewamy parą wodną o temp. 100° C; otrzymujemy wodę ciekłą o temp. 0° C. Zaniedbując straty cieplne, obliczyć, ile musiało skroplić się gramów pary wodnej.

7. Ciepło parowania ciekłego amonjaku w 16° C wynosi 297 kal/gr. Wiedząc, iż w przyrządzie Carré'go odparowano 5 kg amonjaku w 16° C i że ilości ciepła, pochłoniętych przy tem zjawisku, dostarczała woda o początkowej temperaturze 3° C, obliczyć, ile otrzymano lodu o temp. 0° C.

8. Na ziemi leży warstwa śniegu grubości 15 cm; gęstość śniegu wynosi średnio 0·2 gr/cm³; temperatura śniegu jest 0° C. Ile potrzeba kaloryj na metr kwadratowy pola, ażeby stopić cały ten śnieg?

9. Blaszkę metalową o masie m_1 i początkowej temperaturze T_1 wprowadzamy do pary wodnej, o temp. 100° C; para ta nie zawiera ciekłych kropelek wody. Gdy temperatura blaszki dochodzi do 100° C, spostrzegamy, że osadziła się na niej masa m_2 wody. Obliczyć ciepło właściwe metalu, z którego wyrobiona jest blaszka.

10. Z § 109-go wiemy, jakie ilości ciepła wytwarzają, spalając się, różne opałowe substancje. Przypuśćmy na chwilę (co jednak bywa dalekie od praw-

dy), że ilości ciepła, wytworzone w palniku lub w ognisku, potrafimy całkowicie zużyć na cel, do którego je przeznaczamy; ile w takim razie moglibyśmy stopić lodu w 0° C, spalając 5 kg nafty? ile odparować wody w 100° C, poświęcając 30 kg węgla? W kotle zawiera się 1·5 m^3 wody o temp. 10° C; ile kg węgla trzeba byłoby spalić, ażeby ogrzać tę wodę do 100° C i zamienić ją w parę o temp. 100° C, gdyby ciepło ogniska nie rozpraszało się bezużytecznie? W rzeczywistości, nawet w najkorzystniej zbudowanej installacji, spalamy około 2 razy więcej węgla, niż wypada z powyższego rachunku; dlaczego?

11. Zaniedbując wszelkie straty energji, odpowiedzieć na następujące pytania (*a*) ilu ergów pracy potrzeba, ażeby stopić 1 gram lodu w 0° C (*b*) z jakiej wysokości musiałby spaść 1 kg lodu (o temp. 0° C), ażeby wytworzona kinetyczna energja, zamieniona na ciepło, stopiła go w 0° C.

12. W chłodnicy przyrządu destylacyjnego 25 kg wody ogrzało się od 10° do 20° C. Otrzymana woda destylowana, wypływająca z wężownicy, miała temp. 20° C. Ile otrzymaliśmy wody destylowanej? Zaniedbujemy pojemność cieplną naczynia i wężownicy przyrządu destylacyjnego a także straty cieplne tego przyrządu.

§ 112. Rozwój pojęć o istocie ciepła. Pierwsza zasada termodynamiki.

Czem jest ciepło? Co przenosi się z płomienia na lód i zmienia go w wodę? co, wpływając do wody, przeobraża ją w parę? Za czasów Newtona pytanie to leżało poza granicami właściwej nauki; lecz wkrótce po nim upowszechniło się przekonanie, że ono jest rozstrzygnięte. Według t. zw. *materjalnej teorji*, ciepło jest rodzajem materji, jest pewnym płynem subtelnym, ruchliwym, wszystko przenikającym, t. zw. *kalorykiem* albo *cieplikiem*. Jednym z twórców tej nauki był matematyk Euler; upowszechnił ją filozof Wolff; niemal wszyscy uczeni XVIII-go i początków XIX-go stulecia trzymali się tego poglądu. Według jednych, cieplik był «pierwiastkiem ognia», był owemu *flogistonowi* pokrewny, który pod ciosami Lavoisiera miał upaść niebawem i zniknąć z nauki chemji. Według innych, cieplik był identyczny z eterem powszechnym, roznoszącym, podług Eulera, impulsy i pulsy i sprawiającym w ten sposób świetlne zjawiska. Po wielu próbach, doświadczeniach i sporach zgodzono się wreszcie, że cieplik, wpływając do ciał, nie powiększa ich ciężaru; że jest zatem «nieważki». Ponieważ jednak, przenikając do ciał, powiększa ich objętość, zatem cieplik zajmuje miejsce w przestrzeni, jest «nieprzenikliwy», co, jak długo uczyły podręczniki, jest kardynalną własnością materji. Woda ciekła jest chemicznym związ-

kiem lodu z cieplikiem; para wodna jest związkiem wody ciekłej z cieplikiem; łącząc się z ważką materją, cieplik «zataja się»; dlatego ciepło topienia się lub parowania jeszcze niedawno nazywano w fizyce ciepłem «utajonem». Lecz skoro cieplik może wchodzić w związki chemiczne z materją, przeto sam przez się musi być również materją.

Gdy teorja cieplika upadła, weszło w zwyczaj wyrażać się o niej lekceważąco; lecz sąd pogardliwy o tej teorji, dziś bardzo łatwy, jest nieuzasadniony. Badając rozwój nauki o cieple w XVIII-em i XIX-em stuleciu, powinniśmy o tem pamiętać, że zajmowano się wówczas przeważnie t. zw. *czysto cieplnemi* zjawiskami, w których energja cieplna przepływa z ciała do ciała lub z miejsca do miejsca, ale *nie* przeobraża się w inne postaci i kształty energji. Takiem czysto cieplnem, bardzo ważnem zjawiskiem jest *przewodzenie ciepła* (§ 102); teorję tego zjawiska stworzył Fourier, którego *Théorie Analytique de la Chaleur* (1822) jest arcydziełem, jednem z najwspanialszych, matematycznego geniuszu Do zjawisk czysto cieplnych stosuje się zasada zachowania ilości ciepła; w odosobnionym układzie ilość ciepła nie zmienia się w czysto cieplnem zjawisku. Dopóki więc mówimy o czysto cieplnych zjawiskach, możemy uważać ilość ciepła za ilość czegoś *trwałego*, co, jeśli nam się podoba, możemy nazwać *cieplikiem*. Ale czysto cieplne procesy są tylko szczupłym działem zjawisk fizycznych; w mnóstwie wydarzeń natury widzimy, iż energja cieplna wytwarza się z innych form energji, naprzykład z mechanicznej lub też w mechaniczną energję się przeobraża. Tarcie jest przykładem zjawisk pierwszego rodzaju; dlatego też Rumford i Humphry Davy, odwołując się do tych zjawisk, zwalczali teorję cieplika, która ich istotnie nie mogła wyjaśnić. Rozważając jednak naturę ciepła i zapuszczając się co do niej w ogólnikowe domysły, Rumford i Davy nie zauważyli, że przemiany pracy i ciepła odbywają się według praw powszechnych i prostych.

W roku 1824 młody oficer francuski Sadi Carnot (1796—1832) ogłosił rozprawę p. t. *Réflexions sur la puissance motrice du feu*; w tej niewielkiej książeczce zawierały się ziarna, z których, kilkadziesiąt lat później, wyrosła jedna z najrozleglejszych teoryj zjawisk fizycznych, tak zwana *termodynamika*. Były to czasy, gdy zajmowano się usilnie na Zachodzie sprawą udoskonalenia maszyny parowej; jej potęga, która miała tak bardzo

zaważyć w rozwoju cywilizacji XIX-go stulecia, zwracała na siebie powszechną uwagę. Ten ważny postęp w naszej umiejętności korzystania z nagromadzonych na ziemi zasobów energji uderzał również Carnota; ale jego umysł patrzał bystrzej od innych i poza ludzką korzyścią dostrzegł głęboką prawdę natury. Przekonany, że praca nie może powstawać z niczego, że nie pojawia się nigdy bez jakiegoś równoważnika, Carnot szukał go w procesach, stanowiących o biegu maszyny parowej. Wiadomo, że istotną rolę w funkcjonowaniu maszyny parowej gra para wodna; tworzy się ona w kotle maszyny, pod wpływem wysokiej temperatury ogniska; ekspandując następnie, wykonywa ona pracę, której nam maszyna dostarcza; skroplona wreszcie w kondensatorze (czyli chłodnicy), powraca do kotła, ażeby odbyć znów ten sam cykl przemian i odbywać go dalej bez przerwy. Wyobraźmy sobie, że pewna ilość m wody, ulatniając się w kotle, pochłonęła ilość ciepła Q_1; przypuśćmy, że, ekspandując, wykonała ilość W pracy; że wreszcie oddała ilość ciepła Q_2, skraplając się w kondensatorze. Carnot rozumował, jak następuje. Po odbyciu cyklu przemian w maszynie parowej, ilość m wody przybiera napowrót ten sam stan skupienia, tę samą gęstość i temperaturę, jakie miała w stanie początkowym; cykl przemian jest *zjawiskiem kołowem* (por. tom I, § 83). Stąd wnosi Carnot, zgodnie z kaloryczną teorją, że ilości ciepła, które masa m pochłonęła i wydzieliła, są sobie równe:

1. $$Q_1 - Q_2 = 0$$

Lecz ilość ciepła, którą tu nazywamy Q_1 lub Q_2 według Carnota, przeniosła się podczas cyklu z ciała cieplejszego (mianowicie z kotła) do ciała zimniejszego (do chłodnicy); to przeniesienie się ciepła z wyższej do niższej temperatury wydaje się Carnotowi równoważnikiem pracy W uzyskanej podczas cyklu, podobnie jak równoważnikiem pracy, której motor wodny dostarcza, jest przepłynięcie wody z wyższego do niższego poziomu. Wiemy dziś, że tak *nie* jest. Wiemy, że ilość ciepła Q_1 musi być większa aniżeli Q_2. albowiem równoważnikiem wytworzonej pracy W jest zniknięcie ilości ciepła $Q_1 - Q_2$:

2. $$Q_1 - Q_2 = W$$

Zasada zachowania energji uczy, że równanie (2) jest prawdziwe; równanie (1) tem samem jest błędne. Lecz mimo błędu, w który Carnota wprowadziła teorja cieplika, punkt wyjścia i bieg jego

myśli jest postępem doniosłym: nasuwa nam nowy sposób zapatrywania się na zjawiska fizyczne.

Przenieśmy się teraz w myśli do czasów, w których Mayer i Joule występują na widownię nauki. Wyobraźmy sobie, że jesteśmy w r. 1842-im; jaki jest stan wiedzy w dziale zjawisk cieplnych? Kalorymetrja istnieje oddawna i zdaje sprawę zadawalniająco z zakresu czysto cieplnych procesów; jej podstawą jest pojęcie ilości ciepła, pochodzące jeszcze od Blacka; do mierzenia ilości ciepła służy kalorja, jednostka wprawdzie dowolna i niejako przygodna, ale dostosowana do praktycznych sposobów obserwowania cieplnych wydarzeń i dlatego dogodna. W innej dziedzinie nauki, w dziedzinie dynamiki, prawa ruchu brył materjalnych są dobrze znane; pojęcie pracy mechanicznej jest ustanowione. Lecz pomiędzy kalorymetrją a dynamiką niema połączenia lub przejścia; zjawiska cieplne i mechaniczne wydają się odmienne, niezwiązane niczem ze sobą. Zespolenie w całość owych dwóch dziedzin nie stoi wcale na porządku dziennym nauki; zadowoleni, że mogą opanować czysto cieplne zjawiska, fizycy zamykają oczy na wszystko, co leży poza granicami tego zakresu.

W tej właśnie chwili pojawia się Robert Juljusz Mayer, skromny lekarz w drobnem miasteczku niemieckiem; wypowiada on myśl fundamentalną, że ilości ciepła oraz ilości pracy są równoważne; ale zasadza to twierdzenie li tylko na ogólnikach, na zdaniach dowolnych i pustych. Rozprawka Mayera przebrzmiewa bez echa. Zupełnie inną drogą idzie spółcześnie James Prescott Joule w Anglji. Joule nie rozmyśla nad jałowem pytaniem, jak świat *mógłby być* urządzony; Joule chce wiedzieć, jak *jest* urządzony i widzi odrazu, że na to pytanie odpowiedzieć może tylko doświadczenie. Ażeby rozstrzygnąć, jaki istnieje związek pomiędzy cieplnemi a mechanicznemi zjawiskami, Joule przedsiębierze szereg doświadczeń, pomyślanych jasno, wykonanych ściśle; tym sposobem udawadnia, że pomiędzy pracą wydaną a uzyskaną ilością ciepła zachodzi stosunek stały i powszechny.

W § 106-ym opisaliśmy najbardziej znaną z pomiędzy metod doświadczalnych Joule'a; przytaczamy tu jeszcze dla przykładu wyniki jednego szeregu jego pomiarów (z r. 1850-go). Łączna masa ciał *E*, *F* (rys. 133) wynosiła w jednej serji spostrzeżeń 26134·4 gr; opuszczały się one dwadzieścia razy z rzędu o 160 cm ku dołowi. W miejscowości Oak Field, gdzie Joule pracował, przy-

śpieszenie ciężkości wynosiło 981·35 cm/sek². Z danych tych wyliczamy, że praca W, wykonana przez siłę ciężkości, wynosiła $8\,207 \times 10^{10}$ ergów. Pojemność cieplna kalorymetru Joule'a składała się z cieplnych pojemności wody, miedzi i mosiądzu, które wchodziły w skład przyrządu; w jednostce kal/stop. C te trzy pojemności wyrażały się przez liczby 6041·2, przez 157·5 i 117·3; razem 6316·0. Temperatura kalorymetru podnosiła się średnio o 0·3104 stop. C; ilość ciepła Q, pochłonięta przez kalorymetr, wynosiła więc 1960·5 kaloryj. Stosunek

$$3. \qquad J = \frac{W}{Q} = \frac{8{\cdot}207 \times 10^{10} \text{ ergów}}{1960{\cdot}5 \text{ kaloryj}} = 4\,186 \times 10^{7} \frac{\text{ergów}}{\text{kal.}}$$

wskazuje, ilu ergom równoważna jest jedna kalorja. Ten sam stosunek mierzył później ponownie sam Joule; mierzyli go również liczni dalsi badacze, posługując się bardzo rozmaitemi metodami pomiaru. Wymieniamy tylko niektóre z pomiędzy otrzymanych wyników:

Joule (ponownie, 1878 r.)	$J = 4{\cdot}177 \times 10^{7}$ erg/kal
H. Rowland (1879)	$4{\cdot}188 \times 10^{7}$ „
Callendar i Barnes (1900)	$4{\cdot}184 \times 10^{7}$ „
Barnes (1902)	$4{\cdot}182 \times 10^{7}$ „
Bousfieldowie (1912)	$4{\cdot}179 \times 10^{7}$ „

Wartość $4{\cdot}18 \times 10^{7}$ erg/kal., którą przyjęliśmy wyżej (§ 106), jest prawdopodobnie bliska prawdy.

Stosunek wydanej ilości pracy W do uzyskanej ilości ciepła Q bywa nazywany *mechanicznym* albo *dynamicznym równoważnikiem ciepła*; lub krócej *równoważnikiem J*. Ściśle biorąc, powinniśmy powiedzieć, że wartość J wyraża tylko stosunek kalorji do erga; wielkie natomiast odkrycie Mayera i Joule'a polega na zrozumieniu, że stosunek W/Q jest *zawsze jednakowy*. Czy praca zamienia się na ciepło, czy przeciwnie cieplna energja przeobraża się w pracę, nie ma to wpływu na wartość stosunku W/Q; nie zależy on również od ilości W i Q pracy i ciepła, które przekształcone zostały, ani od natury ciał, które uczestniczyły w przekształceniu, ani od jakichkolwiekbądź innych okoliczności i warunków zjawiska; *stosunek W/Q jest stałą powszechną*. Twierdzenie to nazywamy *pierwszą zasadą termodynamiki*.

§ 113. Druga zasada termodynamiki.

Ażeby zrozumieć działalność maszyny parowej, chociażby w najogólniejszym zarysie, musimy powrócić do sposobu myślenia Carnota. Ciałem *czynnem* w cyklu przemian maszyny parowej jest woda, w postaci bądź cieczy, bądź pary. Przypuśćmy, że masa m wody, przechodząc w kotle w stan pary, pochłania

ilość ciepła Q_1; oznaczmy przez T_1 temperaturę wody w kotle, zatem temperaturę, w której ilość ciepła Q_1 jest pochłaniana. Ekspandując w walcu parowym, masa *m* wykonywa ilość *W* pracy; skraplając się w chłodnicy, oddaje ilość ciepła Q_2. Rozumiejmy przez T_2 temperaturę wody w chłodnicy, zatem temperaturę, w której ilość ciepła Q_2 jest oddawana. Ogół tych przemian, jak poprzednio, nazywamy *cyklem* albo *obiegiem kołowym* maszyny. Temperatura T_1 w każdej maszynie jest znacznie *wyższa* niż temperatura T_2; dość zastanowić się, ażeby zrozumieć, że okoliczność ta nie jest przypadkowa ani podrzędna. Gdyby T_1 nie była wyższa niż T_2, gdyby obiedwie temperatury były jednakowe, maszyna nie mogłaby działać. Przypuśćmy na chwilę, że T_1 i T_2 są jednakowe; nie byłoby wówczas powodu do odróżniania kotła od chłodnicy, do rozłączania tych zbiorników; moglibyśmy z nich wówczas utworzyć *jeden* zbiornik cieplny, *wspólny*. Czerpiąc ciepło z jednego tylko źródła, z jednego zbiornika, czy potrafilibyśmy zyskiwać pracę z maszyny parowej, zmusić ją do odbywania perjodycznie powtarzających się cyklów? Gdyby maszyna za każdym obiegiem czerpała ilość ciepła *Q* z pewnego zbiornika i wytwarzała zarazem ilość *W* pracy, takie zjawisko nie sprzeciwiałoby się pierwszej zasadzie termodynamiki; praca *W* powstawałaby kosztem ginącej ilości *Q* ciepła. Nasze przypuszczenie nie jest więc sprzeczne z pierwszą zasadą termodynamiki; mimo to jednak pogodzić się z niem nie możemy; poczucie rzeczywistości ostrzega nas o tem, że ono jest błędne. Perjodycznie powtarzające się zjawiska kołowe nie odbywają się nigdy przy udziale *jednego* tylko zbiornika. Wszak rozporządzamy na ziemi ogromnemi zasobami cieplnej energji; naprzykład Ocean Atlantycki jest niezmiernie obfitym cieplnym zbiornikiem; nikt przecież nie próbuje zbudować maszyny parowej, która w cyklu swych przemian czerpałaby ciepło wyłącznie z Oceanu Atlantyckiego. Do nieprzerwanego działania każdej cieplnej maszyny konieczne są conajmniej *dwa* cieplne zbiorniki, o dwóch różnych temperaturach T_1 i T_2. Jak wyrzekł Lord Kelvin, zamiana ciepła na pracę nie bywa nigdy *jedynym* wynikiem zjawiska kołowego, które może się nieprzerwanie powtarzać. Gdy naprzykład, jak przypuszczaliśmy wyżej, dwa zbiorniki biorą udział w przemianach ciała czynnego, jednym wynikiem obiegu kołowego jest zamiana ilości ciepła $Q_1 - Q_2$ na pracę *W*; drugim jego wynikiem, równie istotnym, jest prze-

niesienie ilości ciepła Q_2 ze zbiornika o temperaturze T_1 do zbiornika o niższej temperaturze T_2.

W § 82-im tomu I-go widzieliśmy, że w zachowawczym mechanicznym układzie przemiany energji odbywałyby się *odwracalnie*: kinetyczna energja odwracalnie przetwarzałaby się w potencjalną, potencjalna odwracalnie przechodziłaby w kinetyczną. Wiemy jednakże, iż ściśle zachowawcze mechaniczne układy nie istnieją; dlatego zjawiska mechaniczne w istocie nie są odwracalne; odwracalne i nieodwracalne przemiany energji plączą się w nich, nieodłącznie ze sobą sprzężone. Możemy wyrazić się mniej więcej podobnie o zjawiskach cieplnych albo jednocześnie mechanicznych i cieplnych. Takie zjawiska odbywałyby się odwracalnie, gdyby mogły być w zupełności swobodne od *rozpraszających* zakłóceń: od tarcia naprzykład i oporu lepkości płynów zawiesistych (§ 8), od ociągania się i zmęczenia ciał niedoskonale sprężystych (§ 9), od dyfuzji ciał rozpuszczonych lub gazów (§§ 21 i 22), od przewodzenia i unoszenia ciepła (§§ 101 i 102), od wszelkich wogóle przemian, w których bądź sama przez się energja, bądź też materja i połączona z nią razem energja miesza, rozlewa się, pierzcha, ucieka i *rozprasza się*; w których ze sztucznego porządku i ładu powraca do naturalnego chaosu i zagmatwania. W żadnem zjawisku natury nie możemy całkowicie uniknąć udziału i wpływu rozpraszających, nieodwracalnych procesów; dlatego pojęcie zjawiska odwracalnego jest i w termodynamice *fikcją*, do której rzeczywiste zdarzenia zbliżają się mniej albo więcej.

Jak wyżej, przypuśćmy, że ciało czynne C doznało kołowego zjawiska przy spółudziale dwóch cieplnych zbiorników I i II, których temperatury są T_1 i T_2; T_1 ma być wyższa aniżeli T_2. Jeżeli ciało C w obiegu kołowym pochłania ilość ciepła Q_1 od zbiornika I, oddaje ilość ciepła Q_2 zbiornikowi II i wykonywa ilość W pracy, wówczas *wydajnością* L obiegu nazywamy stosunek W/Q_1. Genjusz Carnota odgadł dwie wielkie prawdy: *wydajność L jest wówczas największa, gdy cały przebieg kołowego zjawiska jest odwracalny; wydajność L jest ta sama dla wszelkich możliwych zjawisk kołowych odwracalnych, odbywających się z udziałem tych samych cieplnych zbiorników.* Gdy zatem zjawisko kołowe jest odwracalne, jego wydajność L zależy *wyłącznie* od temperatur T_1 i T_2, nie zależy zaś wcale od natury ciała czynnego, od urządzenia maszyny ani od innych okoliczności zjawiska. Istnieje tedy *powszechna* własność cieplna ciał materjalnych, niezależna od ich stanu, budowy, rodzaju, od tylu cech rozmaitych, któremi od siebie się różnią; fakt napozór zastanawiający i dziwny, który jednak łatwo zrozumieć, zważywszy, że w kołowem zjawisku ciało czynne powraca do stanu pierwotnego, od którego cykl się rozpoczął; dlatego szczególne własności ciała czynnego nie mają wpływu na wynik ostateczny obiegu.

Przypuśćmy, że zbiornik I znajduje się w temperaturze 100° C, zbiornik II w temperaturze 0° C. Jeżeli chcemy wyzyskać całą zdolność mechaniczną takiego układu, musimy go zaprząc do poruszania maszyny odwracalnej, lub o ile podobna zbliżonej do odwracalnej; musimy temu w miarę możności zapobiec, ażeby w działalności maszyny do przemian odwracalnych przyplątywały się nieodwracalne. Wyobraźmy sobie naprzykład, że pozwoliliśmy, ażeby ciepło bezpośrednio, przez przewodnictwo, płynęło ze zbiornika I do zbiornika II; jasną

jest rzeczą, że wydajność maszyny zmniejszy się wówczas, że może spaść nawet do zera.

Odwracając twierdzenie Carnota, Lord Kelvin wybrał wydajność L maszyny termodynamicznej odwracalnej, pracującej między temperaturami T_1 i T_2, za podstawę *mierzenia* tych temperatur; tym sposobem wielki ten myśliciel ustanowił t. zw. *bezwzględną* lub *termodynamiczną skalę temperatur* (1848). Kelvin pokazał, że skalę termodynamiczną można dostosować (w pewnym stopniu przybliżenia) do skal zwykłych termometrycznych, np. wodorowych (§ 100); temperatury, odczytywane np. na wodorowym termometrze, różnią się wówczas bardzo mało od temperatur, przypadających ciału czynnemu według skali Kelvina. W skali termodynamicznej termometrja (i cała nauka o zjawiskach cieplnych) uzyskała podstawę naukową, zależną nie od dowolnie wybranych własności ciał materjalnych, lecz od urządzenia natury.

Gdy posługujemy się skalą termodynamiczną dla mierzenia temperatur T_1 i T_2, mamy proste równanie:

1. $$L = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Stąd wnosimy, że wydajność L stałaby się dopiero wówczas równa jedności, gdyby temperatura T_2 spadła do zera; takiej temperatury (czyli zera skali Kelvina) nie możemy osiągnąć żadnym sposobem. Dla każdej innej temperatury T_2 wydajność L jest mniejsza od jedności; gdy T_2 dochodzi do T_1, wydajność L obniża się do zera. Jasno tutaj widzimy, jak zasada Carnota uzupełnia treść pierwszej zasady termodynamiki; jak, nie znosząc jej słuszności, ogranicza ją przecież i niejako zacieśnia.

Przypuśćmy, że w kotle maszyny parowej woda gotuje się pod bardzo znacznem ciśnieniem; jak zobaczymy w następującym rozdziale, temperatura wody może wówczas być znacznie wyższa niż 100° C; przypuśćmy, że temperatura ta wynosi 200° C. Chłodnica maszyny niechaj pozostaje w temperaturze 10° C. Kładziemy (por. § 99):

2. $$T_1 = 473; \quad T_2 = 283; \quad \text{zatem z (1):} \quad L = 0{\cdot}402.$$

Gdyby więc działalność maszyny polegała na zjawiskach ściśle odwracalnych, maszyna mogłaby, przy powyższych temperaturach kotła i chłodnicy, zamieniać na pracę za każdym obiegiem conajwyżej 0·402 Q_1. W istocie jednak cykl przemian, odbywających się w rzeczywistej maszynie parowej, jest *daleki* od ideału odwracalności. Spalając się w powietrzu, kilogram węgla wytwarza około 8·2 miljonów kaloryj; gdybyśmy umieli zamienić bez straty na pracę całą tę ilość ciepła, otrzymalibyśmy z niej 3493200 kilogramometrów (§ 107); według pierwszej zatem zasady termodynamiki, kilogram węgla, spalając się, może dostarczyć w najkorzystniejszym przypadku 3493200 kgm pracy. Zasada Carnota obniża to *maximum*; w powyższych założeniach o temperaturach T_1 i T_2 sprowadza je do 1403200 kgm. W dzisiejszym stanie techniki jesteśmy jeszcze bardzo dalecy od osiągnięcia tej *drugiej* idealnej granicy. W najbardziej udoskonalonej spółczesnej potężnej maszynie parowej, pracującej przybliżenie w założonych warunkach, kilogram spalonego węgla wydaje najwyżej 280000 kgm; a więc tylko 8% pracy, którą obiecuje pierwsza zasada termodynamiki lub 20% pracy, na jaką zezwala druga.

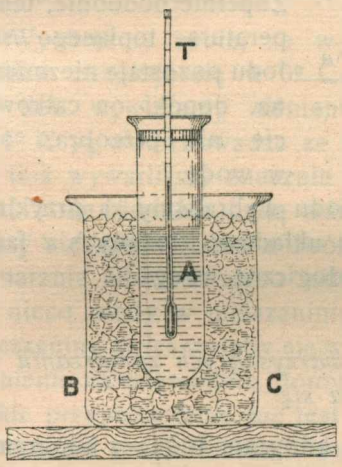
W roku 1907 wydobyto 272000 miljonów kg węgla z kopalni angielskich; zużyte pod kotłami maszyn parowych, mogły one wyzwolić około 76160 miljonów miljonów kilogramometrów pracy. Ażeby zrozumieć całą treść, która w poprzedzającem zdaniu jest zawarta, wyobraźmy sobie na chwilę, że Anglja *nie* ma wcale dzisiejszych swych maszyn; przypuśćmy, że zatrudnia *niewolników*, podobnie jak Babilon, Assyrja, Egipt, Grecja i Rzym starożytny, które przez tyle wieków zmuszały do pracy tłumy helotów. Załóżmy, że od dorosłego, zdrowego niewolnika możemy uzyskać średnio 5 kgm pracy w ciągu sekundy; gdyby był czynny przez 10 godzin na dobę, wykonywałby średnio 180000 kgm w przeciągu 24 godzin; licząc rocznie 300 dni pracy, powiadamy, że niewolnik uskutecznia średnio w ciągu roku 54 miljony kgm. Gdyby więc Anglja od niewolników chciała otrzymać *tę samą* pracę, jaką dziś z węgla za pośrednictwem maszyn pobiera, musiałaby utrzymywać *1410 miljonów* sztuk ludzkich roboczych. Wymowniej aniżeli długie opisy, ten rachunek objaśnia różnicę starożytnej i nowoczesnej naszej cywilizacji; wskazuje on także, jak potężny jest przemysł dzisiejszy, jak wielka jest moc tej nauki, która jest głównem źródłem ożywczem postępów technicznych.

ROZDZIAŁ DZIEWIĄTY.

Zmiany stanu skupienia.

§ 114. Podczas zamarzania lub topienia się temperatura pozostaje niezmienna.

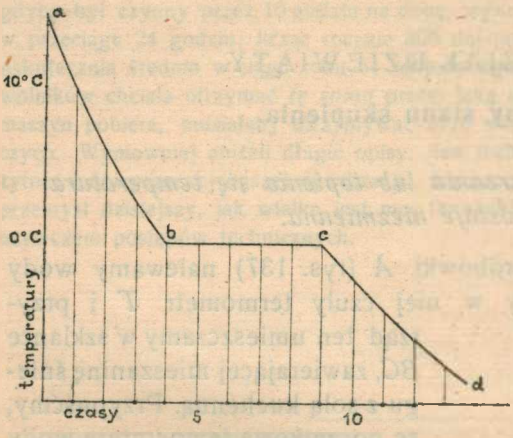
Do cienkościennej próbówki *A* (rys. 137) nalewamy wody destylowanej, zanurzamy w niej czuły termometr *T* i przyrząd ten umieszczamy w szklance *BC*, zawierającej mieszaninę śniegu z solą kuchenną. Przypuśćmy, że początkowa temperatura wody w *A* wynosiła 15° C. Co pewien czas, np. co minutę, odczytujemy stan termometru *T*; znalezione tym sposobem temperatury odkładamy na osi rzędnych prostokątnego układu osi, przedstawionego na rys. 138-ym; na osi odciętych odkładamy czasy. Otrzymujemy krzywą *abcd* (rys. 138), która wskazuje, jak z biegiem czasu zmienia się temperatura układu, zawierającego się w *A*.



Rys. 137.

Z gałęzi *ab* krzywej wnosimy, że temperatura ta opada z początku od 15° C do 0° C; następnie, jak widzimy z prostej *bc*, temperatura wewnątrz *A* utrzymuje się na zerze Celsjusza przez czas dosyć długi; wreszcie, jak uczy gałąź *cd*, znów się obniża. Znajdująca się w *BC* mieszanina oziębiająca ma temperaturę kilkunastu stopni poniżej 0° C, oziębia zatem nieprzerwanie próbówkę *A* i zawarte w niej ciało; dlatego znaczenie gałęzi *ab* i *cd* jest jasne; lecz jak mamy wytłumaczyć odcinek

prosty *bc*? Gdy w próbówce *A* woda przybiera temperaturę 0° C, zaczyna zamarzać; każdy gram wody, który w 0° C zamarza, wydziela 80 kaloryj (§ 110). Gdyby więc mieszanina oziębiająca nie odbierała nieustannie próbówce *A* wytwarzającego się w niej ciepła, temperatura w *A* podniosłaby się ponad 0° C, woda w *A* przestałaby krzepnąć. Rozumiemy teraz znaczenie gałęzi *bc;* w tym okresie zjawiska woda oddaje mieszaninie oziębiającej tyle ciepła, ile go jednocześnie pobiera dzięki procesowi krzepnięcia; dopóki całą ilość wody, zawartej w próbówce, nie przemieni się w lód, temperatura w *A* pozostaje zatem niezmienna. Zupełnie podobnie, temperatura topiącego się lodu pozostaje niezmienna, dopóki on całkowicie nie przeobrazi się w wodę.



Rys. 138.

Zamarzanie wody i topienie się lodu wybraliśmy za przykład w powyższym wywodzie; do innych układów, złożonych z fazy stałej i ciekłej, stosowałyby się analogiczne uwagi.

§ 115. O zmianach objętości, towarzyszących zamarzaniu albo topieniu się.

Z kilograma wody otrzymujemy kilogram lodu; z kilograma lodu otrzymujemy kilogram wody ciekłej; woda zamarza i lód topi się bez straty i bez zysku masy. Ale z litra wody nie otrzymujemy litra lodu; z 1000 cm^3 wody ciekłej w 0° C otrzymujemy około 1090 cm^3 lodu tej samej temperatury. Zatem woda *rozszerza się* krzepnąc; lód *kurczy się*, skoro się topi.

Wiemy o tem z pospolitych spostrzeżeń, że lód jest mniej gęsty w 0° C niż woda; wszakże kra nie tonie, lecz pływa po rzece. Z dokładnych pomiarów wynika, że:

gęstość lodu w 0° C jest = 0·9176 gr/cm^3
gęstość wody w 0° C jest = 0·9999 gr/cm^3

Cienkościenną rurkę szklaną *AB* (rys. 139) wyciągamy we włoskowate

rureczki i napełniwszy ją wodą, zatapiamy z obu końców; tak napełnione naczyńko umieszczamy w mieszaninie oziębiającej. Po niejakim czasie słyszymy trzask, który znaczy, że naczyńko zostało zdruzgotane. Przy tem doświadczeniu odłamki szkła mogą zostać wyrzucone gwałtownie do góry; należy zabezpieczyć się od nich. Rozumiemy teraz, czemu rury wodociągowe pękają nieraz podczas mrozów; czemu niekiedy skałę lub drzewo rozsadza w zimie marznąca w nich woda.

Rys. 139

Podobnie jak woda, zachowuje się, krzepnąc, żelazo i bizmut a także stop czyli *aljaż* (złożony z ołowiu i bizmutu), z którego wyrabiane bywają czcionki drukarskie. Z tej własności wspomnianego aljażu korzysta sztuka drukarska; rozszerzając się w chwili krzepnięcia, aljaż drukarski wypełnia dokładnie wszystkie zakątki formy (matrycy); tylko dlatego czcionki mają ostre, wyraźnie odcinające się zarysy. Różne inne substancje (np. siarka, wosk, parafina, stearyna) kurczą się, krzepnąc, zachowują się zatem przeciwnie niż woda. Gdy nieco parafiny stopionej, stygnąc, krzepnie powoli w otwartem naczyniu, tworzy się na jej powierzchni dość znaczna zaklęsłość.

§ 116. *Wpływ ciśnienia na topienie się i zamarzanie.*

Wyobraźmy sobie, że w walcu *ABCD* (rys. 1, § 3) pod tłokiem znajduje się w 0° C mieszanina wody i lodu. Jeżeli na tłok wywieramy ciśnienie jednej atmosfery, woda i lód w 0° C są w równowadze ze sobą (§ 16). Wyobraźmy sobie, że na tłok wywarliśmy znacznie większe ciśnienie, np. 40 atmosfer; woda i lód nie będą wówczas w równowadze ze sobą, wydarzy się zatem jedna z dwóch możliwych reakcyj: nieco wody zamarznie albo też nieco lodu się stopi. Przypuśćmy na chwilę, że nieco wody w mieszaninie zamarznie; wiemy, że objętość mieszaniny zwiększyłaby się wówczas; zatem, wywierając znaczne ciśnienie na mieszaninę, dopomoglibyśmy jej do *rozszerzenia się*. Takie przypuszczenie nie jest prawdopodobne; prawdopodobne jest raczej przypuszczenie przeciwne: działając na mieszaninę znacznem ciśnieniem, wywołamy jej *ściśnięcie się*, więc wywołamy reakcję, która łączy się ze zmniejszeniem objętości: topienie się lodu. *W temperaturze 0° C, pod ciśnieniem większem niż atmosferyczne, niema równowagi pomiędzy lodem a wodą; lód w tych warunkach topi się.* Gdy jednak lód topi się, pewna ilość ciepła zostaje pochłonięta; jeżeli to ciepło nie napływa z otoczenia, temperatura mieszaniny pocznie się obniżać i będzie się obniżała coraz bardziej, dopóki nie ustanowi się między wodą a lodem nowa równowaga, pod ciśnieniem większem niż atmosferyczne, w temperaturze niższej niż 0° C. *Tempera-*

tura równowagi wody i lodu obniża się, gdy ciśnienie się zwiększa.

W roku 1849, gdy nikt jeszcze o tem nie wiedział, że temperatura topienia się lodu zależy od ciśnienia, James Thomson odkrył tę zależność na drodze rozumowania i przepowiedział dokładne jej prawo; brat Jamesa, William, późniejszy Lord Kelvin, stwierdził niebawem doświadczalnie, że przewidywania te były słuszne. W pobliżu 0° C temperatura topienia się lodu obniża się o 0·0075° C, gdy ciśnienie rośnie o 1 atmosferę; pod ciśnieniem 40 atmosfer lód topiłby się zatem nie w 0° C, lecz w −0·3° C.

Wyobraźmy sobie mieszaninę, złożoną z parafiny stałej i ciekłej i przypuśćmy, że wywieramy na nią znaczne ciśnienie. Krzepnąc, parafina kurczy się; wpływ ciśnienia w tym razie będzie więc przeciwny niż w przypadku równowagi między wodą a lodem. Doświadczenie potwierdza ten wniosek. Pod ciśnieniem atmosferycznem parafina topi się w 46·3° C; pod ciśnieniem 100 atm., jak przekonał się Bunsen, topi się w 49·9° C.

Zależność temperatury topienia się lodu od ciśnienia tłumaczy zjawisko, które Faraday nazwał *regelacją* (zamarzaniem powrotnem). Przyciśnijmy mocno do siebie dwie bryły lodu; po zluźnieniu nacisku przekonywamy się, że bryły przymarzły do siebie. Pod wpływem ciśnienia bryły topią się na powierzchni zetknięcia; ale utworzona woda, która ma temperaturę niższą niż 0° C, zamarza napowrót, skoro uwolni się z pod ciśnienia. Zjawisko regelacji możemy odnaleźć w mnóstwie spostrzeżeń codziennych. Dzieciom szkolnym wiadomo, że w czasie ostrego mrozu urabianie t. zw. «śnieżek» idzie niesporo; ucisk dłoni nie wystarcza do wywarcia na śnieg nieodzownego ciśnienia. Inny przykład nasuwa ślizgawka. W miejscu, w którem ostrze łyżwy dotyka powierzchni lodu, łyżwiarz swym ciężarem wywiera znaczne ciśnienie; w tem miejscu topi się zatem cienka warstewka lodu, co pozwala łyżwiarzowi »zachwytywać« lodu t. j. zagłębiać się nieco pod jego powierzchnię.

W górach gromadzą się nieraz olbrzymie pokłady śniegu, z których powstają *lodowce*. Wyobraźmy sobie bardzo wysoki słup śniegu i przypuśćmy, że jego temperatura leży poniżej 0° C. Dolne warstwy słupa są poddane działaniu ogromnego ciśnienia, które sprzyja topieniu się. Woda wytworzona ma temperaturę niższą niż 0° C; gdy, wypłynąwszy, uwalnia się z pod ciśnienia, marznie natychmiast. Zjawisko to powtarza się, gdy śniegu od góry coraz więcej przybywa; kolumna śniegu przeobraża się wówczas w lodowiec. W Alpach, w Andach, w Himalayach spotykamy nieraz potworne cielska takich lodowców, które suną wgłąb dolin z prędkością od kilku do kilkudziesięciu centymetrów na dobę, niszcząc wszystko po drodze i pozostawiając tylko skały wygładzone. To powolne pełzanie lodowców jest zawiłem zjawiskiem; przyczynia się do niego regelacja warstw dolnych, ale współdziała także plastyczność lodu i inne wpływy uboczne.

Ażeby okazać zjawisko regelacji, wybieramy dużą bryłę lodu i wspieramy ją brzegami na dwóch stołach, tak iż tworzy ona niejako most między niemi; na bryłę kładziemy niezbyt gruby miedziany drut, zgięty w kształcie ∩ i obciążony stosownie na końcach. Po pewnym czasie przekonywamy się, że drut przechodzi nawskróś przez bryłę lodową; ale miejsca, które drut przeciął, zrastają się zaraz napowrót ze sobą.

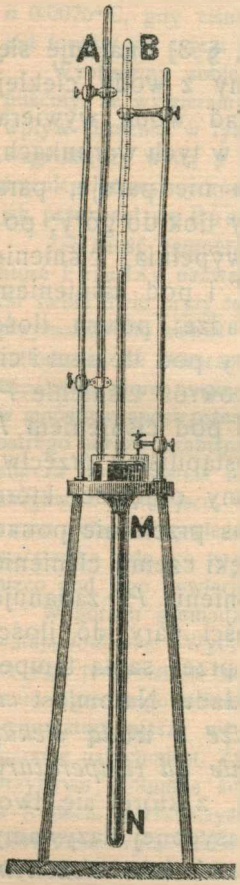
§ 117. Pary nasycone. Ciśnienie nasycenia.

Zjawiska ulatniania się cieczy oraz skraplania się gazów i par zasługują na uwagę nietylko dlatego, że grają ważną rolę w naszem życiu codziennem; stanowią one wyborny przykład reakcyj możliwych w dwufazowym układzie; zapoznawszy się z niemi, poczynamy rozumieć charakter praw, rządzących światem materji.

Przypuśćmy, że w walcu *ABCD* (rys. 1, § 3) znajduje się pod tłokiem, w temperaturze T, układ złożony z wody ciekłej i z pary wodnej; w temperaturze T para nad wodą wywiera pewne ciśnienie P. Układ jest w równowadze w tych warunkach; w temperaturze T i pod ciśnieniem P woda nie paruje, para nie skrapla się. Przypuśćmy, że podnieśliśmy tłok do góry; powiększyliśmy przez to objętość, którą para wypełnia; ciśnienie pary zmniejsza się zatem. W temperaturze T i pod ciśnieniem mniejszem niż P układ nie jest w równowadze; pewna ilość wody ulatnia się wówczas, przez co ilość pary pod tłokiem i ciśnienie jej wzrasta. Gdy ustanowi się napowrót ciśnienie P, woda przestaje parować; w temperaturze T i pod ciśnieniem P układ jest w równowadze. Przypuśćmy, że postąpiliśmy przeciwnie; posuwając tłok ku dołowi, zmniejszyliśmy objętość, którą wypełnia para. Ciśnienie pary wzrasta wówczas przelotnie ponad wartość P, pewna ilość pary skrapla się, dzięki czemu ciśnienie jej zmniejsza się; po ustanowieniu się ciśnienia P, zapanuje znów równowaga. Widzimy, że stosunek ilości pary do ilości wody ciekłej w układzie *nie* jest określony przez samą temperaturę T; zależy on również od objętości układu. Natomiast *ciśnienie pary, znajdującej się w równowadze z wodą ciekłą, nie zależy od objętości; zależy ono wyłącznie od temperatury.* Parę, znajdującą się w równowadze z cieczą, z której się tworzy, nazywamy *nasyconą*; ciśnienie P pary nasyconej nazywamy *ciśnieniem nasycenia.* Powiadamy zatem: *w układzie, złożonym z cieczy i pary, ciśnienie nasycenia jest funkcją tylko temperatury.*

Powyższe przedstawienie rzeczy uzupełniamy jeszcze następującą uwagą. Gdy woda ulatnia się, każda jednostka jej masy pochłania ilość ciepła R, którą nazywamy *ciepłem parowania* (§ 111); masa m wody pochłania wówczas ilość ciepła mR. Jeżeli taka ilość ciepła nie napływa z otoczenia, układ

musi sam jej dostarczyć; temperatura układu obniża się wówczas i powraca do wysokości T dopiero po nadejściu z otoczenia ilości ciepła, którą układ utracił. Jeżeli temperatura wody i pary ma pozostawać stała, podnoszenie tłoka do góry wymaga zatem dopływu ciepła zzewnątrz; obniżanie tłoka ku dołowi, w tem samem założeniu, wymaga odpływu ciepła nazewnątrz.



Rys. 140.

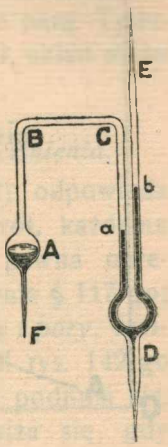
Wyrażenie *para nasycona*, oddawna przyjęte w nauce, nie jest trafne; widoczną jest rzeczą, że nie sama para, raczej zajęta przez nią część przestrzeni jest nasycona. Nie mówimy, że *cukier* jest nasycony, gdy woda, znajdująca się w szklance nad cukrem, nie może go więcej rozpuścić (§ 20); powiadamy, że *roztwór* jest nasycony. Widzieliśmy już w rozdz. II-im, że pomiędzy dwoma przypadkami równowagi, o których tu mowa, zachodzi podobieństwo istotne.

Należy to dobrze zrozumieć, że para *nasycona* od nienasyconej nie różni się żadną szczególną własnością. Nasycenie jest w równej mierze cechą pary jak cieczy, z której pára powstaje; stan nasycenia jest równowagą układu, składającego się z pary i z cieczy.

Następujące doświadczenie służy do objaśnienia twierdzenia, podanego w artykule niniejszym. Do naczynia MN, zawierającego rtęć, wprowadzamy dwie rury barometryczne Torricelli'ego A i B (rys. 140); obie powierzchnie rtęci w rurach ustanawiają się w jednakowej wysokości ponad zwierciadłem rtęci w otwartem naczyniu. Zapomocą małej zagiętej pipety wprowadzamy do rury B nieco alkoholu etylowego; ciecz ta wypływa nad rtęć i ulatnia się całkowicie lub w części. Powierzchnia rtęci w B stoi teraz niżej aniżeli w A; jeżeli temperatura pokoju wynosi np. 15° C, słup rtęci w B jest o 33 mm niższy niż w A. Zanurzając rurę B do szyjki naczynia MN, spostrzegamy, że ilość cieczy, skroplonej w B ponad rtęcią, zwiększa się; wyciągając rurę B ku górze, sprawdzamy, że ilość ta zmniejsza się lub nawet, być może, całkiem zanika. Dopóki jednak w B ponad rtęcią znajduje się choćby ślad cieczy, różnica wysokości słupów w A i B pozostaje niezmienna; ciśnienie na-

sycenia pary nie zależy od zajmowanej przez nią objętości. Opisane tu doświadczenie wykonał po raz pierwszy John Dalton w r. 1801-ym.

Jeżeli rozporządzamy dobrą pompą, możemy posłużyć się następującym prostym przyrządem. Naczyńko *A* (rys. 141) zawiera badaną ciecz; do mierzenia jej ciśnienia nasycenia służy manometr rtęciowy *CDE*, w którego ramieniu *bE* ma być próżnia; w części *ABCa* przyrządu powinna znajdować się tylko para, która wytwarza się w *A*. Po dokładnem wypłókaniu, wysuszeniu i opróżnieniu przyrządu, wprowadzamy rtęć do *CDE* przez *D* oraz ciecz badaną do *A* przez *F*, poczem zatapiamy zakończenia *D*, *E*, *F*. Pionowo mierzona różnica wysokości powierzchni rtęci *a* i *b* w manometrze daje wartość szukanego ciśnienia nasycenia.



Rys 141.

§ 118. Zależność ciśnienia nasycenia od temperatury.

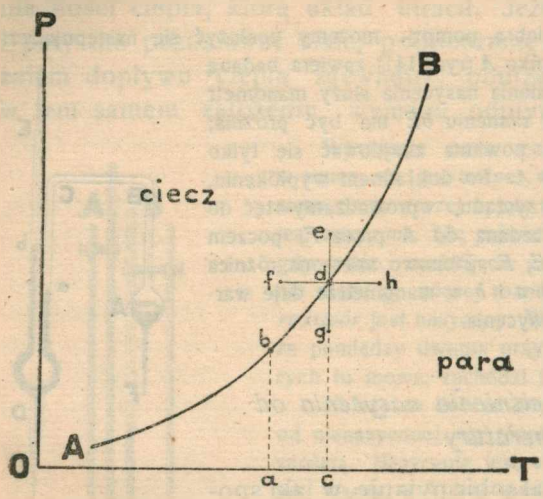
Już Dalton zadawał sobie pytanie, w jaki sposób ciśnienie nasycenia rozmaitych substancyj zależy od temperatury; było mu wiadomo, że *ciśnienie nasycenia zwiększa się zawsze, gdy temperatura się podnosi.*

W doświadczeniu przedstawionem na rysunku 140 przekonaliśmy się naprzykład, że w temp. 15° C ciśnienie nasycenia alkoholu etylowego wynosi 33 mm; jeżeliby temperatura wynosiła 20° C, znaleźlibyśmy 44 mm. Zanurzając naczyńko *A* przyrządu, wyobrażonego na rys. 141-ym, do stosownych kąpieli, możemy przekonać się o wiele dogodniej, jak zmienia się z temperaturą ciśnienie nasycenia substancji umieszczonej w *A*.

Zależność ciśnień nasycenia rozmaitych substancyj od temperatury była przedmiotem mnóstwa poszukiwań; dokładnością i rozległością wyróżniają się zwłaszcza badania znakomitego fizyka francuskiego Wiktora Regnaulta. W następującej tablicy podajemy niektóre ciśnienia nasycenia dla kilku ważniejszych substancyj; ciśnienia te *P* są wyrażone w milimetrach rtęci.

T	*P*			
	Woda	Alkohol etylowy	Eter etylowy	Rtęć
0° C	4·57	12·6	184·9	0·0002
10°	9·14	23·8	291·8	0·0005
15°	12·67	33·0	—	—
20°	17·36	44·0	442·4	0·0013
50°	92·0	221·0	1276·1	0·015
100°	760·0	1695	4859	0·270
200°	11647	22160	—	17·015

Wartości T i P, podane dla jednej z pomiędzy powyższych substancyj, odłóżmy na osiach prostokątnego układu spółrzędnych: temperatury T odkładamy na osi odciętych OT, ciśnienia P na osi rzędnych OP (rys. 142). Miejscem geometrycznem punktów (np. b, d i t. d.), których spółrzędnemi są odpowiadające sobie wartości T i P, jest krzywa AB, *linja równowagi cieczy i pary*. Postać tej krzywej, dla każdej substancji odmienna, wskazuje, w jaki sposób ciśnienie nasycenia zmienia się z temperaturą. Wiemy, że ciśnienie nasycenia jest funkcją tylko temperatury; postać krzywej AB uzmysławia nam kształt tej funkcji, dla każdej substancji zosobna.



Rys. 142.

Przypuśćmy, że Oc na rys. 142-im wyobraża temperaturę T, cd zaś odpowiednie ciśnienie nasycenia P. W temperaturze T i pod ciśnieniem P układ jest w równowadze; takiemu stanowi odpowiada punkt d, który też leży na krzywej równowagi AB. Przypuśćmy, że układ ma temperaturę T, ale ciśnienie w nim panujące jest nieco większe niż P, jak to wyobraża np. punkt e rysunku; lub też przypuśćmy, przeciwnie, że układ znajduje się pod ciśnieniem P, ale temperatura jest w nim nieco niższa niż T, jak to wyobraża np. punkt f. W obu razach równowaga jest niemożliwa; w obu razach para skrapla się i cały układ przybiera postać cieczy. Możemy powiedzieć, że punkty e i f rysunku leżą względem krzywej AB *po stronie cieczy*. Przypuśćmy, że układ ma temperaturę T, ale ciśnienie w nim panujące jest nieco mniejsze niż P, jak to wyobraża np. punkt g; lub też przypuśćmy, przeciwnie, że układ znajduje się pod ciśnieniem P, ale temperatura jest w nim nieco wyższa niż T, jak to wyobraża np. punkt h. W obu razach równowaga jest niemożliwa; w obu razach ciecz ulatnia się i cały układ przybiera postać pary. Po-

wiadamy, że punkty *g* i *h* leżą względem krzywej *AB po stronie pary*. Krzywa *AB* oddziela zatem od siebie dwie dziedziny na naszym rysunku: dziedzinę cieczy i dziedzinę pary. W punktach pierwszej dziedziny (*e*, *f* i t. p.) układ jest całkowicie cieczą; w punktach drugiej (*g*, *h* i t. p.) jest całkowicie parą. Tylko w punktach, leżących na krzywej rozgraniczającej *AB*, układ może być po części cieczą, po części parą.

§ 119. *Zależność temperatury równowagi od ciśnienia.*

Każdej temperaturze na krzywej *AB* (rys. 142) odpowiada pewne (jedno) ciśnienie nasycenia *P*. Ale i naodwrót, każdemu ciśnieniu nasycenia odpowiada na tej krzywej pewna określona temperatura. Możemy zatem odwrócić twierdzenie § 117-go; możemy powiedzieć: *w układzie, złożonym z cieczy i pary, temperatura równowagi jest funkcją tylko ciśnienia.* Z rys. 142-go widzimy, że temperatura równowagi cieczy i pary podnosi się, gdy ciśnienie się wzmaga; że temperatura ta obniża się, gdy ciśnienie staje się mniejsze.

Zjawiskiem *wrzenia* zajmowaliśmy się w § 18-ym. Wiemy, że, jeżeli z ponad cieczy usuwamy tworzącą się parę, wówczas coraz nowe ilości pary pojawiają się na powierzchni cieczy oraz w jej wnętrzu; pęcherzyki pary skłębiają i kotłują ciecz całą, co pospolicie nazywa się wrzeniem. Jeżeli zatem ciecz wre w temperaturze *T* i pod ciśnieniem *P*, możemy stąd wnosić, że w tej temperaturze i pod tem ciśnieniem ciecz i para są w przybliżeniu w równowadze ze sobą. Jednakże zjawisko wrzenia jest dosyć zawiłe; jego przebieg może zależeć od okoliczności ubocznych, w które tu nie wchodzimy.

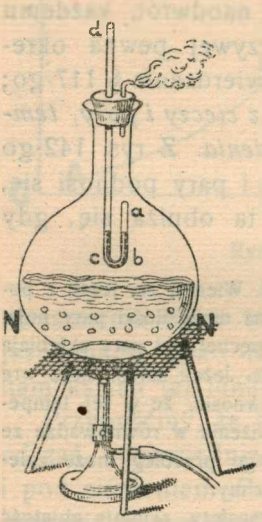
Gram wody ciekłej w 100° C, pod ciśnieniem 1 atmosfery, zajmuje objętość 1·04 cm^3; gram pary wodnej, w tych samych warunkach, wypełnia 1651 cm^3. Gdy zatem gram wody ciekłej zamienia się, w 100° C, pod ciśnieniem 1 atmosfery, w gram pary wodnej, reakcja ta jest połączona z bardzo znacznem *zwiększeniem się* objętości. Okoliczność ta tłumaczy, dlaczego temperatura równowagi wody i pary podnosi się, gdy ciśnienie się zwiększa; powracając do sposobu rozumowania, znanego z § 116-go, przekonywamy się o tem istotnie. Parowanie wody należy, jak widzimy, do tej kategorji reakcyj, do której zalicza się np. topienie się parafiny; do przeciwnej niż topienie się lodu. Wniosek ten stosuje się do wszystkich substancyj; nie znamy przykładu jednorodnej substancji, która w postaci pary zajmowałaby objętość mniejszą aniżeli w postaci cieczy.

§ 120. *Punkt wrzenia normalny.*

Normalnym punktem wrzenia nazywamy temperaturę, która, na krzywej równowagi cieczy i pary (*AB*, rys. 142) uważanej substancji, odpowiada ciśnieniu nasycenia, równemu jednej atmosferze normalnej (§ 44).

Panujące w powietrzu ciśnienie, w pobliżu powierzchni ziemi, różni się zazwyczaj nieznacznie od ciśnienia 1 atmosfery; za normalny punkt wrzenia cieczy uważa się więc zwykle temperaturę, w której ona wre w otwartem naczyniu. O ile przybliżone jest takie postępowanie, o tem, na przykładzie wody, objaśnia następująca tablica, w której ciśnienia nasycenia P są wyrażone w milimetrach rtęci:

P	T	P	T
730·0	98·88° C	755·0	99·81° C
735·0	99·07	760·0	100·00
740·0	99·26	765·0	100·18
745·0	99·44	770·0	100·37
750·0	99·63	775·0	100·55



Rys. 143.

Sporządzając dokładny termometr rtęciowy, liczymy się, jak już powiedzieliśmy w §§ 18 i 19-ym, z faktami, które streszczają się w powyższej tablicy. Pamiętamy o nich podobnie w termometrji gazowej (§ 97).

Dłuższe ramię *cd* rurki szklanej *abcd* jest otwarte (w *d*); krótsze ramię *ab* jest zamknięte (rys. 143). Całe ramię *ab* i część ramienia *cd* wypełniamy rtęcią, wprowadzamy do *ab* kroplę wody i umieszczamy rurkę w naczyniu *NN*, w którem gotuje się woda. Widzimy wówczas, że powierzchnie rtęci w ramionach *ab* i *cd* stoją w tym samym poziomie; w punkcie wrzenia woda wywiera ciśnienie, równe atmosferycznemu. Odwracając to postępowanie, możemy je zastosować do wyznaczania punktów wrzenia cieczy, której tylko małą ilością rozporządzamy. Punktem wrzenia cieczy, której kroplę wprowadziliśmy ponad rtęć do *ab*, jest (pod ciśnieniem atmosferycznem) temperatura kąpieli *NN* w chwili, w której powierzchnie rtęci w *ab* i *cd* stoją w tym samym poziomie.

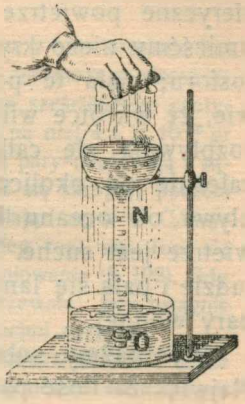
§ 121. Wrzenie pod ciśnieniem mniejszem niż atmosferyczne.

Pod ciśnieniem, mniejszem niż atmosferyczne, woda wre poniżej 100° C. Wiemy o tem z poprzedzających artykułów; lecz w studjowaniu praw zjawisk fizycznych powinniśmy każde twierdzenie umieć sprawdzić doświadczeniem. Pod kloszem pompy pneumatycznej umieszczamy naczynie, zawierające wodę i termometr; przekonywamy się, że, skoro ciśnienie pod kloszem spadło do kilkunastu mm rtęci, woda zaczyna gotować się w temperaturze pokojowej.

Rys. 144 objaśnia doświadczenie, które w prostszy sposób prowadzi do tego samego wyniku. W otwartem naczyniu N gotujemy wodę dość długo, poczem, zamknąwszy otwór O, odwracamy naczynie i skrapiamy je chłodną wodą od

góry. Para w naczyniu skrapla się; woda, która pozostała w naczyniu, znajduje się zatem pod małem ciśnieniem i zaczyna się wówczas napowrót gotować. Gotowanie to przerywa się, gdy oblejemy naczynie gorącą wodą.

Ciśnienie powietrza w wyższych warstwach atmosfery jest mniejsze, jak wiemy, aniżeli w pobliżu powierzchni ziemi (§ 45); w balonie lub na szczycie góry woda wre znacznie poniżej 100° C. Punkt wrzenia wody obniża się przybliżenie o jeden stopień Celsjusza, gdy wznosimy się o 325 m. Herbata, przyrządzona w znacznem wzniesieniu, jest słabym odwarem; co ważniejsza, gotowanie wody pod zmniejszonem ciśnieniem *nie* zawsze wystarcza do zniszczenia obecnych w niej bakteryj chorobotwórczych



Rys. 144.

§ 122. *Wrzenie pod ciśnieniem większem niż atmosferyczne.*

Do wrzenia pod ciśnieniem, większem niż atmosferyczne, możemy zmusić wodę prostym sposobem: zamykamy odpływ tworzącej się parze, która sama sprawia wówczas pożądane ciśnienie. Przypuśćmy naprzykład, że woda ma gotować się w 200° C; według § 118-go, potrzeba w takim razie, ażeby naczynie wytrzymywało bezpiecznie wewnętrzne ciśnienie przeszło 15 atmosfer.

W temperaturze 200° C woda znacznie bardziej rozpuszcza niż w 100° C; dlatego gotowanie pod wysokiem ciśnieniem bywa nieraz użyteczne w przemyśle. Inne ważne zastosowanie wysokich ciśnień pary znajdujemy w urządzeniu maszyn parowych, które, jak mawiamy, „pracują pod wysokiem ciśnieniem". Para, poruszająca takie maszyny, miewa temperatury, dochodzące do 200° C lub nawet przechodzące tę temperaturę, bywa więc wytwarzana pod bardzo dużem ciśnieniem. O potędze sił, sprawiających takie ciśnienia, świadczą eksplozje kotłów, które jednak, w dzisiejszym stanie techniki, wydarzają się nadzwyczaj rzadko.

§ 123. *Rosa i inne opady atmosferyczne. Hygrometry.*

Przypuśćmy, że noc była jasna i chłodna; wychodząc zrana do ogrodu, spostrzegamy, że trawa, kamienie i inne przedmioty są pokryte warstwą maleńkich wodnych kropelek, chociaż deszczu bynajmniej nie było. Ów osad wilgotny, dobroczynny dla roślin, dla człowieka niekiedy zdradliwy, nazywa się *rosą*. Zjawisko rosy możemy łatwo sztucznie wywołać. Gdy wnieśliśmy do pokoju karafkę pełną śniegu, spostrzegamy niebawem obfitą rosę na jej zewnętrznej powierzchni. Szyby okien w mieszkaniu

nieraz zimą pokrywają się rosą od strony wewnętrznej; rosa ta niekiedy zamarza w piękne liściaste lub kwieciste zarysy.

Ażeby te zjawiska zrozumieć, przypomnijmy sobie, że atmosferyczne powietrze zawiera zawsze parę wodną. Na talerzyku umieśćmy nieco krystalicznego chlorku wapnia lub pięciotlenku fosforu; ciała te pochłaniają parę wodną z powietrza tak chciwie, że wkrótce wilgotnieją widocznie, po niejakim zaś czasie rozpływają się całkowicie. Ilość pary zawartej w powietrzu, zależnie od okoliczności, bywa rozmaita. Powietrze, które napływa od oceanu lub morza, bywa wilgotne; w pustyni powietrze jest suche. W atmosferze pokoju, w którym oddychają ludzie i palą się lampy, znajdujemy zazwyczaj stosunkowo wiele pary wodnej.

Wyobraźmy sobie metr sześcienny wypełniony powietrzem. Największa ilość pary wodnej, jaką metr sześcienny powietrza może w sobie zawierać, zależy od temperatury; im wyższa jest temperatura, tem ilość ta jest większa. Że tak istotnie być musi, możemy to łatwo zrozumieć na zasadzie § 118-go. W metrze sześciennym powietrza, w każdej temperaturze, może *conajwyżej* zawierać się ta ilość pary wodnej, która sprawia w nim ciśnienie, równe ciśnieniu nasycenia wody w uważanej temperaturze; wszelki nadmiar pary, przekraczający tę ilość, musi się skroplić. Gdy np. w 10° C w 1 m^3 powietrza znajduje się 9·3 gr pary wodnej, para ta wywiera ciśnienie 9·14 mm rtęci; zatem 1 m^3 powietrza w 10° C może w sobie pomieścić conajwyżej 9·3 gr pary wodnej. W 15° C ilość 12·7 gr pary wodnej w 1 m^3 powietrza wywiera ciśnienie 12·67 mm rtęci; zatem 1 m^3 powietrza w 15° C może w sobie utrzymać conajwyżej 12·7 gr pary wodnej.

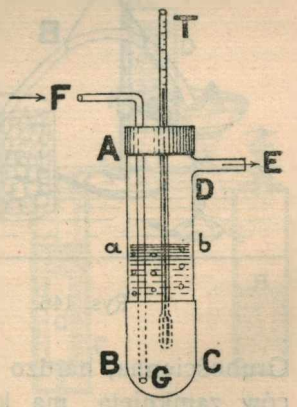
Pojmujemy teraz, dlaczego i kiedy tworzy się rosa. Przypuśćmy, że temperatura powietrza w pokoju wynosi 15° C i że metr sześcienny tego powietrza zawiera 9·3 gr pary wodnej; para ta oczywiście nie skrapla się. Wnosimy do pokoju wypełnioną śniegiem karafkę. Sąsiadująca z karafką warstwa powietrza oziębia się; jej temperatura obniża się coraz bardziej. Dopóki temperatura tego powietrza nie doszła do 10° C, ilość zawartej w niem pary leży poniżej najwyższej granicy, jaka w niem bez skroplenia może być obecna; para zatem nie skrapla się. Skoro jednak temperatura warstwy dojdzie do 10° C, stan nasycenia zostaje osiągnięty; przy dalszem opadaniu temperatury kropelki rosy pojawiają się na powierzchni naczynia. Dla danej

zawartości pary wodnej w powietrzu (9·3 gr na 1 m^3) temperatura 10° C jest *punktem rosy* czyli granicą temperatur, od których zaczyna się wydzielanie się pary wodnej w postaci maleńkich kropelek.

Temperatura powietrza, znajdującego się w zetknięciu z powierzchnią karafki, opadnie wkrótce do 0° C; w tej temperaturze w 1 cm^3 może zawierać się conajwyżej $4{\cdot}9 \times 10^{-6}$ gr pary wodnej; z każdego zatem sześciennego centymetra powietrza przylegającego do karafki wydziela się na niej $4{\cdot}4 \times 10^{-6}$ gr wody w postaci rosy. W miejsce skroplonej i wydzielonej pary napływają z sąsiednich warstw powietrza nowe ilości pary, które również się skroplą; poczem powtórzy się to samo zjawisko. Gram pary wodnej, skraplając się w 0° C, wydziela 538·6 kaloryj (§ 111); pochłaniając to ciepło, śnieg topi się; topi się zresztą również dzięki zjawiskom przewodnictwa i promieniowania (§ 102). Gdy śnieg stopi się całkowicie, utworzona woda będzie się ogrzewała; gdy osiągnie temperaturę 10° C, rosa przestanie osadzać się na powierzchni naczynia.

W powietrzu miast i osad fabrycznych unoszą się bardzo drobne i liczne cząstki pyłu, sadzy i t. p.; miljony nieraz pływają w centymetrze sześciennym powietrza. Przypuśćmy, że pewną okolicę zalega duża masa powietrza, zawierającego takie cząstki i nasyconego parą wodną. Jeżeli temperatura obniży się, skraplająca się para osiada na zawieszonych w powietrzu okruchach; tym sposobem zwykle tworzy się *mgła*. Cząstki stanowiące mgłę są bardzo drobne, dlatego mogą pływać długo w powietrzu (por. § 46 tomu I-go).

Hygrometrem nazywamy przyrząd, który pozwala wyznaczyć punkt rosy, odpowiadający ilości pary wodnej obecnej w powietrzu. Stosunkowo prosty hygrometr obmyślił Daniel; opiszemy tu ulepszoną postać, którą temu przyrządowi nadał Regnault. Rurka szklana *AD* (rys. 145) jest zamknięta od dołu przez srebrne naczyńko *BC*; do utworzonej tym sposobem próbówki nalewamy eteru etylowego; *ab* na rysunku jest swobodną powierzchnią tej cieczy. Rurka *FG* sięga niemal do dna próbówki; wyciągając powietrze u wylotu rurki *DE*, aspirator (opuszczony na rysunku) ssie je przez *FG* i przez kolumnę eteru. Prąd przepływającego powietrza skłania eter do szybkiego ulatniania się, co wywołuje oziębianie się eteru, naczyńka oraz przylegającej warstwy powietrza. Na gładkiej powierzchni srebra pojawiają się w pewnej chwili pierwsze kropelki rosy; odczytując termometr w tejże chwili, znajdujemy punkt rosy. Ażeby uchronić przyrząd od wpływu oddechu, rosę na powierz-



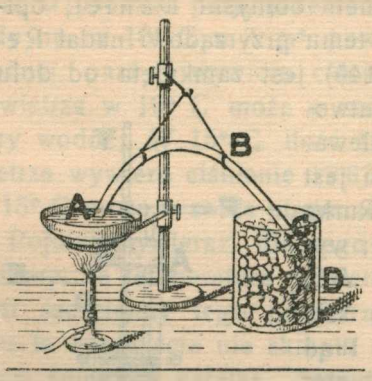
Rys. 145.

chni *BC* oraz wskazania termometru obserwujemy z odległości, przy pomocy lunety.

Rozumowanie, które posłużyło nam do wytłumaczenia zjawiska rosy, było oparte na twierdzeniach § 118-go. Czy jednak wolno stosować te twierdzenia do przypadku, który tu rozważaliśmy? W walcu pod tłokiem (rys. 1), w rurze Torricelli'ego nad rtęcią (rys. 140) znajduje się tylko para i ciecz; para znajduje się tam w próżni. Twierdzenia § 118-go stosują się niewątpliwie w tym przypadku. W zagadnieniu, którem zajmowaliśmy się tutaj, układ jest bardziej zawiły; para wodna znajduje się nie w próżni ale *w powietrzu*. Już Dalton przekonał się jednak, że obecność powietrza nie wywiera niemal wpływu na ciśnienie nasycenia parującej w niem wody; w danej temperaturze ciśnienie to jest prawie to samo w powietrzu i w próżni.

§ 124. O skraplaniu gazów.

Słuchając wykładów nauki chemji, bywamy świadkami otrzymywania chloru, bezwodnika węglowego, tlenu, wodoru i t. d.; przekonywamy się wówczas, że w zwykłych warunkach wykonywania podobnych doświadczeń substancje te są gazami. Jednakże, w zwykłych warunkach takich doświadczeń, temperatury bywają mało różne od pokojowych, ciśnienia nie oddalają się znacznie od atmosferycznego. W innych temperaturach, pod innemi ciśnieniami, czy owe gazy pozostałyby gazami? Już u początku XVIII-go stulecia Amontons przepowiedział, że »powietrze zostanie kiedyś skroplone; może nawet zamrożone zostanie«. Dopiero w r. 1823-im powiodło się Faraday'owi uczynić pierwszy krok na drodze, która, w sześćdziesiąt lat później, doprowadziła dwóch polskich badaczy w Krakowie do urzeczywistnienia śmiałego proroctwa Amontonsa.

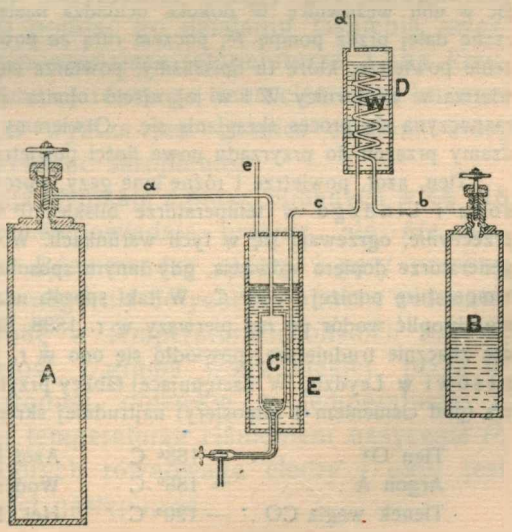


Rys. 146.

Rys. 146 wyobraża prosty przyrząd, który pozwala powtórzyć doświadczenie Faraday'a. Grubościenna, bardzo wytrzymała rura szklana *ABC*, z obu końców zamknięta, ma kształt litery V. W końcu *A* rura zawiera ciała, które za ogrzaniem wytwarzają badany gaz; przeciwległy koniec *C* jest zanurzony w mieszaninie oziębiającej *D*. Gdy ogrzewamy *A*, gaz wydziela się i jego ciśnienie w rurce wzmaga

się; w najzimniejszem miejscu *C* gaz zaczyna wreszcie się skraplać. Takim sposobem Faraday skroplił chlor, cyjan, amonjak, bezwodnik węglowy i inne gazy. Około połowy XIX-go wieku pozostało już tylko *sześć* gazów, których skroplić nie umiano: tlenek węgla, tlenek azotu, metan, tlen, azot i wodór. W roku 1877 Cailletet we Francji, szybko i nagle wypuszczając tlen z pod wysokiego ciśnienia, dostrzegał w nim lekkie zamglenie, które pojawiało się na chwilę, ale natychmiast znikało. Ciekły tlen oraz azot, a także ciekłe powietrze, otrzymali po raz pierwszy, w r. 1883-im, Zygmunt Wróblewski i Karol Olszewski, profesorowie Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie. Jako środkiem oziębiającym uczeni ci posłużyli się ciekłym etylenem, który wre w — 103° C pod ciśnieniem 1 atmosfery. Gotując to ciało pod małem ciśnieniem, Wróblewski i Olszewski obniżyli temperaturę tak bardzo, że poddane jej wpływowi powietrze już pod ciśnieniem kilkudziesięciu atmosfer zaczynało obficie się skraplać. Gotując znów tlen lub powietrze pod małem ciśnieniem, Wróblewski i Olszewski zdołali otrzymać temperatury dochodzące do — 200° C; wymienione gazy, oprócz wodoru, skraplały się a nawet zamarzały łatwo w tych temperaturach.

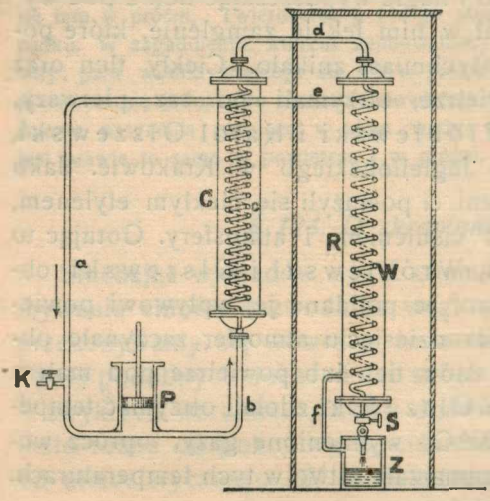
Schematyczny rys. 147 daje niejakie wyobrażenie o jednym z pomiędzy przyrządów, które służyły Olszewskiemu do doświadczeń nad niskiemi temperaturami. Wytrzymały walec stalowy *A* jest zbiornikiem badanego gazu, np. tlenu. Zapomocą rury *a* zbiornik *A* łączy się z naczyniem *C*, w którem gaz ma być zamieniony na ciecz. Etylen, poprzednio skroplony w zbiorniku *B*, płynie rurą *b* do wężownicy *W*, która otoczona jest w *D* mieszaniną eteru i zmrożonego bezwodnika węglowego; stąd rurą *c* etylen dopływa do naczynia *E*. Nieprzerwanie czynne pompy ssące wyciągają przez *e* oraz *d* pary, tworzące się w naczyniach *E* i *D*.



Rys. 147.

W roku 1895 Hampson w Londynie i Linde

w Monachjum wprowadzili w użycie nową metodę skraplania gazów, polegającą na innych zasadach. Schematyczny rysunek 148 objaśnia ogólnikowo przewodnią myśl tego postępowania. Przypuśćmy z początku, że kurek *K* jest zamknięty. Wyobraźmy sobie, że pompa *P* ciągnie powietrze z rury *a* i wtłacza je do rury *b*; z *b* powietrze przepływa do chłodnicy *cC*, w której wężownica *c* otoczona jest śniegiem lub lodem; ogrzany działaniem pompy *P* gaz oziębia się tutaj do 0° C. Z wężownicy *c* powietrze rurą *d* udaje się do przyrządu *RW*, zwanego *regeneratorem*. Regenerator zawiera wężownicę *W*, zakończoną u dołu małym otworem, który zapomocą śrubowego wentyla *S* można odmykać lub przymykać. Pompa *P* wtłacza powietrze do rur *b*, *c*, *d* pod bardzo znacznem ciśnieniem; jeżeli dolne ujście wężownicy *W* jest zaledwie otwarte, powietrze ekspanduje w niem nagle, przechodząc z pod wysokiego ciśnienia do przybliżenie atmosferycznego. Wskutek ekspansji część gazu, która *wykonywa* pracę, oziębia się; pozostała część gazu, która pracę *pochłania*, ogrzewa się; ponieważ jednak oziębienie *zazwyczaj* (lecz bynajmniej niezawsze) przeważa ponad ogrzaniem, przeto powietrze ostatecznie *oziębia się*. Ze zbiornika *Z* powietrze oziębione powraca rurą *f* do regeneratora *R*; opływając w nim wężownicę *W* dokoła, ochładza następujące ilości powietrza, wtłaczane dalej przez pompę *P*; poczem rurą *ea* powraca napowrót do pompy. Krążenie powietrza, które tu opisaliśmy, powtarza się nieustannie; temperatura powietrza w wężownicy *W* i w jej ujściu obniża się coraz bardziej, aż wreszcie rozpoczyna się proces skraplania się. Otwieramy wówczas kurek *K* i wprowadzamy przezeń do przyrządu nowe ilości powietrza.



Rys. 148.

Tlen, azot, powietrze i różne inne gazy, wprowadzone do przyrządu Hampsona i Lindego w temperaturze bliskiej 0° C, oziębiają się; wodór i hel, przeciwnie, ogrzewają się w tych warunkach. Wodór zaczyna oziębiać się w regeneratorze dopiero wówczas, gdy innym sposobem obniżymy poprzednio jego temperaturę poniżej — 80° C. W taki sposób udało się Dewarowi w Londynie skroplić wodór po raz pierwszy w r. 1898. Skroplenie helu okazało się jeszcze znacznie trudniejsze; powiodło się ono w r. 1908 prof. Kamerlingh Onnesowi w Leydzie. W następującej tablicy przytaczamy normalne punkty wrzenia (pod ciśnieniem 1 atmosfery) najtrudniej skraplających się substancyj.

Tlen O^2	— 183° C	Azot N^2	— 196° C
Argon A	— 186° C	Wodór H^2 . . .	— 253° C
Tlenek węgla CO .	— 190° C	Hel He	— 269° C

Gazy skroplone wyrabiane bywają dzisiaj fabrycznie. Faraday otrzymał

kilka gramów ciekłego bezwodnika węglowego; obecnie zakłady przemysłowe sporządzają rocznie miljony kilogramów dla rozmaitych celów technicznych. Ciekłe powietrze, którego przed czterdziestu laty nie umiano jeszcze wytworzyć, stało się dzisiaj potocznym przedmiotem handlowym.

Przy pomocy skroplonego powietrza można wykonać wiele zajmujących doświadczeń. Rtęć, zanurzona w ciekłem powietrzu, krzepnie natychmiast i twardnieje tak, iż staje się trudno kowalna; alkohol mocno gęstnieje lub nawet w kryształkach zamarza; kauczuk staje się tak łamliwy i kruchy jak szkło nasze zwykłe; dzwonek, wyrobiony z ołowiu, dzwoni w tej temperaturze czysto i dźwięcznie. Barwy wielu ciał zmieniają się zupełnie; powszednie reakcje chemiczne nie dochodzą do skutku; elektryczny opór metali maleje niezwykle. Magnetyczne własności ciekłego powietrza są bardzo wybitne; pasemko skroplone wisi nakształt ciekłego pomostu pomiędzy biegunami wzbudzonego silnego elektromagnesu.

§ 125. Ciągłość ciekłego i gazowego stanu materji.

Znane nam z §§ 118 i 119-go prawa równowagi między ciekłą a gazową postacią tej samej substancji tłumaczą trudność, którą przez długie lata nastręczało skroplenie niektórych ciał lotnych. Ażeby gaz skroplił się pod ciśnieniem P, trzeba poddać go wpływowi temperatury *niższej* niż temperatura T, odpowiadająca ciśnieniu P na krzywej AB równowagi (rys. 142) lub conajwyżej równej tej temperaturze. Im ciśnienie P jest mniejsze, tem niższa jest granica temperatur, którą trzeba osiągnąć, ażeby wywołać skroplenie. Ażeby gaz skroplił się w temperaturze T, trzeba poddać go działaniu ciśnienia *większego* niż ciśnienie P, odpowiadające temperaturze T na krzywej równowagi lub conajmniej równego temu ciśnieniu. Im wyższa jest temperatura, tem wyższa jest granica ciśnień, którą trzeba osiągnąć, ażeby wywołać skroplenie.

Wszystkie te twierdzenia wynikają z praw, podanych w §§ 118 i 119-ym; otóż te prawa wypowiadają prawdę, ale *nie* wypowiadają *całej* prawdy. Równowadze cieczy i pary musimy przyjrzeć się teraz z odmiennego niż dotychczas punktu widzenia.

Weźmy na uwagę wodę w temperaturach bliskich 100° C. Oznaczmy przez w objętość 1 grama wody ciekłej, przez W objętość 1 grama pary wodnej, obiedwie w temperaturze T i pod odpowiadającem tej temperaturze ciśnieniem nasycenia P; zatem w warunkach, w których równowaga cieczy i pary jest zapewniona. Mamy wartości następujące:

T	P	w	W
80° C	355 mm Hg	1·03 cm³	3380 cm³
100° C	760 „ „	1·04 „	1651 „
120° C	1491 „ „	1·06 „	876 „
140° C	2718 „ „	1·08 „	499 „

Gdy temperatura podnosi się, objętość w powoli wzrasta, objętość W szybko maleje. Czy w pewnej wyższej temperaturze objętość w, wciąż rosnąc, nie spotka się z objętością W, która coraz bardziej się zmniejsza? Co nastąpiłoby wówczas? W miejscu spotkania ciecz i para byłyby jednakowo gęste; różnica pomiędzy cieczą a parą znikłaby w tem miejscu; podział na dwie fazy, ciekłą i lotną, byłby tam niemożliwy. Jak już powiedzieliśmy w § 24-ym, Andrews udowodnił w r. 1869-ym, że takie miejsce spotkania objętości w i W istnieje rzeczywiście dla każdej substancji. Dla każdej substancji istnieje temperatura, zwana *krytyczną,* w której *ciecz* i *para*, znajdujące się w równowadze ze sobą, *mają gęstość jednakową*. Każda substancja może zatem rozdzielać się na dwie fazy, ciekłą i lotną, *tylko w temperaturach niższych aniżeli krytyczna*; w temperaturach wyższych niż krytyczna tworzy zawsze jednę fazę jednolitą. Krzywa równowagi *AB* rys. 142-go sięga więc tylko do temperatury krytycznej i urywa się w tej temperaturze. Powyżej temperatury krytycznej nie może być dwóch faz; pojęcie ciśnienia nasycenia traci tam wszelkie znaczenie. Powyżej temperatury krytycznej skraplanie jest niemożliwe; równie słusznie można powiedzieć, że powyżej temperatury krytycznej parowanie jest niemożliwe. Podane w §§ 118 i 119-ym prawa i wynikające z nich wnioski stosują się tylko poniżej temperatury krytycznej.

Jak przed chwilą widzieliśmy, objętości w i W wody są jeszcze dalekie od spotkania się ze sobą w temperaturze 140° C; wiemy dzisiaj istotnie, że temperatura krytyczna wody przypada dopiero w 365° C. Bezwodnik węglowy CO^2 w temperaturach pokojowych znajduje się znacznie bliżej swej temperatury krytycznej, jak to widzimy z następującego zestawienia odpowiadających sobie dla tej substancji wartości T, P, w oraz W:

T	P	w	W
20° C	56·3 atm	1·31 cm³	5·26 cm³
30° C	70·7 „	1·67 „	2·99 „
31° C	72·3 „	1·87 „	2·55 „
31·35° C	72·9 „	2·15 „	2·15 „

Temperatura krytyczna bezwodnika węglowego wynosi więc 31·35° C; na przykładzie tej substancji Andrews dowiódł po raz pierwszy istnienia temperatury krytycznej.

Przypuśćmy, że skroplono nieco bezwodnika węglowego w rurce szklanej grubościennej i wytrzymałej; wypędziwszy resztki powietrza z rurki, zatopiono jej koniec. Umieszczamy rurkę w kąpieli o temperaturze 10° C; widzimy wówczas, że bezwodnik węglowy tworzy dwie odrębne fazy; faza dolna, ciekła, jest oddzielona od górnej, gazowej, wyraźną granicą, t. zw. *meniskiem*. Ogrzewając ostrożnie do 31° C lub nieco jeszcze powyżej, spostrzegamy, że menisk zaciera się stopniowo. Przez pewien czas, w miejscu poprzedniej granicy, ukazują się migotliwe smugi, świadczące o mieszaniu się faz ze sobą; wreszcie całą rurkę wypełnia jedna faza jednolita.

Przytaczamy temperatury krytyczne niektórych substancyj:

Hel He	— 268° C	Metan CH^4	— 82° C
Wodór H^2 . . .	— 241° C	Etylen C^2H^4 . . .	+ 9·5° C
Azot N^2	— 145° C	Chlor Cl^2	+ 146° C
Tlen O^2	— 119° C	Woda H^2O . . .	+ 365° C

W § 24-ym zajmowaliśmy się zapytaniem, czy istnieje rzeczywista różnica pomiędzy ciekłym a gazowym stanem skupienia materji. Jak obecnie widzimy, istnieje właściwie nieskończenie wiele rozmaitych stanów ciekłych i rozmaitych stanów gazowych, które przeradzają się w siebie wzajemnie, gdy temperatura zmienia się. Szereg stanów ciekłych łączy się bez przeskoku z szeregiem stanów gazowych i stanowi z nim razem łańcuch nieprzerwany i ciągły. Przywiązujemy wprawdzie zazwyczaj cechy bardzo odmienne do pojęć *cieczy* i *gazu*; ale czynimy to tylko dlatego, iż pospolicie porównywamy ze sobą dwa nader odległe ogniwa owego nieskończonego łańcucha. Ciekły bezwodnik węglowy różni się bardzo wybitnie od gazowego w temperaturze — 10° C lub 0° C; ale w 31·34° C nie różni się niemal wcale od niego. Powiadamy więc krótko: *stan ciekły oraz stan gazowy materji łączą się w sposób ciągły ze sobą.* Na zrozumieniu tej prawdy polega ważne odkrycie, które zawdzięczamy pracom Andrewsa i van der Waalsa (1869—1876).

NAUKA FIZYKI

TOM III

NAKŁAD GEBETHNERA I WOLFFA

WARSZAWA—KRAKÓW—LUBLIN—ŁÓDŹ—POZNAŃ—WILNO—ZAKOPANE

DRUKARNIA UNIWERSYTETU JAGIELLOŃSKIEGO POD ZARZĄDEM J. FILIPOWSKIEGO

NAUKA FIZYKI

PODRĘCZNIK PRZEZNACZONY DO UŻYTKU
UCZNIÓW KLAS WYŻSZYCH SZKÓŁ ŚREDNICH

PRZEZ

DRA WŁADYSŁAWA NATANSONA
i
DRA KONSTANTEGO ZAKRZEWSKIEGO,
PROFESORÓW UNIWERSYTETU JAGIELLOŃSKIEGO

TOM III

NAKŁAD GEBETHNERA I WOLFFA
WARSZAWA—KRAKÓW—LUBLIN—ŁÓDŹ—POZNAŃ—WILNO—ZAKOPANE

SPIS RZECZY TOMU III-go.

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

Pole elektryczne statyczne.

§§		Str.
1.	Przedmiot trzeciego tomu tej książki	1
2.	Elektryzowanie ciał; siły elektryczne	3
3.	Dwa rodzaje naelektryzowania	4
4.	O elektrycznych ładunkach	5
5.	Przewodniki elektryczne; izolatory	6
6.	Indukcja elektrostatyczna	8
7.	O maszynach elektrycznych	10
8.	O siedzibie ładunków ciał przewodzących	12
9.	Równowaga ładunku na powierzchni przewodnika	14
10.	Gęstość powierzchownego ładunku; ładunek ostrza	15
11.	Iskra elektryczna; błyskawica; piorunochrony	17
12.	Kondensatory; butelka lejdejska	18
13.	Ilościowe określenie elektrycznego ładunku	21
14.	Wektor elektryczny	22
15.	Prawo Coulomba	23
16.	Wpływ ośrodka; stała dielektryczna	26
17.	Elektrostatyczna jednostka ładunku	27
18.	Linje pola elektrycznego	29
19.	Twierdzenie Gaussa	31
20.	Wiązki pola elektrycznego	33
21.	Pole elektrostatyczne jest zachowawcze	36
22.	Potencjał przewodnika względem ziemi	38
23.	Elektrostatyczna jednostka potencjału	40
24.	Od czego zależą wskazania elektroskopu	41
25.	Różnica potencjałów dwóch przewodników	42
26.	Potencjał w dowolnym punkcie pola	43
27.	Powierzchnie ekwipotencjalne	45
28.	Pojemność; jednostka pojemności	46
29.	Pojemność płaskiego kondensatora	47
30.	Elektrometr bezwzględny Kelvina	48
31.	Energja elektryczna naładowanego przewodnika	50
32.	Wpływ dielektryka na pojemność kondensatora	52

ROZDZIAŁ DRUGI.

Prąd elektryczny.

§§ Str.

33. Zjawisko prądu elektrycznego 54
34. Natężenie i kierunek prądu 55
35. Wzdłuż drogi prądu potencjał opada 57
36. Jednostka natężenia prądu 59
37. Praca wydawana na wytwarzanie prądu; jednostka tej pracy 59
38. Ogniwo; siła elektromotoryczna ogniwa 60
39. Prawo Volty 63
40. Typy ogniw; składanie bateryj 66
41. Zjawisko elektrolizy; iony 68
42. Elektrony i jądra dodatnie atomów; obraz elektrolizy 70
43. Faradaya pierwsze prawo elektrolizy 72
44. Drugie prawo elektrolizy 74
45. Wartość niektórych zasadniczych stałych 76

ROZDZIAŁ TRZECI.

Pole magnetyczne statyczne.

46. Zjawiska magnetyczne 79
47. Magnesy naturalne i sztuczne; bieguny magnesu 80
48. Dwa rodzaje biegunów; igła magnesowa 80
49. Namagnesowanie indukowane 81
50. Jednostajnie namagnesowany magnes linjowy 82
51. Wzajemne działanie magnetycznych biegunów 82
52. Prawo Coulomba 85
53. Jednostka ilości magnetyzmu 87
54. Ilości magnetyzmu zawarte w biegunach magnesu 88
55. Budowa magnesu 89
56. Wektor magnetyczny 91
57. Linje pola magnetycznego 92
58. Wiązki pola magnetycznego 94
59. Żelazo w polu magnetycznem 95
60. Pole magnetyczne ziemskie 97

ROZDZIAŁ CZWARTY.

Pole magnetyczne prądu.

61. Odkrycie Oersteda 103
62. Magnetyczne pole towarzyszące prostolinjowemu prądowi 104
63. Magnetyczne pole towarzyszące kołowemu prądowi 106
64. Związek pomiędzy elektrycznemi i magnetycznemi pojęciami 109
65. Układ jednostek elektromagnetycznych 111
66. Układ jednostek praktycznych 114
67. Busola stycznych; galwanometry 116

§§ Str.
68. Opór elektryczny 118
69. Solenoidy; ich pola magnetyczne 120
70. Elektromagnes; pojęcie magnetycznej indukcji 122
71. Działanie obcego pola magnetycznego na obwód prądu 126
72. Działanie obcego pola magnetycznego na element prądu 127
73. Galwanometry Kelvina. Ampermetry 130

ROZDZIAŁ PIĄTY.

Prawa prądów trwałych.

74. Opór elektryczny. Prawo Ohma 133
75. Jednostka oporu. Ohm 135
76. Opór przewodników złączonych 135
77. Opór właściwy; przewodnictwo właściwe 137
78. Zastosowanie prawa Ohma do zamkniętego obwodu 140
79. Rozpraszanie energji elektrycznej w przewodnikach 142

ROZDZIAŁ SZÓSTY.

Zjawiska elektromagnetycznej indukcji.

80. Odkrycie praw elektromagnetycznej indukcji 147
81. Ruch przewodnika w obcem polu magnetycznem 148
82. Reguła Lenza 149
83. Elektromotoryczna siła prądu indukcyjnego 150
84. Prawo Faradaya 152
85. Uogólnienie reguły Lenza oraz prawa Faradaya 154
86. Ponowne uogólnienie prawa indukcji 157
87. Zjawiska indukcji własnej 159
88. Prądy Foucaulta 163
89. Induktor Ruhmkorffa 163
90. Przykład prądu przemiennego 166
91. O prądnicy 168
92. Motor elektryczny 171
93. Alternatory 174
94. Przetwornica 175
95. Ampermetry cieplne 176

ROZDZIAŁ SIÓDMY.

Drgania i fale elektryczne.

96. Hypoteza Maxwella 178
97. Zasadnicze prawa pól elektromagnetycznych 180
98. Oscylacyjne rozbrajanie się kondensatora 184
99. O rezonancji elektrycznej 189

§§ Str.
100. Odkrycia Henryka Hertza 191
101. Fale elektromagnetyczne 192
102. Odbijanie się fal elektromagnetycznych; długość fali 194
103. Krystaliczny detektor 197
104. Radjotelegrafja i radjotelefonja 198

ROZDZIAŁ ÓSMY.

Elektrony.

105. Strumienie katodowe 202
106. Działanie pola magnetycznego na strumień katodowy 204
107. Działanie pola elektrycznego na strumień katodowy 206
108. Własności cząstek katodowych 207
109. Promieniowanie Röntgena 211
110. Ionizacja gazów 214
111. Własności gazowych ionów. Ładunek elektronu 217
112. Lampa elektronowa 219
113. Odkrycie promieniotwórczości 221
114. Składniki promieniowania Becquerela 224
115. Istota promieniowania Becquerela 225
116. Własności cząstek β 227
117. Własności cząstek α 229
118. Scyntylacje. Tory cząstek alfa 231
119. Budowa atomu; sztuczna promieniotwórczość 234
120. Promieniotwórcze przemiany 236

ROZDZIAŁ DZIEWIĄTY.

O świetlnych zjawiskach.

121. Światło; źródła światła 239
122. Punkt świecący 240
123. Prostolinjowy bieg światła 241
124. Cienie rzucane przez ciała nieprzezroczyste 242
125. O uginaniu się światła 244
126. Światło i promieniowanie 246
127. O mierzeniu kątów płaskich i przestrzennych 248
128. Ważniejsze fotometryczne pojęcia 249
129. Jednostki fotometryczne 251
130. Fotometry; blask powierzchni; prawo Lamberta 252
131. Prędkość światła zmierzona w przestworzu niebieskiem 255
132. Prędkość światła zmierzona na ziemi 258

ROZDZIAŁ DZIESIĄTY.

Zasady optyki geometrycznej.

133. Przeobrażanie się światła 263
134. Prawa odbijania się światła 264
135. Obraz tworzący się w zwierciedle płaskiem 266

§§ Str.
136. Prawa załamywania się światła 268
137. Odwracalność świetlnych promieni 270
138. Kąt krytyczny; odbicie całkowite 271
139. Załamanie w płytce o ścianach równoległych 274
140. Załamanie w pryzmacie 275
141. O soczewkach; nazwy i określenia 276
142. Ogniska i środek soczewki 277
143. Obrazy tworzone przez soczewki 280
144. Wzór zasadniczy soczewki; zdolność dioptryczna 283
145. Aberacja chromatyczna soczewek 286
146. Oko ludzkie 288
147. O widzeniu wyraźnem. Akomodacja. Wady wzroku 289
148. Kąt widzenia; rozległość powstającego w oku obrazu 291
149. Mikroskop 293
150. Teleskopy 295

ROZDZIAŁ JEDENASTY.

O teorjach światła.

151. Dwie teorje światła 299
152. Interferencja światła; doświadczenie Younga 302
153. Interferencja światła; doświadczenie Fresnela 306
154. Prostolinjowy bieg światła 308
155. Pierwszy przykład dyfrakcji 313
156. Drugi przykład dyfrakcji 315

ROZDZIAŁ DWUNASTY.

O promieniowaniu.

157. Widmo słoneczne 318
158. Widmo czyste; spektroskop 320
159. Różne odmiany widm 321
160. Analiza spektralna 323
161. Długość fali; jej jednostki. Pojęcie widma 324
162. Granice widma 325
163. Dlaczego niebo jest błękitne 326
164. Absorbcja światła 327
165. O widmach absorbcyjnych 329
166. Linje Fraunhofera 330
167. Widma odwrócone 331
168. Serje widmowe 333
169. Dyspersja anomalna 334
170. Promieniowania pozafioletowe 335
171. Promieniowania pozaczerwone 337
172. Uginanie się promieniowania Röntgena 340
173. Dwa gatunki promieniowań Röntgena 343
174. Serje promieniowań Röntgena 345

§§ Str.
175. Promieniowanie gamma 347
176. Przegląd widma znanego 348
177. Promieniowanie cieplne; luminescencja 349
178. Ciało doskonale chłonące; doskonałe zwierciadło 350
179. Promieniowanie zrównoważone 352
180. Prawo Kirchhoffa 355
181. Emisja doskonale chłonącego ciała 358
182. Zakończenie 360
Alfabetyczny wykaz rzeczy 362
Errata 368

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

Pole elektryczne statyczne.

§ 1. Przedmiot trzeciego tomu tej książki.

Zatrudnieni wznoszeniem budynku, robotnicy wciągają belki zapomocą lin; koń ciągnie powóz, wyprężając sznury uprzęży. Kręcimy koło, naciskając połączoną z niem korbę; struny wprawiamy w drganie za pośrednictwem smyczka. Ażeby popchnąć kulę bilardową, posyłamy ku niej inną kulę; fale budzimy na wodzie, rzucając kamyczek; artylerja niszczy okopy, trafiając je pociskami. Ciśnienie prasy hydraulicznej przenosi się przez wodę; impulsy drgającego dzwonu dobiegają ucha za pośrednictwem powietrza. Wywieramy zatem my, lub pewne ciała wywierają mechaniczne skutki zapomocą prętów, pasów, sznurów, przy spółudziale kamieni, kul lub pocisków, z uczestnictwem wody, ziemi albo powietrza; ciała działają wzajemnie na siebie za pośrednictwem łączników. Czy jednak nieodzowny jest taki łącznik, taki most materjalny, przenoszący działanie? Będziemy skłonni do twierdzącej odpowiedzi na to pytanie. Widząc, że ciało *A* działa na ciało *B* mechanicznie, szukamy między niemi materjalnych połączeń. Gdy marjonetka posuwa się lub podskakuje, powiadamy, że jest osadzona na drucie lub wisi na sznurku; gdy ptak spada zabity, domyślamy się kuli lub strzały, która dosięgła go w locie. Nie wierzymy, ażeby można było mechaniczną pracę wykonywać zdaleka; kopiemy kanały, wybijamy tunele zapomocą łopat, motyk i świdrów, nie zapomocą magicznych formuł i zaklęć. Wiemy, że ląd nie rozstąpi się, skały nie poruszą się bez pracy; wiemy nadto, że ową pracę trzeba doprowadzić aż do nich.

Zagadnienie nie jest wszakże tak proste, jak wydaje się na pierwszy rzut oka. Kula ziemska przyciąga ku sobie chmurę, balon, aeroplan lub kamień ku niej biegnący, ale nie ciągnie

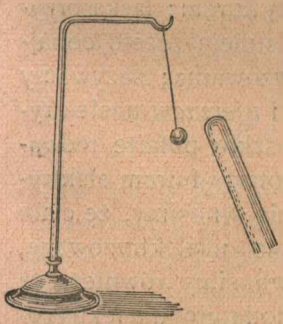
ich sznurem ani łańcuchem; *jak* ziemia je ciągnie? Ziemia działa na księżyc i doznaje jego działania, jakkolwiek nie jest z nim materjalnie złączona. To samo ciało jest jednakowo ciężkie w powietrzu, w wodzie, w rtęci i w próżni (§ 46 tomu II-go); nie istnieją zasłony, o ile dotychczas wiadomo, które tamowałyby działanie ciążenia. Cząstka materji głęboko w ziemi leżąca przyciąga inną, wewnątrz księżyca schowaną cząstkę dokładnie tak samo, jak gdyby nie było przegradzających warstw i pokładów materji (§ 53 tomu I-go). Takie fakty wychodzą poza zwykły porządek codziennych mechanicznych wydarzeń. Dlatego właśnie, w okresie dzieciństwa, myśl ludzka nie mogła zrozumieć posuwania się słońca po sklepieniu niebieskiem; naiwna wyobraźnia umieszczała promienistą tę bryłę na wozie ciągnionym przez bajeczne rumaki. Mędrcy późniejsi osadzili słońce i gwiazdy na baniach kryształowych, na sferach przeczystych, kręcących się dokoła ziemi odwiecznie. Kartezjusz otoczył te kule splotami wirów burzliwych, które miały je poruszać; dopiero Newton zmiótł z niebios zalegającą je pajęczynę.

Przyglądajmy się ruchowi wozu miejskiej elektrycznej kolei; co porusza ten wagon wbrew oporom i tarciu? Wagonu nie ciągnie pręt, którym wóz łączy się z rozpiętym od góry przewodem; ten pręt możnaby zastąpić drutem luźno wiszącym. Choćby i w próżni, magnes pociąga ku sobie drobne opiłki, cienkie zaś skrawki bibułki lgną do potartego bursztynu. Staromodne dzwonki wprawiamy w ruch, ciągnąc złączone z niemi sznury lub taśmy; takie zjawisko leży w zakresie zwyczajnej mechaniki; gdy jednak, naciskając mały guziczek, budzimy czynność bardzo odległego przyrządu, wywieramy jakieś inne, niemechaniczne działanie. W Krakowie albo w Warszawie możemy dziś słuchać muzyki lub śpiewu, które rozlegają się w Operze paryskiej; wygłoszona w Londynie mowa brzmi w Przylądku Dobrej Nadziei; w New-Yorku słychać wybornie chlupot fal bijących o brzeg Spokojnego Oceanu. Poprzez próżną otchłań przestrzeni, z odległości niezmiernej, słońce dokonywa bezustanku pracy olbrzymiej na powierzchni kuli naszej ziemskiej. Odbywają się zatem w naturze jakieś wydarzenia, nie tak blisko ani nieodzownie złączone z materją jak cieplne i mechaniczne zjawiska, które poznaliśmy w poprzednich tomach tej książki; świat chowa w sobie tajemnice dziwniejsze, trudniej uchwytne, później poznane, w wysokim stopniu zasługujące na naszą uwagę.

§ 2. *Elektryzowanie ciał; siły elektryczne.*

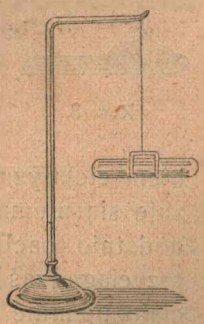
Sporządzoną z bursztynu pałeczkę pocieramy flanelą albo jedwabiem; pałeczka przyciąga wówczas ku sobie ułamki słomy, skrawki papieru, niteczki, włoski, odrobiny korka i inne leciutkie kruszyny; własności tej bursztyn nie okazywał przed potarciem. Podobnie jak bursztyn, zachowuje się szkło, lak do pieczętowania służący, kalafonja, siarka, opal, ametyst. O takich ciałach, gdy zostały potarte, mówimy, że są *naelektryzowane;* powiadamy, że wywierają w swojem otoczeniu *siły elektryczne,* że dokoła takich ciał istnieje wówczas *elektryczne pole* (por. § 55 tomu I-go).

Przyciąganie wywierane przez bursztyn potarty było znane oddawna; świadczą o tem nazwy, które przechowały się w różnych językach. W Persji bursztyn nazywają «rabusiem słomy» (*karuba*); we Francji jeszcze dzisiaj mówią o nim *tire-paille.* Odkrycie opisanej własności bursztynu przypisywano w starożytności Talesowi z Miletu, w VI-ym wieku przed N. Chr. Przez dwa tysiące lat nikt nie próbował zapoznać się bliżej z tak dziwnem zjawiskiem. Dopiero William Gilbert w Anglji (1540—1603), jeden z najwcześniejszych, po Odrodzeniu, badaczy natury, przekonał się, że mnóstwo innych substancyj zdradza tę samą zdolność; wszystkie takie substancje Gilbert nazywa *electrica corpora* t. j podobnemi do bursztynu (*electrum*) ciałami, mówiąc: *quae attrahunt eadem ratione.* O wywieranem przyciąganiu powiada: *vim illam electricam nobis placet appellare;* odtąd nazwy te pozostały we wszystkich cywilizowanych językach.



Rys. 1.

Ażeby wygodnie badać siły wywierane przez ciała potarte, posługujemy się *wahadełkiem elektrycznem* (rys. 1); z korka lub z rdzenia bzu lekarskiego sporządzamy małą kuleczkę, którą zawieszamy na szklanem wieszadełku przy pomocy cienkiej nici jedwabnej. Ogrzawszy dość mocno pręt szklany (i osuszywszy go tym sposobem), pocieramy go nagle kawałkiem jedwabiu; pręt silnie wówczas przyciąga kulkę wahadełka.



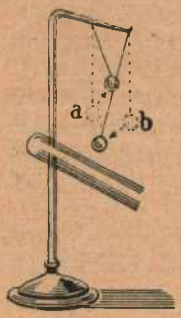
Rys. 2.

Sprawdźmy natychmiast, czy elektryczne siły stosują się do prawa działania i oddziaływania, które, jak wiemy, jest funda-

mentem dynamiki (tom I, §§ 36 i 37). Naelektryzowany (jak w doświadczeniu poprzedniem) pręt szklany zawieszamy na szklanem wieszadełku przy pomocy nici jedwabnej (rys. 2); zbliżając ciało nienaelektryzowane, np. rękę, widzimy, że pręt wykręca się, jak gdyby przez rękę był przyciągany.

§ 3. Dwa rodzaje naelektryzowania.

Naelektryzowany pręt szklany przyciąga ku sobie kulkę wahadełka (rys. 1). Pozwólmy kulce dotknąć pręta; przyciąga ona wówczas źdźbła słomy; zatem przez zetknięcie z naelektryzowanym prętem kulka naelektryzowała się sama. Powtarzając to doświadczenie uważnie, spostrzegamy, że, natychmiast po dotknięciu pręta, kulka odskakuje od niego, jak gdyby była odpychana. Kiedyż zatem między naelektryzowanemi ciałami działa przyciąganie, kiedy zaś odpychanie? Na szklanem wieszadełku zawieszamy, na jedwabnych nitkach, dwie jednakowe kulki *a, b* (rys. 3). Kulkę *a* elektryzujemy, dotykając jej szklanym prętem, który potarliśmy jedwabiem; kulkę *b* elektryzujemy, dotykając jej ebonitową laską, którą potarliśmy futrem. Oddalamy laskę ebonitową, zbliżamy zaś pręt szklany, ponownie potarty jedwabiem; pręt odpycha kulkę *a*, przyciąga *b*. Oddalamy pręt szklany, zbliżamy laskę ebonitową, ponownie potartą futrem; laska przyciąga kulkę *a*, odpycha *b*. Istnieją przeto conajmniej *dwa* rodzaje naelektryzowania; nazywamy je dla zwięzłości *dodatniem* i *ujemnem* naelektryzowaniem. Powiadamy, że szkło potarte jedwabiem elektryzuje się dodatnio; że ebonit potarty futrem elektryzuje się ujemnie. Z opisanego doświadczenia wnosimy, że ciało dodatnio naelektryzowane odpycha dodatnio naelektryzowane, przyciąga zaś ujemnie naelektryzowane; wnosimy również, że ciało ujemnie naelektryzowane przyciąga dodatnio naelektryzowane, odpycha zaś naelektryzowane ujemnie. Gdy jednak ciało *A* przyciąga ku sobie ciało *B*, jest także przyciągane przez *B*; gdy odpycha od siebie ciało *B*, jest także odpychane przez *B* (§ 2). Wszystkie wyniki możemy więc streścić w następującem twierdzeniu: *ciała jednoimiennie naelektryzowane odpychają się; ciała różnoimiennie naelektryzowane przyciągają się wzajemnie.*



Rys. 3.

Badaliśmy dotychczas naelektryzowanie szkła potartego jedwabiem; zbadajmy teraz stan jedwabiu, który służył do potarcia szkła. Do naelektryzowanych wahadełek *a* i *b* (rys. 3) lub do naelektryzowanego szklanego albo ebonitowego pręta, zawieszonego jak na rys. 2-im, zbliżamy jedwab, którym potarliśmy szkło; przekonywamy się, że ten jedwab jest naelektryzowany ujemnie. Sprawdzamy podobnie, że, gdy ebonit w zetknięciu z futrem elektryzuje się ujemnie, futro jednocześnie elektryzuje się dodatnio. *Gdy dwa odmienne ciała pocieramy o siebie, elektryzują się różnoimiennie: jedno dodatnio, drugie ujemnie.*

Podobne doświadczenia wykonywamy, posługując się innemi parami substancyj; wybieramy np. szkło i futro, ebonit i bawełnę, siarkę i jedwab, korek i płótno, lak pieczętarski i kauczuk. Każde ciało po potarciu zachowuje się: albo jak szkło potarte jedwabiem albo jak ebonit potarty futrem; każde zatem elektryzuje się albo dodatnio, albo ujemnie; nie dostrzegamy trzeciego rodzaju naelektryzowania.

Ciało *A*, wyrobione z danej substancji, może elektryzować się dodatnio w zetknięciu z ciałem *B*, ujemnie zaś w zetknięciu z ciałem *C*; naprzykład, pocierane jedwabiem szkło elektryzuje się dodatnio, pocierane futrem lub wełną elektryzuje się zazwyczaj ujemnie. Znak naelektryzowania bywa także zależny od temperatury ciała, od stanu jego powierzchni i innych okoliczności. Rozłamawszy na dwie części ebonitową laseczkę i pocierając je o siebie, przekonywamy się nieraz, że jedna jest dodatnio, druga ujemnie naelektryzowana.

Zmieszajmy ze sobą miałko roztartą minję i siarkę; przesiewając taką mieszaninę przez gazę muślinową na powierzchnię naelektryzowanego ciała, spostrzegamy, że proszek siarczany (żółty) przylega do ciał dodatnio naelektryzowanych, czerwona zaś minja do naelektryzowanych ujemnie. Przez tarcie okruchy siarki naelektryzowały się ujemnie, ziarenka minji — dodatnio.

§ 4. *O elektrycznych ładunkach.*

Na suchy pręt szklany wdziewamy odcinek rurki kauczukowej, obejmującej go dosyć luźno. Szybko posuwając kauczuk po szkle, elektryzujemy obadwa ciała: szkło dodatnio, kauczuk ujemnie. Postąpmy teraz inaczej: po potarciu pozostawmy kauczuk na szkle i przekonajmy się, czy ciała te nie rozłączone działają na elektryczne wahadełko. Okazuje się, że zespół szkła i kauczuku nie wywiera nazewnątrz elektrycznego działania. Pręt ebonitowy, potarty płatem flaneli, nie wytwarza dokoła pola elektrycznego, dopóki nie zdejmiemy zeń tego płatka. Na szkle i kauczuku, na ebonicie i flaneli powstają widocznie, przez tarcie, *przeciwne* co do znaku ale co do wartości *równe elektryczne*

ładunki; takie ładunki, równe sobie ale przeciwne, wytwarzają w otoczeniu siły równe ale skierowane przeciwnie, które znoszą się wszędzie dokładnie.

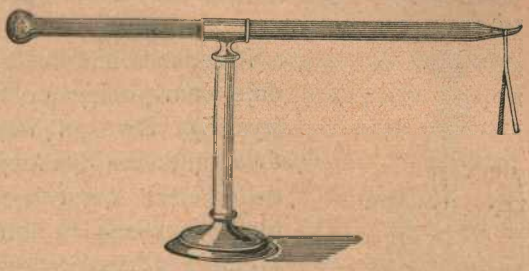
Dodatnio naelektryzowany pręt szklany wraz z ujemnie naelektryzowaną kauczukową rurką, gdy ładunki obu ciał są sobie równe, zachowuje się zatem jak ciało nienaelektryzowane czyli *obojętne.* Gdybyśmy zbudowali układ złożony z setek albo tysięcy takich par (dodatnio naelektryzowanych szklanych pręcików oraz osadzonych na nich, równie mocno ujemnie naelektryzowanych kauczukowych rureczek), całość zachowywałaby się elektrycznie obojętnie. Czy nie powinniśmy przypuszczać, że w każdem elektrycznie obojętnem ciele znajdują się, jpodobnie, maleńkie, równe, różnoimienne ładunki? Położone tuż obok siebie, nie wywierałyby one nazewnątrz elektrycznego działania. Elektryzując ciała, oddalamy tylko od siebie owe najmniejsze, *elementarne* ładunki; potrafimy je tylko rozdzielać i napowrót ze sobą je łączyć, nie umiemy ich rozmnażać, nie możemy ich niszczyć. Elementarne elektryczne ładunki tkwić muszą zapewne w ostatnich okruchach materji: w molekułach fizycznych, w chemicznych atomach (§ 25 tomu II-go). W dalszych rozdziałach zrozumiemy, dlaczego, w dzisiejszym stanie nauki, wyobrażenia takie są pożyteczne a nawet konieczne; zobaczymy, jak odsłoniły się przed naszym wzrokiem duchowym własności przedewszystkiem ładunków elementarnych *ujemnych,* zwanych *elektronami,* jak zaczynamy dziś powoli przenikać rolę, którą w budowie chemicznego atomu grają ładunki elementarne *dodatnie.*

§ 5. Przewodniki elektryczne; izolatory.

Spróbujmy naelektryzować przez potarcie pręt metalowy, np. żelazny, niklowy, mosiężny. Gdy trzymamy go w ręku, pręt nie okazuje elektrycznego ładunku; ale elektryzuje się podobnie jak ebonitowy lub szklany, gdy, osadziwszy go w szklanej lub kauczukowej rękojeści i nie dotykając ręką, pocieramy go jedwabiem, wełną lub futrem.

Pręt metalowy umieśćmy na szklanej nóżce i przylutujmy na jednym jego końcu, metalicznym lutem, wąziutkie dwa paski, wycięte z najcieńszej aluminjowej folji albo też dwa listki pozłótki (rys. 4). Elektryzując przeciwległy koniec metalowego pręta, spostrzegamy, że listki rozchylają się; odpychają się, otrzymały

więc jednoimienne ładunki. Metaliczne ciało nietylko przybiera elektryczny ładunek, lecz rozprowadza go, jak można najdalej roznosi czyli *przewodzi;* metale oraz inne ciała, które przewodzą ładunki, nazywamy więc *elektrycznemi przewodnikami.* Suche szkło nie jest przewodnikiem. Naelektryzujmy koniec szklanego pręta; przytwierdzone do przeciwnego końca złote listki nie rozchylają się. Ciała pozbawione zdolności elektrycznego przewodnictwa nazywamy *izolatorami;* powiadamy o nich, że *izolują* (t. j. elektrycznie odosabniają). Oprócz metali, również węgiel i grafit oraz wodne roztwory soli, kwasów i zasad są przewodnikami; porcelana, lak, szellak, kalafonja, wosk, parafina, siarka, bursztyn, ebonit, kauczuk są izolatorami. Powietrze naogół jest izolatorem. Ciało ludzkie jest przewodnikiem, co tłumaczy, dlaczego niepodobna naelektryzować metalowego pręta, trzymając go w ręku.

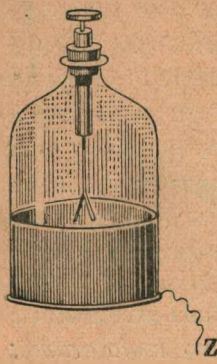


Rys. 4.

Wspominaliśmy o tem, że ciała szklane, którym przeznaczamy rolę izolatorów w elektrycznych doświadczeniach, winny być suche. Niektóre gatunki szkła (zwłaszcza tak rozpowszechniony *crown-glass*) są *hygroskopijne,* przyciągają z powietrza parę wodną; na powierzchni ciał sporządzonych z takich gatunków szkła znajduje się zwykle cienka, stosunkowo dobrze przewodząca wodna warstewka. Sucha para wodna jest izolatorem, podobnie jak powietrze i inne ciała gazowe; mosiężna naelektryzowana kula, zawieszona w prądzie suchej pary wodnej, na jedwabnej nici, nie traci bynajmniej elektrycznego ładunku.

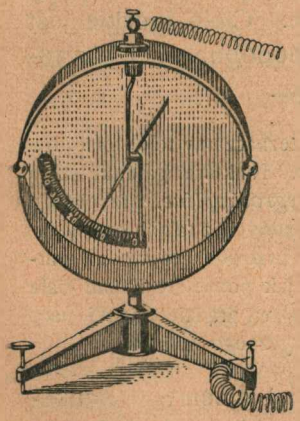
Doświadczenia i czynności, które przedsiębierzemy w naukowych pracowniach lub zakładach technicznych, odbywają się w sąsiedztwie olbrzymiej bryły, kuli ziemskiej, która nas wszystkich niesie na sobie. Kula ziemska jest niewyczerpanym, praktycznie nieskończonym przewodnikiem i zbiornikiem elektrycznym; spłynęły do niej, spływają lub spłyną wszelkie ładunki, które ludziom udało się lub uda się kiedykolwiek sztucznie wytworzyć. Bardzo często w naukowem badaniu zachodzi właśnie potrzeba, ażeby pewne ładunki, które mogą zakłócić obserwowane zjawisko, odpłynęły do ziemi; przewodniki, na których znaj-

dują się owe ładunki, łączymy wówczas metalicznie z podłogą, z układem rur wodociągowych, ze studnią lub wilgotnym gruntem. Będziemy w takich razach krótko mówili, że dany przewodnik jest *połączony z ziemią.*



Rys. 5.

Przedstawione na rys. 4-ym doświadczenie daje nam pochop do zbudowania *elektroskopu* (rys. 5). Dwa ruchome listki pozłótki (albo dwa płatki najcieńszej folji aluminjowej albo dwie nitki kwarcowe cieniutko powleczone platyną) wiszą u dolnego końca mosiężnego pręta, z którym są w przewodzącem zetknięciu. Pręt, zaopatrzony w takie wskazówki, przechodzi przez otwór szklanego naczynia, którego część dolna, sporządzona z metalu, łączy się z ziemią; na górnym końcu pręt kończy się główką lub dźwiga mosiężny talerzyk. Nawet słabe naelektryzowanie zdradza się w elektroskopie rozchylaniem się listków.



Rys. 6.

Pręt powinien być najstaranniej izolowany za pomocą parafiny, wosku, kauczuku, siarki, najlepiej bursztynu. Wnętrze przyrządu powinno być suche i wolne od pyłu. Im rozleglejsza jest metalowa część osłony, im mniej stosunkowo rozległa jest jej część szklana, im staranniejsze połączenie z ziemią, tem mniej zakłócona będzie czynność przyrządu, tem prawdziwsze będą jego wskazania. W niektórych elektroskopach mamy tylko jeden ruchomy listek, albo też lekką, zrównoważoną, na osi ruchomą, metalową wskazówkę (rys. 6). Wrażliwy elektroskop wskazuje ładunek, który wytwarzamy, gdy pociągamy pręt miękkim pędzelkiem. Temperując ołówek, pozwólmy strużynom drewnianym spadać na krążek elektroskopu; okazują one wyraźnie ładunek, który przybrały przez tarcie.

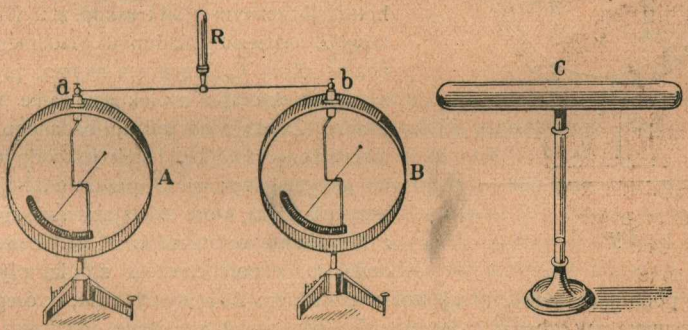
§ 6. Indukcja elektrostatyczna.

Przez potarcie jedwabiem elektryzujemy pręt szklany i zbliżamy go powoli do elektroskopu. Chociaż pręt nie dotknął jeszcze krążka lub główki elektroskopu, chociaż znajduje się od nich w odległości kilku centymetrów, listki rozchylają się,

wskazówka się porusza; gdy oddalamy pręt, wszystko powraca do normalnego położenia. Samo zatem sąsiedztwo ładunku, nawet i bez zetknięcia, wywołuje naelektryzowanie listków lub wskazówki.

Zjawisko, które poznaliśmy, zwane *elektrostatyczną indukcją*, możemy łatwo zrozumieć, przypuszczając, że elektryczne siły są wywierane nietylko przez *ciała* naelektryzowane oraz na ciała naelektryzowane, lecz również przez same *ładunki* i na same ładunki. W listkach, w pręcie i w krążku elektroskopu, jak w każdem obojętnem ciele, istniały zarówno dodatnie jak ujemne ładunki. Gdy zbliżamy pręt szklany naelektryzowany dodatnio, jego dodatni ładunek przyciąga na górną powierzchnię krążka ładunki ujemne, dodatnie zaś wpycha do listków, które, otrzymawszy jednoimienne ładunki, muszą się rozchylić.

W pewnej odległości od siebie ustawiamy dwa od ziemi odłączone, izolowane elektroskopy *A* i *B* (rys. 7), łączymy je metalowym drutem *a b*, zaopatrzonym w szklaną rękojeść *R* i zbliżamy do *B* izolowany przewodnik metalowy *C*, silnie naelektryzowany dodatnio. Wskazówki obu elektroskopów *A* i *B* odchylają się; gdy oddalamy *C*, zarówno w *A* jak w *B* wskazówki opadają. Powtórzmy doświadczenie nieco inaczej; *A* i *B* łączymy znów drutem *a b*, zbli-



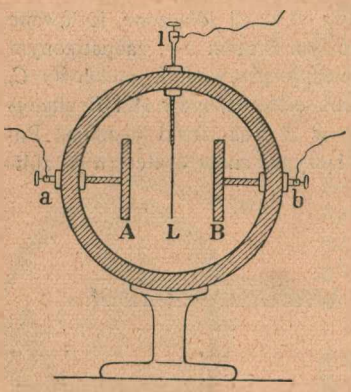
Rys. 7.

żamy *C* i wówczas usuwamy *a b*; po oddaleniu przewodnika *C*, wskazówki zarówno w *A* jak i w *B* pozostają odchylone. Gdy zbliżamy *C* do *B*, *B* wówczas przybiera widocznie ujemny, *A* zaś przybiera dodatni ładunek; gdy *A* i *B* są połączone drutem, przeciwne ich ładunki zobojętniają się po oddaleniu *C*; gdy *A* i *B* nie są połączone, pozostają naładowane. Gdybyśmy rozłączyli *A* i *B* i wówczas zbliżyli *C*, wskazówka w *B* odchyliłaby się, w *A* pozostałaby nieodchylona; co świadczy, że ładunek przewodnika *C*, z powodu znacznej odległości, nie działa na *A*; *A* ładuje się tylko wówczas, gdy jest połączony z *B* metalicznie.

Przypuśćmy, że naładowaliśmy elektroskop dodatnio, dotknąwszy jego krążka prętem szklanym, potartym o jedwab. Gdy wówczas zbliżymy do elektroskopu ciało naładowane dodatnio, listki rozchylą się jeszcze bardziej; gdy zbliżymy ciało naładowane ujemnie, listki zbliżą się ku sobie. Tym prostym sposobem możemy rozstrzygnąć, czy pewien ładunek jest dodatni czy też ujemny.

Działaniu sił elektrycznych ulegają zatem nietylko ciała materjalne naelektryzowane ale i same elektryczne ładunki; przyciągane lub odpychane, ładunki poruszają się i płyną w łonie przewodników, według nakazu pola. Powiadamy, że w polu elektrycznem objawiają się nietylko *ponderomotoryczne*, ale również *elektromotoryczne* działania.

Wielką wrażliwością odznaczają się t. zw. *heterostatyczne* elektroskopy, w których, do badania nieznanych ładunków, powołujemy do pomocy pewne ładunki zewnętrzne, wiadomego rodzaju. Opisujemy tu prosty elektroskop heterostatyczny jednolistkowy. W skrzynce metalowej, zaopatrzonej w szyby szklane, znajdują się płyty metalowe *A* i *B* (rys. 8), pomiędzy któremi wisi ruchomy listek *L*; *A*, *B* oraz *L* łączą się odpowiednio ze spinkami *a*, *b*, *l*, ale, jak widać z rysunku, są izolowane od metalowej osłony przyrządu. Możemy posługiwać się w dwojaki sposób heterostatycznym elektroskopem: (I) listkowi *L* udzielamy ładunku wiadomego rodzaju; płytę *B* łączymy z ziemią, płytę *A* z ciałem, którego naelektryzowanie mamy zbadać. Zależnie od rodzaju badanego i pomocniczego ładunku, listek jest odpychany lub przyciągany; na *B* przez indukcję powstają ładunki, które działają zawsze zgodnie z ładunkami rozlanemi na *A*. (II) Ładujemy dodatnio, z pomocniczego źródła, płytę *A*, płytę *B* podobnież ładujemy ujemnie; z listkiem *L* łączymy ciało, którego ładunek zamierzamy zbadać. Jeżeli ciało jest naelektryzowane dodatnio, listek odchyla się w stronę płyty *B*; jeżeli jest naelektryzowane ujemnie, listek odchyla się w stronę płyty *A*.



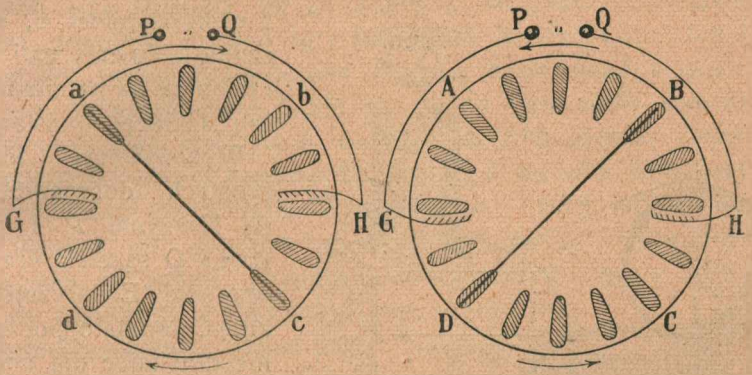
Rys. 8.

§ 7. *O maszynach elektrycznych.*

Do wytwarzania obfitych elektrycznych ładunków służą *elektryczne maszyny*. Starodawne przyrządy, w których posługiwano się tarciem, wyszły z użycia; zastąpiły je t. zw. *indukcyjne* maszyny, z których opiszemy tu jednę, maszynę Wimshursta.

Wyobraźmy sobie dwie tarcze szklane lub ebonitowe, w odstępie kilku milimetrów osadzone, równolegle do siebie, na dwóch różnych osiach, które znaj-

dują się jedna w przedłużeniu drugiej. Po zewnętrznych stronach tarcz naklejone są t. zw. *sektory*, paski wycięte z cienkiej cynowej folji. Na rys. 9-ym, dla jasności, tarcze są przedstawione, jak gdyby były umieszczone jedna *za* drugą; w istocie jednak punkty *A* i *a*, *B* i *b*, *C* i *c*, *D* i *d* leżą naprzeciwko siebie; wyobraźmy sobie *A*, *B*, *C*, *D* po stronie przedniej, ku nam zwróconej; *a*, *b*, *c*, *d* niechaj leżą po stronie odwrotnej. W pobliżu tarcz, po zewnętrznych ich stronach, znajdują się nieruchome pręty metalowe, t. zw. *łączniki: BD* naprzeciwko przedniej tarczy, *ac* naprzeciwko tylnej; łączniki te kończą się miotełkami, zlekka dotykającemi sektorów. U końców, poziomych średnic, grzebienie metalowe *G*, *H* obejmują obiedwie tarcze; łączą się one z kulami *P* i *Q*, które nazywamy *biegunami* maszyny.



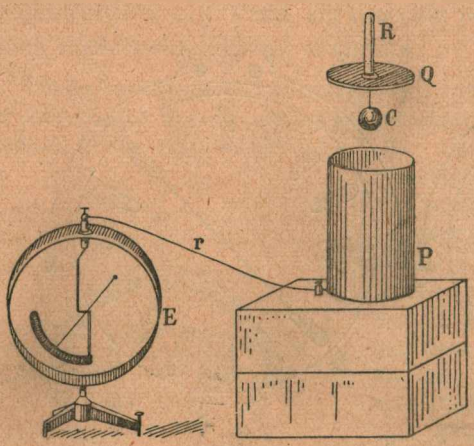
Rys. 9.

Gdy obracamy tarcze w kierunkach przeciwnych, jak pokazuje rysunek, bieguny *P* i *Q* ładują się szybko, ładunkami znaków przeciwnych. Ażeby wytłumaczyć to działanie, przypuśćmy, że, już w pierwszej chwili obrotu, sektory tylne, leżące między *a* i *b*, mają pewne, choćby słabe, dodatnie ładunki. Gdy te sektory przebiegają po kolei przed końcem *B* łącznika *BD*, tworzą się wówczas przez indukcję w tym łączniku ładunki, mianowicie ujemny u końca *B*, dodatni u przeciwległego końca *D*; ładunki te udzielają się sektorom, będącym właśnie w zetknięciu z łącznikiem *BD*. Tym sposobem górne sektory tarczy przedniej, które za chwilę znajdą się między *B* i *A*, otrzymują ładunki ujemne, dolne zaś sektory tejże tarczy, które będą wkrótce zawarte między *D* i *C*, otrzymują ładunki dodatnie. Wspomniane ujemne ładunki górnych sektorów tarczy przedniej podbiegają do punktu *A*; lecz naprzeciwko *A* znajduje się koniec *a* łącznika *ac* tarczy tylnej; w łączniku *ac* wytwarzają się znowu ładunki indukowane, w *a* dodatni, w *c* ujemny; sektor tylny, będący właśnie w zetknięciu z *a*, otrzymuje stosunkowo silny ładunek dodatni, sektor zaś dotykający końca *c* otrzymuje ładunek ujemny. Tym sposobem w górnych sektorach przedniej tarczy oraz w dolnych sektorach tylnej tarczy szybko gromadzą i wzmagają się ładunki ujemne; w dolnych sektorach przedniej tarczy oraz w górnych tylnej narastają ładunki dodatnie. Pierwsze, ujemne, spływają do grzebienia *G* i stamtąd do bieguna *P*; drugie ładunki, dodatnie, przenoszą się do *H* i następnie do *Q*. W jednym z następnych artykułów zrozumiemy dokładniej, dlaczego grzebienie

zbierają, niejako wysysają ładunki z przebiegających przed niemi sektorów i dostarczają ich biegunom.

§ 8. O siedzibie ładunków ciał przewodzących.

Wyobraźmy sobie naczynie metalowe *P* (rys. 10), zamknięte metalową pokrywą *Q*, która jest zaopatrzona w szklaną rękojeść *R;* we wnętrzu naczynia, na jedwabnej nici, zatem izolowana, wisi kula metalowa *C*. Zapomocą drutu metalowego *r* łączymy zewnętrzną powierzchnię naczynia *PQ* z elektroskopem *E;* naczynie izolujemy, umieszczając je na parafinowej lub szklanej podstawie.



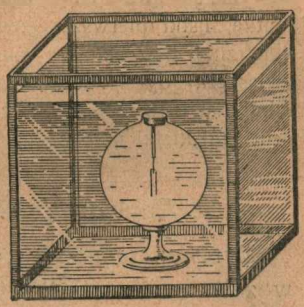
Rys. 10.

Wykonywamy kilka prostych doświadczeń: (I) Naczynie *P* i pokrywa *Q* są elektrycznie obojętne. Elektryzujemy kulę *C* dodatnio, poczem, nie dotykając nią ani *P* ani *Q*, umieszczamy *Q* wraz z *C* na *P*. Znanym z § 6-go sposobem przekonywamy się, że na zewnętrznej powierzchni naczynia *PQ* znajduje się ładunek dodatni; ładunek ten nie zmienia się, gdy poruszamy kulę *C* wewnątrz *PQ*, nie wprowadzając jej w zetknięcie ze ścianami. Wszystkie te fakty są objawami elektrostatycznej indukcji. Pod wpływem przyciągania, wywieranego przez dodatni ładunek kuli *C*, ładunek ujemny zawarty w ścianach *PQ* zgromadził się na wewnętrznej powierzchni naczynia; jego zewnętrzna powierzchnia jest zatem naładowana dodatnio. Wskazówka elektroskopu, odchyliwszy się, pozostaje w spoczynku; mówimy, że ładunki ciał *C* i *PQ* są *w równowadze*.

(II) Łączymy z ziemią zewnętrzną powierzchnię naczynia *PQ;* powierzchnia ta powraca do stanu obojętnego, jak ze wskazań elektroskopu natychmiast widzimy; dopłynął do niej widocznie z ziemi odpowiedni ujemny ładunek. Powiadamy, że kula naładowana, znajdując się we wnętrzu zamkniętej, przewodzącej, połączonej z ziemią osłony, nie wytwarza nazewnątrz pola elektrycznego.

(III) Naczynie *P* i wieko *Q* są znów obojętne. Elektryzujemy kulę *C* dodatnio, umieszczamy *Q* wraz z *C* na *P* i kulą *C* dotykamy wewnętrznej powierzchni *PQ*. Elektroskop wykazuje, że naelektryzowanie zewnętrznej powierzchni naczynia *PQ* nie zmieniło się skutkiem zetknięcia. I ten fakt rozumiemy bez trudności; nagromadzony na wewnętrznej powierzchni naczynia ujemny ładunek połączył się wprawdzie z dodatnim ładunkiem kuli *C*, ale na zewnętrznej powierzchni naczynia pozostał ten sam jak poprzednio ładunek dodatni. Otwórzmy naczynie i zbadajmy stan kuli *C*; okazuje się ona istotnie obojętna. Lecz przecież od chwili, gdy zetknęła się ze ścianami naczynia, kula stanowiła część składową, niejako zgrubienie tych ścian; wewnętrzna i zewnętrzna postać przewodnika *PQ* nie może mieć wpływu na wynik doświadczenia. Wnosimy zatem, że *ciało metaliczne może posiadać elektryczny ładunek w równowadze tylko na zewnętrznej swojej powierzchni.* Do tego wniosku doprowadziło nas badanie przewodnika wydrążonego; skoro jednak postać wydrążenia jest obojętna, możemy być pewni, że twierdzenie pozostaje prawdziwe, chociażby wydrążenia wcale nie było.

We wnętrzu przewodnika, w jego materjalnej substancji, niema zatem ładunków; czy niema również i pola? Zastąpmy poprzednią nieprzezroczystą osłonę *PQ* przez warstwę wody zakwaszonej, więc przewodzącej; do wnętrza wody zanurzamy elektroskop (rys. 11); jego listki nie rozchylają się, gdy wodę elektryzujemy. *Jeżeli we wnętrzu przewodnika niema ciał naelektryzowanych, niema tam pola; ładunek w równowadze znajduje się tylko na powierzchni przewodnika, pole zaś wypełnia całe zewnętrzne otoczenie, poczynając od tej powierzchni.*

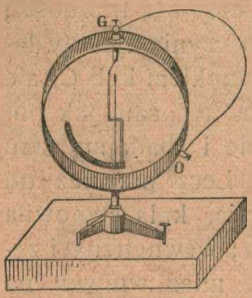


Rys. 11.

W doświadczeniu, wyobrażonem na rys. 11, jest rzeczą obojętną, czy listki elektroskopu są czy nie są izolowane od wody, czy ścianki elektroskopu są całkowicie szklane, czy też po części szklane, po części metalowe. Wynik doświadczenia jest zawsze ten sam: pole nie tworzy się w elektroskopie.

Wykonajmy jeszcze doświadczenie następujące. Umieszczamy elektroskop na podstawie izolującej (rys. 12); metalową osłonę *O* elektroskopu łączymy metalowym drutem z główką *G*, wreszcie elektryzujemy osłonę *O* jak możemy najsilniej; wskazówka elektroskopu nie odchyla się. Na pierwszy rzut oka może

wydawać się, że wynik ten potwierdza tylko wnioski poprzedzające. Zważmy jednak, że wewnętrzna powierzchnia ścian osłony elektroskopu łączy się z ich zewnętrzną powierzchnią poprzez brzeg otworu, przez który przechodzi pręt elektroskopu; jedna powierzchnia jest oczywiście przedłużeniem drugiej; jeżeli zewnętrzna powierzchnia jest naelektryzowana, dlaczego wewnętrzna nie przybiera wówczas ładunku? Powinniśmy byli zadać sobie to samo pytanie w rozbiorze doświadczenia, wyobrażonego na rys. 11-ym, w razie, gdy listki elektroskopu nie są izolowane od otaczającego przewodzącego ośrodka. Mamy w obu razach naczynie *elektrycznie otwarte;* jeżeli jednak otwór takiego otwartego naczynia jest niewielki, na wewnętrznej powierzchni jego ścian znajduje się nieznaczny ładunek. Ażeby przekonać się o tem, spróbujmy elektryzować wysoki słój metalowy, otwarty, izolowany; na zewnętrznej powierzchni naczynia znajdujemy elektryczny ładunek, nie znajdujemy go natomiast na wewnętrznej powierzchni dna; w pobliżu dna, wewnątrz walca, nie konstatujemy pola. Odbierając nieco wody otaczającej elektroskop (rys. 11), nie dostrzegamy rozchylania się listków; lecz jeśli elektroskop np. do połowy wynurzy się z wody, pole wytworzy się w jego wnętrzu.

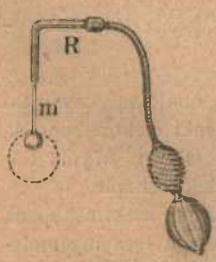


Rys. 12.

Na podstawie izolującej ustawiamy klatkę, sporządzoną z gęstej siatki metalowej; z siatką łączymy metalicznie dwie pary listków elektroskopowych; jedna wisi nazewnątrz klatki, druga gdziekolwiek nawewnątrz. Gdy elektryzujemy klatkę, listki pierwszej (zewnętrznej) pary rozchylają się, listki drugiej (wewnętrznej) pozostają w spoczynku. Doświadczenie to może jednak zawieść, zwłaszcza gdy siatka jest niedosyć gęsta; przez jej oczka mogą wówczas przeniknąć naelektryzowane cząstki unoszące się w powietrzu, podobnie jak do zwykłej drucianej klatki moglibyśmy przecież wrzucić jakąkolwiek naładowaną kuleczkę.

§ 9. Równowaga ładunku na powierzchni przewodnika.

Wyobraźmy sobie ciało metaliczne izolowane, znajdujące się w zetknięciu tylko z powietrzem lub innemi nieprzewodzącemi ciałami. Ładunek, którego udzielamy przewodnikowi, dąży natychmiast ku zewnętrznej powierzchni ale tam zatrzymuje się, ponieważ otoczenie nie pozwala mu dalej odpłynąć. Na każdą cząstkę ładunku zgromadzonego na zewnętrznej powierzchni działa siła elektryczna, która stara się cząstkę z metalu wypędzić; powiadamy, że zgromadzony na powierzchni przewodnika ładunek okazuje pewne *napięcie.*



Rys. 13.

Utwórzmy bańkę mydlaną u końca metalowej rurki *m*, osadzonej w innej, izolującej rurze *R* (rys. 13); gdy

elektryzujemy rurkę *m*, bańka mydlana rozdyma się pod wpływem napięcia swego elektrycznego ładunku. Podobnie zachowuje się kauczukowy balonik, jeśli pokryliśmy jego powierzchnię proszkiem przewodzącym, np. grafitowym lub metalicznym.

O ile sądzić możemy ze zjawisk, które poznaliśmy dotychczas, ładunki elektryczne w łonie metalu poruszają się zupełnie swobodnie. Dopóki zatem w łonie metalu istnieje pole elektryczne, równowaga elektrycznych ładunków jest niemożliwa; równowaga elektryczna w metalu może zapanować dopiero wówczas, gdy pole zniknie w całem wnętrzu metalu; innemi słowy, gdy wypadkowa sił, wywieranych w każdym wewnętrznym punkcie metalu przez zgromadzony na powierzchni ładunek, stanie się równa zeru. Jeżeli nie działają siły elektromotoryczne, które przeszkadzają ustanowieniu się elektrycznej równowagi, wytwarza się ona w mgnieniu oka w ciałach metalicznych, z któremi codziennie miewamy do czynienia.

Zwykłe metale, jak żelazo lub mosiądz, są dla materji trudno przenikliwe; przez gruby pancerz stalowy przebija się tylko pocisk armatni, wystrzelony z ogromną prędkością. Natomiast atmosferyczne powietrze, podobnie jak inne gazy tejże gęstości, stawia zazwyczaj słaby opór ruchowi zanurzonych w niem ciał. Zupełnie inaczej zachowują się te substancje wobec elektrycznych ładunków; metale są bardzo łatwo przenikliwe dla elektrycznych ładunków, powietrze jest dla nich trudno przenikliwe. Tworzymy pomimowoli obraz świata, sądząc go ze stanowiska materji; lecz gdy patrzymy z elektrycznego punktu widzenia, świat wygląda całkowicie na opak.

Nauka o prawach elektrycznej równowagi, t. zw. *elektrostatyka*, byłaby niemożliwa, gdyby nie istniały ciała izolujące. Z elektrycznego punktu widzenia, metale są niejako wydrążeniami, wyrwanemi z łona izolatorów. Dlatego każde ciało metaliczne jest pewną jednostką w elektrostatyce, pewną całością. W ciele metalicznem stan elektryczny każdego punktu zależy od stanu wszystkich innych punktów; w izolatorze, przeciwnie, stan elektryczny danego punktu nie zależy wcale od stanu innych punktów.

§ 10. Gęstość powierzchownego ładunku; ładunek ostrza.

Im znaczniejszy elektryczny ładunek jest nagromadzony na danej powierzchni, tem większa, jak mówimy, jest jego *gęstość*. Wyobraźmy sobie kulę metalową izolowaną, odległą od wszelkich innych ciał naelektryzowanych (por. § 6); w stanie równowagi, rozkład ładunku na powierzchni kuli jest równomierny, gęstość zatem ładunku jest jednostajna. Ale na powierzchni przewodnika walcowatego (jak *C* na rys. 7-ym, § 6) rozkład ładunku w stanie równowagi nie może być równomierny. Przy-

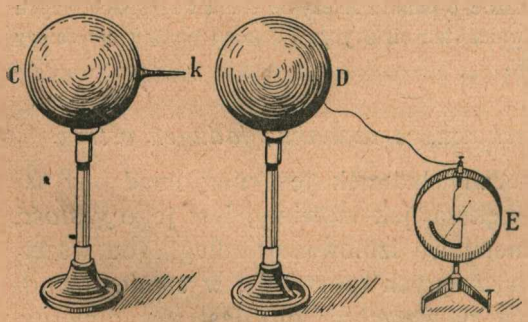
puśćmy istotnie, że elektryzujemy walcowaty przewodnik, np. ujemnie; odpychające się nawzajem cząstki ładunku, nie mając dostępu do wnętrza metalu, odpływają przeważnie ku zakończeniom, dopóki rosnące odpychanie gromadzących się tam ładunków nie powstrzyma dalszego dopływu; w stanie równowagi gęstość na końcach walca będzie zatem większa aniżeli w środkowej części powierzchni. Podobnie układają się ładunki w stanie równowagi na przewodniku mającym kształt gruszki. Jeszcze większe różnice gęstości powierzchownego ładunku znajdujemy na wierzchołku stożka, na końcu ostrza, kolca lub igły; gdziekolwiek na małej rozległości mieści się stosunkowo duży ładunek, jego gęstość musi być znaczna.

Rys. 14.

Sprawdzamy te wnioski, posługując się prostym wywiadowczym przyrządem; stanowi go mała metalowa płytka, umocowana u końca szklanego lub ebonitowego pręcika (rys. 14). Obojętną (wyładowaną) płytką dotykając różnych punktów powierzchni kuli, walca, gruszki, elipsoidy, wogóle przewodników dowolnej postaci, przekonywamy się, że ładunek uniesiony z miejsc wypuklejszych sprawia w elektroskopie więcej skutku niż zdjęty z części płaskich, tem bardziej niż zaczerpnięty z miejsc wklęsłych. Naelektryzujmy metaliczny przewodnik, wyobrażony na rys. 15-ym; z wierzchołka wystającego stożka zbieramy stosunkowo sporo ładunku; z lejkowatego wgłębienia po stronie przeciwnej niepodobna uzyskać ładunku, co zresztą, według § 8-go, mogliśmy *a priori* przewidzieć.

Rys. 15.

Ładunek elektryczny gromadzi się zatem stosunkowo najgęściej na ostrzach; stamtąd też najłatwiej ucieka, wypływając w otaczające powietrze. Wkręćmy, jak na rys. 16-ym, metalowy kolec *k* do izolowanej, metalowej kuli *C;* kuli tej wówczas, jak świadczy elektroskop, niemal niepodobna jest naładować; gdy wyjmiemy kolec, kula elektryzuje się bez trudności. Naprzeciwko kolca *k* kuli *C* umieśćmy drugą kulę metalową *D* (rys. 16), połączoną metalicznie z elektroskopem *E;* gdy próbujemy na-



Rys. 16.

elektryzować kulę *C*, przekonywamy się, że nie *C* ale *D* uzyskała ładunek; gdy usiłowaliśmy naelektryzować kulę *C*, ładunek, którego jej udzielaliśmy, wypływał z niej widocznie i przenosił się przez powietrze do kuli *D*. Ponieważ kula *C* nie okazuje niemal żadnego ładunku, kula *D* nie mogła naelektryzować się przez indukcję; usuwając *C*, przekonywamy się o tem natychmiast, albowiem ładunek kuli *D* nie zmienia się wówczas.

Przypuśćmy, że zaopatrzona w kolec *k* kula *C* (rys. 16) jest rozbrojona; połączmy ją metalicznie z elektroskopem *E*, kulę zaś *D*, odłączoną od elektroskopu, naładujmy dodatnio. Jeżeli, jak na rys. 16-ym, kolec *k* jest zwrócony do kuli *D*, kula *C* szybko elektryzuje się dodatnio, kula zaś *D* traci pierwotny ładunek. Wszystko odbyło się zatem tak, jak gdyby ostrze *k* było *wessało* ładunek kuli *D*; lecz w istocie zjawisko musiało mieć przebieg następujący: dodatni ładunek kuli *D* drogą indukcji wytworzył ujemny ładunek na ostrzu *k*, dodatni zaś na odwróconej od ostrza półkuli *C*; ujemny ładunek z ostrza *k* wypłynął w powietrze a docierając do *D*, zobojętnił się z pierwotnym (dodatnim) ładunkiem tej kuli; na kuli *C* pozostał wzbudzony przez indukcję ładunek dodatni. Przypuszczenie to sprawdzamy w następujący sposób. Naładujmy elektroskop; jego wskazówka odchyla się i bez zakłócenia zzewnątrz pozostaje długo odchylona; lecz jeśli zbliżymy zaostrzony drut stalowy, który trzymamy w ręku, wskazówka elektroskopu opada natychmiast. Pojmujemy teraz ssące działanie grzebieni, o którem była mowa w § 7-ym.

§ 11. Iskra elektryczna; błyskawica; piorunochrony.

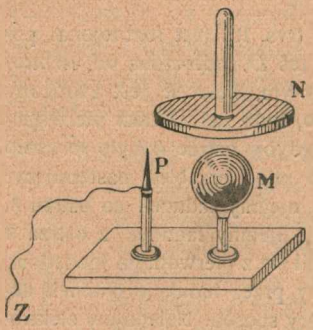
Przypuśćmy, że na powierzchni przewodnika *A* rozlany jest silny dodatni elektryczny ładunek, na powierzchni zaś pobliskiego przewodnika *B* silny ładunek ujemny; może wówczas wydarzyć się, że warstwa rozciągającego się między *A* i *B* powietrza zostanie przerwana, że między *A* i *B* przebije elektryczna *iskra*. Wspaniałym przykładem takiej iskry jest *błyskawica*, która podczas burzy bije w chmurach lub też bije niekiedy między chmurą a ziemią.

Iskra jest wąską kolumną gazu nagle przez wyładowanie rozżarzonego; domieszane w niej bywają pary metalu, z którego składają się wyładowujące się przewodniki. Suchy trzask iskry pochodzi od pulsu raptownego zgęszczenia, które gaz rozgrzany i rozszerzający się nagle wytwarza w otaczającym gazowym ośrodku (§§ 61, 73 i 96 tomu II-go); z tej samej przyczyny pochodzi grzmot, który nieraz, dzięki odbiciom, przeciąga się lub powtarza się kilkakrotnie.

Badaniu zjawisk elektrycznych, w połowie XVIII-go stulecia, oddawał się, między innymi, Benjamin Franklin w Filadelfji, za młodu drukarz i księgarz, niebawem mąż stanu i dyplomata (1706—1790); postanowił on dowieść, że błyskawica na niebie jest tylko potężną iskrą elektryczną. Podczas burzy, w czerwcu 1752 r., wypuścił pod chmury latawca; jego ostrze żelazne łączyło się konopnym

sznurem z kluczem, który okazał niebawem silny ładunek. Od tego (bardzo zresztą niebezpiecznego) doświadczenia był tylko krok do zbudowania dziś tak pospolitego *piorunochronu*. Słusznie zatem i pięknie streścił D'Alembert zasługi Franklina w hexametrze: *eripuit coelo fulmen, sceptrumque tyrannis.*

Działalność piorunochronu możemy objaśnić następującem doświadczeniem. Niechaj przewodnik *N* uzmysławia naładowaną chmurę, wiszącą ponad budynkiem *M* (rys. 17). Ażeby zapobiec grożącemu pomiędzy *M* a *N* wyładowaniu, umieszczamy metalowe ostrze *P* w pobliżu kuli *M* i łączymy je metalicznie z ziemią. Ujemny (przypuśćmy) ładunek przewodnika *N* indukuje na końcu ostrza *P* ładunek dodatni, ujemny zaś ładunek ostrza odpływa do ziemi. Ale dodatni ładunek ostrza wypływa zeń szybko, dociera do przewodnika *N* i zobojętnia jego ujemny ładunek.

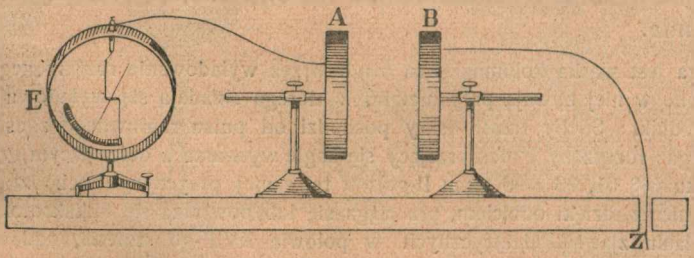


Rys. 17.

Zakończenie piorunochronu powinno być ostre i czyste (niezardzewiałe); piorunochron powinien łączyć się metalicznie (bez przerwy) ze strumieniem, studnią, wilgotnym gruntem, siecią rur żelaznych (np. wodociągowych, lecz *nie* gazowych). Rozmnażanie się przewodów elektrycznych w miastach spółczesnych chroni je raczej od niebezpieczeństw piorunu aniżeli na nie naraża (por. § 8); dokoła niektórych budynków, np. magazynów amunicyjnych, budowano nawet klatki metaliczne, celem ich skutecznej osłony od piorunu.

§ 12. Kondensatory; butelka lejdejska.

Ładujemy dodatnio przewodnik *A* (rys. 18), połączony metalicznie z elektroskopem *E*, zresztą izolowany; zauważmy podziałkę,

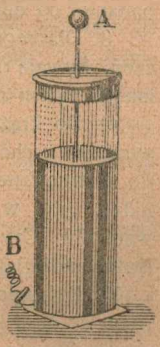


Rys. 18.

do której odchyliła się wskazówka elektroskopu. Do przewodnika *A* zbliżamy drugi przewodnik *B*, który dotychczas był

odległy od *A*; przewodnik *B* nie jest naładowany i łączy się metalicznie z ziemią. Im bliżej do *A* przysuwamy *B*, tem bardziej zmniejsza się odchylenie wskazówki elektroskopu *E* od normalnego jej położenia. Zgodnie z § 6-ym mówimy, że na przewodniku *B* przez indukcję utworzył się ładunek ujemny, dodatni zaś jego ładunek odpłynął do ziemi. Skoro jednak przy zbliżaniu *B* do *A* napięcie w elektroskopie *E* maleje, widocznie zatem ujemny ładunek przewodnika *B* wywabia swem przyciąganiem, niejako wyciąga dalsze dodatnie ładunki z *E* do *A*. Dopóki w pobliżu *A* znajduje się *B*, musielibyśmy udzielić przewodnikowi *A* wiele dodatniego ładunku, zanim skłonilibyśmy wskazówkę w *E*, by powróciła do pierwotnego położenia, które zajmowała przed zbliżeniem przewodnika *B*. Możemy więc opisać dość trafnie przebieg doświadczenia, mówiąc, że ładunek przewodnika *B* *wiąże* albo *zagęszcza* obecne na przewodniku *A* ładunki. Od takiego obrazu zjawiska (którym chętnie posługiwano się dawniej) pochodzi nazwa *kondensatora*, nadawana w fizyce każdemu układowi dwóch przewodników, oddzielonych od siebie warstwą ciała izolującego.

Badając działalność *powietrznego* kondensatora *AB* (rys. 18), przekonywamy się łatwo, że grubość przewodzących płyt *A* i *B* (t. zw. *okładek*) nie wywiera wpływu na jego elektryczną *pojemność;* pojemność ta zależy natomiast od rozległości zwróconych ku sobie powierzchni okładek a także od ich odległości wzajemnej, czyli od grubości warstwy izolującej, która oddziela od siebie okładki. Im większa jest rozległość wspomnianych powierzchni, im mniejszy ich odstęp, tem skuteczniej funkcjonuje kondensator, tem większą okazuje pojemność. Zmniejszając atoli grubość izolującej warstwy powietrznej, narażamy się na niebezpieczeństwo iskry, która, gdy między *A* i *B* przeskoczy, niweczy działanie przyrządu; zastępujemy więc warstwę powietrza przez (cienką) szklaną tafelkę, której iskra nie przebije łatwo ani nie okrąży. Prostym zatem *szklanym płaskim* kondensatorem jest tafla szklana, z dwóch stron oklejona (nie sięgającemi brzegów) arkuszami metalicznej folji (cynowej, aluminjowej); przyrząd ten, zwany *taflą Franklina* (niesłusznie, gdyż wynalazł go Bevis), jest prototypem rozmaitych płaskich kondensatorów, które znajdują częste zastosowania w przemyśle; za izolator w nich służy mika, parafinowany papier, niekiedy warstwa lakieru, w nowszych konstrukcjach nieraz warstwa oliwy lub innego ciekłego izolatora.



Rys. 19.

Od płaskiego kondensatora niczem istotnem nie różni się kondensator kulisty lub cylindryczny. Takim cylindrycznym szklanym kondensatorem jest powszechnie znana *butelka lejdejska*, sporządzona (nieumyślnie) po raz pierwszy przez von Kleista na Pomorzu i van Musschenbroeka w Lejdzie (1745); w postaci spółczesnej jest to szklany słój

cienkościenny, wyklejony wewnątrz i oklejony odzewnątrz metalową folją (rys. 19); z wewnętrzną okładką łączy się metalowy pręt *A*, od ścian izolowany; *A B* są *biegunami* butelki. Butelka lejdejska, a tem bardziej złożona z kilku butelek *baterja* ułatwia wykonywanie elektrostatycznych doświadczeń; dołączona do indukcyjnej maszyny, pozwala między jej biegunami otrzymywać iskry wprawdzie rzadsze, ale bezporównania świetniejsze.

Zadania.

1. Mamy do rozporządzenia: szklany pręt, kawałek jedwabiu, elektroskop; jak rozstrzygnąć o znaku pewnego elektrycznego ładunku?

2. Dwie metalowe płyty są ustawione poziomo nad sobą; dolna jest połączona z ziemią, górna jest silnie naelektryzowana; jak zachowają się drobne korkowe kuleczki umieszczone między płytami?

3. Blisko listków elektroskopu, nie dotykając ich jednak, znajdują się dwa słupki metalowe połączone z ziemią; czy elektroskop dzięki temu urządzeniu nie stanie się wrażliwszy? Dlaczego łączymy z ziemią metalową osłonę elektroskopu?

4. Czy na izolowanym przewodniku można wytworzyć jednocześnie dodatni i ujemny ładunek? Przy pomocy danej izolowanej kuli metalowej, naładowanej dodatnio, naelektryzować drugą kulę metalową ujemnie, trzecią dodatnio.

5. Jak możemy przekonać się o tem, czy gazy płomienne są dobrym czy złym przewodnikiem?

6. Na krążku elektroskopu umieszczamy nienaładowaną ebonitową płytkę; gdy pocieramy krążek płytką, czy listki elektroskopu rozchylą się wówczas? Co dostrzegamy, gdy oddalimy płytkę?

7. Elektryzujemy siatkę wyrobioną w postaci worka z nici bawełnianych lub konopnych; następnie badamy, zapomocą wywiadowczej płytki, stan zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni worka; co dostrzegamy? Przywiązany do dna worka jedwabny sznurek pozwala go odwrócić nazewnątrz stroną wewnętrzną, bez rozbrojenia; odwróciwszy worek w taki sposób i powtarzając badanie, co dostrzegamy?

8. Dlaczego przewodniki metalowe, służące do elektrostatycznych doświadczeń, bywają zwykle zaokrąglone? Czy przewodnik pokryty metalicznym lub innym pyłem zachowuje się elektrycznie tak samo jak czysty?

9. Do krążka elektroskopu przytwierdzono metalowe ostrze; jak zmieni się wówczas zachowanie się elektroskopu? Jaki wpływ miałoby wkręcenie ostrza do wewnętrznej powierzchni metalowej osłony przyrządu? Dlaczego zginamy palec, gdy, w chęci wywołania iskierki, zbliżamy go do przewodnika naładowanego? Czy do tego celu nadaje się igła metalowa trzymana w ręku? czy izolowana igła byłaby odpowiednia?

10. Było podobno zwyczajem w starożytności, na widok groźnych chmur, rozpalać ogniska; czy sposób ten mógł rzeczywiście przyczyniać się do ułagodzenia Zeusa gromowładnego? Czy komin fabryczny jest bardziej czy mniej narażony na niebezpieczeństwo gromu, gdy uchodzą zeń duże ilości gazów płomiennych?

11. W maszynach Ramsdena, Wintera i innych (znajdujemy je w każdym zbiorze przyrządów fizycznych), okrągła tafla szklana, którą obracamy przy

pomocy korby, ociera się o skórzane poduszki (zwykle pokryte amalgamatem cynowo-cynkowym); tworzące się ładunki zbiera *kollektor* za pośrednictwem *grzebieni*, których ostrza są zwrócone ku tafli. Wyjaśnić działanie takiej maszyny (por. § 6). Jaką rolę spełniają grzebienie? Obmyśleć maszynę, która dostarczałaby zarówno dodatnich jak ujemnych ładunków. Jaki byłby skutek, gdybyśmy szklaną taflę maszyny zastąpili tarczą mosiężną? Wskazać źródło energji której dostarcza działalność maszyny.

§ 13. *Ilościowe określenie elektrycznego ładunku.*

Opisywaliśmy dotychczas rozmaite elektryczne zjawiska; lecz w tych zjawiskach nic nie *mierzyliśmy*, nie badaliśmy ich zatem ściśle. Naukowe badanie otaczającego nas świata winno być *ilościowe*. Zawiłego splotu wydarzeń w naturze nie możemy rozgmatwać, dopóki poprzestajemy na ogólnikowym opisie. Tworząc pojęcia jasne, ilościowe, od wszelkiej dowolności i dwuznaczności dalekie, przenikamy głębiej i pod pozorami chaosu dostrzegamy *prawidłowość* w zjawiskach.

Wyobraźmy sobie metalową, zamkniętą osłonę *O*; może nią być naczynie *PQ*, którem posługiwaliśmy się w § 8-ym. Zewnętrzną powierzchnię osłony łączymy metalicznie z elektroskopem *E*. Do wnętrza osłony wprowadzamy rozmaite elektryczne ładunki; na jej zewnętrznej powierzchni wytwarzają się wówczas nowe ładunki, których obecność zdradza się zachowaniem się listków (lub wskazówki) elektroskopu. Przyjmujemy określenia następujące: (I) uznajemy, że dwa *jednoimienne* ładunki są sobie równe, gdy, po kolei wniesione do wnętrza osłony *O*, sprawiają te same wskazania w elektroskopie *E*. (II) Uznajemy, że bezwzględne wartości dwóch *różnoimiennych* ładunków są sobie równe, gdy ładunki te, równocześnie wniesione do wnętrza osłony *O*, nie wywołują wychylenia listków (lub odchylenia wskazówki) w elektroskopie *E*.

Pocieramy o siebie dwa różne ciała, np. szkło i jedwab, ebonit i futro, wogóle ciała *a* i *b*; lub też takie dwa ciała wprowadzamy ze sobą w zetknięcie. Po rozłączeniu, ciała *a* i *b* okazują się różnoimiennie naelektryzowane; wprowadzając je wówczas (równocześnie) do wnętrza osłony *O*, przekonywamy się, że nie wywołują wychylenia w elektroskopie; według określenia (II) wnosimy zatem, że ciała potarte albo ze sobą zetknięte otrzymują ładunki znaków przeciwnych, lecz bezwzględnych wartości jednakowych.

Wyobraźmy sobie dwa jednoimienne ładunki q_1 i q_2; przypuśćmy, że, gdy każdy zosobna był umieszczony we wnętrzu osłony O, wskazania elektroskopu były te same. Powiadamy, że $q_1 = q_2$; wspólną wartość tych ładunków oznaczamy przez q. Wprowadzając teraz q_1 i q_2 jednocześnie do wnętrza osłony, twierdzimy, że znajduje się tam ładunek $2q$. Jeżeli pewien ładunek Q jednoimienny z q_1 i q_2, znajdując się we wnętrzu osłony, wywołuje w elektroskopie te same wskazania, jakie w tych warunkach wytwarzają wspólnie q_1 i q_2, powiadamy, że $Q = 2q$. Podobnie rozstrzygamy, kiedy ładunek Q, jednoimienny z q_1 i q_2, wynosi $3q$, $4q$ i t. d. Wybierając q dostatecznie mały, możemy zmierzyć wystarczająco dokładnie każdy jednoimienny z q_1 i q_2 ładunek; odwołując się do określenia (II), rozciągamy sposób mierzenia do różnoimiennych względem q_1 i q_2 ładunków.

Kto zatem posiada osłonę metalową zamkniętą i elektroskop, może zmierzyć każdy elektryczny ładunek Q t. j. porównać go z pewnym ładunkiem q, uznanym za jednostkę ładunków. Ale wybór jednostki q jest dotychczas dowolny. Nasza metoda mierzenia ładunków jest wprawdzie ścisła, ale nie jest *powszechna*, podobnie jak metoda mierzenia ciężarów, polegająca na użyciu pewnej sprężyny, mogłaby być ścisła, ale nie byłaby powszechna. Musimy ustanowić jednostkę elektrycznego ładunku, którą każdy mógłby *odtworzyć*.

§ 14. *Wektor elektryczny.*

Przypominamy teraz, że dokoła każdego naelektryzowanego ciała C istnieje *pole elektryczne* (§ 2) czyli zakres przestrzenny, w którym objawiają się siły sprawiane przez ładunek ciała C. Takie siły nazywamy *elektrycznemi* ze względu na ich pochodzenie; ale mierzymy je według ogólnych zasad, które, celem pomiaru sił, ustanowiliśmy w dynamice. Przypuśćmy, iż mamy zbadać pole istniejące dokoła naładowanego ciała C. Wyobraźmy sobie bardzo drobne wahadełko (§ 2), zaopatrzone w nadzwyczaj słaby *dodatni* ładunek q; wyobraźmy sobie, iż wnosimy je do różnych miejsc pola i obserwujemy jego zachowanie się; znając masę wahadełka, moglibyśmy podać wartość siły F, która w każdym punkcie pola jest wywierana na ładunek q wahadełka.

Mała deszczułka, umieszczona na powierzchni wody, wskaże prawdziwie kierunek prądu w jeziorze lub rzece; ale kołysanie się dużego okrętu jest wy-

padkowym wynikiem mnóstwa impulsów, nie daje więc obrazu kierunków płynięcia. Porównanie to tłumaczy, dlaczego rozmiary wywiadowczego wahadełka powinny być małe; w przeciwnym razie z ruchu wahadełka nie moglibyśmy sądzić o sile działającej w danym punkcie pola. Ładunek q wahadełka powinien być znikomy; w przeciwnym razie jego wpływ zakłócałby pole, które mamy badać. Znak wywiadowczego ładunku możnaby wybrać dowolnie; na wybór dodatniego istnieje oddawna zgoda powszechna.

Badanie pola zapomocą wywiadowczego wahadełka jest doświadczeniem idealnem, które wykonywamy w wyobraźni; ma ono nam tylko dopomóc do utworzenia pojęć nadzwyczaj ważnych w nauce o elektrycznych zjawiskach.

Przypuśćmy, iż badamy pole, wytwarzane przez ładunek Q ciała C. Jeżeli natura i kształt ciała C oraz ładunek Q pozostają niezmienne, pole również pozostaje niezmienne. Ale siła F, której w różnych punktach pola doznaje wahadełko, zależy nietylko od pola, lecz również od ładunku q wahadełka; dlatego wartość siły F samej przez się *nie* daje należytej miary pola. Jeżeli na ładunek q w miejscu M działa siła F, wówczas na ładunek $\frac{1}{2}q$, $\frac{1}{3}q$ w temże miejscu działa siła $\frac{1}{2}F$, $\frac{1}{3}F$; innemi słowy: *siła F jest wprost proporcjonalna do ładunku q wahadełka.* Napiszmy

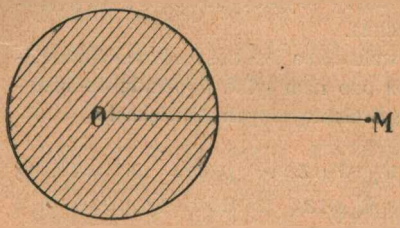
1. $$F = qE$$

Jakie własności ma wówczas wielkość E? Ponieważ siła F jest wektorem (§§ 11 i 35 tomu I-go), przeto E jest również wektorem; wektor E jest umiejscowiony w tej samej prostej, w której leży F, ma ten sam kierunek jak F i ten sam punkt przyłożenia. Ponieważ wartość wektora F jest proporcjonalna do ładunku q, zatem wartość wektora E nie zależy od q, zależy natomiast od miejsca, w którem E jest utworzony. W wektorze E znaleźliśmy zatem właściwą miarę stanu, panującego w danym punkcie pola; poznaliśmy pole, jeżeli dla każdego jego punktu możemy wskazać wartość i kierunek wektora E; dlatego wektor E nazywamy *zasadniczym elektrycznym wektorem.*

§ 15. *Prawo Coulomba.*

Wyobraźmy sobie kulę metalową pełną, której środek znajduje się w punkcie O (rys. 20) i przypuśćmy, że na powierzchni tej kuli rozlany jest jednostajnie ładunek Q. W punkcie M, którego odległość OM od środka kuli ma pozostawać niezmienna, umieszczamy wahadełko wywiadowcze obdarzone zni-

komo małym ładunkiem q; z ruchu lub równowagi wahadełka wnosimy o czynnej w miejscu M sile F; z obserwowanej w miejscu M siły F wyprowadzamy, podług wzoru (1) poprzedzającego artykułu, działający w tem miejscu wektor E. Przypuszczając, że ładunek wywiadowczego wahadełka jest tak słaby, że można zaniedbać zmiany, które mógłby wywołać przez indukcję w ładunku kuli, powiadamy: *wektor E, wytwarzany w danem miejscu M pola przez ładunek Q kuli, jest wprost proporcjonalny do ładunku Q.*



Rys. 20.

Oznaczając zatem przez f spółczynnik proporcjonalności, niezależny od q ani Q, zależny natomiast od wyboru miejsca M (t. j. od położenia wahadełka względem kuli), mamy

1. $$E = fQ$$

skąd wynika według (1), § 14:

2. $$F = fqQ.$$

Siła F, czynna w danem miejscu M, jest wprost proporcjonalna do iloczynu obu ładunków: q wywiadowczego oraz Q stwarzającego pole.

Twierdzenie (2) przypomina podobną zależność, jak wiemy, wielkiej wagi w naszej nauce: siła przyciągania czynna pomiędzy dwiema materjalnemi bryłami A i B, w danem położeniu tych ciał, jest wprost proporcjonalna do iloczynu obu mas, masy A i masy B. Może zatem i w innym względzie prawa sił elektrostatycznych są podobne do słynnej zasady mechaniki niebios, do prawa Newtona? Takie pytanie przewodniczyło Karolowi Augustowi Coulomb (1736—1806) w badaniach, które doprowadziły w r. 1785 do odkrycia prawa działania sił elektrostatycznych: *wzajemne siły, działające pomiędzy dwoma bardzo małemi (skupionemi w punktach) elektrycznemi ładunkami, są równe i przeciwne sobie, są umiejscowione w łączącej je prostej, są wprost proporcjonalne do iloczynu obu ładunków, odwrotnie proporcjonalne do kwadratu wzajemnej ich odległości.* Oznaczając zatem przez F każdą z dwóch sił, wywieranych przez ładunki q i Q na siebie wzajemnie, przez r odległość punktów,

w których q i Q są skupione, przez k stały spółczynnik, niezależny od q, Q ani r, mamy

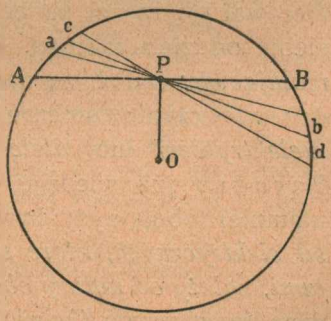
3. $$F = \frac{kqQ}{r^2}.$$

Elektrostatyczne siły działają więc według praw bardzo podobnych do zasady powszechnego ciążenia; odróżniają się jednak od ciążenia w niektórych względach, przedewszystkiem swą *dwoistością*. Ciała materjalne przyciągają się wszystkie wzajemnie; elektryczne ładunki przyciągają się, jak wiemy, gdy są różnoimienne, lecz odpychają się, gdy są jednoimienne. Taka dwoistość sił wiąże się z dwoistością ładunków, które dzielą się na dwa odmienne rodzaje, gdy tymczasem masy materjalne należą wszystkie do jednego tylko rodzaju.

Znane z § 53-go tomu I-go twierdzenie Newtona obowiązuje również w elektrostatyce: *kula mająca na swej powierzchni ładunek Q jednostajnej gęstości działa nazewnątrz, jak gdyby ładunek Q był skupiony w jej środku.* Rozumiejąc zatem przez r odległość OM (rys. 20) wahadełka, obdarzonego ładunkiem q, od środka kuli, mamy znów w miejscu M

4. $$F = \frac{kqQ}{r^2}.$$

Jak widzimy, siła F nie zależy od promienia kuli, na której znajduje się ładunek Q; gdy zatem, nie zmieniając wartości Q, zmniejszamy coraz bardziej ten promień, siła F pozostaje niezmienna. W tem znaczeniu możemy powiedzieć, że w metalowej, jednostajnie na powierzchni naładowanej kuli urzeczywistniona jest fikcja *punktowego* ładunku, którą posługujemy się w prawie Coulomba. Możemy więc sprawdzać prawo Coulomba, obserwując siły, działające pomiędzy naładowanemi metalowemi kulkami; ale spostrzeżenia te nie mogą być dokładne z powodu rozpraszania się ładunków, z powodu wpływu ładunków indukowanych, prądów powietrza i innych zakłóceń. Nieporównanie pewniejszem potwierdzeniem ścisłości prawa Coulomba są ważne prawdy, znane nam z § 8-go. Wyobraźmy sobie zamkniętą metalową powłokę kulistą, w której wnętrzu, w punkcie P (rys. 21), znajduje się znikomo mały, dodatni ładunek; na zewnętrznej powierzchni powłoki ma być jednostajnie rozlany również dodatni elektryczny ładunek. Ze środka O kuli prowadzimy do P prostą OP; przez P prowadzimy płaszczyznę AB, prostopadłą do OP. Ładunek rozlany na czaszy kulistej $AacB$ odpycha P w kierunku od P ku O; ładunek rozlany na czaszy przeciwległej $AdbB$ odpycha P w kierunku przeciwnym, od O ku P. Jeżeli prawo Coulomba jest ściśle prawdziwe, dwie



Rys. 21.

powyższe siły są sobie równe. Biorąc istotnie na uwagę dwa przeciwległe elementy *a, b* powierzchni (przyczem *a* leży nad płaszczyzną *AB, b* pod nią), widzimy, że ładunki Q_a i Q_b tych elementów mają się do siebie jak rozległości, powiedzmy S_a i S_b ich powierzchni. Lecz rozumiejąc przez α i β odległości elementów *a* i *b* od punktu *P*, mamy, jak wiadomo z geometrji

5. $$S_a : S_b = \alpha^2 : \beta^2$$

zatem również

6. $$Q_a : Q_b = \alpha^2 : \beta^2$$

skąd wynika, iż siły Q_a/α^2 oraz Q_b/β^2 są sobie równe. Ten sam sposób rozumowania stosuje się do innych par elementów uważanych czasz, np. *c* i *d* i t. d. Istotnie zatem punkt *P* nie doznaje żadnej siły od powierzchownego ładunku, rozlanego jednostajnie na zewnętrznej powierzchni powłoki. Wniosek ten można uzasadnić i w ogólniejszym przypadku, gdy zewnętrzna powierzchnia zamkniętej metalowej osłony ma postać dowolną. Gdyby prawo Coulomba nie było ściśle prawdziwe, wówczas, jak widzimy z wywodu, we wnętrzu naładowanej metalowej zamkniętej powłoki istniałoby pole elektryczne; wynik ten byłby sprzeczny ze znanemi z doświadczenia faktami (§ 8).

§ 16. Wpływ ośrodka; stała dielektryczna.

Szukając praw, rządzących elektrycznemi siłami, Coulomb wykonywał pomiary w zwykłem atmosferycznem powietrzu; w powietrzu Coulomb widział tylko bierny izolator, którego rola jest zupełnie podrzędna. Gdy cała uwaga Coulomba była zwrócona na działające na siebie z odległości ładunki, wynalazczy, przenikliwy wzrok Michała Faradaya (1791—1867) kierował się raczej ku ośrodkowi, który otacza i wzajemnie od siebie oddziela ładunki. Faraday niechętnie nazywał ośrodek *izolującym;* sądził, że nazwa ta powiada nam tylko, czego ośrodek *nie* czyni; otoczenie ciał naładowanych nazywał raczej *dielektrykiem* lub *dielektrycznym ośrodkiem.* Około r. 1837 Faraday już wiedział, że dielektryczny ośródek nie jest bynajmniej obojętnym świadkiem działań elektrycznych; *wartość sił elektrycznych, które są czynne pomiędzy naładowanemi ciałami, zależy od natury obejmującego je dielektryka.* Uzupełniamy więc teraz prawo Coulomba wypowiedziane w artykule poprzednim; w tym celu drobna tylko zmiana sformułowania będzie potrzebna. Zakładamy, że stały spółczynnik *k,* występujący we wzorach (3) i (4) § 15-go, zależy od natury dielektrycznego ośrodka otaczającego ładunki *q* oraz *Q.* Doświadczenie uczy, jak zobaczymy niebawem, że *siły czynne pomiędzy dwoma danemi* (niezmiennemi) *ładunkami* (pozostającemi w odległości

niezmiennej) *są wówczas największe, gdy ładunki znajdują się w próżni;* gdy ładunki są zanurzone w jakimkolwiek innym (materjalnym) ośrodku, działające siły *caeteris paribus* są mniejsze niż w próżni. Ażeby dać wyraz temu faktowi, zastąpmy dotychczasowy stały spółczynnik k w formule prawa Coulomba przez stosunek A/ϵ; A ma być stałą *powszechną,* jednakową dla wszelkich ośrodków, natomiast ϵ ma być liczbą charakteryzującą dielektryczne własności uważanego ośrodka. Dla próżni przyjmujemy $\epsilon = 1$; dla każdego innego materjalnego ośrodka zakładamy $\epsilon > 1$; taką wielkość ϵ nazywamy *stałą dielektryczną* ośrodka. Formułę (3) lub (4) § 15-go przepisujemy teraz w następującej postaci

1. $$F = \frac{AqQ}{\epsilon r^2}.$$

Przekonamy się w dalszym ciągu niniejszego rozdziału, że doświadczenie zgadza się z tak uzupełnionem prawem Coulomba, że nawet takiego uzupełnienia niezbędnie wymaga.

Atmosferyczne powietrze i inne gazy równie małej gęstości są rozcieńczoną postacią materji, jak o tem wiemy z tomu II-go; takie gazy zachowują się, jako dielektryki, prawie tak samo jak próżnia; wartość ich stałej ϵ jest mało co większa od jedności. Natomiast dla ciekłych i stałych izolujących ośrodków (jak nafta, oliwa, szkło, siarka i t. p.) stała ϵ jest znacznie większa od jedności. Gdybyśmy umieli dokładnie zmierzyć siły czynne pomiędzy naelektryzowanemi ciałami, przekonalibyśmy się zatem, że siły te zmniejszają się znacznie, gdy ciała przenosimy np. z powietrza do nafty; ale niebawem poznamy dokładniejsze i dogodniejsze metody mierzenia stałej ϵ dielektrycznych ośrodków.

Dostrzegamy obecnie drugą ważną różnicę, zachodzącą między sposobami działania sił elektrostatycznych i grawitacyjnych (por. § 15). Siły elektryczne zależą od natury ośrodka, w którym rozwija się ich czynność; w przypadku grawitacji takiej zależności nie znamy. Przyciąganie czynne między dwiema danemi bryłami, znajdującemi się w danej odległości od siebie, jest jednakowe, o ile dotychczas wiadomo, bez względu na naturę oddzielającego je ośrodka.

§ 17. Elektrostatyczna jednostka ładunku.

Przypuśćmy, że ładunki q i Q znajdują się w próżni, w punktach leżących od siebie w odległości r; siła F czynna między niemi wynosi

1. $$F = \frac{AqQ}{r^2}.$$

Jakiemi jednostkami mamy mierzyć wchodzące do tego wzoru wielkości? Siłę F wyrażamy w dynach (§ 47 tomu I-go); od-

ległość r mierzymy centymetrami; nie ustanowiliśmy jednak dotychczas jednostki elektrycznego ładunku. Załóżmy, że spółczynnik A jest równy *oderwanej* (czyli niemianowanej) *jedności*; jednostkę ilości q i Q, która z takiego założenia wyniknie, nazwijmy *elektrostatyczną jednostką ładunku.* Zamiast równania (1) mamy wówczas wzór prostszy

2. $$F = \frac{qQ}{r^2}.$$

Jeżeli w tym wzorze przypuścimy, że

3. $r = 1$ cm; $q = Q =$ el.-stat. jednostce ładunku,

otrzymamy:

4. $F = 1$ dynie.

Elektrostatyczna jednostka ładunku, skupiona w punkcie, w odległości 1 *cm od innej, również w punkcie skupionej elektrostatycznej jednostki ładunku, wywiera na nią w próżni siłę* 1 *dyny i wzajemnie doznaje od niej w próżni siły* 1 *dyny.*

Wiemy, że 1 dyna = 1 gr cm/sek² (§ 47 tomu I-go); z równania (2) wynika zatem, że

el.-stat. jedn. ładunku = 1 gr$^{1/2}$ cm$^{3/2}$/sek.

Pocierając futrem szkło lub ebonit, możemy łatwo uzyskać ładunek wynoszący setki elektrostatycznych jednostek; w błyskawicy zobojętniają się nieraz miljardy. W elektrotechnice znajdujemy się codzień wobec zjawisk, w których występują ładunki ogromne w stosunku do elektrostatycznej jednostki; odwoływanie się do niej byłoby więc niedogodne. Na konferencjach międzynarodowych w Chicago (1893) i w Londynie (1908) ustanowiono inną, *praktyczną* jednostkę ładunku i ku czci Coulomba nazwano ją *kulombem;* określenie tej jednostki poznamy dopiero w IV-ym rozdziale.

Niezależna od umów ludzkich, wyższa nad względy praktyczne, fundamentalna jednostka elektrycznego ładunku jest nam dana w samem urządzeniu natury; jest nią (ujemny) ładunek jednego elektronu (§ 4). Według badań, które opiszemy w VIII-ym rozdziale, wartość e ładunku jednego elektronu jest następująca:

6. $e = 4{\cdot}774 \times 10^{-10}$ (ujemnych) el.-stat. jedn. ład.

Na jednę zatem ujemną el.-stat. jednostkę ładunku składa się 2095 miljonów elektronów. Jeżeli na metalowej kulce (której masa niechaj wynosi 250 gr) zgromadziliśmy 4774 el.-stat. jedn. ujemnego ładunku, mamy na niej 10^{13} swobodnych elektronów. Jak zobaczymy, masa elektronu wynosi $0{\cdot}9 \times 10^{-27}$ gr; masa rozlanego na kulce ładunku wynosi więc $0{\cdot}9 \times 10^{-14}$ gr, co wobec 250 gr jest ilością znikomą.

Zadania.

1. Dwie metalowe kulki, dodatnio naładowane, znajdują się w próżni; na każdej znajduje się 100 el.-stat. jedn. ładunku; odległość środków kulek wynosi 10 cm. Znaleźć wartość F czynnego między kulkami odpychania. Przypuszczając, że masa każdej kulki wynosi 0·5 gr, porównać F z ciężarem kulki, oraz z wzajemnem ciążeniem, działającem między kulkami w wymienionej odległości.

2. Dwie małe, metalowe, dodatnio naelektryzowane kulki wiszą na cienkich nitkach; masa każdej kulki wynosi m, ładunek każdej q, długość każdej nici l. Pod działaniem siły ciężkości, wzajemnego odpychania F oraz reakcyj nici, kulki znajdują się w równowadze; kąt odchylenia każdej nici od pionu wynosi θ; odległość środków kulek jest r. Dowieść, że spełnione są wówczas równania

$$r = 2l \sin\theta; \quad F = mg \operatorname{tang}\theta$$

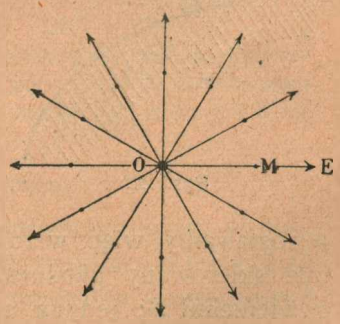
w których g jest przyśpieszeniem ciężkości. Zakładając $m = 0{\cdot}5$ gr, $l = 50$ cm, $q = 100$ el.-stat. jedn., obliczyć θ, r oraz F.

3. Sprawdzić, że 1 gram elektronów zawierałby ich $1{\cdot}11 \times 10^{27}$, że miałby $5{\cdot}3 \times 10^{17}$ el.-stat. jedn. ład. Udowodnić, że w próżni, w odległości 100 cm, gram elektronów odpychałby inny gram elektronów siłą $2{\cdot}81 \times 10^{31}$ dyn. Wykazać, że 1 gram materjalnej masy, w odległości również 100 cm, przyciąga inny 1 gram materjalnej masy siłą $6{\cdot}64 \times 10^{-12}$ dyn; że zatem elektryczne działanie między dwoma gramami elektryczności w próżni jest około 4×10^{42} razy silniejsze niż ciążenie ku sobie, z tej samej odległości, dwóch gramów materji.

4. Mamy dwie jednakowe metalowe kulki; dodatni ładunek pierwszej wynosi $+$ 190 el.-stat. jedn., ujemny drugiej $-$ 50 el.-stat. jedn. Kulkom pozwalamy zetknąć się ze sobą, poczem oddalamy je, odległość ich środków wynosi 7 cm. Sprawdzić, że będą wówczas odpychały się siłą 100 dyn.

§ 18. *Linje pola elektrycznego.*

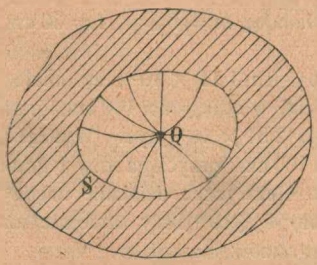
Wyobraźmy sobie, że w punkcie O (rys. 22) znajduje się dodatni elektryczny ładunek Q; dokoła, w próżni, istnieje pole wytworzone przez Q. Ażeby zbadać ustrój pola, postępujemy jak w § 14-ym. W miejscu M, gdzie chcemy znaleźć wartość i kierunek wektora E, umieszczamy drobne ciało, obdarzone małym dodatnim ładunkiem q. Wyrażając ładunki w elektrostatycznych jednostkach, powiadamy, że odpychanie F wywierane przez Q na q w odległości r wynosi qQ/r^2 i jest skierowane wzdłuż promienia r od Q do q; wektor E wynosi więc Q/r^2 i jest skierowany tak samo jak F. Poprowadźmy linje proste, wychodzące z Q jak promienie r; wyobrażają one w każdem miejscu kierunek



Rys. 22.

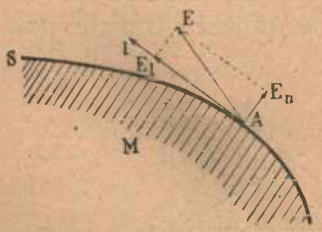
wektora E; ich rozmieszczenie dokoła Q przedstawia rys. 22. Linje, które w każdem miejscu pola biegną zgodnie z kierunkiem wektora elektrycznego E, nazywamy *linjami pola elektrycznego*. Jeżeli ładunek wytwarzający pole jest skupiony w punkcie, linje pola są proste (rys. 22); w innych razach linje pola mogą być krzywe; wektor E w każdem miejscu jest wówczas *styczny* do przebiegającej przez to miejsce linji; przykłady takich pól poznamy niebawem.

Powiedzieliśmy, że linje pola wybiegają z dodatniego ładunku Q (rys. 22); dokądże one dążą, dokąd dobiegają? Przypuśćmy, że Q znajduje się we wnętrzu zamkniętego metalowego naczynia (rys. 23); linje pola docierają wówczas do wewnętrznej powierzchni S naczynia, ale na tej powierzchni urywają się, giną; w łonie metalu niema pola, wektor E jest tam $= 0$; do metalu zatem linje pola nie wkraczają. Wiemy jednakowoż, że na wewnętrznej powierzchni S tworzy się przez indukcję ładunek ujemny (§ 8); zatem *linje pola łączą ze sobą przeciwne ładunki, wychodząc z dodatnich, wchodząc do ujemnych.*



Rys. 23.

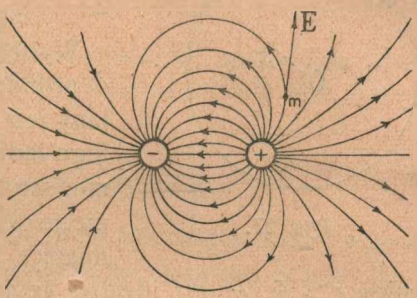
Wyobraźmy sobie ciało metaliczne M, którego powierzchnią jest S (rys. 24); przypuśćmy, że na powierzchni S znajduje się ładunek elektryczny w równowadze. Niechaj będzie l kierunkiem stycznym w miejscu A do powierzchni S; utwórzmy składową E_l (w kierunku l) wektora pola, wytworzonego przez ładunek powierzchni S. Gdyby składowa E_l nie była równa zeru, powierzchowny, na S rozlany ładunek poruszałby się pod jej wpływem po powierzchni S, nie pozostawałby więc w równowadze. Wektor E nie może zatem być skierowany ukośnie (jak na rys. 24-ym) do elementu A powierzchni S; jedyną składową wektora E, która w elektrostatycznem polu może być różna od zera, jest składowa *normalna* E_n. *W miejscu leżącem na powierzchni przewodnika wektor E elektrostatycznego pola jest normalny do powierzchni.* Linje pola elektrostatycznego wybiegają więc normalnie z do-



Rys. 24.

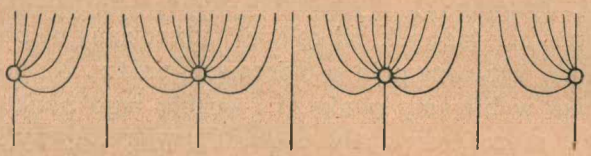
datnich powierzchownych ładunków i wkraczają normalnie do ładunków powierzchownych ujemnych.

Na rys. 25-ym widzimy przebieg linij pola elektrostatycznego, wytwarzanego przez dwa przeciwne, co do bezwzględnej wartości równe sobie ładunki. Wektor E pola jest w każdem miejscu styczny do przebiegającej przez to miejsce linji; mała bryłka, obdarzona znikomym (wywiadowczym) dodatnim ładunkiem, umieszczona nieruchomo w tem miejscu, zaczyna poruszać się w kierunku E. Przypuśćmy, że bryłka posunęła się, w tym kierunku, o maleńki łuk linji pola. Ponieważ bryłka jest bezwładna, dalszy jej ruch, według §§ 22 i 23-go tomu I-go, wynika z geometrycznego złożenia dwóch ruchów składowych: ruchu nabytego oraz nowego, wywołanego przez nowy, nieco już odchylony wektor E. Linja pola wskazuje więc wszędzie kierunek *rozpoczynającego się* ruchu bryłki, lecz nie wyobraża całkowitego jej toru.



Rys. 25.

Wyobraźmy sobie pole, którego linje biegną wszystkie pionowo ku dołowi; wpoprzek tych linij, prostopadle do nich, umieszczamy kratę, złożoną z prętów metalowych. Na rys. 26-ym widzimy poprzeczne przecięcia prętów; należy


Rys. 26.

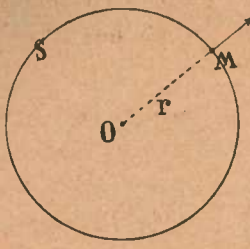
wyobrazić sobie, że pręty biegną prostopadle do płaszczyzny rysunku. Rysunek okazuje, jak krata pochłania idące z góry linje pola; pozwala on zrozumieć ochronne działanie metalicznych siatek i klatek, o którem była mowa w § 8-ym.

§ 19. *Twierdzenie Gaussa.*

Rozważmy jeszcze raz ustrój pola elektrostatycznego, wytwarzanego w próżni przez ładunek dodatni Q, skupiony w punkcie O (rys. 27). Dokoła punktu O jako środka zbudujmy promieniem r (idealną) powierzchnię kulistą S. W miejscu M leżącem na S wektor E wynosi Q/r^2; rozumiejąc przez S rozległość powierzchni S, mamy $S = 4\pi r^2$, zatem

1. $$E = 4\pi Q/S.$$

Ładunek Q znajduje się w punkcie O; lecz gdybyśmy zgodzili się rozlać go w wyobraźni na powierzchni S jednostajnie, jego gęstość wynosiłaby tam Q/S. Oznaczmy przez σ tę idealną gęstość; mamy



Rys. 27.

$$2. \qquad E = 4\pi\sigma.$$

Wyobraźmy sobie w O środek kuli o promieniu R; na jej powierzchni rozlany jest jednostajnie ładunek Q; gęstość tego ładunku wynosi $Q/4\pi R^2$. W każdem miejscu M pola otaczającego kulę spełnione są równania (1) i (2). Jeżeli to miejsce leży w próżni tak, iż jego promień $r > R$, σ jest idealną gęstością ładunku Q przeniesionego na powierzchnię $4\pi r^2$, jest więc mniejsza w stosunku $R^2 : r^2$ od prawdziwej gęstości. Lecz jeżeli miejsce M leży na samej powierzchni kuli, tak iż $r = R$, gęstość σ jest rzeczywistą gęstością ładunku, wartość zaś, dana przez (2), jest graniczną wartością, do której dąży wektor E, gdy coraz bardziej zbliżamy się do powierzchni kuli od strony próżni.

Nietylko na powierzchni jednostajnie naładowanej kuli spełnione jest równanie (2). Wyobraźmy sobie w próżni przewodnik dowolnej postaci; ładunek, jakkolwiekbądź rozlany na powierzchni przewodnika, wytwarza pole w otaczającej próżni. Na powierzchni przewodnika wybieramy punkt M i dokoła tego punktu wyobrażamy sobie niezmiernie mały element powierzchowny s. Przez σ rozumiemy gęstość ładunku w elemencie s, przez E, jak wyżej, graniczną wartość, do której dąży wektor pola, gdy zbliżamy się do punktu M od strony próżni. Pomiędzy E a σ mamy związek

$$3. \qquad E = 4\pi\sigma.$$

Element s różni się mało od elementu powierzchni kulistej; graniczna w miejscu M wartość E zależy tylko od gęstości σ w najbliższem otoczeniu s tego miejsca; to nam tłumaczy, dlaczego związek (2) pozostaje w mocy bez względu na kształt powierzchni i na rozkład na niej ładunku. Rozumie się samo przez się, że równanie (3) stosuje się również, gdy powierzchnia przewodnika jest *płaska*.

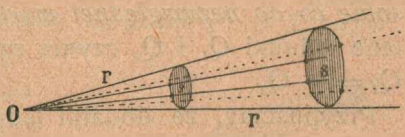
Wiemy, że linje pola wychodzą z dodatnio naelektryzowanych, wchodzą zaś do ujemnie naelektryzowanych powierzchni. Równanie (3) możemy więc zastosować zarówno do przypadku do-

datnich jak ujemnych wartości σ; gdy $\sigma > 0$, wektorowi E mamy nadawać kierunek z metalu nazewnątrz, w próżnię; gdy $\sigma < 0$, mamy rozumieć, że E kieruje się, przeciwnie, z próżni w metal. W obu razach E jest skierowany normalnie do elementu powierzchni, przez który przebiega.

Twierdzenia, które poznaliśmy w artykule niniejszym, zawdzięczamy odkryciom dwóch znakomitych badaczy: Jerzego Greena (1828) oraz Karola Fryderyka Gaussa (1840).

§ 20. *Wiązki pola elektrycznego.*

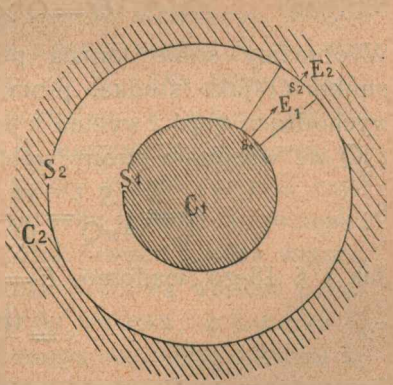
Bierzemy jeszcze raz na uwagę pole elektrostatyczne, wytwarzane w próżni przez ładunek dodatni Q, skupiony w punkcie O (rys. 28); w każdem miejscu pola wyobrażamy sobie utworzony wektor E. Z punktu O prowadzimy nadzwyczaj ostry stożek, którego tworzącemi są linje pola wychodzące z O; taki stożek nazywamy *wiązką pola* (wytwarzanego przez ładunek punktowy). Zbudowawszy dokoła O, jako środka, powierzchnie kuliste o coraz dłuższych promieniach r, widzimy, że wiązka wycina z tych powierzchni elementy coraz większej rozległości s. Wartość wektora E jest odwrotnie proporcjonalna do r^2, rozległość s wprost proporcjonalna do r^2, zatem E jest odwrotnie proporcjonalny do s:



Rys. 28.

1. $Es =$ stałej.

Im bardziej w danem miejscu pola rozszerza się wiązka, tem słabsze panuje tam pole; im wiązka jest węższa, tem pole jest silniejsze.



Rys. 29.

Przypuśćmy, że kula metalowa C_1 znajduje się spółśrodkowo w kulistem wydrążeniu ciała metalowego C_2 (rys. 29). Oznaczmy przez S_1 zewnętrzną powierzchnię kuli C_1, przez S_2 wewnętrzną powierzchnię wydrążenia; przypuśćmy, że na S_1

znajduje się w równowadze ładunek dodatni, na S_2 indukowany ujemny; pomiędzy S_1 a S_2 mamy próżnię. Wiązka pola wybiega promieniście z S_1, wbiega promieniście do S_2. Jeżeli s_1 i s_2 są rozległości elementów, które wiązka wycina z S_1 i S_2 i jeżeli E_1 i E_2 są graniczne wartości elektrycznego wektora w miejscach tych elementów, mamy, jak wyżej:

2. $$E_1 s_1 = E_2 s_2.$$

Rozumiejąc przez q_1 i q_2 ładunki elementów s_1 i s_2, piszemy podług twierdzenia Gaussa

3. $$E_1 = 4\pi q_1/s_1; \quad E_2 = -4\pi q_2/s_2;$$

ze związku (2) zatem wypada

4. $$q_1 = -q_2.$$

Wiązka łączy ze sobą ładunki przeciwne co do znaku, równe sobie co do bezwzględnej wartości. Całkowite na S_1 i S_2 rozlane ładunki Q_1 i Q_2 czynią zadosyć analogicznemu warunkowi $Q_1 = -Q_2$.

Przypuśćmy, że dodatni ładunek Q, skupiony w punkcie O, znajduje się w próżni; z punktu O lub, jak często mawiamy, z ładunku Q wychodzą linje oraz wiązki pola. Możemy wyprowadzać dowolną liczbę wiązek z ładunku Q; umówmy się, że będziemy z Q wyprowadzali $4\pi Q$ wiązek, gdzie Q jest *liczbową wartością* Q t. j. liczbą oderwaną, wskazującą, ile jednostek ładunku zawiera się w Q. Mamy więc

5. $$Q = Q \times (\text{jedn. ład.}).$$

Wyobraźmy sobie kulistą powierzchnię S, zatoczoną dokoła punktu O jako środka, promieniem r. Każda z O (czyli z Q) wychodząca wiązka wycina z powierzchni S element s; ponieważ z Q we wszystkie strony wybiegło $4\pi Q$ wiązek, zatem

6. $$s = \frac{S}{4\pi Q} = \frac{r^2}{Q} = \frac{r^2 \times (\text{jedn. ład.})}{Q}.$$

Jak z § 18-go wiadomo, $E = Q/r^2$, więc z równania (6) wynika

7. $$s = \frac{(\text{jedn. ład.})}{E}.$$

Przypuśćmy, że N wiązek przebiega normalnie przez każdy cm^2 powierzchni kuli S; mamy $N.s = 1\,cm^2$, zatem z (7) wyprowadzamy

8. $$N = \frac{1\,cm^2}{s} = \frac{1\,cm^2 \times E}{(\text{jedn. ład.})}.$$

Lecz skoro $E = Q/r^2$, zatem

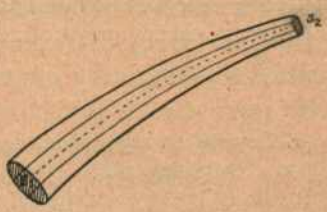
9. jednostka wektora $E = (\text{jedn. ład.})/1\ \text{cm}^2$.

Rozumiejąc przeto przez E liczbową wartość elektrycznego wektora czyli liczbę oderwaną, wskazującą, ile jednostek zawiera się w wartości wektora E, dochodzimy do wniosku

10. $$N = \frac{E}{\text{jedn. } E} = \text{E}.$$

Jeżeli z ładunku Q każemy wybiegać $4\pi Q$ *wiązkom, wówczas liczba N wiązek, przecinających normalnie* 1 cm^2 *w danem miejscu pola, wyraża liczbową wartość* E *panującego w tem miejscu wektora E.* W taki właśnie sposób będziemy budowali w wyobraźni wiązki pól elektrycznych.

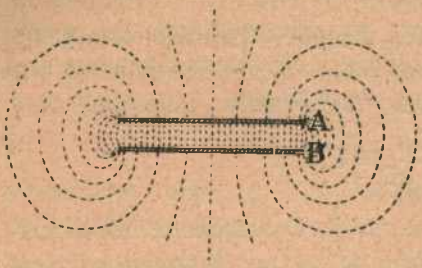
Przypuśćmy, że przewodniki C_1 i C_2, kształtów dowolnych, znajdują się naprzeciw siebie w próżni; na powierzchni S_1 przewodnika C_1 znajduje się ładunek dodatni, na powierzchni S_2 przewodnika C_2 znajduje się ujemny; obadwa są w równowadze. Na powierzchni S_1, dokoła upatrzonego punktu M_1, wyobrażamy sobie nadzwyczaj mały element s_1 (rys. 30); poprowadźmy wszystkie linje pola, które wychodzą z obwodu elementu s_1; przypuśćmy, że one kończą się wszystkie na S_2, wycinając na niej element s_2. Wzięte wspólnie, linje te tworzą pobocznicę pewnej *wiązki pola,* która wychodzi z powierzchni S_1, wchodzi do S_2. Dla takiej wiązki wszystkie poprzednie twierdzenia pozostają w mocy: wiązka wybiega z S_1 normalnie, wbiega do S_2 normalnie; rozszerza się poprzecznie, gdzie pole jest słabe, kurczy się poprzecznie czyli zwęża, gdzie pole jest silne; łączy ze sobą ładunki co do znaku przeciwne, co do bezwzględnej wartości równe. Liczba wiązek, przecinających 1 cm^2 normalnie, wyraża liczbową wartość panującego w danem miejscu elektrycznego wektora; z ładunku Q wybiega $4\pi Q$ wiązek, gdzie Q jest liczbową wartością ładunku Q.



Rys. 30.

Z pośród rozmaitych elektrostatycznych pól najprostszym ustrojem odznacza się pole *jednorodne,* w którem wektor E ma wszędzie wartość jednakową i jednakowy kierunek. Linje takiego pola są wszędzie równoległemi do siebie prostemi; wiązki są walcami prostemi, ich osi są równoległe, liczba wiązek przebiegających normalnie przez 1 cm^2 jest wszędzie ta sama; por. § 65 tomu I-go.

W jaki sposób moglibyśmy urzeczywistnić jednorodne pole elektryczne? Wyobraźmy sobie dwie płyty A i B płaskie, rozległe, metalowe, izolowane, ustawione równolegle do siebie w odstępie nieznacznym (rys. 31). Przypuśćmy, że płytę A naelektryzowaliśmy dodatnio, płytę B połączyliśmy z ziemią; na B znajduje się wówczas ładunek ujemny, wartości zaś bezwzględne ładunków rozlanych na A i B są identyczne. Niemal cały ładunek każdej płyty znajduje się na płaszczyźnie zwróconej ku drugiej płycie; ładunki, zabłąkane po zewnętrznych, odwróconych od siebie stronach płyt, można zaniedbać. Ograniczając się do środkowej części płyt, oddalonej od brzegów oraz do pola zawartego pomiędzy temi częściami, powiadamy: po wewnętrznych stronach środkowych części płyt ładunek jest rozlany jednostajnie, jego gęstość jest stała; z twierdzenia Gaussa wynika, że wektor E ma tam wartość stałą. W tej części pola jego linje biegną prostopadle do płaszczyzn płyt. W dostatecznej odległości od obwodu płyt pole jest więc zbliżone do pola jednorodnego; w okolicy przybrzeżnej pole nie jest jednorodne.



Rys. 31.

Zadania.

1. Czy dwie różne (przecinające się) linje pola mogą przebiegać przez dany punkt elektrostatycznego pola? Czy wiązka pola może kończyć się w próżni spiczasto? Czy linje elektrostatycznego pola mogą być zamkniętemi obwodami, powracającemi do punktu wyjścia?

2. Naprzeciwko dodatnio naelektryzowanej, płaskiej, rozległej powierzchni przewodnika umieściliśmy ostrą igłę metalową, naładowaną ujemnie; narysować przebieg linij i wiązek pola; wytłumaczyć, dlaczego na ostrzu igły gęstość ładunku musi być znaczna. Metalowa butelka, o wąskiej szyjce, jest naelektryzowana; objaśnić, dlaczego na wewnętrznej powierzchni ścian może znajdować się tylko nieznaczny ładunek (§ 8).

3. Nieskończenie długi walec prosty, kołowy, wyrobiony z metalu, jest na swej pobocznicy naelektryzowany dodatnio; przypadający na jednostkę długości walca powierzchowny ładunek oznaczamy przez k. Narysować linje pola wychodzące z pobocznicy; udowodnić, że w odległości r od osi walca mamy $E = 2k/r$.

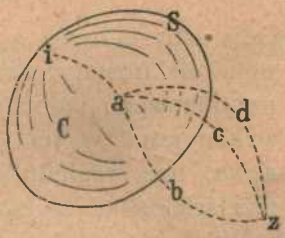
4. W punkcie A znajduje się ładunek dodatni $4Q$, w punkcie B ujemny $-Q$. Dowieść, że jedynem miejscem równowagi wywiadowczego ładunku q w wytworzonem polu jest miejsce C leżące na prostej AB w odległości $BC = AB$. Narysować linje pola; jak one przebiegają w pobliżu punktu C?

§ 21. *Pole elektrostatyczne jest zachowawcze.*

W otaczającym nas świecie zjawisk możemy nieraz dostrzec prawidłowości proste i ogólne, gdy posługujemy się pojęciami

pracy i *energji*. Spróbujmy odwołać się do pomocy tych pojęć w badaniu pól elektrycznych; dotychczas rozważaliśmy tylko *siły*, które są w nich czynne.

Wyobraźmy sobie w próżni przewodnik C izolowany (rys. 32), na którego powierzchni S znajduje się w równowadze ładunek elektryczny dodatni; dokoła przewodnika rozciąga się pole. Przypuśćmy, że mała kulka metalowa, znajdując się w zetknięciu z powierzchnią S w punkcie a, przybrała słaby dodatni ładunek q. Pozwalamy kulce oddalać się od S, bardzo powoli, dopóki nie osiągnie położenia z; przypuśćmy, że zatoczyła orbitę abz. Oznaczając przez E wektor pola w danym punkcie, powiadamy, że pole działa w tym punkcie na ładunek q siłą qE; w przejściu abz pole wykonało więc pewną pracę, przypuśćmy W_{abz}. Jeżeli kulka była swobodna, szła wszędzie za nakazem pola, zatoczyła więc tor np. abz, przepisany przez ustrój tego pola. Ale ruchem kulki możemy (bez pracy) kierować; podobnie nić wahadła, nie łożąc pracy, krępuje ruch jego ciężkiego punktu (§ 63 tomu I-go); podobnie szyny wiodą pociąg, ale go nie popychają. Wyobraźmy sobie, że, sterując ale nie pracując, zmuszamy kulkę do przebieżenia nowej orbity. Zaczynając od poprzedniego położenia początkowego a, kulka, po nowym torze acz, ruchem znów bardzo powolnym, dochodzi do poprzedniego końcowego położenia z; przypuśćmy, że pole wykonywa przytem pracę W_{acz}. Załóżmy na chwilę, że $W_{acz} > W_{abz}$; rozumujmy jak w § 83-im tomu I-go. Pozwalamy kulce odbyć drogę acz; pole wykonało pracę W_{acz}. Zmuszamy kulkę, ażeby z położenia z powróciła do a po torze zba t. j. ażeby przebiegła dawny tor abz w kierunku przeciwnym; ponieważ siła qE w każdym punkcie dróg abz i zba jest jednakowa, przemieszczenia zaś kulki są przeciwne, zatem praca wykonana przez pole na drodze zba jest $= -W_{abz}$ (§ 70 tomu I-go); innemi słowy, na drodze zba wykonywamy pracę W_{abz} przeciwko siłom pola. Wyruszywszy więc z a, kulka powróciła do a, odbyła drogę kołową $aczba$; jakkolwiek nie zmieniło się nic w położeniu kulki względem ciała C, ani w stanie tego ciała, ani w polu elektrycznem zmiana nie zaszła, pozostał nam w zysku nadmiar



Rys. 32.

1. $$W_{acz} - W_{abz} > 0$$

uzyskanej pracy. Gdyby ten nadmiar był rzeczywiście dodatni, tedy, powtarzając obiegi kołowe, urzeczywistnilibyśmy *perpetuum mobile;* gdyby był ujemny, zniewalalibyśmy kulkę do obiegów kołowych w sensie przeciwnym; osiągnęlibyśmy wówczas znów *perpetuum mobile.* Możliwości tej zaprzeczamy; powiadamy: *elektrostatyczne pole jest zachowawcze;* twierdzimy, iż

2. $$W_{abz} = W_{acz} = W_{adz} = \ldots\ldots$$

Gdy dany ładunek q porusza się (niezmiernie powoli) w danem polu elektrostatycznem, wychodząc z tego samego położenia początkowego i dochodząc do tego samego końcowego, *praca* wykonywana w tem przejściu przez siły pola jest *zawsze ta sama,* bez względu na postać toru, po którym dokonywa się przejście.

Wyobraźmy sobie inne przejście, nieco odmienne. Przypuśćmy, że kulka obdarzona ładunkiem q znajdowała się początkowo w zetknięciu z powierzchnią S przewodnika C w punkcie i (rys. 32), że poruszała się najprzód po krzywej ia leżącej na powierzchni S i dopiero w a opuściła S, biegnąc dalej po abz aż do z. Powiadamy, że

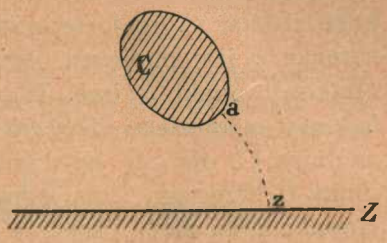
3. $$W_{iabz} = W_{abz}$$

innemi słowy, mówimy, że $W_{ia} = 0$. Wiemy istotnie, że na powierzchni przewodnika wektor E jest normalny do tej powierzchni (§ 18); styczna do powierzchni składowa wektora E jest $= 0$; stąd wynika, że w części ia toru pole nie wykonywa pracy. Gdy zatem ładunek q porusza się w polu, wychodząc z dowolnego punktu powierzchni przewodnika i dochodząc do tego samego końcowego położenia, *praca pola* jest zawsze *ta sama,* bez względu na położenie początkowe i na kształt toru przejścia.

§ 22. Potencjał przewodnika względem ziemi.

Wyobraźmy sobie ponownie przewodnik C w próżni; na jego powierzchni znajduje się dodatni ładunek w równowadze. W sąsiedztwie przewodnika znajduje się ziemia Z (rys. 33), od której C jest izolowany. Jak w § 21-ym, przypuśćmy, że maleńka metalowa kulka, która była pierwotnie w zetknięciu z przewodnikiem C, oddala się od niego następnie bardzo powoli, unosząc znikomo mały dodatni ładunek q; przypuśćmy, że kulka porusza

się, dopóki nie dotknie powierzchni ziemi *Z*. Ładunkowi *q* pozwalamy tym sposobem spłynąć do ziemi; pole elektryczne wykonywa wówczas pracę, którą oznaczmy przez *W*. Praca *W* nie zależy od wyboru punktu *a* na powierzchni *C*, w którym kulka była z przewodnikiem w zetknięciu ani od wyboru punktu *z*, w którym dotknęła ziemi, ani również od postaci toru przejścia *az*; dla danego przewodnika *C*, znajdującego się w danem położeniu względem ziemi, praca *W* zależy tylko od ładunku *Q* rozlanego na powierzchni *C* oraz od ładunku *q* konwekcyjnie przeniesionego przez kulkę. Pracy *W* dostarcza pole; wykonywa ją siła *qE* wywierana na *q*. Jeżeli postać, położenie i ładunek przewodnika *C* pozostają niezmienne, wektor *E* jest określony; siła wywierana na ładunek *q* jest wówczas proporcjonalna do wartości *q*; zatem praca *W* również jest proporcjonalna do *q*. Pisząc



Rys. 33.

1. $$W = qV$$

możemy powiedzieć, że wielkość *V*, niezależna od *q*, zależy tylko od postaci przewodnika *C*, od jego położenia względem ziemi, wreszcie od znajdującego się na jego powierzchni ładunku. Wielkość *V*, określoną przez równanie (1), nazywamy *potencjałem przewodnika C względem ziemi.*

Przypuśćmy na chwilę, że przewodnik *C* jest połączony metalicznie z ziemią (§ 5); stanowi on wówczas z ziemią jednę całość, nowy wspólny przewodnik; według § 21-go mamy więc $W = 0$; według (1) mamy $V = 0$. *Gdy przewodnik jest metalicznie połączony z ziemią, jego potencjał względem ziemi jest zerem.*

Zakładaliśmy dotychczas, że przewodnik *C* jest naelektryzowany *dodatnio;* pomiędzy dodatnim ładunkiem przewodnika *C* a dodatnim wywiadowczym ładunkiem *q* działa odpychanie, pole sprzyja oddalaniu się ładunku *q* do ziemi, praca *W* jest dodatnia. *Potencjał dodatnio naładowanego przewodnika C jest dodatni.* Rozważmy teraz przypadek przeciwny, w którym ładunek przewodnika *C* jest *ujemny*. Wywiadowczy ładunek *q*, według umowy

§ 14-go, poczytujemy zawsze za dodatni. Wyobrażamy sobie zatem w obecnym przypadku, że kulka otrzymała ładunek q (dodatni) nie z ładunku ciała C, lecz z jakiegokolwiekbądź innego źródła; skoro idzie tylko o wartość pracy W, pochodzenie ładunku q jest obojętne. Przypuszczamy jednocześnie, że początkowy punkt a (rys. 33), od którego rozpoczyna się ruch ładunku q ku ziemi, leży niezmiernie blisko powierzchni przewodnika C, ale nie na samej powierzchni. Ładunek przewodnika C przyciąga teraz ładunek q, pole sprzeciwia się ruchowi ładunku q ku ziemi, pracę W musimy *my* wykonywać przeciwko siłom pola; wartość W jest ujemna. Ponieważ wartość q jest dodatnia, *potencjał ujemnie naładowanego przewodnika C jest ujemny.*

Streszczając się, powiadamy: *potencjałem przewodnika C względem ziemi, w danem jego położeniu i przy danem naelektryzowaniu, nazywamy stosunek W/q dwóch wielkości: pracy W związanej z przeniesieniem z przewodnika C do ziemi ładunku q oraz (dodatniej) wartości q przeniesionego ładunku. Wykonaną przez pole pracę W uważamy za dodatnią, wykonaną przeciwko polu uważamy za ujemną.*

§ 23. *Elektrostatyczna jednostka potencjału.*

Zapoznawszy się z nową wielkością, zadajemy sobie pytanie, jaką *jednostką* wypada ją mierzyć; odpowiedź znajdziemy zawsze w określeniu wielkości, do której stosuje się zapytanie. Potencjał przewodnika, według poprzedzającego artykułu, jest stosunkiem pewnej pracy do pewnego ładunku. Ponieważ pracę mierzymy ergiem (§ 71 tomu I-go), ładunki zaś mierzymy elektrostatyczną jednostką ładunku (§ 17), zatem elektrostatyczna jednostka potencjału jest następująca:

1. el.-stat. jedn. potencjału = 1 erg/1 el.-stat. jedn. ładunku.

Jeżeli dla przeniesienia z przewodnika C do ziemi 1 el.-stat. jednostki ładunku pole wykonywa pracę 1 erga, potencjał przewodnika C względem ziemi jest równy + 1 el.-stat. jednostce potencjału. Jeżeli dla przeniesienia z przewodnika C do ziemi 1 el.-stat. jednostki ładunku wykonywamy pracę 1 erga przeciwko siłom pola, potencjał przewodnika C względem ziemi jest równy — 1 el.-stat. jednostce potencjału. W pierwszym razie potencjał przewodnika C jest wyższy, w drugim jest niższy o 1 el.-stat. jednostkę potencjału od potencjału ziemi.

Wiemy, że erg = 1 gr cm²/sek² (§ 71 tomu I-go); wiemy, że

2. el.-stat. jedn. ładunku = 1 $gr^{1/2}\,cm^{3/2}$/sek

(§ 17); z (1) wyprowadzamy zatem, że

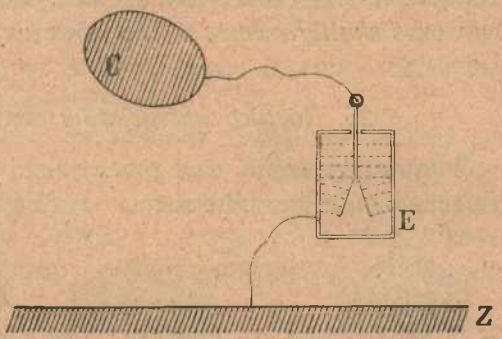
3. el.-stat. jedn. potencjału = 1 $gr^{1/2}\,cm^{1/2}$/sek.

W praktyce naukowych i technicznych pomiarów el.-statyczna jednostka potencjału nie byłaby dogodna; za *praktyczną* jednostkę potencjału przyjęto więc inną jednostkę, którą nazwano *woltem*; poznamy jej określenie w IV-ym rozdziale.

§ 24. *Od czego zależą wskazania elektroskopu.*

W § 5-ym poznaliśmy prosty przyrząd zwany *elektroskopem;* pozwalając wykrywać obecność i stwierdzać znak elektrycznych ładunków, elektroskop oddawał nam wielkie usługi w badaniu pól elektrycznych.

Przypuśćmy, że dodatnio naładowany przewodnik *C* połączyliśmy metalowym drutem z prętem elektroskopu *E* (rys 34); metalowa osłona przyrządu jest połączona z ziemią *Z*. Drobna część rozlanego na powierzchni przewodnika *C* ładunku przepływa do pręta i do listków elektroskopu; uzyskawszy zatem słabe jednoimienne (dodatnie) ładunki, listki rozchylają się. Ładunki pręta i listków wytwarzają ładunek indukowany ujemny na wewnętrznej powierzchni osłony; ładunek indukowany dodatni spływa do ziemi. Wewnątrz elektroskopu tworzy się pole, którego linje wybiegają z pręta i listków, wbiegają do wewnętrznej powierzchni osłony; to wewnętrzne pole jest zupełnie różne od zewnętrznego, istniejącego poza osłoną; metal osłony odgranicza, odcina od siebie owe dwa pola. Lecz skoro tak jest, czy rozchylenie listków elektroskopu ma jakibądź związek z elektrycznym stanem przewodnika *C*? Jakkolwiek wewnętrzne i zewnętrzne pole są odmienne, mają jednę cechę wspólną. Pręt i listki elektroskopu łączą się metalicznie z przewodnikiem *C*; zatem potencjał pręta i listków jest równy po-



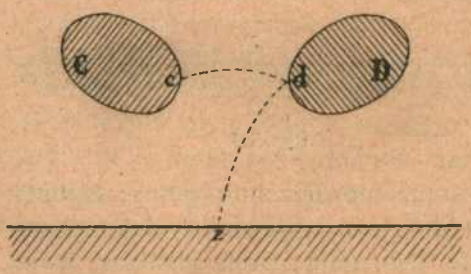
Rys. 34.

tencjałowi przewodnika C; dopóki nie stanie się zadosyć temu warunkowi, ładunki płyną z C do pręta i listków E. Gdy równość potencjałów jest osiągnięta, wychylenie listków, zależąc bezpośrednio od potencjału pręta i listków względem osłony, zależy tem samem pośrednio od potencjału przewodnika C względem ziemi.

Powiedzieliśmy, że wychylenie listków zależy od potencjału złączonego z niemi przewodnika; nie powiedzieliśmy, ażeby było do tego potencjału proporcjonalne; zależność wychylenia od potencjału, naogół zawiła, jest w każdym przyrządzie odmienna. Przypuśćmy, że możemy naelektryzować przewodnik C do rozmaitych potencjałów; zobaczymy później, jakim sposobem możemy zmierzyć te potencjały, wyrazić je np. w elektrostatycznych jednostkach. Połączony z elektroskopem przewodnik C wywołuje w nim wówczas pewne wychylenia; obserwując je, możemy zastąpić dowolną skalę przyrządu przez skalę *bezwzględną*, wyrażoną w el.-statycznych jednostkach. Mówimy, że elektroskop jest wówczas *skalibrowany;* wolno wówczas nazwać go *elektrometrem*.

§ 25. *Różnica potencjałów dwóch przewodników.*

Wyobraźmy sobie dwa przewodniki C i D, wyrobione z tej samej chemicznie substancji i znajdujące się w tym samym fizycznym stanie; przypuśćmy, że są izolowane i naelektryzowane dodatnio (rys. 35); ładunki na nich rozlane są w równowadze. Przenosimy niezmiernie mały dodatni ładunek q z przewodnika C do D po orbicie cd. Pole tworzone przez ładunki przewodników wykonywa pewną dodatnią lub ujemną pracę W_{cd} na orbicie cd; W_{cd} nie zależy od wyboru krańcowych punktów c i d na powierzchni przewodników ani od postaci orbity (§ 21). Przypuśćmy, że, doszedłszy do powierzchni przewodnika D, ładunek q oddala się następnie niezmiernie powoli do ziemi po torze dz;



Rys. 35.

pole wykonywa wówczas pracę W_{da}. Praca wyłożona przez pole na przeniesienie ładunku q z C do ziemi Z wynosi

1. $$W_{cda} = W_{cd} + W_{da}$$

mamy zatem

2. $$W_{cd} = W_{cda} - W_{da} = q\,(V_C - V_D).$$

Różnicą potencjałów przewodników C i D, w danem ich wzajemnem położeniu i przy danem ich naelektryzowaniu, nazywamy więc stosunek W_{cd}/q dwóch wielkości: pracy W_{cd} związanej z przeniesieniem ładunku q z C do D oraz (dodatniej) wartości q przeniesionego ładunku. Wzór ten stosuje się zarówno gdy $V_C > V_D$ (praca W_{cd} jest wówczas wykonywana przez pole), jakoteż gdy $V_C < V_D$ (praca W_{cd} jest wykonywana przeciwko polu). Ładunki przewodników C i D mogą być obadwa dodatnie lub obadwa ujemne; jeden ładunek może być dodatni, drugi ujemny; twierdzenie (2) pozostaje prawdziwe we wszystkich przypadkach.

Za przewodnik D w powyższym wywodzie moglibyśmy poczytać ziemię; zakładamy wówczas $V_D = 0$ i powracamy tym sposobem do twierdzeń § 22-go. Potencjał ziemi uznaliśmy konwencjonalnie za *zero* potencjałów.

Przypuśćmy na chwilę, że przewodnik C jest metalicznie połączony z przewodnikiem D; stanowią one wówczas *jeden* jednolity przewodnik. Podług § 21-go mamy wówczas $W_{cd} = 0$, zatem $V_C = V_D$. *We wszystkich punktach danego (jednolitego) przewodnika wartość potencjału, w razie elektrycznej równowagi, jest jednakowa.*

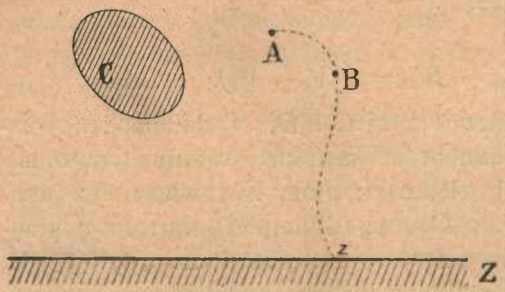
Jak kilkakrotnie w artykule niniejszym wspomnieliśmy, mówiąc o przewodniku, mamy na myśli ciało przewodzące, chemicznie i fizycznie jednolite; mówiąc o dwóch przewodnikach, przypuszczamy, że są chemicznie i fizycznie jednakowe. Przekonamy się w rozdziale następującym, że obecne twierdzenia nie stosowałyby się bez zastrzeżeń do niejednolitych przewodników lub układów przewodników.

Przypuśćmy, że przewodnik C łączy się z listkami lub wskazówką elektroskopu, przewodnik zaś D z metalową osłoną przyrządu. Wychylenie listków lub wskazówki zależy wówczas od różnicy potencjałów $V_C - V_D$; gdyby ta różnica była równa zeru, nie byłoby wychylenia.

§ 26. Potencjał w dowolnym punkcie pola.

Wyobraźmy sobie w próżni przewodnik C, dodatnio lub ujemnie naelektryzowany (rys. 36); ładunek przewodnika tworzy w oto-

czeniu pole elektryczne. Wybierzmy w polu dwa punkty A, B. Gdyby niezmiernie słaby dodatni ładunek q posuwał się z A do B bardzo powoli, siły pola wykonałyby dodatnią lub ujemną pracę



Rys. 36.

1. $W_{AB} = q(V_A - V_B)$.

Położenie punktów A i B jest dowolne; mogą one znajdować się na powierzchniach pewnych przewodników; powracamy wówczas do twierdzeń, znanych z § 25-go. Możemy również przypuścić, że B leży na powierzchni ziemi Z, np. w miejscu z; kładziemy wówczas $V_B = 0$ i otrzymujemy

2. $$W_{Az} = qV_A,$$

twierdzenie, w którem punkt A jest zupełnie dowolny; w analogicznem twierdzeniu (1) § 22-go zakładaliśmy, iż A znajduje się na powierzchni przewodnika. Wielkość V_A, określoną przez równanie (2), nazywamy *potencjałem pola* (względem ziemi), *utworzonym w punkcie* A; nazwę tę nadajemy więc stosunkowi W_{Az}/q dwóch wielkości: pracy W_{Az} związanej z przeniesieniem ładunku q z punktu A do ziemi oraz (dodatniej) wartości q przeniesionego ładunku; wykonaną przez pole pracę uważamy za dodatnią, wykonaną przeciwko polu uważamy za ujemną.

Wybieramy w polu dowolny punkt A; na linji pola przebiegającej przez A wybieramy drugi punkt B niezmiernie bliski. Jeżeli nadzwyczaj słaby dodatni ładunek q posuwa się wzdłuż linji pola, o niezmiernie małą odległość $l = AB$, porusza się wówczas zgodnie z kierunkiem wektora E panującego pomiędzy A i B pola elektrycznego. Niechaj potencjał pola w punktach A i B wynosi V_A i V_B. Na ładunek q pole działa siłą qE; wykonana na drodze AB praca jest

3. $$W_{AB} = qEl$$

skąd, przy pomocy równania (1), wyprowadzamy

4. $$E = (V_A - V_B)/l.$$

Jeżeli A i B są niezmiernie siebie bliskie, lecz zresztą dowolne punkty pola (jeżeli B nie leży koniecznie na tej samej linji pola, na której znajduje się A), otrzymujemy, podług twierdzenia (2) § 70-go tomu I-go, wzór ogólniejszy

5. $$E_l = (V_A - V_B)/l$$

gdzie E_l jest przypadającą w kierunku przemieszczenia l (czyli AB) składową wektora E pola, które pomiędzy punktami A i B panuje.

Możnaby zapytać, jak dalece małe powinno być przemieszczenie AB, jeżeli powyższe twierdzenie ma być poczytane za ważne. Znajdujemy się tutaj widocznie wobec zapytania podobnego do rozważonych w §§ 14 i 21 tomu I-go zagadnień. Drogą do ówczesnej analogiczną dochodzimy do odpowiedzi następującej: *prawdziwą* wartością składowej E_l wektora E w kierunku przemieszczenia l jest *granica*, do której dąży stosunek różnicy potencjału $V_A - V_B$ w przemieszczeniu AB do długości l tego przemieszczenia, gdy zarówno przemieszczenie jak odpowiadająca mu różnica potencjału dążą jednocześnie do zera.

Jeżeli ładunek dodatni q posuwa się zgodnie z kierunkiem wektora E, wówczas, jak widzimy z równań (4) i (5), mamy $V_A > V_B$. *Płynąc zgodnie z kierunkiem działania pola, ładunek dodatni przenosi się z miejsca wyższego do miejsca niższego potencjału;* ładunek ujemny, w tych samych okolicznościach, porusza się przeciwnie, z miejsca niższego do miejsca wyższego potencjału.

§ 27. *Powierzchnie ekwipotencjalne.*

Wyobraźmy sobie pole elektryczne; w różnych jego punktach A, B, C utwórzmy wartości V_A, V_B, V_C potencjału. Jeżeli te wartości są sobie równe, powiadamy, że punkty A, B, C leżą na tej samej *ekwipotencjalnej powierzchni* czyli na powierzchni równych potencjałów.

Przypuśćmy, że, posuwając się po ekwipotencjalnej powierzchni, ładunek q doznaje na niej nadzwyczaj drobnego przemieszczenia l lub AB. Mamy wówczas

1. $$V_A = V_B$$

zatem, według równania (5) § 26-go

2. $$E_l = 0.$$

Wektor elektryczny E utworzony w dowolnym punkcie pola jest normalny do ekwipotencjalnej powierzchni, która przechodzi przez punkt uważany. Porównajmy ten wniosek z twierdzeniami § 18-go; widzimy, że, *jeżeli na powierzchni przewodnika ładunek jest*

w równowadze, powierzchnia ta jest ekwipotencjalna. Do tego samego wyniku dochodzimy, zasadzając się na wywodach §§ 21 i 25-go. Spostrzegamy zarazem, że powierzchnia kuli ziemskiej jest również ekwipotencjalną powierzchnią.

§ 28. Pojemność; jednostka pojemności.

Wyobraźmy sobie przewodnik w próżni, na którego powierzchni znajduje się w równowadze ładunek Q; potencjał przewodnika względem ziemi, w danem jego położeniu i przy danem naładowaniu, wynosi V. Nie zmieniając postaci ani położenia przewodnika względem ziemi, zwiększamy rozlany na nim ładunek Q. Rośnie wówczas gęstość σ powierzchownego ładunku; w tym samym stosunku rośnie wektor E pola w sąsiedztwie powierzchni oraz potencjał V (por. §§ 19 i 22). Jeżeli postać i położenie przewodnika względem ziemi pozostają niezmienne, wartości Q i V rosną proporcjonalnie do siebie. Rozumiejąc przez C spółczynnik niezależny od wartości zmiennych V i Q, zależny zaś od postaci przewodnika i od jego położenia względem ziemi, piszemy

$$1. \qquad Q = CV.$$

Spółczynnik C nazywa się *pojemnością* przewodnika względem ziemi w danem jego (względem niej) położeniu.

Przypuśćmy, że na powierzchni przewodnika znajduje się w równowadze ładunek dodatni, równy 1 el.-stat. jednostce ładunku i że potencjał przewodnika względem ziemi wynosi 1 el.-stat. jednostkę potencjału; zgodnie z równaniem (1) powiadamy, że pojemność takiego przewodnika względem ziemi jest *elektrostatyczną jednostką pojemności:*

$$2. \qquad 1 \text{ el.-stat. jedn. pojemności} = \frac{1 \text{ el.-stat. jedn. ładunku}}{1 \text{ el.-stat. jedn. potencjału}}.$$

Wiemy z §§ 17 i 23-go, że

$$3. \qquad \text{el.-stat. jedn. ładunku} = 1 \text{ gr}^{1/2} \text{ cm}^{3/2}/\text{sek}$$

$$4. \qquad \text{el.-stat. jedn. potencjału} = 1 \text{ gr}^{1/2} \text{ cm}^{1/2}/\text{sek}$$

Stosownie do wzoru (2) wnosimy zatem, że elektrostatyczną jednostką pojemności jest 1 cm. Praktyczną jednostkę pojemności poznamy w IV-ym rozdziale.

§ 29. *Pojemność płaskiego kondensatora.*

W § 12-ym zajmowaliśmy się już kondensatorem płaskim; opisaliśmy działanie przyrządu, utworzyliśmy nawet jakościowe pojęcie jego elektrycznej pojemności. Możemy teraz podać dokładniejszy, ilościowy rozbiór tych samych zagadnień.

Jak w § 20-ym, wyobraźmy sobie dwie rozległe, płaskie, metalowe płyty A i B (rys. 31), ustawione równolegle do siebie, w odstępie nieznacznym. Przypuśćmy, że płyta A, izolowana, jest dodatnio naładowana, B zaś metalicznie połączona z ziemią. Załóżmy, że ładunek Q płyty A znajduje się całkowicie na jej ku B zwróconej płaszczyźnie, że ładunek $-Q$ płyty B znajduje się całkowicie na jej ku A zwróconej płaszczyźnie. Przypuśćmy, że pole istniejące między płytami jest jednorodne; wektor E pola jest zatem wszędzie prostopadły do płyt i ma wartość stałą; gęstość ładunków Q i $-Q$ jest stała. Rozumiejąc przez h prostopadle mierzony odstęp między zwróconemi ku sobie płaszczyznami płyt, otrzymujemy z (4) § 26-go:

1. $$E = V/h$$

przyczem przez V oznaczamy potencjał płyty A względem ziemi, płycie zaś B, według założenia, przypisujemy potencjał zero. Gęstość σ dodatniego ładunku, rozlanego na zwróconej ku B płaszczyźnie płyty A, według twierdzenia (3), § 19, wynosi $E/4\pi$; jeżeli więc S jest rozległością płaszczyzny, znajduje się na niej ładunek dodatni

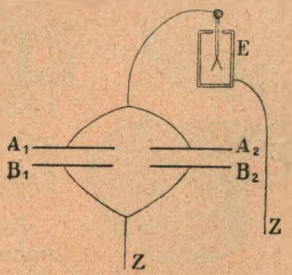
2. $$Q = \sigma S = \frac{S}{4\pi} E = \frac{S}{4\pi h} V.$$

Stąd wynika, że pojemność C kondensatora płaskiego wynosi

3. $$C = \frac{S}{4\pi h}$$

jest więc odwrotnie proporcjonalna do odstępu płyt; gdy odstęp ten h jest bardzo mały, pojemność kondensatora jest bardzo znaczna.

Wyobraźmy sobie dwa płaskie kondensatory połączone *równolegle* (rys. 37); izolowane płyty A_1 i A_2 są połączone ze sobą, ewentualnie połączone z elektrometrem E (rys. 37), pozostałe dwie płyty B_1 i B_2 są połączone z ziemią. Oznaczmy przez V wspólną wartość potencjałów płyt A_1 i A_2, przez Q_1 i Q_2 ładunki na tych płytach zebrane, przez C_1 i C_2 pojemności kondensatorów. Mamy



Rys. 37.

4. $$Q_1 = C_1 V; \quad Q_2 = C_2 V$$

zatem

5. $$Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V.$$

Pojemność kondensatora złożonego z dwóch równolegle połączonych kondensatorów jest zatem sumą pojemności kondensatorów składowych. Twierdzenie to znajduje zastosowanie w praktyce pomiarów elek-

trycznych. Przypuśćmy, że pojemność C_1 jest znana; powiadamy, że kondensator $A_1 B_1$ jest *wzorcem* pojemności, służącym do porównań. Łącząc płytę A_1 tego kondensatora z elektrometrem, mierzymy potencjał V_1, który przybiera A_1, gdy otrzymała ładunek Q:

6. $$Q = C_1 V_1 .$$

Przyłączamy $A_2 B_2$ równolegle do $A_1 B_1$; ładunek Q rozpływa się po A_1 i A_2, potencjał spada do V_2; mamy

7. $$Q = (C_1 + C_2) V_2 .$$

Znając C_1, zmierzywszy V_1 i V_2 i wyrugowawszy obojętną Q, obliczamy C_2 z równań (6) i (7).

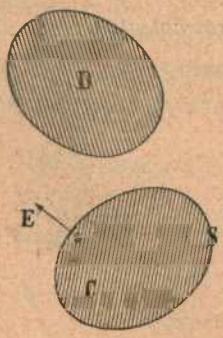
Zadania.

1. Z przewodnika, którego potencjał względem ziemi wynosi + 10 el.-stat. jednostek, pozwalamy spłynąć do ziemi ładunkowi 418 el.-stat. jednostek, co jest maleńką cząstką rozlanego na przewodniku ładunku. Uzyskaną pracę przeobrażamy w cieplną energję; ile kaloryj otrzymaliśmy? Ilu gramom musimy pozwolić opuścić się o 1 cm, ażeby osiągnąć tę samą pracę?

2. Płyty kondensatora są płaskie, kwadratowe; bok każdej ma 40 cm długości; odstęp płyt = 5 mm. Obliczyć pojemność kondensatora. Jakiego ładunku potrzeba, ażeby izolowaną płytę naładować do potencjału + 1 el.-stat. jednostki względem ziemi?

§ 30. *Elektrometr bezwzględny Kelvina.*

Wyobraźmy sobie jeszcze raz kondensator płaski; przypuśćmy, że składa się z dwóch płaskich metalowych krążków, ustawionych poziomo; górny krążek jest naładowany dodatnio, dolny łączy się metalicznie z ziemią. Na jednem z ramion belki równoramiennej wagi, zamiast szalki, zawieszamy górny krążek kondensatora. Dodatni ładunek górnego krążka jest przyciągany ku dołowi przez ujemny ładunek dolnego; górny zatem krążek po naelektryzowaniu wyda nam się cięższy; różnica pomiędzy ciężarem naładowanego a ciężarem nienaładowanego krążka jest równa przyciąganiu, wywieranemu przez ujemny ładunek dolnego krążka na dodatni górnego.



Rys. 38.

Podaliśmy tylko ogólnikową myśl doświadczenia; ażeby zrozumieć jego wykonanie, rozważmy najprzód zagadnienie następujące. Przypuśćmy, że w pobliżu przewodnika C znajduje się inny przewodnik D; ładunki na obu przewodnikach są w równowadze (rys. 38). Wektor E pola, utworzony nazewnątrz przewodnika C, niezmiernie blisko elementu s jego powierzchni S, jest skiero-

wany normalnie do s. Rozłóżmy wektor E na dwie części: na część E_s, pochodzącą od działania elementu s i na resztę E_0, wywieraną przez pozostałą część powierzchni przewodnika C tudzież przez powierzchnię przewodnika D. Nazewnątrz S, niezmiernie blisko elementu s, mamy

1. $$E_s + E_0 = E.$$

Powtórzmy to samo twierdzenie dla drugiego punktu leżącego wewnątrz S, również niezmiernie blisko elementu s. Część E_s ma tutaj przeciwny niż przed chwilą kierunek, E_0 jest niezmieniona, całość zaś E musi znikać; mamy zatem

2. $$-E_s + E_0 = 0.$$

Z równań (1) i (2) wypada, że

3. $$E_0 = \tfrac{1}{2}E.$$

Oznaczając przez σ gęstość ładunku w miejscu s, mamy $E = 4\pi\sigma$, przeto

4. $$E_0 = 2\pi\sigma.$$

Na elemencie s znajduje się ładunek σs; ponieważ element s sam na siebie działać nie może, pole działa nań wektorem E_0, nie E; pole wywiera zatem na ładunek σs siłę

5. $$E_0 \sigma s = 2\pi\sigma^2 s.$$

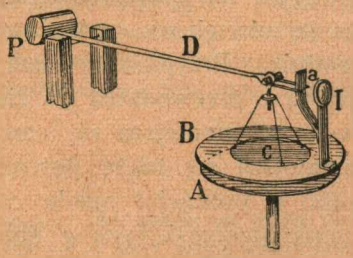
Rozumiejąc przez p ciśnienie wynikające, w miejscu s, z działania siły (5) czyli t. zw. *elektryczne ciśnienie*, otrzymujemy (§ 4 tomu II-go)

6. $$p = 2\pi\sigma^2 = E^2/8\pi.$$

Powróćmy do kondensatora, którego górny, ruchomy krążek jest zawieszony na wadze. Przypuśćmy, że dolna płaszczyzna tego ruchomego krążka ma rozległość S; przyciąganie, wywierane nań przez ładunek dolnego krążka, wynosi $E^2S/8\pi$, co podług równania (1) § 29-go przepisujemy w postaci $V^2S/8\pi h^2$, rozumiejąc jak dawniej przez V potencjał górnego krążka względem ziemi, przez h prostopadły odstęp krążków od siebie. Oznaczając jeszcze przez R różnicę między ciężarem naelektryzowanego a ciężarem nienaelektryzowanego górnego krążka, otrzymujemy

7. $$V^2S = 8\pi h^2 R.$$

Zmierzywszy h w cm, R w dynach, S w cm², możemy stąd wyliczyć potencjał V w el.-stat. jednostkach potencjału. Przyrząd nasz jest *elektrometrem bezwzględnym* (por. § 24).



Rys. 39.

Przypuszczaliśmy w powyższym rachunku, że pole istniejące pomiędzy krążkami kondensatora jest jednorodne; lecz to przypuszczenie jest słuszne tylko w środkowej części pola, oddalonej od obwodu (§ 20), byłoby więc dostateczne tylko wówczas, gdyby krążki były bardzo rozległe, co znów w doświadczeniu jest niewykonalne. Trudność, którą tu spotykamy, przezwyciężył Lord Kelvin w r. 1860 prostym sposobem. Krążek c (rys. 39) jest zawieszony w pośrodku *ochronnego pierścienia* B, który otacza go zbliska, nigdzie nie

dotykając. Gdy c znajduje się w poziomie pierścienia B, obadwa razem stanowią rozległy, niemal nieprzerwany krążek Bc; B i c są przytem złączone giętkim drucikiem, znajdują się zatem na jednakowym potencjale. Poniżej Bc widzimy połączony z ziemią, pełny krążek A, który możemy podnosić lub zniżać; c zaś wisi u końca dźwigni D, zaopatrzonej w przeciwwagę P. Ładujemy B i c; dzięki działaniu pierścienia, możemy uważać pole istniejące pod c za jednorodne, możemy zasadzać się zatem na równaniu (7). Gdy B i c są naładowane, powinniśmy powiększyć masę P celem przywrócenia równowagi; możemy również zwiększyć odstęp h, tak, żeby c, znajdując się w poziomie B, był w równowadze.

Zadania.

1. Przypuśćmy $S = 25\ \text{cm}^2$, $h = 5\ \text{mm}$ w elektrometrze Kelvina; na wadze możemy wyznaczyć $R = 10\ \text{mgr}$. Wykazać, że możemy zmierzyć potencjał 1·57 el.-stat. jednostek.

2. W sąsiedztwie powierzchni S przewodnika istnieje pole, którego E wynosi 100 el.-stat. jedn. Dowieść, że na powierzchni S panuje ciśnienie elektryczne 398 dyn/cm^2, mniejsze 2547 razy niż normalne atmosferyczne ciśnienie.

3. Przez rozwalcowanie sporządzono złotą blaszkę tak cienką, że jej 1 m^2 okazuje masę 1 gr. Ciśnienie elektryczne 0·0981 dyny/cm^2 panowałoby na powierzchni blaszki, gdyby zgromadzono na niej ładunek gęstości 0·125 el.-stat. jedn. na 1 cm^2. Gdyby zatem 1 el.-stat. jednostka ładunku przypadała na 8 cm^2 powierzchni S, listek, wycięty ze wspomnianej blaszki i ułożony na S, zachowywałby się, jak gdyby był pozbawiony ciężaru.

§ 31. *Energja elektryczna naładowanego przewodnika.*

Wyobraźmy sobie ponownie w próżni przewodnik, na którego powierzchni znajduje się dodatni ładunek Q w równowadze; potencjał przewodnika względem ziemi wynosi V. Jeżeli maleńka cząstka q ładunku Q spływa do ziemi, możemy uzyskać pracę qV; ale wzór ten tylko wówczas jest ważny, gdy q jest tak drobna, że jej ubytek nie zmienia ocenialnie wartości V potencjału przewodnika. Przypuśćmy teraz, że nie jedna tylko cząstka q przepływa z przewodnika do ziemi, lecz całe ich tłumy; ładunek Q wówczas zmniejsza się coraz bardziej, zatem, według § 28-go, zmniejsza się także potencjał przewodnika; z pierwotnej wartości V potencjał opada coraz niżej i dochodzi do zera, gdy suma przeniesionych q dosięga całkowitego ładunku Q. Przy takim przebiegu zjawiska średnia wartość potencjału wynosi $\frac{1}{2}V$; stąd wynika, że, pozwalając całemu ładunkowi Q stopniowo uchodzić i ujść wreszcie do ziemi, możemy ostatecznie uzyskać pracę $\frac{1}{2}QV$. W układzie składającym się z przewodnika i z ziemi

nagromadzony jest więc taki zasób pracy, zwany elektryczną energją $\mathcal{E}$ przewodnika względem ziemi:

1. $$\mathcal{E} = \tfrac{1}{2}QV.$$

Przy pomocy wzoru (1) § 28-go formułę tę przepisujemy w postaci

2. $$\mathcal{E} = \tfrac{1}{2}CV^2.$$

Gdy zatem położenie przewodnika (względem ziemi) pozostaje niezmienione, jego elektryczna energja (względem ziemi) zmienia się proporcjonalnie do kwadratu potencjału (odniesionego do ziemi).

Dla fizyka jednostką pracy i energji jest erg; energję elektryczną w równaniach (1) i (2) wyobrażamy sobie zatem zmierzoną w ergach. Stąd wynika, że elektrostatyczne jednostki ładunku, potencjału i pojemności winny spełniać związki następujące:

3. (1 el.-stat. jedn. ład.) $\times$ (1 el. stat. jedn. pot.) = 1 erg

4. (1 el.-stat. jedn. poj.) $\times$ (1 el.-stat. jedn. pot.)^2 = 1 erg.

Powracając do określeń, podanych w §§ 17, 23 i 28-ym, sprawdzamy bez trudności, że powyższe jednostki czynią zadosyć warunkom (3) i (4).

Z twierdzeń niniejszego artykułu jasno wynika, że elektryczny ładunek *nie* jest energją. Jeżeli potencjał przewodnika jest wyższy lub niższy od potencjału ziemi (lub innych przewodników sąsiednich), obecność ładunku na powierzchni przewodnika łączy się z istnieniem pewnej energji; jej zapas zależy nietylko od ładunków zgromadzonych w układzie, lecz również od istniejących w nim różnic potencjału.

W tomie II-im poznaliśmy prawa sprężystości ciał stałych. Widzieliśmy, że, jeżeli ciało stałe (doskonale sprężyste) zostało odkształcone, istnieje w niem pewna energja, której nie posiada ciało nieodkształcone. Dopóki trwa odkształcenie, energja ta przechowywa się bez uszczerbku; odkształcenie jest stanem statycznym, ciało doskonale sprężyste jest układem zachowawczym. Pole elektryczne, wytworzone w układzie przewodników izolowanych, jest również statyczne; układ przewodników izolowanych jest zachowawczy (§ 21). Dopóki na przewodnikach zgromadzone są ładunki, dopóki istnieją pomiędzy niemi różnice potencjału, energja elektryczna układu trwa bez zmiany, bez straty; zamienia się w cieplną, w mechaniczną lub w inne postaci energji, gdy układ zostanie wyładowany.

Zadania.

1. Płyty płaskiego kondensatora są kwadratowe; bok każdej ma 20 cm długości; odstęp płyt wynosi 1 mm; potencjał izolowanej płyty względem drugiej, połączonej z ziemią, wynosi 0·3 el.-stat. jednostki. Ile ergów możemy uzyskać, rozbrajając kondensator?

2. Pojemność kondensatora wynosi 100 el.-stat. jednostek; czynna w nim różnica potencjałów wynosi 50 el.-stat. jednostek. Porównać elektryczną energję

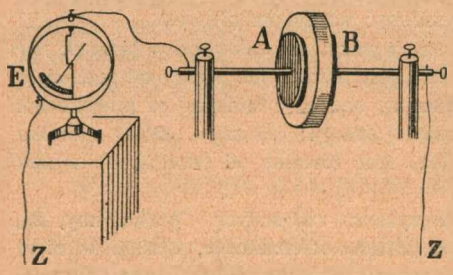
kondensatora z kinetyczną energją masy 100 gr, poruszającej się z prędkością 50 cm/sek.

3. Zamiast jednostek: gram, centymetr, sekunda przyjmujemy kilogram, metr oraz minutę za jednostki zasadnicze układu miar elektrostatycznych; jak zmienią się wówczas elektrostatyczne jednostki ładunku, potencjału, pojemności, energji?

4. Dla ilustracji wzoru (1) niniejszego artykułu przypuśćmy, że V_1 jest pierwotną wartością potencjału, przy której pierwsza cząstka q ładunku Q spłynęła do ziemi; że V_2 jest wartością, przy której spłynęła druga i t. d. Przypuszczając, że $V_1, V_2, \ldots\ldots V_n$ tworzą postęp arytmetyczny, że $nq = Q$ i że $V_n = 0$, otrzymać ponownie równanie wspomniane (1). Rozumowanie to objaśnić metodą graficzną (por. § 17 tomu I-go).

§ 32. *Wpływ dielektryka na pojemność kondensatora.*

Powracamy jeszcze raz do zagadnień, któremi w §§ 12, 20, 29-ym byliśmy zajęci. Wyobraźmy sobie kondensator płaski, którego płyta A jest metalicznie połączona z listkami lub wskazówką elektroskopu E, druga zaś B łączy się z ziemią (rys. 40).



Rys. 40.

Gdy płycie A udzieliliśmy ładunku, w elektroskopie E spostrzegamy wychylenie, z którego możemy wyprowadzić wartość potencjału płyty A względem B oraz ziemi (§ 24); wartość ta, jak wiemy, zależy od ładunku płyty A i od pojemności kondensatora (§§ 28 i 29). Nie zmieniając wzajemnej odległości ani ładunku płyt, wprowadzamy pomiędzy nie taflę sporządzoną ze szkła, z ebonitu, z parafiny lub siarki (rys. 40); wychylenie w elektroskopie zmniejsza się; zatem wartość potencjału płyty A (względem B i ziemi) zmniejszyła się również. Musielibyśmy znacznie powiększyć ładunek płyty A, ażeby otrzymać w elektroskopie wychylenie poprzednie, ażeby przywrócić pierwotną wartość potencjałowi płyty A względem B i ziemi. Pojemność kondensatora zależy zatem od obecnego między jego płytami dielektryka (§ 16); gdy tym dielektrykiem jest szkło, ebonit, parafina lub siarka, pojemność kondensatora jest *większa* niż pojemność (geometrycznie identycznego) powietrznego kondensatora.

W § 16-ym poznaliśmy uogólnioną postać prawa Coulomba, w której ono stosuje się do sił elektrycznych, działających poprzez dielektryk dowolny. Zasadzając się na ówczesnem twierdzeniu (1), powtórzmy rozumowanie, które doprowadziło nas w § 19-ym do wniosku, zwanego twierdzeniem Gaussa; dochodzimy bez trudności do następującego wyniku: jeśli pole istnieje w dielektryku, którego stała dielektryczna jest ϵ, graniczna wartość (od strony dielektryka) wektora E w bezpośredniem sąsiedztwie powierzchni przewodnika, na której znajduje się ładunek gęstości σ, jest dana przez równanie

1. $$\epsilon E = 4\pi\sigma.$$

Twierdzenie to pozwala obliczyć pojemność C kondensatora płaskiego, w którym płyty są oddzielone od siebie przez warstwę dielektryka o stałej dielektrycznej ϵ. Powtarzając rozumowanie § 29-go, otrzymujemy w oznaczeniach ówczesnych

2. $$C = \frac{\epsilon S}{4\pi h}.$$

Rozumiejąc zatem przez C pojemność kondensatora, którego dielektryk ma stałą dielektryczną ϵ, przez C_0 pojemność geometrycznie identycznego kondensatora, w którym dielektrykiem jest próżnia, mamy

3. $$C : C_0 = \epsilon : 1$$

Na zasadzie tego twierdzenia wyznaczamy wartość stałej ϵ badanego dielektryka; niektóre wartości przytaczamy w następującej tablicy:

Parafina:	2·3	Nafta:	2·1
Ebonit:	2·9	Siarczek węgla:	2·6
Siarka (st.):	4·0	Oliwa:	3·2
Szkło: od 3·7 do 7·6		Woda: około	80

Powietrze atmosferyczne: 1·0006.

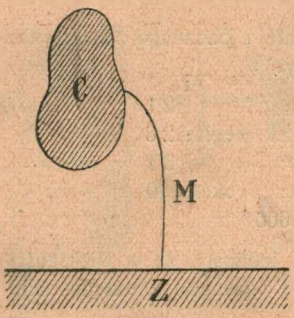
Stała dielektryczna powietrza różni się tak mało od jedności, że w większości przypadków możemy utożsamiać jego dielektryczne własności z własnościami próżni.

ROZDZIAŁ DRUGI.

Prąd elektryczny.

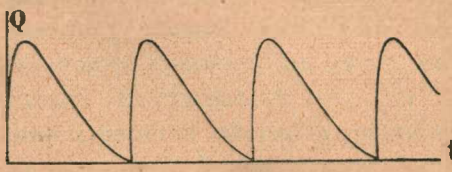
§ 33. Zjawisko prądu elektrycznego.

Przypuśćmy, że ciało C przewodzące, izolowane, jest naładowane dodatnio, że posiada ładunek Q i że jego (dodatni) potencjał wynosi V. W układzie ciał C, Z panuje elektryczna równowaga. W chwili $t = 0$ połączmy nagle ciało C z ziemią Z przez drut metalowy M (rys. 41); od tej chwili ciała C, M, Z stanowią jeden przewodzący układ; ale ten układ *nie* jest w równowadze. W chwili $t = 0$ potencjał ciała C jest wyższy niż potencjał ziemi Z; poczynając zatem od tej chwili równowaga w układzie jest niemożliwa. Spostrzegamy rzeczywiście, że od chwili $t = 0$ ładunek Q ciała C zmniejsza się, potencjał V opada, co trwa dopóty, dopóki V nie wyrówna się z potencjałem ziemi; wówczas dopiero zniknie ładunek Q, zapas zaś elektrycznej energji przeobrazi się w inne postaci energji. Takie wydarzenia wychodzą poza ramy elektrostatyki; nazywamy je zjawiskami *prądu elektrycznego*.



Rys. 41.

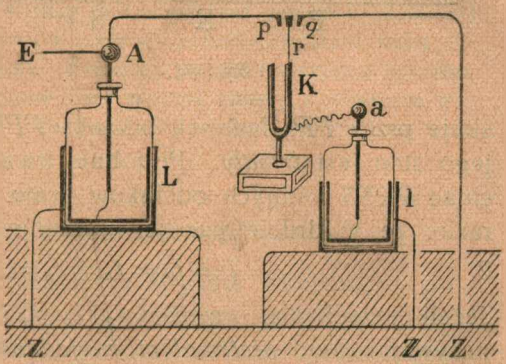
Prąd w układzie C, M, Z jest krótkotrwały, przejściowy w opisanym przypadku; potencjał ciała C nadzwyczaj szybko opada do zera. Weźmy na uwagę zjawisko nieco odmienne. Przypuśćmy, że nie możemy wykryć ładunku Q ciała C, gdy od chwili $t = 0$ upłynął krótki okres τ; po czasie τ ciało C praktycznie jest



Rys. 42.

rozbrojone. W chwili $t = \tau$ ładujemy C nowym ładunkiem Q; od $t = \tau$ do $t = 2\tau$ płynie w C, M, Z nowy prąd, znów przemijający, do pierwszego podobny. Ładując ciało C w chwilach $t = 2\tau$, 3τ i t. d., otrzymujemy w C, M, Z prąd *perjodycznie zmienny* albo *falisty* (por. § 62 tomu II-go), złożony z nagłych podskoków wartości Q i V oraz z ich szybkich omdlewań (rys. 42). Rozumiejmy przez n odwrotność okresu τ, tak iż $n\tau = 1$ sek; na sekundę przypada wówczas n podskoków i n opadań, n okresów prądu. Taki prąd możemy rzeczywiście wytworzyć rozmaitemi sposobami; poniżej opisujemy urządzenie, które pozwala cel ten łatwo osiągnąć.

Wyobraźmy sobie dwie butelki lejdejskie L i l (rys. 43), których zewnętrzne okładki są metalicznie połączone z ziemią. Wewnętrzna okładka butelki L łączy się metalicznie z dodatnim biegunem A maszyny elektrycznej E; od bieguna A do ziemi Z biegnie drut metalowy, który w miejscu pq jest przerwany. Pomiędzy p a q drga blaszka metalowa r, osadzona na jednem z ramion widełek strojowych (kamertonu) K (por. § 85 tomu II-go); uczestnicząc w drganiach pobudzonego kamertonu, blaszka r dotyka kolejno kontaktów p oraz q. Jak widzimy z rysunku, wewnętrzna okładka butelki l łączy się metalicznie z K oraz r; gdy zatem r dotyka kontaktu p, bieguny A i a przez chwilę są połączone; gdy r dotyka q, wewnętrzna okładka butelki l drogą $aKrq$ łączy się z ziemią. Możemy teraz łatwo zdać sobie sprawę z przebiegu zjawiska. Gdy drgająca blaszka r przez chwilę dotyka p, wewnętrzna okładka butelki l otrzymuje pewien ładunek Q. Lecz wkrótce blaszka r, dotykając q, łączy wewnętrzną okładkę butelki l z ziemią; ładunek Q tej okładki odpływa wówczas do ziemi. W każdym okresie drgania ładunek Q odpływa przez drut qZ do ziemi; jeżeli więc n jest liczbą drgań kamertonu w sekundzie, powiadamy, że ładunek dodatni nQ przepływa w ciągu sekundy przez każde poprzeczne przecięcie drutu qZ.



Rys. 43.

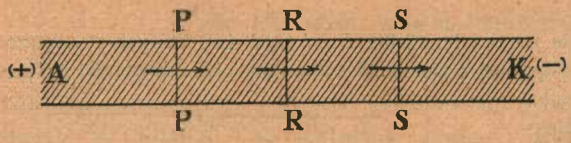
§ 34. *Natężenie i kierunek prądu.*

Przypuśćmy, że przez drut metalowy AK (rys. 44) płynie prąd elektryczny; niechaj PP, RR, SS będą poprzecznemi przecięciami drutu w miejscach P, R, S. Badajmy prąd w miejscu P

od chwili t_1 do późniejszej t_2; oznaczmy przez τ odstęp czasu, który między temi chwilami upływa. Przypuśćmy, że w czasie od t_1 do t_2 prąd przeniósł dodatni ładunek Q przez przecięcie PP w kierunku od A do K; powiadamy wówczas, że *średnie natężenie prądu* i_P w miejscu P pomiędzy chwilami t_1 a t_2 wynosiło

1. $$i_P = Q/\tau.$$

W miejscach R, S tworzymy podobnie średnie wartości i_R, i_S natężenia prądu pomiędzy t_1 a t_2. Jeżeli te wartości okażą się równe sobie, mówimy, że w drucie AK płynie prąd *trwały* lub *jednostajny*. Dana część drutu, np. $PPRR$, traci wówczas w czasie τ tyle ładunku przez przecięcie RR, ile go w tymże czasie zyskuje przez PP; ładunek odcinka $PPRR$ pozostaje niezmienny, jego stan jest *trwały*. Podobnie trwały jest wówczas stan odcinka $RRSS$ i innych odcinków drutu. Powiadamy krótko w tym razie, że w drucie panuje natężenie i niezależne od miejsca:



Rys. 44.

2. $$i = i_P = i_R = i_S = \ldots\ldots$$

Jeżeli, przeciwnie, wartości i_P, i_R, i_S i t. d. nie są równe sobie, nazywamy prąd *nietrwałym, niejednostajnym* lub *zmiennym*. Ładunek każdego odcinka, np. $PPRR$, zmienia się wówczas z biegiem czasu. Pragniemy teraz utworzyć pojęcie *prawdziwej* albo *chwilowej* wartości natężenia prądu, w danem miejscu drutu, w danej chwili; rozumujemy w tym celu podobnie, jak rozumowaliśmy w §§ 14 i 21 tomu I-go. *Prawdziwem* albo *chwilowem natężeniem i prądu* w miejscu P, w chwili t, nazywamy granicę, do której dąży wartość średnia Q/τ natężenia, utworzona w miejscu P w odstępie τ (zawierającym chwilę t), gdy zarówno odstęp τ jak odpowiadający mu ładunek Q dążą jednocześnie do zera.

W powyższym wywodzie wyrażamy się w taki sposób, jak gdyby prąd elektryczny polegał na płynięciu *dodatnich* elektrycznych ładunków; prądowi elektrycznemu nadajemy kierunek zmierzający od miejsc drutu połączonych z *dodatnim* biegunem źródła ładunków (np. maszyny elektrycznej) do miejsc połączonych z biegunem *ujemnym*. Innemi słowy, prądowi w drucie AK nadajemy

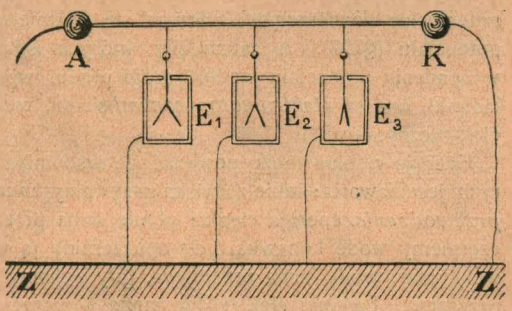
kierunek, zmierzający od miejsc, w których potencjał jest *wyższy*, do miejsc, w których potencjał jest *niższy*. Na rys. 44-ym zatem A jest miejscem połączonem z dodatnim biegunem źródła ładunków, K jest miejscem połączonem z ziemią (rys. 41). W tem rozumieniu zakończenie A przewodnika nazywamy niekiedy jego *anodą*, zakończenie K nazywamy *katodą*.

Nazwy przytoczone pochodzą od greckich wyrazów ἄνω (do góry), κατὰ (ku dołowi) i ὁδὸς (droga); po raz pierwszy zostały użyte przez Faradaya w znaczeniu (jak sam to tłumaczy) *wrót, przez które wpływa lub wypływa prąd elektryczny*.

Ustanawiając pojęcie kierunku prądu elektrycznego, zastosowaliśmy się do umowy, która obowiązuje oddawna za zgodą powszechną i umocniła się przyzwyczajeniem. Musimy jednak o tem pamiętać, że żadna umowa nie może rozstrzygać ani przesądzać, jak w drucie wiodącym prąd elektryczny poruszają się rzeczywiście elektryczne ładunki. Według dziś panujących poglądów, przez taki drut płyną w istocie *ujemne* ładunki, w kierunku *przeciwnym* temu, który dowolnie nazwaliśmy kierunkiem prądu. Pomiędzy językiem naszym a hypotezą istnieje więc tutaj sprzeczność pozorna; lecz przecież umowy i określenia wyrazów pozostają zawsze dowolne i nie mogą mieć wpływu na właściwą treść prawd naukowych.

§ 35. *Wzdłuż drogi prądu potencjał opada.*

Umowę przyjętą w poprzedzającym artykule objaśniamy prostem doświadczeniem. Wyobraźmy sobie długi (około 1 m mający), dość gruby (2—3 mm średnicy), mocno zwilżony sznur bawełniany AK (rys. 45); taki sznur przewodzi dosyć dobrze prąd elektryczny. Kula A jest dodatnim biegunem maszyny elektrycznej, zarazem anodą przewodnika AK, którego katodę K łączymy metalicznie z ziemią. W kilku punktach sznura odgałęziają się (identyczne) elektroskopy E_1, E_2, E_3, których osłony łączymy również z ziemią. Przypuśćmy, że połączenie katody K z ziemią jest przerwane; sznur AK wraz z elektroskopami stanowi wówczas dalszy ciąg dodatniego przewodnika maszyny, izolowany od jej ujemnego bieguna; działal-



Rys. 45.

ność maszyny może zatem ładować sznur elektrycznie, ale nie może wytwarzać w nim prądu. Spostrzegamy wówczas rzeczywiście, że listki rozchylają się jednakowo w elektroskopach; skąd wnosimy, że ładunek przewodnika AK znajduje się na nim w równowadze. Zmieńmy warunki doświadczenia; przywróćmy połączenie katody K z ziemią, tarcze zaś maszyny wprowadźmy w ruch obrotowy, o ile podobna jednostajny. Stan rzeczy w sznurze jest teraz odmienny; listki elektroskopu E_1 rozchylają się (niemal tak samo, jak rozchylały się poprzednio), listki w E_2 są mniej rozchylone, jeszcze mniej listki w E_3; łącząc elektroskop z katodą K, nie możemy dostrzec rozchylenia. Powtarzamy więc krótko: *prąd w przewodniku płynie w kierunku, w którym potencjał opada.*

Tarcze elektrycznej maszyny trudno jest wprawić w ruch obrotowy ściśle jednostajny; dlatego wskazania elektroskopów w opisanem doświadczeniu bywają chwiejne. Jako równoległą do sznura odnogę, możemy między A i K włączyć butelkę lejdejską, której jednę okładkę łączymy z A, drugą z K; butelka ujednostajnia prąd w sznurze płynący, działając podobnie jak zbiornik wód w sieci wodociągowej.

Określiliśmy prąd w drucie jako płynięcie przezeń elektrycznych ładunków. Lecz jeżeli w drucie płynie prąd trwały, ładunek każdego odcinka drutu pozostaje niezmienny; niepodobna wówczas dowieść, że przez kolejne przecięcia drutu rzeczywiście przebiegają ładunki. Opadanie potencjału wzdłuż drogi prądu, wprost przeciwnie, jest *faktem*; gdziekolwiek prąd płynie, możemy wykazać naocznie, że potencjał maleje w kierunku płynięcia.

Z rozdziału I-go jest nam wiadomo, że, gdziekolwiek opada potencjał, tam elektryczne pole istnieje (§ 26). Wektor pola przecina zawsze normalnie ekwipotencjalne powierzchnie, kierując się od miejsc wyższego do miejsc niższego potencjału (§ 27). A zatem siły, których istnienie i skierowanie zdradza się w opadaniu potencjału wzdłuż drogi prądu, wprawiają tu w ruch elektryczne ładunki, one są *elektromotorycznemi* siłami, wzniecającemi w przewodniku prąd elektryczny.

Energja cieplna może poruszać się wspólnie z cząstkami materjalnemi, w których jest zawarta; takie zjawiska nazywamy *konwekcją*; natomiast w zjawiskach *przewodzenia* energja cieplna płynie sama przez się, bez udziału materji. Gdy czerpiemy wodę konewką, gdy opuszczamy ją w kuble, poruszamy wodę konwekcyjnie; woda sama przepływa, gdy pchamy ją rurą lub gdy się przez piasek przesącza. Ładunki elektryczne mogą poruszać się również dwoma sposobami: przez konwekcję i przez przewodnictwo. Jak zobaczymy w niniejszym i VIII-ym rozdziale, ładunki mogą poruszać się wraz z maleńkiemi materjalnemi odrobinami, do których są przywiązane, więc konwekcyjnie. Gdy jednak ładunki płyną przez metal, cząstki metalu nie uczestniczą w ich ruchu; słusznie więc powiadamy, że metale *przewodzą* prąd elektryczny.

Spokojny staw, na którego powierzchni woda układa się płasko i poziomo, może służyć za obraz naelektryzowanego izolowanego przewodnika, którego

ładunek jest w równowadze: w stawie ciśnienie jest wszędzie na powierzchni to samo (§ 37 tomu II-go), w przewodniku izolowanym, w razie równowagi, potencjał jest wszędzie jednakowy (§ 25). W rzece woda płynie, stosując się do spadku ciśnienia wzdłuż drogi płynięcia; rzekę możemy więc poczytywać za model drutu, w którym płynie prąd elektryczny: ciśnieniu wody odpowiada tu znowu elektryczny potencjał.

§ 36. *Jednostka natężenia prądu.*

Według § 34-go natężenie prądu trwałego płynącego przez przewodnik jest stosunkiem elektrycznego ładunku, przenoszonego przez dowolne przecięcie w pewnym okresie czasu, do długości tego okresu. *Elektrostatyczną jednostką natężenia prądu* jest zatem natężenie prądu trwałego, który przez dowolne przecięcie przewodnika przenosi 1 elektrostatyczną jednostkę ładunku (§ 17) w przeciągu 1 sekundy. Możemy powiedzieć:

1. el.-stat. jedn. natężenia prądu = 1 el.-stat. jedn. ładunku/1 sek.

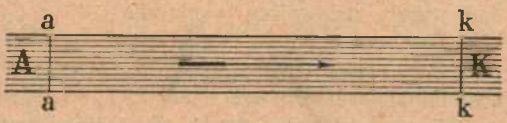
Elektrostatyczną jednostką natężenia prądu fizycy posługują się rzadko, technicy nigdy; w codziennem natomiast użyciu w naukowej i przemysłowej pracowni jest jednostka praktyczna, zwana *amperem*; jej określenie poznamy w IV-ym rozdziale.

Z podanego w § 17-ym twierdzenia (5) i z obecnego (1) wyprowadzamy, że

2. el.-stat. jedn. natęż. prądu = 1 $gr^{1/2}\,cm^{3/2}/sek^2$.

§ 37. *Praca wydawana na wytwarzanie prądu; jednostka tej pracy.*

Wyobraźmy sobie metalowy drut AK (rys. 46), przez który płynie prąd trwały, o natężeniu i, w kierunku od anody A do katody K. Przez V_a i V_k oznaczmy potencjały panujące w poprzecznych przecięciach aa i kk; wartości te nie zmieniają się z czasem, mimo iż prąd przez aa i kk nieustannie przepływa. Mamy $V_a > V_k$; skąd wnosimy, że w drucie AK niema elektrycznej równowagi, że czynne w nim jest pole elektryczne; posłuszne siłom tego pola, ładunki poruszają się w drucie; wszystko dzieje się tak, jak gdyby w czasie τ przez każde poprzeczne przecięcie przepływał w kierunku od A do K ładunek dodatni



Rys. 46.

1. $$Q = i\tau.$$

Ażeby przenieść ładunek Q z aa do kk, z miejsca, gdzie panuje potencjał V_a, do miejsca, gdzie wartość potencjału wynosi V_k, siły pola działające w drucie muszą wyłożyć pracę

2. $$W = Q(V_a - V_k) = i(V_a - V_k)\tau.$$

Naukową jednostką pracy jest erg (§ 71 tomu I-go); z równania (2) przeto wynika, że

3. 1 el.-stat. jedn. nat. prądu $\times$ 1 el.-stat. jedn. pot. $\times$ 1 sek = 1 ergowi;

wstawiając istotnie do związku (3) twierdzenia: (1) § 36-go oraz (1) § 23-go, przekonywamy się łatwo, że związek (3) jest prawdziwy.

Pojęcie *dzielności* źródła pracy poznaliśmy w § 72-im tomu I-go; stosownie do przyjętych wówczas określeń nazywamy obecnie stosunek W/τ dzielnością D źródła wytwarzającego prąd elektryczny; mamy zatem

4. $$D = i(V_a - V_k).$$

Elektrostatyczną jednostką dzielności jest 1 erg na sekundę; według twierdzenia (3):

5. 1 el.-stat. jedn. dzielności =
= (1 el.-stat. jedn. nat. prądu) $\times$ (1 el.-stat. jedn. pot.).

Zadania.

1. Kondensator o pojemności 750 el.-stat. jedn. naładowano do potencjału 100 el.-stat. jedn. Przez jak krótki czas wystarczyłby nagromadzony ładunek do wytwarzania prądu o natężeniu 3×10^6 el.-stat. jedn.?

2. Maszyna Wimshursta dostarcza prądu o natężeniu 150000 el.-stat. jedn.; jak długo musiałaby być czynna, ażeby przepchnąć 3×10^6 el.-stat. jedn. ładunku przez zamykający ją obwód?

3. Dzielność konia parowego wyrazić w jednostkach elektrostatycznych.

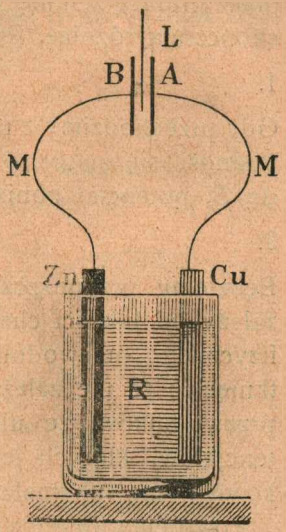
4. Przy pomocy twierdzeń (3) § 23-go oraz (2) § 36-go przekonać się o słuszności formuły (3) § 37-go.

5. Prąd o natężeniu 10^{10} el.-stat. jednostek płynie przez drut przez przeciąg czasu 12·54 sek.; między anodą a katodą istnieje różnica potencjału 1 el.-stat. jedn. Ile otrzymalibyśmy kaloryj, gdybyśmy przeobrazili w ciepło całą pracę wyłożoną na wytworzenie prądu? Jaka jest dzielność pracującego tu źródła energji?

§ 38. Ogniwo; siła elektromotoryczna ogniwa.

Wyobraźmy sobie, że w rozcieńczonym roztworze wodnym kwasu siarkowego zanurzyliśmy dwie płyty; jednę miedzianą Cu, drugą cynkową Zn (rys. 47); taki przyrząd nazywamy *elektrycznem*

ogniwem. Połączmy miedzianą płytę ogniwa z płytką A jednolistkowego (heterostatycznego) elektroskopu (§ 6), cynkową płytę ogniwa z płytką B tego przyrządu; dla uproszczenia przypuśćmy, że płytki A i B są sporządzone z tego samego metalu, powiedzmy z metalu M, z którego składają się druty, łączące płyty ogniwa z płytkami elektroskopu. Jeśli ruchomy listek L jest naładowany dodatnio, odchyla się ku płycie B; jeśli jest naładowany ujemnie, odchyla się ku A; bezwzględna wartość potencjału listka musi być w obu razach dostatecznie wysoka. Powiadamy, że płyta A jest dodatnio naelektryzowana, płyta B ujemnie; mówimy, że pomiędzy A i B istnieje pewna (dodatnia) różnica potencjałów.



Rys. 47.

Wykonaliśmy doświadczenie elektrostatyczne; niema tu prądu, w powietrzu pomiędzy płytkami A i B istnieje pole elektryczne statyczne. Doświadczenie to uczy nas jednak prawd nowych, których nie poznaliśmy w wykładzie elektrostatyki. W poprzedzającym rozdziale zajmowaliśmy się równowagą elektryczną w przewodniku *jednolitym*; pominęliśmy z umysłu przypadek, w którym układ składa się z przewodników różnych, niejednakowych. Dostrzegamy obecnie, że twierdzenia § 25-go wymagają uzupełnienia. W razie równowagi elektrycznej wartość potencjału, w obrębie tego samego, jednolitego przewodnika jest jednakowa. Gdy jednak, jak w ogniwie, różne (niejednakowe) przewodniki znajdują się ze sobą w zetknięciu, wartość potencjału, jednakowa w obrębie jednego przewodnika, dla każdego przewodnika bywa naogół inna. Gdyby np. układ zawierał przewodniki A, B, C we wzajemnem zetknięciu, w zakresie przewodnika A panowałby jednostajny potencjał V_A, w zakresie B podobnie V_B, w zakresie C podobnie V_C, ale wartości V_A, V_B, V_C mogą być *różne.*

Wyobraźmy sobie dwa przewodniki A i B w zetknięciu wzajemnem, w równowadze cieplnej (t. j. w temperaturze jednakowej) i w równowadze elektrycznej. Dopóki poruszamy się w obrębie przewodnika A, potencjał ma wartość stałą V_A; dopóki poruszamy

się w obrębie przewodnika B, potencjał ma wartość stałą V_B; gdy jednak przechodzimy z A do B lub z B przeciwnie do A, przez granicę zetknięcia, potencjał podskakuje lub spada o pewną skończoną różnicę. Przypuśćmy, że $V_A > V_B$ i napiszmy

1. $$V_A - V_B = B/A.$$

Gdy przechodzimy z przewodnika B do przewodnika A, potencjał podnosi się nagle o B/A; gdy przechodzimy przeciwnie z A do B, potencjał obniża się o B/A; mamy oczywiście

2. $$A/B = -B/A.$$

Będziemy przypuszczali, że *różnica* czyli *skok potencjału* B/A zależy od jakości chemicznej, od temperatury i wogóle od stanu fizycznego przewodników A i B znajdujących się ze sobą w zetknięciu; że nie zależy natomiast od rozmiarów ani postaci tych przewodników, że nie zależy również od wartości samych potencjałów, których jest różnicą; gdy obadwa potencjały jednakowo rosną lub maleją, skok B/A nie zmienia się.

Powróćmy do doświadczenia, od którego rozpoczęliśmy obecne wywody; jego schemat jest dany przez rys. 47. W płytce B oraz w drucie M, który łączy B z cynkową płytą ogniwa, panuje jednostajnie potencjał V_B; gdy z drutu M przechodzimy do cynku Zn, potencjał zmienia się nagle o $V_{Zn} - V_B$; gdy z cynku Zn przechodzimy do roztworu R kwasu siarkowego w wodzie, potencjał zmienia się o $V_R - V_{Zn}$; gdy z roztworu R przechodzimy do miedzi Cu, potencjał zmienia się o $V_{Cu} - V_R$; gdy z miedzi Cu przechodzimy do drutu M, łączącego miedzianą płytę ogniwa z płytką A elektroskopu, potencjał zmienia się o $V_A - V_{Cu}$; po odbyciu tych skoków, bądź do góry bądź na dół, potencjał osiąga wreszcie poziom V_A:

3 $$V_B + (V_{Zn} - V_B) + (V_R - V_{Zn}) + (V_{Cu} - V_R) + (V_A - V_{Cu}) = V_A.$$

Posługując się symbolem, który przed chwilą przyjęliśmy, piszemy

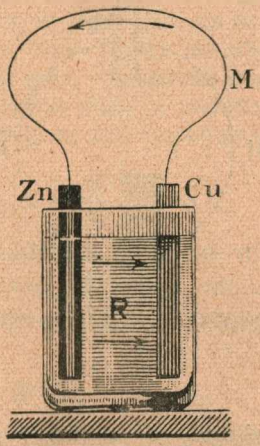
4. $$V_A - V_B = M/Zn + Zn/R + R/Cu + Cu/M.$$

Różnicę $V_A - V_B$ nazywamy *elektromotoryczną siłą* ogniwa; według równania (4) zależy ona od chemicznej jakości wchodzących w grę przewodników, od ich fizycznego stanu, zwłaszcza temperatury; nie zależy jednak od rozmiarów ani postaci przewodników, ani też od bezwzględnych wartości V_A i V_B samych przez się wziętych.

Nadawana różnicy (4) nazwa *siły* elektromotorycznej oczywiście nie jest poprawna. Różnica dwóch potencjałów nie jest siłą i nie mierzy się jednostkami siły, lecz jednostkami potencjału; nie możemy wyrazić jej w dynach, możemy podać ją w el.-stat. jednostkach potencjału. Ale nazwa ta jest oddawna zakorzeniona i byłoby rzeczą próżną próbować z nią walczyć.

§ 39. *Prawo Volty.*

Opuszczając elektroskop *ALB* z układu doświadczenia przedstawionego na rys. 47-ym, połączmy bezpośrednio ze sobą końce drutów *M*, *M* wiodących od cynkowej i od miedzianej płyty ogniwa (rys. 48). W drucie *M* mamy wówczas prąd elektryczny, ale mamy go nietylko w tym drucie; w obu płytach ogniwa, w roztworze *R*, w całym wogóle obwodzie *CuMZnRCu* krąży prąd elektryczny w kierunku, na rycinie wskazanym przez strzałki; w drucie *M* prąd płynie od miedzi do cynku, w roztworze *R* powraca od cynku do miedzi. Własności tego prądu (lub prądów podobnych) będziemy rozważali w obecnym i w kilku dalszych rozdziałach.

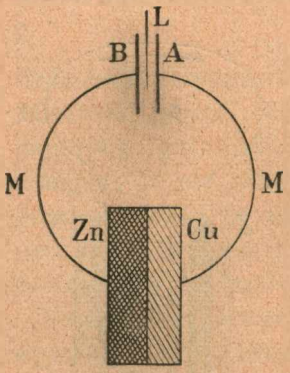


Rys. 48.

Doświadczenie, które tu opisaliśmy, napozór tak proste, otworzyło nową epokę w dziejach nauki o elektrycznych zjawiskach, zaważyło zatem na intellektualnej i materjalnej historji XIX-go stulecia. Pragnąc uzyskać elektryczne ładunki, fizycy XVIII-go wieku uciekali się do pomocy maszyn elektrostatycznych (§ 12); jakkolwiek budowano niekiedy machiny ogromne, przyrządy te, wytwarzając wielkie napięcia, bardzo przecież skąpo dostarczały ładunków. Ze zdziwieniem dowiedzieli się nagle, w r. 1791, europejscy uczeni, że istnieje nieoczekiwane źródło, które, przy bardzo słabem napięciu, może ładunki strumieniem w nieprzebranej obfitości wylewać. Źródło to odkrył Alojzy Galvani w Bolonji; z tego powodu prąd elektryczny nazywano przez długi czas *galwanizmem*. Dopiero jednak Aleksander Volta w Pawji (1745—1827), badacz wytrawny, myśliciel głęboki, zrozumiał prawidłowość poznanych zjawisk i poddawszy je tym sposobem pod panowanie ludzkiego umysłu, utorował drogę późniejszemu rozkwitowi nauki o prądzie elektrycznym.

W nauce elektrostatyki dzieliliśmy ciała natury na dwie wielkie klasy: na izolatory i na przewodniki. Pójdziemy obecnie dalej; ciała przewodzące podzielimy na dwie podklasy: na ciała metalicznie przewodzące lub, jak dla zwięzłości powiemy, *metale* oraz na ciała elektrolitycznie przewodzące czyli *elektrolity*. Prze-

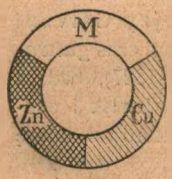
wodząc prąd elektryczny, metale nie zmieniają się chemicznie; żelazo, cynk, miedź, srebro, rtęć, mosiądz, mimo przepływu ładunków, nie tracą dawnych i nie nabywają nowych chemicznych własności. Inaczej, jak zobaczymy, zachowują się elektrolity t. j. przedewszystkiem wodne roztwory kwasów, zasad i soli; ich przewodnictwo jest nieodłączne od głębokiej przebudowy wewnętrznej, której ulegają, przewodząc prąd elektryczny; jeśli taka przebudowa (jak w nafcie, oliwie, parafinie, benzolu) jest niemożliwa, ciało jest izolatorem. Typowym elektrolitem jest roztwór kwasu siarkowego w wodzie, tenże sam, którym posłużyliśmy się do budowy ogniwa. Jaką rolę gra ów roztwór w działalności ogniwa? czy rola ta jest istotna? Spróbujmy roztwór z ogniwa wypuścić. Przyłóżmy do siebie dwie suche płyty: cynkową i miedzianą; drutami *M*, jak w artykule poprzednim (rys. 47), połączmy płytę cynkową z płytką *B*, płytę miedzianą z płytką *A* jednolistkowego elektroskopu (rys. 49). W najwrażliwszym, w najbardziej udoskonalonym elektroskopie nie dostrzeżemy wychylenia listka z położenia równowagi, z położenia *zero*; musimy uznać, że różnica potencjałów płytek *A* i *B*, czyli wielkość $V_A - V_B$, jak pisaliśmy w § 38-ym, tutaj jest równa zeru. Postępując jak wyżej, otrzymujemy



Rys. 49.

1. $$V_A - V_B = M/Zn + Zn/Cu + Cu/M = 0.$$

Ażeby uchwycić właściwe znaczenie tego równania, wyobraźmy sobie, że z metali *Zn, Cu, M* utworzyliśmy obwód nieprzerwany, zamknięty (rys. 50); w takim obwodzie, mimo granicznych skoków potencjału, panowałaby równowaga elektryczna, *nie* byłoby prądu. W przypadku, który tu roztrząsamy, równanie (1) wyraża t. zw. *prawo Volty*.



Rys. 50

Możemy wypowiedzieć to samo prawo w ogólniejszej postaci. Przypuśćmy, że mamy obwód nieprzerwany zamknięty, złożony z dowolnych metalicznych przewodników (nie elektrolitów) $A, B, C, \ldots . X, Y, Z$ w równowadze cieplnej; mamy wówczas

2. $$A/B + B/C + \ldots . + X/Y + Y/Z + Z/A = 0;$$

w takim obwodzie, mimo granicznych skoków potencjału, panowałaby równowaga elektryczna, prąd nie krążyłby w nim w żadnym kierunku.

Przypuśćmy na chwilę, że w obwodzie nieprzerwanym zamkniętym *Zn Cu M Zn* lub też *ABC... XYZA* krąży prąd, sam przez się nie kończący się nigdy. Do wytwarzania prądu potrzebna jest praca (§ 37); skąd zatem obwód metali czerpałby pracę niezbędną do wywoływania elektrycznego obiegu? mógłby pożyczać jej tylko od zapasu wewnętrznej (cieplnej) energji metali. Gdyby takie zjawisko odbywało się w metalicznym obwodzie, byłoby ściśle *kołowe*, jak wnosimy z określenia metalu, które przed chwilą przyjęliśmy (§ 83 tomu I-go, §§ 112 i 113 tomu II-go); byłoby zatem sprzeczne z aksjomatem Kelvina, z twierdzeniem orzekającem, iż zamiana ciepła na pracę nie bywa nigdy jedynym wynikiem kołowego, perjodycznie powracającego zjawiska. Prawo Volty jest więc następstwem zasad termodynamiki. Lecz gdyby choć jeden z pomiędzy przewodników, składających obwód, był elektrolitem, krążenie prądu w obwodzie nie byłoby zjawiskiem kołowem; prawo Volty nie mogłoby być zastosowane.

Z równania (1) łatwo wyprowadzamy

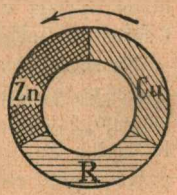
3. $$Cu/Zn = Cu/M + M/Zn.$$

Różnica potencjału istniejąca pomiędzy miedzią a cynkiem nie zmienia się, gdy pomiędzy nie włączymy trzeci, dowolny, metaliczny przewodnik. Posługując się twierdzeniem (3), powróćmy teraz do wzoru (4) § 38-go; otrzymujemy:

4. $$V_A - V_B = Cu/Zn + Zn/R + R/Cu.$$

Elektromotoryczna siła ogniwa, złożonego z miedzi, z elektrolitu R i z cynku, zależy od skoków Cu/Zn, Zn/R i R/Cu potencjału, ale nie zależy od jakości metalu M, z którego sporządzone są elektrody A, B oraz druty, łączące miedź i cynk ogniwa z temi elektrodami (rys. 47). Elektromotoryczną siłę ogniwa będziemy odtąd oznaczali przez $\mathcal{E}$.

Ażeby należycie zrozumieć znaczenie równania (4), przypuśćmy, że drut M zamykający obwód ogniwa (rys. 48) jest wyrobiony z miedzi; nieprzerwany zamknięty obwód, utworzony z przewodników *Zn, Cu, R* (rys. 51), możemy wówczas uznać za schemat ogniwa. W takim obwodzie panuje trwała dążność wprawiająca w ruch elektryczne ładunki czyli elektromotoryczna siła



Rys. 51.

5. $$Cu/Zn + Zn/R + R/Cu = \mathcal{E} \gtrless 0.$$

Lecz gdybyśmy elektrolit R zastąpili przez metal M, zamiast obwodu rys. 51-go mielibyśmy obwód rys. 50-go, zamiast równania (5) mielibyśmy (1) t. j.

6. $$Cu/Zn + Zn/M + M/Cu = 0.$$

Istotna różnica pomiędzy obwodami rys. 51-go i 50-go, pomiędzy elektrycznem ogniwem a metalicznym obwodem spoczywa więc w elektrolicie R, w jego stosunku do graniczących z nim metali *Cu* i *Zn*.

§ 40. Typy ogniw; składanie bateryj.

Ogniwo *Zn*, $H^2SO^4 aq.$, *Cu*, którem zajmowaliśmy się wyżej, pamiętne w dziejach fizyki, nie ma dziś praktycznego znaczenia; wytwarzając prąd elektryczny, ogniwo to, skutkiem chemicznych w niem zmian, wyczerpuje się szybko; siła elektromotoryczna spada niebawem do nieużytecznej wartości. Trwalsze ogniwa otrzymujemy, składając je z dwóch metali A, B i z dwóch elektrolitów R_1, R_2; dla takiego ogniwa:

1. $$\mathcal{E} = B/A + A/R_1 + R_1/R_2 + R_2/B.$$

Ażeby o ile podobna utrudnić mieszanie się ze sobą elektrolitów R_1 i R_2, oddzielamy je od siebie ściankami sporządzonemi z niewypalonej porowatej glinki; R_1 i R_2 graniczą wówczas ze sobą w kanalikach ścianek, co umożliwia płynięcie prądu a przewleka dyfuzję.

W ogniwie Daniella płyta cynkowa jest otoczona rozcieńczonym roztworem wodnym siarczanu cynkowego $ZnSO^4$, płyta miedziana nasyconym roztworem wodnym siarczanu miedziowego $CuSO^4$. W ogniwie Leclanchégo płyta cynkowa znajduje się w nasyconym roztworze wodnym salmjaku NH^4Cl; druga elektroda, węglowa, tkwi w mieszaninie złożonej z tlenku manganu MnO^2 i ze sproszkowanego węgla. W ogniwie Greneta cynk i węgiel są zanurzone w roztworze składu: H^2SO^4, $K^2Cr^2O^7 aq$. W *normalnem* ogniwie Westona jedna elektroda, złożona z kadmowego amalgamatu, znajduje się w nasyconym roztworze $CdSO^4 aq.$, druga, rtęciowa, jest w zetknięciu z pastą Hg^2SO^4; ogniwo to służy często za wzorzec siły elektromotorycznej, która zależy w niem mało od temperatury. Ogniwa *suche* są naogół odmianą typu Leclanchégo; elektrolitami bywają w nich ciastowate masy, np. mieszanina NH^4Cl, MnO^2, $ZnCl^2$ i sproszkowanego grafitu.

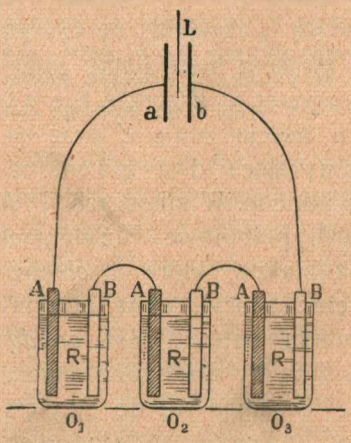
Na szczególną uwagę zasługują *akumulatory*. Dwie ołowiane płyty, zanurzone w rozcieńczonym roztworze H^2SO^4 lub elektroda, złożona ze sproszkowanego żelaza i druga z tlenku niklowego, zanurzone w wodnym roztworze KOH lub NaOH, stanowią akumulator. Ładujemy akumulator, przepuszczając przezeń prąd elektryczny; naładowany akumulator zachowuje się jak ogniwo; wytwarzając prąd, wyczerpuje się, ale możemy go odrodzić, przesyłając przezeń ponownie prąd elektryczny.

Uważajmy ogniwo typu A, R, B, gdzie przez A i B rozumiemy metale, przez R elektrolit. Przypuśćmy, że podnieśliśmy

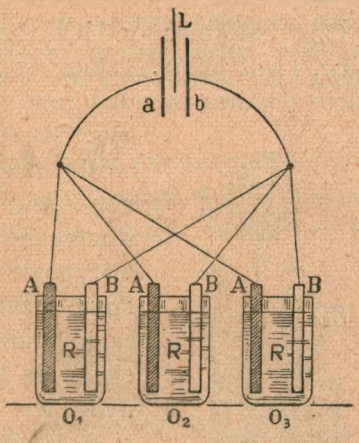
wartości potencjałów ciał A, R i B, we wszystkich ich punktach, o jednakową wielkość; skoki B/A, A/R i R/B nie zmienią się wówczas, ich suma

2. $$\mathcal{E} = B/A + A/R + R/B$$

nie zmienia się również. Połączmy płytę B pierwszego ogniwa O_1 (rys. 52) z płytą A drugiego O_2, płytę B drugiego ogniwa z płytą A trzeciego O_3; elektromotoryczna siła $\mathcal{E}$ każdego ogniwa zachowa wartość przypadającą pojedynczemu ogniwu; na elektrodach a, b otwartego szeregu otrzymamy różnicę potencjału $3\mathcal{E}$. Taki sposób łączenia nazywamy spinaniem ogniw *w szereg*; powiadamy więc, że elektromotoryczna siła baterji spiętych



Rys. 52.



Rys. 53.

w szereg ogniw jest równa sumie ich sił elektromotorycznych. Wyobraźmy sobie, przeciwnie, że połączyliśmy ze sobą płyty A ogniw, że połączyliśmy podobnie płyty ich B, że ogół pierwszych połączyliśmy z a, ogół drugich z elektrodą b elektrometru (rys. 53); spiąwszy tym sposobem ogniwa (jak powiadamy *równolegle*), zwiększyliśmy tylko rozmiary płyt A i B, co nie wywiera wpływu na siłę elektromotoryczną. Na elektrodach baterji otwartej, złożonej z ogniw równolegle spiętych, otrzymujemy więc poprzednią różnicę potencjału $\mathcal{E}$.

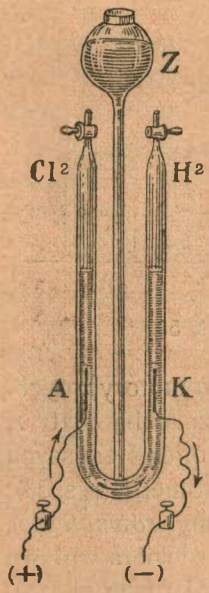
Różnica potencjałów na biegunach maszyny Wimshursta wynosi nieraz kilkaset el.-stat. jednostek; elektromotoryczna siła zwykłego ogniwa nie dochodzi jednej setnej części el.-stat. jednostki. Napięcie maszyny przewyższa zatem ogromnie napięcie ogniwa; należałoby spiąć w szereg setki tysięcy ogniw, ażeby

uzyskać różnicę potencjałów, którą potężna maszyna elektryczna oddaje na nasze usługi. Dlatego zazwyczaj nie izolujemy drutów idących od ogniwa lub posługujemy się w tym celu pomocą miernych izolatorów jak drewno, papier, tektura; dlatego takich drutów dotykamy rękoma bezkarnie.

Lecz jeśli elektromotoryczne siły czynne w ogniwie są słabe, ładunki, które one w ruch wprawiają, są przeciwnie bardzo obfite; w tym znowu względzie ogniwo znacznie przewyższa elektryczną maszynę. Ogniwo nadzwyczaj szybko odnawia wydalony ładunek; dlatego jest tak hojnem źródłem ładunków. Gdy maszyna (np. przez rozbrojenie między biegunami) wyładowała się, ładuje się napowrót stosunkowo powoli; głównie z tego powodu maszyna tak skąpo dostarcza ładunków. Molekularny mechanizm ogniwa działa nieporównanie zręczniej i sprawniej aniżeli stosunkowo gruby, nieskładny ustrój elektrycznej maszyny.

§ 41. Zjawisko elektrolizy; iony.

Gdy chlorowodór HCl rozpuszcza się w wodzie, tworzy się t. zw. kwas solny. Takim (stężonym) kwasem napełniamy całkowicie obadwa ramiona rury szklanej zgiętej w kształcie litery U (rys. 54), przyczem trzecie ramię *Z* oraz kureczki szklane, zamykające dwa główne ramiona, są bardzo pomocne. W miejscach *A* i *K* wlutowane są druty platynowe, dźwigające platynowe również blaszki, które są *elektrodami* przyrządu; elektroda *A*, którą łączymy z dodatnim biegunem baterji, jest *anodą*; elektroda *K*, którą łączymy z biegunem ujemnym, jest *katodą*. Stosując się do przyjętej w § 34-ym umowy, mówimy, że prąd elektryczny z dodatniego bieguna baterji wpływa do *A*, z *A* przez roztwór, czyli przez *elektrolit*, płynie do *K*, wreszcie z *K* powraca do ujemnego bieguna baterji. Całe urządzenie, za Faradayem, nazywamy *woltametrem*.



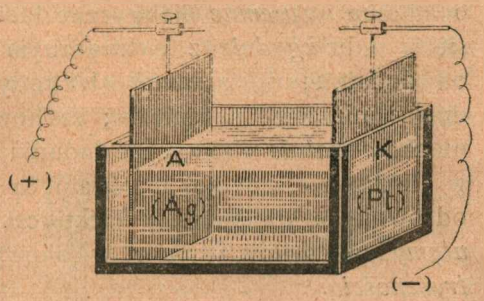
Rys. 54.

Skoro ustanowiliśmy wskazane połączenia, spostrzegamy, iż około blaszek *A* i *K* poczynają ukazywać się banieczki gazowe; odrywając się od elektrod, bańki podnoszą się wkrótce i zbierają się w górnych częściach ramion przyrządu; przekonywamy się łatwo, że dokoła *A* wytwarza się *chlor*, że dokoła *K* pojawia się *wodór*. Związek HCl zdaje się zatem rozkładać się tutaj na swe składniki, które jednak nie pojawiają się razem: chlor ukazuje się na jednej, wodór

na drugiej elektrodzie, chociażby one były od siebie bardzo odległe. Okoliczność ta może nas słusznie zadziwić. Jeżeli rozkładają się cząsteczki HCl znajdujące się w pobliżu anody, jakże może pochodzący z nich wodór niepostrzeżenie przeskakiwać do katody? Gdy w sąsiedztwie katody rozpadają się cząsteczki HCl, uwolniony z nich chlor, zanim ukaże się naszemu wzrokowi, ma do anody drogę daleką: jakże zataja się w tej podróży? *Elektroliza*, czyli rozkład związków chemicznych odbywający się pod wpływem prądu elektrycznego, ma więc cechy osobliwe, któremi różni się od zwykłych chemicznych reakcyj.

W opisanem doświadczeniu należy posłużyć się kwasem solnym zawierającym od 20 do 30 gr HCl na 100 gr roztworu; gęstość takiego kwasu wynosi od 1·10 do 1·15 gr/cm³. Gdy roztwór jest zbyt rozcieńczony, na anodzie wraz z chlorem wydziela się pochodzący z wody tlen. Możemy zabarwić roztworem indyga kwas solny, który elektrolizujemy; wydzielający się na katodzie wodór nie zmienia niebieskiego zabarwienia cieczy; około anody zabarwienie znika szybko pod wpływem uwalnianego tam chloru.

Wykonajmy doświadczenie następujące. Do szklanego naczynia, zawierającego wodny roztwór azotanu srebrowego $AgNO^3$, wprowadzamy dwie płyty: jednę srebrną Ag, drugą platynową P (rys. 55). Płytę srebrną wybieramy za anodę woltametru, łączymy ją zatem z dodatnim biegunem baterji (o dostatecznej sile elektromotorycznej); platynowa służyć nam będzie za katodę, łączymy ją z biegunem ujemnym; gdy uskuteczniliśmy te połączenia, prąd płynie przez roztwór, jak zawsze, od anody do katody. Przekonywamy się po pewnym czasie, że masa srebrnej anody zmniejszyła się; im dłużej prąd płynie, tem ów ubytek jest większy. Jednocześnie na platynowej katodzie osadza się metaliczne srebro; naniesiona na katodę masa srebra jest dokładnie równa stracie anody. Roztwór elektrolityczny, przynajmniej napozór, nie zmienia się podczas zjawiska; masa rozpuszczonej soli jest wciąż taka sama, jaką mieliśmy w roztworze przed wszczęciem elektrolizy. Doświadczenie to jest pouczające;



Rys. 55.

widzimy, że oderwane od anody cząstki srebra *wędrują* pod wpływem prądu aż do katody przez roztwór; rozpuszczony w elektrolicie azotan, jako pośrednik, jak pomost, pomaga im w tej wędrówce zapewne.

Będziemy odtąd nazywali *ionami* najmniejsze cząstki, atomy lub zbiory i grupy atomów, które wędrują przez roztwór, pod wpływem prądu elektrycznego, w zjawisku elektrolizy. Iony, które płyną ku anodzie, nazwiemy *anionami*; dążące ku katodzie iony nazwiemy *kationami*. Jak widzieliśmy, atomy chloru są anionami; atomy wodoru, atomy srebra są kationami. Podobnie anionami są atomy bromu lub jodu; niektóre grupy atomów, np. grupa OH (hydroksyl), grupa NO^3, grupa SO^4, zachowują się jak aniony. Atomy potasu lub sodu, atomy miedzi, cynku, rtęci są kationami; jak kation zachowuje się grupa amonowa NH^4.

Wyobraźmy sobie elektrolit, w którym, pod wpływem prądu, ciągnie ku elektrodom podwójny korowód: aniony ku anodzie zmierzają, kationy ku katodzie. Między anodą a katodą w elektrolicie, jak wszędzie, którędy prąd płynie, istnieje pole elektryczne. *Aniony* w tem polu poruszają się *przeciwko* elektrycznemu prądowi, w kierunku od ujemnej do dodatniej elektrody, od miejsc niższego do miejsc wyższego potencjału; wnosimy, że są zaopatrzone w *ujemne* elektryczne ładunki (§ 26). *Kationy* kierują się w polu *zgodnie* z elektrycznym prądem; posuwają się one od dodatniej do ujemnej elektrody, od miejsc wyższego do miejsc niższego potencjału; zachowują się zatem, jak gdyby niosły *dodatnie* elektryczne ładunki. Przepływ materjalnych mas w elektrolizie, pochód materjalnych atomów, łączy się więc nieodzownie z transportem elektrycznych ładunków; ionami są *atomy*, lub grupy atomów, w jakowyś sposób *związane z elektrycznością*.

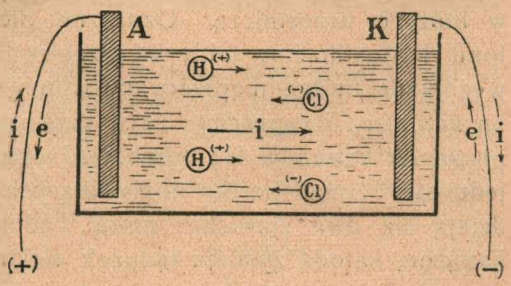
§ 42. Elektrony i jądra dodatnie atomów. Obraz elektrolizy.

Fizycy wyobrażają sobie obecnie, że elektryczność, podobnie jak pospolita materja, ma budowę atomistyczną. Przypuszczają, że istnieją niezmiernie małe, niepodzielne, ujemne elementarne ładunki, zwane *elektronami*. Wszystkie elektrony mają być jednakowe, ich ładunki identyczne. Jak w § 17-ym, oznaczmy przez e bezwzględną wartość ładunku elektronu; ładunek ten jest zatem — e. Atomy chemiczne (np. atomy H, He, O, N, Cl, Hg i t. p.)

bywają zazwyczaj elektrycznie obojętne czyli *neutralne*; jeśli tak jest, mówimy, że atom jest w stanie *normalnym*. Przypuśćmy, że neutralny atom chemiczny zawiera n elektronów; pozostała reszta atomu musi być elektrycznie dodatnia; resztę tę za Rutherfordem nazywamy *dodatniem jądrem* atomu.

Elektrony łatwo uciekają z atomu; wydarza się także, że swobodny elektron przyłącza się do neutralnego atomu. Przypuśćmy, że do neutralnego atomu zawierającego n elektronów przyłączył się jeden elektron; atom zawiera odtąd $n+1$ elektronów, ma zatem ujemny ładunek $-e$. Jeżeli atom zawiera $n+2$ elektrony, posiada ujemny ładunek $-2e$. W zjawisku elektrolizy takie atomy są anionami. Kationami są przeciwnie atomy, które utraciły pewną liczbę elektronów i mają ich mniej aniżeli w stanie normalnym. Atom zawierający $n-1$ elektronów ma ładunek dodatni e; atom zawierający $n-2$ elektronów okazuje ładunek dodatni $2e$.

Powróćmy do elektrolizy kwasu solnego (§ 41). W chlorowodorze gazowym istnieją z pewnością cząsteczki HCl; poznajemy je dzięki pomocy, której w badaniu gazów użycza nam ich kinetyczna teorja (§ 53 tomu II-go). Lecz w kwasie solnym, t. j. w wodnym roztworze chlorowodoru, cząsteczki HCl, jak chemicy oddawna wiedzą, jako takie już nie istnieją; śród tłumu wodnych molekuł błąkają się zosobna atomy chloru i atomy wodoru. Obadwa atomy nie są neutralne. Gdy odłącza się od atomu wodoru, z którym w cząsteczce HCl był sprzężony, atom chloru zabiera jeden elektron; każdy więc atom chloru ma $n+1$ elektronów, każdy atom wodoru ma ich $n-1$. Wyobraźmy sobie pole elektryczne istniejące między anodą A a katodą K woltametru (rys. 56); aniony Cl przepychają się przez ciecz ku anodzie, kationy H torują sobie drogę ku katodzie. Dopłynąwszy anody, aniony oddają jej elektrony, które przywłaszczyły sobie nad normę; stają się wówczas zwykłemi, neutralnemi atomami chloru; utworzywszy molekuły Cl^2, wydzielają się na anodzie



Rys. 56.

w postaci pospolitego chloru. Anoda, jako metaliczna zapora, zatrzymuje atomy; ale nie stanowi przegrody dla elektronów. Uwolnione z chlorowych anionów elektrony płyną dalej przez metal anody i drutów, w kierunku strzałek *e* (rys. 56); w kierunku przeciwnym strzałek *i* płynie prąd. Opłynąwszy obwód, w nim także ogniwa baterji, elektrony zjawiają się na katodzie *K*, gdzie spotykają się z kationami H; wypełniają wówczas ich luki, zobojętniają ich ładunki dodatnie; kationy H powracają do roli neutralnych atomów wodoru, które, złączywszy się w molekuły H^2, wydzielają się na katodzie jako zwyczajny wodór. Tym sposobem prąd krąży przez elektrolit i obwód, dopóki nie wyczerpie się zapas istniejących w roztworze ionów H i Cl.

§ 43. *Faradaya pierwsze prawo elektrolizy.*

Teorja oddaje nieocenione usługi poznawaniu natury; jeśli ich nie oddaje, staje się wkrótce zbyteczna. Pociągając za sobą pewne następstwa, teorja domaga się istnienia pewnych zależności, pewnych ilościowych związków lub praw. Spróbujmy i my wyprowadzić wnioski z hypotez, które przed chwilą przyjęliśmy. Wyobraźmy sobie zjawisko elektrolizy kwasu solnego, schematycznie przedstawione na rys. 56-ym. Wodorowy kation H w tej elektrolizie ma ładunek dodatni $+e$, co do bezwzględnej wartości równy ładunkowi jednego elektronu; kationy H mają taki pojedynczy ładunek $+e$ we wszystkich procesach elektrolizy, w których uczestniczą. Oznaczmy przez *m* masę jednego kationu H. Wyobraźmy sobie, że przebieg elektrolizy już się utrwalił; weźmy na uwagę nieprzerwany strumień kationów H ciągnących ku katodzie. Przypuśćmy, że w przeciągu czasu *t* do katody dopływa *Nt* kationów H; symbol *N* oznacza więc odniesioną do jednostki czasu liczbę dopływających kationów. W czasie *t* dzieją się dwa zjawiska: masa wodoru *mNt* wydziela się na katodzie, katoda zyskuje ładunek elektryczny dodatni *eNt*; obadwa zjawiska wynikają z tej samej przyczyny, z pochodu kationów, są zatem nierozłącznie ze sobą związane. Rozumiejąc przez *M* wydzieloną na katodzie w czasie *t* masę wodoru, przez *Q* uzyskany przez katodę w tymże czasie dodatni ładunek, mamy

1. $M = mNt$ 2. $Q = eNt$

skąd wynika, że

3. $$\frac{M}{Q} = \frac{m}{e} = \text{wielkości stałej } A,$$

niezależnej od t, od M lub Q, zależnej tylko od jakości ionów; stałą tę A będziemy nazywali *elektrochemicznym równoważnikiem* substancji, o której mówimy; w obecnym przykładzie wodoru. Powiadamy, że *z biegiem elektrolizy wydzielona masa M i przeniesiony ładunek Q rosną, pozostając wzajemnie proporcjonalne do siebie:*

4. $$M = AQ.$$

Twierdzenie to wyraża pierwsze z pomiędzy praw elektrolizy, ustanowionych w r. 1834-ym przez Michała Faradaya.

Jak z § 34-go wiadomo, stosunek Q/t jest charakterystyczną cechą prądu trwałego, którą nazywamy jego natężeniem i; z (1) i (2) wyprowadzamy

5. $i = eN$ 6. $M = Ait.$

Jeżeli natężenie prądu pozostaje niezmienne, wydzielona masa M rośnie proporcjonalnie do czasu trwania elektrolizy; masa wydzielona w jednostce czasu jest proporcjonalna do natężenia prądu. Zarówno poprzednie pierwsze twierdzenie jak obecnie przytoczone stosują się do wszelkich kationów; ze zmianą oczywistą znaków wielkości e oraz Q stosują się one również do wszelkich anionów; zgadzają się one ściśle ze wszystkiemi spostrzeżeniami, do tego stopnia, że nie istnieje dzisiaj wątpliwość co do ich prawdziwości.

Ogólniej niż przed chwilą, przypuśćmy, że każdy kation niesie w sobie ładunek dodatni ke; utraciwszy k elektronów z liczby normalnej n, którą jako neutralny atom posiada, taki kation zawiera $n - k$ elektronów. Dwuwartościowy atom miedzi Cu, wchodzący w skład cząsteczki $CuSO^4$ siarczanu miedziowego, tworzy naprzykład kation obdarzony dodatnim ładunkiem $2e$; tu zatem $k = 2$. Mamy ogólnie

7. $M = mNt$ 8. $Q = keNt.$

Otrzymujemy zatem, jak wyżej

9. $$M = AQ = Ait$$

lecz elektrochemiczny równoważnik A ma tutaj wartość

10. $$A = m/ke.$$

Jak zobaczymy w IV-ym rozdziale, natężenie prądu krążącego w danym obwodzie możemy mierzyć sposobami niezależnemi

od zjawisk elektrolizy. Przepuszczając zatem przez stosowny elektrolit prąd znanego natężenia i oraz mierząc masę M kationów lub anionów, która wydziela się wówczas w czasie t, możemy poznać, podług równania (6), wartość równoważnika elektrochemicznego A substancji, której iony obserwowaliśmy. Przytaczamy niektóre wyniki, które tą drogą znaleziono; wartości A są podane w jednostce 10^{-15} gr/el.-stat. jedn. ładunku.

Wodór: 3·482; Srebro: 372·67; Miedź (dwuwart.): 109·8.

Jeżeli elektrochemiczny równoważnik pewnej substancji jest nam znany, odwracamy wówczas postępowanie: posługujemy się woltametrem, ażeby mierzyć natężenie przepływającego przezeń prądu; z wiadomych wartości A, M oraz t obliczamy wartość i podług równania (6). Do takich pomiarów posługujemy się zazwyczaj woltametrami, zawierającemi roztwory wodne soli srebra lub miedzi.

§ 44. *Drugie prawo elektrolizy.*

Porównajmy własności dwóch różnych ionów, np. kationu wodoru H i kationu srebra Ag; obadwa mają ładunek jednakowy, mianowicie ładunek e, co do bezwzględnej wartości identyczny z ładunkiem elektronu. Oznaczając zatem elektrochemiczne równoważniki wodoru i srebra przez A_H i A_{Ag}, wnosimy z równania (3) § 43-go, że

1. $$A_H : A_{Ag} = m_H : m_{Ag}.$$

Do tego związku wchodzi tylko *stosunek mas* kationów H i Ag lub, co niemal dokładnie na to samo wypada, stosunek mas neutralnych atomów H i Ag. Takie stosunki, według zasadniczych praw chemji, wyrażają się przez t. zw. *ciężary atomowe* (czyli przez *stosunkowe masy atomowe*, jak stałe te właściwie nazywać się powinny). Wiemy naprzykład, że

2. $$m_H : m_{Ag} = 1{\cdot}008 : 107{\cdot}88;$$

w tym zatem stosunku, jeżeli formuła (1) jest słuszna, pozostawać do siebie powinny wartości A_H i A_{Ag}. Doświadczenie potwierdza to oczekiwanie; przytoczone w § 43-im wartości elektrochemicznych równoważników spełniają warunek

3. $$A_H : A_{Ag} = 1{\cdot}008 : 107{\cdot}88.$$

Na tym przykładzie poznajemy treść t. zw. *drugiego prawa* Faraday a: *elektrochemiczne równoważniki ionów niosących jedna-*

kowe elementarne ładunki (czyli, mówiąc chemicznym językiem, obdarzonych tą samą *wartościowością*), *są proporcjonalne do mas atomowych.*

Wypowiadamy niekiedy inaczej drugie prawo Faradaya. Wyobraźmy sobie dwa elektrolity: w pierwszym niechaj wydzielają się kationy H przy elektrolizie, w drugim kationy Ag; przypuśćmy, że prąd elektryczny przeniósł równe sobie ładunki Q przez obadwa elektrolity. Według równania (4) § 43-go mamy wówczas

4. $$M_H = A_H Q; \quad M_{Ag} = A_{Ag} Q$$

otrzymujemy zatem przy pomocy twierdzenia (1):

5. $$M_H : M_{Ag} = m_H : m_{Ag}.$$

Jeżeli różne rodzaje ionów są obdarzone jednakowemi elementarnemi ładunkami (czyli mają wartościowość tę samą), *ich masy, wydzielane z elektrolitów przez jednakowe ładunki, są proporcjonalne do mas atomowych.*

Jak powiedzieliśmy, w elektrolizie roztworu siarczanu miedziowego kation Cu jest dwuwartościowy, ma więc ładunek dodatni $2e$; w tym razie $k = 2$. Stosunek mas atomowych wynosi

6. $$m_{Cu} : m_{Ag} = 63{\cdot}57 : 107{\cdot}88$$

podług równania (10) § 43-go powinniśmy zatem oczekiwać, iż

7. $$A_{Cu} : A_{Ag} = \tfrac{1}{2}(63{\cdot}57) : 107{\cdot}88.$$

Przytoczone w § 43-im wartości równoważników A_{Cu} i A_{Ag} czynią istotnie zadosyć warunkowi (7). W uogólnionej zatem postaci drugie prawo Faradaya brzmi jak następuje: elektrochemiczne równoważniki są proporcjonalne nie do samych mas m, lecz do stosunków m/k; masy ionów, wydzielane z elektrolitów przez jednakowe ładunki, są proporcjonalne do mas atomowych, dzielonych przez liczby elementarnych w ionach ładunków czyli przez ich wartościowość.

Gram-atomem μ pierwiastka nazywamy jego masę liczącą tyle gramów, ile jednostek zawiera ciężar atomowy pierwiastka; naprzykład 1·008 gr wodoru, 107·88 gr srebra, 63·57 gr miedzi, 35·46 gr chloru i t. d. Innemi słowy, oznaczając przez $\mathfrak{N}$ liczbę atomów zawartych w gram-atomie, powiadamy

8. $$\mu = m\mathfrak{N}$$

przyczem, jak z określenia wynika, $\mathfrak{N}$ jest liczbą *powszechną*, jednakową dla wszystkich pierwiastków. Posługując się pojęciem gram-atomu, przepisujemy zatem, dla ionów jednowartościowych

(czyli mających ładunek $+e$ lub $-e$), równanie (3) § 43-go w postaci następującej:

9. $$A = \mu/e\mathfrak{N}.$$

Stałą Faradaya nazywamy iloczyn $e\mathfrak{N}$, ku czci wielkiego odkrywcy, któremu nauka tyle zawdzięcza; jest to oczywiście również stała powszechna, dla wszystkich gatunków ionów jednakowa. Oznaczając przez F stałą Faradaya, mamy

10. $\mu = AF$ 11. $M:\mu = Q:F$

Gdy $Q = F, 2F, 3F$, wówczas $M = \mu, 2\mu, 3\mu$; *przepływając przez elektrolit, każdy ładunek F wydziela 1 gram-atom dowolnego jednowartościowego* (niosącego jeden elementarny ładunek) *ionu.*

Podług (10) § 43-go mamy ogólniej $A = m/ke$; zatem

12. $\mu = AkF$ 13. $M:\mu = Q:kF$

Przepływając przez elektrolit, każdy ładunek kF wydziela 1 gram-atom dowolnego k-wartościowego (niosącego k elementarnych ładunków) ionu.

Ażeby obliczyć wartość stałej Faradaya, kładziemy w równaniu (10)

14. $\mu_{Ag} = 107{\cdot}88$ gr, $A_{Ag} = 372{\cdot}67 \times 10^{-15} \frac{\text{gr}}{\text{el.-stat. j. ład.}}$

otrzymujemy:

15. $F = 2{\cdot}89478 \times 10^{14}$ el.-stat. jedn. ład.

Stosownie do określenia stałej Faradaya, wartość (15) stosuje się jednakowo do wszelkich gatunków ionów.

§ 45. Wartość niektórych zasadniczych stałych.

Za określenie stałej Faradaya przyjęliśmy związek

1. $$F = e\mathfrak{N}.$$

Zobaczymy jednak w VIII-ym rozdziale, że wartość e ładunku elektronu jest już dzisiaj znana dokładnie; mamy

2. $$e = 4{\cdot}774 \times 10^{-10} \text{ el.-stat. jedn. ład.}$$

(por. § 17). Wstawiając znaną wartość F oraz niniejszą e do równania (1), otrzymujemy

3. $$\mathfrak{N} = 6{\cdot}064 \times 10^{23}$$

tyle więc atomów dowolnego pierwiastka zawiera się w jego 1 gram-atomie. Znając liczbę $\mathfrak{M}$, obliczamy rzeczywistą masę atomu któregokolwiek pierwiastka z równania (8) § 44-go; np. dla wodoru

$$4. \qquad m_{\mathrm{H}} = \frac{1{\cdot}008 \text{ gr}}{6{\cdot}064 \times 10^{23}} = 1{\cdot}662 \times 10^{-24} \text{ gr}.$$

Przypuśćmy, że w 0°C, pod ciśnieniem 1 atmosfery normalnej, 1 cm³ wodoru zawiera N cząsteczek (molekuł), zatem $2N$ atomów. Ponieważ w wymienionych warunkach temperatury i ciśnienia 1 cm³ wodoru okazuje masę $9{\cdot}004 \times 10^{-5}$ gr, mamy zatem

$$5. \qquad 2N : \mathfrak{M} = 9{\cdot}004 \times 10^{-5} : 1{\cdot}008$$

skąd wyprowadzamy

$$6. \qquad N = 2{\cdot}71 \times 10^{19}.$$

Według znanego z chemji, fundamentalnego prawa Avogadra, jednakowe objętości gazów doskonałych, w tej samej temperaturze i pod tem samem ciśnieniem, zawierają liczby molekuł jednakowe; znaleziona wartość N stosuje się przeto nietylko do wodoru, lecz do wszystkich gazów, które w 0°C i pod ciśnieniem 1 atmosfery, w dostatecznym stopniu przybliżenia możemy uważać za doskonałe. Liczba N jest zatem stałą *powszechną*, którą nazywamy *liczbą Avogadra*.

Odbiegliśmy napozór daleko od obecnego naszego przedmiotu. Może nas to zdziwić, iż, ważąc osad srebra, wydzielany w elektrolizie roztworu soli $AgNO^3$, fizycy wnoszą z wyniku, ile cząsteczek zawiera się w centymetrze sześciennym wodoru, w temperaturze 0°C i pod ciśnieniem 1 atmosfery. Mamy tu przykład na prawdę głęboką, że w naturze niema szczegółów luźnych, odosobnionych, że w niej wszystko łączy się, splata nićmi ukrytych powiązań. Iść śladem tych związków jest właśnie zadaniem nauki.

Zadania.

1. Przepłynąwszy przez roztwór soli $AgNO^3$, ile srebra wydziela na katodzie ładunek 10^{12} el.-stat. jedn.? Przez jak długi czas musi przepływać przez ten elektrolit prąd o natężeniu 10^{12} el.-stat. jedn., ażeby wydzielił się 1 gr srebra?

2. W przeciągu 30 minut prąd wydzielił 11·858 gr dwuwartościowej miedzi z roztworu soli tego pierwiastka. Sprawdzić, że natężenie prądu wynosiło 6×10^{10} el.-stat. jednostek.

3. W pewnej elektrolizie wydziela się na katodzie wodór; na każdy wydzielony gram wodoru ile dostarczyliśmy katodzie el.-stat. jednostek ładunku? Ile el.-stat. jednostek ładunku musi otrzymać katoda na każdy gram dwuwartościowej miedzi wydzielony w elektrolizie roztworu soli tego pierwiastka?

4. Elektrolizując kwas solny, otrzymaliśmy 0·1662 gr wodoru na katodzie; ile przepłynęło przez elektrolit wodorowych kationów?

5. Ile atomów miedzi zawiera się w 63·57 gr tego pierwiastka? Ile atomów srebra zawiera się w 1 gr srebra? W 100 cm^3 wodoru, w temperaturze 100°C, pod ciśnieniem 380 mm Hg, ile zawiera się molekuł wodoru?

ROZDZIAŁ TRZECI.

Pole magnetyczne statyczne.

§ 46. Zjawiska magnetyczne.

Od najdawniejszych lat jest już wiadomo, że niektóre żelaziste rudy przyciągają opiłki żelazne, gwoździe i inne drobne żelazne przedmioty. Lukrecjusz wspomina, że *magnesy* mogą nietylko przyciągać, lecz niekiedy także odpychać; spostrzeżenie, które, według Plutarcha, należało do zasobu tajemnej wiedzy dawnych egipskich kapłanów. Że swobodnie kręcąca się igła magnesowa ustawia się w kierunku z południa na północ, piszą o tem arabscy, włoscy i francuscy autorowie XI-go, XII-go i XIII-go wieku, którzy *busoli* (czyli żeglarskiego kompasu) nie uważają widocznie za nowy, spółczesny im wynalazek; niema też wątpliwości, że o wiele dawniej był znany w Chinach. Lecz do takich pierwotnych, ogólnikowych spostrzeżeń (nieraz zresztą pomieszanych z bajkami) ograniczała się starożytna i średniowieczna wiedza o magnetycznych zjawiskach. Uczeni przez stulecia czytywali dawne księgi, ale bezpośrednie dostrzeganie i doświadczanie otaczającego świata pozostawiali rzemieślnikom, nieukom, fantastom i szarlatanom. «Jakże żałosna jest nasza nieznajomość natury!» pisze w r. 1600-ym William Gilbert, który naukę o elektrycznych i magnetycznych zjawiskach na nowe pchnął tory; «nasi filozofowie czyż nie są podobni do ludzi w ciemnościach drzemiących? Trzeba ich obudzić, trzeba ich nauczyć, jak należy się z *rzeczami* obchodzić; niechże raz zarzucą uczoność, na domysłach polegającą i na wojowaniu słowami». *Doświadczalne* badanie natury rozpoczęło okres dzisiejszej cywilizacji.

Jak wiadomo z pierwszego rozdziału, podstawy elektrostatyki założono w XVII-em i XVIII-em stuleciu. Podobnie, powoli, wzmagała się znajomość faktów magnetyzmu; cały jej rozwój

do początków XIX-go wieku można streścić, mówiąc, że zrozumiano aż do tej chwili prawa *pól magnetycznych statycznych*. Elektryczne i magnetyczne badania postępowały więc równoległemi, lecz niezawisłemi torami. Dopiero w XIX-ym wieku spostrzeżono, że elektryczne i magnetyczne zjawiska są głęboko sprzężone ze sobą; że każda dziedzina, tych i tamtych doświadczeń, jest tylko szczególnym przypadkiem, tylko szczupłym rozdziałem wiele szerszej, wspaniałej całości.

§ 47. Magnesy naturalne i sztuczne; bieguny magnesu.

Wyobraźmy sobie sztabę, wyciętą z rudy magnetycznej; taką sztabę nazywamy *naturalnym magnesem*. Jak powiedzieliśmy, magnes przyciąga żelazne opiłki; ale przyciąga je inaczej niż ziemia przyciąga kamień, niż naelektryzowany przewodnik przyciąga elektryczne wahadełko. Zanurzywszy magnes w stogu opiłek żelaznych, wyciągamy go wraz z przylepionemi doń opiłkami (rys. 57); spostrzegamy natychmiast, że opiłki przylegają tylko do zakończeń sztaby, część jej środkowa zdaje się ich nie przyciągać. Końcowe, przyciągające części sztaby (lub innego wydłużonego magnesu) nazywamy *biegunami*; część nieczynną, środkową, nazywamy *pasem obojętnym*; Gilbert mówił konsekwentniej, że jest to *równik* magnesu. Sposobami, o których niżej wspomnimy, sporządzane dzisiaj bywają *sztuczne* magnesy, zwłaszcza stalowe, których magnetyczne własności, bardziej prawidłowe i o wiele wybitniejsze niż własności naturalnych magnesów, w istocie rzeczy są zupełnie podobne. Bieguny i pas obojętny występują wyraźnie w sztucznym magnesie.

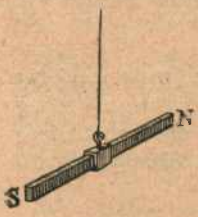
Rys. 57.

Sprawdźmy, czy siły magnetyczne stosują się do prawa działania i oddziaływania, do t. zw. III-ej zasady dynamiki. Wydłużony magnes zawieszamy na nici; zbliżając żelazny lub stalowy przedmiot, widzimy, że magnes wykręca się, jak gdyby był przyciągany.

§ 48. Dwa rodzaje biegunów; igła magnesowa.

Zawieszamy magnes na nici (rys. 58), tak iż może kręcić się koło niej i zataczać dowolne łuki w płaszczyźnie poziomej;

oddaliwszy wszelkie inne magnesy lub żelazne i stalowe przedmioty, dostrzegamy, że magnes ustawia się w oznaczonym kierunku: jeden jego biegun zwraca się mniej więcej ku północy, drugi wskazuje przybliżenie południe. Biegun, który wykręca się ku północy, bywa nazywany biegunem *północnym* lub w skróceniu biegunem *N* (od ang. wyrazu *North*, północ); przeciwny biegun, który w położeniu równowagi szuka południa, nosi nazwę bieguna *południowego* lub bieguna *S* (od *South*, południe).



Rys. 58.

Wyrażamy się niekiedy inaczej; mówimy, że biegun *N* jest *dodatnim*, że biegun *S* jest *ujemnym* biegunem magnesu; właściwe znaczenie tych nazw poznamy niebawem.

Rys. 59.

Igłą magnesową nazywamy magnes, wycięty w postaci długiej i wąskiej igły (rys. 59); taką igłę zaopatrujemy zazwyczaj w małe, szkłem lub agatem wyłożone wydrążenie; w tem miejscu igła wspiera się na ostrzu, na którem kręci się niemal bez tarcia. Igła magnesowa jest najważniejszą składową częścią *busoli* czyli kompasu; może też służyć wygodnie do badania pól magnetycznych w pracowni fizycznej.

§ 49. Namagnesowanie indukowane.

Dolny koniec *n* pręta *ns*, sporządzonego z wyżarzonego miękkiego żelaza, zanurzamy w opiłkach żelaznych; opiłki nie przylegają, pręt nie jest magnesem. Do górnego końca *s* pręta zbliżamy biegun *N* silnego magnesu; opiłki przylepiają się teraz do *n*, *ns* zachowuje się jak gdyby był magnesem (rys. 60). Przy pomocy igiełki magnesowej przekonywamy się, że najbliższy biegunowi *N* koniec *s* jest południowym (względem *N* różnoimiennym) biegunem, gdy najdalszy od *N* koniec *n* jest północnym (z *N* jednoimiennym) biegunem. Lecz to namagnesowanie pręta *ns* jest przemijające; trwa ono tylko dopóty, dopóki w pobliżu znajduje się magnes *NS*; gdy go oddalimy, namagnesowanie pręta znika całkowicie lub niemal całkowicie. Takie namagnesowanie żelaza nazywamy *indukowanem*; opisane zjawisko nazywamy *magnesowaniem się przez indukcję*.

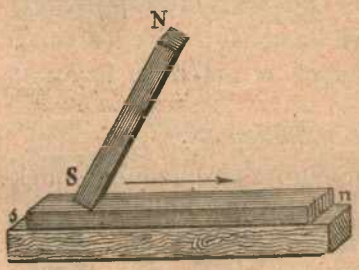
Rys. 60.

Sporządźmy inny pręt *ns* z t. zw. twardej stali i powtórzmy doświadczenie powyższe; wynik będzie odmienny. Stal magnesuje się przez indukcję, ale słabiej niż miękkie żelazo; u dolnego końca stalowego pręta, do którego zbliżyliśmy magnes, wisi mniej uczepionych opiłek aniżeli u końca żelaznego Ale stal zachowuje uporczywiej namagnesowanie, którego nabyła; gdy oddalimy indukujący magnes, stalowy pręt okazuje prawie te same magnetyczne własności, które objawiał w sąsiedztwie magnesu. Mówimy, że w stali, po namagnesowaniu, zachowywa się pewna *magnetyczna pozostałość.*

Żelazny lub stalowy pręt, namagnesowany przez indukcję, może indukować namagnesowanie w drugim, drugi w trzecim i t. d. Dlatego u bieguna silnego magnesu może wisieć sznur uczepionych słupków żelaznych; dlatego też takiego bieguna trzyma się stłoczona gromada opiłek żelaznych (rys. 57).

§ 50. Jednostajnie namagnesowany magnes linjowy.

Do doświadczeń, któremi będziemy zajmowali się w niniejszym rozdziale, nadają się magnesy, sporządzone w sposób następujący. Długą i wąską sztabę stalową *ns* umocowywamy nieruchomo (rys. 61); następnie posuwamy po niej, od *s* do *n*, biegun południowy *S* magnesu *NS*, ruchem jednostajnym. U końca *n* sztaby odrywamy biegun *S*, przenosimy go zdala od sztaby do początku *s*, posuwamy ponownie do *n*, znów odrywamy w *n* i t. d. Powtórzywszy tę czynność kilkanaście razy, przekonywamy się, że w *n* utworzył się biegun północny magnesu *ns*, w *s* południowy. Tak sporządzony magnes linjowy nazwiemy *jednostajnie namagnesowanym* magnesem. Gdybyśmy byli posuwali podobnie biegun *N* magnesu *NS* po sztabie *ns*, byłaby się namagnesowała przeciwnie, znów jednostajnie.



Rys. 61.

§ 51. Wzajemne działanie magnetycznych biegunów.

Wyobraźmy sobie dwa magnesy *NS* i *ns*, których bieguny rozpoznaliśmy wiadomym sposobem; możemy je zawiesić na nici lub osadzić na ostrzu, tak iż są swobodnie ruchome. Do

bieguna *n* jednego magnesu możemy zbliżać biegun *N* lub *S* drugiego; do bieguna *s* możemy zbliżać albo *N* albo *S*. W wyniku tych czterech doświadczeń przekonywamy się, że:

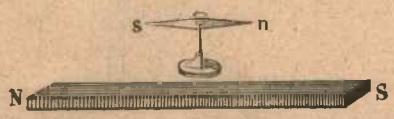
(I) biegun *N* odpycha biegun *n* i jest przezeń odpychany
(II) biegun *S* przyciąga biegun *n* i jest przezeń przyciągany
(III) biegun *N* przyciąga biegun *s* i jest przezeń przyciągany
(IV) biegun *S* odpycha biegun *s* i jest przezeń odpychany.

Krótko mówimy: *jednoimienne magnetyczne bieguny odpychają się, różnoimienne przyciągają się wzajemnie.*

Jeżeli magnes ma postać bardzo cienkiego pręta, bieguny możemy w przybliżeniu poczytywać za punkty. W tem znaczeniu powiadamy: *siły działające między magnetycznemi biegunami są umiejscowione w prostej, która łączy bieguny ze sobą.*

Wyobrażamy tu sobie oczywiście doświadczenie idealne; w ciągu dalszych wywodów rozważymy dokładniej wzajemne działanie rzeczywistych magnesów na siebie.

Ponad dużym, silnym magnesem *NS* (rys. 62), niezbyt od niego daleko, umieszczamy igłę magnesową *ns*; znajduje się ona w równowadze, gdy oś *sn* igły jest równoległa do osi *SN* magnesu lecz skierowana przeciwnie, gdy zatem biegun *n* igły zwraca się w stronę bieguna *S* magnesu, gdy biegun *s* igły wskazuje stronę bieguna *N*. Wynik ten tłumaczy nam natychmiast spostrzeżenia opisane w § 48 ym; wyprowadzamy zeń wniosek, który Gilbert jako «nową i niesłychaną prawdę» ogłosił, że mianowicie *kula ziemska jest wielkim magnesem*; że jej magnetyczny biegun *S* znajduje się w pobliżu północnego geograficznego bieguna, że jej biegun magnetyczny *N* znajduje się w pobliżu południowego geograficznego bieguna.

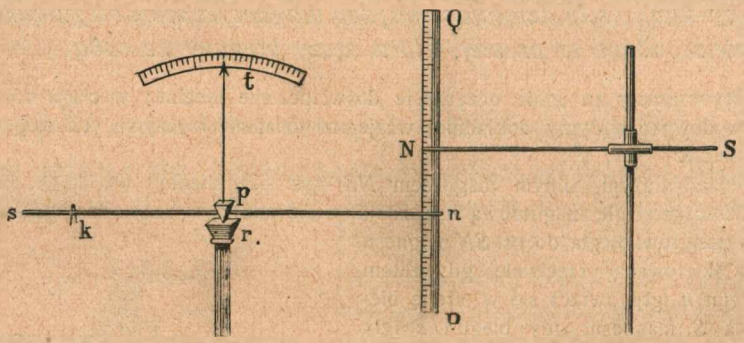


Rys. 62.

Z dotychczasowych wyników wnosimy, że magnetyczne bieguny działają na siebie podobnie jak maleńkie ciała naelektryzowane; jakże daleko sięga to podobieństwo? Gdy próbujemy w doświadczeniu znaleźć odpowiedź na to pytanie, natrafiamy na trudność. Zbliżajmy ku sobie dwa magnesy *NS* i *ns* Działająca na biegun *n* wypadkowa siła składa się geometrycznie z sił, wywieranych przez *N* i przez *S*; działająca na biegun *s* wypadkowa siła składa się geometrycznie z sił, wywieranych przez *N* i przez *S*. A przytem ruch bieguna *n* nie jest niezależny od ruchu bieguna *s*; *ns* jest ciałem sztywnem, jego ruch zależy od sił *nN, nS, sN, sS* w sposób naogół zawiły. Ale wzajemne

działanie dwóch od siebie odległych magnetycznych biegunów musi być słabe. Jeżeli zatem użyjemy możliwie najdłuższych magnesów *NS*, *ns* i jeżeli, zbliżając bieguny *N* i *n* ku sobie, oddalimy zarazem *S* jak można najbardziej od *s*, wówczas zakłócające siły *nS*, *sN* i *sS* będą słabe i będziemy mogli zaniedbać je w pierwszem przybliżeniu.

Wyobraźmy sobie doświadczenie następujące. Magnes *NS* jest ustawiony poziomo i jest nieruchomy (rys. 63); inny *ns* jest połączony z pryzmatem *p*, który (jak w zwykłej wadze, § 102 tomu I-go) wspiera się na płaskiej powierzchni podstawy *r*. Magnes *ns* może zatem wahać się w płaszczyźnie pionowej a wahania te spostrzegamy dzięki ruchowi połączonej z *p* wskazówki *t*. Dopóki *NS* znajduje się daleko, magnes *ns* w równowadze przybiera położenie



Rys. 63.

poziome; gdy jednak biegun *N* zbliżamy do *n*, koniec ten *n* magnesu *ns* odchyla się ku dołowi. Zbliżając wówczas konik *k* ku końcowi *s* magnesu *ns*, skłaniamy *ns* do przybrania napowrót poziomego położenia (lub do jednakowego wychylania się, w obie strony, dokoła poziomego położenia równowagi). Oznaczmy przez *K* ciężar konika *k*, przez *l* jego odległość od osi wahań, przez *L* odległość bieguna *n* od tejże osi, przez *F* siłę, której doznaje biegun *n*; zastosowawszy zasadę dźwigni (§§ 89 i 90 tomu I-go), otrzymujemy

1. $$lK = LF$$

skąd *F* obliczamy łatwo. Na zbliżonej do *n* i *N* skali *PQ* mierzymy jednocześnie wzajemną odległość tych biegunów.

Przy pomocy opisanego przyrządu przekonywamy się, że wzajemne działanie dwóch magnetycznych biegunów słabnie, gdy wzrasta dzieląca je odległość; stwierdzamy, że *czynne między magnetycznemi biegunami siły są odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości biegunów od siebie.* Prawda ta stosuje się do wzajemnego działania dwóch biegunów dwóch różnych magnesów, bez względu na znaki biegunów i na rodzaj działania.

§ 52. *Prawo Coulomba.*

Przed chwilą widzieliśmy, że prawa wzajemnego działania magnetycznych biegunów ze wszech miar są podobne do praw działania ciał naelektryzowanych. Z §§ 15-go i 51-go wnosimy, że brakuje nam tylko magnetycznego pojęcia analogicznego do pojęcia elektrycznego ładunku; skoro je utworzymy, będziemy mogli zastosować w pełni prawo Coulomba do sił wywieranych przez magnetyczne bieguny.

Wyobraźmy sobie doświadczenia podobne do opisanych w § 51 ym; przypuśćmy, że nieruchomy, *czynny* magnes *NS* pozostaje niezmienny, że zmienia się natomiast ruchomy magnes *ns*, który nazwiemy *wywiadowczym*. Zbliżamy bieguny n_1, n_2, n_3 rozmaitych wywiadowczych magnesów do bieguna *N* danego czynnego magnesu *NS*, przestrzegając, by odległości *nN* były zawsze jednakowe oraz, by odległości *nS*, *sN*, *sS* były znaczne w porównaniu do odległości *nN* (§ 51). Na bieguny n_1, n_2, n_3 działają w tych warunkach siły F_1, F_2, F_3; w myśl prawa Coulomba przypisujemy biegunom n_1, n_2, n_3 *magnetyczne masy* albo *ilości magnetyzmu* m_1, m_2, m_3 proporcjonalne do wartości F_1, F_2, F_3.

Magnes czynny *NS* nie różni się jednak niczem istotnem od wywiadowczego *ns*; możemy je wymienić t. j. unieruchomić *ns* i nazwać go czynnym, uruchomić *NS* i rolą wywiadowczego go obarczyć. Skoro biegun *N* działa na *n* proporcjonalnie do ilości magnetyzmu *m* skupionej w *n*, zatem przeciwnie biegun *n* musi działać na *N* proporcjonalnie do ilości magnetyzmu *M* obecnej w *N*. Ponieważ zaś prawo działania i oddziaływania stosuje się do sił magnetycznych (§ 47), przeto siła wywierana przez *N* na *n* jest równa sile, wywieranej przez *n* na *N*. Jedna i druga siła musi więc być proporcjonalna zarazem do *m* i do *M*; innemi słowy obiedwie są proporcjonalne do iloczynu *mM*.

Wnioski poprzedzającego i obecnego artykułu zbieramy w twierdzeniu następującem: *wzajemne siły działające pomiędzy dwoma magnetycznemi biegunami są równe i przeciwne sobie, są umiejscowione w łączącej te bieguny prostej, są wprost proporcjonalne do iloczynu ilości magnetyzmu, któremi bieguny są obdarzone, wreszcie odwrotnie są proporcjonalne do kwadratu wzajemnej odległości biegunów.* Twierdzenie to, podobnie jak analogiczne elektrostatyczne twierdzenie, zawdzięczamy Coulombowi;

w nauce o polu magnetycznem statycznem nazywamy je zatem również *prawem Coulomba.*

Czytając siedm rozpraw, poświęconych zbadaniu praw elektrostatycznego i magnetostatycznego działania, siedm prac pomnikowych, które Coulomb umieścił w Pamiętnikach paryskiej Akademji Nauk pomiędzy 1785 a 1789 r., nie możemy oprzeć się uczuciu podziwu. Ścisłość i staranność doświadczeń, trzeźwość i trafność rozumowań i wniosków są w nich nieporównane. Coulomb spokojnie odrzuca zamęt błędnych twierdzeń, przypuszczeń niejasnych, obrazów zbytecznych i złudnych, któremi utrudniali sobie drogę spółcześni; co uznaje za prawdę, pozostało w nauce, niemal bez wyjątku.

Oznaczając przez m i M ilości magnetyzmu zawarte w dwóch biegunach, które znajdują się od siebie w odległości r i rozumiejąc przez k spółczynnik stały (niezależny od m, M i r), przedstawiamy w następującej postaci siłę F czynną między biegunami

$$1. \qquad F = \frac{kmM}{r^2}.$$

Proporcjonalność siły F do mM wynika, jak wiemy, z przyjętej umowy; ale odwrotna jej proporcjonalność do r^2, wspólna z prawem sił grawitacyjnych i elektrostatycznych, jest faktem głębokim, wyższym ponad wszelką dowolność.

Z §§ 16 i 32-go jest nam wiadomo, że ośrodek, który otacza ciała naelektryzowane, nie pozostaje bez wpływu na wywierane pomiędzy niemi działania; od natury ośrodka zależy, niekiedy wybitnie, wartość sił czynnych w polu elektrycznem. Zapytujemy, czy siły magnetyczne są i w tym względzie podobne do elektrycznych? Że jest tak istotnie, było jednem z mnóstwa odkryć, któremi naukę wzbogacił Faraday. Wyłączmy przedewszystkiem z uwagi żelazo oraz inne substancje, t. zw. *ferromagnetyczne*, które w polu magnetycznem zachowują się podobnie jak żelazo; zachowanie to rozważymy w artykułach późniejszych. Pozostałe materjalne ośrodki możemy podzielić na dwie klasy: na t. zw. *diamagnetyczne* i *paramagnetyczne* ośrodki. Wyobraźmy sobie dwa magnetyczne bieguny i przypuśćmy, że zawarte w nich ilości magnetyzmu m i M oraz wzajemna odległość biegunów r pozostają niezmienne; jeżeli bieguny są zanurzone w diamagnetycznym ośrodku, wywierane między niemi siły są *silniejsze* niż w próżni; jeżeli bieguny są zanurzone w paramagnetycznym ośrodku, wywierane między niemi siły są *słabsze* niż w próżni. W obu razach siły, działające w ośrodku, są bardzo mało różne od sił, które *caeteris paribus* objawiają się w próżni.

Postąpmy teraz podobnie jak w § 16-ym; o stałej k występującej w formule (1) załóżmy, iż jest $= A/\mu$; A ma być tutaj stałą powszechną, jednakową dla wszelkich ośrodków i zależną jedynie od wyboru jednostek, w których wyrażamy m, M, r oraz F, natomiast μ ma być (oderwaną) liczbą, charakteryzującą własności substancji jako ośrodka pól magnetycznych. Gdy tym ośrodkiem jest próżnia, zakładamy $\mu = 1$; gdy ośrodek jest diamagnetyczny, mamy $\mu < 1$; gdy jest paramagnetyczny, piszemy $\mu > 1$. Taką liczbę μ nazywamy *przenikliwością magnetyczną* uważanego ośrodka. Poprzednią formułę przepisujemy teraz w następującej postaci:

2. $$F = \frac{AmM}{\mu r^2}.$$

Do *ferromagnetycznych* substancyj zaliczamy, prócz żelaza, również kobalt i nikiel oraz związki, mieszaniny lub aljaże, zawierające żelazo, kobalt lub nikiel (więc np. różne gatunki stali), wreszcie niektóre inne, nieliczne substancje, np. aljaże manganu, miedzi i glinu. Najwybitniejszym przedstawicielem substancyj *diamagnetycznych* jest bizmut; przenikliwość bizmutu w temperaturze pokojowej wynosi 0·99984, jest więc mało różna od jedności; dla wszystkich innych diamagnetycznych substancyj (jak antymon, cynk, rtęć, miedź, woda) stała μ jest jeszcze bliższa jedności. Do *paramagnetycznych* substancyj należą pallad, platyna, potas; tlen jest również paramagnetyczną substancją. Dla palladu w temperaturze pokojowej μ wynosi 1·0006; dla innych wymienionych substancyj μ jest jeszcze bliższa jedności.

§ 53. Jednostka ilości magnetyzmu.

Podobnie jak w elektrostatyce, zadajemy sobie teraz pytanie, w jakich jednostkach mamy wyrażać wielkości, występujące w równaniu (2) § 52-go. Przypuśćmy, że dwa bieguny, w których zawarte są ilości m i M magnetyzmu, znajdują się w próżni, w odległości r od siebie wzajemnie. Kładziemy wówczas $\mu = 1$, siłę F mierzymy dynami, odległość r wyrażamy w centymetrach. Umawiamy się, że spółczynnik A ma być równy oderwanej jedności; jednostkę ilości m i M, która wyniknie z takiej umowy, nazywamy *magnetostatyczną jednostką ilości magnetyzmu*. Piszemy zatem

1. $$F = \frac{mM}{r^2}.$$

Gdy tu założymy

2. $r = 1$ cm; $m = M = 1$ magn.-stat. jedn. il. magn.,

otrzymamy

3. $F = 1$ dynie.

Gdy dwie magnetostatyczne jednostki ilości magnetyzmu, skupione każda w biegunie, zanurzone są w próżni, w odległości 1 *cm od siebie wzajemnie, każda wówczas wywiera siłę* 1 *dyny na pozostałą i doznaje od niej siły* 1 *dyny.*

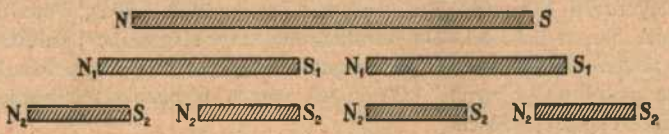
Rozumując jak w § 17-ym, dochodzimy do wniosku, że

4. 1 magn.-stat. jedn. il. magn. $= 1\ \mathrm{gr}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{3/2}/\mathrm{sek}$.

Gauss po raz pierwszy, w r. 1832-im, pokazał, jak można mierzyć magnetyczne wielkości, wychodząc z przytoczonej tutaj zasady.

§ 54. Ilości magnetyzmu zawarte w biegunach magnesu.

Wyobraźmy sobie magnes linjowy NS (rys. 64). Taki magnes, jak wiemy, ma dwa bieguny: północny N i południowy S; jeżeli przełamiemy go lub przepiłujemy gdziekolwiekbądź w pasie obojętnym, otrzymamy dwa nowe magnesy $N_1 S_1$, z których



Rys. 64.

każdy ma dwa bieguny: północny N_1, południowy S_1; powtarzając proces dzielenia, otrzymamy cztery nowe magnesy $N_2 S_2$ i każdy ma znów dwa bieguny, północny N_2, południowy S_2. Niepodobna zatem rozłączyć, materjalnie rozerwać, oddzielić od siebie magnetycznych biegunów; niepodobna utworzyć magnesu, który okazywałby jeden biegun. Magnes ma conajmniej dwa bieguny.

Spróbujmy wymierzyć ilości magnetyzmu, któremi obdarzone są dwa bieguny linjowego, jednostajnie namagnesowanego magnesu. Posługujemy się w tym celu zasadami, które ustanowiliśmy w §§ 51 i 52-im. Przypuśćmy, że biegun N magnesu NS, w odległości r, przyciąga pewien biegun s siłą F; przeciwny biegun S tego samego magnesu NS, w tej samej odległości r, odpycha wówczas ten sam biegun s taką samą siłą F; skąd wynika, że bezwzględne wartości ilości magnetyzmu, skupionych

w biegunach N i S, są jednakowe. *Ilości magnetyzmu, zawarte w biegunach tego samego* (linjowego, jednostajnie namagnesowanego) *magnesu, co do znaku sobie przeciwne, co do wartości bezwzględnej są jednakowe.*

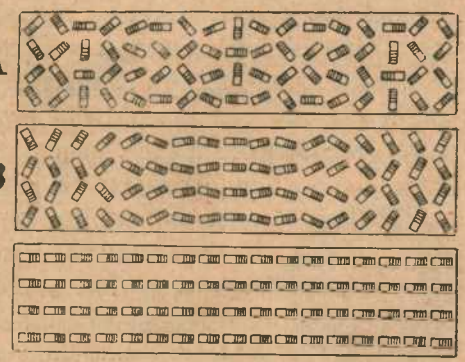
Przypuśćmy, że w biegunach dwóch linjowych, jednostajnie namagnesowanych, jednakowo długich magnesów zawarte są jednakowe ilości magnetyzmu. Gdybyśmy złożyli ze sobą dwa takie magnesy *ns* (rys. 65), łącząc biegun *n* jednego z biegunem *s* drugiego, utworzony układ nie objawiałby nazewnątrz magnetycznych własności: nie wywierałby sił magnetycznych na obce bieguny, nie budziłby indukowanego magnetyzmu w zbliżonym kawałku miękkiego żelaza.

Rys. 65.

§ 55. *Budowa magnesu.*

Dzieląc na części magnes linjowy, otrzymywaliśmy krótsze, ale całkowite magnesy (rys. 64). Jak przed chwilą w § 54-ym, zbadajmy ilości magnetyzmu, któremi obdarzone są bieguny utworzonych tym sposobem magnesów. Każdy północny biegun, który powstał przy podziale (np N_1, N_2), okazuje tę samą ilość magnetyzmu, jaką miał biegun N pierwotnego magnesu; każdy nowy południowy biegun (np. S_1, S_2) okazuje tę samą ilość magnetyzmu, jaką miał biegun S pierwotnego magnesu.

Łącząc ze sobą części N_1S_1 lub też części N_2S_2 i składając N_1 z S_1, N_2 z S_2, otrzymujemy napowrót magnes pierwotny, który okazuje tylko dwa zewnętrzne bieguny N i S; bieguny wewnętrzne zobojętniają się wzajemnie parami. Gdybyśmy mogli ciąć magnesy albo je kruszyć bez uderzeń i wstrząśnień szkodzących namagnesowaniu, w zewnętrznych biegunach odbudowanego magnesu znaleźlibyśmy takież same ilości magnetyzmu, jakie były zawarte w biegunach pierwotnego.



Rys. 66.

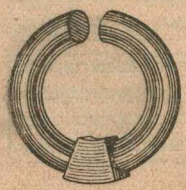
Rozłamywaliśmy dotychczas magnes na kilka, na kilkanaście części; rozetrzyjmy go teraz, rozkruszmy go na drobne fragmenty. Każda odrobina magnesu jest znów maleńkim, całkowitym, dwubiegunowym magnesem. Prowadząc dalej, już w wyobraźni, dzieło podziału, możemy przypuszczać, że najmniejsze cząstki magnesu są *spolaryzowane*; każda zawiera ujemny biegun *s* i dodatni *n*, w każdej odległość od *s* do *n* jest bardzo mała ale nie jest zerem. *Osią magne-*

tyczną molekuły *ns* nazwijmy wektor o długości *ns*, skierowany od *s* do *n*. Dopóki osi molekuł rozrzucone są bezładnie (jak to wskazuje część *A* schematycznego rys. 66-go), sztaba z takich cząstek złożona nie okazuje magnetycznych własności. Lecz jeżeli, pod wpływem zewnętrznego magnesującego działania, osi *sn* zwrócą się, choć przybliżenie, w zgodnych kierunkach (część *B* rys. 66-go), sztaba staje się słabszym lub silniejszym (zależnie od układu cząstek) magnesem. Kiedy więc sztaba stanie się najsilniejszym magnesem, jakim być wogóle może? Wówczas, gdy osi jej wszystkich molekuł ułożą się równolegle do siebie (część *C* rys. 66-go). Znamy istotnie stan t. zw. *nasycenia magnetycznego* czyli możliwie najsilniejszego namagnesowania stali lub miękkiego żelaza; osiągamy go, posługując się wpływem sił magnesujących ogromnych.

Przy pomocy prostych urządzeń możemy zgrubsza naśladować układy magnetycznych molekuł. Wypełniamy szklaną rurkę dość luźno opiłkami żelaznemi, które mocno magnesujemy tak, żeby ułożyły się w łańcuchy i pasma, przybliżenie równoległe do osi rurki; układ zachowuję się mniej więcej jak magnes linjowy, którego bieguny leżą przy końcach rurki; lecz skoro go mocno wstrząśniemy, magnetyczne własności modelu słabną lub znikają. Podobnie słabną albo nikną magnetyczne własności rzeczywistego magnesu, gdy raptownie ogrzejemy go do czerwoności. Bardzo drobne cząstki magnetycznego tlenku żelaza, skłócone z wodą, tworzą zawiesinę mętną, niemal nieprzezroczystą. Rurkę, pełną tej zawiesiny, umieszczamy w silnem polu magnetycznem; wiązka światła, która przez zawiesinę nie mogła poprzednio się przedrzeć, przenika ją teraz z łatwością.

Obrazy czyli porównania molekularne tłumaczą, dlaczego magnetyczne własności magnesów bywają podobne do niedoskonałej sprężystości ciał stałych (§ 9 tomu II-go). Pozostałość magnetyczna, pamiątka po namagnesowaniu (§ 49), jest czemś analogicznem do *trwałych odkształceń* ciał podatnych (plastycznych); istnieją również objawy magnetycznego poddawania i ociągania się oraz «zmęczenia» po namagnesowaniu.

Dla uproszczenia mówiliśmy dotychczas o bardzo wydłużonych, cienkich lub wąskich prętach i sztabach magnesowych. Rzeczywiste magnesy nie mogą oczywiście być linjowe, mają zawsze skończone poprzeczne rozmiary; bieguny takich magnesów nie są umiejscowione w punktach ani nawet w powierzchniach; zamiast właściwych biegunów mamy tu raczej *okolice biegunowe* w pobliżu zakończeń, jak to zresztą wnosimy z najprostszych doświadczeń (rys. 57).



Rys. 67.

Rys. 68.

Magnes krótki i gruby traci łatwo namagnesowanie, o wiele łatwiej aniżeli długi i cienki. *Pierścień* zachowuje wytrwale namagnesowanie, którego mu udzieliliśmy. Wyciąwszy w pierścieniu przerwę (rys. 67), otrzymujemy w niej stosunkowo silne pole magnetyczne; przyciąganiu, sprawianemu przez jedno zakończenie, dopomaga odpychanie wywierane przez drugie. Ale przez tę właśnie

przerwę może łatwo uciec magnetyzm pierścienia; gdy ją wypełnimy t. zw. *zworą* (kawałkiem żelaza, który ją dokładnie zamyka), powstający w zworze indukowany magnetyzm wzmacnia namagnesowanie pierścienia i chroni je od skutków wstrząśnień, zmian temperatury i innych zakłóceń. Odmianą pierścionnego jest pospolity magnes sporządzony w kształcie podkowy (rys. 68); składa się często z warstw cienkich, ponieważ zachowują one namagnesowanie uporczywiej niż grube.

§ 56. *Wektor magnetyczny.*

Dokoła każdego magnesu istnieje, jak wiemy, *pole magnetyczne* czyli zakres przestrzenny, w którym objawiają się siły wywierane przez magnes. Mierzymy te siły według zasad, które przepisuje dynamika. Przypuśćmy, że mamy zbadać pole istniejące dokoła magnesu *NS*. Wyobraźmy sobie inny magnes *ns*, linjowy i nadzwyczajnie długi, a przytem jednostajnie ale słabo namagnesowany; przypuśćmy, że jego północny biegun *n* zawiera dodatnią ilość *m* magnetyzmu, południowy *s* ilość ujemną — *m*. Biegun *n* (który nazywamy znów *wywiadowczym*) wnosimy do uważanego w polu miejsca, przestrzegając warunku, by skojarzony z nim biegun *s* znajdował się o ile podobna najdalej. Obserwując zachowanie się magnesu *ns*, możemy znaleźć wartość siły *F*, która w danym punkcie pola działa na dodatnią ilość *m* magnetyzmu.

Dopóki postać, natura oraz namagnesowanie magnesu *NS* pozostają niezmienne, otaczające go pole pozostaje także niezmienne. Zważajmy atoli, iż siła *F*, której biegun *n* doznaje w różnych punktach pola, zależy nietylko od pola, lecz również od ilości magnetyzmu zawartej w tym biegunie; dlatego wartości *F* same przez się nie wystarczają do opisu pola; dlatego *F* nie jest właściwą, charakterystyczną cechą pola. Skoro jednak, według § 52-go, siła *F* jest proporcjonalna do ilości *m* magnetyzmu zawartej w wywiadowczym biegunie, przeto, gdy założymy

1. $$F = mH,$$

wartość *H* już nie zależy od *m*, zależy tylko od punktu pola, w którym *F* i *H* są utworzone. Podobnie jak *F*, wielkość *H* jest wektorem. Wektor *H* jest umiejscowiony w tej samej prostej, w której leży *F*, ma ten sam kierunek jak *F* i ten sam punkt przyłożenia. Gdy znamy wartość i kierunek *H* w każdym punkcie pola, opisaliśmy w zupełności to pole; dlatego *H* nazywamy *zasadniczym magnetycznym wektorem*.

Przypuśćmy, że biegun wywiadowczy, którym posługujemy się celem zbadania pola, jest obdarzony ilością dodatniego magnetyzmu równą 1 magnetostatycznej jednostce (§ 53); przypuśćmy, że ten biegun w punkcie M pola doznaje działania siły równej 1 dynie; mówimy wówczas, że w punkcie M wartość wektora H wynosi 1 *gauss*. Mamy zatem

2. $$1 \text{ gauss} = 1 \text{ dyna}/1 \text{ magn.-stat. jedn. il. magn.}$$

Wiemy, iż $1 \text{ dyna} = 1 \text{ gr cm/sek}^2$; wiemy również, że

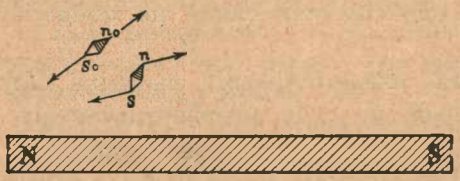
3. $$1 \text{ magn.-stat. jedn. il. magn.} = 1 \text{ gr}^{1/2} \text{ cm}^{3/2}/\text{sek}$$

(§ 53); z wzoru (2) wynika zatem, że

4. $$1 \text{ gauss} = 1 \text{ gr}^{1/2}/\text{cm}^{1/2} \text{ sek}.$$

Fizycy umieją wytwarzać dzisiaj pola, w których wartość H dochodzi do 50000 gaussów.

W punkcie M magnetycznego pola umieszczaliśmy dotychczas biegun północny n obdarzony dodatnią ilością m magnetyzmu. Przypuśćmy, że w to samo miejsce M tego samego pola wnosimy biegun południowy s, zawierający ilość $-m$ magnetyzmu; kierunek siły F odwróci się wówczas (wykręci się o 180^0), ale wartość siły F pozostanie niezmieniona. Przypuśćmy, że w polu znalazła się maleńka, swobodnie ruchoma magnesowa igiełka (rys. 69). Bieguny igiełki przypadają w dwóch różnych punktach pola, w których wektor H ma wogóle wartość rozmaitą i kierunek niejednakowy; lecz jeżeli igiełka jest bardzo krótka, możemy założyć, że siły działające na jej bieguny są równe sobie i skierowane przeciwnie. Gdy zatem oś sn igiełki tworzy dowolny kąt z kierunkiem H, na igiełkę działa para sił (§ 97 tomu I-go), która dąży do jej wykręcenia; igiełka będzie natomiast w równowadze, gdy (jak w $n_0 s_0$) oś jej przybierze kierunek zgodny z kierunkiem miejscowego wektora H. W położeniu równowagi oś igiełki wskazuje więc kierunek wektora H panującego w danem miejscu.



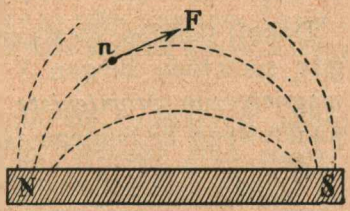
Rys. 69

§ 57. Linje pola magnetycznego.

Linjami pola magnetycznego nazywamy linje, które w każdym punkcie pola biegną zgodnie z kierunkiem miejscowego magne-

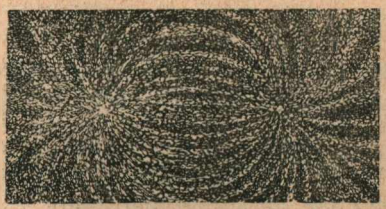
tycznego wektora. Jeżeli w pewnem polu kierunek tego wektora jest wszędzie jednakowy, linje pola są równoległemi do siebie prostemi. Naogół jednak linje pól magnetycznych bywają zakrzywione; wektor H w danem miejscu jest wówczas styczny do przebiegającej przez to miejsce linji. Ponieważ wektor H wskazuje kierunek siły, która w danym punkcie pola jest wywierana na północny biegun n wywiadowczy (§ 56), wynika stąd zatem, że *linje pola wytwarzanego przez magnes kierują się zawsze od jego północnego do południowego bieguna.*

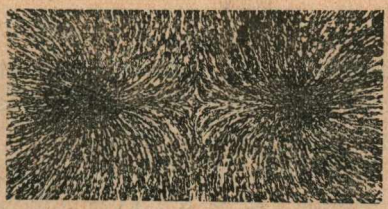
Rozważamy jako przykład pole sprawiane przez magnes linjowy; rys. 70 wskazuje przebieg kilku linij takiego pola. Ażeby zbadać ustrój pola, postępujemy jak w artykule poprzednim. W pobliżu bieguna N umieszczamy północny biegun n wywiadowczy, zakładając, że sprzężony z nim biegun południowy s jest nadzwyczaj odległy. Jeśli biegun n jest swobodny, posuwa się w kierunku działającej nań siły F, zatem w kierunku wektora H. Linja pola, przechodząca przez wybrane miejsce, wskazuje więc kierunek rozpoczynającego się ruchu bieguna; z powodów, które wskazaliśmy w analogicznym przypadku pola elektrycznego (§ 18), nie wyobraża ona całkowitego toru tego bieguna. Gdy biegun n posunął się o mały łuk wzdłuż linji pola, zatrzymajmy go wówczas, odbierzmy mu prędkość nabytą i gdy znieśliśmy tym sposobem skutki bezwładności, pozwólmy mu przebyć następny element linji pola. Gdy tak postępujemy, biegun porusza się nieustannie po danej linji i może przebiec ją całą, od północnego do południowego bieguna magnesu.



Rys. 70.

Silny magnes, kształtu podkowy, ustawiamy biegunami do góry; na biegunach umieszczamy poziomo kartę papieru i posypujemy ją jednostajnie proszkiem drobnych żelaznych opiłek


Rys. 71.


Rys. 72.

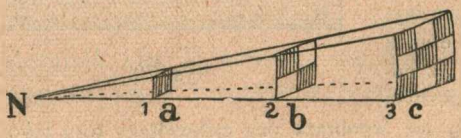
(t. zw. *ferrum limatum*). Lekko wstrząsając kartę, spostrzegamy, że opiłki ułożyły się w zakrzywione pasma, które wcale dokładnie

oddają przebieg linij pola magnetycznego. Otrzymujemy tym sposobem obrazy noszące nazwę *widm magnetycznych.*

Na zasadzie poprzedzających wywodów objaśniamy łatwo powstawanie widm magnetycznych. Jeżeli mała magnesowa igiełka może kręcić się swobodnie, ustanawia się w danem miejscu pola w kierunku wektora H, stycznie do przebiegającej przez owo miejsce linji pola. Każde ziarnko żelaza na karcie magnesuje się przez indukcję, staje się więc niejako maleńką magnesową igiełką. Odskoczywszy od wstrząśniętej karty, opiłki układają się w kierunku elementów linij magnetycznego pola. Na rys. 71 i 72 widzimy widma tworzone przez dwa zbliżone ku sobie bieguny: na rys. 71 przez różnoimienne, na rys. 72 przez jednoimienne dwa bieguny.

§ 58. Wiązki pola magnetycznego.

Dokoła skupionego w punkcie, północnego bieguna N magnesu, gdy sprzężony biegun S znajduje się daleko, tworzy się pole magnetyczne *promieniste*, podobnie jak dokoła elektrycznego punktowego dodatniego ładunku powstaje elektryczne pole promieniste (§§ 18 i 20). Linje promienistego pola są proste i wybiegają jak promienie z bieguna N (rys. 73). Poprowadźmy z punktu N ostry stożek, którego tworzącemi są linje pola; taki stożek nazywamy *wiązką pola* (wytwarzanego przez biegun punktowy). Zbudowawszy dokoła punktu N jako środka powierzchnie kuliste o coraz dłuższych promieniach r, widzimy, że wiązka wycina z tych powierzchni elementy coraz większej rozległości s. Podług §§ 52 i 56-go wartość magnetycznego wektora H w odległości r od bieguna obdarzonego ilością M magnetyzmu wynosi M/r^2; otrzymujemy zatem



Rys. 73.

$$1. \qquad Hs = \text{stałej},$$

podobnie jak w § 20-ym. Im szersza jest wiązka w danem miejscu pola, tem ono w tem miejscu jest słabsze; im wiązka jest węższa, tem pole jest silniejsze.

Z bieguna N możemy wyprowadzać liczbę wiązek dowolną; podobnie jak w § 20-ym, umówmy się odtąd, że będziemy z N wyprowadzali $4\pi M$ wiązek, gdzie M jest liczbową wartością M czyli oderwaną liczbą wskazującą, ile jednostek ilości magnetyzmu zawiera się w M. Rozumując dokładnie tak samo jak w § 20-ym, dochodzimy do wniosku następującego: *jeżeli z bie-*

guna N zawierającego dodatnią ilość M magnetyzmu każemy w wyobraźni wybiegać $4\pi M$ *wiązkom, wówczas liczba L wiązek, przecinających normalnie* 1 cm^2 *w danem miejscu pola, wyraża liczbową wartość* H *panującego tam wektora H.*

Wyobraźmy sobie dla ilustracji, że z bieguna *N* wybiegło 108 wiązek pola; biegną one dalej wszystkie przez przecięcia *a, b, c* (rys. 73) poprowadzone normalnie do promienia *r* w odległościach 1 cm, 2 cm, 3 cm od *N*. Przecięcie *a* ma 1 cm^2, *b* ma 4 cm^2, *c* ma 9 cm^2 rozległości; zatem przez 1 cm^2 leżący w odległości 1 cm od *N* przebiega 108 wiązek, przez 1 cm^2 leżący w odległości 2 cm od *N* przebiega 27 wiązek, przez 1 cm^2 leżący w odległości 3 cm od *N* przebiega już tylko 12 wiązek. Ponieważ

2. $$108 : 27 = 2^2 : 1 \quad \text{oraz} \quad 108 : 12 = 3^2 : 1,$$

widzimy zatem, że, jeżeli w miejscu przecięcia *a* wartość *H* wynosi np. 108 gaussów, tedy w miejscu *b* wynosi 27 gaussów, w miejscu *c* już tylko 12 gaussów. Liczba *L* wiązek przebiegających przez 1 cm^2 normalnie wyraża wszędzie wartość liczbową panującego tam wektora *H*.

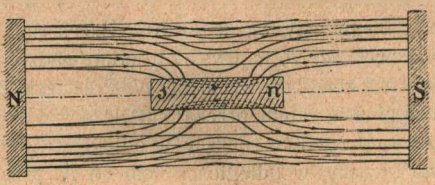
W podobny sposób będziemy starali się uzmysłowić ustrój innych, zawilszych pól magnetycznych. *Wiązką pola magnetycznego* nazwiemy wąską rurkę, której pobocznica składa się z linij pola. Będziemy sobie wyobrażali, że z bieguna *N* wybiega $4\pi M$ wiązek, gdzie M jest liczbową wartością dodatniej ilości *M* magnetyzmu zawartej w biegunie; do południowego bieguna *S*, obdarzonego ujemną ilością — *M* magnetyzmu, wbiega wówczas $4\pi M$ wiązek. Wiązki rozszerzają się poprzecznie w miejscach, w których pole jest słabe; kurczą się, gdzie pole jest silne; liczba wiązek, przecinających normalnie 1 cm^2, wyraża liczbową wartość panującego w danem miejscu wektora *H*.

Wyobraźmy sobie pole, w którem wektor *H* ma wszędzie jednakową wartość i jednakowy kierunek; tak zbudowane pole magnetyczne (podobnie jak analogiczne elektryczne, § 20) nazywamy *jednorodnem*. Linie jednorodnego pola są wszędzie proste, do siebie równoległe; wiązkami pola są walce proste, których osi są równoległe; liczba wiązek, normalnie przebiegających przez 1 cm^2, jest wszędzie ta sama. Bardzo jest trudno rzeczywiście wytworzyć pole ściśle jednorodne. Przypuśćmy, że zwrócone ku sobie powierzchnie przeciwnych biegunów dwóch magnesów (których pozostałe bieguny są bardzo odległe) znajdują się w nieznacznym od siebie odstępie; środkowa część pola będzie przybliżenie jednorodna. W środkowej części szczupłej przerwy pierścienngo magnesu (rys. 67) tworzy się podobnie pole przybliżenie jednorodne.

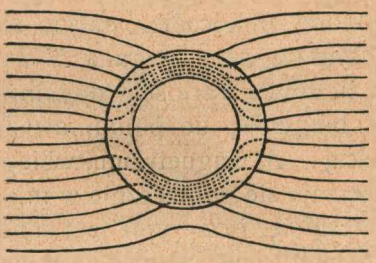
§ 59. Żelazo w polu magnetycznem.

Wyżarzywszy kawałek żelaza (ażeby pozbawić go śladów przypadkowego magnetyzmu), wprowadzamy go do pola magnetycz-

nego; w żelazie przez indukcję budzi się namagnesowanie. Będąc magnesem, żelazo tworzy teraz w otoczeniu nowe, własne pole, które dodaje się do pierwotnego; powstaje pole wypadkowe, ostateczne; zwłaszcza w sąsiedztwie żelaza może ono być zupełnie różne od pierwotnego. Wyobraźmy sobie naprzykład, że pole pierwotne *SN* (rys. 74) było jednorodne; jego linje na rys. 74-ym są wskazane jako cienkie, proste linje. Do pola *SN* wprowadzamy prostopadłościenną sztabkę żelazną *ns*; krzywe grube na rys. 74-ym wyrażają przebieg linij zmienionego czyli wypadkowego pola. Na rys. 75-ym widzimy podobnie przebieg linij pola, które pierwotnie było jednorodne, zostało zaś zakłócone przez wniesienie żelaznego pierścienia. Widzimy, iż żelazo zachowywa się tak, jak gdyby pociągało ku sobie linje pierwotnego pola; dlatego w jednych zakresach pola linje gęstnieją, w innych rzedną; w pierwszych pole wzmaga się zatem, w drugich słabnie; w okolicy naprzykład otoczonej przez pierścień pole znika niemal zupełnie. Grubościenne naczynie żelazne osłania podobnie swe wnętrze przed każdem polem magnetycznem zewnętrznem.



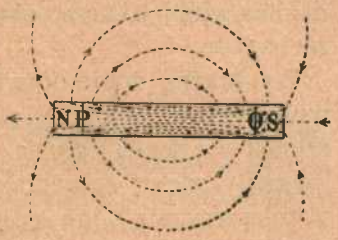
Rys. 74.


Rys. 75.

Mówiliśmy dotychczas, iż linje wychodzą z północnego bieguna magnesu, wchodzą zaś do południowego; mówiliśmy więc tylko o przebiegu linij przez powietrze lub próżnię. Za przykładem Faradaya i Maxwella prowadzimy linje również i w łonie żelaza, przedłużając te, które biegną w powietrzu lub próżni; linjom w żelazie idącym nadajemy zatem kierunek od południowego, przez indukcję wzbudzonego bieguna do (podobnie wytworzonego) północnego. Tak prowadzone, na rys. 74 i 75 kropkowane linje skupiają się w żelazie i, jak widzimy, stłaczają się ciasno.

Namagnesowanie trwałego (np. stalowego) magnesu nie różni się niczem istotnem od wzbudzonego (np. w miękkiem żelazie)

przez indukcję; możemy wyobrazić sobie, iż namagnesowanie trwałego magnesu jest pozostałością, którą on zachował, gdy oddalono pole magnesujące. Do pola i do wnętrza trwałego magnesu możemy więc zastosować sposób prowadzenia linij i wiązek, którym przed chwilą posługiwaliśmy się, rozważając zachowanie się żelaza namagnesowanego przez indukcję. Wyobraźmy sobie magnes trwały NS (rys. 76); linje otaczającego go pola wychodzą z północnego bieguna i zmierzają, biegnąc w powietrzu, ku południowemu; prowadzimy je dalej wewnątrz magnesu, tak iż kierują się w nim od południowego do północnego bieguna. Odosobnijmy w myśli niewielką część NP magnesu, przylegającą do N; gdybyśmy oddzielili tę część NP od reszty PS, byłaby ona sama przez się całkowitym magnesem; linje, które z niej wyszły, musiałyby do niej powrócić. Z zewnętrznej powierzchni części NP (z tej, która graniczy z powietrzem) linje wybiegają nazewnątrz; przez płaszczyznę P wewnętrznego przecięcia (zatem w żelazie) linje wracają do NP, zmierzając ku N. Podobnie rozumujemy, rozważając część QS, przylegającą do południowego bieguna.



Rys. 76.

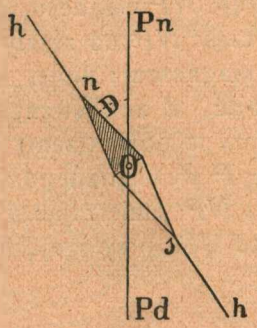
§ 60. *Pole magnetyczne ziemskie.*

W §§ 48 i 51-ym wspomnieliśmy już o tem pokrótce, że kula ziemska jest magnesem; powiedzieliśmy, że mieszkamy w pewnem polu magnetycznem, stosunkowo dość słabem, stworzonem przez samą przyrodę. Choć w najogólniejszym zarysie, poznajmy budowę tego t. zw. *ziemskiego* pola magnetycznego.

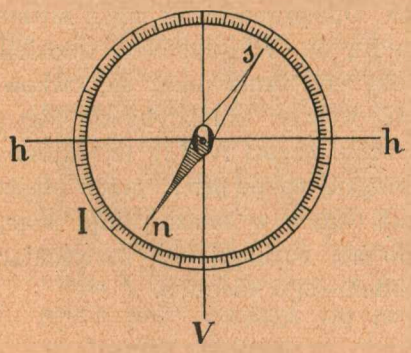
Przypuśćmy, iż igła magnesowa ns może poruszać się tylko w płaszczyznie *poziomej*, dokoła osi nieruchomej pionowej; w tej jednak poziomej płaszczyznie może poruszać się zupełnie swobodnie. Taką igłę magnesową nazywamy *deklinacyjną*. Gdy igła jest w równowadze, oś jej sn ustanawia się w płaszczyznie tworzącej pewien kąt z płaszczyzną geograficznego południka. Niechaj płaszczyzna rys. 77-go wyobraża płaszczyznę poziomą; prosta Pd-Pn niechaj będzie przecięciem płaszczyzny poziomej z płaszczyzną południka geograficznego; O-Pn idzie na północ,

O-Pd na południe. Płaszczyzna *hh* poprowadzoną przez *sn* prostopadle do płaszczyzny poziomej, nazywa się *magnetycznym południkiem*; ostry kąt dwuścienny, zawarty między płaszczyznami geograficznego i magnetycznego południka, nazywa się *deklinacją* $\mathfrak{D}$ lub *magnetycznem zboczeniem.* Biegun północny igły deklinacyjnej zbacza obecnie w Polsce przybliżenie o 5° ku zachodowi.

Wyobraźmy sobie doświadczenie odmienne. Igłę magnesową *ns* umieszczamy na osi nieruchomej *poziomej*, przechodzącej przez środek ciężkości igły a zarazem prostopadłej do płaszczyzny magnetycznego południka; igła może zatem poruszać się tylko w płaszczyźnie tego południka, ale w niej poruszać się może zupełnie swobodnie. Taką igłę nazywamy *inklinacyjną*. Niechaj



Rys. 77.



Rys. 78.

płaszczyzna rys. 78-go wyobraża płaszczyznę południka magnetycznego; *OV* niechaj będzie w niej kierunkiem pionowym ku dołowi idącym, *hOh* niechaj będzie kierunkiem poziomym czyli przecięciem płaszczyzny magnetycznego południka z płaszczyzną poziomą. Gdybyśmy spółcześnie w Polsce ustawili taką igłę inklinacyjną, przekonalibyśmy się, że ona jest w równowadze, gdy biegun *n* wskazuje pod poziom prostej *hh*. Ostry kąt *hOn*, zawarty między kierunkiem osi *sn* a najbliższym kierunkiem *Oh*, nazywamy *inklinacją* $\mathfrak{J}$ lub *magnetycznem nachyleniem*; wynosi on obecnie w Polsce około 66°.

Dwa kąty, których określenia poznaliśmy, deklinacja $\mathfrak{D}$ oraz inklinacja $\mathfrak{J}$, wyznaczają kierunek, który, w danem miejscu powierzchni ziemi, przybiera oś igły znajdującej się w równowadze. Jak z § 56-go wiadomo, w każdem miejscu pola magnetycznego

oś małej igiełki ustanawia się w kierunku wektora H pola; kąty $\mathcal{D}$ oraz $\mathcal{I}$ wyznaczają zatem kierunek wektora H pola panującego w danem miejscu powierzchni ziemi. Ażeby w pełni poznać ów wektor, powinniśmy nadto jeszcze wiedzieć, jaka jest jego wartość lub jaka jest wartość jednej z pomiędzy jego składowych; praktycznie najważniejsza jest składowa pozioma h wektora H:

$$1. \qquad h = H \cos \mathcal{I}$$

czyli t. zw. *składowa pozioma natężenia magnetyzmu ziemskiego* w danem miejscu; wynosi ona obecnie w Polsce około 0·19 gaussa. Wielkości $\mathcal{D}$, $\mathcal{I}$ oraz h nazywamy zazwyczaj *elementami magnetycznemi* miejsca wybranego na powierzchni ziemi.

Rys. 79 streszcza, co powiedzieliśmy: oto objaśnienie użytych w nim oznaczeń:

O miejsce spostrzeżeń na powierzchni ziemi

OPhZ płaszczyzna pozioma w *O*

OV kierunek pionowy ku dołowi

OVpP płaszczyzna południka geograficznego

OP ku północy, *OZ* ku zachodowi

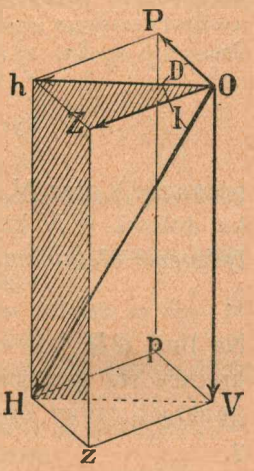
OVHh płaszczyzna południka magnetycznego

OH wektor magnetyczny całkowity *H*

Oh składowa pozioma nat. magn. ziemskiego

$\mathcal{D}$ deklinacja (zboczenie magnetyczne)

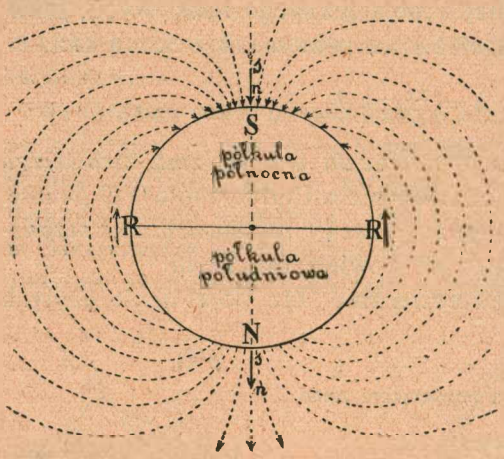
$\mathcal{I}$ inklinacja (nachylenie magnetyczne)



Rys. 79.

Pole ziemskie magnetyczne zaczęto badać dokładniej dopiero w drugiej połowie XIX-go stulecia; obecnie badanie to jest prowadzone z usilnością i skrzętnością największą. Ucywilizowane narody utworzyły dziś zasobne obserwatorja magnetyczne; w Polsce mamy dotychczas tylko skromną stację w Świdrze pod Warszawą. Liczne lądowe i morskie wyprawy magnetyczne (np. podróże okrętu Gauss Instytucji Carnegie w Waszyngtonie) uzupełniają pracę zakładów stałych. Do jakich wyników doprowadziły te spostrzeżenia?

Zgrubsza przybliżone (acz nader niedokładne) wyobrażenie o budowie magnetycznego pola, otaczającego kulę ziemską, możemy powziąć z rys. 80-go. Widzimy tu linje pola, które wybiegają z powierzchni półkuli magnetycznej południowej i wbiegają do powierzchni półkuli magnetycznej północnej. Jak wiemy, w każdem miejscu pola igła magnesowa kręcąca się swobodnie ustawiałaby się stycznie do linji przebiegającej przez dane miejsce; oś *sn* igły byłaby zwrócona w kierunku wskazanym na rycinie przez strzałki. Igła ustawia się zatem *pionowo* w sąsiedztwie punktów *S* (w półkuli północnej) oraz *N* (w południowej); biegun *n* igły wskazuje w *S* ku dołowi, w *N* ku górze. Punkty te *S* i *N* nazywają się *magnetycznemi biegunami ziemi.* W biegunach magnetycznych mamy



Rys. 80.

2. $$\mathcal{J} = 90^0; \quad h = 0.$$

Na linji *RR* tak zwanego *magnetycznego równika* swobodnie kręcąca się igła magnesowa ustawia się *poziomo*; we wszystkich punktach takiej linji mielibyśmy

3. $$\mathcal{J} = 0^0; \quad h = H.$$

Wyprawy podbiegunowe dotarły kilkakrotnie do magnetycznych biegunów ziemi. Według Sir James Rossa biegun *S* leżał w r. 1831 wewnątrz wyspy Boothia Felix, należącej do Dominjum Kanady, na północ od lądu stałego Ameryki Północnej. Kapitan Amundsen znalazł go w r. 1905 nieco dalej na zachód, pod 70° 5′ szer. półn., 96° 46′ dług. zach. Biegun *N* ziemi, odkryty w r. 1909 przez wyprawę angielską Shackletona, znajduje się pod 72° 25′ szer. płdn., 154° dług. wsch. Położenie magnetycznych biegunów może być do pewnego stopnia przypadkowe, może zależeć np. od natury sąsiednich części skorupy ziemskiej; ważniejsze jest położenie idealnej *osi magnetycznej* naszej planety, wynikające z ogółu jej magnetycznych własności.

Jak powiedzieliśmy, pole magnetyczne ziemskie nie jest bynajmniej tak proste, jak wynikałoby z rys. 80-go. Linje pola nie są płaskiemi krzywemi; południki magnetyczne wiją się nieregularnie po powierzchni ziemi. Linje krzywe wska-

zujące w każdem miejscu powierzchni ziemi kierunek jej przecięcia z miejscowym południkiem magnetycznym (t. zw. linje Duperreya) biegną od jednego magnetycznego bieguna do drugiego, przecinając się najrozmaiciej z geograficznemi południkami.

W danem miejscu powierzchni ziemi elementy magnetyczne nie zachowują stałych wartości; całe pole zmienia się nieustannie. Jedne zmiany elementów, t. zw. *wiekowe*, odbywają się powoli lecz trwale i po dłuższych okresach czasu dochodzą do znacznych wartości; inne zmiany dokonywają się *perjodycznie*, powtarzają się zatem i znowu znikają w rozmaitych, krótkich i długich okresach; niekiedy wydarzają się także skoki nagłe, niespodziewane, które nazywamy *magnetycznemi zaburzeniami*.

W wielkim trudzie, z wytrwałym zapałem badają uczeni zjawiska magnetyzmu ziemskiego; dlaczego to czynią? Słabe pole magnetyczne ziemskie odegrało istotną rolę w dziejach rasy ludzkiej. Kierując się wskazówkami busoli, mieszkańcy zachodniej Europy odważyli się wypłynąć na oceany, co ich doprowadziło do poznania i opanowania niemal całej powierzchni ziemi. Ale nietylko w morskiej żegludze; igła magnesowa ma również zastosowanie w górnictwie, w lotnictwie. Jakkolwiek jednak doniosłe są praktyczne korzyści nauki, nie one są istotnym jej celem i prawdziwą jej troską. Magnetyzm, zwany ziemskim, *nie* jest wyłącznie ziemskiem zjawiskiem; jest również objawem węzłów i związków, dziś jeszcze niedosyć jasnych, które ziemię naszą łączą ze słońcem i z innemi okruchami wszechświata.

Zadania.

1. Magnes umieszczamy na korku, korek na powierzchni wody. Czy korek popłynie na północ lub na południe? jak zachowa się?

2. Gdy ważymy kawałek żelaza, czy powinniśmy obawiać się wówczas, ażeby wpływ magnetyzmu ziemi nie wywołał błędu w pomiarze?

3. Dwie igiełki stalowe wiszą obok siebie, uczepione oczkami na nici; jak zachowają się, gdy zbliżymy ku nim silny magnes od dołu?

4. Biegun N silnego magnesu zbliża się z wielkiej odległości do bieguna n igły słabo namagnesowanej; co dostrzegamy?

5. Nie wiedząc, czy igła jest namagnesowana, badamy ją magnesem; czy możemy odpowiedzieć, że jest, gdy zauważymy odpychanie?

6. Dwa magnesy linjowe jednakowej długości, jednostajnie i jednakowo namagnesowane, ustawiamy w jednej prostej, zawsze w tej samej od siebie odległości; raz zwracamy ku sobie jednoimienne, drugi raz różnoimienne bieguny. Czy odpychanie w pierwszem położeniu jest równe przyciąganiu w drugiem?

7. W polu linjowego, jednostajnie namagnesowanego magnesu NS znajduje się krótki, linjowy, jednostajnie (lecz słabo) namagnesowany magnes ns; w dowolnie wybranej skali narysować wypadkowe siły działające na bieguny N, S, n, s.

8. Po wielu próbach udało nam się sporządzić magnes, którego każdy biegun zawiera 1 magn.-stat. jednostkę ilości magnetyzmu. Chcemy znaleźć ilość magnetyzmu w dowolnym innym magnetycznym biegunie. Gdy wzajemna odległość badanego i jednostkowego bieguna wynosi 1 cm, siły między niemi czynne wynoszą 3 dyny; jaka jest ilość magnetyzmu w badanym biegunie? Oddalamy ten biegun do 2 cm; jaka działa nań siła?

9. Ilość magnetyzmu w biegunie N wynosi 27 magn.-stat. jedn.; znaleźć wartość i kierunek wektora H pola wytwarzanego przez N w odległości 3 cm, jeżeli biegun S jest bardzo odległy. Porównać wartość znalezioną z wartością składowej poziomej natężenia magnetyzmu ziemskiego w Polsce.

10. Drut sporządzony z miękkiego żelaza i wyżarzony następnie umieszczamy w kierunku linji pola magnetycznego ziemskiego; jakiego skutku możemy oczekiwać?

11. Ilość magnetyzmu biegunów N i S linjowego magnesu, długości 10 cm, wynosi $+10$ i -10 magn.-stat. jednostek. Jakie pole panuje w punktach P, Q leżących w przedłużeniu osi SN, w odległości 20 cm od biegunów?

12. Za oś magnetyczną ziemi uważamy prostą, łączącą magnetyczne bieguny; czy oś ta przechodzi przez środek kuli ziemskiej?

13 Czy możemy obliczyć składowe Oh, OP, OZ, OV (rys. 79), znając wartość H oraz kąty $\mathcal{D}$ i $\mathcal{J}$? Znając OP, OZ, OV, jak obliczyć H? Znając Oh i $\mathcal{J}$, jak obliczyć OV?

14. Podróżnik posuwa się po powierzchni kuli ziemskiej, idąc wciąż w kierunku wskazywanym przez oś deklinacyjnej igiełki; po jakiej linji odbywa się podróż? dokąd zaprowadzi? Dokąd zaszedłby podróżnik, który zwracałby się zawsze przeciwnie do kierunku wskazywanego przez oś deklinacyjnej igiełki?

15. Punkty środkowe dwóch identycznych magnesów linjowych złączono ze sobą, skrzyżowawszy osi magnesów pod kątem prostym. Jeżeli umieścimy ten układ na osi pionowej, przechodzącej przez wspólny środek magnesów, jakie przybierze on położenie w polu magnetycznem ziemskiem?

16. Łódź podwodna, zbudowana ze stali, jest (w głębi wód) ze wszystkich stron całkowicie zamknięta; czy we wnętrzu takiej łodzi możemy w zwykły sposób korzystać ze wskazówek żeglarskiego kompasu?

ROZDZIAŁ CZWARTY.

Pole magnetyczne prądu.

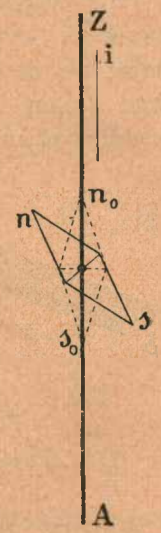
§ 61. Odkrycie Oersteda.

Już w końcu XVIII-go stulecia zaczęto przypuszczać, że między elektrycznemi a magnetycznemi zjawiskami istnieje jakowaś łączność i spójnia; ale poszukiwano jej tam, gdzie (jak dziś wiemy) nie istnieje. Spoczywający przewodnik, na którym elektryczny ładunek znajduje się w równowadze, nie tworzy w otoczeniu pola magnetycznego. Zjawiska elektrostatyczne z magnetostatycznemi *nie* mają związku.

Do swobodnie kręcącej się magnesowej igiełki *ns* zbliżamy przewodnik *C* silnie naelektryzowany. Ładunek elektryczny ciała *C* budzi indukowane ładunki w stalowej igiełce, dlatego pomiędzy *C* a *ns* możemy zauważyć działanie pewnych sił; ale przekonywamy się łatwo, że są to siły elektrostatyczne. Duża zasłona, wyrobiona z cynku, glinu lub miedzi, przecina wszelkie pomiędzy *C* a *ns* oddziaływania; wstawiona pomiędzy igiełkę *ns* a magnes *NS*, nie zakłóca wcale sił czynnych pomiędzy magnetycznemi temi układami.

Bliski natomiast związek istnieje pomiędzy magnetyzmem a zjawiskiem prądu elektrycznego: *prąd elektryczny tworzy pole magnetyczne w całem swem otoczeniu*. Odkrycia tego faktu, doniosłości niezmiernej, dokonał w r. 1820 H. Chr. Oersted w Kopenhadze.

Wyobraźmy sobie igiełkę magnesową deklinacyjną; gdy oś igiełki przypada w płaszczyznie miejscowego południka magnetycznego, nie dąży ona, jak wiadomo, do wyjścia z tej płaszczyzny. Przypuśćmy, że *ponad* igiełką, w tejże płaszczyznie magnetycznego południka, biegnie poziomo długi, prosty drut metalowy, przez który przepuszczamy prąd elektryczny; skoro połączenia zostały uskutecznione, igiełka wychyla się z płaszczyzny magnetycznego



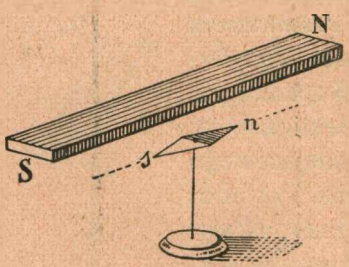
Rys. 81.

południka. Przypuśćmy, że płaszczyzna rys. 81-go jest pozioma; AZ jest leżącym w niej drutem, w którym w kierunku od A do Z płynie prąd elektryczny; płaszczyzna południka magnetycznego jest pionowa i przecina się wzdłuż prostej AZ z płaszczyzną poziomą. Dopóki w drucie AZ niema jeszcze prądu, oś igiełki magnesowej zajmuje położenie $s_0 n_0$; gdy prąd płynie, igiełka wykręca się, jej oś przybiera położenie sn; gdy patrzymy z góry, wydaje nam się, że biegun n odchylił się w lewo, biegun s w prawo. Oś igiełki w położeniu sn wskazuje kierunek wektora panującego pola; lecz pole to składa się oczywiście z dwóch pól: (I) z pola magnetycznego ziemskiego (II) z pola magnetycznego, tworzonego przez prąd elektryczny. To drugie pole będziemy nieraz nazywali *elektromagnetycznem polem.*

Powtórzmy opisane doświadczenie, zmieniając jego układ w jednym tylko względzie: przypuśćmy, że drut AZ leży *pod* igiełką ns zamiast, jak poprzednio, nad nią. Gdy prąd płynie (od A do Z jak poprzednio), biegun n odchyla się w prawo, biegun s w lewo, wprost przeciwnie niż w doświadczeniu poprzedniem.

§ 62. Magnetyczne pole towarzyszące prostolinjowemu prądowi.

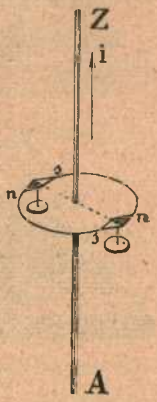
Pole magnetyczne ziemskie było nam tylko przeszkodą w badaniu sił, wywieranych na magnesy przez prąd elektryczny; dodając się do pola elektromagnetycznego, zasłaniało przed nami jego prostą i niezmiernie piękną budowę. Spróbujmy zrównoważyć wpływ pola ziemskiego przy pomocy t. zw. *kierowniczego* magnesu. Przypuśćmy, że pod wpływem pola ziemskiego igła magnesowa przybrała położenie ns w płaszczyźnie południka magnetycznego (rys. 82). Do igły zbliżamy silny magnes, którego oś SN umieszczamy również w płaszczyźnie południka magnetycznego, równolegle do osi sn. Działanie kierowniczego magnesu SN sprzeciwia się wpływowi pola ziemskiego: zdala go osłabia, zbliska go zwycięża, zmuszając igłę do wykręcenia się o 180°. Znajdujemy łatwo położenie magnesu, w którem jego działanie na igiełkę znosi



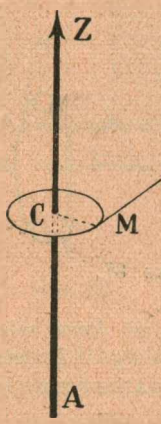
Rys. 82.

wpływ pola ziemskiego. Powtarzając doświadczenie Oersteda przy pomocy igiełki, którą (wiadomym teraz sposobem) wyjęliśmy z pod wpływu pola ziemskiego, przekonywamy się, że w położeniu równowagi oś *sn* igiełki ustanawia się *prostopadle* do kierunku prądu *AZ*.

Sprawdźmy, czy wniosek ten stosuje się ogólnie. Ustawiamy pionowo drut *AZ*, w którym prąd elektryczny płynie w kierunku od *A* do *Z*; w sąsiedztwie umieszczamy magnesową igiełkę *ns* ruchomą w płaszczyznie poziomej (rys. 83). Usunąwszy igiełkę z pod wpływu pola ziemskiego, spostrzegamy, że oś igły ustanawia się wszędzie prostopadle do kierunku prądu. Przypuśćmy, że, jak na rys. 84-ym, prąd w *AZ* płynie pionowo do góry; chcemy poznać kierunek wektora *H* pola elektromagnetycznego w miejscu *M*. Z punktu *M* prowadzimy prostą *MC* prostopadłą do *AZ*; promieniem *CM*, w płaszczyznie prostopadłej do *AZ*, zataczamy obwód koła; wektor *H* magnetycznego pola tworzonego w *M* przez prąd *AZ* jest umiejscowiony w stycznej *MH* poprowadzonej w *M* do obwodu koła. Koło zbudowane promieniem *CM* w płaszczyznie prostopadłej do *AZ* jest zatem *linją pola* elektromagnetycznego, przechodzącą przez punkt *M*. *Linje pola magnetycznego towarzyszącego prostolinjowemu prądowi są kołowe.*



Rys. 83.



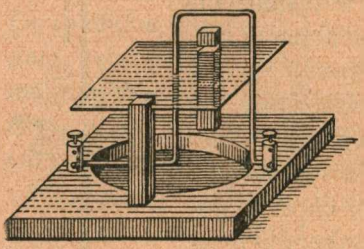
Rys. 84.

Rys. 85.

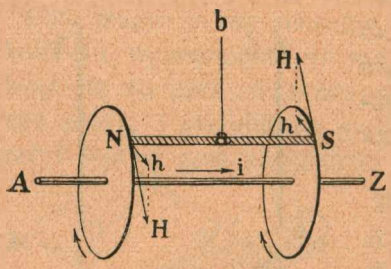
Znamy już umiejscowienie wektora *H*; w którą stronę stycznej jest on zwrócony? Odwróćmy kierunek prądu w drucie *AZ*; przypuśćmy, że prąd płynie pionowo ku dołowi (rys. 85). Oś *sn* igły ustanawia się znów prostopadle do kierunku prądu ale zwraca się w kierunku przeciwnym poprzedniemu kierunkowi; kierunek wektora *H* odwraca się zatem, gdy prąd się odwraca. Wypowiadamy teraz twierdzenie, które obejmuje wszystkie przypadki. Wyobraźmy sobie obserwatora tak umieszczonego, iż prąd elektryczny płynie przez niego, od stóp ku głowie; spo-

glądając na punkt *M* (ryss. 84 i 85), obserwator dostrzega, iż *obrót wskazywany przez wektor H odbywa się w kierunku przeciwnym kierunkowi ruchu wskazówek na tarczy zegara.* Prawidło to, zwane *regułą Ampère'a*, rozstrzyga o kierunku wektora pola elektromagnetycznego w uważanym przypadku.

Przez środek cienkiej szyby szklanej (lub karty tektury) przechodzi drut metalowy (rys. 86), w którym płynie dość silny prąd elektryczny; szyba jest posypana jednostajnie pyłem drobnych żelaznych opiłek. Lekko wstrząsając szybę, otrzymujemy *widmo* pola elektromagnetycznego, podobnie jak w rozdz. III-im wytwarzaliśmy widma pól magnetycznych statycznych. Na tak otrzymanych widmach występuje wyraźnie kołowa postać linij pola magnetycznego, towarzyszącego prostolinjowemu prądowi. Owa kołowa postać linij pola zasługuje na szczególną uwagę; wynika z niej jasno, że prąd nie przyciąga wprost ku sobie magnetycznych biegunów ani ich od siebie wprost nie odpycha; prąd usiłuje zmusić bieguny do ruchu po orbitach kołowych, do własnego swego kierunku poprzecznych; biegun północny w kierunku wektora *H*, biegun południowy w przeciwnym. Po raz pierwszy spotykamy się z takiem *wykręcającem* działaniem. Elektromagnetyczne siły, jak widzimy, różnią się istotnie od powszechnego ciążenia, od elektrostatycznych i magnetostatycznych sił, które sprowadzają się wszystkie do przyciągań lub odpychań umiejscowionych w linjach prostych: od masy do masy, od ładunku do ładunku, od bieguna do bieguna.



Rys. 86.



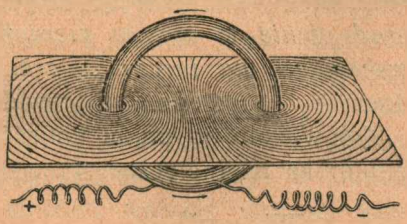
Rys. 87.

Powróćmy jeszcze raz do doświadczenia Oersteda. Przypuśćmy, że prąd płynie poziomo w drucie *AZ* (rys. 87), w kierunku od *A* do *Z*. Magnes *NS* umieszczony w pobliżu, również poziomo, na pionowej osi *ab*, doznaje sił *H*, *H* od prądu *AZ*; poziome składowe *h*, *h* tych sił tworzą parę sił, która skłania magnes *NS* do obrotu dokoła osi *ab*; por. §§ 88 i 97 tomu I go. Zdajemy sobie teraz sprawę z mechanizmu doświadczenia Oersteda i możemy łatwo rozważyć jego rozmaite przypadki.

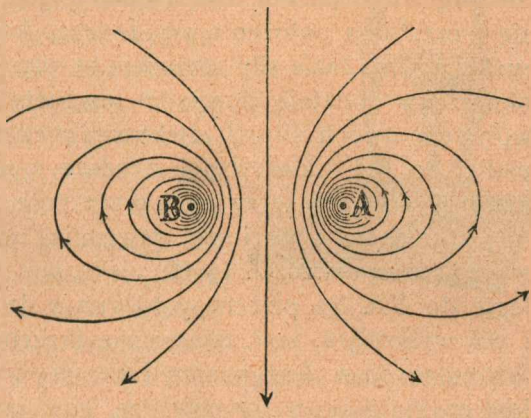
§ 63. *Magnetyczne pole towarzyszące kołowemu prądowi.*

Przypuszczaliśmy w artykule poprzednim, że prąd, który sprawia pole magnetyczne, płynie w drucie bardzo długim i prostym. Przypatrzmy się teraz innemu przypadkowi. Przypuśćmy, że prąd

płynie w drucie mającym postać obwodu koła; zbadajmy pole, które tworzy się w środku koła. Posługujemy się znowu prostym sposobem widm magnetycznych. Prostopadle do szyby lub karty papieru umieszczamy kołowy obwód prądu (rys. 88); połowa obwodu znajduje się pod szybą, druga połowa nad nią. Z widma, które otrzymujemy, wnosimy o postaci linij elektromagnetycznego pola (rys. 89). Tuż koło obwodu linje są niemal kołowe; nieco odleglejsze linje okrążają jeszcze prąd w krzywych zamkniętych ale już nie są kołami. W każdem miejscu pola wektor H jest styczny do przebiegającej przez to miejsce linji pola. Umieszczając w polu igiełkę magnesową deklinacyjną, przekonywamy się, w którą stronę stycznej kieruje się wektor H. Przypuśćmy, że w punkcie A (rys. 89) prąd płynie *do góry* (z pod poziomej płaszczyzny rysunku ponad nią); że przeciwnie w punkcie B płynie *ku dołowi* (z ponad płaszczyzny rysunku pod nią); strzałki rys. 89-go wskazują, jak wówczas skierowany jest w różnych miejscach wektor H. Wyobrażając sobie obserwatora, bądź w A (stopy pod płaszczyzną rysunku, głowa nad nią) bądź w B (wprost przeciwnie), spostrzegamy, że *kierunek wektora H zgadza się wszędzie z regułą Ampère'a.* W okolicy środka obwodu prądu linje wyprostowują się; pole zbliża się tam do pola jednorodnego; linje pola w tem miejscu stają się prostopadłe do płaszczyzny obwodu; skierowanie wektora H wynika tu oczywiście z jego skierowania w linjach sąsiednich. *Osią* kołowego obwodu nazwijmy linję prostą poprowadzoną przez jego środek, prosto-



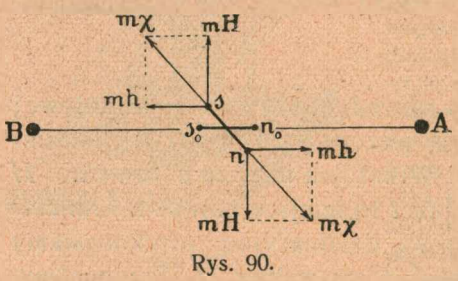
Rys. 88.



Rys. 89.

padle do jego płaszczyzny; w osi tej wyobraźmy sobie obserwatora tak umieszczonego, że wektor H przebiega przezeń od stóp ku głowie; *patrząc na obwód, obserwator dostrzega, że prąd płynie w nim w kierunku przeciwnym kierunkowi ruchu wskazówek na tarczy zegara.* Nowa ta reguła zgadza się widocznie z poprzednią, z prawidłem Ampère'a.

Kołowy obwód prądu umieśćmy w płaszczyznie miejscowego południka magnetycznego; następnie, przy pomocy małej deklinacyjnej igiełki $n_0 s_0$ (rys. 90) zbadajmy pole w okolicy środka obwodu. Pozioma płaszczyzna rys. 90-go jest prostopadła do płaszczyzny obwodu, który przedstawia się w rzucie jako prosta AB. Jak w rys. 89-ym, przypuszczamy, że prąd płynie w A do góry, w B na dół. Pod działaniem prądu oś igiełki odchyla się i przybiera położenie sn, tworząc kąt θ z pierwotnym kierunkiem $s_0 n_0$. Jakie siły sprawiają to odchylenie? Biegun n igiełki, obdarzony dodatnią ilością m magnetyzmu, znajduje się pod wpływem dwóch sił: (I) elektromagnetycznej siły mH, prostopadłej do BA, skierowanej zgodnie z regułą przed chwilą podaną (II) siły mh sprawianej przez pole magnetyczne ziemskie; h jest składową poziomą natężenia magnetyzmu ziemskiego w miejscu spostrzeżeń (§ 60); siła mh jest skierowana równolegle do BA. Na przeciwny biegun s działają siły, również mH i mh wynoszące, lecz skierowane przeciwnie niż te, które przyłożone są do n. Rozumiejmy przez $m\chi$ wypadkową sił mH i mh; igła znajduje się w równowadze, gdy wypadkowa $m\chi$ przypada bądź w kierunku sn (u bieguna n), bądź ns (u bieguna s). Ponieważ kąt zawarty pomiędzy kierunkami mh i $m\chi$ jest równy kątowi θ, o który odchyliła się oś igły, otrzymujemy:



Rys. 90.

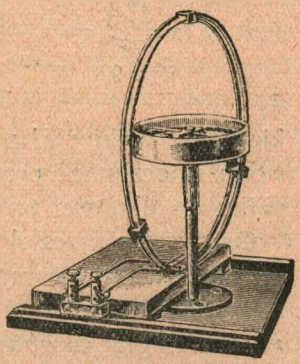
$$1. \qquad H = h \operatorname{tang} \theta.$$

W równaniu (1) nie występuje ilość m, ponieważ wszystkie siły są do niej proporcjonalne. Znając wartość składowej h, możemy obliczyć wartość H ze spostrzeżeń wykonanych nad wychylaniem się θ igły magnesowej.

§ 64. Związek pomiędzy elektrycznemi i magnetycznemi pojęciami.

W rozdz. II-gim poznaliśmy pojęcie *natężenia* prądu elektrycznego; widzieliśmy, że możemy mierzyć wartość tego natężenia. Wyobraźmy sobie obwód kołowy i przypuśćmy, że przesyłamy przezeń prądy różnych znanych nam natężeń; badając pola magnetyczne, które tworzą się w środku obwodu, przekonywamy się o słuszności następującego ważnego twierdzenia: w środku danego (zawsze jednakowego) obwodu wartość stycznej kąta odchylenia igły magnesowej, t. j. tang θ, jest proporcjonalna do natężenia i prądu płynącego w obwodzie; *wartość wektora H pola magnetycznego panującego w środku obwodu jest zatem również proporcjonalna do natężenia prądu.*

Wyobraźmy sobie zwój, złożony z n jednakowych, kołowych, niezmiernie siebie bliskich obwodów, w których prąd płynie w tym samym (zgodnym) kierunku (rys. 91); taki zwój nazwiemy n-krotnym obwodem prądu elektrycznego. Z dwóch, w każdym względzie identycznych drutów, wyginając je rozmaicie, sporządźmy dwa obwody kołowe; całkowita przewodząca droga prądu, złożona z obwodu i doprowadzających drutów, jest zatem w obu razach ta sama. Pierwszy obwód (O_1) ma być jednokrotny, drugi (O_n) n-krotny; ich promienie mają być jednakowe. Gdy prąd, który pochodzi z tego samego stałego źródła, płynie przez przewodniki identyczne, musi mieć w obu razach jednakowe natężenie; natężenie i prądu w obwodach O_1 i O_n jest zatem jednakowe. Zbadawszy pole magnetyczne w środku obwodów, przekonywamy się, że wektor H w środku O_n ma wartość n razy większą niż wektor H w środku O_1. Mogliśmy oczekiwać takiego wyniku; z § 34-go wnosimy istotnie, że wiązka n równoległych, tuż obok siebie płynących, identycznych prądów, z których każdy ma natężenie i, jest równoważna jednemu takiemu prądowi o natężeniu ni.

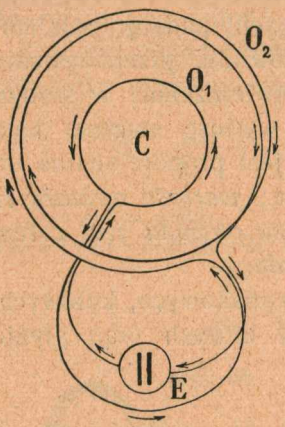


Rys. 91.

Zbierając dotychczasowe wyniki, powiadamy: wektor H pola elektromagnetycznego, tworzącego się w środku n-krotnego kołowego obwodu, gdy w obwodzie tym płynie prąd o natężeniu i,

jest proporcjonalny do n oraz do i; innemi słowy, jest proporcjonalny do iloczynu ni.

Zapytujemy jeszcze: czy wektor H nie zależy również od promienia obwodu? gdy promień ten wzrasta, wektor H musi się zmniejszać. Uciekamy się do próby następującej. W płaszczyznie południka magnetycznego umieszczamy dwa spółśrodkowe obwody (rys. 92): jednokrotny O_1 i dwukrotny O_2; promień dwukrotnego obwodu ma być dwa razy dłuższy niż promień jednokrotnego; przez obadwa obwody O_1 i O_2, jak widzimy z rysunku, płynie ten sam prąd, pochodzący z ogniwa lub baterji E, ale opływa je w kierunkach przeciwnych. Igiełka deklinacyjna, umieszczona we wspólnym środku C obwodów, nie wychyla się z ich płaszczyzny; wnosimy zatem, że obwód O_2 działa na igłę równie silnie jak O_1 lecz w przeciwnym kierunku. Wektor H pola, które panuje w środku kołowego obwodu zatoczonego promieniem r, jest więc odwrotnie proporcjonalny do długości promienia r.



Rys. 92.

Oznaczając przez A spółczynnik proporcjonalności, niezależny od n, i, r, powiadamy ostatecznie: *wektor H pola magnetycznego panującego w środku n-krotnego kołowego obwodu o promieniu r, gdy w obwodzie tym płynie prąd o natężeniu i, jest*

1. $$H = A\frac{ni}{r}.$$

Zatrzymajmy się na chwilę nad tem twierdzeniem. Pojęcie natężenia i zależy, jak wiemy, od pojęcia ładunku elektrycznego (§ 34), fundamentalnego w elektrostatyce. Pojęcie magnetycznego wektora H jest jednem z najważniejszych pojęć magnetycznych i z innemi magnetycznemi wiąże się ściśle (§ 56). Po raz pierwszy w naszym wykładzie, równanie (1) ustanawia więc *związek pomiędzy elektrycznemi a magnetycznemi pojęciami*. Dwie wielkie dziedziny zjawisk spotykają się tutaj; pamiętne odkrycia, które je splotły i zespoliły nazawsze, zawdzięczamy genjuszowi Andrzeja Marjana Ampère'a (1775—1836). Nauki o elektrycznych i o magnetycznych zjawiskach, które przed nim niezależnie

istniały, utworzyły odtąd całość wspólną, utworzyły jednę naukę; ta ugólniona wiedza *zjawisk elektromagnetycznych* zasadza się na głębokich prawdach, których szczególnym przypadkiem jest równanie (1).

§ 65. Układ jednostek elektromagnetycznych.

W równaniu (1) poprzedniego artykułu A jest wielkością stałą, niezależną od n, i, r lub od H; wartość tej stałej zależy tylko od wyboru jednostek, w których wyrażamy zmienne i, r oraz H. Wartość promienia r wyrażamy w centymetrach, wartość H wyrażamy w gaussach; stosując się do zasad, które podaliśmy w § 36-ym, powinnibyśmy mierzyć natężenie i elektrostatycznemi jednostkami natężenia prądu. Tą drogą jednakże nie poszły umowy międzynarodowe. Elektrostatyka, jak wiemy, pozostała na uboczu nowoczesnego rozwoju elektrotechniki; poniekąd już rozumiemy, niebawem lepiej jeszcze zrozumiemy przyczyny tego zjawiska. Z odosobnienia elektrostatyki, z praktycznej bezsilności elektrostatycznego układu jednostek wynikło, że obok niego rozwinął się układ inny, *elektromagnetyczny*, napozór niezależny od niego. Ażeby poznać zasady elektromagnetycznego układu jednostek, przypuśćmy, że nie wybraliśmy dotychczas jednostki natężenia prądu; możemy wówczas rozporządzać wartością stałej A w równaniu (1) § 64-go. Załóżmy, że rozważamy pole jednokrotnego obwodu prądu; mamy więc $n = 1$. Umówmy się, że wielkość A ma być oderwaną (niemianowaną) liczbą i że jej wartość w (1) § 64-go ma wynosić 2π; jednostkę natężenia prądu, która z takiej umowy wyniknie, nazwiemy *elektromagnetyczną jednostką* natężenia. Piszemy wówczas, zamiast (1) § 64-go, co następuje:

1. $$H = \frac{2\pi i}{r}.$$

Gdy $r = 1$ cm, obwód ma 2π cm długości; płynąc w takim obwodzie, prąd o natężeniu 1 elektromagnetycznej jednostki wytwarza w środku obwodu pole 2π gaussów, zatem 1 gauss na każdy centymetr długości obwodu.

Z elektromagnetycznej jednostki natężenia prądu łatwo wyprowadzamy inne jednostki elektromagnetycznego układu. Przypuśćmy, że w pewnym drucie płynie prąd trwały; podług § 34-go, ładunek, przeniesiony w dowolnym okresie czasu przez które-

kolwiek w drucie przecięcie, jest równy iloczynowi natężenia prądu przez długość uważanego okresu. Gdy zatem w drucie płynie prąd trwały o natężeniu 1 elektromagnetycznej jednostki natężenia, przenosi w czasie 1 sekundy 1 elektromagnetyczną jednostkę ładunku przez którekolwiek poprzeczne przecięcie. Elektromagnetyczną jednostkę ładunku możemy zatem określić zapomocą założenia:

2. el.-magn. jedn. ładunku = 1 el.-magn. jedn. nat. prądu × 1 sek.

Przypuśćmy, że na powierzchni pewnego przewodnika ładunek elektryczny dodatni znajduje się w równowadze; z tej powierzchni pozwalamy spłynąć do ziemi 1 elektromagnetycznej jednostce ładunku. Jeżeli w czasie takiego przeniesienia pole elektryczne wykonywa pracę 1 erga, powiadamy, że potencjał przewodnika względem ziemi wynosi + 1 elektromagnetyczną jednostkę potencjału. Według § 23-go możemy wyrazić się krótko:

3. $$\text{el.-magn. jedn. potencjału} = \frac{1 \text{ erg}}{1 \text{ el.-magn. jedn. ładunku}}.$$

Jeżeli źródło pracy lub energji dostarcza 1 erga w czasie 1 sekundy, powiadamy, iż pracuje ono z dzielnością równą jednostce dzielności (§ 72 tomu I-go). W elektromagnetycznym układzie jednostka dzielności, według wzorów (2) i (3), jest zatem następująca:

4. $$(\text{el.-magn. jedn. nat. pr.}) \times (1 \text{ el.-magn. jedn. pot.}) = \frac{1 \text{ erg}}{1 \text{ sek}}.$$

Przypuśćmy, że na powierzchni przewodnika znajduje się w równowadze ładunek dodatni wynoszący 1 elektromagnetyczną jednostkę ładunku; przypuśćmy, że potencjał tego przewodnika względem ziemi jest równy 1 elektromagnetycznej jednostce potencjału. Zgodnie z § 28-ym powiadamy, że pojemność (względem ziemi) uważanego przewodnika w uważanem jego położeniu względem ziemi wynosi 1 elektromagnetyczną jednostkę pojemności:

5. $$\text{el.-magn. jedn. pojemności} = \frac{1 \text{ el.-magn. jedn. ładunku}}{1 \text{ el.-magn. jedn. potencjału}}.$$

Przy pomocy związków (3) i (5) łatwo sprawdzamy, że

6. (1 el.-magn. jedn. ład.) × (1 el.-magn. jedn. pot.) = 1 ergowi

7. (1 el.-magn. jedn. poj.) × (1 el.-magn. jedn. pot.)^2 = 1 ergowi

jak wymagają tego twierdzenia § 31-go.

Z § 56-go jest nam wiadomo, że

8. $$\text{gauss} = 1\ \text{gr}^{1/2}/\text{cm}^{1/2}\,\text{sek}$$

z przyjętego określenia elektromagnetycznej jednostki natężenia prądu wnosimy zatem, że

9. $$\text{el.-magn. jedn. nat. prądu} = 1\ \text{gr}^{1/2}\,\text{cm}^{1/2}/\text{sek}$$

Z określenia (2) i z twierdzenia (9) wynika dalej, że

10. $$\text{el.-magn. jedn. ładunku} = 1\ \text{gr}^{1/2}\,\text{cm}^{1/2}.$$

Zasadzając się na określeniu (3), na twierdzeniu (10) i na wzorze (1) § 71-go tomu I-go, dochodzimy do wniosku, że

11. $$\text{el.-magn. jedn. potencjału} = 1\ \text{gr}^{1/2}\,\text{cm}^{3/2}/\text{sek}^2.$$

Porównawszy wreszcie określenie (5) z obecnemi naszemi wynikami (10) i (11), otrzymujemy:

12. $$\text{el.-magn. jedn. pojemności} = 1\ \text{sek}^2/\text{cm}.$$

Przy pomocy twierdzeń (9), (10), (11) i (12) sprawdzamy, że równania poprzednie (4), (6) oraz (7) są spełnione.

Łatwo nasuwa się tutaj pytanie: w jakim związku ze sobą pozostają elektrostatyczne i elektromagnetyczne jednostki? W elementarnych ramach naszego wykładu nie możemy podać wyczerpującej odpowiedzi na to zapytanie; ograniczamy się do uwagi następującej, którą przytaczamy dla ilustracji. Wiadomo, iż astronomowie, gdy zajmują się zwłaszcza budową układu gwiazd stałych, mają wciąż do czynienia z odległościami, w stosunku do ziemskich potwornie wielkiemi. Przypuśćmy naprzykład, że odległość gwiazdy G od ziemi Z wynosi $9{\cdot}44 \times 10^{18}$ cm. W tem zdaniu odległość GZ jest wyrażona w jednostkach długości, wyprowadzonych z rozmiarów ziemi (lub pewnego wzorca na ziemi), w centymetrach. Gdybyśmy woleli wyrazić odległość GZ w kilometrach, w przejściu do nowej jednostki nie byłoby trudności; stosunek 1 km do 1 cm jest liczbą oderwaną (niemianowaną), km i cm są jednostkami długości, są *jednorodne*. Astronomowie postępują jednak często inaczej; mówią naprzykład, że gwiazda G znajduje się w odległości *10 lat świetlnych* od ziemi; chcą przez to powiedzieć, że światło (które w próżni posuwa się naprzód z prędkością c wynoszącą 3×10^{10} cm/sek) musiałoby biec przez lat 10, zanim odbyłoby drogę GZ; tym sposobem astronomowie opisują odległości za pośrednictwem jednostki czasu. Jednostki długości i czasu są *niejednorodne*; stosunek jednostki długości do jednostki czasu nie jest liczbą oderwaną, jest pewną prędkością; liczbowa wartość wszelkiej prędkości zależy od wyboru jednostek długości i czasu, w których ją wyrażamy. Przejdźmy teraz do przypadku, którym jesteśmy obecnie zajęci. Ustanowiliśmy dwa układy jednostek w poprzedzającym wykładzie: elektrostatyczny i elektromagnetyczny. Każdy układ sam w sobie jest spójny i konsekwentny, każdy jest możliwy i dozwolony, lecz każdy, jak wiemy, polega na założeniach czyli umowach *dowolnych*. Umowy jednego układu są *niezgodne* z umowami drugiego; dlatego możemy posługiwać się bądź jednym, bądź drugim, ale nie naraz i jednym i drugim. Jednostki tej samej wielkości, naprzykład natężenia prądu, utworzone w jednym i w drugim układzie, są *niejednorodne*; stosunek jednej do drugiej *nie* jest liczbą oderwaną (niemianowaną); nieuza-

sadnione byłoby zatem pytanie, ile razy elektrostatyczna jednostka natężenia prądu zawiera się w elektromagnetycznej. Jak wytłumaczył to Maxwell, stosunek elektromagnetycznej do elektrostatycznej jednostki natężenia prądu jest pewną *prędkością*; doświadczenie wskazało, że prędkość ta wynosi 3×10^{10} cm/sek, jest więc identyczna z prędkością rozchodzenia się światła w próżni.

§ 66. Układ jednostek praktycznych.

W tak zwanym praktycznym układzie jednostek (o którym już poprzednio wspomnieliśmy kilkakrotnie) jednostką natężenia prądu jest *amper*, określony jak następuje:

1. amper $= \frac{1}{10}$ el.-magn. jedn. nat. prądu.

Przypuśćmy, że wyrażamy w amperach natężenie prądu i w równaniu (1) § 64-go, wektor zaś H, jak dawniej, mierzymy w gaussach; stała A przybiera wówczas wartość $\frac{1}{5}\pi$ i otrzymujemy

2. $$H = \frac{\pi n i}{5 r}.$$

Miliamperem nazywamy jednę tysiączną, *mikroamperem* jednę miljonową część ampera. Niewielka maszynka indukcyjna Wimshursta, gdy obracamy dość powoli jej tarcze, dostarcza prądu o natężeniu kilkunastu lub kilkudziesięciu mikroamperów. Dzwonimy przy pomocy prądu o natężeniu zazwyczaj około 0·5 ampera; lampki żarowe zasila zwykle prąd o natężeniu mniej więcej 1 ampera; przez silną projekcyjną lampę łukową przesyłamy prąd o natężeniu około 20 amperów.

Jednostką ładunku elektrycznego w układzie jednostek praktycznych jest *kulomb*:

3. 1 kulomb $= \frac{1}{10}$ el.-magn. jedn. ładunku;

podług określeń: obecnego (1) i (2) w § 65-ym powiadamy zatem

4. 1 kulomb = 1 amper $\times$ 1 sek.

Możemy wyrażać się krótko: kulomb jest 1 amperosekundą. Elektrotechnicy posługują się nieraz jednostką, którą nazywają *amperogodziną*; równa się ona oczywiście 3600 kulombom.

Jednostką potencjału w układzie jednostek praktycznych jest *wolt*:

5. 1 wolt $= 10^8$ el.-magn. jedn. potencjału

skąd wyprowadzamy

6. $$1 \text{ wolt} = \frac{10^7 \text{ ergów}}{1 \text{ kulomb}} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ kulomb}}$$

(por. wzory: (3) § 65-go, (3) obecny oraz (2) § 71-go tomu I-go). Wolt jest zatem równy 1 joule'owi na 1 kulomb; joule jest 1 kulombowoltem lub 1 woltamperosekundą.

Maszynka indukcyjna Wimshursta, jak już powiedzieliśmy, nawet i po godzinnej działalności, nie dostarczy ponad ułamek kulomba, gdy baterja ogniw w przeciągu sekundy wprawia w ruch ładunek rzędu kulomba. Na maleńkiej metalowej izolowanej kulce byłoby trudno zgromadzić ładunek porównywalny z kulombem. Różnica potencjałów na biegunach maszyny elektrycznej nieraz dochodzi 100000 woltów, w korzystnych warunkach może nawet być wyższa; tymczasem elektromotoryczna siła pospolitego ogniwa wynosi zwyczajnie od 1 do 2 woltów (ogniwa Daniella około 1·1 wolta, Leclanchégo około 1·5 wolta, Greneta około 2 woltów, wszystkie w temperaturze pokojowej). Elektromotoryczna siła ogniwa Westona wynosi 1·02 wolta w 18°C.

Wyobraźmy sobie roztwór elektrolityczny, z którego podczas elektrolizy wydziela się na katodzie srebro. Przesyłając przez taki roztwór prąd o natężeniu 1 ampera przez czas 1 sekundy, spostrzegamy, że na katodzie osadza się 0·001118 gr srebra. Wiemy jednakże z §§ 43 i 44-go, że, przesyłając przez ten sam roztwór prąd o natężeniu 1 elektrostatycznej jednostki przez czas 1 sekundy, sprawili byśmy, iż na katodzie pojawia się $372{\cdot}67 \times 10^{-15}$ gr srebra. Pierwsza przytoczona masa jest 3×10^9 razy większa niż druga; gdy zestawiamy ze sobą zatem dwa powyższe twierdzenia, łatwo może nasunąć się wniosek, jakoby «natężenie 1 ampera było 3×10^9 razy większe niż natężenie 1 elektrostatycznej jednostki». Wniosek ten byłby błędny. Jak powiedzieliśmy w artykule poprzednim:

$$1 \text{ amper } \textit{nie jest} = 3 \times 10^9 \text{ el.-stat. jedn natężenia prądu;}$$

$$\text{lecz } 1 \text{ amper } \textit{jest} = 3 \times 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sek}} \times \text{el.-stat. jedn. natężenia prądu.}$$

Elektromagnetycznie określone natężenie prądu nie jest jednorodne z natężeniem określonem elektrostatycznie. Kulomb jest jednostką jednorodną z elektromagnetyczną jednostką ładunku, lecz nie jest jednorodny z elektrostatyczną jednostką ładunku.

Jednostką dzielności w układzie praktycznym jest *watt*:

$$7. \qquad 1 \text{ watt} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ sek}} = \frac{10^7 \text{ ergów}}{1 \text{ sek}}$$

(por. § 72 tomu I-go); lecz podług powyższych związków (4) i (6) mamy oczywiście

$$8. \qquad 1 \text{ amper} \times 1 \text{ wolt} = 1 \text{ watt;}$$

woltamper jest więc identyczny z wattem. Inżynierowie posługują się chętniej *kilowattem*:

$$9. \quad 1 \text{ kilowatt} = 10^3 \text{ wattów} = 10^3 \frac{\text{jouleów}}{\text{sek}} = 10^3 \text{ woltamperów .}$$

która jest jednostką dzielności oraz *kilowattgodziną*:

10. 1 kilowattgodzina $= 36 \times 10^5$ wattsekund $= 36 \times 10^5$ jouleów

która jest jednostką pracy, pospolitą w praktyce elektrotechnicznej. Praca, wykonana w ciągu 1 godziny, przy dzielności przeciętnej lub stałej 1 kilowatta, jest równa 1 kilowattgodzinie.

Jednostką pojemności w układzie praktycznym jest *farad*:

11. 1 farad $= 10^{-9}$ el.-magn. jedn. pojemności.

Odwołując się do określenia (5) § 65-go oraz do wzorów obecnych (3) i (5), znajdujemy

12. $$1 \text{ farad} = \frac{1 \text{ kulomb}}{1 \text{ wolt}}.$$

Przy pomocy twierdzeń (6) i (12) sprawdzamy łatwo, iż (§ 31):

13. $$(1 \text{ farad}) \times (1 \text{ wolt})^2 = 1 \text{ joule}.$$

Jeżeli na powierzchni pewnego przewodnika znajduje się ładunek dodatni wynoszący 1 kulomb i jeżeli przytem ów przewodnik okazuje względem ziemi potencjał dodatni równy 1 woltowi, pojemność przewodnika względem ziemi musi wynosić 1 farad. Jednostka ta pojemności jest zbyt duża dla rachunków praktycznych; istotnie np. pojemność kuli ziemskiej wynosi około 0·0007 farada; pojemność równą 1 faradowi miałaby kula przewodząca o promieniu 9×10^{11} cm. Zazwyczaj posługujemy się t. zw. *mikrofaradem* czyli jedną miljonową częścią farada.

§ 67. Busola stycznych; galwanometry.

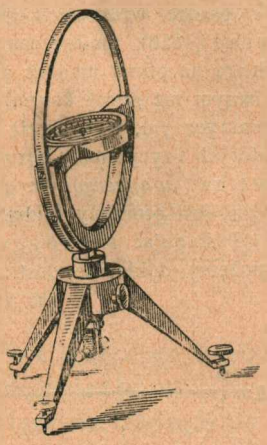
Z równań (1) § 63-go oraz (2) § 66-go wyprowadzamy:

1. $i = C \operatorname{tang} \theta$ gdzie 2. $C = 5rh/\pi n.$

Wartość r jest tutaj podana w centymetrach, wartość h w gaussach, wartość i w amperach. Jeżeli znamy r, h, n t. j. jeżeli znamy wartość C, możemy obliczyć natężenie i danego elektrycznego prądu, gdy zmierzyliśmy wychylenie θ igły magnesowej, które on wywołuje. Tak postawione zadanie rozwiązuje przyrząd, zwany *busolą stycznych*; zbudował go po raz pierwszy Pouillet w r. 1837-ym.

Ustawiona pionowo obręcz miedziana o stosunkowo znacznym promieniu (rys. 93) stanowi obwód kołowy, do którego prąd wpływa przez spinki widoczne u dołu przyrządu. W środku koła, na średnicy poziomej, umieszczona jest tarcza

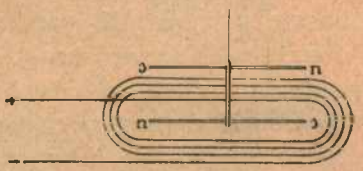
opatrzona podziałką kątową; nad tą skalą porusza się długa ale lekka wskazówka, złączona z małą deklinacyjną igiełką, ruchomą w środku obwodu. Ustawiamy obręcz w płaszczyźnie południka magnetycznego; kierunek osi igły, przed przesłaniem prądu przez przyrząd, przypada zatem w płaszczyźnie obwodu. Wartość spółczynnika C, t. zw. *redukcyjnego spółczynnika busoli*, jak widzimy z równania (1), rozstrzyga o stosunku odpowiadających sobie wartości i oraz tang θ. Wartość C zależy przedewszystkiem od długości r. Promieniowi r musimy dać długość znaczną, budując busolę; w przeciwnym razie pole w środku obwodu nie byłoby dość jednorodne i formuła (1) nie stosowałaby się. Gdy jednak wartość r jest znaczna, kąt θ odpowiadający danemu natężeniu i jest mały. Busoli stycznych nie możemy zatem tak udoskonalić, ażeby stała się wysoce wrażliwym przyrządem; przy jej pomocy wykrywamy prąd, którego natężenie wynosi przynajmniej kilka dziesięciotysięcznych części ampera, niejednokrotnie zaś miewamy do czynienia z o wiele słabszemi prądami. Inna jeszcze niedogodność busoli na tem polega, że do pomiaru i konieczna jest znajomość składowej poziomej h natężenia magnetyzmu ziemskiego w miejscu spostrzeżeń, wielkości, którą niełatwo jest zmierzyć dokładnie.



Rys. 93.

Do wykrywania bardzo słabych prądów, lub do ścisłego badania natężenia prądów dowolnych, posługujemy się *galwanometrami*. Opisujemy tu krótko urządzenie jednego typu galwanometrów, tych, które są zaopatrzone w układ magnesowy ruchomy.

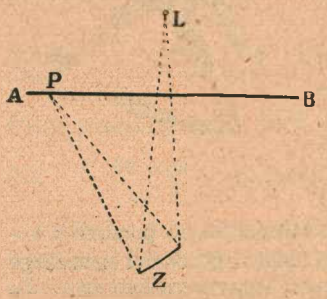
Obwodem prądu w galwanometrze bywa zwykle *cewka*, składająca się z mnóstwa skrętów długiego, cienkiego (izolowanego) drutu; gdy liczba skrętów jest znaczna a ich średnica nieznaczna, pole magnetyczne w pośrodku jest bezporównania silniejsze niż w busoli stycznych. Wewnątrz cewki znajduje się ruchomy układ magnesowy, zazwyczaj *astatyczny*. Wyobraźmy sobie dwa niewielkie magnesy ns (rys. 94), możliwie identyczne co do kształtu i namagnesowania, sztywno ze sobą złączone i zawieszone na cieniutkiej nici, zwykle kwarcowej. Osi tych magnesów leżą w prostych równoległych ale są skierowane przeciwnie; pole magnetyczne ziemskie wywiera zatem słabe działanie na całość złożoną z obu magnesów; skutek jest taki, jak gdyby składowa h została wielce zmniejszona, co zwiększyłoby odpowiednio, według (1) § 63-go, wychylenie θ połączone z danem polem H. Rys. 94 objaśnia, w jaki sposób magnesy ns są umieszczone w odniesieniu do cewki. Według reguły Ampère'a, działania, wywierane przez górne i przez dolne części skrętów na magnes wewnętrzny,



Rys. 94.

dodają się; te same działania wywierane na magnes zewnętrzny odejmują się ale wpływ części górnych przeważa, różnica wzmaga więc działanie wywierane na magnes wewnętrzny. Pomysł tego urządzenia zawdzięczamy Nobili'emu (1826). W bardzo wrażliwych galwanometrach nowoczesnych, za przykładem Kelvina (1858), umieszczamy cztery cewki; jedna para cewek działa na dolny, druga na górny magnes astatycznego układu; prąd okrąża cewki dolne w przeciwnym niż górne kierunku. Potężne prądy, służące dziś różnym zastosowaniom praktycznym, wytwarzają nieraz, zwłaszcza w miastach, pola magnetyczne, od których fizycy muszą chronić galwanometry; cel ten osiągają du Bois i Rubens w t. zw. *opancerzonym* galwanometrze, w którym ruchomy magnes wraz z cewkami jest otoczony grubą kulistą osłoną, sporządzoną z lanego żelaza (por. § 59).

Posługując się Poggendorffa metodą odczytywania skali w zwierciedle, możemy dokładnie dostrzegać i mierzyć słabe nawet odchylenie magnesu; na rys. 95-ym widzimy przedstawione w rzucie poziomym, proste urządzenie do tego celu służące. Wiązka światła biegnąca ze źródła *L* pada na zwierciadełko wklęsłe *Z* połączone z nicią, na której zawieszony jest magnes. Po odbiciu się od zwierciadła wiązka tworzy jasny prążek *P* na skali *AB*. Wiązka świetlna spełnia tu zatem rolę wskazówki przytwierdzonej do magnesu lub układu magnesów; gdy zwierciadło *Z* odchyla się o kąt drobny, znak *P* przesuwa się znacznie wzdłuż skali *AB*.



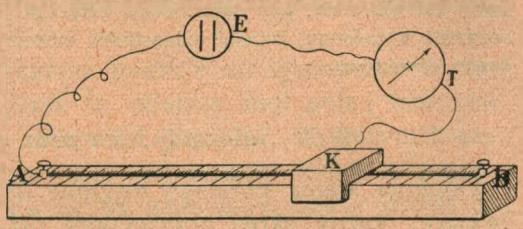
Rys. 95.

Przypuśćmy, iż, przesyłając prąd pewnego natężenia *i* przez dany galwanometr, odczytaliśmy odchylenie, które ów prąd sprawił. Jeżeli galwanometr jest *skalibrowany* (np. na zasadzie woltametrycznych pomiarów, § 43), z dostrzeżonego odchylenia możemy wyprowadzić bezwzględną wartość natężenia *i*; w przeciwnym razie możemy wyrazić to natężenie tylko w dowolnych jednostkach, właściwych danemu jedynie przyrządowi.

§ 68. Opór elektryczny.

W obwodzie prądu trwałego umieśćmy ogniwo *E* (rys. 96), busolę stycznych *T*, wreszcie drut metalowy *AB* prosty, długi, obnażony (t. j. niepokryty, jak zwykle elektryczne druty bywają, warstwą izolującą, jedwabną lub kauczukową). W dowolnem miejscu *K* drutu przyciśnięta jest do niego przesuwalna sprężynka, łącząca się metalicznie z busolą *T*, jak okazuje rysunek; przy pomocy tego *kontaktu* możemy włączać do obwodu krótszą lub dłuższą część drutu. Gdy prąd elektryczny krąży w obwodzie, igła busoli odchyla się; przy pomocy wzoru podanego w § 67-ym możemy obliczyć natężenie *i* tego prądu. Dopóki w obwodzie nie zmienia się nic, wychylenie igły, zatem również natężenie *i* pozostaje stałe. Lecz jeżeli, przesuwając kontakt *K*, zwiększymy

długość włączonej do obwodu części drutu AB, natężenie prądu zmniejsza się natychmiast; gdy ową długość skracamy, natężenie rośnie. Przypisujemy zatem drutowi AB pewien *elektryczny opór*; każdemu przewodnikowi, każdej wogóle składowej części każdego elektrycznego obwodu (np. ogniwu, busoli, drutom i t. d.) przypisujemy własność przeciwstawiania pewnego oporu elektrycznemu prądowi.



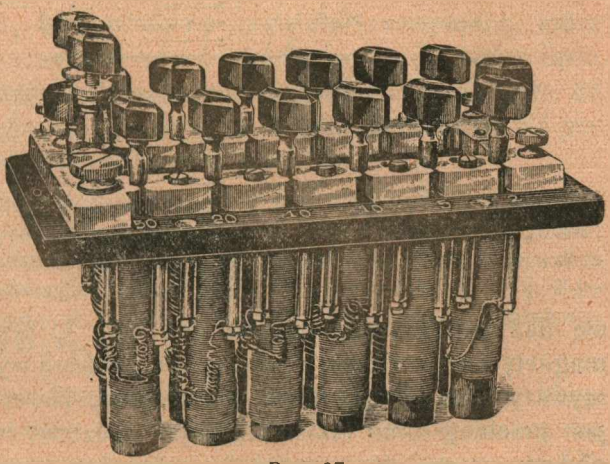
Rys. 96.

Od całkowitego oporu obwodu zależy natężenie krążącego w nim prądu; im większy jest opór, tem mniejsze natężenie; im mniejszy opór, tem większe natężenie; prawa tym związkiem rządzące poznamy w następnym rozdziale.

Przyrząd, który, według życzenia, pozwala włączać rozmaite opory do danego obwodu, nazywa się *opornicą*. Drut AB zaopatrzony w ruchomy kontakt K (rys. 96) stanowi najprostszy przykład opornicy. Istnieją rozmaite inne, ulepszone odmiany tego przyrządu; gdy stosowną opornicę umieściliśmy w obwodzie, panujemy z łatwością, i w szerokich granicach, nad natężeniem płynącego w nim prądu.

Do powyżej opisanego doświadczenia (rys. 96) nadaje się dobrze drut AB *manganinowy*, o długości około 1 m oraz 0·5 mm średnicy. Ogniwo E może być typu Daniella, Leclanchégo lub inne podobne; przypuszczamy, że nie było ono przedtem czynne zbyt często ani zbyt długo.

Rys. 97 objaśnia urządzenie opornic Siemensa, powszechnie dziś w użyciu będących. Na ebonitowej płycie ułożone są grube mosiężne przewodniki; łączą się one ze sobą bądź bezpośrednio, tkwiącemi między niemi zatyczkami, bądź też przez pośrednictwo zwojów

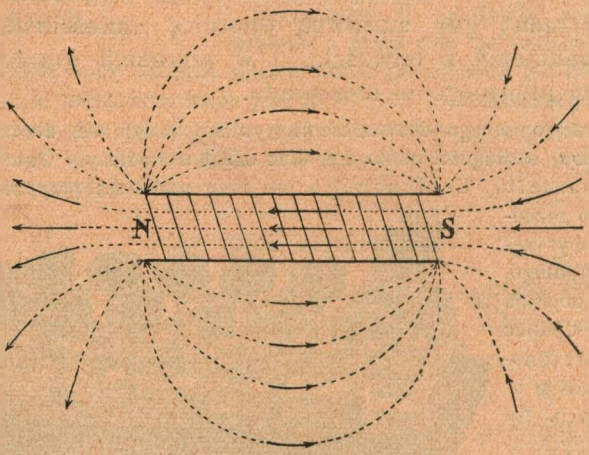

Rys. 97.

drutu umieszczonych pod płytą. Jak zrozumiemy to jasno w następującym rozdziale, opór grubych przewodników mosiężnych i zatyczek jest bezporównania mniejszy niż opór dolnych zwojów; gdy więc zatyczka tkwi w pewnym otworze, zwój drutu pod otworem leżący jest praktycznie wyłączony z obwodu prądu; zwój jest włączony, gdy odpowiednia zatyczka została wyjęta. W następującym rozdziale wyjaśnimy, jakiemi jednostkami możemy mierzyć opory obwodów lub części obwodów.

§ 69. *Solenoidy; ich pola magnetyczne.*

Dookoła walca prostego owijamy drut metalowy, cienki, izolowany; każdy skręt prowadzimy tuż obok poprzedzającego; przypuśćmy, iż położyliśmy znaczną liczbę n skrętów na każdej jednostce długości osi walca. Załóżmy jeszcze dla uproszczenia, że długość walca okręconego drutem jest znaczna w stosunku do promienia jego poprzecznego przecięcia. Drut tak ukształtowany, za przykładem Ampère'a, nazywamy *solenoidem*. Gdy prąd płynie w solenoidzie, wewnątrz i zewnątrz powstaje pole magnetyczne.

Przypuśćmy, że skręty solenoidu przecinają prostopadle poziomą płaszczyznę rys. 98 go; połowa każdego skrętu znajduje

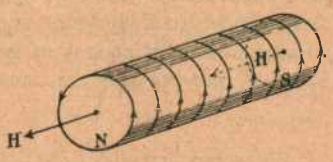


Rys. 98.

się nad płaszczyzną, połowa pod nią. O przebiegu linij pola magnetycznego możemy powziąć przybliżone wyobrażenie, utworzywszy znanym sposobem widmo pola. Na rys. 98-ym podany jest przebieg kilku takich linij; jak widzimy, tworzą one naogół obwody zamknięte; nazewnątrz solenoidu biegną wygiętemi łu-

kami, nawewnątrz są niemal ściśle prostemi, równoległemi do osi. Powiadamy: *wewnątrz solenoidu pole elektromagnetyczne jest niemal ściśle jednorodne.* Zobaczymy w VIII-ym rozdziale, w jak niespodziewany sposób możemy dziś stwierdzić słuszność tego wniosku.

Wektor H pola jest w każdym punkcie umiejscowiony w stycznej do przechodzącej przez to miejsce linji pola; kierunek wektora w owej stycznej zależy od kierunku, w którym krąży prąd po skrętach solenoidu; gdy odwracamy kierunek prądu, kierunek wektora H zmienia się na przeciwny. Ażeby uchwycić węzeł, łączący kierunki prądu i wektora pola ze sobą, tworzymy przedewszystkiem pewne nowe pojęcia. Krańcowe przecięcia poprzeczne (prostopadłe do osi) nazywamy *biegunami* solenoidu. Wyobraźmy sobie obserwatora umieszczonego w osi solenoidu i tak przeciętego przez biegun, że stopy obserwatora znajdują się wewnątrz, głowa nazewnątrz solenoidu. Jeżeli obserwator dostrzega, że prąd w skręcie bieguna płynie przeciwnie niż wskazówki poruszają się na tarczy zegara, powiadamy, że biegun jest *północnym* N czyli *dodatnim* biegunem solenoidu; jeżeli obserwator dostrzega, że prąd w skręcie bieguna płynie w tym samym kierunku, w jakim wskazówki poruszają się na tarczy zegara, krańcowe przecięcie nazywamy *południowym* S albo *ujemnym* biegunem solenoidu (rys. 99). Posługując się temi nazwami, wypowiadamy prawidło następujące, które odpowiada na postawione przed chwilą pytanie: *nazewnątrz solenoidu linje magnetycznego pola biegną od północnego do południowego bieguna; nawewnątrz biegną przeciwnie od południowego do północnego bieguna* (rys. 98).



Rys. 99.

W miejscu północnego bieguna wektor H pola biegnący w osi solenoidu przechodzi przez wspomnianego obserwatora w kierunku od stóp ku głowie; w miejscu bieguna południowego kieruje się przeciwnie od głowy obserwatora ku jego stopom. Porównajmy obecną regułę z wypowiedzianym w § 63-im przepisem; przekonywamy się, że obadwa prawidła są identyczne; obadwa wynikają z twierdzenia Ampère'a (§ 62).

Znamy teraz pole magnetyczne pochodzące od prądu, który płynie przez solenoid; porównajmy je z polem tworzącem się dokoła jednostajnie namagnesowanego linjowego magnesu (§ 57).

Spostrzegamy natychmiast, jak dokładnie te pola zgadzają się ze sobą. Północny biegun solenoidu gra rolę północnego bieguna magnesu; południowy biegun solenoidu okazuje własności południowego bieguna magnesu. Przypuśćmy, że dany nam jest solenoid, w którym płynie prąd danego natężenia; możemy zawsze wyobrazić sobie taki magnes linjowy, tak namagnesowany, iż pola sprawiane nazewnątrz przez solenoid i magnes są identyczne.

Oznaczmy przez S rozległość powierzchni poprzecznego przecięcia solenoidu, przez n liczbę skrętów odniesioną do jednostki długości jego osi, przez i natężenie płynącego w nim prądu, wyrażone w elektromagnetycznych jednostkach. Solenoid działa nazewnątrz jak linjowy, jednostajnie namagnesowany magnes, który na przecięciu poprzecznem północnem zawiera ilość $+Sni$ magnetyzmu, na południowem ilość $-Sni$. Gęstość magnetyczna powierzchowna wynosi więc $+ni$ na północnem, $-ni$ na południowem przecięciu. Według twierdzenia Gaussa (§ 19), wartość wektora H w sąsiedztwie północnego przecięcia wynosi (w gaussach)

1. $$H = 4\pi ni.$$

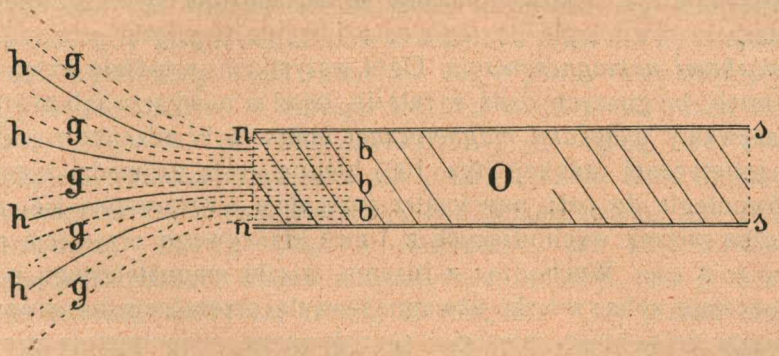
Ponieważ rozległość S wyrażamy w cm², wielkość n w 1/cm, natężenie prądu w jednostkach $gr^{1/2}\,cm^{1/2}/sek$ (§ 65), przeto iloczyn Sni wyobraża istotnie pewną ilość magnetyzmu, wyrażoną w magnetostatycznych jednostkach, iloczyn zaś $4\pi ni$ pewien wektor H podany w gaussach (§§ 53 i 56). Jeżeli wyrazimy i w amperach, H znów w gaussach, musimy założyć (§ 66) $H = 0{\cdot}4\pi ni$

§ 70. Elektromagnes; pojęcie magnetycznej indukcji.

Wkrótce po odkryciu Oersteda, spółcześnie z pracami Ampère'a, Sturgeon w Anglji, Gay Lussac zaś i Arago we Francji dokonali nowych i ważnych spostrzeżeń. Wnętrze solenoidu wypełniamy *rdzeniem* sporządzonym z miękkiego żelaza; przepuszczając przez skręty prąd tego samego natężenia jak w doświadczeniach poprzednich, otrzymujemy nazewnątrz pole magnetyczne bezporównania silniejsze. Przyrząd tak zbudowany nazywamy *elektromagnesem*. Bieguny elektromagnesu, jak bieguny solenoidu, leżą w krańcowych poprzecznych przecięciach; *dodatni biegun elektromagnesu zgadza się z dodatnim biegunem solenoidu, ujemny z ujemnym*. Ale bieguny elektromagnesu, jak powiedzieliśmy, są o wiele silniejsze niż bieguny prostego solenoidu bez rdzenia; fakt ten możemy łatwo zrozumieć. Tworząc w swem wnętrzu znaczne, niemal jednorodne pole magnetyczne, solenoid (niosący w sobie prąd elektryczny)

indukuje wybitne magnetyczne własności w wewnętrznym swym rdzeniu. Zewnętrzne pole elektromagnesu składa się zatem z dwóch pól: z pola towarzyszącego prądowi, który płynie przez skręty oraz z pola, zazwyczaj o wiele potężniejszego, które pochodzi od indukowanego w rdzeniu namagnesowania.

Wyobraźmy sobie solenoid *O* (rys. 100), w którym płynie prąd elektryczny o natężeniu *i*. Przypuśćmy z początku, że solenoid jest pozbawiony rdzenia; lub, wyrażając się ściślej, przypuśćmy, że jego rdzeń składa się z powietrza lub próżni. Dokoła solenoidu tworzy się pole magnetyczne, którego wektor *H*, podług § 69-go, dla danego solenoidu, od natężenia *i* wyłącznie zależy. Zbudujmy linje i wiązki tego pola; na rys. 100-ym, dla jasności, poprowadzono tylko kilka wiązek idących z północnego



Rys. 100.

krańcowego poprzecznego przecięcia *nn* solenoidu i oznaczono je literami *h*. Dla uproszczenia przypuśćmy, że rozległość powierzchni przecięcia *nn* wynosi 1 cm²; liczba *L* wiązek, wychodzących z *nn* normalnie, wyraża wówczas liczbową wartość wektora *H* panującego w miejscu *nn* pola.

Do solenoidu wprowadzamy teraz rdzeń *nnss*, który wypełnia jego wnętrze; przypuśćmy, że krańcowe poprzeczne przecięcia rdzenia przypadają w płaszczyznach przecięć poprzecznych krańcowych solenoidu *nn* i *ss*. Rdzeń może składać się z dowolnej substancji; jeżeli jest np. żelazny, magnesuje się mocno; jeżeli jest np. platynowy, magnesuje się słabo; każdy jednak rdzeń materjalny magnesuje się, choć niezawsze dostrzegalnie. Dla określoności przypuśćmy, że rdzeń jest żelazny; tworzące się dokoła pole magnetyczne jest wówczas nieporównanie bogatsze

aniżeli było poprzednio, gdy w solenoidzie żelaznego rdzenia nie było; z północnego bieguna *nn* wybiega o wiele więcej wiązek. Przypuśćmy, że z przecięcia *nn* wybiega obecnie μL wiązek; poprzednie wiązki *h* biegną jak dawniej, przybyło zatem

1. $$\mu L - L \quad \text{czyli} \quad (\mu - 1)\, L$$

nowych wiązek; na rys. 100-ym przedstawiono je jako krzywe kropkowane *g*.

Wiązki *h*, biegnące w powietrzu lub próżni, stanowią, jak wiadomo, przedłużenie wiązek, które istniały już w solenoidzie pozbawionym rdzenia i ciągnęły się w jego wnętrzu, niemal ściśle równolegle do osi. Załóżmy analogicznie, że nowo powstałe wiązki *g* są również przedłużeniem pewnych idealnych wiązek, które, jak wyobrażamy sobie, ułożone są w substancji rdzenia, równolegle do jego osi; fikcyjne te wiązki nazywamy *wiązkami namagnesowania*. Ogół wszystkich, wspólnie wziętych wiązek, biegnących bądź w żelazie, bądź w powietrzu lub próżni, nazywamy *wiązkami magnetycznej indukcji*. W rdzeniu wiązki *b* magnetycznej indukcji (rys. 100) biegną gęstą gromadą, niemal równolegle do osi; nazewnątrz rozchylają i rozpraszają się, ale liczba wiązek wychodzących z 1 cm² krańcowego przecięcia nie zmienia się. Wychodząc z rdzenia, wiązki magnetycznego pola pozostają sobą; wiązki namagnesowania przeradzają się w nowe wiązki pola, które, mieszając się z dawnemi, niepomiernie wzmagają pole. Liczbę B wiązek magnetycznej indukcji, przecinających normalnie 1 cm², bądź w żelazie, bądź w powietrzu lub próżni, poczytujemy za miarę liczbowej wartości pewnego nowego wektora *B*, który nazywamy *magnetyczną indukcją*.

Doświadczenie wskazuje, że (niemianowana) liczba μ, którą posługiwaliśmy się w powyższym wywodzie, jest identyczna z t. zw. przenikliwością magnetyczną μ znaną nam z § 52-go. Wiemy, że stała μ, utworzona dla dowolnych diamagnetycznych lub paramagnetycznych lecz nie ferromagnetycznych ośrodków, jest nadzwyczaj mało różna od jedności; rdzeń zatem złożony z wody, rtęci, miedzi, cynku, platyny, choćby nawet bizmutu albo palladu, zmienia pole solenoidu zaledwie dostrzegalnie. Lecz jeśli jest sporządzony z niklu, ze stali, z żelaza, rdzeń, jak wiemy, zmienia nadzwyczajnie pole solenoidu; niklowi, stali, żelazu musimy zatem przypisywać wartości stałej μ ogromne, bardzo dalekie od jedności.

Ściśle rzecz biorąc, dla niklu, dla stali, dla żelaza, dla wszelkich wogóle ferromagnetycznych substancyj niepodobna jest podać oznaczonej wartości przenikliwości magnetycznej; wartość μ tych substancyj zależy w nich nietylko od H lecz nawet od sposobu wytworzenia pola, od poprzednich losów okazu, który magnesujemy; taka zmienność i nieoznaczoność wartości μ jest jednym z objawów magnetycznego poddawania i ociągania się, o których wspomnieliśmy w § 55-ym. Tylko zatem dla ilustracji przytaczamy, że dla kawałka niklu możemy z łatwością otrzymać $\mu = 300$, dla kawałka żelaza $\mu = 6000$ i inne tego rzędu wartości.

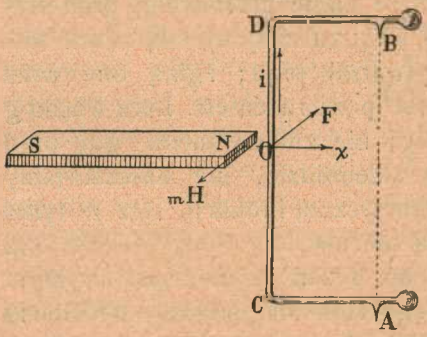
Przed chwilą wyobrażaliśmy sobie, że do wnętrza solenoidu wprowadzono rdzeń wyrobiony z miękkiego żelaza; przypuśćmy teraz, że rdzeń jest sporządzony z najlepszej, twardej stali. Rdzeń stalowy magnesuje się podobnie jak żelazny; tworzą się w nim znowu wiązki namagnesowania, wiązki magnetycznej indukcji. Ale stal uporczywiej niż żelazo zachowywa swe namagnesowanie, gdy magnesujące pole zewnętrzne przestało być czynne (§ 49). Wyobraźmy sobie zatem, że nagle przerywamy prąd płynący w solenoidzie, w którego wnętrzu znajduje się rdzeń stalowy. Wiązki h (rys. 100) wytwarzał prąd; zginą one wraz z prądem, zarówno w rdzeniu jak poza rdzeniem. Lecz wiązki g z namagnesowania stali powstały; nie znikną zatem, gdy prąd przerywamy. Znosząc prąd w solenoidzie, nie unicestwiamy w stalowym rdzeniu wiązek magnetycznej indukcji, lecz je tylko przerzedzamy, zazwyczaj zresztą nieznacznie. Gdy jednak prąd w solenoidzie przestał już płynąć, rdzeń stalowy jest zwykłym trwałym magnesem, takim, którego stan magnetyczny badaliśmy w III-im rozdziale. Pojmujemy teraz, że wiązki widoczne wewnątrz magnesu NS (rys. 76, § 59) są wiązkami jego namagnesowania; wzięte wspólnie z biegnącemi nazewnątrz wiązkami pola (stanowiącemi ich przedłużenie) tworzą one wiązki magnetycznej indukcji trwałego magnesu.

Posługując się dostatecznie długim obwodem i przesyłając przezeń lub przerywając w nim prąd, możemy tworzyć lub niszczyć pole elektromagnesu z odległości dowolnej. Na tej możności polegają zastosowania, które elektromagnes znalazł w mnóstwie przyrządów i narzędzi, jak dzwonki elektromagnetyczne, rozmaite samopiszące lub sygnalizujące instrumenty, przerywacze automatyczne, elektromotory, telegrafy i telefony. Do podnoszenia żelaznych i żelazistych brył przemysł posługuje się potężnemi, t. zw. *technicznemi* elektromagnesami, którym nadaje się postać zwartą, jak najbardziej w sobie skupioną. W kształcie przerwanego pierścienia buduje się elektromagnesy, przeznaczone dla naukowych pracowni; pozwalają one, choć w małym przestrzennym zakresie, wytwarzać pola magnetyczne wysokich natężeń, jak o tem wspomniano w § 56-ym.

§ 71. Działanie obcego pola magnetycznego na obwód prądu.

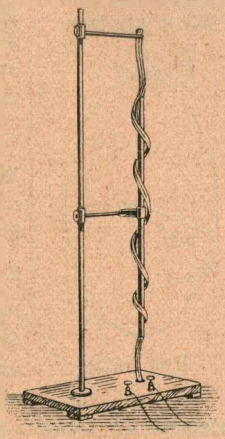
Obwód kołowy lub solenoidalny, każdy wogóle obwód, dowolnej postaci, gdy krąży w nim prąd, tworzy w otoczeniu pole magnetyczne, wywiera zatem pewne siły na umieszczone w tem polu magnesy. Według zasady działania i przeciwdziałania wolno nam jest odwrócić powyższe twierdzenie. Powiadamy zatem, że obwód, w którym płynie prąd elektryczny, musi doznawać od magnesów sił równych i przeciwnych tym siłom, które sam na magnesy wywiera; innemi słowy mówimy, że *na obwód prądu, wniesiony do obcego mu pola magnetycznego, działają siły ponderomotoryczne równe i przeciwne elektromagnetycznym siłom sprawianym przez obwód.*

Dla sprawdzenia tych wniosków wykonajmy kilka prostych doświadczeń. Drut prosty pionowy CD (rys. 101) stanowi część obwodu, mogącego kręcić się swobodnie dokoła osi pionowej AB; prąd wpływa ostrzem A, wypływa ostrzem B, w drucie CD płynie zatem pionowo do góry; ostrza A i B, dla pewności zetknięcia, zanurzone są w rtęci. Do drutu CD zbliżamy biegun N silnego magnesu, którego oś SN umieszczamy w płaszczyźnie $ABCD$, prostopadle do kierunku CD, jak okazuje rysunek; obwód wykręca się wówczas około osi AB, jak gdyby doznawał działania siły, na rysunku oznaczonej przez strzałkę F. Ażeby zdać sobie sprawę z tego zjawiska, przypuśćmy, że w biegunie N skupiona jest dodatnia ilość m magnetyzmu; jeżeli H (jak zwykle w niniejszym rozdziale) oznacza wektor magnetycznego pola tworzonego przez obwód prądu, twierdzimy na zasadzie § 62-go, że prąd i, płynący od C do D, wywiera na biegun N siłę mH, styczną do poziomego koła, którego osią jest CD, zatoczonego promieniem ON; siłę skierowaną przeciwnie ruchowi wskazówek na tarczy zegara dla obserwatora, który wzdłuż prądu i jest umieszczony. Siłę tę mH widzimy przedstawioną na rysunku. Skoro zatem takie, według twierdzenia Ampère'a, jest działanie drutu CD niosącego prąd i w sobie na biegun N, przeto,



Rys. 101.

podług zasady działania i przeciwdziałania, równe i wprost przeciwne jest przeciwdziałanie bieguna N na drut CD niosący w sobie prąd i; przeciwdziałanie to F, równe mH, prostopadłe do płaszczyzny $ABCD$ i skierowane przeciwnie niż mH, tłumaczy ruch obrotowy obwodu, którego jesteśmy świadkami.



Rys. 102.

Umieśćmy oś SN magnesu w taki sposób, ażeby przecinała kierunek CD prostopadle do płaszczyzny $ABCD$; siła mH przypada wówczas w płaszczyznie równoległej do $ABCD$, siła F leży zatem w samej płaszczyznie $ABCD$; taka siła nie skłania obwodu do kręcenia się około osi AB.

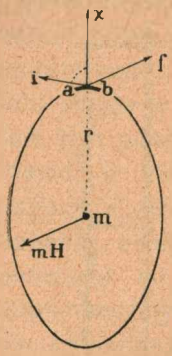
Pokrewne doświadczenie zawdzięczamy Sir Oliverowi Lodge. Gdy przez giętką metalową taśmę przesyłamy prąd elektryczny, owija się ona spiralnie dokoła prostolinjowego magnesu, w którego sąsiedztwie jest zawieszona; gdy odwracamy kierunek prądu, taśma odwija się z magnesu i okręca się koło niego w sensie przeciwnym. Rys. 102 wyjaśnia sposób wykonania tego wytwornego doświadczenia, które powiedzie się gładko, gdy posłużymy się prądem o dostatecznem natężeniu i bardzo silnym magnesem; magnes trzeba oczywiście otoczyć jakąkolwiek cieniutką, elektrycznie izolującą powłoką.

§ 72. *Działanie obcego pola magnetycznego na element prądu.*

Gdy rozważamy działanie obwodu prądu na magnetyczny biegun, możemy wyobrażać sobie, że każda część, że każdy *element* obwodu wywiera pewną siłę na biegun; z takich elementarnych sił składa się całkowite działanie obwodu. Ale nie możemy obserwować siły, którą jeden element prądu wywierałby na biegun, albowiem jednego elementu prądu odosobnić nie możemy; w jednym elemencie, wyjętym z obwodu, nie byłoby prądu. Inaczej mają się rzeczy, gdy zajmujemy się przeciwnem działaniem, od powyższego nieodłącznem, działaniem bieguna na obwód. Działanie magnetycznego bieguna na obwód prądu rozłóżmy na siły składowe elementarne, przyłożone do elementów obwodu; takie siły możemy dostrzegać; nie naruszając ciągłości obwodu, możemy jednę jego część uczynić ruchomą, choć pozostałe są nieruchome.

Wyobraźmy sobie obwód kołowy jednokrotny, w którym płynie prąd o natężeniu i; w środku obwodu niechaj znajduje się biegun magnetyczny północny, zawierający dodatnią ilość m magnetyzmu (rys. 103). Rozumiejąc przez H

wartość wektora pola magnetycznego uważanego obwodu, utworzoną w środku obwodu czyli w punkcie m, powiadamy, że na biegun m działa siła mH prostopadła do płaszczyzny obwodu i związana, stosownie do reguły § 63-go, z kierunkiem prądu i. Oznaczmy przez r promień, przez L długość $2\pi r$ obwodu; wyrażając H w gaussach, i w elektromagnetycznych jednostkach natężenia prądu, mamy, podług wzoru (1) § 65-go:



Rys. 103.

$$1. \qquad mH = mLi/r^2.$$

Wyobraźmy sobie bardzo mały element ab obwodu; przez l rozumiejmy długość elementu ab. Kierując się analogją, załóżmy, że element ab wywiera na biegun m siłę

$$2. \qquad mli/r^2$$

Ponieważ m, i oraz r są identyczne dla wszystkich elementów obwodu, suma zaś długości l wynosi L, dodając zatem wyrażenia (2) utworzone dla wszystkich po kolei elementów obwodu, otrzymujemy rzeczywiście wartość (1). Lecz jeżeli element ab wywiera na biegun m siłę (2), skierowaną jak mH na rys. 103-im, przeto, według zasady działania i przeciwdziałania, biegun m musi wywierać na element ab siłę równie znaczną

$$3. \qquad f = mli/r^2$$

skierowaną wprost przeciwnie niż mH. Możemy posunąć się teraz o istotny krok naprzód. Dodatnia ilość m magnetyzmu, skupiona w środkowym punkcie obwodu, wytwarza własne, *obce* pole magnetyczne, całkiem oczywiście niezależne od elektromagnetycznego pola towarzyszącego prądowi i. Dla jasności będziemy oznaczali przez H, jak dotychczas, wektor pola elektromagnetycznego, sprawianego przez prąd i; przez literę zaś χ będziemy rozumieli wektor obcego pola magnetycznego, które zawdzięcza istnienie obecności bieguna m w środku obwodu. W miejscu zajmowanem przez element ab wektor χ, jak wiadomo, posiada wartość m/r^2; sile f możemy zatem nadać postać

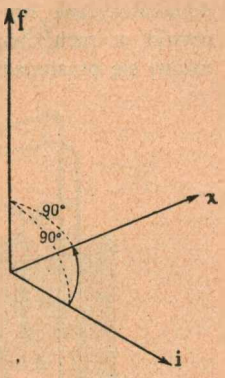
$$4. \qquad f = li\chi.$$

W tem wyrażeniu niema już m ani r; wielkości m i r, które opisują naturę bieguna i jego położenie względem ab, znikły; pozostał tylko χ, który charakteryzuje obce pole istniejące w miejscu ab. Pochodzenie obcego pola, w którem znajduje się element ab, niewątpliwie jest już teraz obojętne; formuła (4) w każdem magnetycznem polu jest ważna, jeżeli jego wektor χ ma wartość i kierunek, które w niniejszym przypadku okazuje w miejscu ab. Wzór (4) wyraża wartość siły f; jakże ona jest skierowana? Bezpośrednio widzimy, że f jest umiejscowiona w prostej, prostopadłej zarówno do kierunku prądu i jak do kierunku wektora χ w miejscu elementu ab; umieszczony wzdłuż siły f obserwator dostrzega ruch obrotowy od i do χ w kierunku przeciwnym kierunkowi ruchu wskazówek na tarczy zegara (rys. 103). W równaniu (4) wielkość l wyrażamy w cm, wielkość i w jednostkach $1\ \mathrm{gr}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{1/2}/\mathrm{sek}$ (§ 65), wreszcie χ w gaussach (§ 56); otrzymujemy zatem siłę f wyrażoną w dynach, jak być powinno.

Musimy jednak o tem pamiętać, że powyższe rozumowanie było ograniczone do pewnego szczególnego przypadku. Prąd i płynął tu w obwodzie kołowym,

był zatem skierowany wszędzie prostopadle do promienia r, zarazem prostopadle do wektora χ obcego pola magnetycznego, które, pochodząc od skupionego w punkcie bieguna m, było promieniste. Równanie (4) jest zatem prawdziwe, gdy kierunek i tworzy kąt prosty z kierunkiem χ; gdy kierunek i tworzy dowolny kąt z kierunkiem χ, wyrażenie siły f przybiera ogólniejszą postać, którą przytaczamy poniżej.

Przypuśćmy, iż element o długości l, w którym płynie prąd natężenia i, znajduje się w obcem polu magnetycznem; jeżeli kierunek prądu i tworzy kąt $(i\chi)$ z kierunkiem wektora χ obcego pola, element l doznaje od tego pola siły f wynoszącej



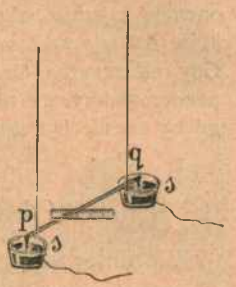
Rys. 104.

5. $$f = li\chi \sin(i\chi)$$

i umiejscowionej w prostej, prostopadłej zarazem do kierunku prądu i oraz do kierunku wektora χ (utworzonego w miejscu elementu l); obserwator umieszczony wzdłuż siły f (przez którego zatem, od stóp do głowy, przebiega kierunek tej siły) dostrzega, iż ruch obrotowy od i do χ odbywa się w kierunku przeciwnym kierunkowi ruchu wskazówek na tarczy zegara (rys. 104).

Jeżeli, jak w powyżej rozważonym przypadku, kąt i tworzy kąt prosty z kierunkiem wektora χ, wówczas $(i\chi) = 90^0$, wzór (5) przechodzi zatem w formułę (4). Lecz gdyby kierunek i przypadał w kierunku wektora χ, mielibyśmy $(i\chi) = 0^0$, element l nie doznawałby wcale siły ponderomotorycznej.

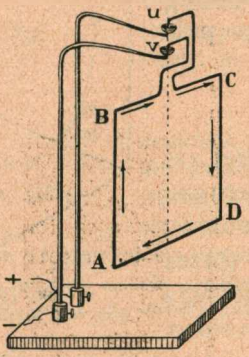
Podane tu twierdzenia możemy objaśniać i sprawdzać zapomocą rozmaitych doświadczeń. Wyobraźmy sobie drut metalowy pq, zawieszony poziomo na cienkich izolujących niciach, jak pokazuje rys. 105; dwiema poprzecznemi cieniutkiemi platynowemi igłami, w które jest zaopatrzony, przewodnik pq dotyka powierzchni rtęci zawartej w naczyńkach ss i jest tym sposobem włączony w obwód prądu elektrycznego. Zbliżając biegun magnetyczny, badamy zachowanie się przewodnika pq; możemy więc sądzić o siłach ponderomotorycznych, których przewodnik ten wówczas doznaje.



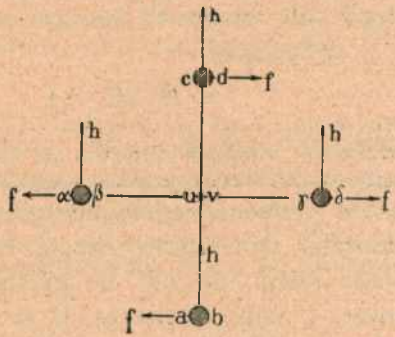
Rys. 105.

Bardzo proste i wymowne doświadczenie zawdzięczamy Ampère'owi. Obwód płaski prostokątny $ABCD$ może kręcić się swobodnie dokoła pionowej osi uv (rys. 106); prąd wpływa ostrzem u, wypływa ostrzem v, które obadwa są zanurzone w rtęci. Skoro tylko połączenia zostały uskutecznione, płaszczyzna obwodu ustawia się prostopadle do płaszczyzny miejscowego południka magnetycznego. Nie zapominajmy o tem istotnie, że obwód $ABCD$ prądu znajduje się w polu magnetycznem ziemskiem. Znane nam obecnie prawa działania obcego

pola na element prądu zastosujmy po kolei do ramion *AB*, *BC*, *CD* i *DA* obwodu. Składowa pozioma *h* natężenia magnetyzmu ziemskiego biegnie poziomo, w płaszczyźnie południka magnetycznego; na poziome ramiona *BC* oraz *DA* obwodu działają zatem ponderomotoryczne siły *f* skierowane pionowo, równolegle do osi *uv*; nie wywierają one wpływu na wykręcanie się obwodu dokoła tej właśnie osi. Na pionowe natomiast ramiona *AB* i *CD* działają ponderomotoryczne siły *f* skierowane poziomo; tworzą one parę sił, wprawiającą obwód w ruch obrotowy dokoła osi *uv* dopóty, dopóki jego płaszczyzna nie ustawi się prostopadle do składowej *h*. Przekonywamy się o tem łatwo przy



Rys. 106.



Rys. 107.

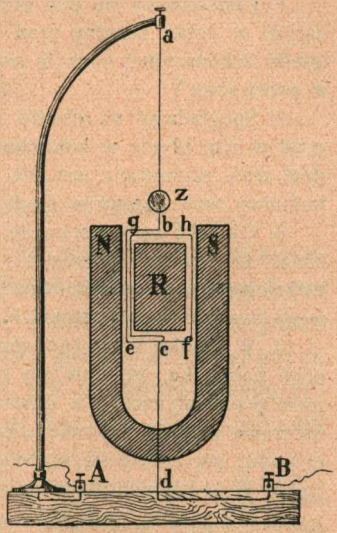
pomocy rys. 107-go, którego płaszczyzna jest pozioma; płaszczyzna obwodu *ABCD* jest pionowa, ramiona *AB* i *CD* są więc widoczne w rys. 107-ym jako rzuty czyli przecięcia poziome, bądź *ab* i *cd*, bądź $\alpha\beta$ i $\gamma\delta$. Przez *ab* oraz $\alpha\beta$ prąd *i* płynie do góry, przez *cd* oraz $\gamma\delta$ prąd *i* płynie ku dołowi. Jeżeli płaszczyzna obwodu zajmuje położenie *abcd* (t. j. jeżeli w niej właśnie przypada *h*), siły *f*, które działają na ramiona *AB* i *CD*, skłaniają obwód do obrotu dokoła osi *uv*. Gdy płaszczyzna obwodu zajmie położenie $\alpha\beta\gamma\delta$ prostopadłe do kierunku *h*, ponderomotoryczne siły *f*, jak widzimy, mogłyby chyba tylko odkształcić obwód, gdyby on nie był sztywny, ale wprawić go w obrót nie mogą.

§ 73. Galwanometry Kelvina. Ampermetry.

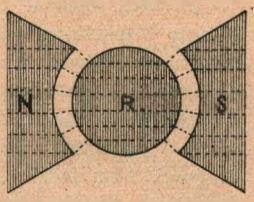
Z ponderomotorycznych sił, których w obcem polu magnetycznem doznaje obwód prądu, skorzystał Lord Kelvin dla zbudowania nowego typu prądomierzy, odmiennych od znanych nam z § 67-go galwanometrów i w niejednym względzie od nich dogodniejszych. Myśl Kelvina służy dziś do budowy mnóstwa naukowych i technicznych narzędzi. Istotną składową częścią tych przyrządów bywa zwykle cewka ruchoma, umieszczona pomiędzy biegunami silnego magnesu lub elektromagnesu; gdy przepuszczamy przez nią prąd, którego natężenie pragniemy

zmierzyć, cewka wykręca się; z wykręcenia cewki (lub wskazówki albo zwierciadełka, które połączyliśmy z cewką) wnosimy o natężeniu przepuszczonego prądu.

Rozpowszechniony typ (Deprez-d'Arsonval) galwanometrów Kelvina ma budowę następującą. Pomiędzy biegunami magnesu *NS* (rys. 108), na cienkim metalowym drucie *ab* wisi cewka prostokątna *efgh* (na rysunku wskazana schematycznie); od dołu, w punkcie *c*, cewka ta łączy się z innym cienkim metalowym drutem *cd* utwierdzonym w *d*. Gdy prądu w cewce niema, jej płaszczyzna ma być równoległa do linij magnetycznego pola. Przypuśćmy, że prąd wpływa do *A*, drogą *Aab* dopływa do cewki (którą okrąża w kierunku *bgefhc*) wreszcie przez *cdB* odpływa do pozostałych części obwodu. Ramiona poziome cewki (*hbg*, *ecf*) nie doznają działania sił ponderomotorycznych, na ramiona pionowe (*ge*, *fh*) wywierane są siły, umiejscowione w prostych prostopadłych do płaszczyzny cewki lecz skierowane przeciwnie. Cewka może kręcić się swobodnie około osi *abcd*; gdy prąd płynie, cewka znajduje się pod wpływem pary sił, która stara się jej płaszczyznę ustawić prostopadle do linij magnetycznego pola (por. § 72). Ów obrót cewki łączy się atoli ze skręcaniem drutów *ab* i *cd* (§ 30 tomu II-go), opiera mu się zatem sztywność drutów; gdy sprężysta reakcja drutów dorównywa ponderomotorycznemu działaniu pola, układ *abgefhcd* wraz ze zwierciadełkiem *z* jest w równowadze. Kąt obrotu odczytujemy metodą znaną z § 67-go. Wewnątrz cewki (opasany przez nią, ale bez zetknięcia) znajduje się rdzeń *R* w postaci walca, sporządzonego z miękkiego żelaza. Obecność tego rdzenia przedewszystkiem wzmaga znacznie pole magnetyczne (§ 70); nadto zaś wykręca nieco linje pola (rys. 109), tak iż one biegną przez cewkę w kierunkach promieni walca *R*. Wynika stąd ważna zaleta przyrządu; gdy cewka wykręca się, skłaniająca ją do obrotu para sił pozostaje niezmienna; dlatego wykręcenie jest proporcjonalne do natężenia prądu. Ponieważ nadto w wąskim odstępie pomiędzy *N* lub *S* a *R* pole magnetyczne jest bardzo silne, przeto, posługując się galwanometrem Kelvina, możemy zaniedbywać zakłócenia pochodzące np. od prądów elektrycznych obcych, od pola magnetycznego ziemskiego i t. p. Czułość przyrządów, zaopatrzonych w ruchomą cewkę, bywa natomiast zazwyczaj mniejsza niż czułość galwanometrów opisanych w §§ 67-ym.



Rys. 108.



Rys. 109.

Ampermetry (lub, jak mawia się niekiedy, *ammetry*), któremi posługuje się dzisiaj codziennie przemysł elektrotechniczny, działają według objaśnionych tu

zasad; cewka wisi w nich na sprężynkach przypominających te, które znane są z kieszonkowych zegarków (rys. 4, § 5 tomu I-go); dzięki temu urządzeniu przyrząd staje się przenośny. Odchylenia cewki wskazuje wskazówka, biegnąca przed skalą łukową; jej podziałkę sporządza się przez kalibrowanie przyrządu.

Zadania.

1. Umieściwszy się pod przewodem biegnącym z południa na północ i niosącym w sobie potężny prąd elektryczny, spostrzegamy, że północny biegun igiełki deklinacyjnej odchyla się ku zachodowi. W jakim kierunku płynie prąd w przewodzie?

2. Spoglądając na obwód kołowy płaski, leżący poziomo, dostrzegam, iż prąd w nim płynie w kierunku ruchu wskazówek na tarczy zegara. Jak względem mnie skierowana jest siła, którą prąd wywiera na biegun magnetyczny południowy umieszczony w środku obwodu?

3. Określić amperosekundę, wattminutę, woltamperogodzinę; podać ich stosunek do znanych jednostek. Dlaczego nie kupujemy kulombów? dlaczego elektrownia w kilowattgodzinach sporządza rachunki? Dzielność 1 konia parowego wyrazić w woltamperach.

4. W środku kołowego obwodu, umieszczonego w płaszczyznie magnetycznego południka, znajduje się magnesowa igiełka; wychyla się ona pod działaniem prądu płynącego w obwodzie. Czy kąt wychylenia jest proporcjonalny do natężenia prądu? Nie zmieniając natężenia prądu, skracamy do połowy promień obwodu; jak zmieni się kąt wychylenia?

5. W jakich jednostkach wyraża się redukcyjny spółczynnik busoli stycznych?

6. Dla pewnej busoli stycznych mamy $n = 1$, $r = 50\,\text{cm}$; dostrzegamy $\theta = 32^0$. Kładąc $h = 0{\cdot}2$ gaussa, obliczyć natężenie prądu.

7. Spoglądamy na poziome przecięcia krańcowe elektromagnesu zbudowanego w kształcie podkowy; w jakim kierunku wydaje nam się, iż krąży prąd dokoła bieguna N i dokoła S?

8. Czy możemy wyobrażać sobie, że pole magnetyczne ziemskie wynika z obecności pewnych ładunków elektrycznych rozlanych na powierzchni kuli ziemskiej i uczestniczących w jej ruchu obrotowym?

9. Przez solenoid o długości 25 cm, liczący 50 skrętów, płynie prąd elektryczny o natężeniu 0·5 ampera; obliczyć wektor magnetyczny we wnętrzu solenoidu. Zakładając, że rozległość poprzecznego przecięcia solenoidu wynosi $1\,\text{cm}^3$, obliczyć ilość magnetyzmu zawartą w biegunach magnesu, który wytwarzałby nazewnątrz to samo pole, jakie wytwarza solenoid.

10 Prostokątna cewka galwanometru typu Deprez-d'Arsonval ma 5 cm długości, 1 cm szerokości; na cewce znajduje się 25 skrętów nawiniętego drutu. Cewka ta porusza się w polu 300 gaussów, sprawianem przez otaczający ją magnes. Znaleźć momenty sił, które działają na cewkę, gdy płynie przez nią prąd o natężeniu 0·001 ampera.

11. Prąd trwały, który w przeciągu 30 minut wydzielił 0·169 gr (dwuwartościowej) miedzi w woltametrze, sprawiał w busoli stycznych odchylenie igły wynoszące 45°. Obliczyć spółczynnik redukcyjny busoli. Wiedząc, że obwód busoli jest 8-krotny i że promień obwodu wynosi średnio 8·15 cm, obliczyć wartość poziomej składowej natężenia magnetyzmu ziemskiego w miejscu spostrzeżeń.

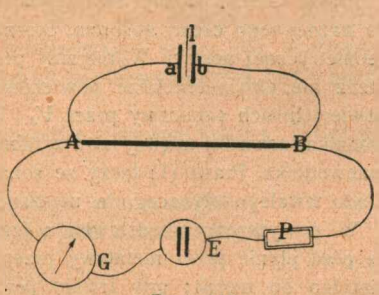
ROZDZIAŁ PIĄTY.

Prawa prądów trwałych.

§ 74. Opór elektryczny. Prawo Ohma.

Wyobraźmy sobie jednolity przewodnik obdarzony elektrycznym ładunkiem. Gdy ładunek jest w równowadze, potencjał we wszystkich punktach przewodnika jest jednakowy; lecz jeżeli w przewodniku płynie prąd elektryczny, potencjał w różnych punktach musi być rozmaity. Prądowi, jak wiadomo, przypisujemy kierunek, zwrócony od miejsc, w których potencjał ma wartość wyższą, do miejsc, w których ma niższą.

Przypuśćmy, że w obwodzie $EGABPE$ (rys. 110) krąży prąd trwały, pochodzący z ogniwa E; w tym obwodzie znajduje się galwanometr G, opornica P oraz drut metalowy AB, którego poprzeczne przecięcie jest wszędzie jednakowe. Dzięki opornicy możemy zmieniać natężenie prądu w obwodzie; każde natężenie możemy zmierzyć przy pomocy galwanometru. Końce drutu AB łączymy z płytkami a, b elektrometru jednolistkowego heterostatycznego, którego listek l naładowany jest ze źródła o potencjale wysokim i stałym; w każdem stadjum doświadczenia możemy przekonać się tym sposobem, jaka różnica istnieje między wartością V_A, którą potencjał ma w punkcie A a wartością V_B, którą ma w punkcie B. Posługując się tym samym wciąż drutem AB i utrzymując go w temperaturze stałej (i wogóle w stanie niezmiennym), zmieniamy natężenie płynącego prądu i dla każdego natężenia i mierzymy odpowiednią wartość różnicy $V_A - V_B$; przekonywamy się bez trudności, że i *oraz* $V_A - V_B$ *są proporcjo-*



Rys. 110.

nalne wzajemnie do siebie. Stosunek różnicy potencjałów panujących na końcach przewodnika do natężenia płynącego w nim prądu jest zatem wielkością *stałą*, niezależną od tej różnicy ani od owego natężenia. Lecz gdybyśmy użyli, zamiast drutu AB, innego, cieńszego albo grubszego, krótszego albo dłuższego, gdybyśmy poddali ten sam drut AB wpływowi niższej lub wyższej temperatury, gdybyśmy go skręcili lub wydłużyli, gdybyśmy drut miedziany zastąpili przez stalowy albo niklowy przez srebrny, stosunek $(V_A - V_B)/i$ zmieniłby się natychmiast. Stosunek ten, który w danym stanie przewodnika jest jego charakterystyczną własnością, nazywamy *elektrycznym oporem*; oznaczając go przez R, piszemy

$$1. \qquad V_A - V_B = Ri.$$

Opór elektryczny przewodnika nie zależy od natężenia płynącego w nim trwałego prądu ani od różnicy potencjałów, która w przewodniku panuje; opór jest własnością przewodnika, zależną od jego postaci i rozmiarów, od jego chemicznego składu, od temperatury i innych warunków, w których go doświadczamy. Twierdzenie to, ważne w fizyce, nazywamy *prawem Ohma*.

Prawo Ohma stosuje się nietylko do całkowitego drutu; stosuje się również do każdej jego części zosobna. Stosuje się ono także do przewodników dowolnej geometrycznej postaci. Wybieramy punkty A i B w przewodniku i prowadzimy przez nie ekwipotencjalne powierzchnie S_A i S_B; wartości potencjału na tych powierzchniach oznaczmy przez V_A i V_B. Przez R rozumiejmy opór części przewodnika, zawartej między powierzchniami S_A i S_B a zewnętrznem ograniczeniem przewodnika. Prawo (1) łączy ze sobą opór R, różnicę $V_A - V_B$ oraz natężenie i prądu trwałego płynącego w uważanej części przewodnika.

W powyższem przedstawieniu rzeczy wyobraziliśmy sobie dla określoności, że prąd płynie przez metalowy przewodnik. Prawo Ohma stosuje się jednak nietylko do metali; gdy trwały prąd płynie przez elektrolit ciekły, prawo to jest również spełnione. Bardzo rozrzedzone ciała gazowe stanowią wyjątek; gdy przewodzą prąd elektryczny, prawo Ohma nie jest zachowane. Przewodnictwo rozrzedzonych gazów (do którego powrócimy w VIII-ym rozdziale) jest więc anormalne; natomiast przewodnictwo metali i elektrolitów jest jaknajściślej posłuszne prawu Ohma, od którego, mimo umyślnych doświadczeń, nie znaleziono w tych ciałach najmniejszych uchyleń.

Proste prawo normalnego elektrycznego przewodnictwa, którem upamiętnił swe imię, odkrył pomiędzy 1825 a 1827 rokiem Jerzy Szymon Ohm, skromny nauczyciel szkół średnich w Kolonji; jest ono zupełnie podobne do prawa normalnego cieplnego przewodnictwa, do prawa, które kilkanaście lat przedtem odgadł był wielki francuski uczony Fourier (§§ 102 i 112 tomu II-go).

§ 75. Jednostka oporu. Ohm.

Powszechnie dziś przyjęta jednostka elektrycznego oporu nazywa się *ohmem*; jej określenie jest następujące: opór przewodnika wynosi 1 ohm, jeżeli czynna na jego krańcach różnica potencjałów równa 1 woltowi sprawia w nim natężenie prądu trwałego równe 1 amperowi. Odwołując się do równania (1) poprzedzającego artykułu, możemy zatem powiedzieć, że

1. $$1 \text{ wolt} = 1 \text{ ohm} \times 1 \text{ amper}.$$

Gdy wyraziliśmy w ohmach opór przewodnika, natężenie zaś płynącego prądu w amperach, z formuły wypowiadającej prawo Ohma wypada panująca na krańcach różnica potencjałów podana w woltach.

Jednostka elektrycznego oporu, określona przez wzór (1), otrzymała dla ścisłości nazwę *ohma prawdziwego* lub *teoretycznego*. Za urzeczywistnienie tej jednostki (czyli za t. zw. *wzorzec* elektrycznego oporu) przyjęto *ohm międzynarodowy* t. j. opór, który trwałemu elektrycznemu prądowi przeciwstawia, w temperaturze 0°C, kolumna rtęci jednostajnego poprzecznego przecięcia, mająca długość = 106·3 cm oraz masę = 14·4521 gr; rozległość poprzecznego przecięcia takiej kolumny jest bardzo mało różna od 1 mm². Ohm międzynarodowy jest prawdopodobnie 1·0003 razy większy od prawdziwego; ponieważ jednak możemy znacznie dokładniej porównywać pomiędzy sobą rozmaite opory aniżeli zbudować wzorzec prawdziwego ohma, postanowiono zatem (na konferencji w Londynie 1908 r.) posługiwać się nadal ohmem międzynarodowym, bez względu na jego istotny stosunek do prawdziwego.

Elektromagnetyczną jednostkę oporu, zgodnie z prawem Ohma, określamy jak następuje

2. $$1 \text{ el.-magn. jedn. oporu} = \frac{1 \text{ el.-magn. jedn. potencjału}}{1 \text{ el.-magn. jedn. natężenia prądu}}.$$

Z twierdzeń (9) i (11) § 65-go wyprowadzamy, że

3. $$1 \text{ el.-magn. jedn. oporu} = 1 \text{ cm/sek}$$

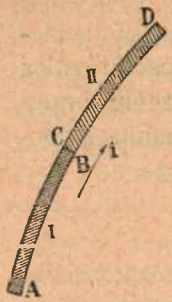
jest zatem identyczna ze zwykłą jednostką prędkości. Z określenia ohma oraz z założeń (1) i (5) § 66-go wynika, że

4. $$1 \text{ ohm} = 10^9 \text{ el.-magn. jedn. oporu}.$$

§ 76. Opór przewodników złączonych.

Wyobraźmy sobie dwa druty I i II, wyrobione z tej samej substancji, np. AB i CD (rys. 111) i przypuśćmy, że połączyliśmy je *w szereg*; wyrażenie to znaczy, że końcowy punkt B pierw-

szego drutu znajduje się w zetknięciu z początkowym punktem C drugiego. Oznaczmy przez V_A, V_B, V_C, V_D wartości potencjału w punktach A, B, C, D, przez R_1 i R_2 opory drutów, przez i natężenie prądu trwałego, który przez nie płynie. Według § 74-go mamy wówczas



Rys. 111.

1. $$V_A - V_B = R_1 i; \quad V_C - V_D = R_2 i.$$

Skoro jednak punkty B i C dwóch chemicznie i fizycznie jednakowych drutów są w zetknięciu, przeto $V_B = V_C$, zatem

2. $$V_A - V_D = (R_1 + R_2) i.$$

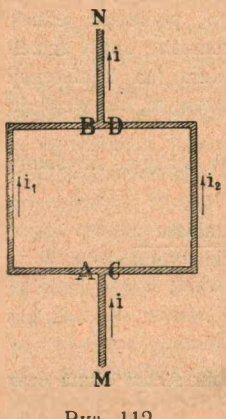
Rozumiejąc przez R opór całości AD złożonej z drutów I i II, mamy według prawa Ohma

3. $$V_A - V_D = Ri$$

z porównania zatem wzorów (2) i (3) wyprowadzamy

4. $$R = R_1 + R_2.$$

Łączymy teraz początkowy punkt A pierwszego drutu z początkowym punktem C drugiego, oraz końcowy punkt B pierwszego drutu z końcowym D drugiego; powiadamy wówczas, że AB i CD tworzą *rozgałęzienia* prądu, że są włączone w obwód *równolegle* (rys. 112). Oznaczmy przez i natężenie prądu płynącego od M do (AC) lub od (BD) do N; przez i_1 rozumiejmy natężenie prądu płynącego w AB, przez i_2 natężenie prądu w CD. Skoro prądy i, i_1, i_2 są trwałe, ładunek, przenoszony w ciągu sekundy przez dowolne poprzeczne przecięcie gałęzi $M(AC)$ lub $(BD)N$ jest równy sumie ładunków przenoszonych w ciągu sekundy przez dowolne poprzeczne przecięcie gałęzi AB i CD; zatem



Rys. 112.

5. $$i = i_1 + i_2.$$

Mamy jak wyżej

6. $$V_A - V_B = R_1 i_1; \quad V_C - V_D = R_2 i_2.$$

Obecnie jednak $V_A = V_C$, $V_B = V_D$, dlatego z (6) otrzymujemy

7. $$R_1 i_1 = R_2 i_2 \quad \text{czyli} \quad i_1 : i_2 = R_2 : R_1$$

z równań zaś (5) i (6):

$$8. \qquad i = (V_A - V_B)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (V_C - V_D)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Zespół gałęzi AB i CD spróbujmy zastąpić przez jeden drut PQ, którego opór wynosi R. Jeżeli R czyni zadosyć warunkowi

$$9. \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

wnosimy z równania (8), że PQ może przenieść trwały prąd i bez zmiany panującej na krańcach różnicy potencjałów; gdybyśmy mieli

$$10. \qquad V_P - V_Q = V_A - V_B = V_C - V_D,$$

prąd w PQ miałby znowu natężenie i. Nazywamy R oporem *równoważnym* rozgałęzieniu oporów R_1 i R_2 *równolegle włączonych (lub spiętych).*

Z równania (7) wyprowadzamy wniosek, który ma mnóstwo zastosowań w praktyce elektrotechnicznej. Przypuśćmy, że opór R_1 drutu AB jest bardzo mały w porównaniu do oporu R_2 drutu CD; natężenie i_1 prądu płynącego przez AB jest wówczas bardzo wielkie w porównaniu do i_2; niemal cały prąd i kieruje się przez AB, ku CD zwraca się tylko znikoma część prądu. Drut AB nazywamy wówczas *upustem* lub też z angielska *shuntem* (dosłownie: boczną odnogą) drutu CD. W shunt słabego oporu bywa naprzykład zwykle zaopatrzony ampermetr (§ 73); przez przyrząd mierniczy płynie drobny ułamek prądu krążącego w głównym obwodzie.

§ 77. Opór właściwy; przewodnictwo właściwe.

Wyobraźmy sobie drut AZ (rys. 113), co do ustroju i składu ściśle jednostajny; przypuśćmy, że poprzeczne przecięcie drutu jest wszędzie jednakowo rozległe. Niechaj opór drutu AZ wynosi R. Dowolnem poprzecznem przecięciem L dzielimy w myśli drut AZ na części AL i LZ, których opory oznaczamy przez R_1 i R_2. Według § 76-go

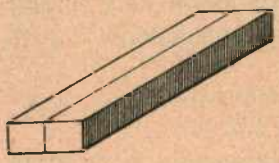
Rys. 113.

$$1. \qquad R = R_1 + R_2.$$

Przypuśćmy na chwilę, że długości AL i LZ są sobie równe; druty AL i LZ są wówczas identyczne, zatem $R_1 = R_2$; każdy z tych oporów wynosi $\frac{1}{2}R$. Gdyby długość AM była połową długości MZ, więc trzecią częścią długości AZ, opór R_1 części AM

byłby połową oporu R_2 części MZ, więc trzecią częścią oporu R całości AZ. Krótko mówiąc, *w drucie jednostajnego ustroju i składu oraz jednakowego wszędzie poprzecznego przecięcia, opór każdej części jest proporcjonalny do jej długości.*

Wyobraźmy sobie dwa przewodniki, sporządzone z tej samej substancji i w każdym względzie jednakowe; dla określoności przypuśćmy, że mają postać długich prostopadłościanów, jednakowej długości i jednakowego poprzecznego przecięcia (rys. 114); prąd przez nie płynie w kierunku długości. Gdy złożymy ze sobą przewodniki którąkolwiek ze ścian równoległych do długości, powstanie nowy przewodnik tej samej długości lecz podwójnego poprzecznego przecięcia. Ponieważ przewodniki są włączone w obwód «równolegle», przekonywamy się z formuły (9) poprzedzającego artykułu, że równoważny opór R całości jest równy połowie oporu każdego z przewodników składowych. Gdybyśmy podobnie złożyli ze sobą trzy jednakowe przewodniki, powstałby nowy przewodnik tej samej długości ale potrójnego poprzecznego przecięcia; równoważny opór R całości byłby równy trzeciej części oporu każdego z przewodników składowych. *Gdy długość drutu pozostaje niezmienna, jego opór (caeteris paribus) jest odwrotnie proporcjonalny do rozległości poprzecznego przecięcia.*



Rys. 114.

Powyższe wnioski możemy streścić algebraicznie w twierdzeniu następującem. Wyobraźmy sobie drut jednostajnego ustroju i składu oraz jednakowego wszędzie poprzecznego przecięcia. Oznaczmy przez l długość drutu, przez S rozległość poprzecznego przecięcia. Opór R drutu piszemy w postaci

$$2. \qquad R = r\frac{l}{S}$$

gdzie r jest spółczynnikiem proporcjonalności czyli stałą niezależną od l i od S, zależną od chemicznego składu drutu a także od jego fizycznego stanu, przedewszystkiem od temperatury; stałą tę r nazywamy *oporem właściwym* substancji, z której przewodnik jest sporządzony. Odwrotność oporu właściwego

$$3. \qquad c = \frac{1}{r}$$

nazywamy *przewodnictwem właściwem* substancji. Jednostką oporów właściwych, jak widzimy z formuły (2), jest 1 ohm × 1 cm; jednostką przewodnictw jest 1/ohm × cm.

Stosując naprzykład równanie (2) do rtęci w 0°C, mamy, podług § 75-go:

4. $$1 \text{ ohm} = r_{Hg} \times 106{\cdot}3 \text{ cm}/0{\cdot}01 \text{ cm}^2$$

skąd otrzymujemy

5. $$r_{Hg} = 0{\cdot}000094073 \text{ ohm} \times \text{cm} \ (0^\circ\text{C}).$$

W następującej tabliczce przytaczamy wartości oporu właściwego r niektórych substancyj. Wszystkie wartości odpowiadają temperaturze 0°C. Za jednostkę przyjęto wszędzie 10^{-6} ohm × cm.

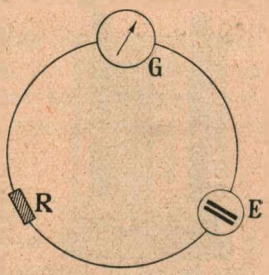
Srebro Ag:	1·5	Żelazo Fe:	9·5
Miedź Cu:	1·7	Platyna Pt:	11·0
Glin Al:	2·8	Ołów Pb:	19·5
Cynk Zn:	5·7	Rtęć Hg:	94·073

Aljaże:	Manganin (Cu, Mn, Ni):	42·0
	Konstantan (Cu, Ni):	49·0
	Inwar (tom II, § 93):	75·0

Najczystsza woda, jaką można dziś sporządzić:	$2{\cdot}5 \times 10^{13}$
Nasycony roztwór soli NaCl w wodzie (18°C):	$4{\cdot}63 \times 10^{2}$
Roztwór 40% kwasu HCl w wodzie (18°C):	$1{\cdot}94 \times 10^{2}$

Gdy temperatura podnosi się, opór właściwy wszystkich czystych, chemicznie prostych metali *wzrasta*. W obwodzie stałego ogniwa umieśćmy zwój drutu żelaznego oraz lampkę żarową; ogrzewając zwój w płomieniu gazowym, dostrzegamy, że lampka świeci słabiej; oziębiając zwój energicznie, wywołujemy silne świecenie. Jak wykazał w ostatnich czasach Kamerlingh Onnes w Lejdzie, w nadzwyczajnie niskich temperaturach, które można osiągnąć przy pomocy skroplonego helu (§ 124 tomu II-go), opór niektórych metali znika niemal zupełnie; metale te, według wyrażenia holenderskiego badacza, stają się wówczas *ponadprzewodnikami*.

Opór niektórych *aljaży* (stopów), jak konstantan, nikielin, zwłaszcza zaś *manganin*, zależy nieznacznie od temperatury; z tego powodu wzorce oporu bywają dziś zwykle sporządzane z manganinu. Do wyrobu drutów przewodzących prąd elektryczny przemysł elektrotechniczny posługuje się miedzią, często też t. zw. *bronzem* krzemowym lub fosforowym, który chemicznym składem różni się mało od miedzi.

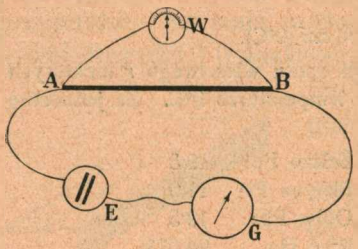


Rys. 115.

Urządzenie *opornic* opisaliśmy wyżej w § 68-ym. Wyobraźmy sobie, że pragniemy zmierzyć opór R pewnego przewodnika (rys. 115). Tworzymy obwód, do którego, oprócz ogniwa E, włączamy nieznany opór R tudzież galwanometr G. Zmierzywszy natężenie płynącego w tych warunkach prądu, wyłączamy opór R i na jego miejsce włączamy opornicę. Gdy w opornicy dobierzemy taki opór, ażeby natężenie prądu przybrało napowrót poprzednią wartość, możemy być pewni, że suma włączonych w opornicy oporów

jest równa oporowi R, który mieliśmy zmierzyć; zakładamy przytem, że elektromotoryczna siła użytego ogniwa E jest sama przez się niezmienna. Prosty ten sposób mierzenia oporów nazywa się metodą *substytucji* (podstawienia).

Różnicę potencjałów w dwóch punktach przewodnika, przez który płynie prąd elektryczny, możemy zmierzyć t. zw. *woltmetrem*. Jest to w zasadzie galwanometr, który przeciwstawia prądowi opór bardzo znaczny, wynoszący niekiedy tysiące ohmów. Przypuśćmy, że mamy zmierzyć różnicę wartości, które okazuje potencjał w punktach A i B obwodu $EABGE$ (rys. 116), zawierającego ogniwo E i galwanometr G. Do punktów A i B przyłączamy woltmetr W, tak iż AB staje się *shuntem* woltmetru; przez przyrząd ten kieruje się drobna część prądu, natężenie więc prądu krążącego w obwodzie głównym $EABGE$ zmienia się nieznacznie; potencjały w miejscach A oraz B będą niemal takie, jakie były przed przyłączeniem woltmetru.

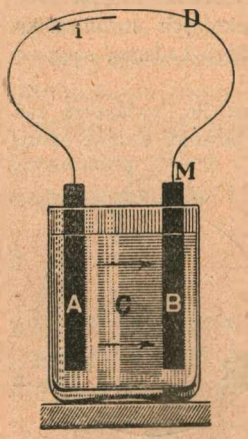


Rys. 116.

Prąd, przez woltmetr płynący, aczkolwiek bardzo słaby, wychyli jednak znacznie wskazówkę, jeśli cewka galwanometru ma wysoką liczbę skrętów. Wiemy z prawa Ohma, że natężenie tego prądu będzie proporcjonalne do różnicy potencjałów czynnej pomiędzy A i B. Można zatem zaopatrzeć woltmetr w skalę, wyrażoną w woltach.

§ 78. Zastosowanie prawa Ohma do zamkniętego obwodu.

Wyobraźmy sobie dwie płyty wyrobione z dwóch różnych metali A, B i zanurzone w elektrolitycznym roztworze C (rys. 117); taka całość, jak wiadomo, jest najprostszem ogniwem. Obwód ogniwa zamykamy drutem sporządzonym z dowolnego metalu D. Przypuśćmy, że prąd w obwodzie płynący jest trwały; że krąży w ogniwie w kierunku od A do B, w drucie zaś D od B do A. Uważajmy punkt M zetknięcia płyty B z drutem D; niechaj wartość potencjału metalu D w punkcie M wynosi V_M. Posuwamy się od punktu M w kierunku krążenia prądu; spotykamy wówczas coraz inne wartości potencjału. Dopóki idziemy wzdłuż przewodnika jednolitego, potencjał maleje stosownie do prawa (1) § 74-go; gdy z jednego przewodnika przechodzimy do innego przewodnika, potencjał skacze o różnicę zależną od natury i od stanu przewodników (§ 38). Lecz gdy okrążymy obwód dokoła i powrócimy do metalu D



Rys. 117.

w punkcie M, potencjał musi przybrać napowrót wartość V_M; suma wszystkich spadków wzdłuż przewodników oraz wszystkich skoków na granicach zetknięcia musi być równa zeru. Oznaczając przez R_A, R_B, R_C opory płyt A i B oraz roztworu C, przez r opór drutu D, przez i natężenie prądu płynącego w obwodzie i posługując się, dla wyobrażenia granicznych skoków potencjału, znanemi z rozdz. II-go symbolami, mamy zatem

1. $$V_M - ri + D/A - R_A i + A/C - R_C i + C/B - R_B i + B/D = V_M$$

skąd zaraz wynika

2. $$D/A + A/C + C/B + B/D = (r + R_A + R_B + R_C) i.$$

Lecz podług prawa Volty (§ 39) mamy

3. $$D/A + A/B + B/D = 0.$$

Rozumiejąc przeto przez

4. $$R = R_A + R_B + R_C$$

łączny opór ogniwa (tak zwany jego *opór wewnętrzny*) oraz przez

5. $$\mathcal{E} = B/A + A/C + C/B$$

jak dawniej (§ 39), *elektromotoryczną siłę ogniwa*, wyprowadzamy z równań (2) i (3) co następuje

6. $$\mathcal{E} = (r + R) i.$$

Równanie (6) wyraża prawo Ohma w zastosowaniu do zamkniętego obwodu. Zmierzywszy, przy pomocy opornicy, opory r i R, siłę zaś elektromotoryczną $\mathcal{E}$ wyznaczywszy elektrometrycznie, możemy obliczyć natężenie prądu i z formuły (6), nie posługując się wcale galwanometrem.

Przypuśćmy, że źródłem prądu krążącego w obwodzie jest zespół n jednakowych ogniw złączonych *w szereg* (§ 40); całkowita siła elektromotoryczna czynna w obwodzie wynosi wówczas $n\mathcal{E}$, opór zaś t. zw. wewnętrzny jest nR. Natężenie i prądu płynącego w obwodzie dane jest w tym razie przez

7. $$n\mathcal{E} = (r + nR) i.$$

Przypuśćmy przeciwnie, że źródłem prądu jest zespół n jednakowych ogniw spiętych *równolegle*; siła elektromotoryczna czynna w obwodzie jest wówczas $\mathcal{E}$, zupełnie tak, jak gdyby pracowało w nim tylko jedno ogniwo, natomiast opór wewnętrzny jest n razy mniejszy niż opór jednego ogniwa. Mamy w tym razie

8. $$\mathcal{E} = \left(r + \frac{R}{n}\right) i.$$

§ 79. Rozpraszanie energji elektrycznej w przewodnikach.

Weźmy na uwagę dwa punkty a i b drutu, w którym, w kierunku od a do b, płynie prąd elektryczny. Oznaczmy przez V_a i V_b wartości potencjału w punktach a i b, przez R rozumiejmy opór części ab, przez i natężenie płynącego w drucie prądu. Według twierdzenia (1) § 74-go mamy

1. $$V_a - V_b = Ri.$$

Z tem twierdzeniem porównywamy inną znaną nam prawdę. Podług § 37-go praca W, którą w przeciągu czasu τ łożą siły pola elektrycznego na utrzymanie między a i b prądu o natężeniu i, wynosi

2. $$W = i(V_a - V_b)\tau.$$

Wyrugowawszy różnicę $V_a - V_b$ z (1) i (2), znajdujemy

3. $$W = Ri^2\tau.$$

Ażeby zrozumieć znaczenie równania (3), musimy odwołać się do sposobów myślenia, do których prowadzą wielkie *zasady zachowania* i *rozpraszania energji*. Z różnych rozdziałów tej książki jest nam wiadomo, że praca, wykonana przeciwko zachowawczym siłom, w zachowawczym układzie, nie ginie, że gromadzi się w postaci zasobu pracy, w postaci naprzykład grawitacyjnej, sprężystej, elektrostatycznej, magnetostatycznej, wogóle *potencjalnej* albo też w postaci *kinetycznej* energji; gdy odwracamy zaszłą przemianę, czerpiemy z takiego zapasu energji i odbieramy napowrót pracę, którą wydaliśmy. Nie wszystkie jednak układy są zachowawcze; zjawiska w naturze są *nieodwracalne*. Praca wyłożona przeciwko siłom niezachowawczym, w nieodwracalnem zjawisku, wprawdzie nie znika, nie obraca się w niwecz, ale ucieka i rozprasza się, wówczas zaś najczęściej przestaje nam być pożyteczna. Najpospolitszą postacią rozproszonej energji jest ciepło. Gdziekolwiek ruch ciał materjalnych natrafia na tarcie, na opór, tam pojawia się ciepło, które powstało kosztem mechanicznej energji; skoro zaś przeobraziła się w ciepło, energja przez przewodnictwo, przez konwekcję, przez promieniowanie pierzcha, rozbiega, rozpływa się. Tarcie, lepkość, dyfuzja, przewodzenie ciepła, niedoskonała sprężystość, wszystko to są przykłady *zjawisk dysypacyjnych*, w których energja, prze-

mieniając się w ciepło, wyzwala się z pod ludzkiego panowania, nieuchwytnie uchyla się od naszego kierunku i chociaż nie ulega zagładzie, nie ginie w rachunku natury, przepada dla naszych celów i dla naszego użytku. Do klasy zjawisk dysypacyjnych należy w pełni zjawisko płynięcia prądu elektrycznego przez metal lub elektrolit; przewodnictwo elektryczne jest nawet najlepszym przykładem, jest typem tych zjawisk, ponieważ jego mechanizm jest stosunkowo prosty. Metal lub elektrolit wobec sił elektrycznego pola *nie* jest zachowawczym układem; przeciwnie, jest skrajnie niezachowawczy, rozprasza całą pracę, której siły te dostarczają. *Praca W*, którą obliczyliśmy w powyższem równaniu (3), *w metalu lub elektrolicie zamienia się całkowicie na ciepło*; zrozumienie tej prawdy zawdzięczamy J. P. Joule'owi (1840 r.), temu samemu badaczowi, którego imię pozostanie związane z ustanowieniem pierwszej zasady nauki termodynamiki.

Rozumiejąc przez Q ilość ciepła, która wytwarza się w czasie τ w przewodniku metalicznym lub elektrolitycznym, o oporze R, gdy w przewodniku tym płynie prąd o natężeniu i, powiadamy:

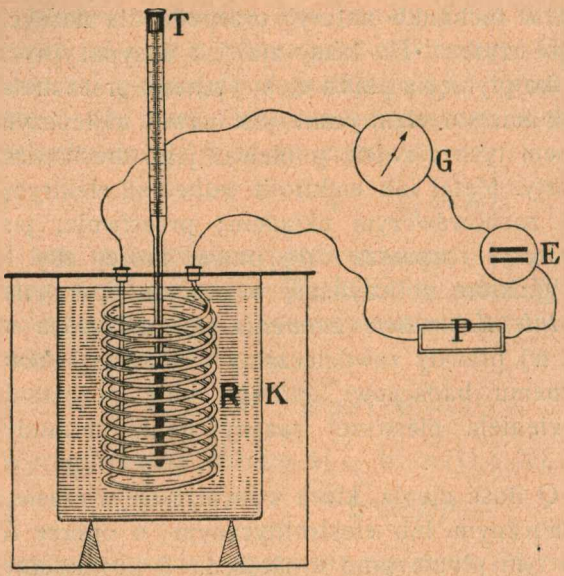
4. $$Q = W = Ri^2\tau.$$

Ilość ciepła Q zależy tylko od czasu τ, od oporu R i od natężenia prądu i; caeteris paribus jest proporcjonalna do długości okresu τ, do oporu R i do kwadratu natężenia prądu i. Niezliczone pomiary potwierdziły słuszność i ścisłość tych wniosków, których ogół nazywamy *prawem Joule'a*.

Przypuśćmy, że opór R wyrażamy w ohmach, natężenie prądu i w amperach, długość okresu τ w sekundach; z równania (3) otrzymamy wówczas pracę W, z równania (4) ilość ciepła Q, wyrażone w joule'ach (por. §§ 66 i 75). Wiemy jednak z §§ 107 i 112-go tomu II go, że 1 kalorja jest równoważna $4{\cdot}18 \times 10^7$ ergom czyli 4·18 joule'om; 1 joule jest przeto równoważny 0·239 kalorji. Jeżeli więc przez przewodnik o oporze R (wyrażonym w ohmach) płynie prąd natężenia i (w amperach), wówczas w ciągu czasu τ (w sekundach) pojawia się w tym przewodniku ilość ciepła, która, zmierzona w kalorjach, wynosi $0{\cdot}239\, Ri^2\tau$.

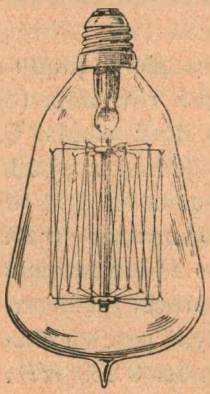
Prawdziwość prawa Joule'a możemy potwierdzić prostem doświadczeniem. Do obwodu, zawierającego ogniwo trwałe E, galwanometr G i opornicę P (rys. 118), włączamy wężownicę wyrobioną z drutu metalowego; wężownicę tę umieszczamy w cieczy (np. nafcie lub oliwie) kalorymetru (por. rozdz. VIII-my

tomu II-go). Opór R wężownicy jest nam znany. Gdy prąd płynie w obwodzie przez pewien przeciąg czasu, termometr wskazuje, że temperatura podniosła się. Znając cieplną pojemność wężownicy oraz cieczy, termometru i naczynia kalorymetru, obliczamy ilość ciepła, którą prąd wiadomego natężenia wytworzył w znanym okresie czasu w łonie przewodnika znanego oporu.



Rys. 118.

Wyobraźmy sobie, że do obwodu przedstawiającego opór słaby włączyliśmy drut nader cienki, którego opór jest stosunkowo ogromny; w drucie pojawia się bardzo znaczna ilość ciepła, jego temperatura podnosi się, dopóki nieuchronne cieplne straty, które drut w czasie np. 1 sekundy ponosi, nie dorównają dopływowi ciepła, wynikającemu w tym samym czasie z rozpraszania się elektrycznej energji. Ostateczne podniesienie temperatury drutu zależy więc od natężenia prądu, od oporu drutu oraz od zdolności i możności, którą on w danych warunkach posiada, oddawania otoczeniu ciepła przez przewodnictwo, konwekcję i promieniowanie (§§ 101 i 102 tomu II-go). Ażeby okazać rolę, którą gra opór przewodnika w ustanawianiu się cieplnej równowagi, przepuszczamy prąd (dostatecznego natężenia) przez łańcuch, złożony ze srebrnych i platynowych naprzemian drucików jednakowej grubości (por. § 77); platynowe druciki rozżarzają się, gdy srebrne są jeszcze ciemne.


Rys. 119.

Z działalności cieplnej prądu elektrycznego korzystamy w mnóstwie zastosowań praktycznych. Powszechnie znane są narzędzia, zasilane energją elektryczną, służące do gotowania, prasowania, do spajania metali; prąd płynie w nich przez przewodniki, wyrobione zwykle z *nichromu*, aljażu niklu i chromu; w chirurgicznych *elektrokauterach* rozgrzewa się drut platynowy. W t. zw. *stopkach*, które chronią elektryczne przewody od prądów przypadkowo nadmiernych, zawarte bywają druty lub blaszki ołowiane, cynowe, niekiedy srebrne, które, topiąc się, przerywają obwód.

Tomasz Edison w r. 1879 umieścił cienkie węglowe pasemko w szklanej bańce, z której wyciągnął następnie powietrze (§ 54 tomu II-go); tym sposobem

powstała dziś tak rozpowszechniona *lampka elektryczna żarowa*. Lampki węglowe są stosunkowo tańsze, ale mało wydajne; pasemka węglowego nie możemy w nich rozgrzewać ponad 1800°C, albowiem rozpyla się ono wówczas bardzo prędko. Znacznie wyżej podnosić możemy temperaturę metalicznych włókienek, sporządzanych zwykle z osmu, wolframu (tungstenu) lub tantalu (rys. 119); dlatego lampki żarowe, zaopatrzone w takie włókienka, przy jednakowej świetności, zużywają mniej energji na sekundę niż węglowe. Włókienka umieszcza się dzisiaj nieraz nie w próżni, lecz w czystym azocie. Zwykła lampka żarowa metaliczna wymaga *dzielności* (pracy elektrycznej na sekundę) około 0·5 watta na t. zw. *świecę*.

Zadania.

1. Przy napięciu 110 woltów lampa elektryczna wymaga natężenia prądu 0·5 ampera. Ile wynosi opór lampy?

2. Przez słup rtęci, o temp. 0°C, którego długość wynosi 53·15 cm, poprzeczne zaś przecięcie 0·5 mm², płynie prąd elektryczny o natężeniu 10 amperów; jaka różnica potencjałów istnieje u końców słupa?

3. Znając opór właściwy miedzi w 0°C (§ 77), obliczyć opór linji telefonicznej, utworzonej z drutu miedzianego, długości 1 km, średnicy 1 mm, w tej samej temperaturze.

4. Dwa punkty obwodu są połączone dwoma drutami; opór jednego drutu wynosi 2 ohmy, drugiego 3 ohmy. Obliczyć opór równoważny rozgałęzieniu.

5. W jaki sposób można byłoby dowieść, że elektromotoryczna siła ogniwa nie zależy od rozległości ani od wzajemnej odległości płyt metalowych, które wchodzą w skład ogniwa?

6. Siła elektromotoryczna ogniwa wynosi 1·2 wolta, opór ogniwa wynosi 3 ohmy. Pięć takich ogniw połączono w szereg, przyczem opór zewnętrznego obwodu był równy 15 ohmom; obliczyć natężenie prądu. Jakie będzie natężenie, gdy tę samą liczbę tychże ogniw, przy tym samym oporze zewnętrznym, zepniemy równolegle?

7. Połączyliśmy n ogniw pewnego typu w szereg; opór zewnętrzny wynosił r, natężenie prądu było i_1. Tę samą liczbę tych samych ogniw spięliśmy równolegle; przy tym samym oporze zewnętrznym r natężenie prądu było i_2. Dowieść, że: jeżeli opór jednego ogniwa R jest bardzo mały w porównaniu do r (jak to naprzykład wydarza się, gdy zewnętrzny obwód jest linją telegraficzną) wówczas przybliżenie $i_1 = ni_2$; jeżeli przeciwnie opór R jest bardzo duży w porównaniu do r, wówczas przybliżenie $i_2 = ni_1$.

8. Przebudowawszy ogniwo, zmniejszyliśmy jego opór do połowy poprzedniej wartości; elektromotoryczna siła ogniwa nie zmieniła się przytem. Jak zmieniło się natężenie prądu, gdy pierwotny opór wewnętrzny jest 500 razy większy, lub gdy jest 500 razy mniejszy niż opór zewnętrzny?

9. Opory dwóch drutów, srebrnego i platynowego, mają być jednakowe; w jakim wzajemnym stosunku powinny stać ich długości, jeżeli poprzeczne przecięcia mają być identyczne? w jakim stosunku powinny stać średnice poprzecznych przecięć, jeżeli długości mają być sobie równe?

10. Spięliśmy równolegle trzy druty, z których każdy ma opór 15 ohmów; jaka różnica potencjałów, czynna w końcach tego rozgałęzienia, wytwarza prąd 3 amperów?

11. W metalicznem pasemku lampki żarowej dwie nitki zetknęły się ze sobą; jaki będzie skutek zetknięcia?

12. Opór ampermetru jest 2799 razy większy niż opór shuntu, w który ampermetr jest zaopatrzony. Jaki ułamek całkowitego prądu płynie przez przyrząd mierniczy?

13. Zmierzyliśmy opór pasma lampki żarowej tantalowej przy pomocy stałego prądu, «na zimno»; obliczając natężenie prądu, potrzebnego do rozżarzenia lampki, czy możemy posłużyć się znalezionym wynikiem?

14. Prąd elektryczny o natężeniu 0·5 ampera w przeciągu 10 sekund wywiązuje 6 kaloryj w pewnym przewodniku. Obliczyć opór przewodnika.

15. Do 960 gr wody, o temperaturze 13°C, zanurzamy zwój drutu, którego opór wynosi 20 ohmów; przez zwój przepuszczamy prąd 5 amperów. Zaniedbując straty cieplne wody, obliczyć, po ilu sekundach temperatura wody dojdzie do 18°C?

ROZDZIAŁ SZÓSTY.

Zjawiska elektromagnetycznej indukcji.

§ 80. Odkrycie praw elektromagnetycznej indukcji.

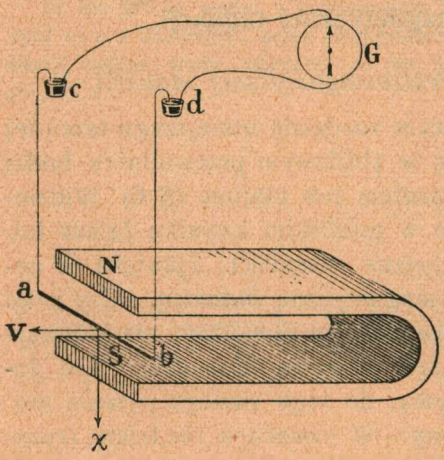
Przekonaliśmy się w pierwszym rozdziale niniejszego tomu tej książki, że elektryczny ładunek w zbliżonym przewodniku budzi nowe ładunki, nieistniejące przedtem lub utajone (§ 6). Widzieliśmy później (§§ 49 i 59), że w pobliskim kawałku żelaza lub stali magnes wywołuje magnetyczne własności. Zjawiska te nazywaliśmy elektrostatyczną i magnetyczną *indukcją*. Czy prąd elektryczny, gdy płynie w przewodzącym obwodzie, nie indukuje prądu w innym, sąsiednim, przewodzącym obwodzie? Do podobnego a nawet, jak zobaczymy, do tego samego pytania możemy zbliżyć się z innej strony. W czwartym rozdziale zrozumieliśmy fakt bardzo ważny: prąd w swem otoczeniu sprawia pole magnetyczne; zatem zapytujemy: czy magnetyczne pole nawzajem nie wznieca prądu? Uczymy się zawsze, odwracając znane nam prawdy i z każdego twierdzenia, gdy tylko można, snując zapytanie. Pomiędzy 1820 a 1831-ym rokiem fizycy skrzętnie usiłowali odnaleźć źródła prądu w różnych polach magnetycznych statycznych; lecz Ampère przeciął przecząco wszystkie te poszukiwania. Gdy w pobliżu magnesu znajduje się przewodzący obwód (gdy naprzykład solenoid otacza magnes dokoła), w obwodzie nie dostrzegamy prądu; *pole magnetyczne statyczne w spoczywającym obwodzie nie budzi prądu.*

Nad temi zagadnieniami rozmyślał podówczas również i Michał Faraday w Londynie, *nieuczony samouk*, jak sam siebie nazywał. Ów cichy i nieśmiały samotnik zadawał pytania naturze i umiał przymuszać ją do odpowiedzi. W jesieni 1831-go roku Faraday nagle zrozumiał, w jakich warunkach powstają *prądy elektryczne indukowane* i wiekopomnym tym czynem dokończył, co Galvani i Volta, Oersted i Ampère byli zaczęli.

Następstwa elektrycznych i elektromagnetycznych odkryć XIX-go stulecia były i są nieobliczalne; prowadzą one ludzkość do zmienionych sposobów pracy i myśli, do nowych form życia na ziemi.

§ 81. Ruch przewodnika w obcem polu magnetycznem.

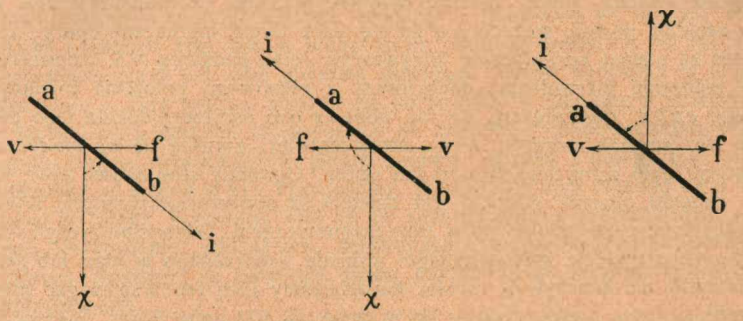
Wyobraźmy sobie magnes *NS* w kształcie płaskiej podkowy (rys. 120); linje pola idą tu oczywiście od *N* do *S* na dół pionowo. W polu tem umieszczamy drut *ab* stanowiący część przewodzącego obwodu *abdGca*; w obwodzie znajduje się wrażliwy galwanometr *G* ale niema ogniwa ani innych źródeł prądu. Dzięki rtęciowym kontaktom *c* i *d* możemy poruszać drut *ab* jak wahadło; korzystając z tej możności, odchylamy *ab* nagłem pchnięciem, naprzykład w kierunku wskazanym przez *v* na rysunku; galwanometr zdradza natychmiast, że w obwodzie powstaje *prąd elektryczny indukowany*, który w drucie *ab* płynie w kierunku od *a* do *b*. Ale prąd ten trwa krótko; skoro tylko ruch drutu ustał, prąd znika. Spróbujmy poruszyć drut w przeciwnym kierunku; w drucie *ab* pojawia się wówczas prąd indukowany, zwrócony od *b* do *a*, zatem w przeciwnym niż poprzednio kierunku. Spróbujmy odwrócić kierunek linij pola magnetycznego; gdy ułożyliśmy podkowę stroną *S* do góry, stroną *N* ku dołowi, linje pola kierują się pionowo ku górze; odchylając drut *ab* znowu w kierunku wskazanym przez *v* na rysunku, przekonywamy się, że w drucie *ab* prąd indukowany płynie w kierunku od *b* do *a*, przeciwnym niż poprzedni, który poznaliśmy w pierwotnem położeniu magnetycznej podkowy.



Rys. 120.

Możemy streścić krótko wyniki wykonanego doświadczenia. Pamiętajmy o tem, że w cienkim drucie *ab*, stanowiącym składową część zamkniętego obwodu, prąd musi płynąć w kierunku osi. Widzimy zatem, że we wszystkich przypadkach *prąd indukowany i*

był skierowany prostopadle zarówno do kierunku ruchu v drutu jak do kierunku χ linij pola magnetycznego; umieszczony wzdłuż kierunku ruchu *v* obserwator byłby był dostrzegł we wszystkich



Rys 121.

trzech przypadkach, iż *ruch obrotowy od χ do i odbywa się w kierunku przeciwnym kierunkowi ruchu wskazówek na tarczy zegara* (rys. 121).

§ 82. Reguła Lenza.

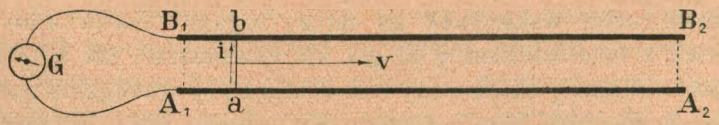
Powróćmy do rozbioru doświadczenia, którem zajmowaliśmy się w artykule poprzednim. Gdy, poruszając drut *ab* w kierunku *v* (rys. 121), powołujemy w tym drucie prąd *i* do płynięcia, prąd ten znajduje się w obcem sobie polu magnetycznem *χ*; według §§ 71 i 72-go, drut doznaje zatem od pola ponderomotorycznej siły *f* prostopadłej do *ab* (lub do *i*), prostopadłej do wektora *χ* i tak skierowanej, że umieszczony wzdłuż siły *f* obserwator dostrzega ruch obrotowy od *i* do *χ* w kierunku przeciwnym kierunkowi ruchu wskazówek na tarczy zegara. Porównajmy ten wniosek z twierdzeniem § 81-go, które wskazuje, jak względem wektorów *i* oraz *χ* skierowany jest wektor *v*; spostrzegamy natychmiast, że *wektory f* i *v*, we wszystkich przypadkach, *przypadają w kierunkach sobie przeciwnych.* Sprawdzamy tym sposobem na niniejszym przykładzie słuszność twierdzenia wypowiedzianego przez Lenza w r. 1834-ym: *gdy w przewodniku poruszającym się poprzez pole magnetyczne objawia się prąd indukcyjny, ponderomotoryczna siła wywierana na przewodnik sprzeciwia się ruchowi.*

Przez następstwa, które za sobą pociąga, prąd indukcyjny hamuje zatem wywołujący go ruch; *prąd indukcyjny wyczerpuje własne swe źródło.* Prostym sposobem możemy okazać owo hamowanie. Usunąwszy magnetyczną podkowę NS z urządzenia doświadczenia wyobrażonego na rys. 120-ym, wprawiamy układ $cabd$ w zwykłe wahania, które on może odbywać podobnie jak wahadło; takie wahania zanikają powoli, sprzeciwiają im się słabe tarcia, nieznaczne opory; takie wahania są niemal *perjodyczne.* Przywróćmy teraz podkowę NS, umieszczając ją w położeniu pierwotnem; odchyliwszy z pionowego położenia równowagi wahadło $cabd$, dostrzegamy, że nie odbywa ono oscylacyj dokoła tego położenia, lecz zmierza raczej ku niemu coraz leniwiej; porusza się *aperjodycznie*, jak gdyby było zanurzone w mazi lub smole. Ogromny stosunkowo opór, którego wahadło obecnie doznaje, jest dziełem sił ponderomotorycznych, wytwarzanych przez prąd indukcyjny w polu magnetycznem. Gdybyśmy życzyli sobie, ażeby ruch zwykłego (mechanicznego) wahadła zanurzonego w mazi lub smole nie ustawał, nie kończył się rychło, musielibyśmy ruch ten wspomagać pracą; dostarczana praca przeobrażałaby się w ciepło (§ 104 tomu II-go). Pragnąc podobnie wymusić ruch niezanikający, perjodyczny, wahadła $cabd$ w polu magnetycznej podkowy, musimy ruch ten zasilać pracą; dostarczana praca zamienia się wówczas przedewszystkiem w ciepło Joule'a (§ 79) powstające w obwodzie prądu indukcyjnego.

§ 83. Elektromotoryczna siła prądu indukcyjnego.

Wyobraźmy sobie drut metalowy ab; poruszając go z prędkością wiadomą w kierunku prostopadłym do osi drutu a zarazem prostopadłym do linij znanego obcego pola magnetycznego, możemy przekonać się, jak znaczna jest elektromotoryczna siła, budząca w drucie prąd indukcyjny. Proste doświadczenie, które w tym celu możemy wykonać, opisujemy poniżej.

Na poziomej desce stołu, w odległości 20 cm od siebie, umocowane są dwie równoległe szyny A_1A_2 i B_1B_2, z których każda ma około 2 m długości (rys. 122); szyny te biegną *prostopadle* do płaszczyzny miejscowego południka magnetycznego. Końce A_1 i B_1 szyn łączą się ze sobą za pośrednictwem przewodu, do



Rys 122.

którego włączony jest wrażliwy galwanometr G. Po szynach, lekko do nich przyciśnięty, poruszać się może metalowy pręt ab; wprawiając go w ruch postępowy wzdłuż szyn, w kierunku v, dostrzegamy, że wskazówka galwanometru wychyla się; w obwodzie abB_1GA_1a pojawił się prąd indukcyjny. Ażeby fakt ten zrozumieć, przypomnijmy sobie, że wykonywamy doświadczenie w polu

magnetycznem ziemskiem. Ponieważ szyny zostały ułożone prostopadle do płaszczyzny południka magnetycznego, pręt ab zatem znajduje się w płaszczyźnie tego południka. Składowa pozioma h natężenia magnetyzmu ziemskiego (§ 60) przypada w kierunku osi pręta ab, nie wywiera więc wpływu na budzący się w nim prąd indukcyjny (§ 81); natomiast *pionowa* składowa natężenia magnetyzmu ziemskiego przecina pręt ab w kierunku pionowym ku dołowi; według § 81-go spółdziała więc ona w indukowaniu prądu w pręcie ab. Na rys. 79-ym oznaczaliśmy przez OV ową pionową składową, obecnie będziemy ją rozumieli przez literę χ. Gdy pręt ab posuwa się po szynach w kierunku v prostopadłym do własnej osi a zarazem prostopadłym do kierunku χ pionowej składowej pola magnetycznego ziemskiego, w pręcie pojawia się prąd i indukcyjny, płynący w kierunku od a do b (§ 81). Przypuśćmy, iż całkowity opór obwodu abB_1GA_1a wynosi 2·1 ohma. Posuwając pręt ab po szynach ruchem jednostajnym, z prędkością (przypuśćmy) 100 cm/sek, spostrzegamy w galwanometrze odchylenie, z którego wnosimy, że natężenie prądu indukowanego w obwodzie wynosiło 4 mikroampery.

Przypomnijmy sobie treść § 72-go. Oznaczmy przez l długość pręta ab. Gdy ów pręt posuwa się prostopadle do linij pola, którego wektor ma wartość χ, płynie w nim prąd indukcyjny o natężeniu i; pręt doznaje zatem od pola działania ponderomotorycznej siły f, której wartość wynosi

1. $$f = li\chi$$

i której kierunek jest wprost przeciwny kierunkowi prędkości v ruchu (§ 82); gdy w równaniu (1) wyrażamy l w cm, χ w gaussach, i w elektromagnetycznych jednostkach natężenia prądu, f wypada wyrażona w dynach. Przypuśćmy, że posuwaliśmy pręt po szynach przez czas τ z prędkością stałą v; posunęliśmy go o długość $v\tau$, wykonaliśmy przeto *przeciwko* sile f pracę

2. $$W = fv\tau = li\chi v\tau$$

która, gdy v podaliśmy w cm/sek, τ w sek, wypada wyrażona w ergach. Załóżmy, że praca W, zużywszy się na wytworzenie w obwodzie prądu indukcyjnego, ostatecznie, według prawa Joule'a, zamieniła się w ciepło; założenie to czynimy dla próby, ażeby je sprawdzić. Rozumiejąc przez R całkowity opór obwodu, mielibyśmy według przyjętej hypotezy

3. $$W = Ri^2\tau$$

(§ 79). Z równań (2) i (3) wypadłoby wówczas

4. $$Ri = vl\chi.$$

Podług rozdz. V-go, iloczyn Ri jest siłą elektromotoryczną $\mathcal{E}$ budzącą prąd i w uważanym obwodzie; mielibyśmy więc ostatecznie

5. $$\mathcal{E} = vl\chi.$$

Ponieważ w tem równaniu wartość χ jest podana w gaussach czyli w elektromagnetycznych jednostkach, siła elektromotoryczna $\mathcal{E}$ również w elektromagnetycznych jednostkach wyrażona być winna. Istotnie, gdy v wyraziliśmy w cm/sek, l w cm, wartość zaś χ w gaussach, siła $\mathcal{E}$ wypada podana w jednostce $gr^{1/2}\,cm^{3/2}/sek^2$, która jest właśnie elektromagnetyczną jednostką potencjału oraz siły elektro-

motorycznej (por. §§ 56 i 65). Lecz jest powszechnym zwyczajem podawać w woltach wartości sił elektromotorycznych. Przypuszczając, że $\mathcal{E}$ jest obliczona w woltach i zachowując jednostki cm/sek, cm oraz gaussy po prawej stronie wzoru (5), mamy

6. $$\mathcal{E} = 10^{-8} v l \chi$$

(por. § 66). Z podanych w § 60-ym wartości łatwo wyprowadzamy, że wartość składowej pionowej χ natężenia magnetyzmu ziemskiego wynosi obecnie w Polsce 0·42 gaussa; kładąc jeszcze 100 cm/sek za v, oraz 20 cm za l, otrzymujemy z równania (6):

7. $$\mathcal{E} = 0{\cdot}84 \times 10^{-5} \text{ wolta.}$$

Ponieważ $R = 2{\cdot}1$ ohma, przeto

8. $$i = 4 \text{ mikroamperom}$$

zgodnie z odczytaniem galwanometru. Upewniamy się tą drogą o słuszności założenia, którego wyrazem jest równanie (3).

W opisanem doświadczeniu sprawdziliśmy wnioski, które możemy streścić jak następuje. Gdy drut metalowy ab, długości l, porusza się z prędkością v w obcem polu magnetycznem, prostopadle do własnej osi i prostopadle do linij pola, budzi się w nim siła elektromotoryczna

9. $$\mathcal{E} = v l \chi$$

gdzie χ oznacza wartość wektora pola, w którem drut porusza się. W obwodzie, którego częścią składową jest drut ab, elektromotoryczna siła $\mathcal{E}$ powołuje prąd indukcyjny o natężeniu i do płynięcia; prąd ten i w ciągu jednostki czasu wytwarza w obwodzie ilość ciepła Joule'a Ri^2, jeżeli R jest oporem obwodu. Na drut ab niosący w sobie prąd i pole magnetyczne wywiera siłę ponderomotoryczną f sprzeciwiającą się ruchowi; przeciwko tej sile f wykonywamy pracę, ażeby wzbudzić siłę $\mathcal{E}$ oraz prąd i zmusić do płynięcia; w ciągu jednostki czasu musimy dostarczyć Ri^2 pracy, dokładnie więc tyle, ile pochłania ciepło Joule'a pojawiające się w obwodzie. Całkowita wykonywana przez nas praca przeobraża się ostatecznie w ciepło; tym sposobem rozprasza się.

§ 84. *Prawo Faradaya.*

Powracamy jeszcze raz do doświadczenia opisanego w artykule poprzednim. Przypuśćmy, że pręt ab (rys. 122) w chwili $t = 0$ zajmuje położenie A_1B_1, w chwili $t = \tau$ zajmuje położenie A_2B_2;

przypuśćmy, że przez czas τ posuwał się ze stałą prędkością v tak iż

1. $$A_1A_2 = B_1B_2 = v\tau.$$

Obwodem prądu jest $A_1B_1GA_1$ w chwili $t = 0$ oraz $A_2B_2B_1GA_1A_2$ w chwili $t = \tau$. Oznaczmy przez S_0 powierzchnię (czyli rozległość) płaszczyzny opasanej przez pierwszy obwód, przez S powierzchnię płaszczyzny opasanej przez drugi; mamy:

2. $$S - S_0 = \text{pow. } A_1A_2B_2B_1A_1 = v\tau l.$$

Jak powiedzieliśmy, przez tę płaszczyznę przebiegają normalnie linje i wiązki pola magnetycznego, którego wektor ma wartość χ; według § 58-go na każdy cm² wypada liczba wiązek równa wartości liczbowej wektora χ t. j. liczba $\chi/1$ gauss. Ile wiązek przebiega przez powierzchnię $A_1A_2B_2B_1A_1$? Oznaczmy przez N_0 liczbę wiązek przebiegających przez powierzchnię $A_1B_1GA_1$, przez N rozumiejmy liczbę wiązek przecinających $A_2B_2B_1GA_1A_2$; powiadamy, iż

3. $$(N - N_0) : \left(\frac{\chi}{1 \text{ gauss}}\right) = (S - S_0) : 1 \text{ cm}^2.$$

Z równań (2) i (3) otrzymujemy

4. $$N - N_0 = \frac{v\tau l\chi}{1 \text{ cm}^2 \times 1 \text{ gauss}}$$

przez porównanie zaś wzoru (4) z formułą (9) § 83-go wyprowadzamy

5. $$\frac{\mathcal{E}}{1 \text{ cm}^2 \times 1 \text{ gauss}} = \frac{N - N_0}{\tau}.$$

Jak wnosimy z równania (9) § 83-go, elektromagnetyczna jednostka siły elektromotorycznej jest następująca:

6. $$(\text{jedn. } \mathcal{E}) = 1 \text{ cm}^2 \times 1 \text{ gauss}/1 \text{ sek};$$

twierdzeniu (5) nadajemy więc postać

7. $$\frac{\mathcal{E}}{(\text{jedn. } \mathcal{E})} = \frac{N - N_0}{\left(\frac{\tau}{1 \text{ sek}}\right)}.$$

Liczbowa wartość elektromotorycznej siły prądu indukcyjnego, wytwarzanego przez ruch części obwodu w obcem polu magnetycznem, jest równa liczbowej wartości szybkości, z jaką skut-

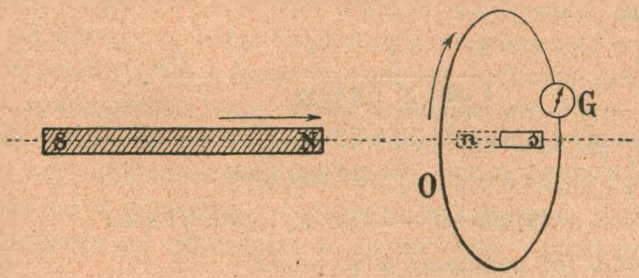
kiem ruchu zmienia się liczba wiązek pola obejmowanych przez obwód. W takiej postaci Faraday w r. 1851-ym wypowiedział prawo zasadnicze zjawisk elektromagnetycznej indukcji.

Różnica $N - N_0$ w równaniach (4), (5) i (7) wyraża zachodzącą skutkiem ruchu *zmianę liczby wiązek* przecinających normalnie powierzchnię okrążaną przez obwód; czyli, jak powiedzieliśmy krótko, «*wiązek obejmowanych przez obwód*»; jest to oczywiście liczba oderwana (niemianowana); po obu stronach równania (7) mamy więc liczby oderwane. Sama przez się wartość (mianowana) $\mathcal{E}$ nie jest równa wartości $(N - N_0)/\tau$ lecz jest do niej proporcjonalna. Ponieważ elektromagnetyczną jednostką siły elektromotorycznej, według § 83-go, jest jednostka $1\ gr^{1/2}\,cm^{3/2}/sek^3$, zatem jednostką wyrazu stojącego po lewej stronie równania (5) jest 1/sek, jak ze względu na prawą stronę być właśnie powinno.

§ 85. *Uogólnienie reguły Lenza oraz prawa Faradaya.*

W doświadczeniu poprzedniem poruszaliśmy jednę, ruchomą część elektrycznego obwodu; tym sposobem zmienialiśmy liczbę wiązek obcego pola magnetycznego obejmowanych przez obwód; dostrzegaliśmy wówczas prąd indukcyjny w obwodzie, posłuszny prawu Faradaya. Ale liczbę wiązek magnetycznego pola obejmowanych przez obwód możemy zmieniać jeszcze różnemi innemi sposobami. Przytaczamy tutaj niektóre przykłady.

(I) Wyobraźmy sobie magnes NS (rys. 123) i przypuśćmy, że w jego sąsiedztwie znajduje się obwód O zawierający galwanometr G. Poruszając magnes względem obwodu lub obwód

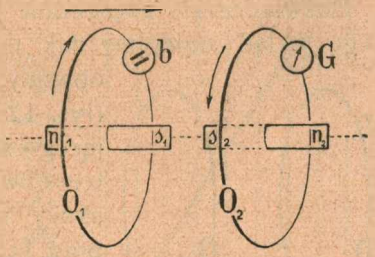


Rys. 123.

względem magnesu, dostrzegamy w obwodzie prąd indukcyjny. Wiemy istotnie z rozdz. III-go, że wiązki wychodzące z magnesu (lub doń wchodzące) są gęsto nagromadzone w pobliżu magnesu, rzednieją zaś, oddalając się od niego; gdy zatem odległość obwodu od magnesu zwiększa się, liczba wiązek obejmowanych

przez obwód musi naogół się zmniejszać; gdy odległość ta zmniejsza się, liczba wiązek musi się zwiększać.

(II) Wyobraźmy sobie dwa obwody O_1 i O_2 (rys. 124), które znajdują się w niezbyt znacznej od siebie odległości; obwód O_1, zwany *pierwotnym* obwodem, zawiera ogniwo lub baterję ogniw b; w t. zw. *wtórnym* obwodzie O_2 znajduje się galwanometr G, niema natomiast ogniwa ani innych źródeł siły elektromotorycznej. Poruszając obwód pierwotny względem wtórnego lub obwód wtórny względem pierwotnego, dostrzegamy prąd indukcyjny we wtórnym obwodzie.



Rys. 124.

Wiemy istotnie z rozdz. IV-go, że wiązki pola magnetycznego, towarzyszącego prądowi w obwodzie pierwotnym, są gęsto zgromadzone w płaszczyznie samego obwodu, ale odbiegając odeń we wszystkie strony, rozpraszają i przerzedzają się coraz bardziej (§ 63); oddalając się zatem od pierwotnego obwodu, obwód wtórny zagarnia coraz mniej wiązek jego pola we własny swój zakres; zbliżając się ku pierwotnemu obwodowi, łowi i okrąża ich coraz więcej.

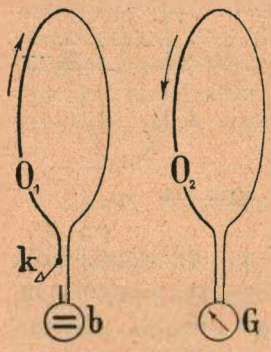
Do obu powyższych przypadków możemy zastosować regułę Lenza; musimy wypowiedzieć ją jednak nieco ogólniej niż w § 82-im; powiadamy: *wytwarzane przez prąd indukcyjny siły ponderomotoryczne sprzeciwiają się zawsze ruchowi, który jest źródłem tego prądu.*

Rozważmy dokładniej przypadek pierwszy: magnes NS, którego oś pozostaje wciąż umiejscowiona w osi płaskiego kołowego obwodu O, zbliża się ku temu obwodowi, zwracając się ku niemu biegunem swym N (rys. 123); w obwodzie O powstaje prąd indukcyjny. Ażeby móc podać kierunek prądu, wyobraźmy sobie obserwatora leżącego w osi obwodu, tak by jego głowa była zwrócona ku biegunowi N; spoglądając na obwód, obserwator dostrzega, że prąd indukcyjny krąży w kierunku przeciwnym kierunkowi ruchu wskazówek na tarczy zegara. Sprawdźmy teraz, czy stosuje się reguła Lenza. Prąd indukowany w obwodzie O tworzy dokoła pole magnetyczne, którego wektor H w osi obwodu leżący zwraca się wprost ku biegunowi N (§ 63); to samo pole w osi obwodu wzbudziłby fikcyjny magnes ns (rys. 123), którego oś byłaby umiejscowiona w osi obwodu, biegun zaś n zwracałby się ku biegunowi N rzeczywistego magnesu. Fikcyjny magnes ns odpychałby rzeczywisty NS i nawzajem byłby przezeń odpychany; zatem obwód O, niosąc w sobie prąd indukcyjny, odpycha od siebie magnes NS;

zbliżanie magnesu NS do obwodu O wymaga więc wykonania pracy; kosztem tej pracy tworzy się w obwodzie prąd indukcyjny.

Rozumujemy podobnie w przypadku, gdy magnes NS oddala się od obwodu O; pomiędzy obwodem a magnesem czynne jest wówczas przyciąganie. Podobnie roztrząsamy także powyższy drugi przypadek, któremu odpowiada rys. 124.

Doświadczenie poprzednie (II) możemy łatwiej wykonać, gdy jego układ zmienimy jak następuje. Przypuśćmy, iż obadwa obwody, pierwotny i wtórny, są nieruchome (rys. 125); przy pomocy klucza k znajdującego się w pierwotnym obwodzie możemy ten obwód zamykać albo otwierać, innemi słowy, możemy przez ten obwód przesyłać prąd lub go w nim przerywać. Zamykanie pierwotnego obwodu działa podobnie jak zbliżanie go do obwodu wtórnego; otwieranie pierwotnego obwodu działa podobnie jak oddalanie go od obwodu wtórnego.



Rys. 125.

W przypadkach elektromagnetycznej indukcji, które dotychczas rozważyliśmy oraz we wszystkich innych przypadkach tego zjawiska sprawdza się prawo Faradaya w następującej uogólnionej postaci. Przypuśćmy, że dowolny obwód O w chwili t_1 obejmuje N_1 wiązek jakiegokolwiekbądź magnetycznego pola, w chwili zaś późniejszej t_2 obejmuje N_2 wiązek tegoż pola. Niechaj t_1 i t_2 zbliżają się ku sobie coraz bardziej, spotykając się w chwili t; N_1 i N_2 zbliżają się wówczas również ku sobie coraz bardziej; zatem różnice $t_2 - t_1$ oraz $N_2 - N_1$ zbliżają się jednocześnie do zera, natomiast stosunek $(N_2 - N_1)/(t_2 - t_1)$ dąży wówczas do pewnej wartości granicznej U, którą nazywamy *prawdziwą (w chwili t) szybkością zmieniania się liczby N wiązek obejmowanych przez obwód*. Przez $\mathcal{E}$, jak poprzednio, rozumiejąc elektromotoryczną siłę prądu indukcyjnego, czynną w obwodzie w chwili t, mamy ogólnie

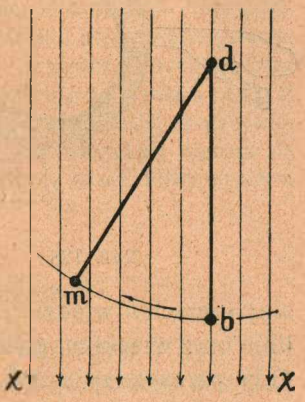
1. wart. liczb. $\mathcal{E}$ = wart. liczb. U

podobnie jak w § 84-ym.

Przypuśćmy, że w któremkolwiek z opisanych doświadczeń obwód, w którym pojawia się prąd indukcyjny, jest n-krotny (§ 64); lub też przypuśćmy, że jest solenoidem zawierającym n skrętów (§ 69). Każdy skręt przyczynia się wówczas w równej mierze do wytworzenia wypadkowej siły elektromotorycznej. Po-

dobnie jak w baterji spiętych w szereg ogniw (§ 40), siły elektromotoryczne budzące się w kolejnych skrętach dodają się do siebie; wypadkowa więc siła elektromotoryczna jest proporcjonalna do liczby n skrętów obwodu.

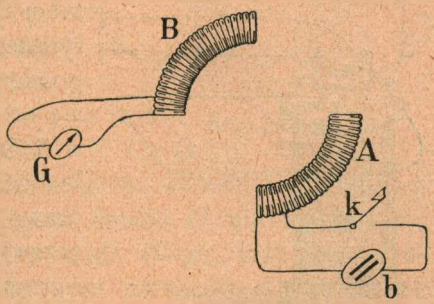
Przypomnijmy sobie doświadczenie nad elektromagnetyczną indukcją, od którego w § 81-ym rozpoczęliśmy studjum praw tego zjawiska. Wyobraźmy sobie ówczesny obwód $abdGca$ (rys. 120), widziany z boku, w rzucie pionowym; przedstawia się on wówczas jako prosta bd (rys. 126). Magnetyczna podkowa, jak wiemy, wytwarza tu pole, którego linje χ biegną na dół pionowo. W położeniu bd obwód nie przecina wiązek pola; możemy powiedzieć, że obejmuje liczbę wiązek równą zeru. W położeniu md obejmuje pewną liczbę wiązek, proporcjonalną mianowicie do wstawy kąta bdm odchylenia. Przypuśćmy, że bd waha się jak zawieszone w d wahadło; wiemy, że punkt ciężki takiego wahadła przebiega przez położenie b z największą prędkością. Podobnie dzieje się w niniejszym przypadku: liczba obejmowanych przez obwód wiązek zmienia się najszybcej w chwili, gdy obwód przebiega przez pionowe położenie bd; w tej chwili elektromotoryczna siła indukcji jest więc stosunkowo największa.



Rys. 126.

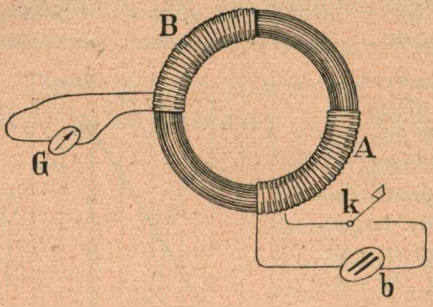
§ 86. *Ponowne uogólnienie prawa indukcji.*

Wyobraźmy sobie dwa solenoidy A i B (rys. 127), umieszczone naprzeciwko siebie; w obwodzie pierwotnym solenoidu A znajduje się ogniwo lub baterja b oraz klucz k; w obwodzie wtórnym solenoidu B mamy galwanometr G. Gdy obwód pierwotny $AbkA$ zamykamy, we wtórnym obwodzie BG musi powstawać prąd indukcyjny; lecz ponieważ obwody znajdują się w niejakiej odległości od siebie, prąd indukcyjny zazwyczaj jest bardzo słaby; może być tak nikły, że najwrażliwszy galwanometr zaledwie pozwoli go wykryć. Nie zmieniając teraz urządzenia ani położenia solenoidów, nie naruszając w niczem baterji b, galwanometru G ani pozostałego układu

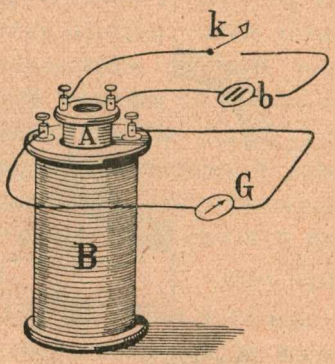


Rys. 127.

doświadczenia, poprowadźmy przez solenoidy *A* i *B* pierścień pełny żelazny, jak to objaśnia rys. 128; gdy przesyłamy prąd przez obwód pierwotny, w obwodzie wtórnym powstaje teraz prąd indukcyjny bezporównania silniejszy aniżeli w doświadczeniu poprzedniem. Fakt ten tłumaczymy bez trudności, odwołując się do wywodów §§ 59 i 70. Pod wpływem pola magnetycznego tworzonego przez pierwotny prąd w *A*, pierścień żelazny magnesuje się; pierścień wiedzie i niejako donosi aż do wnętrza solenoidu *B* linje oraz wiązki magnetycznej indukcji, które w nim teraz istnieją. Gdy przesyłamy prąd pierwotny przez *A*, lub gdy przerywamy go w *A*, liczba wiązek w pierścieniu zmienia się nagle; im raptowniej rośnie albo maleje, tem znaczniejsza jest siła elektromotoryczna, która budzi prąd indukcyjny we wtórnym obwodzie *B*. *Jeżeli z jakiegokolwiek powodu zmienia się liczba wiązek magnetycznej indukcji obejmowanych przez pewien obwód, w obwodzie powstaje prąd indukcyjny; liczbowa wartość elektromotorycznej siły tego prądu jest zawsze równa chwilowej szybkości, z jaką zmienia się liczba wiązek magnetycznej indukcji obejmowanych przez obwód.* W twierdzeniu tem uogólniliśmy jeszcze raz prawo Faradaya. Jeżeli ośrodkiem zmieniającego się pola magnetycznego jest próżnia lub atmosferyczne powietrze, twierdzenie obecne nie różni się od poprzedzającego przytoczonego w § 85-ym; lecz jeśli tym ośrodkiem jest żelazo lub stal, uogólniona postać prawa indukcji, którą tutaj podaliśmy, przewiduje, zgodnie z rzeczywistością, ogromnie wzmożoną siłę elektromotoryczną prądu indukcyjnego (por. §§ 59 i 70).



Rys. 128.



Rys. 129.

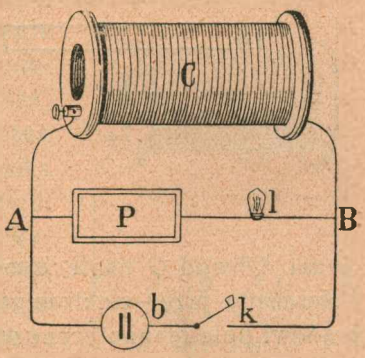
Słynnem doświadczeniem wykonanem przy pomocy żelaznego pierścienia Faraday wdarł się po raz pierwszy do zakresu zjawisk indukcji, do którego nikt przed nim nie umiał przeniknąć. W przedsionku *Royal Institution* w Londynie

(instytucji, z którą imię Faradaya pozostanie nazawsze złączone) stoi piękny posąg wielkiego badacza; widzimy w jego ręku ów pierścień żelazny, trwale zapisany w dziejach pojmowania natury.

Prostą odmianą «doświadczenia z pierścieniem» jest następujące: do cewki wtórnej *B*, połączonej z galwanometrem *G*, wprowadzamy pierwotną cewkę *A*, w której obwodzie znajduje się baterja *b* oraz klucz *k* (rys. 129). Gdy przesyłamy prąd pierwotny przez cewkę *A*, gdy prąd już w *A* płynący przerywamy, odwracamy lub jakkolwiekbądź wogóle zmieniamy, w cewce *B* powstaje prąd indukcyjny; gdy naprzykład wysuwamy cewkę *A* (w której prąd płynie) z cewki *B* lub ją wsuwamy do *B*, prąd indukcyjny zdradza się natychmiast w galwanometrze *G*. Lecz w każdym przypadku wzbudzony prąd indukcyjny wzmaga się znacznie, gdy do wnętrza cewki *A* wprowadzimy żelazny *rdzeń*, który wypełnia to wnętrze wiązkami magnetycznej indukcji.

§ 87. *Zjawiska indukcji własnej.*

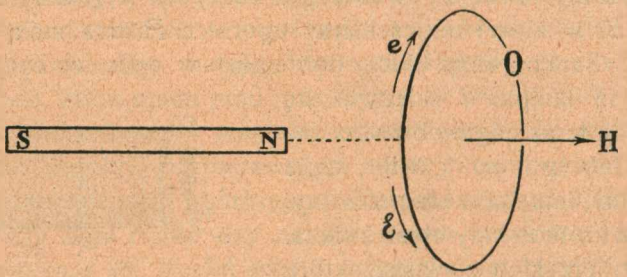
Do obwodu zawierającego baterję *b* oraz klucz *k* (rys. 130) wprowadzamy cewkę *C*; równolegle do cewki włączamy uboczną gałąź *AB*, w której umieściliśmy opornicę *P* oraz małą lampkę żarową *l*. Zamknąwszy klucz, dobieramy w opornicy opór w taki sposób, iż lampka *l* zaledwie się żarzy. Gdy teraz nagle obwód otworzymy, lub go po chwili nagle zamkniemy, lampka rzuca przelotny, silny lecz krótkotrwały błysk światła. Mamy tu przykład zjawiska, które nazywamy *indukcją własną*; na zasadzie poprzedzających wywodów możemy je łatwo zrozumieć. Wyobraźmy sobie dowolny obwód *O*, w którym w pewnej chwili *t* płynie prąd o natężeniu *i*; istnieje wówczas wszędzie w sąsiedztwie pole magnetyczne nieodłączne od prądu; przez obwód *O* przebiega pewna liczba *N* wiązek pola. Jeżeli obwód *O* nie zmienia się w niczem, liczba *N*, jak wiemy z rozdz. IV-go, jest proporcjonalna do natężenia *i*. Przypuśćmy, że natężenie *i* zmienia się w chwili *t* z jakiegokolwiek powodu i w jakikolwiekbądź sposób; liczba *N* zmienia się wówczas podobnie jak zmienia się *i*. Stosownie do § 85-go wyprowadzamy stąd wniosek, że w obwodzie *O* w chwili *t* czynna jest pewna siła elektromotoryczna, powiedzmy *e*, proporcjonalna do szybkości, z jaką w danej chwili zmienia się *N*,



Rys. 130.

zatem także do szybkości, z jaką w danej chwili zmienia się *i*. W obwodzie może zresztą być jednocześnie czynna inna, obca siła elektromotoryczna, przypuśćmy $\mathcal{E}$, pochodząca naprzykład z obecności ogniwa, baterji, maszyny elektrycznej i t. p.; siła $\mathcal{E}$ nie przeszkadza działaniu siły e i wcale go nie zakłóca; obiedwie elektromotoryczne siły dodają się do siebie, gdy skierowane są zgodnie, odejmują się od siebie, gdy są skierowane przeciwnie. *Gdy z jakiejkolwiek przyczyny natężenie prądu płynącego w obwodzie zmienia się w jakikolwiekbądź sposób, w obwodzie tym* (niezależnie od obcych sił elektromotorycznych, które w nim mogą być czynne) *występuje t. zw. elektromotoryczna siła indukcji własnej, proporcjonalna do szybkości, z jaką w danej chwili zmienia się owo natężenie.*

Wyobraźmy sobie naprzykład, że kołowy obwód *O* zawiera baterję i klucz; obwód z początku jest otwarty, prądu w nim



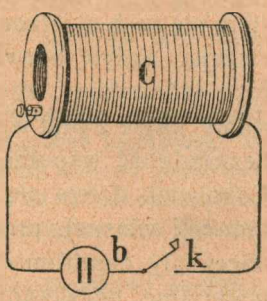
Rys. 131.

niema. Obwód *O* nagle zamykamy; zaczyna w nim płynąć prąd wzbudzany przez elektromotoryczną siłę $\mathcal{E}$ baterji; towarzyszące prądowi pole magnetyczne wykształca się szybko; przez obwód *O* dążą wiązki pola coraz gęstniejącym strumieniem. W jakim kierunku zmierzają te wiązki? W osi kołowego obwodu wyobraźmy sobie obserwatora, przez którego wektor *H* pola przebiega od stóp ku głowie (rys. 131); spoglądając na obwód, obserwator dostrzega, że kierunek siły $\mathcal{E}$ okrąża go przeciwnie niż posuwają się wskazówki na tarczy zegara (por. § 63). Wszystko dzieje się tak jak gdyby od przeciwnej (od głowy obserwatora odwróconej) strony zbliżał się magnes linjowy naprzód zwrócony biegunem północnym; w obwodzie *O* działa zatem elektromotoryczna siła e indukcji własnej skierowana przeciwnie niż obca siła $\mathcal{E}$ (por. § 85). Siła e przeciwdziała sile $\mathcal{E}$ i nie pozwala jej wywołać w obwodzie

prądu, który $\mathcal{E}$ sama przez się byłaby zdolna wytworzyć. Lecz siła ta e jest przecież nietrwała i szybko przemija; gdy pole magnetyczne utrwala się, gdy liczba N przestaje się zwiększać, e niknie i zamiera zupełnie. Natężenie prądu w obwodzie rośnie więc z czasem, poczynając od zera i dochodzi wreszcie do wartości trwałej, przepisanej przez prawo Ohma. Dla uproszczenia przypuszczaliśmy tutaj, że siła e indukuje się w jednokrotnym obwodzie. Jeżeli mamy do czynienia z obwodem wielokrotnym, twierdzenia poprzednie pozostają w mocy, atoli siła elektromotoryczna e indukcji własnej jest wówczas znacznie większa niż w jednokrotnym obwodzie. Dlatego posłużyliśmy się cewką C w doświadczeniu wyobrażonem na rys. 130.

Jak powiedzieliśmy w § 85-ym, siła elektromotoryczna *obcej* (niejako) *indukcji* występująca w n-krotnym obwodzie jest proporcjonalna do liczby n skrętów. Elektromotoryczna siła *indukcji własnej* rośnie szybcej z liczbą skrętów; przy niezmiennej postaci skrętów jest proporcjonalna do kwadratu n^2 ich liczby.

Weźmy na uwagę inny przypadek. Obwód O zawiera baterję b, klucz k oraz cewkę C; działa w nim obca siła elektromotoryczna $\mathcal{E}$, która, gdy obwód jest zamknięty, wytwarza w nim prąd o natężeniu i (rys. 132). Otwieramy nagle obwód O; prąd i spotyka nagle niezmierny opór pewnej warstwy powietrza; natężenie i maleje raptownie. Zależne od natężenia i pole magnetyczne znika również z wielką szybkością, skutkiem czego pojawia się w obwodzie siła elektromotoryczna e indukcji własnej tak znaczna, że w miejscu przerwy iskra elektryczna przebija warstwę powietrza; przez pomost iskry prąd krótkotrwały płynie znowu w obwodzie. Rozumując jak wyżej, dochodzimy do wniosku, że elektromotoryczna siła e jest skierowana zgodnie z obcą siłą elektromotoryczną $\mathcal{E}$, wprowadzoną do obwodu przez baterję; prąd elektryczny w obwodzie zamiera przeto powolniej aniżeli znikałby sam przez się po przerwaniu obwodu, bez spółdziałania elektromotorycznej siły indukcji własnej.



Rys. 132.

Gdy obwód O nagle *otwieramy*, występuje w nim elektromotoryczna siła indukcji własnej bezporównania znaczniejsza aniżeli ta, która pojawia się w chwili zamykania obwodu. Zjawisko to możemy objaśnić jak następuje. W chwili, w której otwieramy obwód, prąd w nim jeszcze płynie, pole magnetyczne prądu

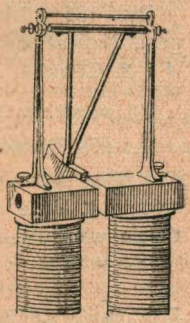
jeszcze istnieje; pod wpływem bezmiernego oporu warstwy powietrza zalegającej miejsce przerwy, pole to w mgnieniu oka zapada się w nicość. Inaczej dzieje się, gdy zamykamy obwód. Dopóki nie domknęliśmy jeszcze obwodu, dopóki istnieje w nim przerwa, opór jest wprawdzie znowu olbrzymi, ale niema prądu w obwodzie, pole nie istnieje; zjawisko zaczyna się dopiero w chwili, w której całkowicie zwarliśmy obwód, w tej zaś chwili opór już jest stosunkowo nieznaczny. Dlatego przy otwieraniu obwodu w miejscu przerwy przeskakuje iskierka, która nie pojawia się przy zamykaniu.

Streśćmy krótko znalezione wyniki. Gdy obwód O zamykamy, prąd wzrasta; elektromotoryczna siła ϵ stara się prąd okiełznać, jego przyrost powstrzymać; przezwyciężając wpływ tej siły ϵ, obca siła elektromotoryczna $\mathcal{E}$ wytwarza wreszcie prąd trwały, zgodny z prawem Ohma. Gdy obwód O otwieramy, prąd ginie; siła ϵ wspomaga go wówczas i przedłuża jego konanie. Cokolwiek dzieje się, *elektromotoryczna siła indukcji własnej sprzeciwia się zawsze.* Wyobraźmy sobie ciało materjalne m, masywne, bezwładne, zanurzone w ośrodku, który stawia pewien (słaby) opór ruchowi ciała (por. § 46 tomu I-go); przypuśćmy, że ciało m jest poddane działaniu siły zewnętrznej stałej, dość znacznej, np. siły ciężkości. Jeżeli bryłę m poddajemy nagle działaniu siły obcej, zewnętrznej, prędkość jej wzrasta; bezwładność bryły stara się ruch okiełznać, przyrost prędkości powstrzymać; przezwyciężając wpływ bezwładności, siła zewnętrzna wytwarza w końcu ruch jednostajny, zgodny z prawem Stokesa. Gdy ciało m usuwamy nagle z pod wpływu siły zewnętrznej, jego prędkość ginie; bezwładność wspomaga ruch wówczas i przedłuża jego konanie. Cokolwiek dzieje się, bezwładność sprzeciwia się zawsze. Dzięki indukcji własnej, prąd elektryczny oddziaływa zatem na pobudki obcej siły elektromotorycznej $\mathcal{E}$ mniej więcej podobnie jak ciało materjalne bezwładne odpowiada na pobudki siły zewnętrznej.

Przypuśćmy, iż punkt materjalny o masie m porusza się prostolinjowo z prędkością v pod wpływem siły zewnętrznej F oraz oporu kv, gdzie k jest spółczynnikiem stałym. Natężenie i prądu elektrycznego w obwodzie O gra rolę prędkości v, obca elektromotoryczna siła $\mathcal{E}$ ogniwa lub baterji jest analogiczna do siły F, opór R obwodu O odpowiada stałemu spółczynnikowi k. Przyśpieszenie f punktu m zależy od szybkości zmieniania się prędkości v; iloczyn mf w mechanicznym przypadku ma zatem to samo znaczenie, jakie ma elektromotoryczna siła indukcji własnej ϵ w elektrycznym; istotnie ϵ zależy od szybkości zmieniania się natężenia i. *Spółczynnikiem p indukcji własnej* w obwodzie O nazywamy stałą, analogiczną do masy m poruszającego się punktu; p możemy zatem poczytywać za miarę bezwładności prądu w obwodzie. Gdy jednak masa m jest zupełną stałą w dynamice, spółczynnik p zależy od ukształtowania obwodu; analogja urywa się tutaj.

§ 88. *Prądy Foucaulta.*

Roztrząsaliśmy dotychczas prądy indukcyjne budzące się w cienkich (linjowych) obwodach; lecz oczywistą jest rzeczą, że mogą one również powstawać w masach metalicznych postaci dowolnej, np. w płytach, walcach, kulach i t. d. Takie prądy, zwane dziś zwykle *prądami Foucaulta*, zauważył już był Arago w r. 1824-ym; nie umiano ich wytłumaczyć, dopóki prawa elektromagnetycznej indukcji nie były znane.



Rys. 133.

Prawo Lenza stosuje się do prądów Foucaulta; możemy przekonać się o tem zapomocą następującego uderzającego doświadczenia. Masywna płyta miedziana sporego wahadła może przebiegać swobodnie pomiędzy biegunami silnego elektromagnesu (rys. 133). Dopóki elektromagnes jest nieczynny, ruch wahadła ma do zwalczenia tylko słabe opory i tarcia, trwa zatem długo, zanim się uspokoi. Lecz gdy pole magnetyczne zostało wzbudzone, płyta wahadła, mimo udzielonego przez ciężkość rozpędu, nie może przebrnąć międzybiegunowej cieśniny; widać natychmiast, że spotyka tam opór ogromny, którego nie może zwyciężyć.

Kręćmy na wirownicy, pomiędzy biegunami elektromagnesu, grubościenną rurkę miedzianą, którą napełniliśmy alkoholem i zamknęliśmy koreczkiem; alkohol niebawem poczyna wrzeć, tworząca się para wyrzuca koreczek gwałtownie do góry. Pole magnetyczne elektromagnesu sprzeciwia się tu ruchowi zupełnie podobnie, jak czynią to drewniane kleszcze, któremi posłużyliśmy się w doświadczeniu, wyobrażonem na rys. 132-im, § 104 tomu II-go.

Elektryczny opór rozległych brył metalicznych bywa stosunkowo niewielki; dlatego natężenie prądów Foucaulta może niekiedy być bardzo znaczne. Energja idąca na wytwarzanie tych prądów pasorzytniczych szybko przemienia się w ciepło, wówczas zaś rozprasza się przez przewodnictwo cieplne lub promieniowanie. Elektrotechnika stara się unikać takiego niepożytecznego rozpraszania energji. Jeżeli więc rozległa metaliczna bryła, wchodząca w skład pewnej machiny lub przyrządu, ma poruszać się w polu magnetycznem stałem lub spoczywać w polu zmiennem, buduje się ją wówczas z cienkich drutów lub prętów, z warstw albo płytek i części te składowe bryły oddziela się od siebie izolatorami.

§ 89. *Induktor Ruhmkorffa.*

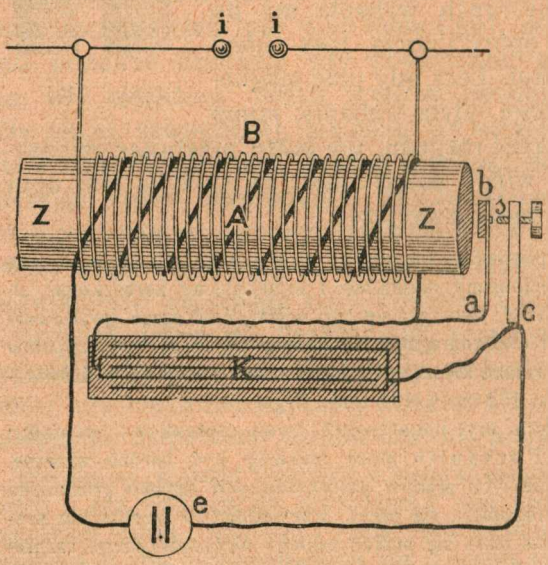
Cewka indukcyjna lub (jak dziś częściej mawiamy) *induktor* stanowi przykład zastosowania praw elektromagnetycznej indukcji

w dwóch blisko ze sobą sąsiadujących solenoidalnych obwodach. Doświadczenie opisane w § 86-ym (rys. 129) tłumaczy ogólnie zasadę działania tego przyrządu, który zaczął kształtować się w połowie XIX-go stulecia w ręku paryskiego konstruktora Ruhmkorffa, dzisiaj zaś, wszechstronnie udoskonalony, służy do mnóstwa naukowych badań oraz lekarskich i technicznych zastosowań praktycznych.

Rys. 134 wyobraża budowę zwykłego induktora w uproszczeniu schematycznem. Najważniejszą część przyrządu stanowi układ dwóch spółosiowych cewek *A* i *B*. Cewki te różnią się w każdym względzie, mianowicie:

pierwotna (wewnętrzna) *A* liczy niewiele skrętów drutu grubego;
wtórna (zewnętrzna) *B* liczy bardzo wiele skrętów drutu cienkiego

Cewki są nieruchome; lecz przesyłając i przerywając pierwotny prąd w obwodzie *A*, wiele razy na sekundę, otrzymujemy prądy indukcyjne w obwodzie *B*. Celem wzmocnienia tych indukcyjnych prądów umieszczamy wewnątrz cewki *A* gruby rdzeń żelazny *ZZ*, który składa się zwykle z izolowanych od siebie pręcików; dzięki temu urządzeniu prądy Foucaulta stają się w rdzeniu nieznaczne.



Rys. 134.

Zamykanie i otwieranie pierwotnego obwodu *A* odbywa się automatycznie; czynność tę spełnia *przerywacz*, którego odmianą najprostszą jest młoteczek Neefa, *absc* na rys. 134-ym. W pobliżu jednego z biegunów rdzenia *ZZ* znajduje się płaska sprężyna *ab* zakończona żelazną główką *b*; w środku powierzchni tej główki, naprzeciw śruby *s*, znajduje się t. zw. *kontakt*, mały guziczek wyrobiony z irydjoplatyny; z tego samego aljażu składa się zakończenie śruby *s*. Sruba ta *s* przez podstawę *c* łączy się z jednym biegunem baterji *e* pierwotnego obwodu, *b* zaś przez *a* łączy się z jednym końcem cewki *A*; pierwotny obwód *eAabsce* jest więc przerwany jedynie tylko w miejscu *bs*. Przypuśćmy, że *b* dotyka *s*; prąd płynący z baterji krąży wówczas w pierwotnym obwodzie, rdzeń *ZZ* magnesuje się i przyciąga *b* ku sobie; zetknięcie *bs* przerywa się zatem, prąd znika, *ZZ* przestaje przyciągać, *ab* prostuje się, *b* odskakując uderza o *s*, co znowu zamyka obwód i przywraca w nim

prąd. Każde otwarcie pierwotnego obwodu i przerwanie w nim prądu budzi we wtórnym obwodzie prąd indukcyjny, którego kierunek zgadza się z kierunkiem pierwotnego prądu; każde zamknięcie pierwotnego obwodu i przesłanie przezeń prądu wywołuje we wtórnym obwodzie prąd indukcyjny, którego kierunek jest przeciwny kierunkowi pierwotnego prądu. Przy zamykaniu i przy otwieraniu pierwotnego obwodu zjawia się w nim jednak nowa, dodatkowa siła elektromotoryczna, mianowicie siła elektromotoryczna indukcji własnej. Gdy obwód pierwotny zamyka się, tworzące się pole magnetyczne pierwotnego prądu, dzięki działaniu elektromotorycznej siły indukcji własnej, wykształca się stosunkowo powoli; gdy obwód pierwotny otwiera się, ginące pole magnetyczne pierwotnego prądu, dzięki działaniu elektromotorycznej siły indukcji własnej, zanika stosunkowo powoli (§ 87). Wiemy jednak, że przy otwieraniu obwodu występuje w nim elektromotoryczna siła indukcji własnej bezporównania znaczniejsza aniżeli w chwili zamykania obwodu; elektromotoryczna siła indukcji czynna we wtórnym obwodzie w chwilach otwierania pierwotnego przewyższa zatem niezmiernie elektromotoryczną siłę, która rozwija się w tymże wtórnym w chwilach zamykania pierwotnego obwodu.

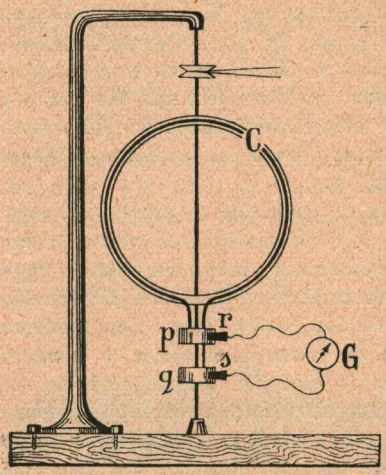
Przypuśćmy teraz, że w punktach *a* oraz *c*, równolegle do przerwy *bs* pierwotnego obwodu, włączyliśmy kondensator *K* o pojemności stosownie dobranej. Kondensator działa zgrubsza jak zbiornik elektryczny; przedewszystkiem tłumi on iskrę, która bez niego biłaby w przerywaczu w chwili otwierania pierwotnego obwodu; lub przynajmniej iskrę tę wielce osłabia i skraca. Tem samem zwiększa się znacznie siła elektromotoryczna czynna we wtórnym obwodzie w chwilach otwierania pierwotnego; pomiędzy kulkami *ii* iskiernika znajdującego się we wtórnym obwodzie wytwarza się nadzwyczaj szybko różnica potencjałów ogromna, w tem przeto miejscu bije iskra. Natomiast w chwilach zamykania pierwotnego obwodu elektromotoryczna siła działająca we wtórnym obwodzie jest słaba i nie może wywołać iskry między kulkami *ii*. We wtórnym obwodzie induktora otrzymujemy zatem prąd *przerywany*, który zaczyna płynąć, zawsze w tym samym, jednym tylko kierunku, w chwili każdego otwarcia pierwotnego obwodu. Ten prąd wtórny różni się od pierwotnego w każdym względzie. Krążąc w obwodzie pierwotnym stosunkowo słabego oporu, prąd pierwotny ma natężenie dość znaczne lecz niskie napięcie; induktor *transformuje* czyli przeobraża ten prąd, dając we wtórnym obwodzie prąd słabego natężenia (gdyż opór cewki wtórnej jest znaczny) ale bardzo wysokiego napięcia. Ażeby dać przybliżony obraz zachodzącego przekształcenia, przytaczamy, że natężenie pierwotnego prądu zasilającego induktor Ruhmkorffa wynosi zazwyczaj od kilku do kilkunastu amperów, natężenie zaś wtórnego liczy się na drobne ułamki ampera. Napięcie pierwotnego prądu wynosi po policie kilkanaście lub kilkadziesiąt woltów; napięcie w iskierniku wielkiego induktora przenosi niejednokrotnie 100000 woltów; nowoczesne potężne przyrządy wytwarzają iskry metrowej, nawet dwumetrowej długości.

Młoteczek Neefa oraz inne podobne mechanizmy, które przerywają obwód pierwotny najwyżej kilkaset razy na sekundę, byłyby bezsilne w ogromnych induktorach dzisiejszych; takie przyrządy posługują się innemi urządzeniami, np. *elektrolitycznym przerywaczem Wehnelta*. W rozcieńczonym roztworze wodnym kwasu siarkowego zanurzona jest maleńka elektroda platynowa; przepływając przez nią, prąd pierwotny wydziela nagle tak znaczną ilość ciepła,

że otaczająca ciecz ulatnia się szybko; prąd przerywa się wówczas, para skrapla się i zjawisko znów się powtarza.

§ 90. Przykład prądu przemiennego.

Wyobraźmy sobie doświadczenie następujące: dokoła osi pionowej, dzięki urządzeniu zrozumiałemu z rys. 135-go, kręci się spora obręcz płaska *C*, na której nawinięto wiele skrętów grubego drutu miedzianego; końce tej cewki łączą się z pierścieniami metalowemi *p* i *q*, których dotykają szczoteczki kollektora *r* i *s* prowadzące do galwanometru *G*. Gdy obracamy cewkę *C* niezbyt szybko i jednostajnie, wskazówka galwanometru wychyla się z położenia równowagi naprzemian w jednę stronę i drugą; zjawisko to objaśniamy bez trudności. Gdy obracamy cewkę *C*, liczba wiązek pola magnetycznego ziemskiego przecinających płaszczyznę cewki zmienia się perjodycznie; w cewce powstaje zatem prąd indukcyjny, którego siła elektromotoryczna zmienia się również perjodycznie. Ponieważ oś obrotu jest pionowa, w grę wchodzi tylko *pozioma* składowa *h* wektora pola magnetycznego ziemskiego (§ 60); składowa pionowa przypada zawsze w płaszczyznie cewki, nie uczestniczy zatem w zjawisku indukcji.

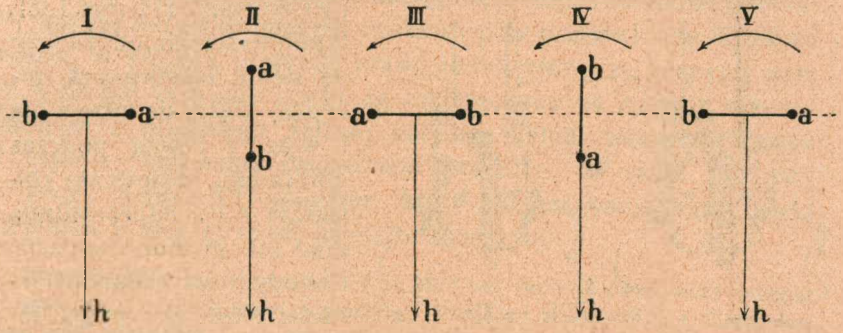


Rys. 135.

Na schematycznym rys. 136-ym płaszczyzna papieru wyobraża płaszczyznę poziomą; oś obrotu cewki *C* jest do niej prostopadła; kierunek obrotu wskazuje wszędzie strzałka. Prosta *ab* wyobraża w każdem położeniu płaszczyznę cewki; punkty *a* i *b* są poziomemi przecięciami tejże cewki; *h* jest kierunkiem poziomej składowej natężenia magnetyzmu ziemskiego, indukującej prąd w cewce. Rozumiejmy przez *N* liczbę wiązek składowego (poziomego) pola ziemskiego magnetycznego, przecinających płaską powierzchnię cewki w danem jej położeniu. Gdy płaszczyzna cewki jest prostopadła do płaszczyzny południka magnetycznego (położenia I, III, V), liczba *N* jest największa; gdy płaszczyzna cewki przebiega przez płaszczyznę południka magnetycznego (położenia II, IV), liczba *N* jest równa zeru. Łatwo widzimy, że w pobliżu położeń I, III, V liczba *N* zmienia się najpowolniej i w samej chwili przejścia przez jedno z tych położeń nie

zmienia się wcale; w sąsiedztwie natomiast położeń II, IV liczba N zmienia się najszybcej. Przypuszczając (jak wyżej), że obrót cewki jest jednostajny, dochodzimy zatem na zasadzie § 84-go do wniosku, iż prąd indukcyjny w cewce znika na chwilę, gdy cewka przebiega przez położenia I, III, V; w położeniach II i IV cewki prąd przeciwnie jest najsilniejszy. Kierunek indukcyjnego prądu znajdujemy łatwo na zasadzie podanych w § 85-ym przepisów, jak okazuje zestawienie następujące:

Okres:		I—II	II—III	III—IV	IV—V
N:		maleje	rośnie	maleje	rośnie
prąd	w *a*	do góry	do góry	na dół	na dół
	w *b*	na dół	na dół	do góry	do góry



Rys. 136.

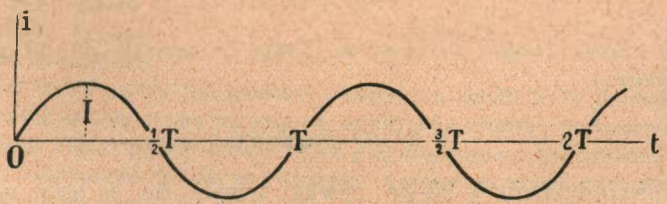
W chwilach, w których cewka przebiega przez położenia I, III, V, kierunek prądu indukcyjnego, jak widzimy, odwraca się.

Wyniki powyższe możemy zawrzeć w krótkiej formule. Rozumiejąc przez i natężenie prądu indukcyjnego płynącego w cewce C w chwili t, przez I oznaczając największą wartość tego natężenia, przez T czas trwania obrotu cewki (t. zw. *okres*), licząc wreszcie czas t od chwili przejścia cewki przez położenie I, mamy

$$1. \qquad i = I \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

skąd łatwo wyprowadzamy:

	I	II	III	IV	V
$t=$	0	$\frac{1}{4}T$	$\frac{1}{2}T$	$\frac{3}{4}T$	T
$i=$	0	I	0	$-I$	0

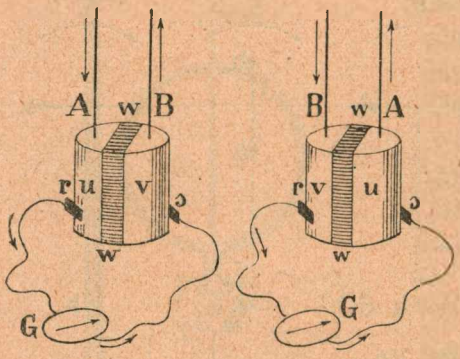


Rys. 137.

Natężenie i prądu indukcyjnego w cewce C zmienia się zatem z biegiem czasu t według praw *ruchu harmonicznego prostego* (por. § 31 tomu I-go oraz § 63 tomu II-go); I jest amplitudą, T okresem, stosunek $2\pi/T$ jest częstością zmian natężenia. Graficzny obraz zależności natężenia i od czasu przedstawia, jak wiadomo, krzywa zwana *sinusoidą* (rys. 137).

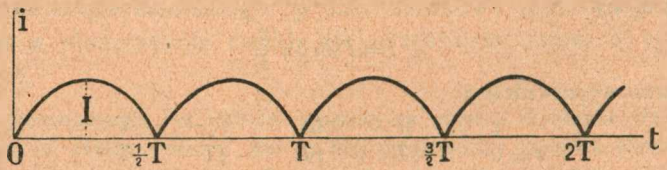
Prąd elektryczny, którego natężenie (oraz siła elektromotoryczna) zależy od czasu według praw ruchu harmonicznego prostego, jest stosunkowo prostym przykładem *przemiennego prądu.*

Zmieńmy jak następuje urządzenie powyższego doświadczenia (rys. 135). Końce A i B cewki C są połączone z metalowemi półpierścieniami u i v (rys. 138); te półpierścienie, oddzielone od siebie warstwą ww izolującą, kręcą się wraz z nią i wraz z cewką podczas obrotu osi; szczoteczki kollektora r i s odprowadzają prąd lub go doprowadzają. Perjodycznym zmianom kierunku prądu w cewce C towarzyszy teraz obrót półpierścieni odbywający się w tym samym okresie; przy takiem urządzeniu kollektora prąd w obwodzie rGs musi płynąć w kierunku wciąż jednakowym.



Rys. 138.

Prąd indukcyjny, który otrzymujemy obecnie w obwodzie rGs, ma kierunek stały ale natężenie zmienne; rys. 139 uzmysławia prawo zależności tego natężenia od czasu. Związek krzywej rys. 139-go z sinusoidą rys. 137-go jest łatwo widoczny.



Rys. 139.

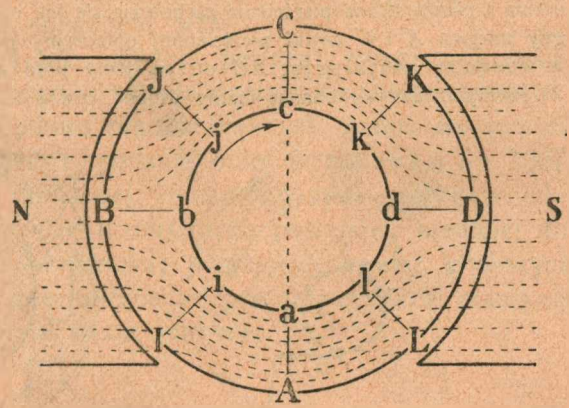
§ 91. O prądnicy.

W doświadczeniu § 90-go cewka kręciła się w polu magnetycznem obcem, nieruchomem, niezmiennem. Możemy urządzić

doświadczenie przeciwnie: w sąsiedztwie cewki nieruchomej możemy obracać magnes lub elektromagnes; wraz z magnesem poruszają się wówczas linje i wiązki jego pola, w cewce powstają zatem prądy indukcyjne.

Maszyny, które wytwarzają prądy indukcyjne kosztem pracy motorów, noszą nazwę *prądnic*. W każdej prądnicy układ cewek porusza się względem pewnego pola magnetycznego lub też, przeciwnie, pole magnetyczne porusza się względem pewnego układu cewek; w cewkach budzą się wówczas prądy indukcyjne. Każda zatem prądnica zawiera następujące części składowe istotne: (I) magnes lub elektromagnes tworzący pole magnetyczne (II) układ cewek, w których powstają prądy indukcyjne; ze znanego nam (z § 86-go) powodu cewki są umieszczone na *rdzeniu* sporządzonym z miękkiego żelaza; cały ten układ, złożony z cewek i rdzenia, nazywamy *twornikiem* prądnicy. W skład prądnicy wchodzi jeszcze (III) *kollektor*, który nieprzerwanie łączy cewki twornika z zewnętrznym obwodem maszyny.

Wynaleziony przez Gramme'a w r. 1871-ym *twornik pierścienny* odegrał ważną rolę w dziejach rozwoju prądnicy. Pomiędzy biegunami *N* i *S* magnesu (rys 140) wyobraźmy sobie obracalny pierścień żelazny, ze względu na prądy Foucaulta złożony z osobnych, izolowanych, cienkich obwodów kołowych (§ 88); dokoła pierścienia obiega cewka zamknięta, sama w siebie powracająca, wyrobiona z miedzianego drutu. Przez pierścień biegną wiązki magnetycznej indukcji, jak to schematycznie wskazuje rys. 140. Przypuśćmy, że *AacC* jest osią symetrji pierścienia prostopadłą do kierunku *NS*; *BbdD* jest do *AacC* prostopadła. Dla określoności przypuśćmy, że oś obrotu jest pionowa, płaszczyzna *AaBbCcDd* pozioma i że pierścień wraz ze swą cewką porusza się w kierunku strzałki; w rzeczywistem wykonaniu oś obrotu prawie zawsze bywa pozioma, płaszczyzna pierścienia pionowa, lecz okoliczność ta nie ma istotnego wpływu na wyniki rozumowania. Weźmy na uwagę oznaczony skręt cewki i rozumiejmy przez *N* liczbę wiązek magnetycznej indukcji, które przecinają powierzchnię otoczoną przez skręt;

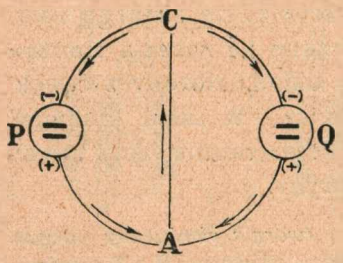


Rys. 140.

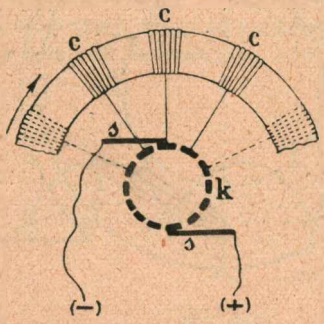
widzimy, że w położeniach aA oraz cC liczba N jest największa, w położeniach zaś bB i dD jest równa zeru. Liczba N zmniejsza się zatem w okresie AB ruchu, w okresie BC zwiększa się, w CD znowu się zmniejsza, w DA znowu się zwiększa. Zasadzając się na twierdzeniach § 85-go, wnosimy, iż:

w położeniu iI prąd płynie: w i do góry, w I na dół
w położeniu jJ prąd płynie: w j do góry, w J na dół
w położeniu kK prąd płynie: w k na dół, w K do góry
w położeniu lL prąd płynie: w l na dół, w L do góry;

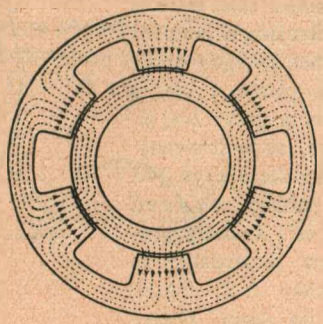
iI jest którekolwiek z położeń między aA a bB, podobnie jJ jest którekolwiek z położeń między bB a cC i t. d. W skrętach leżących dla nas na lewo od osi AC prąd indukcyjny płynie więc w kierunku przeciwnym aniżeli w skrętach leżących dla nas w danej chwili na prawo od tejże osi; kierunek prądu odwraca się w położeniach aA i cC. Wyobraźmy sobie, dla lepszego zrozumienia rzeczy, że przeciwstawiliśmy dwa identyczne ogniwa P i Q (rys. 141) t. j. że spięliśmy je biegunami jednoimiennemi; P dąży do przesłania prądu przez obwód w kierunku $PAQCP$, natomiast Q dąży do przesłania go w kierunku przeciwnym; prądu zatem w obwodzie wcale nie będzie. Ale potencjał w punkcie A jest oczywiście wyższy niż w punkcie C; jeżeli zatem połączymy A z C drutem, prąd przepłynie przez drut w kierunku od A do C. Podobnie w pierścieniu Gramme'a; lewa strona i prawa strona pierścienia zachowują się jak ogniwa P i Q rys. 141-go; gdy miejsca A i C cewki pierścienniej połączymy przy pomocy szczoteczek, w obwodzie zamykającym AC otrzymujemy prąd skierowany od A do C. W rzeczywistem wykonaniu mamy osobne cewki zamiast skrętów, o których



Rys. 141.



Rys. 142.

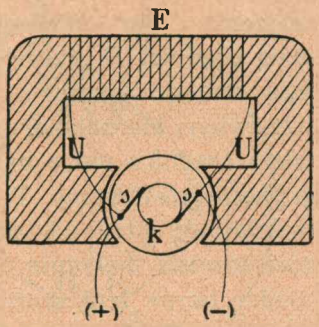

Rys. 143.

(dla uproszczenia) przed chwilą mówiliśmy; szczoteczki ss (rys. 142) nie dotykają tych poruszających się cewek c lecz raczej odrębnego kollektora k, z którego odcinkami, jak widać z rysunku, cewki są połączone.

W powyższem przedstawieniu rzeczy przypuszczaliśmy, że twornik kręci się w polu magnetycznem sprawianem przez jednę parę biegunów N i S; taką

prądnicę nazwalibyśmy *dwubiegunową*. Potężne machiny nowoczesne są wielobiegunowe; przybliżone wyobrażenie o układzie biegunów w takiej prądnicy możemy powziąć ze schematycznego rysunku 143-go.

Wyobraźmy sobie elektromagnes (§ 70); gdy prąd budzący jego działalność jest przerwany, w rdzeniu elektromagnesu pozostaje jeszcze pamiątka po namagnesowaniu, t. zw. *magnetyczna pozostałość* (§ 49). Przypuśćmy, że twornik prądnicy kręci się pomiędzy biegunami takiego niewzbudzonego elektromagnesu; magnetyczna pozostałość rdzenia (która znajduje się w nim zawsze) wystarcza, ażeby w tworniku i w zewnętrznym obwodzie maszyny objawił się choćby słaby prąd indukcyjny. Część tego prądu odprowadźmy teraz ubocznem odgałęzieniem, t. zw. upustem *UEU* (rys. 144) do cewki elektromagnesu *E*; odprowadzony prąd wzmacnia pole sprawiane przez elektromagnes; pod wpływem tego wzmożonego pola powstaje w tworniku i w obwodzie prądnicy prąd silniejszy, który znowu oddziaływa na pole. Pole i prąd, prąd i pole podniecają się tym sposobem wzajemnie, dopóki prąd nie osiągnie pewnego natężenia granicznego, trwałego, zależnego od ustroju maszyny i od natury zewnętrznego jej obwodu. Budowa prądnic zwanych *dynamomaszynami* polega na takiej zasadzie, podanej przez Siemensa w r. 1867, tu tylko ogólnikowo skreślonej. Dynamomaszyna popchnęła ludzkość naprzód, po drodze materjalnych postępów, niemniej niż przed wiekiem maszyna parowa; potężniejąca wciąż w naszych oczach sztuka elektrotechniczna tej przedewszystkiem maszynie zawdzięcza zadziwiające swoje zdobycze.



Rys. 144.

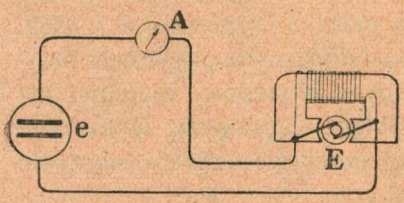
§ 92. *Motor elektryczny.*

Gdy twornik kręci się w polu elektromagnesu, w tym tworniku (oraz w zewnętrznym obwodzie prądnicy) powstaje prąd indukcyjny; z reguły Lenza wnosimy, że pole wywiera na twornik siły ponderomotoryczne, które sprzeciwiają się jego ruchowi. Wykonywamy więc pracę, gdy obracamy twornik normalnie funkcjonującej prądnicy; musimy wykonywać pracę, albowiem

ona jest źródłem energji wytwarzanego prądu indukcyjnego. Otwórzmy zewnętrzny obwód prądnicy, tak iż prąd nie może w nim krążyć; twornik poczyna zaraz kręcić się gładko, obrót pochłania wówczas tyle tylko pracy, ile zużywa jej tarcie. Lecz skoro obwód zamkniemy napowrót, czujemy natychmiast, że twornik obraca się trudniej.

Dostarczając prądnicy pracy, otrzymujemy zatem elektryczną energję; gdy, przeciwnie, prądnicy udzielamy elektrycznej energji, oddaje nam ona pracę do rozporządzenia. Przypuśćmy, że, obracając twornik prądnicy P w kierunku dla nas zgodnym z kierunkiem ruchu wskazówek na tarczy zegara, otrzymujemy prąd natężenia i oraz pewnego wiadomego kierunku; gdy przez tę samą prądnicę P przesyłamy prąd tego samego natężenia i oraz tego samego kierunku, twornik kręci się w kierunku dla nas przeciwnym kierunkowi ruchu wskazówek na tarczy zegara. Każda zatem prądnica może być poruszana *wstecznie* i służy wówczas za *motor elektryczny*. Takie motory upowszechniły się dziś nadzwyczajnie; przy ich pomocy możemy przesyłać energję do miejscowości dowolnie odległej lub też rozdzielać ją łatwo pomiędzy liczne lecz drobne stacje odbiorcze; w obu razach ponosimy w drodze tylko taką stratę, jaka z ciepła Joule'a nieuchronnie wynika.

Wyobraźmy sobie obwód, w którym znajduje się baterja akumulatorów e, ampermetr A oraz prądnica E (rys. 145). Oznaczmy przez $\mathfrak{e}$ elektromotoryczną siłę baterji, przez R opór całkowitego obwodu. Gdy twornik nie porusza się, $\mathfrak{e}$ jest jedyną siłą elektromotoryczną w naszym obwodzie; płynie w nim wówczas prąd o natężeniu i, gdzie



Rys. 145.

$$1. \qquad \mathfrak{e} = Ri.$$

Praca $\mathfrak{e}i$ wykonywana przez baterję w jednostce czasu (§ 37) zużywa się całkowicie na ciepło Joule'a Ri^2 powstające w obwodzie w tej samej jednostce czasu. Zasilajmy teraz prądnicę prądem płynącym z baterji; twornik prądnicy porusza się i wykonywa nazewnątrz pracę, prądnica funkcjonuje jako elektryczny motor, ale przeciwstawia wówczas pewną siłę elektromotoryczną $\mathcal{E}$ elektromotorycznej sile $\mathfrak{e}$ baterji. Ponieważ $\mathcal{E}$ działa w obwodzie przeciwnie niż $\mathfrak{e}$, mamy zatem obecnie

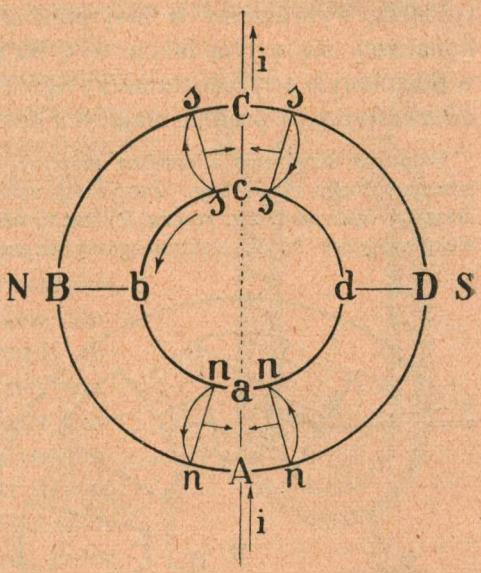
$$2. \qquad \mathfrak{e} - \mathcal{E} = Ri$$

tem samem

$$3. \qquad \mathfrak{e}i = Ri^2 + \mathcal{E}i.$$

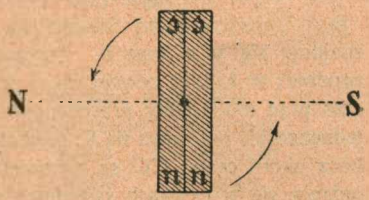
Praca $\mathfrak{E}i$ wykonywana przez baterję w jednostce czasu zużywa się obecnie po części na ciepło Joule'a Ri^2, po części na mechaniczną pracę uskuteczniana przez elektromotor; ta ostatnia wynosi, jak widzimy, $\mathcal{E}i$ w jednostce czasu. Im szybcej porusza się elektromotor, tem większa jest $\mathcal{E}$; równanie (2) powiada zatem, że, im prędzej kręci się twornik, tem natężenie i prądu musi być słabsze, co też potwierdza ampermetr. Gdy ruch twornika hamujemy, natężenie i wzrasta.

Przypomnijmy sobie doświadczenie wyobrażone na rys. 101 ym, § 71. Przesyłając prąd i przez drut CD, w polu magnesu NS, wytwarzaliśmy ponderomotoryczną siłę F, która dążyła do obrócenia obwodu dokoła osi AB; widzimy obecnie, że to doświadczenie objaśnia zasadę działania elektrycznego motoru. Nie przepuszczajmy teraz prądu przez obwód lecz obracajmy go dokoła osi AB, w tem samem jak poprzednio magnetycznem polu, w kierunku przeciwnym kierunkowi siły F; w drucie CD pojawi się prąd indukcyjny i skierowany jak na rys. 101-ym; to zatem odwrotne doświadczenie ilustruje zasadę prądnicy. Odwracalność, której podaliśmy tu przykład, stwierdzamy w każdem niemal doświadczeniu tłumaczącem prawa elektromagnetycznej indukcji.



Rys. 146.

Przypuśćmy, że posługujemy się pierścieniem Gramme'a jako tworníkiem elektrycznego motoru; rys. 146 wyobraża schematycznie ten pierścień. Obcy prąd, którym zasilamy motor, wpływa w punkcie A do skrętu przebiegającego przez miejsce aA, rozdziela się tutaj na dwa półskręty, opływa zatem wszystkie dalsze skręty czyli solenoidy ABC i ADC w sensie przeciwnym; płynące przez te solenoidy prądy łączą się napowrót w punkcie C i zjednoczone wracają do baterji. Jeżeli płaszczyzna $ABCD$ rys. 146 go jest pozioma, wskazane są na nim tylko górne półskręty; kierunek prądu podaje strzałka. Na zasadzie §§ 69 i 70-go sprawdzamy, że północny biegun nn solenoidu ABC znajduje się w aA, południowy ss w cC; północny biegun solenoidu ADC znajduje się również w aA, południowy również w cC; ażeby czytelnik mógł łatwo przekonać się o słuszności tych twierdzeń, przecięcia nn, nn są nieco odchylone od położenia aA, które rzeczywiście zajmują; przecięcia ss, ss są podobnież odchylone od cC; prostopadła do każdego przecięcia



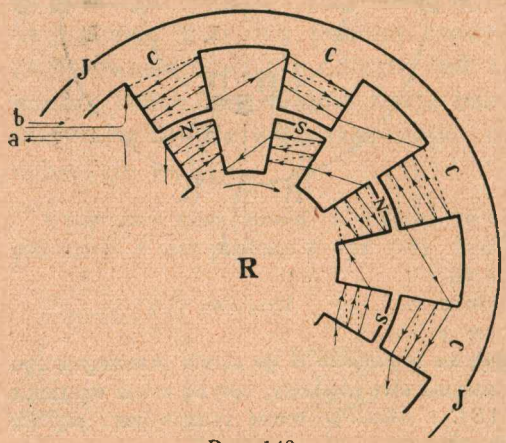
Rys. 147.

strzałka wyobraża przewidzianego w § 69-ym obserwatora. Mamy tu ostatecznie dwa solenoidy *ABC* i *ADC* złożone biegunami jednoimiennemi; w polu magnetycznem pochodzącem od biegunów *N, S* zachowują się one jak dwa magnesy *ns* wyobrażone na rys. 147-ym; oczywistą jest rzeczą, że będą się one starały wykręcić się, jak wskazują strzałki.

§ 93. Alternatory.

Obracając cewkę płaską kołową w jednorodnem polu magnetycznem, wytwarzamy w niej prąd indukcyjny przemienny; przekonaliśmy się o tym fakcie w § 90-ym. Doświadczenie opisane w powołanym artykule tłumaczy ogólnikowo zasadę działania t. zw. *alternatorów* t. j. prądnic mających dostarczać prądu przemiennego.

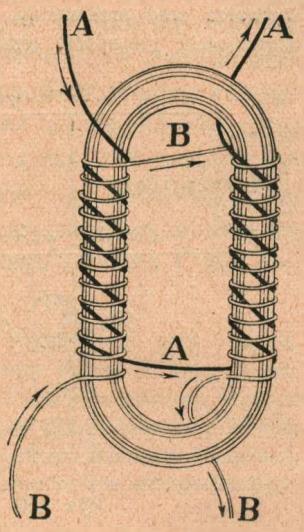
Pospolite urządzenie alternatora możemy do pewnego stopnia zrozumieć ze schematycznego rys. 148-go. Zaczynamy opis od ruchomej, wewnętrznej części maszyny czyli od t. zw. *rotoru R*; jest to żelazny walec, który dźwiga na sobie elektromagnesy *N, S*; elektromagnesy te zasila prąd obcy, stałego kierunku, płynący z baterji lub innego źródła pomocniczego. Cewki elektromagnesów *N, S* są nawinięte naprzemian przeciwnie, ich bieguny są zatem naprzemian północne *N* i południowe *S*. Rotor kręci się we wnętrzu nieruchomego *statora*, składającego się z zewnętrznego żelaznego *jarzma JJ* i z osadzonych w niem, nawewnątrz zwróconych cewek *CC*; w tych cewkach tworzy się prąd przemienny. Jak widać z rysunku, cewki *CC*, nawinięte naprzemian przeciwnie, stanowią wszystkie razem jeden obwód wspólny, którego zewnętrzne bieguny znajdują się w *a* oraz *b*. Przypuśćmy na chwilę, że cewki *CC* są nawinięte zgodnie; w każdej cewce, przed którą przebiega biegun *N*, powstawałby wówczas prąd indukcyjny przeciwnego kierunku niż w cewce sąsiedniej, przed którą jednocześnie przesuwa się *S*; prąd nie tworzyłby się więc wcale w obwodzie *aCCb*. Lecz skoro cewki *CC* są nawinięte naprzemian przeciwnie, indukcyjne prądy rodzące się w cewkach sąsiednich nie znoszą się lecz się do siebie dodają. Prąd krążący w obwodzie *aCCb* jest oczywiście przemienny; kierunek tego prądu odwraca się w chwilach, w których bieguny rotoru przebiegają przed cewkami statora; strzałki umieszczone na rysunku we wspomnianym obwodzie odwracają się w owych chwilach na strzałki przeciwne; strzałki wskazane w obwodzie *NSNS* pozostają niezmienne.



Rys. 148.

§ 94. *Przetwornica.*

Elektrotechnika posługuje się dziś coraz częściej prądem przemiennym, przedewszystkiem z powodu, iż może *transformować* go łatwo: z przemiennego prądu o niskiem napięciu może otrzymywać przemienny o napięciu wysokiem albo też, przeciwnie, z przemiennego prądu o wysokiem napięciu może wytwarzać prąd przemienny o niskiem napięciu. Posługujemy się w tym celu t. zw. *przetwornicą*, która w zasadzie jest induktorem, znacznie jednak sprawniejszym choć uproszczonym. W induktorze transformujemy prąd pierwotny, którego kierunek pozostaje wciąż jednakowy; żeby tego dokonać, musimy perjodycznie otwierać i zamykać obwód pierwotny. Gdy życzymy sobie przetworzyć prąd pierwotny przemienny, same już wahania natężenia oraz zmiany kierunku pierwotnego prądu wywołują prądy indukcyjne we wtórnym obwodzie; przerywacz induktora (a także i jego kondensator) staje się zatem zbyteczny. Wyobraźmy sobie, że dokoła ramion żelaznego, zamkniętego w samym sobie rdzenia (rys. 149) nawinięte są, jeden na drugim, dwa solenoidalne obwody *A* i *B*; obwód *A* liczy stosunkowo niewiele skrętów drutu stosunkowo grubego, *B* zawiera znacznie więcej skrętów drutu stosunkowo cienkiego. Jeden obwód jest pierwotnym, drugi wtórnym obwodem; w tych dwóch przypadkach czynność przetwornicy jest wprost przeciwnej natury:



Rys. 149.

Jeżeli		Napięcie prądu jest	
A jest obwodem	*B* jest obwodem	pierwotnego	wtórnego
pierwotnym	wtórnym	niskie	wysokie
wtórnym	pierwotnym	wysokie	niskie

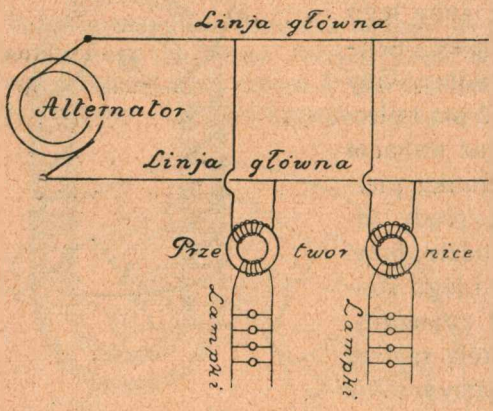
W pierwszym razie przetwornica podnosi napięcie, w drugim je obniża; powiadamy, że w pierwszym przypadku działa *do góry*, w drugim *na dół*. Pod wpływem pola prądu pierwotnego rdzeń przetwornicy perjodycznie magnesuje się i odmagnesowywa;

namagnesowanie to oscylujące, uwięzione w żelazie, niemal bez strat niepożytecznych działa na obwód wtórny, budząc w nim prąd wtórny przemienny. Wszystko to dzieje się w łonie substancji obwodów i rdzenia; przetwornica jest prawdziwie *molekularną* machiną, której organów możemy się tylko domyślać.

Oznaczmy przez e_1 i e_2 napięcie pierwotnego i wtórnego prądu, przez n_1 i n_2 rozumiejmy liczbę skrętów pierwotnego i wtórnego obwodu; według § 85-go mamy przybliżenie

1. $$e_1 : e_2 = n_1 : n_2.$$

Dla przykładu przypuśćmy, że alternator czynny w elektrowni miejskiej wytwarza prąd przemienny o napięciu 2200 woltów; byłoby to wielką nieostrożnością, gdybyśmy wprowadzali do mieszkań ludzkich prąd o tak niebezpiecznem napięciu; w każdym zatem domu, jak to tłumaczy rys. 150, pierwotny prąd miejski transformuje się na prąd wtórny, o napięciu np. 110 woltów; w każdej przetwornicy obwód wtórny liczy 20 razy mniej skrętów aniżeli obwód pierwotny.



Rys. 150.

Przypuśćmy, że pragniemy przesyłać energję z miejscowości P do miejscowości Q; niechaj będzie W ilością energji, którą mamy przesyłać w ciągu sekundy; zakładamy, że ilość W jest nam dana. Oznaczmy przez i natężenie prądu, którym posługujemy się, przez $\mathcal{E}$ jego napięcie. Na wytwarzanie prądu w miejscowości P łożymy w sekundzie pracę $\mathcal{E}i$; zatem

2. $$W = \mathcal{E}i.$$

Jeżeli R jest oporem linji PQ, musimy stracić po drodze, w każdej sekundzie, ilość Ri^2 energji na niepożyteczne ciepło Joule'a. Gdy ilość W jest dana, natężenie i będzie tem mniejsze, im $\mathcal{E}$ jest wyższa; im mniejsze zaś i, tem mniejsza (w kwadratowym stosunku) jest strata Ri^2. Dlatego więc inżynierowie, gdy pragną przesyłać energję na znaczną odległość, transformują napięcie, najprzód w miejscowości P do góry, w Q napowrót na dół. W Kalifornji zbudowano naprzykład, niedawno, linję długości 1770 km, która przenosi prąd o napięciu 220000 woltów.

§ 95. *Ampermetry cieplne.*

Natężenia przemiennego prądu niepodobna jest zmierzyć przy pomocy zwykłego galwanometru lub ampermetru. Organy ruchome

tych przyrządów (igła magnesowa, cewka i t. p.) są w pewnym stopniu bezwładne; pewien przeciąg czasu upływa, zanim przybiorą położenie odpowiadające natężeniu wprowadzonego prądu; jeżeli tymczasem prąd już zmienił kierunek, igła lub cewka, zanim odchyliła się ostatecznie w jednę stronę, już w przeciwną musi zawrócić. Prąd powoli przemienny może więc wywołać wahania w mierniczym przyrządzie; bardzo szybko przemienny nie sprawia żadnego wogóle wychylenia.

Skutki cieplne każdego prądu, jak uczy prawo Joule'a, są proporcjonalne do kwadratu natężenia prądu, nie zależą zaś wcale od jego kierunku; prąd przemienny rozgrzewa drut metalowy lub pasemko żarowej lampki, podobnie jak czyni to prąd stałego kierunku. Wyobraźmy sobie metalowy pręcik, którego jeden koniec jest nieruchomy, drugi zaś działa na obracalną wskazówkę, podobnie jak to widzimy na rys 118 tomu II go; gdy przez taki pręcik płynie prąd (stałego czy zmiennego kierunku), pręcik ogrzewa i wydłuża się, wskazówka odchyla się z położenia zero. Na takiej zasadzie polega budowa t. zw. *ampermetrów cieplnych.*

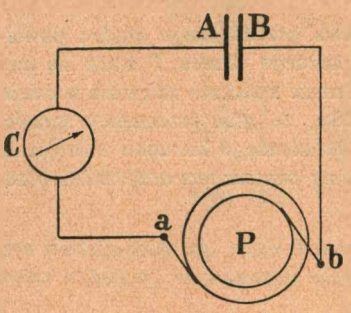
Oznaczmy przez I amplitudę zmian natężenia przemiennego prądu; powiadamy, że natężenie takiego prądu w ciągu każdego okresu T waha się nieustannie w granicach od zera do I. Średnia wartość kwadratu natężenia w czasie jednego okresu wynosi zatem $I^2/2$; skąd wynika, że prąd przemienny sprawia takie skutki cieplne, jakie wywołałby prąd niezmiennego kierunku i natężenia stałego, wynoszącego $I/\sqrt{2}$; wartość tę nazywamy *skutecznem natężeniem* przemiennego prądu.

ROZDZIAŁ SIÓDMY.

Drgania i fale elektryczne.

§ 96. Hypoteza Maxwella.

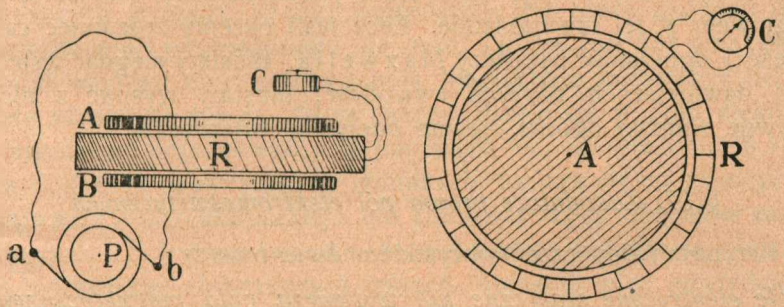
Przypuśćmy, że *a* i *b* są biegunami alternatora *P* (rys. 151); bieguny te łączymy z okładkami *A* i *B* kondensatora płaskiego, między któremi zalega warstwa pewnego dielektryka, np. nafty, parafiny, powietrza; do obwodu wprowadzamy jeszcze cieplny ampermetr *C*. Obwód *PCABP* nie jest zamknięty; pomiędzy *A* i *B* jest przerwany przez warstwę dielektryka. Mimo to przecież, gdy alternator jest czynny, wskazówka ampermetru odchyla się; w obwodzie płyną zatem prądy. Gdyby zamiast alternatora działała w obwodzie prądnica dostarczająca prądu o stałym kierunku, ładowałaby ona okładki kondensatora, lecz, wobec olbrzymiego oporu dielektrycznej warstwy, nie mogłaby wytworzyć w obwodzie prądu trwałego, płynącego wciąż w jednym kierunku. Jakim więc sposobem, gdy w *P* alternator jest czynny, prąd w obwodzie dochodzi do skutku? Przypuśćmy, że alternator zaczyna funkcjonować w chwili $t = 0$; okres przemiennego prądu niechaj nazywa się *T*. W pierwszej połowie okresu, od $t = 0$ do $t = \frac{1}{2}T$, załóżmy, iż *a* jest dodatnim biegunem prądnicy, ujemnym zaś *b*; okładka *A* otrzymuje wówczas dodatni, okładka *B* ujemny ładunek. W drugiej połowie okresu, od $t = \frac{1}{2}T$ do $t = T$, okładka *A* otrzymuje ujemny, okładka *B* dodatni ładunek. Widzimy zatem, że w obwodzie płynie istotnie prąd z alternatora, raz w jednym kierunku, to znowu w przeciwnym. Ale naładowany kondensator rozbraja się



Rys. 151.

oczywiście, gdy jego okładki zostały ze sobą połączone metalicznie; do prądów wytwarzanych w obwodzie przez alternator dodają się zatem (lub też, zależnie od kierunku, odejmują się od nich) dalsze prądy przemienne, wzbudzane przez kondensator.

Okładki *A* i *B* w doświadczeniu powyższem otrzymują, jak powiedzieliśmy, naprzemian dodatnie i ujemne ładunki. W warstwie dielektrycznej między okładkami wytwarza się zatem pole elektryczne również przemienne, pole *oscylacyjne.* Linje tego pola skierowane są prostopadle do płaszczyzn powierzchni okładek; lecz jeśli w pewnej fazie zjawiska linje te dążą np. ku górze, wkrótce gasną one i nikną, natomiast pojawiają się inne, ku dołowi biegnące; i te również giną niebawem, ustępując miejsca nowym znów linjom, skierowanym ku górze. Posuwamy



Rys. 152.

się teraz w doświadczeniu o ważny krok naprzód. Pole elektryczne przemienne w warstwie dielektrycznej otaczamy żelaznym pierścieniem *R* (rys. 152), który owijamy skrętami solenoidu; obwód solenoidu zamykamy cieplnym ampermetrem *C*; rys. 152 wskazuje układ doświadczenia w widoku bocznym i górnym. Gdy alternator jest czynny, ze wskazań ampermetru wynika, że w obwodzie solenoidu płyną prądy indukcyjne; w pierścieniu *R* istnieje zatem przemienne pole magnetyczne; linje tego pola-przybliżenie prostopadłe do skrętów solenoidu, obiegają pierścień dokoła, okrążają zatem linje pionowe pola elektrycznego, które w dielektrycznej warstwie pomiędzy *A* i *B* chwieje się nieustannie. *Przemienne w dielektryku pole elektryczne wytwarza w otoczeniu pole magnetyczne przemienne; linje magnetycznego pola okrążają wówczas linje pola elektrycznego w obwodach zamkniętych.*

Prawda, którą tu poznajemy, jest tylko szczególnym przypadkiem ogólnego twierdzenia, jednego z najważniejszych w dzisiejszej budowie teorji zjawisk elektromagnetycznych. W polu przemiennem zarówno wartość jak kierunek wektora pola zmienia się perjodycznie. Nietylko jednak takie, przemienne pole elektryczne, każde wogóle, jakkolwiekbądź z czasem *zmienne* pole elektryczne, bez względu na to, czy w próżni, w dielektryku czy w metalu jest czynne, sprawia dokoła skutki magnetyczne, podobnie jak sprawia je, według rozdz. IV-go, zwykły prąd elektryczny w przewodniku płynący. *Każde z czasem zmienne pole elektryczne tworzy w otoczeniu pole magnetyczne.* To ważne uogólnienie odgadł James Clerk Maxwell około 1864-go r.; przenikliwym wzrokiem dostrzegł w naturze przez nikogo wówczas nieprzeczuwane zjawisko, które, jak zobaczymy, jest istotnem ogniwem w jej mechanizmie. Lecz jeśli chcemy zrozumieć całą treść i doniosłość hypotezy Maxwella, musimy sięgnąć wstecz do dawniejszych naszych wywodów; musimy wysnuć z nich pewne wnioski ogólne, pewne oderwane twierdzenia.

§ 97. Zasadnicze prawa pól elektromagnetycznych.

Przypominamy przedewszystkiem dwie prawdy:

pole elektryczne statyczne nie wytwarza pola magnetycznego; pole magnetyczne statyczne nie wytwarza pola elektrycznego.

O słuszności tych twierdzeń przekonaliśmy się wielokrotnie. Statycznemu polu niezmiennych i nieruchomych ładunków elektrycznych nie towarzyszy magnetyczne pole. Statyczne pole niezmiennych i nieruchomych magnesów nie indukuje elektrycznych prądów. Z IV-go i VI-go rozdziału czerpiemy pewność, że obadwa te przeczące orzeczenia są prawdziwe.

Posuwamy się dalej i wypowiadamy nowe dwa założenia:

pole elektryczne zmienne wytwarza pole magnetyczne;
pole magnetyczne zmienne wytwarza pole elektryczne.

W pierwszem zdaniu powtarzamy tylko hypotezę Maxwella, przytoczoną w artykule poprzednim. W drugiem twierdzeniu streszczamy prawa zjawisk elektromagnetycznej indukcji, znane z VI-go rozdziału. Zważmy istotnie, że niema pola elektrycznego bez różnic potencjału; gdyby potencjał w pewnym obszarze miał wartość wszędzie jednakową, wektor elektryczny byłby

w nim wszędzie równy zeru (§ 26). Przypuśćmy, że w zmiennem polu magnetycznem pojawia się metaliczny przewodnik; według powyższego drugiego twierdzenia powstają w przewodniku różnice potencjału, budzi się w nim zatem prąd, który nazywamy «indukcyjnym». Jeśli umieściliśmy przewodnik w polu magnetycznem statycznem, prądu w nim niema.

Pole rodzące się pod wpływem zmiennego pola magnetycznego jest więc elektrycznem lecz wcale nie jest elektrostatycznem polem; różni się ono owszem od elektrostatycznego pola w istotnym względzie. Ażeby się o tem upewnić, przypomnijmy sobie, że, *kiedy zmienne pole magnetyczne wywołuje pole elektryczne, linje wywołanego elektrycznego pola okrążają linje pola wywołującego w obwodach zamkniętych.* Przykłady trafności tego spostrzeżenia spotykamy we wszystkich niemal przypadkach opisanych w rozdz. VI-ym; najprostszy jest może przykład doświadczenia, wyobrażonego na ryss. 123-im lub 131-ym; linje indukowanego elektrycznego pola biegną tam oczywiście przez cały obwód *O* dokoła. Zgoła inaczej dzieje się w polu elektrostatycznem; linje takiego pola poczynają się, jak wiadomo (§ 18), na dodatnich elektrycznych ładunkach, kończą się na ujemnych; *linje pola elektrostatycznego nie stanowią nigdy obwodów zamkniętych.* Z § 20-go wynika, że elektryczne ładunki są niejako *zakończeniami elektrycznych wiązek.* Możemy więc powiedzieć, że elektromagnetycznie wzbudzone pole elektryczne jest osobliwe: *jest to pole elektryczne bez elektrycznych ładunków.*

Wyobraźmy sobie pole elektrostatyczne i przypuśćmy, że wywiadowczy ładunek q posuwa się w niem, niezmiernie powoli, z punktu A do punktu B. Rozumiejąc przez V_A i V_B wartości potencjału utworzone w A oraz w B, powiadamy, że praca W wykonana przez pole przy wspomnianem przejściu wynosi

1. $$W = q\,(V_A - V_B)$$

(por. § 26). Przypuśćmy, że, wyruszywszy z miejsca A, ładunek q odbywa obieg zamknięty (kołowy) i powraca wreszcie do A; wówczas $V_B = V_A$ i otrzymujemy

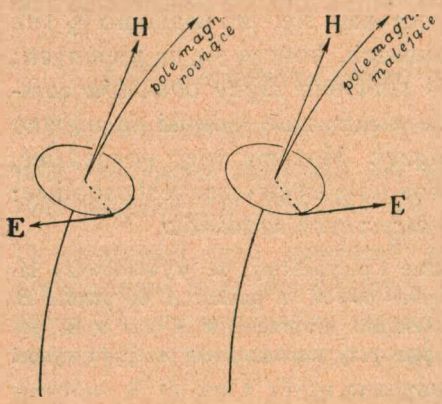
2. $$W = 0.$$

Taka zresztą jest fundamentalna własność każdego pola *zachowawczego*, jak nam z § 83-go tomu I-go wiadomo. Lecz gdyby obwód zamknięty w całym swym przebiegu kierował się zgodnie z pewną wybraną linją pola, praca W wzdłuż obwodu wykonana nie byłaby równa zeru; każdy element obwodu przypadałby wówczas w kierunku miejscowego wektora E, na każdym więc elemencie siła qE wykonałaby pracę elementarną dodatnią (§ 70 tomu I-go); z takich dodatnich składników nie mogłaby powstać suma równająca się zeru. Idąc w polu elektrostatycznem wzdłuż pewnej upatrzonej linji pola *nie* powra-

camy więc do punktu wyjścia. Odbywając w takiem polu obiegi zamknięte, musimy *przecinać* linje, albowiem one ciągną się w polu jak łańcuchy otwarte.

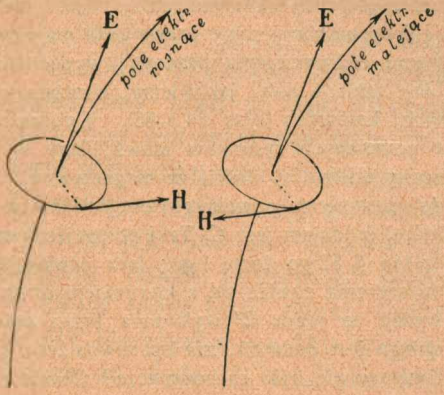
Co powiedzieliśmy o własnościach pola elektrycznego indukowanego przez zmienne pole magnetyczne, stosuje się również do pola magnetycznego, które, według hypotezy Maxwella, tworzy się pod wpływem zmiennego pola elektrycznego; powstaje wówczas pole magnetyczne lecz bynajmniej *nie* magnetyczne statyczne. Jak widzieliśmy w przykładzie przytoczonym w § 96-ym, linje wzbudzonego magnetycznego pola okrążają linje budzącego elektrycznego w obwodach zamkniętych; tymczasem w zewnętrznem polu statycznem trwałego magnesu linje ciągną się otwartemi pasmami i nie stanowią nigdy obwodów zamkniętych (rozdz. III-ci). Pole tworzące się pod wpływem zmiennego elektrycznego pola jest wprawdzie magnetyczne ale magnetycznych biegunów w niem *niema*.

Przypuśćmy, że pod wpływem zmiennego pola magnetycznego pojawia się pole elektryczne. Wyobraźmy sobie obserwatora, przez którego, od stóp do głowy, biegną w danem miejscu linje magnetyczne a zatem biegnie i wektor *H* pola (rys. 153). Przypuśćmy, że w wybranem miejscu i w uważanej chwili pole magnetyczne wzmaga się; spoglądając na elektryczne linje, obserwator dostrzega, że okrążają go one w kierunku zgodnym z kierunkiem ruchu wskazówek na tarczy zegara. Przypuśćmy przeciwnie, że w upatrzonem miejscu i w danej chwili pole magnetyczne słabnie; spoglądając na elektryczne linje, obserwator dostrzega, że okrążają go one w kierunku przeciwnym kierunkowi ruchu wskazówek na tarczy zegara. Wyobraźmy sobie na chwilę, że kółka otaczające magnetyczne linje na rys. 153-im przedstawiają obwody sporządzone z drutu metalowego; kierunek stycznego do nich wektora *E* wskazuje, jak płynie pojawiający się wówczas w obwodzie prąd indukcyjny.



Rys. 153.

Przypuśćmy, że pod wpływem zmiennego pola elektrycznego budzi się pole magnetyczne. Wyobraźmy sobie znów obserwatora, przez którego, od stóp do głowy, biegną w danem miejscu linje elektryczne a zatem biegnie wektor E pola (rys. 154). Załóżmy, że w umówionem miejscu i w uważanej chwili pole elektryczne potężnieje; spoglądając na magnetyczne linje, obserwator dostrzega, że okrążają go one w kierunku przeciwnym kierunkowi ruchu wskazówek na tarczy zegara. Załóżmy przeciwnie, że w pewnem oznaczonem miejscu i w pewnej wybranej chwili pole elektryczne maleje; spoglądając na magnetyczne linje, obserwator dostrzega, że okrążają go one w kierunku zgodnym z kierunkiem ruchu wskazówek na tarczy zegara. Kierunek wektora H na rys. 154-ym okazuje, jak poruszałby się wywiadowczy biegun magnetyczny północny, gdyby umieszczony był w polu zupełnie swobodnie (por. § 56).



Rys. 154.

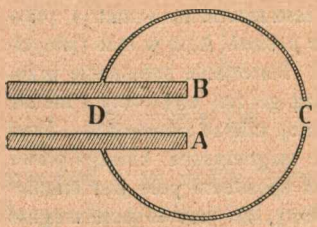
Uderzająca jest symetrja twierdzeń, które tutaj poznaliśmy. Podstawiając przymiotnik «elektryczny» zamiast «magnetyczny» i na odwrót w wypowiedzeniu tych prawd, przechodzimy od pierwszej do drugiej lub od drugiej przeciwnie do pierwszej; w kierunkach wzbudzanych pól zachodzi jednak *przeciwieństwo*, jak wnosimy z porównania reguł kierunkowych ze sobą i jak z zestawienia ryss. 153 i 154-go natychmiast wynika Z tem zastrzeżeniem, symetrja praw pola elektromagnetycznego jest zatem doskonała *w próżni*. Atoli w materjalnych ośrodkach symetrja tych praw jest niedoskonała. Materjalne substancje przewodzą prąd elektryczny; t. zw. izolatory przewodzą go źle, elektrolity i metale przewodzą go dobrze; wszystkie jednak w pewnej mierze przewodzą Prąd elektryczny przewodzony tworzy w otoczeniu pole magnetyczne, którego prawa znamy z rozdz. IV-go; wiemy, że powstające tym sposobem pole jest magnetyczne, lecz nie jest magnetyczne statyczne; wiemy, że jest to pole magnetyczne bez magnetycznych biegunów. Linje tego pola okrążają linje elektrycznego pola w obwodach zamkniętych, podobnie jak czynią to linje magnetycznego pola towarzyszącego zmiennemu polu elektrycznemu; lewa strona rys. 154-go mogłaby być poczytana za ilustrację praw pola sprawianego przez prąd elektryczny linjowy, płynący w kierunku tamtejszego wektora E. Lecz do przewodzonego prądu elektrycznego *niema* odpowiednika w magnetycznych zjawiskach. Niema magnesów, których bieguny pod wpływem pola mogłyby płynąć swo-

bodnie, zobojętniać się i magnetyczną energję w ciepło przemieniać; niema «przewodników magnetycznych» ani też «prądu magnetycznego przewodzonego»; nie możemy powiedzieć, czy taki prąd wytwarzałby w otoczeniu pole elektryczne bez ładunków, jak wymagałaby tego symetrja.

Przypomnijmy sobie prawa pola magnetycznego, towarzyszącego pr stolinjowemu elektrycznemu prądowi; wypowiedzieliśmy je w rozdz. IV-ym, § 62. Linje takiego pola, jak wiemy, okrążają kierunek prądu w obwodach zamkniętych, kołowych (ryss. 84 i 85). Wyobraźmy sobie, że w punkcie M jednego z powołanych rysunków umieściliśmy wywiadowczy biegun magnetyczny północny obdarzony ilością m magnetyzmu i że biegun ten zmuszamy następnie do (niezmiernie powolnego) obejścia raz w koło orbity na rysunkach wskazanej, której środkiem jest C. Taki obieg jest oczywiście zjawiskiem kołowem, w znaczeniu § 83 go tomu I-go; lecz ponieważ wzdłuż całej drogi kierunek przemieszczenia zgadza się z kierunkiem działającej siły mH, wnosimy zatem, jak wyżej, że praca W wykonana przez pole magnetyczne podczas całkowitego obiegu jest dodatnia, *nie* jest równa zeru. Czyżby zatem pole magnetyczne prądu trwałego nie było zachowawcze? Obnosząc d koła prądu biegun magnetyczny, czyżbyśmy mogli utworzyć *perpetuum mobile*? Nie zapominajmy o tem, że prostolinjowy przewód prądu trwałego oraz biegun magnetyczny północny nie stanowią *odosobnionego* układu (§§ 81 i 83 tomu I go); pewien układ elektromotoryczny zewnętrzny (np. baterja ogniw lub akumulatorów, maszyna elektryczna, prądnica) musi pracować, ażeby w przewodzie AZ (ryss. 84 i 85) płynął trwale prąd elektryczny. Obnosząc biegun magnetyczny dokoła prądu AZ po orbicie kołowej, pobieramy pracę kosztem energji owego zewnętrznego źródła elektromotorycznego.

§ 98. *Oscylacyjne rozbrajanie się kondensatora*

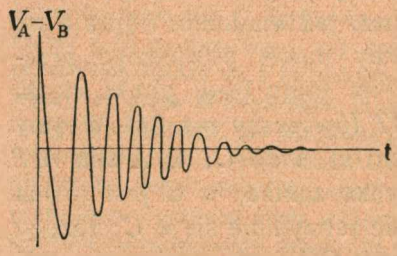
Wyobraźmy sobie kondensator płaski, którego okładki A i B (rys. 155), oddzielone od siebie dielektryczną warstwą D, posiadają ładunki znaków przeciwnych: A ma ładunek dodatni, B ujemny. Przez V_A i V_B oznaczmy wartości potencjałów okładek A oraz B; różnica $V_A - V_B$ jest dodatnia. W pewnej chwili początkowej $t = 0$ łączymy A z B zapomocą metalowego drutu C. Układ $ACBDA$ możemy uważać za obwód, przerwany w D, zresztą zaś przewodzący; oczekujemy zatem, że on zachowa się podobnie jak obwód O zawierający baterję, który otwieramy nagle w chwili $t = 0$ (§ 87). Gdy jednak w obwodzie O § 87-go była czynna elektromotoryczna siła baterji, trwała siła elektromotoryczna, odnawiająca się nieustannie, w obecnym układzie $ACBDA$ mamy tylko róż-



Rys. 155.

nicę potencjałów $V_A - V_B$, która w chwili $t = 0$ pewnej elektromotorycznej sile jest równoważna, później jednak przez sam przepływ prądu wyczerpuje się rychło. W tym odmiennym charakterze siły elektromotorycznej, zzewnątrz przyłożonej, leży różnica obu przypadków. Gdy w obwodzie O czynna była trwała siła elektromotoryczna, porównywaliśmy prąd w nim płynący do ruchu ciała materjalnego, który pod wpływem siły stałej dochodzi do skutku. Lecz w obecnym przypadku elektromotoryczna siła zmienia się w przebiegu zjawiska; przyrównamy go zatem do ruchu wahadła, w którym również, jak wiadomo, objawia się działanie siły zmiennej (moglibyśmy nawet powiedzieć *przemiennej*). Jak widzieliśmy w § 63-im tomu I-go, punkt ciężki wahadła pobudza do ruchu siła MT (ówczesny rys. 64). Weźmy na uwagę pierwszą fazę ruchu, ruch od A do C; w A siła MT jest największa, podczas ruchu szybko zanika, w C jest równa zeru. Mimo to punkt M wahadła nie zatrzymuje się w C; rozpęd bezwładności przenosi go do części CB toru, gdzie siła MT, skierowana przeciwnie aniżeli w AC, coraz usilniej sprzeciwia się ruchowi, aż go wreszcie wstrzymuje w miejscu B; następna faza BCA jest już tylko odwróceniem poprzedniej ACB. Podobnie dzieje się w zagadnieniu elektrycznem, którem jesteśmy obecnie zajęci. W pierwszej fazie zjawiska, pod wpływem dodatniej siły elektromotorycznej $V_A - V_B$, prąd w drucie C płynie w kierunku od A do B; lecz różnica $V_A - V_B$ zmniejsza się przez to i niebawem spada do zera. Prąd w tej chwili dopiął celu, zniweczył mianowicie pierwotną różnicę potencjałów; ale zjawisko nie kończy się na tem, prąd nie ginie u celu; uniesiony rozpędem indukcji własnej (która, jak z § 87 go wiemy, przedłuża jego obumieranie) prąd musi «przeholować». Okładka B otrzymuje teraz ładunek dodatni, okładka A przybiera ujemny; różnica $V_A - V_B$, która jest teraz ujemna, rosnąc w wartości bezwzględnej, sprzeciwia się coraz bardziej prądowi skierowanemu od A do B w drucie C; znosi go wreszcie i wytwarza prąd przeciwny, od B do A w drucie C skierowany. Następująca faza zjawiska jest już tylko odwróceniem pierwszej, którą poznaliśmy. *Rozbrajanie się naładowanego kondensatora jest oscylacyjnem zjawiskiem.* Ważny ten fakt teoretycznie przewidział i zbadał Lord Kelvin w r. 1853-im, gdy w ówczesnym doświadczalnym zasobie wiedzy nie było nawet wskazówki jego istnienia.

Powinniśmy jednakże o tem pamiętać, że prąd elektryczny w każdym przewodniku natrafia na opór; gdziekolwiek prąd płynie, jego energja w pewnej mierze przemienia się w ciepło. Jeżeli więc ruch wahadła ma być wiernym obrazem elektrycznych wahań w obwodzie kondensatora, wahadło to musimy w myśli zanurzyć w ośrodku stawiającym opór; kinetyczna energja wahającego się wahadła przeradza się wówczas stopniowo w ciepło. Ruch wahadła w tym razie nie jest ściśle perjodyczny; kolejne fazy ruchu nie są identyczne, ich amplitudy stopniowo maleją; ruch jest *tłumiony* i po niejakim czasie staje się niedostrzegalny. Podobnie dzieje się w obecnem naszem elektrycznem zagadnieniu: *rozbrajanie się naładowanego kondensatora jest następstwem drgań elektrycznych zanikających.* Graficzny obraz takich drgań znajdujemy w załączonym rys. 156 ym; wysokość każdej rzędnej wyraża chwilową wartość różnicy potencjałów okładek kondensatora, odcięta przedstawia długość odstępu czasu, który upłynął od początkowej chwili zjawiska. W pospolitych warunkach doświadczeń każde drganie trwa niezmiernie krótko a ich ogół zanika tak szybko, że do wiadomości naszej dochodzi tylko wynik ostateczny procesu: zobojętnienie się ładunków okładek, wyrównanie się wartości ich potencjałów.



Rys. 156.

Ażeby ilościową stronę zjawiska ogólnikowo zrozumieć, sięgnijmy jeszcze raz do mechanicznego porównania. Jak widzieliśmy w § 63 im tomu I-go, wywołująca ruch wahadła siła MT (w oznaczeniach ówczesnych) wynosi $-mgx/l$; zasadzając się na drugiem prawie ruchu i zaniedbując opór ośrodka, otrzymujemy zatem ówczesny związek (4):

1. przyśpieszenie wahadła $= -gx/l.$

Innemi słowy, szybkość, z jaką zmienia się szybkość zmieniania się wartości x jest proporcjonalna do x; spółczynnik proporcjonalności g/l utożsamiliśmy z wielkością ω^2 § 31-go tomu I-go, skąd wyniknął wzór (6) ówczesny, wyznaczający długość T okresu ruchu wahadła. Postąpmy podobnie w elektrycznem obecnem zadaniu. Rozumiejąc przez Q ładunek (dodatni) okładki A kondensatora, przez $\mathcal{E}$ różnicę potencjałów okładek A i B, przez C pojemność kondensatora, mamy podług § 28-go

2. $$Q = C\mathcal{E}.$$

Stosownie do § 34-go, natężeniem i prądu chwilowo płynącego w drucie, w kierunku od A do B, nazywamy szybkość zmniejszania się ładunku Q; podług (2) możemy zatem powiedzieć, iż

3. szybkość zmieniania się $\mathcal{E} = -i/C$.

Z drugiej strony, zgodnie z wywodami § 87-go możemy założyć:

4. $\mathcal{E} = p \times$ (szybkość zmieniania się i)

gdzie rozumiemy przez p, jak w § 87-ym, spółczynnik indukcji własnej uważanego obwodu; zatem również

5. szybkość zmieniania się $\mathcal{E} = p \times$ (przyśpieszenie zmieniania się i).

Porownawszy ze sobą twierdzenia (3) i (5), dochodzimy do wniosku

6. przyśpieszenie zmieniania się $i = -i/pC$

który w uważanem elektrycznem zadaniu wyraża fakt analogiczny do treści powyższego równania (1) w ruchu wahadła lub do założenia wypowiedzianego w (5) § 31-go tomu I-go. Oznaczając więc przez T długość *okresu elektrycznych oscylacyj* w zjawisku rozbrajania się kondensatora, otrzymujemy słynną formułę Lorda Kelvina

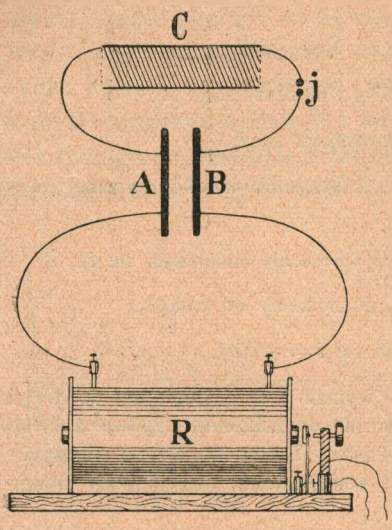
7. $$T = 2\pi\sqrt{pC}.$$

W rozumowaniu powyższem zaniedbaliśmy wpływ elektrycznego oporu obwodu; gdyby ten opór był bardzo znaczny, oscylacje mogłyby stać się niemożliwe. Wyobraźmy sobie, że punkt ciężki M wahadła (rys. 64 tomu I go) jest zanurzony w nadzwyczaj zawiesistej mazi lub smole; opuszcza się on wówczas, wychodząc z miejsca A, lecz porusza się następnie coraz leniwiej i nie dosięga położenia C nawet po upływie czasu bardzo długiego. Podobnie dzieje się w elektrycznem zjawisku, gdy obwód kondensatora przeciwstawia drganiom opór ogromny; początkowa różnica potencjałów okładek maleje coraz opieszalej, aż wreszcie po długim czasie staje się niedostrzegalna. Takie wyładowanie nazywamy *aperjodycznem*.

Czy można przekonać się o tem doświadczalnie, że w obwodzie rozbrajającego się kondensatora odbywają się rzeczywiście drgania elektryczne? czy takie wahania można chociażby pośrednio dostrzegać oraz badać ilościowo, dokładnie? Są to pytania, które postawił sobie po raz pierwszy Feddersen w r. 1857-ym; pokonał on pomyślnie niemałe trudności, które wówczas nastręczała odpowiedź. Znamy dzisiaj wiele sposobów okazania i mierzenia drgań elektrycznych; wspominamy o najprostszych pokrótce.

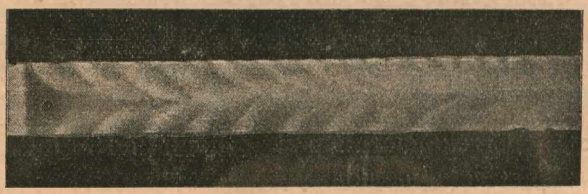
Wyobraźmy sobie doświadczenie, którego schemat widzimy na rys. 157-ym. Do obwodu cewki wtórnej induktora R włączono kondensator AB (np. butelkę lejdejską); do kondensatora dołączono jeszcze drugi obwód, który zawiera po-

mocniczą cewkę *C* tudzież t zw. iskiernik *j* (układ dwóch metalowych kulek, w nieznacznej odległości od siebie). Prąd indukcyjny powstający w cewce wtórnej induktora ładuje okładki kondensatora. Gdy różnica potencjałów okładek osiąga wartość dostatecznie wysoką, kondensator rozbraja się; w *j* tworzy się iskra, która przez krótką chwilę udziela stosunkowo znacznego elektrycznego przewodnictwa warstewce powietrza znajdującej się między kulkami iskiernika. Rozbrojenie kondensatora ma dwie drogi do wyboru w tem doświadczeniu: jednę drogę *ACjB*, drugą zaś prowadzącą przez wtórną cewkę induktora. Lecz dzięki ogromnej indukcji własnej wtórnej cewki induktora droga druga praktycznie nie wchodzi w rachubę; rozbrojenie dokonywa się nieomal wyłącznie w drodze pierwszej.



Rys. 157.

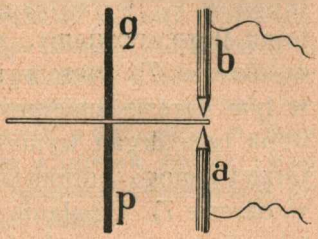
Wyobraźmy sobie, że, gdy w *j* biją iskry, biegnące od nich świetlne promienie padają najpierw na zwierciadło obracające się szybko dokoła osi pionowej (por. rys. 106 tomu II-go), następnie na soczewkę, która tworzy obraz iskry na kliszy fotograficznej. Gdyby iskra była zjawiskiem ciągłem, jej obraz, rozciągnięty skutkiem obrotu zwierciadła, wyglądałby jak wstęga jednostajnie świecąca Tymczasem otrzymujemy obraz wcale odmienny; jako przykład przytaczamy zdjęcie wykonane przez uczonego włoskiego, profesora Battelli



Rys. 158.

(rys. 158). Musimy mieć na uwadze, że na rys. 158-ym czas upływa niejako w kierunku od lewej ręki ku prawej; nadto, iż najmocniej świeci część iskry wybiegająca z anody. Na rys. 158 ym widzimy najprzód jasność u góry, ciemność u dołu; za chwilę widok jest odwrócony, znów przywrócony, znów odwrócony i t. d. Anodą była tu zatem raz górna, to znowu dolna elektroda; *wyładowanie rzeczywiście było oscylacyjne.* Jasne smugi nie są pionowe, są zakrzywione na prawo; świecenie iskry zaczyna się zatem na anodzie, następnie posuwa się wzdłuż iskry z pewną, niezbyt nawet znaczną prędkością.

W doświadczeniach prof. Battelliego okres drgań wynosił w przybliżeniu od jednej miljonowej do jednej stotysięcznej części sekundy. Posługując się kondensatorami znacznej pojemności oraz pomocniczemi cewkami, których spółczynnik indukcji własnej ma wartość wysoką, możemy wywoływać drgania elektryczne, ktorych okres, zgodnie z formułą Lorda Kelvina, jest bezporównania dłuższy, wynosi naprzykład parę setnych lub nawet dziesiątych części sekundy. Śledzenie drgań tej częstości udaje się łatwo. Gdy skierujemy dość silny strumień powietrza ku elektrodom iskiernika, towarzyszące oddzielnym oscylac om iskry rozłączają się i stają się zosobna widzialne. Krążek wycięty z kartonu niechaj kręci się szybko dokoła osi pq (rys. 159); jeżeli naładowany kondensator rozbraja się między elektrodami a i b iskiernika, z jednorazowego naładowania otrzymujemy nie jednę dziurkę u brzegu krążka, lecz całe ich mnóstwo.

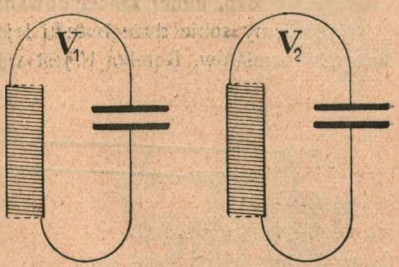


Rys. 159.

§ 99. *O rezonancji elektrycznej.*

W obwodzie rozbrajającego się kondensatora, jak nam teraz wiadomo, płynie prąd oscylujący; natężenie tego prądu nieustannie faluje, kierunek odwraca się wiele razy w ciągu sekundy. Magnetyczne pole takiego prądu zmienia się równie szybko i w ślad za prądem odwraca się także, wiele razy w czasie jednej sekundy; w każdym zbliżonym przewodzącym obwodzie powstają przeto silne prądy indukcyjne, również przemienne.

Przypuśćmy, iż w pewnym obwodzie V_1, który będziemy odtąd nazywali *elektrycznym wibratorem*, odbywają się drgania elektryczne (rys. 160). Jednorazową pobudką wywołujemy drgania w wibratorze, następnie pozostawiamy go samemu sobie; niezakłócone drgania, które w odosobnionym wibratorze dochodzą do skutku, nazywamy jego *swobodnemi* lub *własnemi* drganiami; tą samą nazwą w podobnem znaczeniu posługiwaliśmy się w § 86 tomu II go. Elektryczne swobodne drgania, podobnie jak mechaniczne, mają okres zależny od ustroju układu; naprzykład wibratorowi V_1 właściwy jest pewien okres T_1 drgań swobodnych, dany przez jego pojemność oraz indukcję własną. Przypuśćmy,

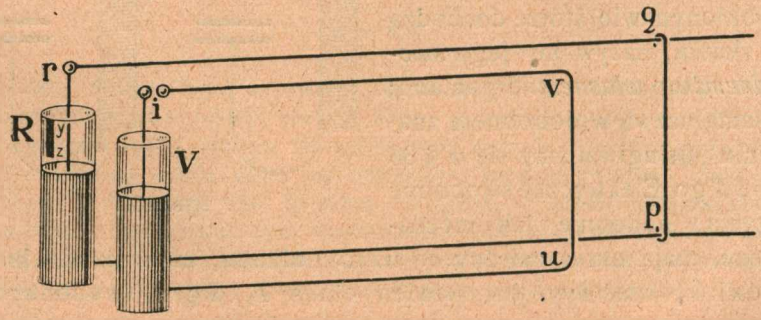


Rys. 160.

że w sąsiedztwie wibratora V_1 znajduje się inny V_2, którego okres drgań własnych wynosi T_2. W wibratorze V_2, pod wpływem drgań w V_1, wytwarzają się drgania, o których, jak w § 87-ym tomu II go, powiemy, że są *wymuszone*, odbywają się bowiem w okresie T_1 właściwym wibratorowi V_1, pod przymusem sił w tym okresie zmiennych, pochodzących od drgań wibratora V_1; obok tych drgań wymuszonych, niezależnie od nich, w wibratorze V_2 mogą odprawiać się jednocześnie jego drgania własne, w okresie T_2. Działanie dysypacyjne elektrycznego oporu usiłuje stłumić obadwa rodzaje drgań, wymuszone i własne; lecz wymuszone, zasilane dopływem obcej energji, są trwalsze niż własne, które, znikąd nie mając pomocy, muszą niebawem umilknąć. Jeżeli długość okresu T_2 różni się wybitnie od długości okresu T_1, drgania wymuszone w wibratorze V_2 są stosunkowo nieznaczne. Lecz jeżeli, zmieniając naprzykład pojemność kondensatora zawartego w obwodzie V_2, uczynimy długość okresu T_2 ściśle lub bardzo przybliżenie równą długości T_1, zajdzie wówczas wyjątkowy przypadek *rezonancji*, którym zajmowaliśmy się w § 88-ym tomu II-go; amplitudy drgań indukowanych w wibratorze V_2 powiększają się wówczas z biegiem zjawiska, drgania rozrastają się nadzwyczajnie. Wibrator V_2 tak dostrojony nazywamy *elektrycznym rezonatorem*.

Jeżeli opór rezonatora jest znikomy, rezonancja zaczyna się wówczas dopiero, gdy okresy drgań własnych wibratora i rezonatora stały się niemal dokładnie jednakowe; zaczyna się, innemi słowy, dopiero przy niemal ścisłym *izochronizmie*. Najlżejsze rozstrojenie obwodów niszczy w tym razie rezonancję. Gdy opór rezonatora jest bardzo duży, rezonancja występuje wprawdzie już przy jakiembądź, nawet grubem zbliżaniu się do izochronizmu, bywa jednak wówczas znacznie słabsza, mniej zaakcentowana, aniżeli w przypadku poprzednim.

Wyobraźmy sobie dwie butelki lejdejskie V i R (rys. 161), dokładnie jednakowych rozmiarów. Butelka V jest wibratorem czyli układem pierwotnym w tem

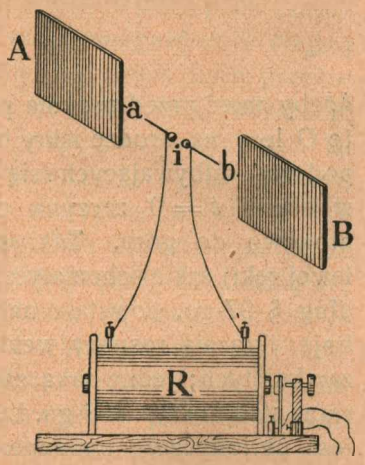


Rys. 161.

doświadczeniu; łączymy jej okładki z biegunami maszyny Wimshursta lub induktora Ruhmkorffa; butelka ładuje się i rozbraja się przez obwód *uvi*, przyczem w iskierniku *i* biją iskry. W pobliżu obwodu *VuviV* znajduje się drugi *RpqrR*, który zawiera rezonator *R*; przesuwając ruchomy łącznik *pq*, możemy zmieniać długość i postać owego drugiego obwodu. Od wewnętrznej okładki butelki *R* idzie pasek *yz* folji cynowej, kończąc się w małym odstępie od brzegu zewnętrznej okładki tej butelki. Przesuwając łącznik *pq* tam i napowrót, zestrajamy obwód *RpqrR* z obwodem *VuviV* w taki sposób, że, skoro tylko w *i* ukazują się iskierki, zjawiają się również w przerwie dzielącej *yz* od zewnętrznej okładki butelki *R*; mamy wówczas rezonancję. Umieszczając *pq* w innem położeniu, spostrzegamy, że rezonancji już niema.

§ 100. Odkrycia Henryka Hertza.

Zajmowaliśmy się dotychczas elektrycznemi drganiami, które dokonywają się w obwodach bądź ściśle zamkniętych bądź też *niemal zamkniętych* t. j. zawierających tylko drobną przerwę dielektryczną. Widzieliśmy, że okres drgań zależy od elektrycznej pojemności obwodu oraz od indukcji własnej, która w nim może być czynna. Idąc torem myśli Maxwella, Henryk Hertz (w Karlsruhe, następnie w Bonn), pomiędzy 1887 a 1891-ym rokiem, od takich doświadczeń przeszedł odważnie do badania drgań elektrycznych w obwodach zgoła *otwartych*; znakomicie tym sposobem zmniejszając pojemność oraz indukcję własną w wibratorze, zdołał po raz pierwszy wytworzyć drgania elektryczne *nadzwyczaj szybkie*, drgania, których okres jest niezmiernie krótki a częstość olbrzymia. Udowodniwszy, że od takich drgań poczynają się *fale elektryczne* (lub raczej, jak zobaczymy niebawem, *elektromagnetyczne*), które szerzą się dokoła w otaczającym ośrodku, Hertz świetnemi temi odkryciami zdobył nam nowy zakres zjawisk fizycznych, wagi nadzwyczajnej, zarówno dla oderwanej myśli naukowej jakoteż dla swobody i łatwości ludzkiego życia na ziemi.



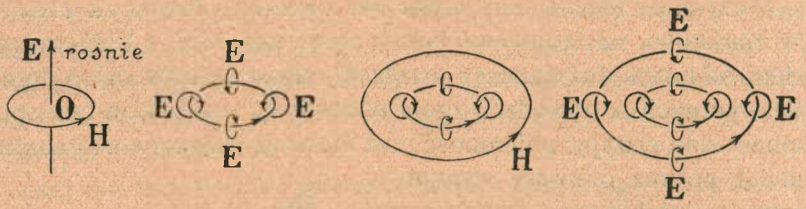
Rys. 162.

Pierwszą, ogólnikową wskazówkę o sposobie doświadczeń Hertza możemy powziąć z następującego opisu. Wyobraźmy sobie dwie metalowe płyty *A* i *B*,

stosunkowo od siebie odległe (rys. 162); łączą się one drutem prostolinjowym *ab*, który jednak jest przerwany przez iskiernik *i*. Zapomocą cienkich metalowych drutów łączymy kulki iskiernika z biegunami cewki wtórnej induktora Ruhmkorffa *R*. Pomiędzy płytami *A* i *B*, poprzez drut *ab* oraz iskrę w *i* przeskakującą, płynie prąd elektryczny wahający się nieustannie, prąd, który odwraca się nadzwyczaj wiele razy w czasie jednej sekundy. W pierwszych doświadczeniach Hertza częstość drgań elektrycznych wynosiła około 10^8 na sekundę; umiemy posunąć się dzisiaj jeszcze znacznie dalej, jak o tem powiemy pokrótce w jednym z artykułów następnych.

§ 101. Fale elektromagnetyczne.

Przypuśćmy, że w pewnym punkcie przestrzeni, np. w miejscu *O* (rys. 163), w chwili $t = 0$, pojawia się pole elektryczne; lub też, że istniejące tam już pole w chwili $t = 0$ zaczyna się wzmagać.



Rys. 163.

Ażeby mieć przed oczyma przykład konkretny, wyobraźmy sobie, że *O* leży na drodze iskry bijącej w iskierniku wibratora Hertza; podczas odbywających się w wibratorze drgań, przez punkt *O* w chwili $t = 0$ zaczyna płynąć prąd elektryczny skierowany pionowo do góry. Taki stan rzeczy uzmysławia pierwszy (od lewej ręki) szkic schematyczny rys. 163-go. Dokoła punktu *O*, podług § 97-go, powstaje natychmiast pole magnetyczne, którego linje okrążają rosnący wektor *E* pola elektrycznego w obwodach zamkniętych; jednę taką zamkniętą linję *H* widzimy w pierwszem zaraz stadjum rys. 163-go. Lecz jeżeli elektryczne pole w punkcie *O* jest perjodycznie zmienne, rodzące się dokoła *O* magnetyczne pole jest również perjodycznie zmienne. Wyobraźmy sobie, że wartość wektora *H* wzrasta w każdym punkcie magnetycznego obwodu *H* poprowadzonego w pierwszej części rysunku; dokoła każdego takiego punktu budzi się znów pole elektryczne, którego

linje (podług praw znanych z § 97-go) okrążają rosnący wektor *H* w obwodach zamkniętych; cztery takie linje dostrzegamy w drugiem z kolei stadjum rys. 163-go. Podobnie dzieje się dalej, jak objaśniają następne figury rysunku. Gdziekolwiek potężnieje lub słabnie pole elektryczne, tam poczyna się dokoła pole magnetyczne; gdziekolwiek wzmaga się lub podupada pole magnetyczne, tam pole elektryczne dokoła wyrasta; pierwotne zaburzenie szerzy się tym sposobem coraz dalej i dalej. Od charakteru początkowego zaburzenia zależy przebieg zjawiska. Nagłe, urwane wstrząśnienie staje się źródłem *pulsu* elektromagnetycznego (por. § 61 tomu II go); zaburzenie przeciągłe, które dokonywa się według pewnego prawa zależności od czasu, daje początek *ciągowi* czyli *układowi fal elektromagnetycznych.* Jeżeli zakłócenie pierwotne powtarza się perjodycznie, w okresie np. *T*, układ fal w otoczeniu również jest perjodyczny; w każdym punkcie przestrzeni, który został dotknięty zawichrzeniem, elektryczne i magnetyczne zmiany pól odbywają się w tym samym okresie *T*.

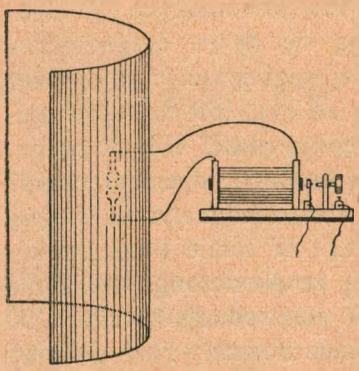
Widzieliśmy, jak ze wschodzących lub zachodzących pól elektrycznych i magnetycznych wyłaniają się nowe, magnetyczne i elektryczne pola. Nasuwa się wielkiej wagi pytanie: czy proces ten wymaga czasu? czy wyobrażone na rys. 163-im stadja zjawiska są sobie spółczesne? czy następują raczej kolejno w pewnych, choć niewątpliwie nadzwyczaj krótkich odstępach czasu? Zapytujemy innemi słowy, *czy fale elektromagnetyczne biegną w przestrzeni ze skończoną prędkością?* W tomie II im przekonaliśmy się, że fale głosowe biegną ze skończoną, dokładnie znaną prędkością; ale podobieństwo elektromagnetycznych fal do głosowych niewątpliwie jest powierzchowne. Fale głosowe niosą się w powietrzu i w wodzie, w pręcie, w strunie lub skale; ale przez próżnię nie przenikają. Fale elektromagnetyczne biegną w próżni; a nawet najłatwiej, najprędzej rozchodzą się w próżni. Już u wstępu niniejszego tomu tej książki zwróciła naszą uwagę głęboka różnica dzieląca zwykłe mechaniczne i elektromagnetyczne zjawiska. Wiemy jednak, że istnieje w naturze fundamentalne zjawisko, które rozgrywa się w próżni: *światło* lub (poprawniej powiedzmy) *promieniowanie* przenosi się nieustannie przez puste obszary otchłani niebios, biegnąc z ogromną (lecz jednak skończoną) prędkością

$$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm/sek.}$$

Czy elektromagnetyczne fale dążą przez próżnię z tą samą prędkością? Pierwszy Maxwell zrozumiał, że tak jest istotnie; już około r. 1864-go, następnie zaś w dziele *A Treatise on Electricity and Magnetism*, które ukazało się w r. 1873-im, Maxwell, ze spokojną świadomością odniesionego zwycięstwa, uzasadnia twierdzącą odpowiedź na powyższe pytanie. Ogół uczonych pojął i uznał potęgę odkryć Maxwella dopiero w czternaście lat później, gdy doświadczenia Hertza dały dowody, w oczy bijące, ich doniosłości. A zatem Maxwell był fal elektromagnetycznych prawodawcą, zanim one w pracowni fizyka sztucznie wytworzone zostały; optykę przyłączył do zakresu nauki o elektromagnetycznych zjawiskach, zanim ktokolwiek ze spółczesnych zrozumiał, czego dokonał. Od dzieł wiekopomnych Maxwella rozpoczął się nowy okres badania natury.

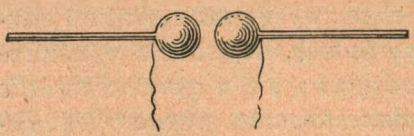
§ 102. Odbijanie się fal elektromagnetycznych; długość fali.

Przypuśćmy, że elektryczny wibrator pobudza do drgań umieszczony w pobliżu elektryczny rezonator. Pomiędzy wibratorem a rezonatorem niechaj znajdzie się, przypuśćmy, płyta metalowa dostatecznie rozległa; działanie wibratora na rezonator natychmiast ustaje. Metale pochłaniają zatem fale elektromagnetyczne, które padają na ich powierzchnię; czy mogą je również odbijać? Rys. 164 wyobraża schematycznie doświadczenie, w którem Hertz dał odpowiedź na to pytanie.



Rys. 164.

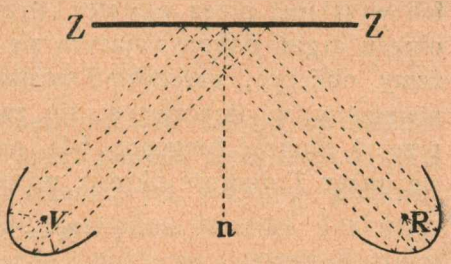
W ogniskowej linji dużego metalicznego, parabolicznie wygiętego zwierciadła umieszczał wibrator; w tym wibratorze wywoływał drgania w znany nam sposób, przy pomocy induktora Ruhmkorffa. Ażeby zdać sobie sprawę z biegu fal elektromagnetycznych w przestrzeni, musiał posłużyć się stosownym rezonatorem. Dwa proste pręty metalowe, leżące w przedłużeniu wzajemnem i kończące się naprzeciwko siebie kulkami (rys. 165), mogą stanowić taki rezonator;



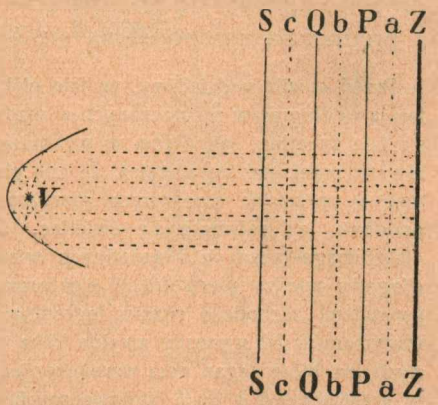
Rys. 165.

jeżeli okres drgań własnych rezonatora zgadza się z okresem drgań własnych wysyłającego fale wibratora, rezonancja zdradza się iskierką przeskakującą w iskierniku rezonatora. Naprzeciwko zwierciadła otaczającego wibrator (rys. 164) wyobraźmy sobie drugie podobne zwierciadło; w linji ogniskowej drugiego zwierciadła ustawmy rezonator równolegle do iskiernika wibratora; fale od wibratora idące, skupione przez pierwsze zwierciadło, skoncentrowane przez drugie, działają silnie na rezonator.

W opisanem przed chwilą doświadczeniu osi użytych parabolicznych zwierciadeł tworzyły ze sobą kąt 180°; ustawmy obecnie te osi w taki sposób, ażeby przecinały się pod kątem prostym (rys. 166). Fale wysyłane przez wibrator *V* nie docierają wówczas do rezonatora *R*, w którym nie obserwujemy też drgań elektrycznych. Lecz jeżeli na drodze fal biegnących z wibratora umieścimy płaskie metaliczne zwierciadło *ZZ*, kierując poprowadzoną do jego powierzchni normalną *n* pod kątem 45° do kierunku odbicia, rezonator natychmiast zaczyna «odpowiadać». Odchylając zwierciadło od należytego położenia, doprowadzamy znów rezonator do zupełnego milczenia. Jak w § 70-ym tomu II-go, wnosimy zatem, że kierunek odbijania się fal leży w płaszczyźnie przechodzącej przez kierunek ich padania oraz przez normalną *n* do powierzchni granicznej; kąt odbicia jest przytem równy kątowi padania.



Rys. 166.



Rys. 167.

Naprzeciwko parabolicznego zwierciadła zawierającego w linji ogniskowej wibrator *V* ustawiamy płaskie metaliczne zwierciadło *ZZ* (rys. 167); pomiędzy wibrator a zwierciadło wprowadzamy rezonator, umieszczając go (równolegle do iskiernika wibratora) w rozmaitych

odległościach od zwierciadła. W bezpośredniem sąsiedztwie powierzchni zwierciadła rezonator milczy; nie odpowiada również w punktach płaszczyzn *PP, QQ, SS*, równoległych do *ZZ*; najsilniejsze natomiast drgania dostrzegamy, gdy rezonator znajduje się w jednej z płaszczyzn *aa, bb, cc* i t. d., które leżą w środkach odstępów *ZP, PQ, QS*. Przypomniawszy sobie treść §§ 65, 66 i 77-go tomu II-go, wyjaśniamy z łatwością te spostrzeżenia. Fale wysyłane przez wibrator wraz z odbijającemi się nieustannie od zwierciadła falami tworzą widocznie przez interferencję *układ fal stojących*; jak w Kundta akustycznem doświadczeniu, długość *ZP* lub *PQ* lub *QS* jest widocznie równa połowie długości fali wysyłanej przez wibrator. Przypuśćmy, iż znamy długość *T* okresu drgań dokonywających się w wibratorze; długość tę możemy obliczyć, naprzykład rozważając obraz iskry wibratora, utworzony w obracającem się zwierciedle (§ 98). Oznaczając przez λ długość biegnącej fali, przez *c* prędkość jej posuwania się, przez *T* długość okresu, mamy, jak wiadomo, zawsze

$$\lambda = cT$$

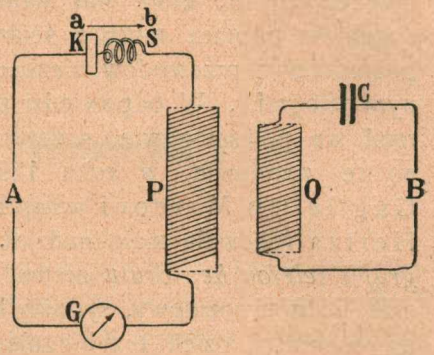
(por. §§ 62 i 63 tomu II-go); z równania tego możemy zatem obliczyć wartość prędkości *c*, jeżeli znamy *T* i zmierzyliśmy λ. Taką drogą Hertz sprawdził, że prędkość rozchodzenia się elektromagnetycznych fal w zwykłem atmosferycznem powietrzu (które względem tych fal zachowuje się niemal tak samo jak próżnia) zgadza się rzeczywiście, jak to Maxwell przewidział, z prędkością rozchodzenia się światła w próżni (§ 101).

Przed chwilą widzieliśmy, że fale elektromagnetyczne odbijają się oraz interferują według praw przytoczonych w rozdz. V ym tomu II go; podobnie zachowują się fale świetlne, jak o tem w wykładzie nauki optyki szczegółowiej powiemy. Hertz przekonał się również, że fale elektromagnetyczne mogą *załamywać się* (np. w pryzmacie stosownych rozmiarów, wyrobionym z parafiny lub siarki), podobnie jak załamują się świetlne. Jakkolwiek zatem we własnościach fal elektromagnetycznych i świetlnych wiele jest podobieństwa, wszelako co do *długości* między pierwotnemi elektromagnetycznemi falami Hertza a falami świetlnemi zachodziła różnica ogromna: w doświadczeniach Hertza długości otrzymanych fal wynosiły zwykle kilka metrów; tymczasem długość *fal świetlnych* (na które organ nasz wzrokowy jest wrażliwy) porusza się, jak zobaczymy, w granicach od 4 do 8 stotysięcznych części centymetra. Następcy Hertza dokładali więc starań usilnych, ażeby, zmniejszając rozmiary użytych wibratorów, uzyskać fale elektromagnetyczne możliwie najkrótsze. Fizyk rosyjski Lebiediew zbudował w r. 1895-ym wibrator, którego długość wynosiła zaledwie 2·6 mm; pobudzany do drgań elektrycznych, wibrator ten wywoływał fale o długości 6 mm,

blisko tysiąc razy krótsze niż pierwotnie przez Hertza wytworzone fale. W ostatnich czasach zdołano zejść jeszcze niżej; umiemy otrzymywać dzisiaj fale elektromagnetyczne, których długość leży poniżej 0·3 mm. Ażeby wyjaśnić, dlaczego przekroczenie tej granicy jest godnym uwagi naukowym postępem, musimy powołać się jeszcze raz na wiadomości, które dopiero w następujących rozdziałach będziemy mogli szczegółowiej przedstawić. Tak zwane *źródła światła* wysyłają zazwyczaj nietylko świetlne fale, lecz również i znacznie krótsze *(pozafioletowe)* i znacznie dłuższe *(pozaczerwone)*; naprzykład w łuku elektrycznym, bijącym pomiędzy rtęciowemi elektrodami, powstają, pośród innych, również i fale pozaczerwone o długości 0·342 mm. Umiemy zatem już dzisiaj wzbudzać w pracowni, sztucznie, fale elektromagnetyczne *krótsze* niźli te, które zauważono w promieniowaniu pewnych łuków elektrycznych; nasze elektryczne wibratory potrafią wzniecać fale krótsze niż fale, którym atomy rozżarzonych ciał materjalnych dają niekiedy początek.

§ 103. Krystaliczny detektor.

Pragnąc przekonać się o obecności lub ustroju fal elektromagnetycznych w danym zakresie lub punkcie przestrzeni, Hertz, jak widzieliśmy, posługiwał się rezonatorem, w którego przerwie, gdy sprzyjają warunki, powstaje elektryczna iskierka. Taki przyrząd jest grubym, mało wrażliwym *detektorem* elektromagnetycznego falowania; zadowolnić się nim możemy tylko wówczas, gdy mamy do czynienia z długiemi i energicznemi falami. Znamy dziś doskonalsze przyrządy, które pozwalają dogodniej wykrywać i badać dokładniej drgania elektryczne, bądź w obwodach zamkniętych, bądź w otwartych rezonatorach Hertza. Wspominamy tu krótko o t. zw. *krystalicznym* detektorze, który bywa dziś w częstem użyciu. Wyobraźmy sobie obwód zawierający cewkę P oraz zwykły galwanometr G; do tego obwodu włączona jest płytka K, wyrobiona ze stosownego krystalicznego materjału; uciska ją lekko ostry koniec metalowej sprężynki S; z przeciwnej strony płytka jest połączona niezmiennie z drutem prowadzącym do pozostałych części obwodu (rys. 168). Układ złożony ze sprężyny i płytki okazuje szczególną właściwość: przewodzi stosunkowo dość łatwo prąd płynący w jednym kierunku, prądowi zaś



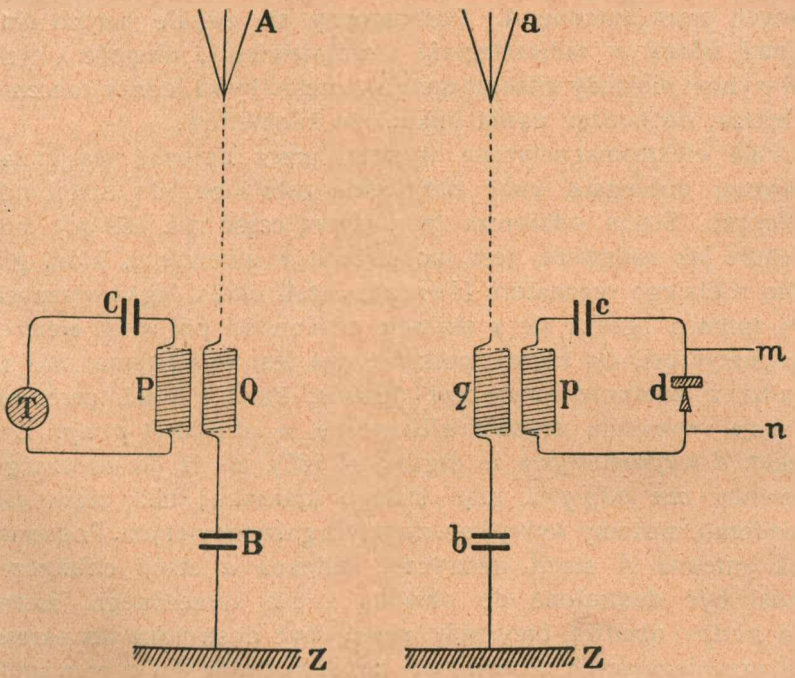
Rys. 168.

płynącemu w przeciwnym kierunku przeciwstawia opór nieporównanie znaczniejszy. W którym kierunku opór jest stosunkowo mały, w którym ogromny, zależy przedewszystkiem od natury ciał, z których detektor jest zbudowany. Przypuśćmy dla określoności, że detektor *KS* przepuszcza łatwo prąd w kierunku *ab*; praktycznie rzecz biorąc, możemy powiedzieć, że znosi prąd płynący w kierunku *ba*. Wyobraźmy sobie teraz, że na obwód *AKSPGA* działa indukcyjnie, za pośrednictwem cewki *P*, inny obwód *BQCB*, w którym odbywają się drgania elektryczne. Gdyby obwód *AKSPGA* nie zawierał detektora, powstawałyby w nim prądy elektryczne przemienne, które, jak wiadomo z § 95-go, nie sprawiałyby wychylenia wskazówki w zwykłym galwanometrze *G*. Ale detektor *KS* pozwala płynąć w obwodzie *AKSPGA* li tylko prądom skierowanym jak *ab*; galwanometr *G* doznaje zatem szybko po sobie następujących, w jednę tylko stronę działających impulsów, które, łącząc się, wywołują w nim trwałe wychylenie. Detektor *wyprostowywa* więc prąd płynący w obwodzie; dlatego możemy wykrywać i mierzyć ów prąd, nawet i wówczas, gdy jego natężenie jest bardzo słabe.

§ 104. Radjotelegrafja i radjotelefonja.

Wkrótce po dokonanych przezeń odkryciach, zapytywano Henryka Hertza, czy nie można byłoby zastosować fal elektromagnetycznych, które nas nauczył wytwarzać, do przesyłania sygnałów poprzez mury i ściany, poprzez góry i morza, bez pośrednictwa przewodów niezbędnych w zwyczajnym elektrycznym telegrafie. W odpowiedzi na to pytanie wielki badacz wyraził się powściągliwie, sceptycznie. A jednak już w kilka lat po tej rozmowie, w roku 1896-ym, młody włoski inżynier Guglielmo Marconi wstąpił śmiało na drogę, która zdaniem Hertza rokowała mało nadziei. Dziś, jak wiadomo, t. zw. *telegraf* i *telefon bez drutu* niemal po całej powierzchni kuli ziemskiej roznosi rozmowy, sygnały lub dźwięki muzyczne. Słuchamy owych wieści, dzięki przybiegającym elektromagnetycznym falom, na stacjach *odbiorczych*, które bywają odległe o setki i o tysiące kilometrów od stacyj wysyłających fale, *nadawczych*; co więcej, dzięki wrażliwości nowoczesnych detektorów stacje odbiorcze stają się coraz prostsze, coraz łatwiej dostępne. *Radjotelegrafja* i *radjotelefonja* urasta szybko w potęgę, która dokąd nas doprowadzi, niepodobna przewidzieć.

O urządzeniu stacyj radjotelegraficznych i radjotelefonicznych możemy powziąć niejakie wyobrażenie ze schematycznego rys. 169 go. Na stacji nadawczej, po lewej stronie rysunku, spostrzegamy obwód *TCPT*, który zawiera kondensator *C*, cewkę *P* oraz t. zw. *generator* (twornicę) *T* drgań elektrycznych; takim generatorem może być iskra elektryczna pobudzana przez induktor, pewien typ prądnic (prądnice Alexandersona) albo np. potężna *lampa elektronowa*, przyrząd, o którego budowie



Rys. 169.

i działalności będzie mowa w następującym rozdziale. Odbywające się w obwodzie *TCPT* drgania za pośrednictwem cewki *P* działają indukcyjnie na cewkę *Q*, która wchodzi w skład t. zw. *antenny A*. Antenną jest wysoki, izolowany, metaliczny przewodnik, który składa się zazwyczaj z układu zbiegających się drutów; oprócz cewki *Q* antenna zawiera zwykle jeszcze kondensator *B*, którego jedna okładka łączy się z ziemią *Z*. Antenna, w istocie rzeczy, jest wibratorem Hertza, bardzo znacznych rozmiarów. Podniecana do drgań przez drgania dokonywające się

w obwodzie *TCPT*, antenna wysyła w otaczające obszary fale elektromagnetyczne tem potężniejsze, im dokładniej ona jest *dostrojona* do obwodu *TCPT*. Częstość drgań wytwarzanych w obwodzie *TCPT* zależy przedewszystkiem od pojemności kondensatora *C* tudzież od spółczynnika indukcji własnej cewki *P* (§ 98); te zatem przyrządy są tak urządzone, że można zmieniać w szerokich granicach (czyli *regulować*) pojemność kondensatora oraz spółczynnik indukcji własnej cewki. Częstość drgań, które w *TCPT* dochodzą do skutku, rozstrzyga o długości fal wysyłanych przez antennę *A*. Posługujemy się zwykle bardzo długiemi falami w radjotelegrafji i radjotelefonji; długość λ tych fal wynosi niekiedy kilkaset metrów, często bywa jednak znacznie większa, dochodząc nawet kilkunastu kilometrów.

Fale elektromagnetyczne wysłane przez antennę stacji nadawczej dobiegają, choć oczywiście osłabione, do stacji odbiorczej. Stacja odbiorcza (por. prawą część rys. 169-go), podobnie jak nadawcza, jest zaopatrzona w antennę *a*, która gra rolę wielkiego rezonatora Hertza. Jeżeli okres drgań własnych tej antenny zgadza się z okresem zmienności pól w fali elektromagnetycznej, na której spotkanie ona jest wystawiona, fala ta budzi w antennie energiczne drgania, które z kolei, przez indukcję, wywołują drgania elektryczne w obwodzie *pcdp*. Detektor *d* wyprostowywa te drgania (§ 103), tak iż do ubocznego obwodu *mn* odpływa prąd stałego kierunku; taki prąd, jak wiadomo, możemy wykryć np. zwykłym galwanometrem. Podobnie jak antenna *A* stacji nadawczej, antenna *a* stacji odbiorczej musi być dostrojona do obwodu z nią sprzężonego, zatem do *pcdp*; obadwa przyrządy muszą być dostrojone do okresu fal przybiegających. Pojemności kondensatorów *b* i *c* oraz spółczynników indukcji własnej cewek *p* i *q* są zmienne w szerokich granicach, co ułatwia wspomniane dostrajanie.

Wyobraźmy sobie, że, przy pomocy stosownego mechanizmu, pozwalamy działać tylko przez pewien, krótszy lub dłuższy odstęp czasu owym pobudkom, które wzniecają drgania elektryczne w obwodzie *TCPT*. Fale dobiegające stacji odbiorczej będą wówczas *przerywane* w odstępach czasu zgodnych z pauzami, które im narzucamy na stacji nadawczej. Ze stacji nadawczej do odbiorczej przenoszą się tym sposobem sygnały telegraficzne; z sygnałów łatwo składają się zgłoski, wyrazy i zdania. Gdy pragniemy telefonować «bez drutu», zmieniamy natężenie pły-

nących w antennie *A* prądów, naprzykład działaniem fal głosowych na mikrofon włączony do tej antenny; w tym razie, na stacji nadawczej, posługujemy się najlepiej lampą elektronową jako generatorem *nie* zanikających drgań elektrycznych.

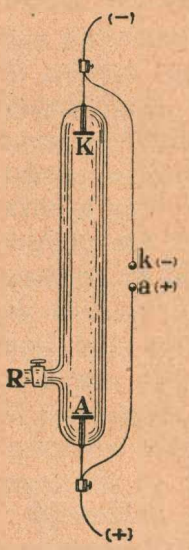
Antenną stacji odbiorczej bywa niekiedy cewka drutu, zwykle kilkumetrowej średnicy. Przypuśćmy, że linje magnetyczne fal uderzających o cewkę przebiegają przez nią nawskróś, w kierunku osi; w skrętach cewki indukują się wówczas prądy elektryczne przemienne, które budzą drgania elektryczne w obwodzie *pcdp*. Taką cewkę nazywamy *antenną ramową*.

ROZDZIAŁ ÓSMY.

Elektrony.

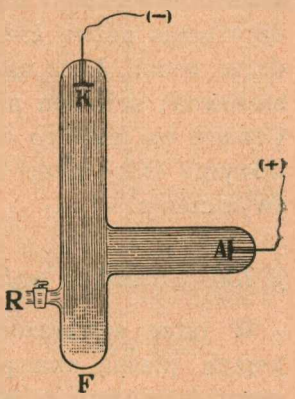
§ 105. Strumienie katodowe.

Wyobraźmy sobie rurę szklaną AK (rys. 170), wypełnioną powietrzem; w jej zakończeniach wtopione są elektrody: anoda A i katoda K; elektrody te łączą się metalicznie z biegunami a i k induktora Ruhmkorffa (§ 89). Boczna, zaopatrzona kurkiem, rurka R pozwala rozrzedzać powietrze w przyrządzie (np. przy pomocy rotacyjnej pompy, por. § 54 tomu II-go) lub też wprowadzać doń obce gazy. Dopóki powietrze zawarte w rurze ma normalną gęstość atmosferycznego powietrza, wyładowania elektryczne odbywają się pomiędzy a i k, nie odbywają się pomiędzy A i K; droga ak jest krótsza, jej opór jest mniejszy. Lecz jeżeli rozrzedzimy powietrze w AK, tak iż jego ciśnienie wynosi kilka milimetrów rtęci (§ 39 tomu II-go), wyładowania pomiędzy a i k ustają, zaczynają się zaś pomiędzy A i K; opór przeciwstawiany wyładowaniom przez kolumnę gazu zmniejsza się zatem, gdy gęstość gazu maleje. Przenosząc się z ak do AK, wyładowania przybierają zarazem nową postać. Pomiędzy biegunami a i k biła od czasu do czasu nagła, ostra, wąziutka błyskawica, trzaskając jak wystrzał; w rozrzedzonym gazie, w rurze AK, widzimy słup świetlny, trwały, przynajmniej napozór nieprzerwany; barwa, granice, budowa słupa zależą od natury gazu, służącego do doświadczeń, od panującego w nim ciśnienia, od rodzaju elektrycznych pobudzeń, wzniecających świecenie. Powszechnie znane, uderzające zjawiska *jarzenia się* gazów rozrzedzonych, wywoływane przez elektryczne wyładowania,



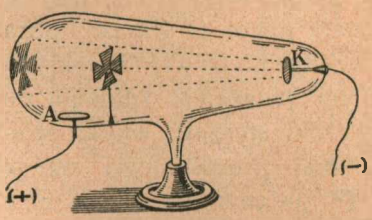
Rys. 170.

zajmują oddawna uwagę uczonych; nie wejdziemy tu jednak w ich opis ani w wytłumaczenie. Przypuścimy odrazu, że, rozrzedzając coraz bardziej gaz, który w rurze pozostał, zmniejszyliśmy jego ciśnienie do kilku tysiącznych części milimetra rtęci; jarzenie się gazu blednie i znika, natomiast ścianki szklanej rury poczynają świecić, zwykle zielonkawem, dosyć mdłem światłem. Świecenie to szkła, zwane jego *fluorescencją*, wynika z działania na ściankę jakiegoś *wypływu, strumienia, idącego z katody*. Ażeby przekonać się o tem, powtórzmy doświadczenie w rurze *AK* zgiętej, jak okazuje rys. 171; szkło fluoryzuje wówczas w okolicy *F*, gdzie trafia je wypływ wysłany przez katodę *K*; kolanko zawierające anodę *A* fluoryzuje bardzo słabo i tylko w części zbliżonej do drogi katodowej emisji. Szkło w miejscu *F* rozgrzewa się niebawem mocno; strumień biegnący z katody przynosi widocznie ze sobą pewną, stosunkowo dość znaczną ilość energji.

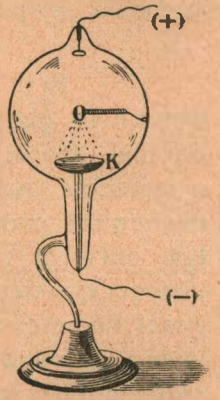


Rys. 171.

Już ostatnie doświadczenie pozwalało przypuszczać, że emisja katodowa płynie w kierunkach linij prostych; że jest tak istotnie, upewniamy się o tem w następującem, przez Crookesa wskazanem doświadczeniu. Na drodze katodowych strumieni umieszczamy krzyżyk metalowy (rys. 172); na przeciwległej ścianie rury spostrzegamy wówczas *cień* świadczący, iż katodowa emisja, podobnie jak promienie światła, porusza się w przestrzeni po drogach prostych. Nadajmy katodzie postać wklęsłej czaszy czyli odcinka powierzchni kulistej, której środkiem jest punkt *O* (rys. 173); wypływ z katody biegnący zbiera się wówczas, jak w ognisku, w punkcie *O*; umieszczona tam



Rys. 172.



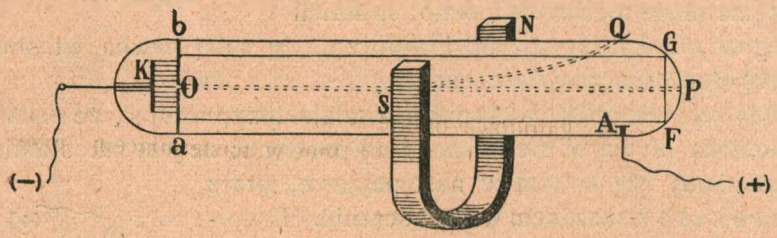
Rys. 173.

platynowa blaszka rozżarza się do białości. Każdy zatem element powierzchni katody wyrzuca emisję w kierunku swej (oczywiście zewnętrznej) *normalnej*.

Szczególny rodzaj wypływu, który (jak pokrótce tu powiedzieliśmy) w gazach rozrzedzonych wybiega z katody, został odkryty przez niemieckiego uczonego Plückera w r. 1859-ym; nosi on dotychczas nazwę *katodowych promieni*, którą mu późniejsi badacze nadali. Lecz nazwa ta, jak zobaczymy niebawem, jest niestosowna; strumień płynący z katody *nie* jest promieniowaniem. Czemże on jest? *co* mianowicie porusza się w strumieniu katodowym? Odpowiedzi na to pytanie musimy szukać znów w doświadczeniu.

§ 106. Działanie pola magnetycznego na strumień katodowy.

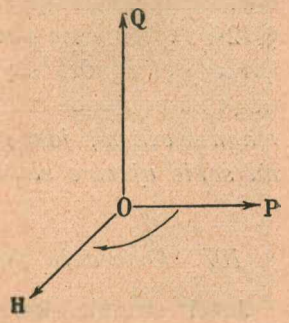
W rurze wyobrażonej na rys. 174-ym katodą K jest płaski krążek, płaską swą powierzchnią zwrócony prostopadle do osi rury; A jest anodą, której położenie i postać, jak wiemy, nie ma



Rys. 174.

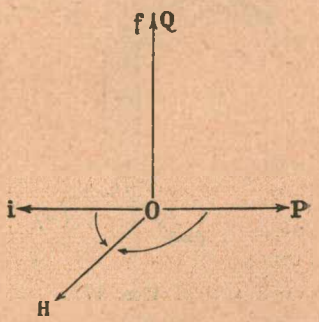
wpływu na przebieg zjawiska. Naprzeciwko katody, równolegle do niej, znajduje się sporządzona z miki płaska ścianka ab; przepuszcza ona tylko ostrą wiązkę katodowego strumienia, tę mianowicie, która przebiega przez mały otwór O ścianki; poza tym otworem wiązka porusza się wzdłuż płytki OFG pokrytej platynocyjankiem barowym lub innym związkiem zdolnym do żywej fluorescencji. Muskając płytkę OFG stycznie, wiązka strumienia katodowego pozostawia na niej prostolinjową smugę świetlną OP; na ściance rury, w P, pojawia się znana nam plamka fluorescencyjna. Zbliżamy teraz do rury magnes lub elektromagnes NS; ustawiamy go w taki sposób, ażeby linje pola magnetycznego przecinały prostopadle drogę wiązki katodowego strumienia. Wiązka OP zakrzywia się wówczas i odchyla,

przybierając postać OQ; plamka fluorescencyjna pojawia się w Q. Przypuśćmy, że pierwotna wiązka OP kierowała się poziomo i dla nas biegła *na prawo*; przypuśćmy, że linje pola magnetycznego dążą *ku nam* poziomo, prostopadle do kierunku OP; biegun N leży zatem *poza* płaszczyzną rys. 174-go, biegun S leży *przed* nią. Wiązka OP odgina się wówczas w pionowej płaszczyźnie OPQ; znak P względem nas posuwa się ku *górze*. Związek tych kierunków możemy wyrazić jak następuje. Wyobraźmy sobie trzy wzajemnie do siebie prostopadłe kierunki: kierunek OH linij pola magnetycznego, kierunek OP pierwotnej wiązki katodowego strumienia, kierunek OQ, w którym, pod wpływem magnetycznego pola, posuwa się plamka P (rys. 175); obserwator przez którego, od stóp do głowy, biegnie kierunek OQ, dostrzega, iż ruch obrotowy od OP do OH odbywa się w kierunku zgodnym z kierunkiem ruchu wskazówek na tarczy zegara.



Rys. 175.

Spostrzeżenia, które streściliśmy, pozwalają utworzyć pierwsze, ogólnikowe wyobrażenie o istocie katodowej emisji. Przypuśćmy, że z katody wybiega nieustanny grad jakichciś maleńkich cząstek, obdarzonych *ujemnemi* elektrycznemi ładunkami; ponieważ katoda jest biegunem ujemnym, pojmujemy natychmiast, dlaczego odpycha cząstki ujemnie naładowane, dlaczego wypędza je w kierunkach, do każdego elementu powierzchni normalnych (§ 18). Przypuśćmy, że katodowa emisja składa się z takich cząstek; wyrzucone z katody, biegną one ławą przez rurę; dzięki swobodzie, z której w rozrzedzonym gazie korzystają, biegną prostolinjowo, przez zwykłą bezwładność. Jakże zachowałaby się w polu magnetycznem taka lawina tryskających z katody cząstek ujemnych? Ponieważ każda cząstka jest naładowana ujemnie, jej ruch w kierunku OP (rys. 176) jest równoważny pewnemu słabemu elektrycznemu prądowi płynącemu w przeciwnym kierunku Oi (§ 34). Z rozdz. IV-go

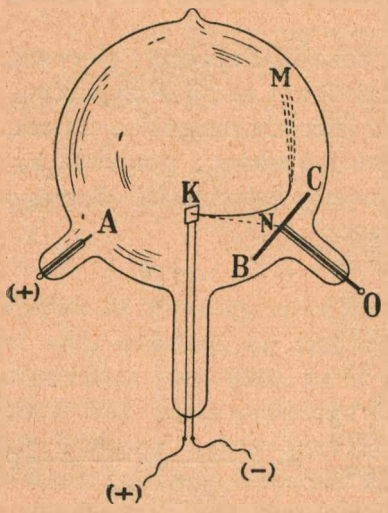


Rys. 176.

wiemy, jak działa pole magnetyczne na umieszczony w niem element prądu. Według § 72-go, jeżeli *Oi* (rys. 176) wyobraża kierunek prądu, *OH* zaś kierunek linij pola, obserwator umieszczony wzdłuż siły *Of*, którą pole wywiera na element prądu, dostrzega, iż ruch obrotowy od *Oi* do *OH* odbywa się przeciwnie niż poruszają się wskazówki na tarczy zegara (por. rys. 104 § 72-go). Widzimy obecnie, że kierunek *OQ* odchylania się wiązki katodowej zgadza się z kierunkiem *Of* działania pola magnetycznego na biegnące cząstki. *Emisja katodowa zachowuje się w polu magnetycznem, jak gdyby była strumieniem cząstek niosących na sobie ujemne elektryczne ładunki.*

§ 107. Działanie pola elektrycznego na strumień katodowy.

Jeżeli strumień katodowy, jak przypuściliśmy, składa się z cząstek naładowanych ujemnie, powinien poddawać się w takim razie wpływowi pola nietylko magnetycznego lecz również i elektrycznego. W przyrządzie wyobrażonym na rys. 177-ym *A* jest anodą, katodę zaś *K* stanowi mała i cienka platynowa (lub irydjoplatynowa) blaszka, na której powierzchni znajduje się odrobina tlenku wapniowego, barowego lub strontowego. Działaniem osobnego (pomocniczego) prądu elektrycznego rozgrzewamy katodę *K* do białości; przy pomocy prostego urządzenia (opuszczonego na rysunku), nie wyłączając pomocniczego prądu, który rozżarza katodę, możemy włączyć do bańki napięcie wynoszące od 100 do 200 woltów; gdy tak postąpimy, z katody wybiega wiązka ostro odgraniczona, łatwo widoczna dzięki jarzeniu się, które na drodze swej wywołuje w gazie rozrzedzonym. W bańce znajduje się jeszcze metalowa płytka *BC*, osadzona na pręciku metalowym *ON*. Dopóki płytka *BC* nie jest naładowana, wiązka katodowa, wybiegłszy z katody w kierunku normalnej, porusza się



Rys. 177.

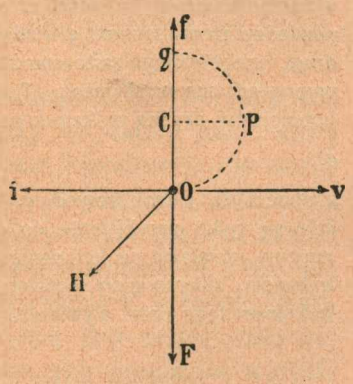
dalej po torze prostolinjowym KN; lecz skoro płytkę BC naelektryzujemy *ujemnie*, widzimy natychmiast, jak wiązka odgina i odchyla się, przybierając postać KM. Emisja katodowa jest więc niewątpliwie rojem *ujemnych* elektrycznych pocisków.

Rys. 178.

Katoda, którą tu opisaliśmy, wynaleziona przez Wehnelta w r. 1904-ym, wysyła strumień nadzwyczaj podatny na działanie wykręcające pola magnetycznego; przekonywamy się o tem w doświadczeniu następującem. Do katodowej bańki Wehnelta zbliżamy solenoid, przez który płynie silny prąd elektryczny (rys. 178): świecąca wiązka katodowa zakręca się w obwód niemal zamknięty, kołowy, którego osią jest oś solenoidu. Wiemy istotnie z § 69-go, że linje pola magnetycznego tworzonego przez solenoid są niemal ściśle prostemi, równoległemi do osi solenoidu; dokoła tych linij okręca się droga katodowego strumienia. Piękne to doświadczenie uzmysławia budowę pola magnetycznego, sprawianego przez solenoidalny prąd elektryczny; potwierdza ono zarazem naocznie, że strumień katodowy pod wpływem stosownie skierowanego pola magnetycznego zakrzywia się w koło, jak tego mogliśmy oczekiwać podług artykułu poprzedzającego.

§ 108. Własności cząstek katodowych.

Czemże są cząstki w katodowym strumieniu biegnące? jaka jest ich właściwa natura? rozwiązanie tych trudnych zagadnień powiodło się dopiero w r. 1897-ym. Znakomity uczony angielski Sir J. J. Thomson w Cambridge pokazał, że można zmierzyć masę, ładunek i prędkość katodowych pocisków; z tych zaś pomiarów wynika odpowiedź na ważne pytania, które postawiliśmy sobie. Udowodnimy przedewszystkiem co następuje: mierząc odchylenie, którego wiązka katodowa doznaje w znanem polu magnetycznem i elektrycznem, możemy znaleźć wartość ilorazu: ładunku cząstki katodowej podzielonego przez jej masę.



Rys. 179.

Przypuśćmy, iż cząstka o masie m, rzucona w punkcie O (rys 179) z prędkością v, w kierunku Ov, porusza się (pod wpływem pola magnetycznego) po kołowym obwodzie Opq, którego środek znajduje się w C; promień CO tego obwodu

oznaczamy przez r. Na zasadzie § 28-go tomu I go twierdzimy, że cząstka m w ruchu kołowym okazuje przyśpieszenie dośrodkowe v^2/r. W miejscu O cząstka m znajduje się zatem pod wpływem siły mv^2/r skierowanej ku C (por. § 67 tomu I-go); siłę tę wywiera pole magnetyczne.

Rozumiejmy przez e bezwzględną wartość ładunku cząstki m i przypuśćmy, że w jednostce objętości, dokoła O, znajduje się N takich katodowych cząstek; każda biegnie z prędkością v w kierunku Ov, w czasie t zatem odbywa w tym samym kierunku drogę vt. Wyobraźmy sobie mały kwadracik, rozległości S, umieszczony prostopadle do Ov w punkcie O; przez S w czasie t przebiega w kierunku Ov liczba $SNvt$ cząstek (por. § 74 tomu II-go); przenoszą one ładunek ujemny, którego bezwzględna wartość wynosi $SNevt$. Przez kwadracik S w jednostce czasu przepływa więc w kierunku Ov ładunek ujemny, którego bezwzględna wartość jest $SNev$; podług § 34 go możemy powiedzieć, że ten przepływ jest równoważny elektrycznemu prądowi skierowanemu wprost przeciwnie niż Ov, prądowi, którego natężenie i wynosi

1. $$i = SNev.$$

Wiemy z §§ 72 i 106 go, że magnetyczne pole, którego linje są skierowane prostopadle do Ov, mianowicie jak OH na rys. 179 ym, wywiera na element l tego prądu siłę skierowaną jak Of na tymże rysunku; jeżeli H jest wektorem pola, siła ta wynosi

2. $$liH = lSNevH.$$

Wyobraźmy sobie element, którego podstawą jest S, wysokością zaś l; objętość elementu wynosi lS, zawarta w nim liczba cząstek jest lSN. Na tę właśnie liczbę lSN wywierana jest siła (2); na jedną zatem cząstkę przypada siła evH. Siłę evH, w punkcie O skierowaną ku C, przyrównywamy wspomnianej dośrodkowej sile mv^2/r; otrzymujemy

3. $$mv = eHr.$$

W obecnem zadaniu mamy dwie niewiadome: prędkość v oraz iloraz e/m; za wiadome uważamy wartości H oraz r. Równanie (3) jest pierwszym związkiem pomiędzy niewiadomemi a wiadomemi nam wielkościami. Ażeby uzyskać związek drugi, moglibyśmy zastosować do ruchu katodowej cząstki prawo dynamiki, wypowiedziane w równaniu (7) § 74-go tomu I go; oznaczając przez V różnicę potencjałów czynną w katodowej rurze, piszemy (por. § 26):

4. $$\tfrac{1}{2}mv^2 = eV;$$

z ubocznych jednak powodów, w które tu nie wejdziemy, twierdzenie (4) stosuje się tylko przybliżenie do obecnego zadania. Dokładniejsze wyniki otrzymujemy, działając na katodowe cząstki dodatkowem (zewnętrznem) polem elektrycznem, skierowanem prostopadle zarazem do Ov i do OH; jeżeli E jest wektorem tego pola, wywierana przez nie siła

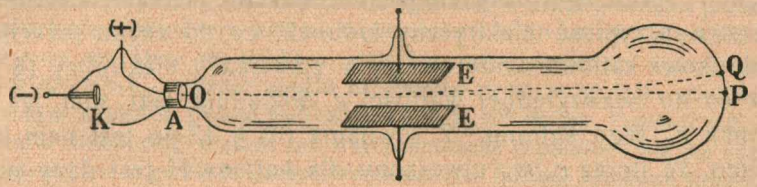
5. $$F = eE$$

ma równoważyć się z siłą evH. Ponieważ cząstki katodowe są naładowane ujemnie, wektor E musi być skierowany przeciwnie niż siła F działać powinna. Dopóki takie pole elektryczne dodatkowe nie jest czynne, cząstka m biegnie po torze Opq (rys. 179); gdy pole zostało wzbudzone, skutek siły evH jest

zniesiony, cząstka porusza się po torze prostolinjowym Ov, tym samym, który zataczała poprzednio, zanim została poddana wpływowi pola magnetycznego. Mamy wówczas

6. $$eE = evH \quad \text{zatem} \quad v = E/H.$$

Przy pomocy przyrządu, wyobrażonego na rys. 180-ym, można dokonać podobnych pomiarów; A jest tutaj anodą, K jest katodą; wybiegająca z O wiązka uderza w miejscu P o szklaną ściankę rury, dopóki ani magnetyczne ani dodatkowe elektryczne pole jeszcze nie jest czynne. Jeżeli działa tylko magnetyczne



Rys. 180.

pole (takie samo, jak w doświadczeniu przedstawionem na rys. 174-ym), wiązka OP zakrzywia i odchyla się, tworząc w Q plamkę fluorescencyjną; gdy wreszcie magnetyczne i dodatkowe elektryczne pole jednocześnie są czynne, katodowa wiązka przybiera napowrót prostą początkową postać OP. Elektrody EE umieszczone w rurze służą do wytwarzania w niej dodatkowego pola elektrycznego, którego działanie znosi wpływ pola magnetycznego. Jak widzimy, opisane doświadczenie jest wyborną ilustracją prawdy, zawartej w dwóch pierwszych zasadach Newtona dynamiki; o ich słuszności przekonywamy się dogodniej i dokładniej w przypadku katodowego strumienia aniżeli na przykładzie kamienia rzuconego lub biegnącego dokoła ziemi księżyca.

Wywód powyższy objaśnia ogólnikowo sposoby postępowania, któremi posługują się fizycy celem znalezienia wartości ilorazu e/m ładunku katodowej cząstki i jej masy. Wartość ta, jak zobaczymy natychmiast, jest bardzo ważna; dla poznania jej uczeni, od ćwierci wieku, nie szczędzą wysiłków. Główne wyniki tych badań możemy streścić krótko jak następuje. Utworzony dla cząstek katodowych iloraz e/m nie zależy od natury gazu, który w wielkiem rozrzedzeniu pozostaje w rurce katodowej; nie zależy również od natury katody ani anody, od postaci i urządzenia rurki, od rodzaju źródła, które ją elektrycznym prądem zasila; z pewnem zastrzeżeniem, o którem niżej powiemy (§ 116), nie zależy od prędkości v cząstek ani od napięcia V w rurce. Utworzony dla katodowych cząstek iloraz e/m jest zatem *stałą powszechną*; według najlepszych spółczesnych pomiarów wartość tej stałej wynosi około

7. $$\left(\frac{e}{m}\right)_{\text{cz. kat.}} = 5{\cdot}3 \times 10^{17} \text{ el.-stat. jedn. ład./gram.}$$

Wobec tych faktów niepodobna przypuścić, ażeby cząstki biegnące w katodowym strumieniu były zwyczajnemi, znanemi nam z chemji, atomami materji. Sir J. J. Thomson pierwszy, w r. 1897-ym, wypowiedział hypotezę, dziś potwierdzoną wielekroć razy, według której *cząstki te są swobodnemi elektronami*, odłączonemi od towarzyszy, wraz z któremi tworzą zwyczajnie normalne, elektrycznie obojętne czyli *neutralne* chemiczne atomy (§ 42). Jeżeli zgodzimy się na to założenie, musimy katodowej cząstce przypisać elektryczny ładunek, co do znaku przeciwny ładunkowi kationu wodorowego w zjawiskach elektrolizy (§ 43), ale co do bezwzględnej wartości e dokładnie taki sam jak ładunek e_H tego kationu. Z równania (3) § 43-go jest nam wiadomo, że iloraz e_H/m_H utworzony dla kationu H jest dany przez odwrotność $1/A_H$ elektrochemicznego równoważnika wodoru; podług § 43 go możemy zatem założyć

8. $$\frac{e_H}{m_H} = \frac{10^{15}}{3\,482} \text{ el.-stat. jedn. ład./gram.}$$

Przypuszczając (jak powiedzieliśmy), że ładunek e cząstki katodowej i ładunek e_H kationu wodorowego są identyczne, wyprowadzamy z (7) i (8), iż

9. $$m_H = 1845\, m_{\text{cz. kat.}}$$

Kation wodorowy jest resztą, pozostającą z normalnego atomu wodoru po stracie jednego elektronu (§§ 42 i 43); skoro więc *masa cząstki katodowej jest 1845 razy mniejsza niż masa wodorowego kationu, jest ona* tem samem *1846 razy mniejsza niż masa normalnego atomu wodoru.* Taki wniosek ma pierwszorzędną doniosłość. Odkąd Dalton, dla wytłumaczenia praw tworzenia się związków chemicznych, w początku XIX-go stulecia, odwołał się do hypotezy atomistycznej (§ 25 tomu II-go), t. zw. *atom chemiczny* był najdalszą granicą ilościowego badania materji; u progu chemicznego atomu, przez blisko sto lat, zatrzymywał się wzrok wiedzy. Od czasu odkryć Sir J. J. Thomsona wiemy niewątpliwie, że *istnieją w przyrodzie masy mniejsze niż masa atomu wodoru*, najdrobniejsza z pomiędzy znanych w chemji mas atomowych. Od czasu tych odkryć atomy wodoru, tlenu, chloru, rtęci i t. p. przestały być dla nas niepodzielnemi jednostkami; uważamy je dzisiaj za układy zawiłe, za mechanizmy, których koleje i ustrój przenikamy coraz dokładniej.

Wspominamy tu jeszcze o prędkości ruchu elektronów w katodowym strumieniu. Z równania (4) wynika (skoro iloraz e/m jest stały), że kwadrat prędkości elektronu v^2 jest proporcjonalny do użytego w katodowej rurce napięcia V. Przypuśćmy, że pracujemy stosunkowo słabem napięciem 110 woltów (np. w rurce Wehnelta); z równania (4) wypada w przybliżeniu

10. $$v = 6 \times 10^8 \text{ cm/sek.}$$

W stosunku do prędkości, z któremi miewamy zazwyczaj do czynienia w dynamice brył materjalnych, jest to prędkość ogromna; wszakże przeciętna prędkość wystrzelonej z rewolweru kuli waha się około 3×10^4 cm/sek; prędkość rozchodzenia się głosu w zwykłem atmosferycznem powietrzu wynosi około $3{\cdot}4 \times 10^4$ cm/sek, prędkość punktu na równiku ziemi, w jej ruchu obrotowym dziennym względem gwiazd stałych, jest $4{\cdot}63 \times 10^4$ cm/sek. Prędkość (10) jest przeszło 10000 razy większa niż trzy przytoczone prędkości. Ale dla cząstki katodowej jest to prędkość stosunkowo nieznaczna. Badając katodowe strumienie, znajdujemy w nich często prędkości dochodzące wartości

11. $$v = 10^{10} \text{ cm/sek,}$$

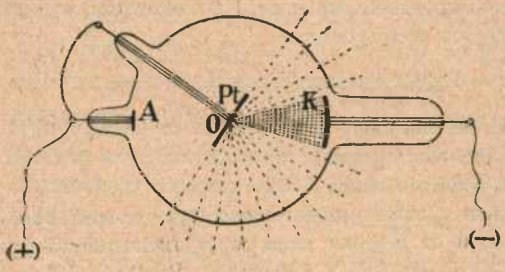
niekiedy nawet przechodzące tę wartość; według związku (4) odpowiada ona napięciu przenoszącemu 28000 woltów. *Bieg cząstek katodowych*, jak widzimy, bywa *dziesiątki lub setki tysięcy razy szybszy aniżeli najszybsze ruchy, jakie dostrzegamy na ziemi.*

§ 109. *Promieniowanie Röntgena.*

W listopadzie 1895 go roku, W. C. Röntgen, podówczas profesor Uniwersytetu w Würzburgu, dokonał nieoczekiwanego i doniosłego odkrycia. Zajęty badaniem własności katodowych strumieni, uczony ten umieścił kartę papieru pokrytą platynocyjankiem barowym w pobliżu rury, w której te strumienie wytwarzał. Skoro tylko w rurze rozpoczynał się bieg katodowego strumienia, platynocyjanek poczynał świecić światłem fluorescencyjnem; świecenie nie przerywało się, choć rurkę zasłaniano czarnym, nieprzezroczystym papierem; w odległości nawet dwóch metrów od rury fluorescencja była niewątpliwie widoczna. Wkrótce Röntgen już wiedział, że szklana ściana rury a także i inne ciała stałe, gdy uderzają o nie katodowe strumienie, wysyłają dokoła promieniowanie szczególnego rodzaju, o nowych i zadziwiających własnościach.

Wyobraźmy sobie bańkę katodową następującej budowy: A jest w niej anodą, dowolnego zresztą położenia i kształtu (rys. 181); katoda K, jak w opisanem poprzednio doświadczeniu Crookesa (§ 105), jest wklęsła; w ognisku O zbiegają się

zatem wyrzucane z katody, z fantastyczną prędkością pędzące elektrony; w tem miejscu spotykają one t. zw. *antykatodę Pt*, płytkę połączoną metalicznie z anodą. Antykatoda, zasypywana gradem elektronów, wysyła promieniowanie, które nazywamy bądź *X-promieniowaniem*, bądź częściej *promieniowaniem Röntgena.*



Rys. 181.

Antykatodę sporządzano dawniej z platyny lub z irydjoplatyny; w nowszych przyrządach, np. w rurach Coolidge'a, antykatoda jest wyrobiona z wolframu (tungstenu); za katodę służy płaska spiralna sprężynka drutu również wolframowego; rozgrzana do wysokiej temperatury, taka katoda wysyła obfity strumień elektronów.

Obserwujmy w ciemności szklaną bańkę Röntgena będącą w działaniu; zauważymy, że poprowadzona przez powierzchnię antykatody płaszczyzna dzieli kulę na dwie półkule; półkula leżąca naprzeciw antykatody fluoryzuje zielonkawo, przeciwna półkula pozostaje ciemna. Umieszczając małą tabliczkę pokrytą platynocyjankiem barowym w rozmaitych miejscach dokoła bańki, stwierdzamy niewątpliwie, że promieniowanie Röntgena wybiega z antykatody. Szkło uranowe, siarczan wapniowy lub kadmowy (zwłaszcza, gdy zawierają przymieszkę siarczanu manganowego), siarczek cynkowy (zwany blendą Sidota) fluoryzują również pod działaniem promieniowania Röntgena, atoli słabiej niż platynocyjanek barowy.

Promieniowanie Röntgena, jak widzimy, ma wiele własności wspólnych z własnościami pospolitego promieniowania: budzi fluorescencję, działa na klisze fotograficzne, wywołując w nich zmiany chemiczne podobnie jak czyni to światło. Podobnie jak światło, promieniowanie Röntgena biegnie w przestrzeni w kierunkach linij prostych. Ale promieniowanie to przenika łatwo przez ciała nieprzezroczyste dla światła, jak drewniana deska, porcelana, sukno, gruba tektura lub papierowa księga; cienka cynowa blaszka zaledwie je wstrzymuje, warstwa aluminjowa, nawet kilku milimetrów grubości, osłabia je nieznacznie.

Inne jednak metale, np. żelazo, cynk, rtęć, są trudno przenikliwe dla promieniowania Röntgena; ołów oraz platyna, nawet w cienkiej warstwie, stanowią dla niego walną zaporę. Woda czysta przepuszcza promieniowanie Röntgena; wodny roztwór soli pewnego metalu wstrzymuje to promieniowanie w stosunku swej zawartości metalu; tak zachowuje się np. wodny roztwór octanu ołowiowego, podobnie działa biel ołowiana, która jest ołowiowym węglanem. Szkło,

zawierające związki ołowiu, chociaż jest przezroczyste dla światła, pochłania energicznie promieniowanie Röntgena; nawet zwyczajne szkło, dzięki potasowym lub sodowym krzemianom, które w jego skład wchodzą, jest niedoskonale przenikliwe dla tego promieniowania; z tego względu bańki Röntgena sporządzane obecnie bywają ze szkła litowego.

Promieniowanie Röntgena, jak powiedzieliśmy, rozchodzi się prostolinjowo; gdy zatem ciało nieprzezroczyste lub niedość przezroczyste wstrzymuje całkowicie lub częściowo promieniowanie biegnące ku płycie fluoryzującej lub fotograficznej, na takiej płycie powstaje *cień*. Ilustracją tego faktu jest słynne doświadczenie, które po raz pierwszy Röntgen wykonał. Części mięsne ciała ludzkiego są łatwiej przenikliwe dla promieniowania Röntgena niż szkielet kostny, co tłumaczy się wpływem wapnia zawartego w kościach. Fotografując zatem np. cień ręki, na którą pada promieniowanie Röntgena, otrzymujemy *röntgenogram*, o którym rys. 182 daje wyobrażenie; odróżniamy tu łatwo zarys układu kostnego, metalowego pierścionka oraz dwóch tkwiących w ręce ziarenek śrutu. Niepotrzeba tłumaczyć niezmiernej doniosłości, którą dla chirurgji miało odkrycie Röntgena.

Rys. 182.

Przytoczone własności promieniowania Röntgena możemy uwydatnić mnóstwem doświadczeń. Dzięki tym własnościom możemy ukazać na fluoryzującym ekranie, lub odfotografować na kliszy, naprzykład: nożyczki lub cyrkle, zamknięte w drewnianem pudełku, srebrne lub złote monety schowane w głębi skórzanego woreczka lub za podszewką ubrania, cygara zawarte w aluminjowej cygarniczce; poprzez kopertę możemy odczytać litery nakreślone metalicznym atramentem; prawdziwy (przezroczysty) rubin możemy odróżnić od naśladownictw, sporządzonych z trudno przenikliwego, zabarwionego szkła i t. p. Przy takich doświadczeniach należy mieć na uwadze, że promieniowanie Röntgena, gdy często lub długo działa na organizm, wywołuje zmiany poważne w skórze lub głębszych narządach, co może za sobą pociągnąć groźne cierpienia; wypada zatem posługiwać się wówczas *nieustannie* zasłonami sporządzonemi z ołowiu lub grubemi szybami wyrobionemi ze szkła ołowiowego.

Wytwarzane w pewnej katodowej bańce promieniowanie Röntgena przebiega tem łatwiej przez metale i inne powstrzymujące je substancje, im wyższe jest czynne w bańce napięcie, im zatem prędzej poruszają się elektrony bijące w antykatodę. O promieniowaniu łatwo przenikającem przez ciała materjalne mówimy, że jest ostre czyli *twarde*; trudno przenikające promieniowanie nazywamy łagodnem lub *miękkiem*.

Wyobraźmy sobie układ cienkich aluminjowych kartek, ułożonych na sobie nakształt schodów, jak objaśnia rys. 183. Ażeby ocenić stopień twardości pewnego promieniowania, badamy, ile następujących po sobie kartek aluminjowych utrudnia bieg promieniowania w tej samej mierze jak czyni to pewna wybrana, cieniutka blaszka platynowa. Przypuśćmy naprzykład, że dane promieniowanie Röntgena jest wstrzymywane przez 20 kartek *Al* (z których każda ma 0·02 mm grubości) tak samo jak przez blaszkę *Pt* o grubości 0·002 mm; takie promieniowanie otrzymuje N° 20 na t. zw. *skali twardości*. Postępowanie to ma oczywiście cele tylko praktyczne.

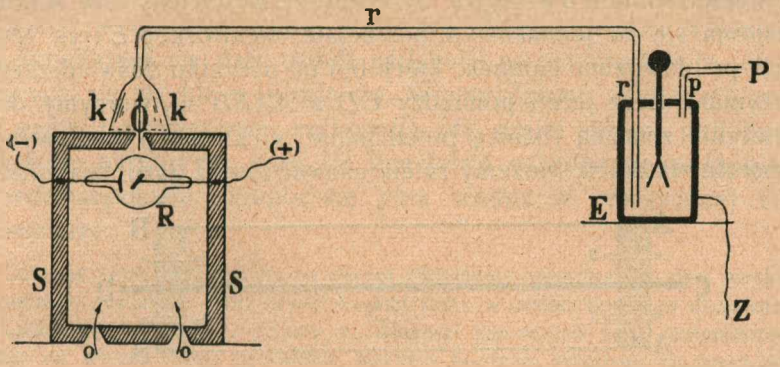
Rys. 183.

W najsilniejszych polach magnetycznych lub elektrycznych, jakie umiemy wytworzyć, promienie Röntgena nie zakrzywiają się ani też nie zbaczają od prostych kierunków, w których z antykatody wysłane zostały. Promieniowanie Röntgena odróżnia się zatem stanowczo od katodowych strumieni, zbliża się natomiast do zwykłego promieniowania, którego biegu w próżni nie zmienia pole elektryczne lub magnetyczne statyczne. Czemże jest promieniowanie Röntgena? Dzięki odkryciom ostatnich lat kilkunastu natura tego promieniowania, długo niejasna, stała się zrozumiała; poznanie istoty tego promieniowania otworzyło nieoczekiwane widoki budowy materji. O tych jednak postępach wiedzy możemy uczynić wzmiankę dopiero w ostatnich rozdziałach tej książki, które są poświęcone nauce o promieniowaniu.

§ 110. Ionizacja gazów.

Przypuśćmy, iż udzieliliśmy dodatniego lub ujemnego ładunku wrażliwemu elektroskopowi; jego listki są rozchylone. Lecz jeśli w pobliżu elektroskopu, lub choćby nawet w odległości jednego lub dwóch metrów od niego, zacznie funkcjonować rura katodowa, z której wybiega promieniowanie Röntgena, listki elektroskopu opadają natychmiast. Ażeby zrozumieć przebieg zjawiska, powtórzmy doświadczenie w zmienionej postaci. Rurę katodową *R* (rys. 184), która jest źródłem promieniowania Röntgena, umieszczamy w skrzynce *SS*, wyłożonej grubą blachą ołowianą; dzięki temu urządzeniu elektroskop *E* jest zabezpieczony od bezpośredniego wpływu promieniowania. W dolnem dnie skrzynki

znajdują się dwa otwory *o*, w górnem jest trzeci otwór *O*; naprzeciwko *O* otwiera się szklany lejek *kk*, który przechodzi w rurkę szklaną *rr*, wiodącą do wnętrza skrzynki elektroskopu. Ładujemy elektroskop *E*, bańkę *R* wprowadzamy w działanie, wreszcie przy pomocy pompy przeciągamy przez przyrząd powolny prąd powietrza drogą *ooOkkrrpP*; elektroskop traci wówczas ładunek, którym był obdarzony. Jeżeli nie przeciągamy



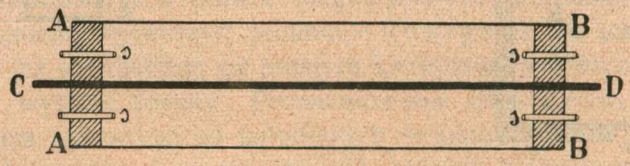
Rys. 184.

powietrza, elektroskop nie rozbraja się. Pod wpływem promieniowania Röntgena powietrze staje się więc znacznie lepszym elektrycznym przewodnikiem niż jest nim zwyczajnie i zachowuje przynajmniej przez pewien czas wzmożone to przewodnictwo. Skoro nadaliśmy pewnemu gazowi przewodnictwo elektryczne bezporównania znaczniejsze aniżeli jego normalne (zwykle bardzo słabe) przewodnictwo, mówimy, że gaz jest *zionizowany*; stan niezwykle wysokiego przewodnictwa nazywamy *ionizacją*.

Do rurki *rr* (rys. 184) wprowadźmy nieszczelny korek sporządzony z waty szklanej albo też włączmy do rurki butelkę zawierającą wodę, przez którą przeciągające powietrze przechodzi w postaci banieczek; lub wreszcie rurkę szklaną *rr* zastąpmy wąziutką i długą rurką miedzianą albo mosiężną. Przypuśćmy, że pompa dzielnie pracuje, tak iż powietrze zionizowane płynie przez przyrząd równie wartko jak przedtem; mimo to elektroskop *E* nie traci swego ładunku. Filtrując zatem zionizowane powietrze przez watę szklaną, przeciągając je przez wodę lub przez wąskie metalowe rurki, odbieramy powietrzu anormalne przewodnictwo; wnosimy, iż to przewodnictwo musi wynikać

z obecności w gazie jakichciś cząstek, których nie zawiera powietrze normalne; cząstki te dla krótkości nazywamy *ionami*.

Zmieniamy jeszcze raz układ poprzedniego doświadczenia; dotychczasową szklaną rurkę *rr* zastępujemy przez szeroką rurę metalową *AABB* (rys. 185), w której osi rozciąga się pręt *CD* również metalowy, izolowany od *AB*. Przez rurki *ss* aspirujemy znowu powietrze, które ionizuje się w *SS* (rys. 184) działaniem promieniowania Röntgena. Jeżeli pręt *CD* i ściany rury *AABB* znajdują się na jednakowym potencjale, elektroskop *E* (rys. 184) traci po dawnemu ładunek, który był na początku doświadczenia otrzymał. Lecz jeżeli pomiędzy *CD* a *AABB* wytworzymy dostatecznie znaczną różnicę potencjałów, elektroskop zachowywa pierwotny ładunek. Możemy zatem usuwać iony z gazu działaniem



Rys. 185.

obcego pola elektrycznego; co dowodzi, że one są obdarzone elektrycznemi ładunkami. W zionizowanym gazie muszą być obecne zarówno dodatnie jak ujemne iony; w przeciwnym razie pewna masa zionizowanego gazu musiałaby okazywać dodatni lub ujemny ładunek, czego nie dostrzegamy. Streszczając się, powiadamy: w zionizowanym gazie znajdują się iony dodatnie i ujemne, zwykle bardzo nieliczne; jeżeli gaz nie pozostaje pod wpływem pola elektrycznego, iony błąkają się śród obojętnych molekuł podobnie jak cząstki obcego, dyfundującego, bardzo rozrzedzonego gazu; jeżeli takie pole jest czynne, iony pod jego wpływem dążą ku elektrodom, mniej więcej podobnie jak dzieje się w zjawiskach zwykłej elektrolizy (§ 41).

Przypuśćmy, że zionizowaliśmy pewną ilość gazu działaniem promieniowania Röntgena; gdy przerwiemy to działanie, gaz nie pozostaje trwale zionizowany; ionizacja z biegiem czasu słabnie, w końcu znika zupełnie. Dodatnie i ujemne iony szukają się zatem w tłumie neutralnych cząsteczek; odnalazłszy, łączą i zobojętniają się, powracając do roli obojętnych, zwyczajnych molekuł. Wyobraźmy sobie, że pewną ilość gazu poddajemy nieprzerwanemu działaniu promieniowania Röntgena; chociażby to działanie trwało bardzo długo, liczba obecnych w gazie ionów jest zawsze stosunkowo szczupła. Objaśnienie tego faktu leży znowu w spotykaniu i łączeniu się różnoimiennych ionów. Promienio-

wanie Röntgena swym wpływem przysparza ionów, spotkania ich ujmują; gdy przeciwne te działania równoważą się, tworzy się stan *trwały*, w którym liczba ionów jest niezmienna.

§ 111. Własności gazowych ionów. Ładunek elektronu.

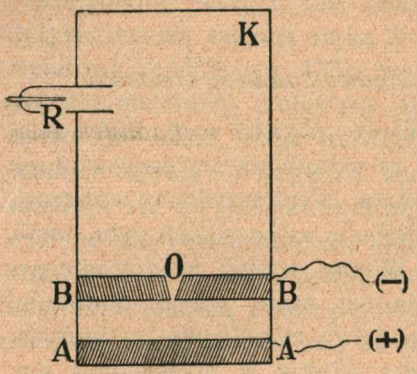
W § 123-im tomu II-go poznaliśmy zjawiska rosy, mgły oraz innych opadów, które wynikają ze skraplania się pary wodnej zawartej w atmosferycznem powietrzu. Wspomnieliśmy wówczas, że skraplająca się para osiada najłatwiej na cząstkach pyłu, unoszących się zwykle w powietrzu. Wiemy dzisiaj, że iony obecne w gazie zionizowanym zachowują się mniej więcej podobnie jak takie okruszyny; stają się one łatwo *zarodkami*, na których przedewszystkiem skrapla się para wodna w przesyconej nią atmosferze.

Gotujmy wodę destylowaną na silnym płomieniu; tworząca się para niechaj uchodzi w powietrze, przez otwór wąskiej rurki, w postaci cienkiego strumienia. Strumień pary jest przezroczysty na długości pierwszych paru centymetrów, licząc od wylotu rurki; oświetlony mocnem bocznem światłem, nie rzuca on, w początkowej swej części, niemal żadnego cienia na pobliską białą zasłonę. Wdmuchując w strumień pary jakikolwiekbądź miałki proszek, spostrzegamy, że niewidoczna dotychczas część strumienia jaśnieje i błyszczy przez chwilę; cień na zasłonie staje się wówczas zupełnie wyraźny. Podobnie jak drobny pył, działa promieniowanie Röntgena; przekonywamy się o tem, otwierając i przerywając dostęp promieniowania w stałych odstępach czasu; strumień rozjaśnia się i gaśnie w tych samych okresach. Niewidzialna część strumienia składa się z nieskroplonej pary wodnej; dokoła pyłków lub ionów tworzą się maleńkie wodne kropelki, które, rozpraszając padające światło, błyszczą przez chwilę, zanim nie wyparują.

Tworzące się w zjawiskach ionizacji iony gazowe wiążą się chętnie nietylko ze skraplającą się parą wodną lecz z wszelkiemi wogóle drobnemi, ciekłemi albo stałemi cząstkami pływającemi w gazie; naprzykład z kropeleczkami oliwy, okruszynami rozpylonej metalowej elektrody, odrobinami pyłu, kurzu, sadzy i t. p. Dym tytuniowy skupia się szybko dokoła wytworzonych w nim nagle gazowych ionów; jeśli poddamy go wówczas działaniu elektrycznego pola, podąża niebawem ku elektrodom.

Nadzwyczaj interesujące i ważne są spółczesne badania fizyka amerykańskiego, prof. R. A. Millikana, nad zachowywaniem się kropelek w zionizowanem powietrzu. Wyobraźmy sobie komorę *K* (rys. 186), do której wąziutką rurką *R* wpryskujemy strumień drobnych kropelek oliwy; spadają one w komorze powoli ku dołowi. Wydarza się niekiedy, że kropelka przenika przez kanalik *O* wycięty w płycie *BB* kondensatora, którego *AA* jest drugą płytą; pomiędzy *AA* i *BB* obserwator może wzbudzać pole i jego linje według woli kierować ku górze lub ku dołowi; każdej chwili może pole zniweczyć, potem je znowu wytworzyć. Stosownie oświetlając krople i spoglądając na nie przez

lunetę, obserwator każdą wyraźnie dostrzega jak jasną gwiazdkę na tle ciemnem; ruch każdej kropli może śledzić dokładnie. Łączące się z rozpylaniem tarcie wytwarza ładunki na kropelkach oliwy, jeżeli więc pole między *AA* i *BB* jest odpowiednio skierowane, kropla podąża np. ku *BB*; zanim spoczęła na *BB*, obserwator odwraca pole; tym sposobem może ją zniewalać, po wielekroć razy, do ruchu pod górę i na dół. Ruch kropel jest zawsze powolny *jednostajny*. Jeżeli ładunek kropli wynosi q, E zaś jest wektorem pola, pole działa na kroplę siłą qE ponadto na kroplę działa jeszcze siła mg, gdzie m jest masą kropli, g przyśpieszeniem ciężkości; kropla doznaje bądź sumy bądź różnicy sił qE i mg. Ale kropla nie porusza się w próżni; przedziera się ona przez ośrodek gazowy, przez gęsty tłum obojętnych molekuł; opór ośrodka znosi przyśpieszenie, ruch zatem jest jednostajny, jego prędkość jest proporcjonalna do wypadkowej siły działającej na kroplę (§ 46 tomu I-go).



Rys. 186.

Jak powiedzieliśmy, ruch kropelek odbywa się naogół z prędkością stałą. Lecz, *gdy powietrze w przyrządzie jest zjonizowane*, wydarza się, iż prędkość kropli nagle mocno rośnie lub maleje; ładunek jej widocznie wzmógł lub zmniejszył się nagle; do kropli przylgnął jeden z pomiędzy jonów, które błądzą w zjonizowanem powietrzu. Z tych nagłych zmian prędkości można obliczyć zysk lub stratę ładunku, czyli innemi słowy ładunek jonu, który przywarł do kropli. *Najmniejszy ładunek*, jaki niosą na sobie tworzące się w gazie iony, wynosi według Millikana:

1. $$e = 4\,774 \times 10^{-10}$$ el.-stat. jedn. ład.

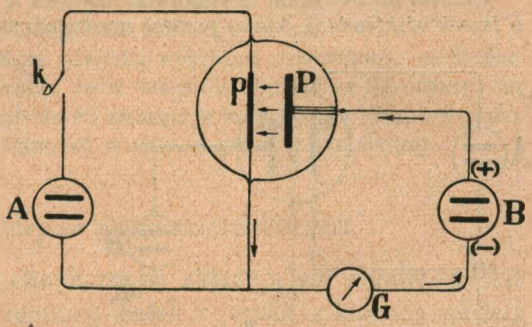
Ów najmniejszy ładunek gazowego jonu jest bezwątpienia niepodzielną jednostką elektrycznego ładunku, którą nazywamy *elektronem*. Millikan mierzył nietylko *zmiany ładunku*, których krople doznawały w chwili pochwycenia i przyłączenia jonu; badał także *początkowe ładunki*, które kropelki przynosiły, wpadając do komory przyrządu. Wynik pomiarów był uderzający: wytworzone przez tarcie *ładunki kropelek są bez wyjątku całkowitemi wielokrotnościami najmniejszego ładunku e jednego gazowego jonu. Zwykłe elektryczne ładunki, które roztrząsamy w elektrostatyce składają się zatem również z elementarnych jednostek e, z elektronów.*

W opisanych doświadczeniach sprawdzają się, jak widzimy, zasadnicze założenia, o których wspomnieliśmy u wstępu elektrostatyki (§ 4), na których zasadzaliśmy wytłumaczenie elektrolizy (§ 42), do których powróciliśmy wreszcie w niniejszym rozdziale, ażeby zdać sprawę z własności katodowych strumieni (§ 103); sprawdzają się, innemi słowy, hypotezy wzięte za podstawę

spółczesnej *teorji elektronów.* Sir J. J. Thomson, C. T. R. Wilson i inni uczeni już przed ćwierć wiekiem badali starannie ruchliwość gazowych ionów w polu elektrycznem; śledzili również przebieg ich dyfuzji poprzez gęstwinę obojętnych gazowych molekuł. Z takich spostrzeżeń wyprowadzili już wówczas wniosek, że najmniejszy możliwy ładunek gazowego ionu jest identyczny z ładunkiem kationu wodorowego w zjawiskach elektrolizy (§ 43). Jednostkowy ładunek gazowego ionu, najmniejszy możliwy elektrostatyczny ładunek, elektrolityczny ładunek wodorowego kationu, ładunek cząstki biegnącej w katodowym strumieniu, są to tylko rozmaite przykłady *powszechnej jednostki wszelkich w naturze ładunków, ładunku elektronu.*

§ 112. *Lampa elektronowa.*

Wyobraźmy sobie, że *p* na rys. 187-ym jest włókienkiem lub pasemkiem lampki elektrycznej żarowej; znajduje się ono w bańce szklanej, w której wytworzono bardzo dobrą próżnię, zarazem włączone jest w obwód baterji ogniw lub akumulatorów *A.* Naprzeciwko pasemka *p*, izolowana od niego, znajduje się metalowa płytka *P* połączona z *dodatnim* biegunem innej baterji *B*, jak pokazuje rysunek. Przypuśćmy z początku, że obwód *ApkA* jest otwarty w *k*, prąd w nim przeto nie płynie; pasemko *p* pozostaje «chłodne». Wówczas, jak widzimy ze wskazań galwanometru *G*, niema prądu w obwodzie *BPpGB*, co zresztą jest zrozumiałe; pomiędzy *p* a *P* obwód ten jest przerwany. Kluczem *k* zamykamy obwód *ApkA*; pasemko *p* rozżarza się do białości; spostrzegamy natychmiast, że w obwodzie *BPpGB* płynie prąd w kierunku wskazanym przez strzałki. Spostrzeżenie to, oddawna już uczynione przez Edisona, możemy łatwo zrozumieć. Z rozżarzonego pasemka *p* wydobywają się tłumy elektronów, niosących na sobie ujemne ładunki; płytka *P*, która działaniem ba-

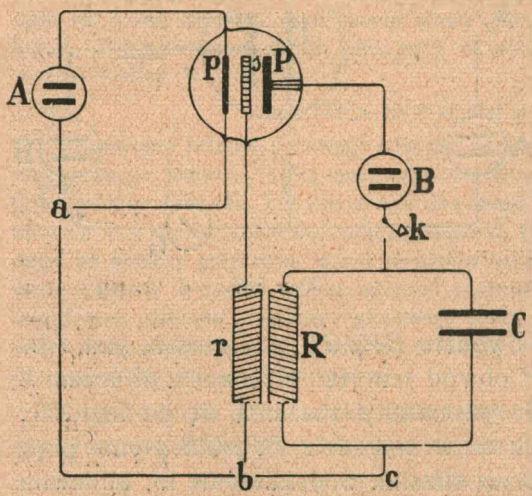


Rys. 187.

terji B jest naładowana dodatnio, przyciąga te elektrony ku sobie; ustanawia się strumień elektronów skierowany od p do P, równoważny zatem przepływowi dodatnich ładunków w kierunku przeciwnym, od P do p. Ten przepływ stanowi pomost, który zamyka prąd w obwodzie $BPpGB$.

Wyobraźmy sobie, że w opisanem doświadczeniu zastąpiliśmy baterję B przez alternator czyli prądnicę wytwarzającą prąd przemienny (§ 93). Przez połowę okresu działalności alternatora płytka P jest teraz dodatnio naładowana, przez następującą połowę jest naładowana ujemnie. W pierwszej części okresu wszystko odbywa się, jak objaśniliśmy wyżej; w drugiej części okresu elektrony, odpychane przez płytkę P, odwracają się od niej, pomiędzy P a p prąd wcale nie płynie. Powstający w alternatorze prąd przemienny *wyprostowywa się* zatem dzięki działaniu *lampy elektronowej* pP: może płynąć tylko od P do p i dalej w tym samym kierunku przez obwód, w przeciwnym kierunku ma drogę przeciętą. Prostując prądy przemienne lub drgania elektryczne w obwodzie, lampa elektronowa jest zatem wybornym ich *detektorem* (§ 103); taka jest zasada *elektrycznego wentyla*, który zawdzięczamy uczonemu angielskiemu prof. J. A. Flemingowi.

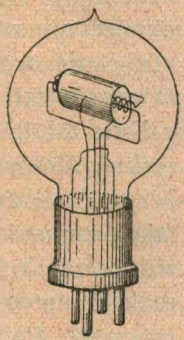
Ważnem ulepszeniem elektrycznego wentyla Fleminga jest t. zw. *lampa o trzech elektrodach*, której pomysł zawdzięczamy amerykańskiemu inżynierowi Lee de Forest. Przypuśćmy, że do wyżej opisanej lampy Pp (rys. 188), pomiędzy pasemko p a płytkę P wstawiamy jeszcze trzecią elektrodę, mianowicie kratkę albo siatkę s, którą łączymy z nowem odgałęzieniem obwodu baterji B, jak pokazuje schematyczny rys. 188. Mamy teraz dwa obwody zamknięte w lampie przez pomost elektronowych strumieni, mianowicie: t. zw. *obwód płytki* $PpabcRkBP$ oraz t. zw. *obwód siatki* $PsrbcRkBP$. Zamykając klucz k, przesyłamy nagle prąd, płynący z baterji B, przez obadwa wymienione obwody. Kondensator C ładuje się i wyładowywa; przy spółdziałaniu elektromotorycznej siły indukcji własnej, pojawiającej się w obwodzie CRC,



Rys. 188.

w obwodzie tym rozwijają się drgania (§ 98). Gdyby obwód *CRC* był odosobniony, drgania w nim wszczęte, pod dysypacyjnym wpływem jego elektrycznego oporu, zanikłyby w niezmiernie krótkim czasie. Lecz obwód *CRC* nie jest odosobniony; w pobliżu jego cewki *R* znajduje się cewka *r*, stosownie włączona w obwód siatki; drgania odbywające się w *CRC* działają indukcyjnie, dzięki temu urządzeniu, na obwód siatki, w którym również wytwarzają się drgania. Potencjał siatki *s* zmienia się więc perjodycznie. Ale najsłabsze nawet wahania wartości potencjału siatki wzmagają znacznie prądy płynące w obwodzie płytki, wzmagają zatem drgania dochodzące do skutku w obwodzie *CRC*. Drgania w tym obwodzie są nietylko energiczne; podniecane przez impulsy, pochodzące z obwodu siatki, drgania te stają się ściśle perjodyczne, *nie* zanikają. Lampa elektronowa o trzech elektrodach może więc służyć za generator drgań elektrycznych niezanikających, niezbędnych w radjotelefonji, jak o tem wspomnieliśmy w § 104-ym.

W § 5-ym tomu I-go objaśniliśmy wzajemne działanie, które odbywa się, w zwykłym wahadłowym zegarze, pomiędzy wahadłem i kotwicą z jednej strony a kołem wychwytowem i opadającym ciężarem z drugiej. Jeżeli obwód obecny *CRC*, w którym drgania elektryczne dochodzą do skutku, przyrównamy do wahającego się wahadła, obwód siatki musimy uznać za odpowiednik koła wychwytowego; baterja *B* dostarczająca bezzwrotnego prądu gra rolę opadającego ciężkiego ciała w zegarze.



Rys. 189.

Jak powiedzieliśmy, wyobrażenie trójelektrodowej lampy na rys. 188-ym jest schematyczne. W rzeczywistem wykonaniu pasemko (sporządzone z wolframu lub platyny, przykryte niekiedy warstwą strontowego lub barowego tlenku) bywa zazwyczaj otoczone dokoła siateczką wyrobioną z cieniutkiego molibdenowego lub niklowego drutu; siatkę znów obejmuje aluminjowa lub niklowa lub miedziana anoda (poprzednia płytka *P*) zwinięta w kształt walca. Rys. 189 przedstawia model lampy, często używanej w radjotelegrafji i radjotelefonji.

§ 113. Odkrycie promieniotwórczości.

Cząsteczki związków chemicznych składają się z atomów. Jak budowniczy ufa mocy kamieni, belek i cegieł, z których według jego myśli powstają gmachy i domy, podobnie, od mniej więcej stu lat, chemicy, tworząc coraz rozleglejsze i misterniejsze molekularne konstrukcje, nie wątpili nigdy o trwałości ich składników niezłomnych: atomów tlenu, wodoru, węgla, azotu, chloru, wszystkich, krótko mówiąc, t. zw. *chemicznych atomów*. Od stu lat uważano za pewnik, że chemiczne atomy są nieskruszone, że kończy się na nich ludzka zdolność badania i łamania architektury materji. Należy pamiętać o takim sposobie myślenia, opartym na doświadczeniu lat długich, pragnąc zrozumieć wra-

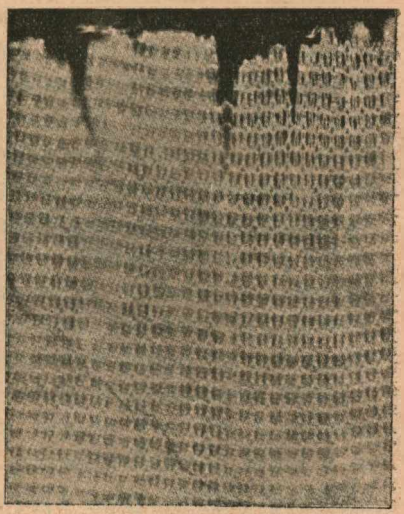
żenie, wywołane w końcu XIX-go stulecia przez odkrycie *promieniotwórczości.* Okazało się nagle, że nie wszystkie chemiczne atomy są proste, niepodzielne, niezmienne. Okazało się, że atom jest ustrojem zawiłym, że jest światem przechodzącym dziwne koleje; że żywot atomu ma pewne granice, ma przepisany okres istnienia. Gdybyśmy dowiedzieli się, że istnieją domy, w których ze ścian, z podłóg, z sufitów, samowolnie, bez żadnej zzewnątrz podniety, od tysięcy lat sypią się niezliczone pociski, zdziwienie nasze byłoby może podobne do uczuć ówczesnych badaczy, postawionych nagle w obliczu faktów promieniotwórczości. Przekonaliśmy się wówczas raz jeszcze, że nauka nie jest nigdy ukończona, zamknięta; że, mimo tylu prac, tylu odkryć, musimy uczyć się wciąż od natury; że będziemy się od niej zapewne zawsze uczyli.

Dnia 24 lutego 1896 roku Henryk Becquerel składa paryskiej Akademji Umiejętności krótką notatkę, w której donosi, że niektóre związki *uranu*, bez żadnej zzewnątrz pobudki, wysyłają promieniowanie szczególnego rodzaju, które wywołuje fluorescencję, ionizuje ciała gazowe, sprawia na kliszy chemiczne reakcje; promieniowanie to przenika z łatwością ciała nieprzezroczyste dla światła jak sukno, gruba tektura lub drewno. O ciałach zachowujących się podobnie jak wspomniane związki uranu, mówimy, że są *promieniotwórcze*; powiadamy, że wysyłają one *promieniowanie Becquerela.* Uran i wszystkie związki uranu są zatem, według Becquerela, promieniotwórcze; okazało się wkrótce, że (z pomiędzy znanych wówczas pierwiastków) również i *tor* jest promieniotwórczy; wszystkie związki toru są promieniotwórcze, podobnie jak związki uranu. Wiemy obecnie, że jeszcze *potas* i *rubid*, choć bardzo słabo, są promieniotwórcze.

Wyobraźmy sobie, że za ilościową miarę promieniotwórczej działalności uranu, toru lub związku uranu albo toru przyjmujemy sprawianą przez ten pierwiastek lub związek ionizację powietrza; możemy przekonać się wówczas, że promieniotwórczość czystego związku uranu lub toru jest ściśle proporcjonalna do zawartej w nim masy promieniotwórczego pierwiastka. Do wysyłania promieniowania Becquerela zdolny jest zatem *tylko sam atom* uranu lub toru; ta jego czynność nie zależy od temperatury, ciśnienia, oświetlenia, od obecności obojętnych cząstek materji (np. molekuł rozpuszczalnika, w którym sól uranową lub torową rozpuściliśmy); ta czynność nie zmienia się nawet, gdy

atom uranu lub toru wchodzi w związek chemiczny. Żadnym więc fizycznym ani chemicznym sposobem nie umiemy wywrzeć wpływu na promieniotwórczą działalność promieniotwórczego pierwiastka; nie możemy jej w niczem dopomóc ani przeszkodzić, nie potrafimy jej wzmocnić ani osłabić ani tembardziej powstrzymać. Wobec zjawisk radioaktywnych jesteśmy dotychczas równie bezsilni jak wobec ruchu słońca, planet i gwiazd na sklepieniu niebieskiem; nie umiemy oddziałać ani na te przepotężne ani na tamte znikome zjawiska.

Badając w r. 1898-ym promieniotwórczość rozmaitych naturalnych minerałów, rodaczka nasza, pani Marja ze Skłodowskich Curie zauważyła fakt zadziwiający: promieniotwórczość niektórych okazów była silniejsza aniżeli, *caeteris paribus*, promieniotwórczość czystego uranu lub toru. Tak zachowywały się zwłaszcza niektóre okazy smołowcowej blendy, podobnie okazy naturalne karnotytu i chalkolitu, chociaż sztuczny chalkolit (fosforan krystaliczny uranu i miedzi), zgodnie ze znaną nam prawidłowością powszechną, okazywał promieniotwórczość normalną, proporcjonalną do zawartości uranu. Nasuwało się domniemanie, że w badanych okazach są obecne drobne ilości nieznanych, mocno promieniotwórczych pierwiastków; udało się rzeczywiście pani Curie (przy pomocy małżonka, zmarłego w r. 1906 ym Piotra Curie) odkryć niebawem takie pierwiastki, z których najważniejszym okazał się *rad* Ra, o masie atomowej 226. Inne jeszcze, ważne radjoaktywne substancje są następujące: *polon* (został odkryty przez panią Curie w r. 1898-ym i nazwany na cześć Polski), *aktyn* (znaleziony przez Debierne'a w r. 1899). *ion* (poznany przez Boltwooda w r. 1907).



Rys. 190.

W t. zw. żarowo-gazowych lampach Auera von Welsbach rozgrzewają się t. zw. *koszulki*, przepojone zazwyczaj związkami toru oraz innych rzadkich pierwiastkow. Rozcinamy taką koszulkę i przygniatamy ją najpierw blaszką wyciętą z najcieńszej folji aluminjowej,

następnie czułą fotograficzną kliszą; wszystko to czynimy w ciemni, jak w zwykłem postępowaniu fotograficznem. Po upływie około 8 dni wywołujemy obraz, wytworzony na kliszy przez promieniowanie toru. Rys. 190 przedstawia zdjęcie otrzymane tym prostym sposobem.

§ 114. Składniki promieniowania Becquerela.

Jak nam wiadomo, promieniowanie Becquerela działa na kliszę fotograficzną; zarazem ionizuje powietrze i inne ciała gazowe. Wykonajmy w tym względzie kilka prostych doświadczeń. Na drodze promieniowania uranu umieśćmy blaszkę aluminjową grubości 0·5 mm; jeżeli *na kliszy fotograficznej* chcemy uzyskać takie samo działanie, jakie otrzymujemy bez blaszki, doświadczenie musi trwać mniej więcej dwa razy dłużej; po przejściu warstwy glinu grubości 0·5 mm, promieniowanie działa przeto na kliszę dwa razy słabiej. Zbadajmy teraz wpływ *ionizujący* promieniowania uranowego, które przesłaliśmy przez warstwy glinu różnej grubości; przy pomocy elektroskopu, jak w § 110-ym, przekonywamy się, czy dane promieniowanie ionizuje powietrze i jak dalece energicznie to czyni. Spostrzegamy, że już po przebyciu warstwy glinu grubości 0·02 mm (25 razy cieńszej niż w doświadczeniu poprzedniem) promieniowanie wysyłane przez uran jest niezdolne do ionizowania powietrza. Nasze wyniki w pierwszej chwili mogą wydać się sprzeczne; możemy je zrozumieć, przypuszczając, że z uranu wybiegają conajmniej dwa różne gatunki promieniowania: jedno, łatwo pochłaniane przez glin, energicznie ionizuje powietrze; drugie, przez glin słabo powstrzymywane, działa wybitnie na kliszę fotograficzną. Takie składniki w promieniowaniu Becquerela odróżnił od siebie po raz pierwszy Sir Ernest Rutherford w r. 1899-ym; nazwał on pierwsze *promieniowaniem* α, drugie *promieniowaniem* β. Tor oraz rad, podobnie jak uran, wysyłają α- oraz β-promieniowanie; polon wytwarza tylko α-promieniowanie.

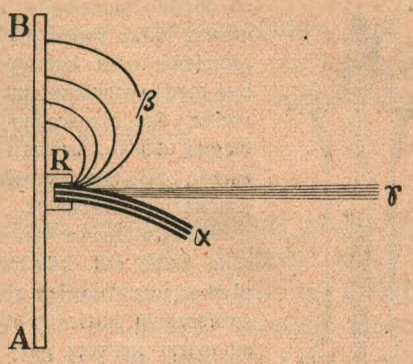
Ołów powstrzymuje skutecznie α- oraz β-promieniowanie; po przebyciu warstwy ołowiu mającej kilka milimetrów grubości, α- a także β-promieniowanie uranu jest tak osłabione, że moglibyśmy je wykryć tylko wyjątkowo wrażliwemi metodami badania. Rad jednak daje początek promieniowaniu, które poznajemy bez trudu nawet i poza grubą ołowianą zasłoną; po przebyciu warstwy ołowiu o grubości 3 cm, promieniowanie idące od paru miligramów bromku radu działa jeszcze ionizująco na powietrze. Takie

nadzwyczajnie przenikające promieniowanie nazywamy *γ-promieniowaniem.*

Powietrze pochłania promieniowanie Becquerela bezporównania słabiej niż czyni to glin, tem bardziej niż ołów, lecz pochłania je niewątpliwie; stosunkowo najbardziej powstrzymuje α-promieniowanie, znacznie słabiej działa na β-promieniowanie, dla γ-promieniowania jest niemal zupełnie przezroczyste.

§ 115. *Istota promieniowania Becquerela.*

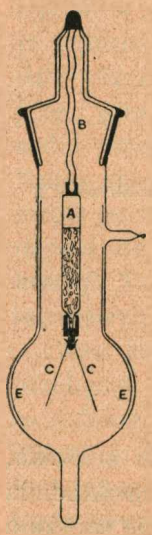
Zjawiska odbywające się w rurze katodowej przypisaliśmy strumieniom rozpędzonych elektronów; promieniowanie Röntgena zaliczyliśmy przeciwnie do objawów prawdziwego promieniowania, z których najlepiej znanym objawem jest światło. Czemże jest promieniowanie wysyłane przez promieniotwórcze substancje? Spostrzegając, iż strumień wody, który tryska w polu ciężkości, zatacza parabolę podobnie jak kamień rzucony, wnosimy, iż woda składa się z cząstek ciężkich, przyciąganych przez ziemię. Gdy obserwujemy, jak zachowywa się strumień katodowy w polu magnetycznem, domniemywamy się analogicznie, z jakich cząstek składa się strumień. Przekonajmy się zatem, czy pole magnetyczne wywiera wpływ na bieg promieniowania Becquerela. Wyobraźmy sobie doświadczenie następujące: w grubościennem naczyńku ołowianem R znajduje się pewna ilość związku radu (rys. 191); z otworu naczynia wybiega wiązka radowego promieniowania. Naczyńko i zawarty w niem promieniotwórczy preparat umieszczamy w silnem polu magnetycznem, którego linje dążą ku nam poziomo, prostopadle do płaszczyzny rysunku. Dzięki działaniu pola składniki promieniowania rozłączają się. Promieniowanie γ biegnie tak samo jak biegło, gdy pole nie było czynne; w najpotężniejszych magnetycznych polach nie zauważono dotychczas skrzywienia lub odchylenia biegu tego promieniowania. Promieniowanie β, za-



Rys. 191

krzywiając się mocno, przebiega po orbitach kołowych, które leżą w płaszczyznie rysunku, prostopadłej do linij pola; porównawszy rys. 191 z ryss. 174, 176 i 179-ym, przekonywamy się, że *kierunek odchylania się promieniowania β w magnetycznem polu jest taki sam, jaki zauważyliśmy w strumieniu katodowym* (§§ 106 i 108). Promieniowanie α zakrzywia i odchyla się również, lecz znacznie słabiej niż β-promieniowanie a przytem *w stronę przeciwną*; biegnie ono w polu magnetycznem po łukach kół, położonych znów w płaszczyznie rysunku ale o bardzo znacznym promieniu. Odwołując się do wywodów §§ 106 i 108-go, powiadamy: *promieniowanie β składa się ze strumieni cząstek niosących na sobie ładunki ujemne; promieniowanie α składa się ze strumieni cząstek niosących na sobie ładunki dodatnie*; promieniowanie γ nie składa się z naładowanych cząstek, musimy zatem przypuszczać, że, jak promieniowanie Röntgena, należy do zjawisk prawdziwego promieniowania. Będziemy wyrażali się odtąd inaczej aniżeli dotychczas; będziemy mówili, że promieniotwórcze substancje wysyłają: cząstki β ujemne, cząstki α dodatnie oraz jeszcze promieniowanie γ.

Przypuśćmy, że *AB* na rys. 191-ym jest fluoryzującym ekranem. Odwracając kierunek linij magnetycznego pola, przerzucamy wówczas świecenie ekranu z góry na dół lub przeciwnie; znosząc pole, niweczymy świecenie. Ponieważ ekran świeci na stosunkowo szerokim obszarze, przeto promienie orbit kołowych zataczanych przez cząstki β muszą być bardzo rozmaite; promieniowanie β jest widocznie *niejednorodne*. Jak zaznaczono na rysunku, cząstki α w powietrzu nie biegną daleko, urywają się nagle; nie dobiegają one zatem ekranu *AB*. Dla jasności rysunku, zakrzywienie orbit cząstek α jest na nim przesadne.



Rys. 192.

Państwo Curie sprawdzili bezpośrednio, że cząstki β wyrzucane przez rad, gdy padają na nienaelektryzowaną metalową płytkę, udzielają jej ujemnego ładunku; cząstki β w tem doświadczeniu muszą poruszać się w niemal doskonałej próżni, albowiem ionizują gazy bardzo energicznie; w gazie niedość rozrzedzonym ładunek płytki znikałby natychmiast.

Wyobraźmy sobie, że pewną ilość radu otoczyliśmy ściankami, które wstrzymują cząstki α, natomiast przepuszczają prawie wszystkie cząstki β; tracąc ładunek ujemny unoszony przez cząstki β, rad musi wówczas przybrać ładunek dodatni. Wniosek ten sprawdzamy w następującem doświadczeniu, które zawdzięczamy prof. Struttowi, dzisiejszemu Lordowi Rayleigh. Rurka szklana *A* (rys. 192) cienkościenna, zawieszona na kwarcowej nici *B*, zawiera preparat radowy; dzięki stosownej powłoce rozpostartej na wewnętrznej powierzchni rurki, preparat ten jest przewodząco połączony

z listkami elektroskopowemi *CC*. Jeżeli w przyrządzie, po za *A*, panuje nadzwyczaj niskie ciśnienie, listki *CC* rozchylają się natychmiast. Dotknąwszy okładek *EE* (sporządzonych z cienkiej metalowej folji i połączonych z ziemią), listki wyładowują się, opadają, poczem zjawisko powtarza się ponownie.

§ 116. Własności cząstek β.

Powróćmy do porównania, którem posłużyliśmy się w artykule poprzedzającym. Mierząc postać paraboliczną, którą w polu ciężkości przybiera strumień cieczy, tryskający z otworu ze znaną prędkością, możemy wyznaczyć wartość ilorazu ciężaru p cząstki wody i jej masy m czyli przyśpieszenie g ciężkości (§ 59 tomu I-go). Badając orbity cząstek β, zataczane w magnetycznem polu, moglibyśmy znaleźć podobnie iloraz ładunku e cząstki i jej masy m; lecz musielibyśmy wiedzieć w tym celu, z jaką prędkością v cząstka ta wybiega z promieniotwórczego atomu. Nie znając prędkości v, poddajemy strumień cząstek β działaniu drugiego jeszcze pola, elektrycznego (§ 108); wyniki znalezione w obu doświadczeniach pozwalają obliczyć wartości zarówno ilorazu e/m jak prędkości v. Takie badania rozpoczął Kaufmann w r. 1901-ym; powtarzano je później niejednokrotnie. Streśćmy najważniejsze wnioski, które z nich wynikają.

(I) Cząstki β wybiegają z promieniotwórczych atomów z prędkościami olbrzymiemi; dostrzegano wartości v dochodzące $2{\cdot}97 \times 10^{10}$ cm/sek. Prędkości cząstek β będziemy odnosili do prędkości c rozchodzenia się światła w próżni

1. $$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm/sek.}$$

Powiemy naprzykład, że największa znana prędkość cząstki β wynosi $0{\cdot}99\,c$; pozostawia ona daleko za sobą prędkość jakichkolwiekbądź innych ruchów obserwowanych na niebie lub ziemi.

(II) Dopóki prędkość cząstki β nie przekracza wartości mniej więcej $0{\cdot}3\,c$, wielkość e/m utworzona z jej ładunku i masy zachowywa wartość

2. $$5{\cdot}3 \times 10^{17} \text{ el.-stat. jedn. ład./gram,}$$

którą okazuje dla katodowych cząstek (§ 108); tak samo zatem jak katodowe cząstki, *cząstki β są swobodnie biegnącemi elektronami.* Z naszych katod nie umiemy jednak wypędzać elektronów z prędkością większą aniżeli mniej więcej $0{\cdot}33\,c$; natomiast natura w niezmiernie misternych swoich przyrządach bezporównania

sprawniej wywiązuje się z podobnego zadania; jak powiedzieliśmy, atom radu ze swego łona wyrzuca elektrony z prędkością dochodzącą do $0{\cdot}99\,c$. Dla cząstek poruszających się z tak ogromną prędkością wielkość e/m nie zachowywa powyższej stałej wartości; im większa jest prędkość v elektronu, tem mniejsza wypada wartość e/m; gdy prędkość v dąży ku wartości c, wielkość e/m zmierza ku zeru. *Masa elektronu zwiększa się, gdy wzmaga się prędkość jego ruchu; masa ta rośnie ponad wszelką wartość skończoną, gdy prędkość elektronu zbliża się do prędkości, z którą światło biegnie w próżni.* Szalony pęd elektronów w radowym β-strumieniu poddaje zasady dynamiki Newtona próbie surowej, której one nie wytrzymują. Dochodzimy tutaj do kresu, u którego masa poruszającego się ciała przestaje być jego cechą niezmienną a tem samem druga zasada Newtona przestaje obowiązywać (por. §§ 35 i 32 tomu I-go). Dochodzimy tutaj do kresu, u którego ustaje wszelki wogóle ruch; jeżeli dla wartości v zmierzających ku c masa poruszającej się cząstki przekracza wszelką skończoną granicę, przeto ruch o prędkości większej niż c oczywiście jest niemożliwy.

Między masą m a prędkością v elektronu zachodzi prosta zależność; przepowiedzieli ją, wychodząc z zasad teorji, Heaviside, Lorentz, Einstein; badania Bucherera i innych fizyków potwierdziły prawdziwość tych przewidywań. Oznaczmy przez m_0 wartość, którą przybiera zmienna m dla $v=0$; tę graniczną wartość nazywamy *masą spoczynkową*. Rozumiejąc, jak wyżej, przez c prędkość światła w próżni, mamy

3. $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Stosunek m/m_0 zwiększa się szybko, gdy stosunek v/c zbliża się ku jedności; przekonywamy się o tem z następującego zestawienia:

$\frac{v}{c}=$	0·40	0·50	0·80	0·900	0·990	0·999
$\frac{m}{m_0}=$	1·09	1·15	1·66	2·29	7·09	22·37

Wartość, którą podaliśmy wyżej pod (2), wyraża oczywiście wartość graniczną e/m_0 ilorazu ładunku i masy elektronu; iloraz e/m zależy od v, jak obecnie wiemy.

Stojąc na stanowisku teorji elektronów, można zrozumieć, dlaczego masa poruszającej się, naładowanej cząstki musi zależeć od prędkości ruchu. Biegnący w próżni elektron roztacza dokoła elektryczne i magnetyczne pole; ażeby wytworzyć energję tych pól, musi ronić część własnej swej energji. Wszystko zatem tak się odbywa, jak gdyby elektron w swym ruchu doznawał oporu, jak gdyby okazywał bezwładność, jak gdyby obdarzony był masą. Masa elektronu

jest tylko *pozorna* i wynika z oddziaływania nań jego pól; nietrudno zrozumieć, że taka pozorna masa może wzmagać się, gdy prędkość ruchu się zwiększa.

§ 117. Własności cząstek α.

Jak wiadomo z § 115-go, cząstka α, naładowana dodatnio, znacznie słabiej poddaje się działaniu magnetycznego pola aniżeli cząstka β; dlatego znacznie jest trudniej znaleźć dla cząstki α wartość ilorazu e/m jej ładunku i masy oraz prędkość v wyznaczyć, z którą taka cząstka wybiega z promieniotwórczego atomu. Znamy jednak wartości te w przybliżeniu. Mamy naprzykład dla pewnych α-cząstek pochodzących z radu:

1. $(e/m)_\alpha =$ około $1{\cdot}45 \times 10^{14}$ el.-stat. jedn. ład./gram

2. $v_\alpha = 0{\cdot}192 \times 10^{10}$ cm/sek $= 0{\cdot}064\, c$

ale dane te, zwłaszcza zaś pierwsza, są przybliżone. Porównajmy (1) z wartością ilorazu $(e/m)_H$ elektrolitycznego kationu wodorowego, którą przytoczyliśmy w § 108-ym a także z utworzoną dla cząstki β wartością tegoż ilorazu (§ 116); powiadamy, iż w przybliżeniu

3. $$\left(\frac{e}{m}\right)_\alpha = \text{około } \tfrac{1}{2}\left(\frac{e}{m}\right)_H = \text{około } 0{\cdot}0003 \left(\frac{e}{m}\right)_\beta .$$

Dopóki nie znamy ładunku cząstki α, możemy tylko domniemywać się, że masa tej cząstki jest znacznie większa niż masa cząstki β; być może, iż jest wielkością rzędu masy atomu wodoru.

Już w r. 1902-im Rutherford i Soddy odgadli, że cząstka α jest (pozbawionym niektórych elektronów, dlatego dodatnio naładowanym) *atomem helu*, owego słynnego pierwiastka, który, odkryty na słońcu w r. 1868-ym przez Janssena i Lockyera, dopiero w r. 1895-ym przez Sir Williama Ramsaya odnaleziony został na ziemi. Innemi słowy, mamy według Rutherforda i Soddy'ego:

4. $$m_\alpha = 4\, m_H;$$

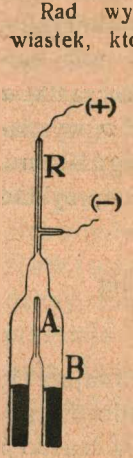
ze związku (3) otrzymujemy wówczas

5. $$e_\alpha = 2\, e_H;$$

cząstka α jest więc resztą, która pozostaje z normalnego atomu helu, gdy odłączyły się odeń dwa elektrony. Powiadamy inaczej: *cząstka α jest jądrem helowem, podwójnie dodatniem*, tak zwanym *heljonem*. Jeżeli cząstka α, biegnąc przez materjalny ośrodek,

potrafi pochwycić dwa elektrony i przywiązać je do siebie, staje się napowrót normalnym (obojętnym) atomem helu. Jak niżej powiemy, przypuszczenie Rutherforda i Soddy'ego jest dziś potwierdzone ponad wszelką wątpliwość.

Rad wytwarza t. zw. *emanację radową*, czyli promieniotwórczy pierwiastek, który w temperaturze pokojowej i pod atmosferycznem ciśnieniem jest ciałem gazowem; przy tej przemianie jedna cząstka α uchodzi z atomu radu. Rozpadając się dalej, emanacja wytwarza nową promieniotwórczą substancję, przyczem nowa cząstka α zostaje wydalona. Wyobraźmy sobie szklaną rurkę *A* (rys. 193); grubość jej ścianek wynosi mniej niż 0·01 mm. Do takiej rurki Rutherford i Royds wprowadzili pewną ilość gazowej emanacji radu. Cząstki α, wyrzucane z atomów z olbrzymią prędkością, przebiegają ściankę szklaną nawskróś, lecz nie nadwerężają jej całości, nie wyrywają w ściance otworów, jak uczyniłyby to ziarenka wystrzelonego śrutu; ta sama szklana ścianka, która, jak sito, swobodnie przepuszcza cząstki α, stanowi nieprzebytą zaporę dla atomów emanacji, grubszych i masywniejszych a przytem bezporównania powolniej biegnących. W części *B* przyrządu oraz w rurce *R* pojawiają się więc cząstki α; jest ich tam wkrótce tyle, że można wykryć obecność w *R* zwykłego helu sposobami t. zw. *analizy widmowej*, której zasady poznamy w nauce optyki. Że z emanacji radu samowolnie i niepowstrzymanie, choć bardzo powoli, wytwarza się hel, wiedziano o tem już od r. 1903-go, gdy Ramsay i Soddy fakt ten odkryli, udawadniając (po raz pierwszy w dziejach chemji), że pierwiastek chemiczny może przeradzać się w inny pierwiastek.



Rys. 193.

Sztucznie zwiększając liczbę ionów tworzonych przez α-cząstki (tak iż można było obserwować ionizujące działanie jednej) Rutherford i Geiger zdołali *porachować* cząstki α wysyłane przez rad. Dzieląc łączny ładunek cząstek przez ich liczbę, doszli do wniosku, że ładunek jednej cząstki α wynosi około $9{\cdot}4 \times 10^{-10}$ el.-stat. jednostek; wynik ten zgadza się dobrze z podwójną wartością ładunku jednego elektronu (§ 111).

Z doświadczeń Rutherforda i Geigera, o których wspomnieliśmy, wynikało, że gram radu wyrzuca rocznie $1{\cdot}073 \times 10^{18}$ cząstek α. Późniejsze badania (Rutherforda, Lawsona i Hessa, Geigera i Wernera) prowadzą do liczb nieco wyższych; możemy przyjąć za prawdopodobne, że gram radu wytwarza rocznie $1{\cdot}110 \times 10^{18}$ cząstek α. Wiemy jednak skądinąd, jaką ilość helu wydziela rad rocznie; na zasadzie pomiarów Dewara oraz Rutherforda i Boltwooda powiadamy, że gram radu wytwarza w przeciągu roku ilość helu, która, zmierzona w 0°C i pod ciśnieniem 1 atmosfery, zajęłaby objętość 40 mm³. Przekonaliśmy się w § 45-ym, że 1 cm³ gazu doskonałego, w 0°C i pod ciśnieniem 1 atmosfery, zawiera liczbę $2{\cdot}71 \times 10^{19}$ molekuł; ponieważ molekuła helu składa się z jednego atomu, przeto gram radu rodzi rocznie $1{\cdot}084 \times 10^{18}$ atomów helu. Zgodność powyższych wyników liczby cząstek α oraz liczby atomów helu, wytwarzanych przez rad, świadczy o prawdziwości hypotezy, według której cząstka α jest jądrem helowego atomu.

Oznaczajmy przez e, jak zwykle, bezwzględną wartość ładunku jednego elektronu. Z badań Hendersona i Rutherforda dowiedzieliśmy się w ostatnich czasach, że cząstka α, gdy biegnie przez materjalne ośrodki, może chwytać i wiązać niekiedy dwa, niekiedy jeden tylko elektron; istnieją wówczas w ośrodku trzy gatunki cząstek He: zwykłe cząstki α, obdarzone ładunkiem dodatnim $2e$, cząstki mające ładunek dodatni e, wreszcie wcale nienaładowane, obojętne atomy helu. Jak zobaczymy, cząstka α przez długie pasmo stuleci może przebywać w łonie promieniotwórczego atomu. Gdy nagły kataklizm uwolnił cząstkę, jest swobodna i pędzi przed siebie, lecz ten okres swobody trwa tylko przez drobny ułamek sekundy; przez krótką tę chwilę cząstka wiele tysięcy razy zyskuje i traci i znów łowi i gubi przypadające jej dwa elektrony.

Porównajmy bieg cząstek α i cząstek β w polu magnetycznem. Według równania (3) § 108-go promień r orbity kołowej, którą w polu H zatacza cząstka obdarzona ładunkiem e, wynosi mv/eH. Posługując się znanemi wartościami prędkości v oraz wielkości e/m, stosującemi się do cząstek α i β, przekonywamy się, że promień r orbity zataczanej przez cząstkę α jest około 234 razy dłuższy niż promień orbity, po której w tem samem polu biegnie cząstka β. Pojmujemy teraz, dlaczego, w danem polu, orbity cząstek α są bezporównania mniej zakrzywione niż tory cząstek β.

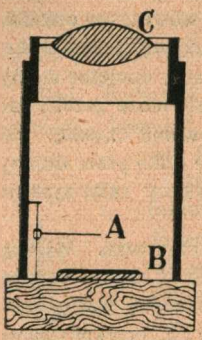
Poruszając się z prędkością v, ciało o masie m okazuje kinetyczną energję $\frac{1}{2}mv^2$; stosunek tej energji do masy ciała wynosi $\frac{1}{2}v^2$; wyrażenie $\frac{1}{2}v^2$ możemy więc nazwać *gęstością* kinetycznej energji. Jeżeli cząstka α biegnie z prędkością $0{\cdot}2 \times 10^{10}$ cm/sek, gęstość jej kinetycznej energji wynosi 2×10^{18} cm^2/sek^2, jest zatem około 400 miljonów razy większa niż gęstość kinetycznej energji kuli wystrzelonej z karabinu. Tak nadzwyczajne skoncentrowanie energji na maleńkich cząstkach ułatwia zrozumienie ich wyjątkowych własności.

Już w r. 1903-im odkryli Curie i Laborde, że preparaty radu nieustannie wydzielają ciepło; z późniejszych pomiarów wiadomo, że 1 gram radu wytwarza w ciągu godziny około 25·1 kaloryj. Podobnie zachowują się inne promieniotwórcze substancje. Ale to wydzielanie ciepła jest tylko wtórnem, ubocznem zjawiskiem; niemal cała uwalniana ilość ciepła jest równoważnikiem kinetycznej energji cząstek α, które zatrzymują się w łonie promieniotwórczej substancji; odbierana cząstkom kinetyczna energja zamienia się w ciepło.

§ 118. Scyntylacje. Tory cząstek alfa.

Promieniowanie Becquerela, jak wiemy, pobudza do fluorescencji niektóre związki, np. blendę Sidota (siarczek cynku, Zn S). Skutek ten sprawiają niemal wyłącznie cząstki α; przekonywamy się o tem, umieszczając na drodze promieniowania, pomiędzy jego źródłem a fluoryzującym ekranem, blaszkę glinu wystarczającą do powstrzymania α-cząstek (§ 114). Wyobraźmy sobie, że płytkę B (rys. 194) pokryto cienką warstewką blendy Sidota i że zbliżono do niej igłę A, na której końcu znajduje się ślad radowego preparatu; powierzchnia B jarzy się wówczas mdłem

światłem fluorescencyjnem. Przyglądajmy się powierzchni *B*, w zupełnej ciemności, przez szkło *C* silnie powiększające; przekonywamy się, że niecała powierzchnia *B* błyszczy jednostajnie; dzieje się tutaj coś całkiem innego. To tu, to ówdzie na powierzchni *B*, rozsypane bezładnie, pojawiają się co chwila drobne punkciki świecące; jak «spadające gwiazdy» na sklepieniu niebieskiem, punkciki te przez mgnienie oka jaśnieją i gasną natychmiast. Takie przebłyski, wywoływane przez cząstki α na fluoryzującym ekranie, nazywają się *scyntylacjami*; odkrył je Sir William Crookes, któremu zawdzięczamy też pomysł prostego przyrządu przedstawionego na rys. 194-ym, t. zw. *spintaryskopu*.



Rys. 194.

Nieustannie uderzając o blendę, cząstki α po niejakim czasie przegryzają jej cienką warstewkę i czynią ją do świecenia niezdolną; lecz jeśli zużytą blendę zastąpimy świeżą, scyntylacje rozpoczynają się znowu, z biegiem czasu nie słabnąc. Widomym tym znakom, któremi α-cząstki dają nam bezpośredni dowód swojej sprawności, powinniśmy przyglądać się z największym podziwem. Przeminiemy wszyscy, którzy dostrzegamy dziś scyntylacje, znikną nasi następcy i następcy naszych następców, przejdą stulecia, zanim wyczerpie się odrobina radu umieszczona na końcu igły spintaryskopu, zanim z łona swego przestanie wyrzucać helowe pociski.

Przypuśćmy, że pewna ilość radu wysyła cząstki α, które, padając na ekran fluoryzujący, wywołują w nim scyntylacje. Z doświadczeń nad ionizującem działaniem cząstek α wiadomo, jak powiedzieliśmy w § 117-ym, ile takich cząstek w przeciągu np. godziny wysyła np. 1 gram radu. Lecz, z drugiej strony, można bez trudności porachować przebłyski, które pewna ilość radu sprawia w pewnym odstępie czasu, można zatem obliczyć liczbę scyntylacyj, które 1 gram radu wywołałby w przeciągu godziny. Wymienione dwie liczby: liczbę cząstek α wyrzucanych przez gram radu w przeciągu godziny i liczbę scyntylacyj wytwarzanych przez tę samą ilość radu w tym samym okresie czasu, porównali ze sobą po raz pierwszy Rutherford i Geiger w r. 1908-ym. Wynik był zadziwiający: obiedwie liczby wypadły sobie *równe*. Każda zatem cząstka α, która uderza o blendę, sprawia scyntylacje i każda sprawia jednę scyntylację; rachując scyntylacje, liczymy zarazem cząstki α. Pewne warunki, tyczące się energji cząstek oraz budowy warstwy fluoryzującej, winny być zachowane, ażeby ważny ten wynik nie został zakłócony.

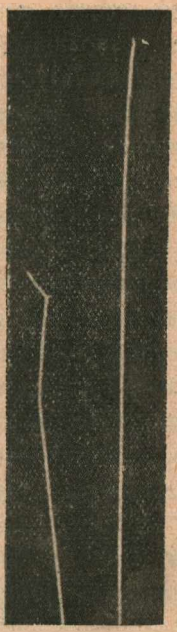
Biorąc na uwagę niezmierną wrażliwość ludzkiego organu wzroku na świetlne pobudki, pojmujemy, że pośrednio możemy *zobaczyć* uderzenie cząstki α o ekran fluoryzujący. Masa cząstki α jest 4 razy większa niż masa atomu wodoru, którą obliczyliśmy w § 45-ym; przyjmując wartość (4) podaną w przytoczonym arty-

kule i zakładając, że cząstka α porusza się z prędkością $0{\cdot}2 \times 10^{10}$ cm/sek, przekonywamy się, że energja kinetyczna cząstki α wynosi około $1{\cdot}3 \times 10^{-5}$ erga. Nawet drobna część tej energji, zamieniona przez scyntylację na świetlną energję, przenikając do naszego oka w nadzwyczaj krótkim czasie trwania scyntylacji, przewyższa wielekroć razy granicę *minimum visibile*.

Wiadomo jest dzisiaj, że wypędzone przez rad pewne cząstki α przebiegają w atmosferycznem powietrzu około 7 cm, w temperaturze pokojowej, zanim ich kinetyczna energja tak dalece się zmniejszy, iż cząstki już nie potrafią ionizować napotykanych gazowych molekuł; jednakże na długości tej drogi (tego, jak powiadamy, charakterystycznego *zasięgu*) cząstka α ionizuje około 237000 molekuł; dopiero po dokonaniu tak znacznej pracy działalność cząstki ustaje.

Jak wiadomo z § 111-go, wytworzone w gazie iony stają się łatwo zarodkami, koło których para wodna, w przesyconej nią atmosferze, skrapla się chciwie. Wyobraźmy sobie, że cząstka α

Rys. 195.



Rys. 196.

Rys. 197.

porusza się w takim ośrodku gazowym, nadmiernie wilgotnym; na ionach, które ona wytwarza, osiadają natychmiast maleńkie wodne kropelki. Na kliszy fotograficznej można uchwycić znikome wodne skupienia tworzące się wzdłuż przebiegu cząstki α, oświetlając i fotografując je błyskawicznie, zanim iony, przez dyfuzję lub przez konwekcję, zdążą odbiec od linji przebiegu.

Takich zdjęć fotograficznych dokonał, po raz pierwszy, fizyk angielski C. T. R. Wilson w r. 1912-ym. Na ryss. 195 i 196-ym przytaczamy dwie z pomiędzy fotografij Wilsona; na rys. 197-ym podajemy dla porównania fotografję otrzymaną, gdy przez gaz, przesycony parą wodną, przebiega wiązka promieniowania Röntgena; wiązka ta, jak widzimy, z otaczających molekuł wyzwala elektrony, które, rozpraszając się dokoła, gromadzą na sobie wodne kropelki. Piękne te obrazy są naocznym dowodem udoskonalenia, do którego, w badaniu ustroju materji, doprowadzone dziś zostały metody naukowe.

§ 119. Budowa atomu; sztuczna promieniotwórczość.

Jak wiadomo z § 117-go, cząstki α mogą nawskróś przebiec cienką ściankę szklaną, nie uszkadzając jej wcale, tak iż pozostaje przegrodą nieprzenikliwą dla zwykłych molekuł gazowych. Sir Ernest Rutherford oraz inni uczeni wyjaśnili w ostatnich czasach, jak odbywa się spotkanie cząstki α z atomami materji. Wyobraźmy sobie nadzwyczaj ostrą, nierozbieżną wiązkę pędzących cząstek α; ich tory tworzą nadzwyczaj cienki snop równoległych promieni. Dopóki cząstki mkną w próżni, biegną prostolinjowo, wiązka zatem zachowywa pierwotną swą postać; lecz skoro napotka po drodze warstewkę złota lub glinu, warstwę wodoru albo azotu, rozszerza i rozpościera się zaraz. Z rozbioru takich spostrzeżeń Rutherford wyprowadził wniosek, iż *cząstka* α, choć sama przez się jest masywnym materjalnym pociskiem, *najczęściej* (lecz jednak niezawsze) *przebiega swobodnie poprzez materjalne atomy*. Gdy naprzykład porusza się w warstwie metalicznego glinu, cząstka α przecina dziesiątki tysięcy atomów Al, zanim jej kinetyczna energja wyczerpie się w tych spotkaniach. Chemiczne atomy muszą zatem mieć budowę szeroko otwartą, podobnie jak układ słoneczny, przez który, bez wielkich zaburzeń, mogłaby przebiec bryła obca, ożywiona ogromną prędkością. Według hypotezy, wypowiedzianej przez Rutherforda, rozwiniętej następnie przez Niels Bohra w Kopenhadze i innych uczonych, atom składa się z maleńkiego, masywnego, nadzwyczaj w sobie skupionego, dodatnio naładowanego *jądra* oraz z krążących dokoła niego, znacznie większych, luźniejszych elektronów, niosących na sobie ładunki ujemne. Jeżeli N jest liczbą elektronów zawartych w atomie, łączna suma

ich ujemnego ładunku ma wartość bezwzględną Ne; w normalnym (niezionizowanym) atomie jądro musi być obdarzone tym samym dodatnim ładunkiem Ne. Liczba N elektronów krążących dokoła jądra jest zatem równa liczbie niezobojętnionych jednostek e zawartych w ładunku jądra; ta liczba N, jak dziś wiemy, jest najważniejszą cechą chemicznego pierwiastka. Najprostszym atomem chemicznym jest atom wodoru, w którym $N = 1$; drugim z kolei jest atom helu, dla którego $N = 2$. Atom litu zawiera 3 elektrony, atom glinu 13, atom srebra 47, atom złota 79 elektronów. Najzawilsze są promieniotwórcze atomy: atom Em (emanacji radu) liczy 86 elektronów, atom Ra 88, atom Ac 89, atom Th 90, atom Ur zawiera 92 elektrony; nie znamy atomu, który mieściłby więcej niż 92 elektrony.

Gdy spotyka obcy atom, cząstka α, w przeważającej większości przypadków, wpada do luźnego tego układu i wypada zeń zaraz, nie sprawiając zmian głębokich i trwałych; wydarza się jednakże *niekiedy*, że cząstka α trafia celniej rdzenny szkielet atomu i wstrząsa go silniej. W najnowszych czasach Rutherford udowodnił, że, pod wpływem takich wyjątkowych uderzeń, w jądrach niektórych atomów (o ile dotychczas wiadomo, w jądrach boru, azotu, fluoru, sodu, glinu, fosforu) wydarzają się nagłe wybuchy, przyczem nowe cząstki, *nie* α cząstki, wybiegają z atomu z olbrzymią prędkością. Te nowe cząstki wywołują znów scyntylacje, ionizują gazy, obdarzone są również dodatniemi ładunkami; ich masy są 4 razy mniejsze niż masy cząstek α. Niema już dziś wątpliwości, że cząstki te są *wodorowemi jądrami*; nazywamy je *protonami*.

Wyobraźmy sobie, że rwący potok cząstek α płynie przez zwykły glin metaliczny; przez atom glinu przebiega średnio około miljona cząstek bez zawichrzenia atomu, jedna na miljon wywołuje wyżej opisany, wyjątkowy kataklizm. Lecz gdy wydarzy się owa eksplozja, wybiegający z atomu wodorowy proton miewa zazwyczaj *więcej* kinetycznej energji aniżeli heljonowa cząstka, która go uwolniła z uwięzi; skąd wnosimy, że cząstka α nie rozbija, nie kruszy uderzeniem atomu, lecz raczej wszczyna w nim katastrofę, że (jak iskra w prochowni) *wyzwala* w nim wybuch. Szczególną jest przytem okolicznością, że pękające w takich warunkach atomy mają wszystkie niewysoką, zawsze nieparzystą liczbę elektronów:

dla atomów:	B	Az	Fl	Na	Al	Ph
liczba $N =$	5	7	9	11	13	15

Sąsiednie atomy, w których liczba N jest parzysta, np. węgiel C ($N = 6$), tlen O ($N = 8$), neon Ne ($N = 10$) i t. d., nie tryskają, pod gradem cząstek α, strumieniem protonów.

Zadziwiającemi temi odkryciami Rutherford otwiera przed nami nową, najnowszą dziedzinę zjawisk natury: *sztuczną promieniotwórczość*. Wielkie, zawiłe, masywne, widocznie nietrwałe atomy: Em, Ra, Ac, Th, Ur samowolnie strzelają heljonowemi strzałami; małe, stosunkowo proste i trwałe atomy, dopiero pod ulewą takich pocisków, rozsadzone odwewnątrz, sypią gradem protonów. Owe wyrzucane pociski, heljony, protony, przynoszą nam wieści z niedostępnego i mało jeszcze znanego nam świata: z zarodzi materji, ze szkieletu atomów, z ich *jąder*; niezmierna energja, którą stamtąd przynoszą, świadczy o straszliwych, ukrytych i zmagających się siłach.

§ 120. Promieniotwórcze przemiany.

Wiemy, że atom promieniotwórczy jest układem nietrwałym; wcześniej lub później, każdy taki atom przeobraża się, wyrzucając ze swego łona elektron (cząstkę β) lub heljon (cząstkę α); powstaje wówczas atom innej substancji. Atom uranu naprzykład, t. zw. Ur I, po kilku wybuchach, może utworzyć atom ionu Io, który, oddaliwszy cząstkę α, przemienia się w atom radu Ra; atom Ra z kolei, znów wypędziwszy cząstkę α, staje się atomem emanacji radowej EmRa, który również przekształca się dalej; polon (RaF) jest jednem z późniejszych ogniw dziwnego tego łańcucha, t. zw. *rodziny uranu i radu*; jej bocznem, jak się zdaje, rozgałęzieniem jest *rodzina aktynu*; jak przypuszczamy obecnie, tak zw. Ur II jest w rodzinie uranu i radu ogniwem, z którego wybiega rodzina aktynu. Osobną, równoległą rodzinę stanowi, o ile dotychczas wiadomo, *rodzina toru*. Ostatnimi niejako potomkami tych rodzin są różne dziś znane ołowie, t. zw. *izotopy* ołowiu. Każdy więc atom promieniotwórczy istnieje tylko przez pewien okres czasu; każdy powstaje w chwili przewrotu, który kres życiu poprzednika położył. Atom promieniotwórczy utworzony zostaje na czas ułamka sekundy lub pasma stuleci; wcześniej czy później ginie w ponownym wybuchu, pozostawiając po sobie najbliższego w szeregu następcę.

Jak długo trwa *przeciętny* żywot *atomu radu*? Obliczmy przedewszystkiem, ile atomów zawiera 1 gram tego pierwiastka. Masa atomu radu jest 226 razy większa niż masa atomu wodoru; tę ostatnią zaś obliczyliśmy wyżej w § 45-ym. Dochodzimy zatem do wniosku, że masa atomu radu wynosi $3{\cdot}756 \times 10^{-22}$ gr; a więc

gram radu zawiera $2{\cdot}662 \times 10^{21}$ atomów. Wiemy jednak z § 117-go, że w gramie radu rozpada się rocznie $1{\cdot}110 \times 10^{18}$ atomów. Dzieląc pierwszą liczbę przez drugą, otrzymujemy, jako przeciętny okres T istnienia atomu radu, wartość

1. $$T = 2397 \text{ lat.}$$

Jedne atomy radu mogą żyć krótko, inne bardzo długo; wartość (1) jest tylko *średnią* długością żywota atomu. Ziarenko radu, ważące gram jeden, zawiera tłum nieprzejrzany atomów; gdyby w tym tłumie każdy atom Ra istniał przez 2397 lat i gdyby regularnie co 3×10^{-11} sekundy ginął jeden atom, wszystko odbywałoby się *dla nas* tak właśnie, jak spostrzegamy.

Według nowszych, inną drogą wykonanych obliczeń średni czas T istnienia atomu radu wynosi 2322 lata. Dla niektórych innych promieniotwórczych substancyj przytaczamy średnie czasy T istnienia atomu:

Ur I: $6{\cdot}3 \times 10^9$ lat; Th: 23×10^9 lat

Em Ra: 5·55 dni; Em Ac: 5·6 sekundy.

Ra F (polon): około 200 dni.

Istnieją, jak się zdaje, promieniotwórcze atomy, których średnie okresy istnienia T są rzędu 10^{-6} a nawet 10^{-11} sekundy.

Gram radu wydziela rocznie energję równoważną 220000 kalorjom (§ 117). Przypuśćmy, że gram radu żyje przez 2397 lat; zanim całkowicie zostanie przeobrażony, musi on oddać energję równoważną 528 miljonom kaloryj. Ażeby uzyskać tę samą liczbę kaloryj, musielibyśmy spalić 64·4 kg węgla (por. § 109 tomu II-go); w równej więc masie rad ogrzewa 64400 razy energiczniej niż płonący węgiel. W stosunku do swojej masy, ziarenko radu jest bezporównania hojniejszem źródłem energji niż lampa, ognisko lub którekolwiek w przestworzu rozżarzone słońce. Gdyby tylko miljonowa część masy naszego słońca składała się z atomów radu, jego dzisiejsza promienista działalność byłaby wytłumaczona.

W łonie promieniotwórczych atomów są zatem ukryte niezmierne zasoby energji. Ale takie atomy są i muszą być rzadkie. Są to ostatni, jeszcze żywi i czynni świadkowie straszliwego twórczego procesu, który kiedyś, w mrocznej dla nas epoce, dźwigał grube zręby obecnego ustroju natury. Inne atomy, cała reszta dzisiejszej materji, to zapewne tylko odpadek, tylko rumowisko i próchno pozostałe po owem tytanicznem zjawisku.

Lecz i te prostsze atomy, jak poczynamy domniemywać się dzisiaj (§ 119), mogą zawierać niespodziewane skarby energji. Wiemy bardzo mało dotychczas o istotnej naturze jąder w atomach; zaledwie dowiedzieliśmy się o obecności i roli tego rdzenia wszelkiej materji; zaledwie zaczynamy przenikać dziwne jego tajemnice. Co przyniesie pokoleniom następnym dalszy rozwój naukowego badania? Czy rozplątanie zagadek, których dopiero domyślamy się dzisiaj, nie będzie dla nich warunkiem zachowania życia na ziemi? Na te i podobne pytania niepodobna jest nam odpowiedzieć.

ROZDZIAŁ DZIEWIĄTY.

O świetlnych zjawiskach.

§ 121. Światło; źródła światła.

Widzimy! każdemu wiadomo, jakie niezmierne bogactwo wrażeń jest tym wyrazem objęte. Gdy zamykamy oczy, znikają położenia i odległości przedmiotów, ich zarysy i kształty, znikają połyski i blaski, znikają barwy i ich niezliczone odcienie; świat traci nietylko rozmaitość i jasność lecz niejako swoją głębokość, poznajemy wówczas niemal wyłącznie jego powierzchnię: otoczenie nasze najbliższe. Przestrzeń badamy przedewszystkiem wzrokiem; dzięki jego wskazówkom wiemy, co niemal jednocześnie dzieje się w różnych miejscach. Wzrok ostrzega nas i prowadzi, on nami w każdej czynności kieruje, bezporównania subtelniej niż gruby zmysł dotyku, poza którego zakres wybiega swobodnie. Wzrok obejmuje góry i morza, sięga nad chmury, przemierza niebiosa, w których nieoczekiwane, niepojęte światy odkrywa.

Światłem nazywamy coś od nas niezależnego, co poza nami dzieje się i jest czynne, coś, czego istoty domniemywamy się tylko, czego jednak objawy i prawa możemy poznawać; coś tajemniczego, co jest podnietą naszych wrażeń wzrokowych. Odwracając niejako to zdanie, możemy powiedzieć, że nasz organ wzrokowy jest *detektorem* światła, podobnie jak rezonator Hertza jest detektorem elektromagnetycznego falowania, jak ekran zdolny do fluorescencji albo klisza fotograficzna jest detektorem promieniowania Röntgena. Światło jest zdumiewającem, *objektywnem* w naturze zjawiskiem, któremu odpowiada niemniej zdumiewający fakt *subjektywny*, nasze *wrażenie widzenia.*

Jak powszechnie wiadomo, światło przybywa do nas z pewnych źródeł, z pewnych ciał materjalnych, o których mówimy, że samoistnie *świecą*, że wysyłają czyli *emitują* światło. Najważniejszem źródłem światła jest dla nas słońce. Istnieją, jak wiadomo,

rozmaite jeszcze inne źródła światła np. t. zw. gwiazdy stałe, błyskawice, płomienie, ciała stałe silnie rozgrzane (np. włókienko lampki żarowej), łuk elektryczny, wyładowania elektryczne w gazach rozrzedzonych, substancje fluoryzujące i t. p. Jeżeli ciało samoistnie nie świeci, nazywamy je *ciemnem*. Ciała ciemne widzimy tylko wówczas, gdy są *oświetlone*; wówczas widocznie odsyłają nam conajmniej część światła, które skądkolwiekbądź otrzymują. Czy ciało wysyła światło, czy go nie wysyła, zależy to naogół od stanu, w którym znajduje się ciało; platynowy drucik lub kula żelazna, dopóki są chłodne, nie świecą; silnie rozgrzane *żarzą się* (jak mówimy) t. j. dają początek światłu znacznego natężenia.

W powietrzu, w helu, w wodorze, w wielu innych gazach światło szerzy się swobodnie; przebiega również, napozór bez zmiany, przez warstwę ciekłej wody lub alkoholu, przez szybę szklaną i niektóre inne stałe substancje (np. lód), nie może jednak przebyć nawet niegrubej blachy żelaznej, miedzianej lub ołowianej. Powiadamy, że ciała bywają *przezroczyste* lub *nieprzezroczyste*; o nieprzezroczystych ciałach mówimy, że nie przepuszczają światła, że je odrzucają (czyli *odbijają* albo *rozpraszają*) lub jeszcze *pochłaniają* i *przeobrażają*, jak o tem w dalszym ciągu szczegółowiej powiemy.

§ 122. Punkt świecący.

Rzeczywiste źródło światła musi mieć pewne skończone rozmiary, pewną postać, pewną objętość. Rozmiary np. nitki lub siatki świecącej w lampce żarowej, rozmiary płaskiego lub cylindrycznego płomienia lampy acetylenowej lub naftowej bywają stosunkowo dość znaczne; silniej skupione jest zwykle światło elektryczne łukowe, które wybiega często z niewielkiego obszaru. Czy możemy utworzyć źródło światła, którego rozmiary byłyby nadzwyczaj małe? Wyobraźmy sobie zasłonę nieprzezroczystą, w której pozostawiono bardzo drobny otwór; oświetlony przy pomocy silnego źródła światła, otwór ten, dla dziedziny leżącej po przeciwnej niż źródło stronie zasłony, stanowi nowe źródło świetlne, rozległości nieznacznej. Przypuśćmy, że rozmiary pewnego źródła świetlnego są tak znikomo małe, iż możemy je zaniedbać w stosunku do odległości, w której badamy biegnące z niego światło; takie źródło w nauce optyki nazywamy, przez

skrócenie, *punktem świecącym.* Gwiazdę stałą na niebie świecącą możemy naprzykład poczytywać za punkt świecący; jakkolwiek rozmiary gwiazdy są olbrzymie w stosunku np. do średnicy ziemi, są jednak niezmiernie małe w porównaniu do odległości, z której przyglądamy się gwieździe. Obraz słońca, tworzący się na powierzchni małego kulistego zwierciadła (np. szklanego kulistego naczyńka wypełnionego rtęcią) możemy również, w wielu razach, uznawać za punkt świecący. Rozciągłe źródło światła (np. włókno lampki żarowej lub oświetloną szczelinę nieprzezroczystej zasłony) poczytujemy za zbiór znacznej liczby punktów świecących.

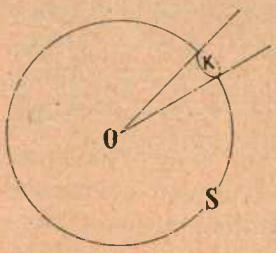
§ 123. Prostolinjowy bieg światła.

Przypuśćmy, że świecący punkt O znajduje się w ośrodku jednolitym i przezroczystym; za taki ośrodek możemy zwykle uważać np. powietrze wypełniające wnętrze pokoju. Umieszczony w punkcie M obserwator dostrzega światło wysyłane przez O. Światło wybiega więc z O, dobiega do M; po jakim torze porusza się pomiędzy punktami O i M? Z najpospolitszych doświadczeń wnosimy, że *w jednolitym ośrodku tory światła zawsze są proste*; pomiędzy punktami O i M torem światła jest linja prosta OM. Taki prosty tor światła nazywamy w optyce *świetlnym promieniem.*

Wiemy istotnie, że przedmiot nieprzezroczysty wówczas (i tylko wówczas) zasłania punkt świecący O, gdy przecina prostą łączącą O z okiem. Patrząc przez rurę prostą i długą, widzimy to tylko, co leży w przedłużeniu jej osi. Gdy wyciągamy rękę, znajdujemy zwykle przedmiot tam, gdzie go widzimy; zmysł dotyku zgadza się naogół z wnioskami, które wyprowadzamy z wrażeń wzrokowych, bezwiednie ufając twierdzeniu o prostolinjowej postaci świetlnych promieni. Gdy z łuku lub strzelby mierzymy do celu, gdy posługujemy się metodą odczytywania skali w zwierciedle, opisaną w § 67-ym, gdy w geodetycznych pomiarach odwołujemy się do pomocy lunety, gdy z astronomicznych spostrzeżeń wnosimy o ruchu brył niebieskich w przestworzu wszechświata, polegamy na słuszności zasady o prostolinjowym sposobie rozchodzenia się światła. Jakkolwiek zatem doświadczenie codzienne zdaje się uzasadniać wiarę w prawdziwość tego twierdzenia, mimo to przecież ono *nie* jest ścisłe ani ogólne (jak o tem wspomnieliśmy już w § 68-ym tomu II-go);

pospolite doświadczenie porusza się tylko w granicach szczególnego, krańcowego przypadku, w którym wspomniane twierdzenie jest *przybliżenie* prawdziwe.

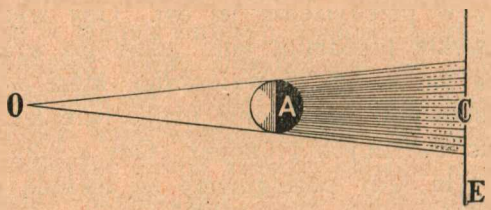
Wyobraźmy sobie powierzchnię kulistą S, której środek znajduje się w świecącym punkcie O (rys. 198). Na powierzchni S wyobraźmy sobie narysowaną dowolną krzywą zamkniętą; nazwiemy ją obwodem K. Przez wszystkie punkty obwodu K poprowadźmy promienie świetlne, wychodzące z O; tworzy się tym sposobem stożek, którego wierzchołkiem jest O; wnętrze tego stożka, wypełnione światłem, nazywamy biegnącą z punktu O *wiązką świetlną*. Taka wiązka jest oczywiście *rozbieżna*; lecz jeżeli kąt otworu wiązki jest bardzo mały, promienie wiązki, na niezbyt znacznej ich długości, możemy uważać za równoległe. Wiązkę słonecznego światła, wpadającą do pokoju przez mały otwór w okiennicy, możemy, w granicach pokoju, uważać za snop równoległych promieni.



Rys. 198.

§ 124. *Cienie rzucane przez ciała nieprzezroczyste.*

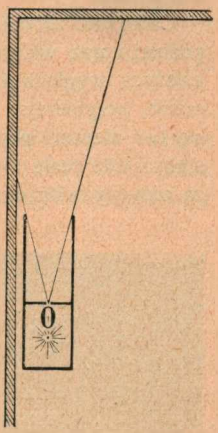
Gdy są oświetlone, ciała nieprzezroczyste rzucają, jak wiadomo, *cienie*; nieprzezroczysta kula A (rys. 199), oświetlona przez świecący punkt O, tworzy cień C na ekranie E. Postać



Rys. 199.

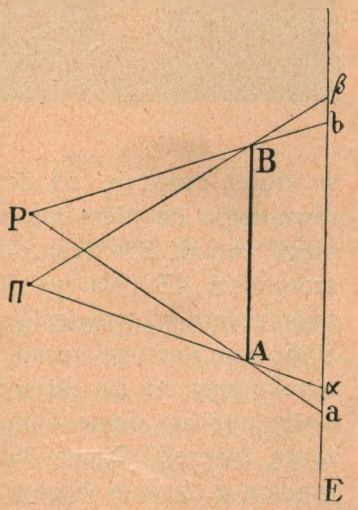
cienia zgadza się zwykle z zasadą prostolinjowego przebiegu świetlnych promieni. Ażeby znaleźć postać cienia C, prowadzimy ze źródła O skrajne promienie, styczne do powierzchni kuli A; cień C jest przecięciem płaszczyzny E z wiązką świetlną wychodzącą z punktu O i obejmującą kulę A ze wszystkich stron.

W pobliżu pionowej, płaskiej ściany pokoju, niezbyt daleko od sufitu, umieśćmy silne świetlne źródło niemal punktowe, np. mocno oświetlony maleńki otwór *O* znajdujący się w osi pionowo stojącego, nieprzezroczystego, u góry otwartego, walcowatego naczynia (rys. 200). Z otworu *O* wybiega wiązka świetlna, ku górze rozbieżna; jej oś jest pionowa. Przecięta przez *poziomą* płaszczyznę sufitu, wiązka tworzy plamę świetlną okrągłą; na *pionowej* płaszczyźnie ściany obwód plamy świetlnej ma postać hyperboli. Proste to doświadczenie jest ilustracją twierdzenia o prostolinjowem rozchodzeniu się światła, zarazem ilustracją znanej z geometrji, już przez Starożytnych wzniesionej nauki o *przecięciach stożkowych*.



Rys. 200.

Wyobraźmy sobie krążek *AB* (rys. 201) płaski, okrągły, rozległy, nieprzezroczysty; oświetlamy go światłem wychodzącem z punktu *P*; na ekranie *E* tworzy się cień *ab*. Przypuśćmy, że w pobliżu *P* umieszczamy drugi punkt świecący *Π*; na ekranie powstanie drugi cień *αβ*. Cienie *ab* i *αβ* mają część wspólną, do której światło nie dociera; tę część nazywamy *rdzennym* albo *całkowitym* cieniem. Pozostałe odcinki cieni otrzymują światło z jednego tylko źródła, bądź z *P*, bądź z *Π*; mówimy, że panuje w nich *półcień*. Wyobraźmy sobie, że krążek jest oświetlony przez 20 bliskich punktów świecących; pomiędzy cieniem całkowitym a otaczającem jasnem polem ekranu pojawią się rozmaicie stopniowane cienie częściowe. Im bardziej wzrasta liczba punktów świecących, tem większa jest liczba stopniowań między różnemi rodzajami cieni częściowych. Oświetlony przez świecącą powierzchnię, krążek rzuca zatem cień, który od ciemności całkowitego cienia przechodzi w sposób nieprzerwanie *ciągły* w otaczającą jasność oświetlonego ekranu.



Rys. 201.

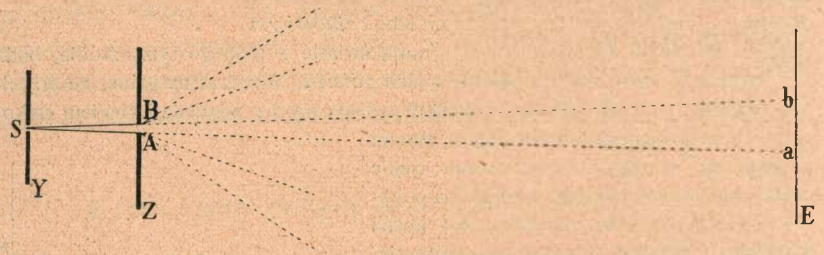
Krążąc dokoła ziemi, księżyc, ciało nieprzezroczyste, może zasłonić nam część albo całość tarczy słonecznej; mówimy wówczas, że wydarzyło się *zaćmienie słońca*, częściowe lub całkowite. Ślizgając się po powierzchni ziemi z ogromną, przeszło pół kilometra na sekundę wynoszącą prędkością, cień rdzenny księżyca zatacza na niej pas, liczący rzadko ponad 150 km szerokości, niekiedy przeszło 8000 km długości; dopóki cień rdzenny księżyca obejmuje daną miejscowość, trwa w niej całkowite zaćmienie słoneczne. W danym punkcie powierzchni ziemi całkowite zaćmienie słoneczne nie może przeciągnąć się ponad 8 minut, rzadko jednak trwa wiele dłużej niż 3 minuty; w przeciągu zatem jednego stulecia astronomowie mają do rozporządzenia około dwóch ogółem

godzin, w których mogą oglądać owo ważne zjawisko; korzystają też z każdej sposobności, która nastręcza się w sprzyjających, a nawet i zgoła nieprzyjaznych warunkach.

Całkowite zaćmienie słońca jest widowiskiem wspaniałem. Z początku mała, później coraz większa część tarczy słonecznej jest zasłonięta; wreszcie z poza księżyca wygląda tylko sierp cienki promienny. Światło dzienne blednie wyraźnie, przybierając odcień nam obcy, nieco żółciejszy niż zwykły. Nagle dzieje się coś nieoczekiwanego; niebo ciemnieje, pojawiają się na niem gwiazdy; tarczy słońca już wcale nie widać. Cienki pierścień jaśnieje różowo dokoła księżyca; za nim wykwita ogromna, jak srebro połyskująca słoneczna *korona*.

§ 125. O uginaniu się światła.

W nieprzezroczystej zasłonie *Y* wycinamy wąską szczelinę *S* (rys. 202); umieściwszy silne źródło światła poza zasłoną, otrzymujemy po przeciwnej jej stronie wąską, ze szczeliny biegnącą smugę świetlną. Tor tej smugi przecinamy nową zasłoną *Z*,

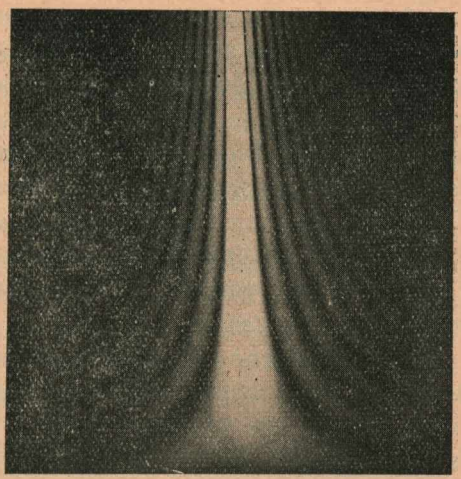


Rys. 202.

w której znajduje się druga, niezmiernie wąska szczelina *AB*, równoległa do pierwszej. Po przebyciu szczeliny *AB* światło dobiega ekranu *E*, którego odległość jest ogromna w stosunku do szerokości *AB*. Na rys. 202-im, który wyobraża urządzenie doświadczenia w przecięciu poziomem, poprowadźmy proste *SAa*, *SBb*; kierując się zasadą prostolinjowego przebiegu promieni, oczekujemy, że na ekranie *E* zajaśnieje wąski pas świetlny, zawarty między prostemi linjami *a*, *b*. W istocie zjawisko wygląda zgoła inaczej. Plama świetlna na ekranie sięga daleko poza granice *a*, *b*; nie okazuje ona granic ostrych, wyraźnych, co zaś najważniejsza, jest poprzecinana *prążkami*. Jeżeli szczelinę *S* oświetliliśmy światłem białem, prążki są *barwne*; lecz przepuściwszy światło białe przez zabarwioną płytę szklaną, możemy łatwo otrzymać światło np. niebieskie, zielone albo czerwone; wówczas prążki są *ciemne*. Zjawisko wybiega oczywiście poza

zakres, w którym prawo prostolinjowego biegu światła jest ważne. Ażeby się o tem raz jeszcze upewnić, zmniejszamy szerokość szczeliny *AB*, nie zmieniając położenia: źródła *S*, zasłony *Z* ani ekranu *E*. Rozmiary plamy świetlnej na ekranie *E* nie zmniejszają, lecz przeciwnie zwiększają się wówczas.

Opisaliśmy tu prosty przykład zjawiska zwanego *dyfrakcją światła*; odkrył je w XVII-em stuleciu X. Franc. Grimaldi w Bolonji. Newton, który przez długie lata rozmyślał nad wytłumaczeniem zjawisk dyfrakcji, nazywał je *infleksją* światła; w słownictwie polskiem przyjęty jest wyraz *uginanie się* światła, oddający myśl raczej Newtona aniżeli X. Grimaldiego. Do opisu i wytłumaczenia zjawisk uginania się światła powrócimy w XI-ym naszym rozdziale.



Rys. 203.

Przytaczamy dla ilustracji (rys. 203) obraz dyfrakcyjny, według fotografji wykonanej przez prof. Franklina. Szczelinę *AB* rys. 202-go zastąpiono tutaj przez wąski, wycięty w mosiądzu, otwór trójkątny. Dolna część rysunku odpowiada wierzchołkowi trójkąta, górna podstawie; im węższy jest uginający otwór, tem obraz dyfrakcyjny jest szerszy.

Odrzucając ekran *E*, którym posługiwaliśmy się (rys. 202), możemy jeszcze uprościć poprzednie doświadczenie. Miejscu, w którem na ekranie *E* tworzył się obraz dyfrakcyjny, możemy przyglądać się w powietrzu, np. przy pomocy szkła powiększającego.

Przypuśćmy, że wypuszczamy wiązkę świetlną przez bardzo mały otwór, wycięty w nieprzezroczystej zasłonie; zmniejszając rozmiary otworu, nie potrafimy z wiązki wydzielić jednego odosobnionego promienia świetlnego; tym sposobem zmuszamy tylko wiązkę, by zdradziła swój ustrój wewnętrzny, swoją niejednolitą, zawiłą budowę. Tak zwany «promień światła» jest zatem tylko utworem ludzkiej wyobraźni. Pojęciem świetlnych promieni posługuje się *geometryczna optyka*, która (jak nazwa wskazuje) jest rozwinięciem, niejako dalszym ciągiem pewnych rozdziałów geometrji; krótki zarys tej nauki podamy w X-ym rozdziale. Ponieważ optyka geometryczna polega na założeniu prostolinjo-

wego przebiegu świetlnych promieni, może zatem prowadzić do wniosków uzasadnionych tylko w zakresie zjawisk, w którym to założenie jest ważne.

§ 126. Światło i promieniowanie.

Zrozumieliśmy na wstępie niniejszych wywodów, że nasz organ wzrokowy jest *detektorem* pewnego w naturze zjawiska, które (niejako tymczasowo) nazwaliśmy *światłem*. Czy do wykrywania i badania światła nie posiadamy innych detektorów? Wystawiony na działanie światła, papier fotograficzny czernieje; znacznie szybcej jeszcze, pod wpływem światła, przeobrażają się chemicznie substancje, któremi pokryta jest klisza. Światło może zatem wyzwalać chemiczne reakcje. Powiedzmy ostrożniej: *światło jest przykładem zjawiska, które wywołuje chemiczne przemiany.* Takie właśnie zjawisko, którego światło jest objawem, rodzajem, szczególnym przypadkiem, z którego innemi formami splata i wikła się najrozmaicej, fundamentalne to w naturze zjawisko nazywamy *promieniowaniem.*

Komuż nieznane jest promieniowanie słoneczne? Gdy po dokuczliwej zimie rozpoczyna się wiosna, wszystko, co żyje, pragnie ogrzać się w tem promieniowaniu. Ono rozstrzyga o ludzkiem istnieniu; tylko dzięki jego cieplnemu działaniu powierzchnia kuli ziemskiej jest dla nas mieszkalna. Promieniowanie słońca przynosi w sobie energję, która w naszych oczach przeobraża się w ciepło. A ponieważ światło dzienne jest tylko szczególnym przypadkiem i objawem promieniowania słońca, przeto snop słonecznego światła jest również strumieniem energji, która przekształcona, niejako zepsuta, może ukazać się jako ciepło.

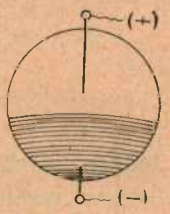
Naftowa, gazowa lub elektryczna lampa, podobnie jak słońce, zarazem świeci, ogrzewa i wywołuje zmiany na kliszy fotograficznej; nawet zdaleka działa ona na wrażliwy termoskop, naprzykład na bardzo czuły rtęciowy termometr, którego naczyńko zzewnątrz pokryliśmy sadzą. Inaczej zachowuje się piec mocno rozgrzany; w niejakiej odległości od pieca, nie dotykając go ręką, czujemy, że grzeje, co też zdradza natychmiast każdy termoskop; ale w ciemności pieca nie dostrzegamy; nie możemy go odfotografować w ciemności na zwyczajnej kliszy, którą posługują się pospolicie fotografowie. Istnieją zatem rodzaje promieniowania, których nie możemy wykryć wzrokiem ani uchwycić

na zwyczajnej kliszy; ale i one wiodą ze sobą strumienie energji, które, po zdegradowaniu na ciepło, wykazuje termometr.

Przez cienki drut platynowy pozwólmy płynąć elektrycznemu prądowi. Drut z początku nie świeci, w ciemności nie dostrzegamy go wcale; ale wrażliwy termoskop, umieszczony w sąsiedztwie, zdradza płynące z drutu promieniowanie. Lecz owóż drucik poczyna świecić; żarzy się najprzód ciemno-czerwono, jak wiśnia, niebawem żółtawo jaśnieje, wreszcie rozżarzony jest «do białości». Przekonywamy się tutaj, jak blisko zespolone jest światło z innemi gatunkami promieniowania, od których objektywnie, w naturze, nie odcina się ostrą granicą Powtarzamy: światło jest szczególną odmianą *promieniowania*, najprostszego może fenomenu w naturze, który w jej mechanizmie gra rolę najpierwszą.

Fenomen ten rozgrywa się w *próżni*. Piec mocno ogrzany *nie* grzeje dłoni naszej dzięki przewodnictwu powietrza; jak wiemy z § 102-go tomu II-go, obecność powietrza nie pomaga, raczej tylko przeszkadza promieniowaniu. Drucik platynowy lub włókienko żarówki promieniuje również i w próżni; przez próżnię niebios biegnie ku nam bez przerwy promieniowanie słońca oraz niezliczonych gwiazd, które są także słońcami. Siedzibą promieniowania nie jest zatem materja lecz próżnia.

Jako przykłady przyrządów mogących wykrywać różne gatunki promieniowania wymieniliśmy oko ludzkie, kliszę fotograficzną, wrażliwy termoskop. Zdolne do fluorescencji substancje, jak wiemy z rozdz. VIII-go, mogą być również detektorami promieniowania. Wyobraźmy sobie niewielką bańkę szklaną (rys. 204), w której znajduje się pewna ilość potasu albo sodu albo aljażu potasu i sodu; ponad powierzchnią metalu panuje w bańce próżnia wysoka, niemal doskonała. Dwie elektrody są wtopione do bańki; dodatnia wkracza w próżnię, ujemna prowadzi do metalu. Umieszczamy najprzód bańkę w ciemności i łączymy jej elektrody z biegunami elektrycznej baterji, wprowadzając zarazem do obwodu wrażliwy galwanometr; obwód ten jest przerwany w bańce przez próżnię, prąd zatem nie krąży. Lecz skoro na powierzchnię metalu pada światło, prąd elektryczny zaczyna płynąć. Zjawisko tak się odbywa, jak gdyby z powierzchni metalu promieniowanie uwalniało elektrony, które, odepchnięte przez ujemny ładunek, wybiegają w próżnię i przenoszą prąd elektryczny. Prosty przyrząd, który tu opisaliśmy, t. zw. *fotoelektryczna komórka*, może służyć dogodnie do wykrywania niektórych odmian promieniowania; o innych detektorach promieniowania wspomnimy w dalszym ciągu wykładu.



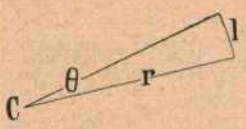
Rys. 204.

Nazwaliśmy światło szczególnym przykładem promieniowania; wobec różnorodnych, niezmiernie rozgałęzionych faktów promie-

niowania, zakres właściwej *optyki*, ograniczony możnością ludzkiego *widzenia*, wydaje się szczupły. A jednak ten szczegół, owo *widzialne* albo *świetlne promieniowanie* jest znów, samo w sobie, bezmiernie zawiłym splotem wydarzeń. Poznanie tej prawdy zawdzięczamy Newtonowi. Newton pierwszy zrozumiał, że światło niezawsze jest jednolite; że owszem istnieją rozmaite *odmiany i rodzaje światła*. Światło dzienne (lub, jak mówi się nieraz, «białe») jest zespołem, jak zobaczymy, wielu prostszych odmian światła; każde sztuczne światło, wytwarzane przez płomień lub lampę, jest przypadkowe i zmienne, albowiem skład jego może być rozmaity. Stałe, niezmienne, *proste* są pewne rodzaje światła, które wydają nam się *barwne*; nazywamy je *jednobarwnemi (monochromatycznemi)* rodzajami światła. W rozdziale XII-ym dowiemy się, jak możemy wykrywać i badać owe pierwotniejsze, trwalsze gatunki świetlnego promieniowania.

§ 127. O mierzeniu kątów płaskich i przestrzennych.

Przypominamy niektóre elementarne wiadomości geometryczne. Gdy w planimetrji mamy zmierzyć kąt płaski θ, którego wierzchołek znajduje się w punkcie C (rys. 205), zataczamy dokoła C obwód koła dowolnym promieniem r; za miarę kąta θ uważamy stosunek l/r długości l łuku, odpowiadającego kątowi θ na obwodzie koła, do długości r promienia. Mamy zatem

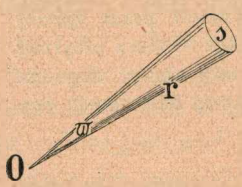


Rys. 205.

1. $$r\theta = l.$$

Jednostką kąta płaskiego jest kąt płaski, dla którego $l = r$; kąt ten nazywamy *radjanem* $\mathcal{R}$. Rozumiejąc przez π wielkość 3.141... $\mathcal{R}$, mamy oczywiście

2. $$2\pi = 360^\circ \quad \text{skąd} \quad \mathcal{R} = 57^\circ 17' 44{\cdot}8''.$$



Rys. 206.

Postępujemy podobnie w stereometrji, gdy pragniemy zmierzyć kąt przestrzenny ω otworu stożka wybiegającego z punktu O (rys. 206). Dokoła O zataczamy powierzchnię kulistą dowolnym promieniem r; za miarę kąta ω uznajemy stosunek s/r^2 rozległości s powierzchownego elementu, wy-

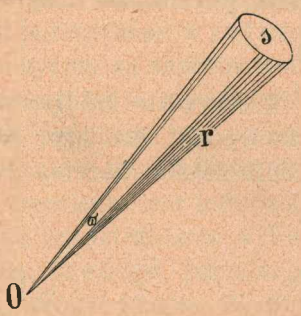
ciętego przez stożek na powierzchni kuli, do kwadratu r^2 promienia. Mamy zatem

3. $$r^2\omega = s.$$

Jednostką przestrzennego kąta jest kąt przestrzenny, dla którego $s = r^2$; kąt ten nazywamy *stereoradjanem* $St\mathcal{R}$. Rozumiejąc odtąd przez π wielkość $3{\cdot}141\ldots\,St\mathcal{R}$, powiadamy: suma wszystkich kątów przestrzennych, które można zbudować dokoła punktu, wynosi 4π; suma wszystkich kątów przestrzennych, które można zbudować po jednej stronie płaszczyzny, dokoła leżącego na niej punktu, wynosi 2π.

§ 128. *Ważniejsze fotometryczne pojęcia.*

Wyobraźmy sobie punkt świecący czyli punktowe źródło światła O (rys. 207); ze źródła tego płynie świetlne promieniowanie, które wzbudza w nas wrażenia wzrokowe. Badamy ilości energji, które niesie w sobie promieniowanie świetlne źródła O. Budujemy stożki wychodzące z punktu O, o bardzo małych kątach ω otworu. Stosunek świetlnej energji wysłanej ze źródła O, w kierunku stożka ω, w przeciągu okresu t czasu, do długości t tego okresu nazywamy *strumieniem świetlnym* f płynącym w ciągu okresu t, z punktu O, w kierunku stożka ω. Posługując się pojęciem *dzielności*, które znamy z § 72-go tomu I-go, możemy powiedzieć, że strumień świetlny f jest dzielnością, z jaką źródło O wytwarza promieniowanie świetlne, w kierunku stożka ω, w uważanym okresie t czasu.



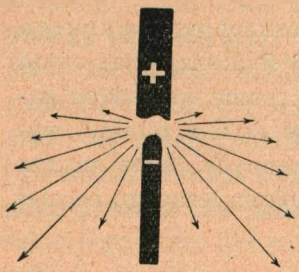
Rys. 207.

Natężeniem źródła O w kierunku stożka ω nazywamy stosunek strumienia f do kąta przestrzennego ω. Oznaczając przez i natężenie źródła O w kierunku stożka ω, mamy zatem

1. $$f = \omega i.$$

Badając promieniowanie źródeł światła, przekonywamy się nieraz, że natężenia i źródła, utworzone w różnych kierunkach przestrzeni, są *nie*jednakowe; naprzykład krater węglowej lampy elektrycznej łukowej (rys. 208) wysyła w pewnych (względem

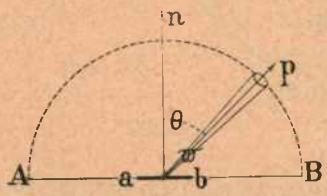
osi lampy) kierunkach silniejsze, w innych słabsze świetlne strumienie; w tym zatem razie natężenie i zależy od kierunku, w którym dążą idące do oka promienie. Jeżeli wartość natężenia i jest *nie*zależna od kierunku promieni, mówimy, że promieniowanie świetlne źródła jest *jednostajne*; samo źródło w tym szczególnym przypadku nazywamy dla zwięzłości *jednostajnem*. Gdy źródło jest jednostajne, wartość natężenia i wypada zawsze ta sama, bez względu na to, jak znaczny jest kąt ω otworu stożka, w którym śledzimy promieniowanie. Oznaczmy zatem przez F sumę strumieni f utworzonych we wszystkich stożkach, które można zbudować dokoła jednostajnego punktowego źródła O; F będzie *całkowitym* świetlnym strumieniem płynącym z jednostajnego źródła O we wszystkich kierunkach; otrzymamy z (1):



Rys. 208.

$$2. \qquad F = 4\pi i.$$

Rzeczywiste źródła świetlne nie bywają punktowe, mają zawsze skończone rozmiary; ale pojęcia strumienia świetlnego i natężenia źródła możemy utworzyć i w tym ogólniejszym przypadku. Wyobraźmy sobie niezmiernie mały element ab powierzchni świecącej AB (rys. 209); przypuśćmy, że rozległość s tego elementu jest tak mała, że wszystkie jego punkty możemy uważać za jednakowo świecące. Poprowadźmy normalną n do elementu ab; z którego-kolwiek jego punktu wyprowadźmy stożek o kącie ω otworu i przypuśćmy, że oś p tego stożka tworzy kąt θ z normalną n. Rozumiejąc znowu przez f strumień świetlny płynący przez stożek ω, stosunek f/ω, jak poprzednio, nazywamy *natężeniem* i źródła w kierunku stożka ω. Natężenie to i jest naogół zależne od kąta θ, który z normalną n tworzą idące do oka promienie.



Rys. 209.

Przypuśćmy, że jakiekolwiekbądź źródło wysyła strumień świetlny f w kierunku stożka ω; przypuśćmy, że strumień ten przepływa przez element, rozległości s, który stożek ω wycina w powierzchni kulistej, zatoczonej promieniem r dokoła wierz-

chołka stożka. Stosunek f/s nazywamy wówczas *oświetleniem*, które element s zawdzięcza promieniowaniu źródła. Rozumiejąc przez e oświetlenie elementu s, piszemy zatem

3. $$f = es.$$

Porównawszy obecne równania (1) i (3) z formułą (3) poprzedzającego artykułu, łatwo widzimy, że

4. $$i = er^2.$$

§ 129. *Jednostki fotometryczne.*

W artykule poprzednim ustanowiliśmy określenia ważniejszych fotometrycznych wielkości; pragniemy jeszcze objaśnić, jakiemi *jednostkami* możemy je mierzyć. Strumień f jest dzielnością; teoretyczną jednostką świetlnych strumieni jest zatem np. erg/sek, albo też watt, albo jednostka HP i t. p. (§ 72 tomu I-go). Lecz gdybyśmy próbowali posługiwać się temi jednostkami w codziennych fotometrycznych pomiarach, natrafilibyśmy na znaczne trudności i zostalibyśmy doprowadzeni do wyników niepewnych. Jakkolwiek zasadniczem fotometrycznem pojęciem jest pojęcie świetlnego strumienia, w praktycznej jednakże sztuce fotometrji jednostką pierwotną nie jest jednostka strumienia lecz jednostka natężenia. Za jednostkę natężeń różnych źródeł światła wybieramy w praktycznej fotometrji natężenie pewnego *świetlnego wzorca* czyli oznaczonego i odtwarzalnego źródła światła. Według obowiązującej od 1909 r. międzynarodowej umowy, praktyczną jednostką natężenia jest t. zw. *świeca międzynarodowa*, w skróceniu ℭ (od ang. wyrazu *candle*, świeca).

Wyobraźmy sobie 1 cm² powierzchni stopionej platyny, w temperaturze krzepnięcia; natężenie tego wzorca, w kierunku normalnej do powierzchni, stanowi t. zw. *jednostkę Violle'a*; świeca międzynarodowa ma być równa w zasadzie jednej dwudziestej części jednostki Violle'a. Ponieważ odtworzenie tej jednostki jest kłopotliwe, główne zakłady metrologiczne różnych państw i krajów ustanowiły warunki, którym czynić zadosyć powinny pospolite źródła świetlne czyli lampy, ażeby ich natężenie pozostawało do 1 ℭ w prostym, wiadomym stosunku. Naprzykład, używana we Francji olejna lampa Carcela, gdy jest czynna według przepisu, winna okazywać natężenie 9·6 ℭ; lampa niemiecka Hefner-Altenecka (t. zw. *HK*), spalająca octan amylowy, powinna mieć: $i = 0{\cdot}90$ ℭ; angielska lampa pentanowa Vernon Harcourta powinna spełniać warunek $i = 10$ ℭ.

Jednostką strumieni świetlnych jest *lumen*, w skróceniu £; jej określenie jest następujące: gdy natężenie źródła wynosi 1 świecę międzynarodową, strumień z tego źródła płynący, który wypełnia stożek o kącie otworu równym 1 stereoradjanowi, wynosi 1 lumen. Podług równania (1) § 128-go możemy napisać

1. $$1\,£ = 1\,\mathcal{St} \times 1\,\mathcal{C}.$$

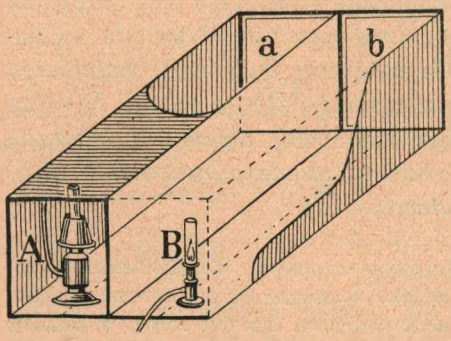
Gdy całkowity strumień F, wysyłany we wszystkich kierunkach przez źródło punktowe jednostajne, wynosi $4 \times 3{\cdot}141 \ldots £$, natężenie źródła, podług wzoru (2) § 128-go, wynosi 1 $\mathcal{C}$.

Jednostką oświetleń jest *fot*. Gdy przez element powierzchowny s (rys. 207), którego rozległość wynosi 1 cm², przepływa strumień f równy 1 £, oświetlenie elementu wynosi 1 fot. Z równania (3) § 128-go wnosimy, że

2. $$1\,£ = 1\ \text{fot} \times 1\ \text{cm}^2.$$

§ 130. Fotometry; blask powierzchni; prawo Lamberta.

Organ nasz wzrokowy jest bardzo wrażliwy na *różnicę* dwóch oświetleń, ale zgoła nie umie uchwycić ich ilościowego *stosunku*. Do takiego charakteru naszych ocen wzrokowych stosujemy się, budując *fotometry*. Wyobraźmy sobie szybę szklaną matową, złożoną z dwóch części *a*, *b* (rys. 210); każda z tych części stanowi jedną ze ścian skrzynek prostopadłościennych, których pozostałe ściany są pokryte czarną farbą. W skrzynce *a* znajduje się lampa *A* służąca za wzorzec natężeń; w skrzynce *b* umieszczamy źródło świetlne *B*, którego natężenie mamy zmierzyć. Przypuszczając, że obadwa źródła świecą przybliżenie jak punkty i że rozległość powierzchni *a* i *b* jest nieznaczna, kładziemy podług twierdzenia (4) § 128-go:



Rys. 210.

1. $$i_a = e_a r_a^2; \quad i_b = e_b r_b^2$$

gdzie oczywiście r_a i r_b oznaczają odległości: A od a oraz B od b. Zmieniając te odległości, możemy sprawić, iż oświetlenia e_a i e_b stają się jednakowe; zmysł wzroku powiadamia nas dokładnie, kiedy taka zgodność została osiągnięta. Jeżeli zatem

2. $$e_a = e_b, \quad \text{wówczas} \quad i_b : i_a = r_b^2 : r_a^2;$$

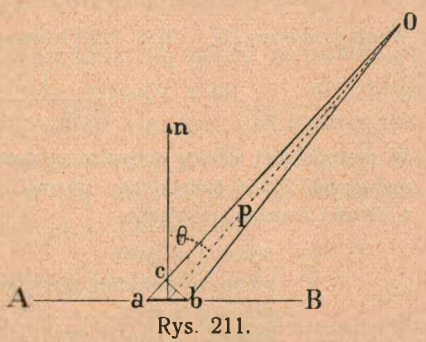
możemy zatem znaleźć wartość stosunku $i_b : i_a$.

Przy pomocy fotometrów, których zasadę tu ogólnikowo wskazaliśmy, można wyznaczyć natężenie każdego źródła światła. Przytaczamy dla ilustracji natężenia pospolitszych źródeł, czynnych w zwykłych warunkach domowego oświetlenia; wartości te są średnie i zgoła przybliżone.

Świeca parafinowa (niemiecka)	$i =$	1·0 ℭ
świeca spermacetowa (angielska)		1·0 ℭ
świeca stearynowa (francuska)		1·3 ℭ
lampa acetylenowa (6 litrów na godzinę)	około	5·5 ℭ
lampa naftowa (40 gr na godzinę)	„	11 ℭ
tantalowa lub wolframowa żarówka	„	25 ℭ
torowo-cerowy palnik Auera	„	80 ℭ
neonowa lampa Claude'a	„	800 ℭ
łuk elektryczny w powietrzu (el. węglowe) . .	od 300 do	1000 ℭ

Według zdania lekarzy, oświetlenie karty książki lub zeszytu, gdy czytamy, piszemy lub rysujemy, nie powinno być słabsze niż 0·004 ani silniejsze niż 0·008 fota. Przy drobiazgowej robocie oświetlenie może być nieco silniejsze niż przy czytaniu; zwykłe natomiast oświetlenie ścian w pokoju powinno być znacznie słabsze. Bezpośrednie oświetlenie słoneczne muru pokrytego zaprawą wapienną dochodzi u nas do 1 fota; oświetlenie papieru białego w tych samych warunkach jest około 4 razy silniejsze; oświetlenie przez księżyc w pełni jest około 100000 razy słabsze aniżeli słoneczne. Przytoczone przykłady pozwalają zdać sobie sprawę z wartości fotometrycznych jednostek, które przyjęliśmy w powyższym wywodzie.

Jak w § 128-ym, wyobraźmy sobie jeszcze raz świecącą powierzchnię AB (rys. 209); rozumiejmy, jak dawniej, przez s rozległość elementu ab tej powierzchni. Przypuśćmy, że oko znajduje się w O (rys. 211) i obejmuje element ab stożkiem aOb promieni. Rzut bc elementu ab na płaszczyznę prostopadłą do osi p stożka ma oczywiście rozległość $s \cos\theta$, gdzie θ, jak dawniej, jest kątem, który oś p tworzy z normalną n poprowadzoną do elementu ab. Oznaczając przez i, jak w § 128, natężenie elementu ab w kierunku p, nazywamy stosunek i do $s \cos\theta$ *blaskiem* E elementu; mamy zatem



Rys. 211.

3. $$i = Es \cos\theta.$$

Jeżeli f oznacza znów strumień świetlny płynący z ab przez stożek, którego osią jest p, kąt zaś otworu wynosi ω, mamy $f = \omega i$, zatem

4. $$f = Es\omega \cos\theta.$$

Badając świetlne promieniowanie niektórych powierzchni (zwłaszcza matowych i szorstkich powierzchni ciał nieprzezroczystych), przekonywamy się nieraz, że blask E ich elementów *nie* jest zależny od kąta θ, który z normalną n tworzą idące do oka promienie; gdy powierzchnia czyni zadosyć takiemu warunkowi, mówimy, że jej świetlne promieniowanie zgadza się z *prawem Lamberta*. Przypuśćmy, że powierzchnia AB (rys. 209) promieniuje stosownie do prawa Lamberta; załóżmy dla uproszczenia, że jest pozioma i płaska. Na powierzchni AB uważamy znów element ab, rozległości s i budujemy wszystkie stożki ω, które, wybiegając z ab, wypełniają obszar leżący ponad AB. Rozumiejąc przez F sumę strumieni f płynących przez wszystkie te stożki czyli całkowity, z elementu ab płynący strumień świetlny, mamy podług równania (4):

5. $$F = Es \times (\text{suma wszystkich } \omega\cos\theta \text{ ponad } AB);$$

istotnie bowiem ani s ani też, według założenia, E nie są od θ zależne. W stojącej tu (w nawiasie) sumie kąt θ zmienia się od 0^0 do 90^0, dostawa $\cos\theta$ zmienia się zatem od 1 do 0, średnia jej wartość wynosi $\frac{1}{2}$; ponieważ suma wszystkich ω ponad AB wynosi 2π (§ 127), przeto suma w nawiasie wynosi π; otrzymujemy zatem

6. $$F = \pi Es.$$

Jednostką blasku jest *lambert*, w skróceniu ℓ; określenie tej jednostki przyjmujemy następujące. Wyobraźmy sobie powierzchnię, której promieniowanie ulega prawu Lamberta; z powierzchni tej wyosobnijmy w myśli element rozległości 1 cm²; gdy całkowity strumień świetlny płynący z elementu wynosi 1 lumen, blask elementu wynosi 1 lambert. Według równania (6) mamy

7. $$1\,\ell = \frac{1\,\mathcal{L}}{\pi \times 1\text{ cm}^2}.$$

Według równań (1) i (2) § 129-go mamy również:

8. $$1\,\ell = \frac{1\,\mathcal{C}}{3{\cdot}141\ldots\text{cm}^2} = \frac{1}{\pi}\,(1\text{ fot}).$$

W następującej tablicy przytaczamy średnie, zgoła przybliżone wartości blasku E niektórych źródeł świetlnych; wartości te w wielu razach wskazują tylko rząd wielkości uważanego blasku.

Księżyc w pełni	$E = 1{\cdot}2\ \ell$
niebo, w południe pogodnego dnia	$1{\cdot}2\ \ell$
płomień świecy	$1{\cdot}2\ \ell$
płomień gazowy	od 1 do 4 ℓ
płomień naftowy	od 2 do 10 ℓ
palnik Auera	$14\ \ell$
płomień acetylenowy płaski	$18\ \ell$
stopiona platyna krzepnąca	$62\,83\ \ell$

pasemko elektrycznej żarówki . . od 250 do 500 ℓ
krater lampy elektr. łukowej . od 50000 do 100000 ℓ
słońce w zenicie (poprzez atmosferę) około 500000 ℓ
słońce poza granicami atmosfery . około 1000000 ℓ.

Normalne oko ludzkie przestaje dostrzegać świecącą powierzchnię, gdy jej blask jest mniejszy niż 10^{-9} ℓ; znikomo mała wartość tej dolnej granicy (t. zw. *progu wrażliwości* oka) świadczy, jak nadzwyczajnie czuły jest nasz zmysł wzroku. *Oślepiającym* nazywamy przeciwnie blask przekraczający granicę 50 ℓ; w okolicy takiego blasku oko przestaje należytym sposobem być czynne. Dla przykładu przytaczamy, że najskuteczniejszą obroną od wywiadowczych poszukiwań lotniczych są, w porze nocnej, silne lampy elektryczne zaopatrzone w reflektory.

§ 131. *Prędkość światła zmierzona w przestworzu niebieskiem.*

Wyobraźmy sobie, że w miejscu A (rys. 212), w odstępach czasu dokładnie jednogodzinnych, strzelają z armaty; z uderzeniem np.

Rys. 212.

godziny 12-ej, 1-ej, 2-ej i t. d. rozlega się huk wystrzału. Przypuśćmy z początku, że obserwator jest *nieruchomy* i znajduje się w miejscu P; słyszy on strzały w chwilach

1. godz. 12-ta $+ AP/v$, godz. 1-sza $+ AP/v$ i t. d.,

gdzie v oznacza prędkość rozchodzenia się głosu w powietrzu (§ 74 tomu II-go); kolejne strzały słyszy więc w odstępach również jednogodzinnych. Inaczej dzieje się, gdy obserwator jest *w ruchu*. Przypuśćmy, że w czasie między godz. 12-tą a 1-szą obserwator z miejsca P przenosi się do miejsca Q *bliższego* armaty A; kolejne strzały słyszy on w chwilach

2. godz. 12-ta $+ AP/v$, godz. 1-sza $+ AQ/v$ i t. d.;

pomiędzy usłyszeniem 1-go i 2-go wystrzału upływa zatem dla obserwatora czas

3. $$1 \text{ godzina} + \frac{AQ - AP}{v} = 1 \text{ godzina} - \frac{PQ}{v}$$

krótszy o PQ/v niż odstęp jednogodzinny, w istocie oddzielający strzał 2-gi od 1-go. Przypuśćmy przeciwnie, że w czasie między godz. 12-tą a 1-szą obserwator z miejsca P posuwa się do miejsca R *dalszego* od armaty A; kolejne strzały słyszy on w tym razie w chwilach

4. godz. 12-ta $+ AP/v$, godz. 1-sza $+ AR/v$ i t. d.,

wydaje się zatem obserwatorowi, że pomiędzy 1-ym a 2-im wystrzałem upływa czas

5. $$= 1 \text{ godzina} + \frac{AR - AP}{v} = 1 \text{ godzina} + \frac{PR}{v}$$

dłuższy o PR/v niż odstęp rzeczywisty, jednogodzinny.

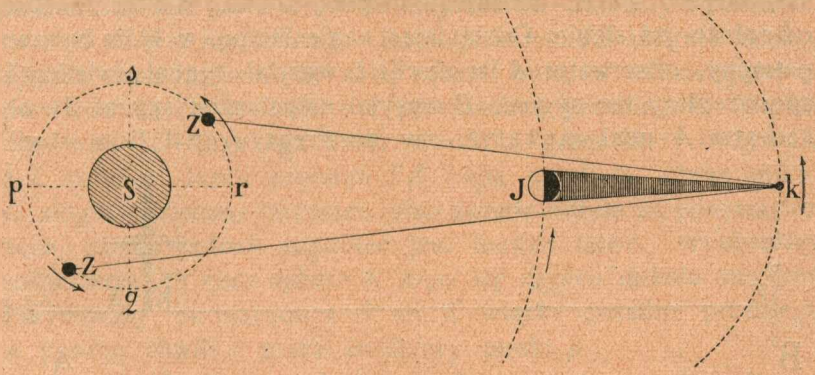
Załóżmy, że prędkość v głosu w powietrzu (w 15° C) wynosi 340 m/sek; przypuśćmy, że w przeciągu godziny obserwator zbliża się o 1700 m ku źrodłu A głosu lub też oddala się w tym samym czasie o 1700 m od źródła A. Okres zjawiska skraca się wówczas dla obserwatora o 5 sekund w pierwszym przypadku, przedłuża się dla niego o 5 sekund w przypadku drugim.

Rozważaliśmy tu w istocie zagadnienie, którem zajmowaliśmy się w § 82-im tomu II-go, pragnąc zrozumieć treść t. zw. twierdzenia Dopplera. Cogodzinne strzały pochodzące z A są *perjodycznem* zjawiskiem, podobnie jak drganie gwizdawki lub dzwonka. Gdy zbliżamy się ku źródłu perjodycznego zaburzenia, wydaje nam się, że okres zaburzenia stał się krótszy, że jego częstość wzrosła; gdy oddalamy się od źródła, doznajemy wrażeń przeciwnych.

Przypuśćmy, że wykonano opisane doświadczenie; obserwator mierzy odległości PQ lub PR, o które sam się przemieszcza i zapisuje odstępy czasu *pozornie* upływające pomiędzy sygnałami; z takich spostrzeżeń, jak widzieliśmy, może wyliczyć wartość v prędkości, z jaką głos biegnie w powietrzu. Od wieków przed naszemi oczyma dokonywa się doświadczenie podobne; wykonywa je sama przyroda w olbrzymim układzie, do którego nasza planeta należy. W układzie słonecznym odbywają się różne perjodyczne zjawiska; dochodzą nas od nich nie akustyczne lecz *optyczne* sygnały; na poruszającej się ziemi okresy takich sygnałów wydają nam się napozór *zmienione*; badając te zmiany, możemy obliczyć prędkość, z jaką światło przebiega puste międzyplanetarne przestworze. Śmiałą tę myśl powziął w r. 1675-ym słynny paryski astronom Dom. Cassini; duńczyk zaś Olof Römer, również wówczas w Paryżu zamieszkały, zastosowawszy ją do spostrzeżeń nad zaćmieniami księżyców Jowisza, zrozumiał

istotnie w r. 1676-ym, po raz pierwszy w dziejach, jaka jest prędkość światła biegnącego w próżni.

Na rys. 213-ym *S* wyobraża słońce, *Z* kulę ziemską, *J* planetę Jowisz, *k* jeden z pomiędzy księżyców Jowisza; odbywa się właśnie zaćmienie tego satellity. Dokoła Jowisza krąży, o ile wiemy dotychczas, dziewięć księżyców; prawdziwe okresy obiegu czterech najważniejszych wynoszą około 42, 85, 172 oraz 401 godzin; dzięki zaćmieniom, których księżyce te doznają, możemy dostrzegać, stosunkowo dosyć dokładnie, ich pozorne okresy obiegu. Pozorne te okresy, jak



Rys. 213.

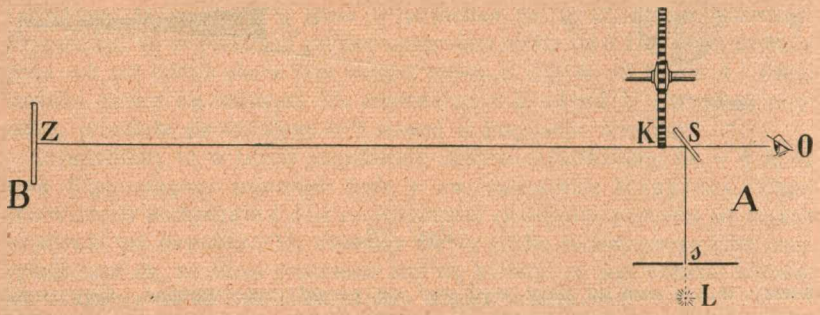
wiemy, muszą nam na ziemi wydawać się perjodycznie zmienne. Gdy ziemia zatacza część *pqr* swej rocznej dokoła słońca orbity, wydaje nam się, że okresy obiegów się skracają; gdy ziemia przebiega część *rsp* rocznej orbity, doznajemy wrażenia, że okresy wydłużają się. Średnicę orbity ziemi, czyli odległość *pr* (rys. 213) światło przebywa w przeciągu czasu wynoszącym około 16 minut i 37 sekund; pozorna *chwiejność* okresów obiegu księżyców Jowisza nie może zatem być znaczna w stosunku do (wyżej przytoczonych) długości tych okresów, lecz winna być pewnie dostrzegalna; co też istotnie się sprawdza. Z pozornej chwiejności okresów obiegu księżyców Jowisza *możemy* zatem wyprowadzić prędkość światła w próżni. Powinniśmy jednak o tem pamiętać, że rzeczywiste zjawisko jest znacznie zawilsze niż mogłoby wydawać się na zasadzie rys. 213-go: zaćmienia księżyców Jowisza nie są przecież nagłe, błyskawiczne, orbita ziemska nie jest kołowa i t. d. Nie wchodząc w rozbiór zagadnienia, przytaczamy jedynie, iż, według długoletnich spostrzeżeń amerykańskich opracowanych przez prof. Samsona, metoda Cassiniego i Römera prowadzi do następującego wyniku: prędkość *c* rozchodzenia się światła w próżni wynosi

$$c = 299824 \text{ km/sek.}$$

Prędkość światła w próżni jest zatem olbrzymia, lecz (jak już zauważyliśmy w § 101-ym) *jest skończona*. Za czasów Cassiniego i Römera twierdzenie to było sprzeczne z poglądami filozofów, zwłaszcza Kartezjusza; dzisiaj należy do najważniejszych podstaw całej naszej nauki.

§ 132. Prędkość światła zmierzona na ziemi.

We Florencji, w XVII wieku, pod rządami Medyceuszów, kwitły umiejętności; w roku 1657 powstała tam akademja doświadczalnego badania, *Accademia del Cimento*, której członkowie wspólnie przedsiębierali rozmaite poszukiwania i próby; pomiędzy wielu innemi, usiłowali także rozwiązać pytanie, czy prędkość rozchodzenia się światła można zmierzyć na ziemi. Dwóch obserwatorów, *A* i *B*, umieszczono porą nocną, w dość znacznej odległości od siebie. Odsłaniając nagle lampę, w którą był zaopatrzony, obserwator *A* w chwili *t* wysyłał sygnał świetlny I; spostrzegłszy ten sygnał, *B* wysyłał natychmiast sygnał II; obserwator *A* miał zauważyć, czy dostrzega sygnał II w chwili,

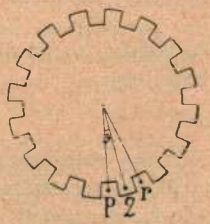


Rys. 214.

powiedzmy $t + \tau$, nieco późniejszej niż t. Taką myśl doświadczenia podał był (nieżyjący już wówczas) Galileusz; możemy dziś łatwo zrozumieć, że w tak prostej postaci była niewykonalna. Jeżeli odległość AB wynosiła np. 3000 m, odstęp czasu τ równał się jednej stotysięcznej części sekundy; tak krótkiego odstępu czasu niepodobna uchwycić; znacznie dłużej trwa okres, który, dla najczujniejszego obserwatora, oddziela odebranie wzrokowego wrażenia od wyzwolonego przez nie ruchu ręki. Powtarzamy raz jeszcze: myśl Galileusza była niewykonalna; ale w dwieście lat później uczony francuski Fizeau tak ją rozwinął i tak ją ulepszył, że stała się zasadą pierwszej, do dziś dnia cennej metody mierzenia prędkości światła w warunkach ziemskich doświadczeń.

Wyobraźmy sobie, iż w miejscowości *A* (rys. 214), z silnego źródła *L*, przez mały otwór *s* wycięty w nieprzezroczystej zasłonie, wybiega wąska świetlna wiązka; na rys. 214-ym podano przebieg

jednego tylko (środkowego) promienia tej wiązki. Wiązka uderza najprzód o płytkę szklaną S; po części przez nią przenika, po części się od jej powierzchni odbija. Odbita wiązka biegnie po linji prostej w kierunku SZ, ku zwierciadłu Z znajdującemu się w innej miejscowości B; ponownie odbita od Z, powraca do płytki S, przez którą znowu po części przenika, docierając do oka O obserwatora. Wyobraźmy sobie, że w pobliżu S umieszczono koło zębate K, którego płaszczyzna, prostopadła do promienia SZ, jest przez ten promień przecięta. Załóżmy z początku, że koło K jest *nieruchome*. Jeżeli promień SZ biegnie między dwoma sąsiadującemi ze sobą zębami koła, w oddzielającej je przerwie, obecność koła nie przeszkadza przebiegowi wiązki; obserwator O dostrzega obraz otworu s, przez który otrzymuje z L światło. Jeżeli promień SZ trafia ząb koła, obraz znika; O mógłby wówczas otrzymać tylko światło odbite od powierzchni zęba, czemu jednak zapobiec jest bardzo łatwo. Wyobraźmy sobie teraz, że *koło zębate K kręci się szybko dokoła swej osi.* Przypuśćmy, że dążąca z S do Z wiązka świetlna przebiega w pewnej chwili t przez środkowy punkt p przerwy oddzielającej dwa sąsiednie zęby (rys. 215). Oznaczając przez l odległość KZ (rys. 214), prędkość zaś światła (w obecnym przypadku, w powietrzu) przez c, powiadamy, że w powrotnej swej drodze wiązka przecina płaszczyznę koła w chwili $t + 2l/c$, późniejszej o $2l/c$ niż chwila t przejścia przez punkt p.



Rys. 215.

Ale w przeciągu tego odstępu czasu koło wykręca się o pewien kąt, przypuśćmy np. o kąt ϑ (rys. 215); trafiając wówczas środkowy punkt q zęba, powracająca wiązka zostaje wstrzymana i obraz otworu s znika. Jeżeli T jest okresem obrotu koła, prędkość kątowa obrotu wynosi $2\pi/T$; według § 10 go tomu I-go mamy wówczas

1. $$\vartheta = 4\pi l/cT.$$

Znając wartość l, T oraz ϑ, możemy obliczyć c.

Przypuśćmy, i przyśpieszyliśmy obrotowy ruch koła, tak iż kąt przebiegany w czasie $2l/c$ powiększył się w dwójnasób; wiązka, która z S do Z dążąc, przebiegła przez punkt p, trafia teraz płaszczyznę koła w punkcie r (rys. 215) w drodze powrotnej; gdy prędkość obrotu została zdwojona, obraz otworu s ukazuje się znowu.

Z powyższego opisu widzimy, jak Fizeau umiał genjalnie rozwiązać zadanie, które Galileusz był tylko podał do pokonania swoim następcom. Zamiast obserwatora A w doświadczeniu Galileusza mamy tutaj koło zębate K; odsłaniając wiązce świetlnej drogę swobodną, wysyła ono, jak wyrażaliśmy się wyżej, sygnał I. Zamiast obserwatora B, mamy zwierciadło Z; odbijając wiązkę, wysyła ono, jak mówiliśmy, sygnał II bezzwłocznie, nieporównanie sprawniej niż mięśnie ludzkie byłyby to mogły uczynić. Gdy sygnał II powraca do koła K, dokonane tymczasem wykręcenie się koła jest miarą odstępu, który oznaczyliśmy przez τ w opisie planu Galileusza. Doświadczenie, jak je Fizeau wykonał, odbywa się automatycznie; wzrok obserwatora nadzoruje tylko przebieg zjawiska.

W opisie podaliśmy zarys metody ogólnikowy, najgrubszy; w wykonaniu (po raz pierwszy w r. 1849-ym, pomiędzy Suresnes a Montmartre, w odległości 8633 m) plan doświadczenia natrafiał na tak znaczne trudności, iż Fizeau nie przywiązywał wagi do otrzymanego wyniku. Mimo to niepowodzenie, dokonanemu dziełu nie możemy odmówić podziwu. Pomiędzy zębami koła wytworzyć mały punkcik świecący, biegnącą zeń wiązkę rzucić na odległość blisko 9 km, zmusić ją do powrotu do miejsca, z którego została wysłana, było to już sprawą nadzwyczajnej zręczności. Pomiędzy 1874 a 1878 r. A. Cornu powtórzył doświadczenie, wprowadzając wiele ulepszeń. W ostatecznych pomiarach (między Obserwatorjum a Montlhéry, $l = 22910$ m) Cornu otrzymał, jako prędkość światła w próżni:

2. $$c = 300400 \text{ km/sek.}$$

Posługując się również metodą *zębatego koła*, Perrotin w Nizzy znalazł w r. 1904:

3. $$c = 299880 \text{ km/sek.}$$

Niemniej pomysłową (ale i niemniej trudną w wykonaniu) metodę mierzenia prędkości rozchodzenia się światła podał Foucault w r. 1862; w tem doświadczeniu światło miało do przebycia odległość wynoszącą już tylko 40 m. Wartość liczbowa prędkości c, którą znalazł Foucault, jak dziś wiemy, nie zasługuje na zaufanie; ale praca tego badacza, w innym zresztą celu przedsięwzięta (jak o tem powiemy w rozdz. XI-ym), była nadzwyczaj ważna i przyniosła najpiękniejsze owoce; A. Michelson oraz S. Newcomb w Stanach Zjednoczonych podjęli myśl Foucaulta ponownie i po wielu trudach doprowadzeni zostali do następujących wyników

4. Michelson: $$c = 299885 \text{ km/sek.}$$

5. Newcomb: $$c = 299860 \text{ km/sek.}$$

W najnowszych czasach (1924—25 r.) Michelson zajął się raz jeszcze udoskonaleniem metody Foucaulta. Dotychczasowe pomiary, wykonane pomiędzy Mount Wilson a Mount San Antonio, w odległości $l = 35380$ m, prowadzą do wniosku

6. $$c = 299820 \text{ km/sek.}$$

Zgodność przytoczonych wartości jest uderzająca; prędkość światła w próżni jest prawdopodobnie niewiele różna od wartości (5), znalezionej przez New-

comba. Gdziekolwiek jednak wystarcza przybliżony rachunek, możemy kłaść w zaokrągleniu

7. $$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm/sek.}$$

Ważną stałą natury, którą nazywamy prędkością c rozchodzenia się światła w próżni, znamy nietylko z astronomicznych spostrzeżeń i z optycznych w pracowni doświadczeń; jak powiedzieliśmy w §§ 101 i 102-im, możemy zmierzyć ją również, badając bieg w próżni elektromagnetycznych zaburzeń; jak o tem wspomnieliśmy w § 65-ym, możemy poznać jej wartość, porównywając ze sobą jednostki elektrostatycznego i elektromagnetycznego mierniczego układu. Wszystkie metody prowadzą zgodnie do wyniku, który jest nam już znany.

Światło przybywa ze słońca na ziemię w przeciągu ośmiu przeszło minut (§ 131); z Neptuna, krańcowej planety słonecznego układu, w chwili największego zbliżenia, sygnał optyczny biegłby do ziemi przez czas przybliżenie 4-ch godzin. Nieporównanie odleglejsze od nas są t. zw. *gwiazdy stałe*. Posługując się przyjętem w § 65-ym pojęciem *roku świetlnego*, możemy krótko powiedzieć: układ dwóch brył, zwany *α Centauri*, najbliższa t. zw. gwiazda stała, znajduje się od nas w odległości około 4-ch lat świetlnych. *Aldebaran* wspaniały, którego strumień promieniowania jest 45 razy od słonecznego obfitszy, znajduje się od nas w odległości przeszło 30 lat świetlnych. Lecz i te odległości są znikome w stosunku do rozmiarów zbioru gwiazd, w którym nasz zaułek wszechświata ma swoją siedzibę; według Kapteyna, w odległości od nas wynoszącej, w kierunku płaszczyzny drogi mlecznej, około 40000 lat świetlnych, tytaniczne to zbiorowisko kończy się lub, ściślej mówiąc, znacznie rzednieje. Widzimy zatem, że promieniowanie może pędzić i tętnić, może przebywać, może istnieć w próżni przez lata tysiące lat, zanim, dobiegłszy materji, zostanie w niej pochłonięte.

Zadania.

1. Źródło świetlne A o natężeniu 1 ℭ oraz źródło B o natężeniu 4 ℭ znajdują się w odległości 60 cm od siebie. Na prostej AB umieszczamy poprzecznie niewielką kartę K papieru, starając się, ażeby oświetlenie obu jej stron było jednakowe. Obliczyć odległości AK i BK.

2. Maleńki płomyk o natężeniu 5 ℭ jest źródłem świetlnem jednostajnem; ile lumenów wynosi całkowity strumień świetlny płynący z tego źródła we wszystkich kierunkach?

3. Wiązka świetlna, niosąca w sobie strumień 20 ℒ, obejmuje element powierzchowny rozległości 0·1 cm²; wyrazić w fotach oświetlenie elementu.

4. Na rozżarzoną kulę żelazną spoglądamy ze znacznej odległości; równoległe promienie wybiegają zatem z powierzchni kuli pod bardzo różnemi kątami. Wyobraźmy sobie wiązki równoległych promieni tak zbudowane, że rozległości ich przecięć poprzecznych są jednakowe; strumienie świetlne f w tych wszyst-

kich wiązkach są jednakowe, natężenia i są w nich jednakowe. Gdy zatem spoglądamy na kulę, wydaje nam się, że mamy przed sobą tarczę płaską jednostajnie świecącą. Wykazać, że powierzchnia kuli stosuje się do prawa Lamberta.

5. Ściana, której powierzchowna rozległość wynosi 24 m², ma otrzymac oświetlenie średnie 0·01 łota; ilu lamp użyć w tym celu należy, jeśli każda dostarcza strumienia świetlnego 240 £?

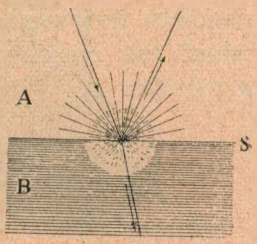
6. Zasadzając się na twierdzeniu Dopplera, obmyśleć metodę mierzenia prędkości, z jaką głos biegnie w powietrzu.

ROZDZIAŁ DZIESIĄTY.

Zasady optyki geometrycznej.

§ 133. Przeobrażanie się światła.

Wyobraźmy sobie dwa jednolite, izotropowe ośrodki A i B, np. powietrze i wodę albo też szkło i powietrze; przypuśćmy, że te ośrodki graniczą ze sobą i oznaczmy krótko przez S ich powierzchnię zetknięcia (rys. 216). Załóżmy, że wiązka świetlna dążąca przez ośrodek przezroczysty A dobiega powierzchni S; taką wiązkę nazywamy *padającą*. Strumień świetlnej energji, który płynie przez ośrodek A w wiązce padającej, dzieli się na powierzchni S na części, które bądź zmierzają w innych niż dotychczasowy kierunkach, bądź też przeobrażają się, przybierając postać nową, odmienną.



Rys. 216.

(I) Wgłąb ośrodka A powraca, oddalając się od powierzchni S, t. zw. wiązka *odbita*. Wiązka odbita wykształca się wyraźnie, gdy powierzchnia S jest gładka; swobodna powierzchnia wody spoczywającej w rozległem naczyniu tworzy taką odbitą wiązkę, dlatego powierzchnię wody nazywamy niekiedy jej *zwierciadłem* (§ 37 tomu II go). Wybornem zwierciadłem jest czysta powierzchnia rtęci, również powierzchnia wypolerowanego szkła, srebra, niklu, miedzi. Gdy odbijająca powierzchnia jest zwierciadłem, kierunek wiązki odbitej zależy wyłącznie, jak zobaczymy, od kierunku wiązki padającej.

(II) Wgłąb ośrodka B, również oddalając się od powierzchni S, biegnie inna wiązka, o której mówimy, że jest *załamana*; dąży ona naogół w innym kierunku niż padająca. Wiązka załamana tworzy się tylko, gdy ośrodek B jest przezroczysty; dostrzegamy jej bieg w wodzie, w szkle i rozmaitych kryształach, nie do-

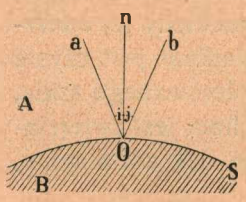
strzegamy go w rtęci, w mosiądzu, w platynie. Kierunek wiązki załamanej, jeżeli ona powstaje, zależy wyłącznie, jak zobaczymy, od kierunku padającej.

(III) Na powierzchni S wytwarza się promieniowanie, które nazywamy *światłem rozproszonem*; biegnie ono we wszystkich kierunkach, nie zamykając się w geometrycznych granicach wiązki, dlatego nie mówimy, iż powstaje «wiązka rozproszona». Na powierzchni papieru, kredy, zaprawy wapiennej, sukna, płótna, kauczuku, na zapylonej powierzchni zwierciadeł dostrzegamy codziennie wykształcanie się światła rozproszonego; zwykłe światło dzienne, do którego jesteśmy przyzwyczajeni, jest rozproszonem światłem słonecznem.

(IV) Oprócz wspomnianych przekształceń, energja padającej świetlnej wiązki może w ośrodku B doznawać różnych innych przemian i przeobrażeń; może przeradzać się w postać cieplną energji, może wyzwalać chemiczne reakcje, może z ciała B uwalniać elektrony, może w niem wzbudzać nowe promieniowania, niepodobne do pierwotnego; tak dzieje się naprzykład w substancjach fluoryzujących. Powiadamy w takich przypadkach, że całość lub część energji wiązki padającej zostaje *pochłonięta* w ośrodku B.

§ 134. Prawa odbijania się światła.

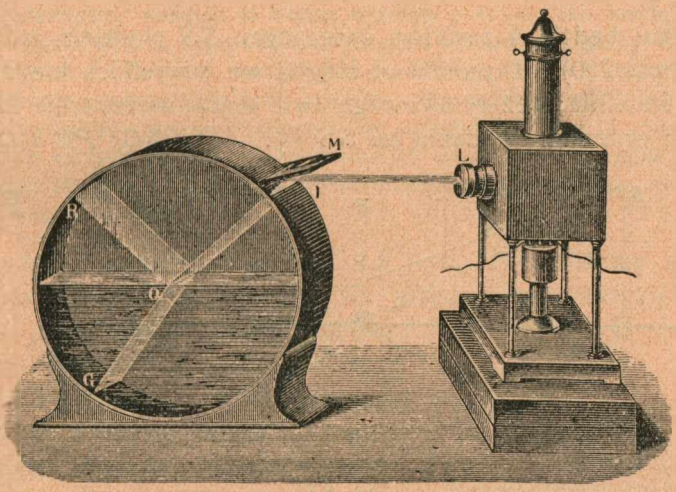
Przypuśćmy, iż powierzchnia S ośrodka B jest zwierciadłem (rys. 217); czy ona jest płaska, wklęsła czy wypukła, nie przesądzamy. Przez graniczący z B przezroczysty ośrodek A dąży ku S wiązka padająca w kierunku aO; kierunek ten nazywamy *promieniem padania*. W punkcie O przecięcia promienia aO z powierzchnią S wyprowadźmy normalną On do powierzchni; kąt aOn nazywamy *kątem padania*; będziemy go oznaczali przez i. Poprowadźmy płaszczyznę przez promień padania aO i przez normalną On; płaszczyznę tę nazywamy *płaszczyzną padania*. Wiązka odbita oddala się od powierzchni S w kierunku Ob, który nazywamy *promieniem odbicia*; kąt bOn tworzony przez promień odbicia z normalną On nazywamy *kątem odbicia*; kąt ten będziemy oznaczali przez j.



Rys. 217.

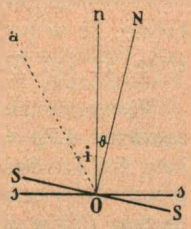
Posługując się pojęciami, których przytoczyliśmy tu określenia, wypowiadamy, jak następuje, zasadnicze prawo odbijania się światła: *(a) promień odbicia leży w płaszczyźnie padania (b) kąt odbicia jest równy kątowi padania.* Gdy kierunek promienia padania jest znany, twierdzenia te wystarczają do wyznaczenia kierunku promienia odbicia od danego punktu zwierciadlanej powierzchni.

Od niepamiętnych czasów znane są metaliczne zwierciadła; Pismo Święte nieraz o nich wspomina; znaleziono je w najstarszych egipskich grobowcach.



Rys. 218.

Rzymianie posługiwali się cynowemi, srebrnemi lub szklanemi zwierciadłami. Plinjusz, mąż wielce światły i wykształcony, powiada: «w srebrze powstają «obrazy odbite, albowiem, jak wiadomo, srebro odpycha «od siebie powietrze i wpędza je napowrót do oka». Geometryczne prawa odbicia były już znane greckim uczonym; niektórzy przypuszczają, że odkrył je słynny Euklides; być może, iż narzuciły się uwadze obserwatorów przy sposobności astronomicznych dostrzeżeń.



Rys. 219.

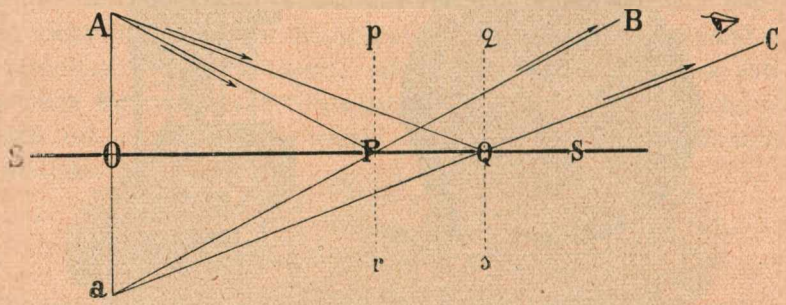
Rys. 218 wyobraża doświadczenie Tyndalla, w którem możemy okazać prawa odbicia przed licznem zgromadzeniem. Płaska smuga *L I* silnego słonecznego lub sztucznego światła, odbita od zwierciadła *M*, wbiega do naczynia zaopatrzonego w dwie boczne szyby szklane; padając na powierzchnię rozłanej w naczyniu wody, po części odbija się, po części załamuje. Wprowadzając nieco dymu (tytuniowego lub salmjakowego) do powietrza, do wody zaś do-

dając nieco mleka lub cieczy fluoryzującej, uwidaczniamy bieg światła w obu ośrodkach. Kąty padania i odbicia nietrudno zmierzyć na obwodzie naczynia.

Wyobraźmy sobie zwierciadło płaskie ss (rys. 219), do którego On jest normalna; aO jest promieniem padania. Przypuśćmy, że zwierciadło wykręciło się, tak iż normalna, nie wychodząc z płaszczyzny padania promienia aO, odchyliła się o kąt θ. Promień padania tworzy kąt $i+\theta$ z nową normalną ON, zatem kąt $2(i+\theta)$ z nowym promieniem odbicia; promień odbicia wykręcił się o kąt 2θ względem pierwotnego swego położenia. Taka jest zasada budowy dobrze znanego marynarzom *sekstantu Newtona*; na podobnej podstawie polega metoda odczytywania skali w zwierciedle, opisana w § 67-ym.

§ 135. Obraz tworzący się w zwierciedle płaskiem.

Niechaj będzie A punktem świecącym, SS płaskiem zwierciadłem (rys. 220). Z punktu A biegną we wszystkich kierunkach wiązki świetlne; weźmy na uwagę dwie wiązki niezmiernie wąskie, których promienie padania na SS są: AP i AQ; PB i QC są



Rys. 220.

promieniami ich odbicia, Pp i Qq są normalne do SS. Z punktu A prowadzimy do SS prostopadłą; na przedłużeniu tej prostopadłej odcinamy $Oa = OA$; znajdujemy tym sposobem punkt a, który nazywamy *obrazem* punktu A w zwierciedle SS. Udawadniamy łatwo, że w punkcie a przecinają się przedłużone proste BP i CQ; oraz, iż kąt $BaC =$ kątowi PAQ.

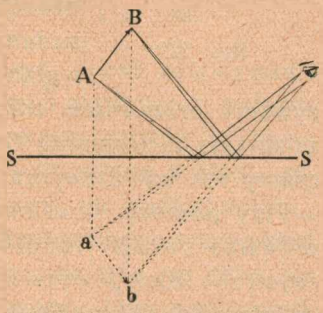
Wiemy istotnie, że kąt $APp =$ kątowi pPB; lecz kąt $pPB =$ kątowi aPr, zatem kąt $APp =$ kątowi aPr, zatem kąt $OPA =$ kątowi OPa. Prostokątne trójkąty OPA i OPa są równe sobie, zatem $OA = Oa$; przedłużona prosta BP przechodzi więc przez obraz punktu A. Przekonywamy się podobnie, że przedłużona CQ przechodzi przez obraz tegoż punktu. Z równości trójkątów OPA i OPa oraz trójkątów OQA i OQa wynika, że kąt $PaQ =$ kątowi PAQ.

W powyższem rozumowaniu AP i AQ są dowolne dwa promienie padania; w punkcie a przecinają się zatem wszystkie

wstecz przedłużone promienie odbicia; wszystkie promienie odbicia tak biegną, jak gdyby wychodziły z punktu *a*. Rozbieżna padająca wiązka *AP*, *AQ* wytwarza więc przez odbicie również rozbieżną wiązkę odbitą *PB*, *QC*; kąty otworu wiązek (w *A* i w *a*) są identyczne. Wiązka *PB*, *QC* sprawia w oku takie wrażenie, jak gdyby była wysłana ze źródła *a*.

Organ wzroku donosi nam o wstrząśnieniach, których doznaje od zaburzeń dobiegających go zzewnątrz; lecz skąd te zaburzenia pochodzą, gdzie wszczęły się, po jakich torach wędrując dotarły do oka, są to pytania, na które nerw optyczny nie udziela nam odpowiedzi. Przypuśćmy, że oko znalazło się na drodze wiązki *AP*, *AQ* przed jej spotkaniem ze zwierciadłem *SS*; z rozbieżności wiązki wyprowadzilibyśmy wniosek, że wiązka wybiegła z *A*. Gdy oko znajduje się na drodze wiązki *PB*, *QC*, wyprowadzamy podobnie wniosek analogiczny, że wiązka ta wybiegła z *a*. Pierwszy wniosek jest prawdziwy, drugi jest nieprawdziwy; wnioskowanie przez analogję bywa zawodne. Przypadek niniejszy jest prosty, ale nadzwyczaj pouczający. Przekonywamy się tutaj, że nawet w codziennych wrażeniach naszych wzrokowych (podobnie jak we wszystkich wogóle naszych wrażeniach zmysłowych) ukrywają się *nieświadome* przypuszczenia, bezwiedne rozumowania i wnioski.

Przedmiot świecący rozciągły *AB* (rys. 221) możemy uważać za zbiór punktów świecących. Na zasadzie powyższego twierdzenia znajdujemy obraz każdego punktu; tym sposobem otrzymujemy obraz *ab* przedmiotu *AB*. Przekonywamy się łatwo, że przedmiot i obraz nawzajem względem siebie są *symetryczne*, podobnie jak prawa i lewa ręka są symetryczne; płaszczyzną symetrji jest oczywiście płaszczyzna zwierciadła.



Rys. 221.

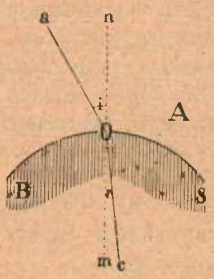
Prawidłowe, geometrycznie proste *odbijanie się* światła różni się istotnie od bezładnego jego rozrzucania czyli *rozpraszania*. Przypuśćmy, iż snop równoległych słonecznych promieni pada na czyste zwierciadło umieszczone w zaciemnionym pokoju; od powierzchni zwierciadła biegnie wówczas snop również równoległych promieni odbicia. Jeżeli oko obserwatora znajduje się poza obrębem odbitego snopu, obserwator nie dostrzega zwierciadła; nie widzi go również, gdy promienie odbicia trafiają do oka, dostrzega wówczas obraz słońca. Lecz jeżeli snop świetlny pada na powierzchnię gipsu, piasku, kredy, waty, bibuły, ciała te stają się *zewsząd* w pokoju widoczne. Gdy w porze wschodu lub zachodu słońca spoglądamy na spokojną, gładką powierzchnię wód jeziora lub morza, nieraz wówczas wzrok musimy natychmiast odwrócić, nie możemy bowiem znieść blasku obrazu utworzonego przez odbicie. Lecz skoro wiatr wzburzył wodne zwierciadło

i pokrył je tysiącznemi zmarszczkami, gra światła przestaje nas razić; powierzchnia lśni jednostajnie, jak łuna, we wszystkich kierunkach.

Pospolite zwierciadła są to szklane szyby, których jedną powierzchnię powleczono warstwą rtęciowo-cynowego amalgamatu. Padając na takie zwierciadło, wiązka świetlna odbija się zarówno od zewnętrznej, swobodnej powierzchni szkła jak od ukrytej pod szkłem powierzchni amalgamatu; pierwsze odbicie, znacznie słabsze niż drugie, uchodzi zazwyczaj naszej uwadze.

§ 136. Prawa załamywania się światła.

Przypuśćmy, że powierzchnia S oddziela od siebie dwa przezroczyste izotropowe ośrodki A, B (rys. 222). Przez ośrodek A dąży ku S wiązka padająca w kierunku aO, który, jak wyżej, nazywamy *promieniem padania*. Przypuśćmy dla ścisłości, że padające światło jest jednobarwne, np. czerwone lub żółte. W punkcie O przecięcia promienia aO z powierzchnią S poprowadźmy normalne do powierzchni: On wgłąb A oraz Om wgłąb ośrodka B. Kąt aOn nazywamy znowu *kątem padania* i oznaczamy przez i; płaszczyzna poprowadzona przez aO i On nazywa się *płaszczyzną padania*. Załamana wiązka świetlna biegnie wgłąb ośrodka B w kierunku Oc, który nazywamy *promieniem załamania*. Kąt tworzony przez promień Oc załamania z normalną Om nazywamy *kątem załamania*; oznaczamy ten kąt zazwyczaj przez r.



Rys. 222.

Przy pomocy określonych tu pojęć wypowiadamy prawo załamywania światła jednobarwnego na granicy zetknięcia przezroczystych izotropowych ośrodków: *(a) promień załamania leży w płaszczyźnie padania (b) stosunek wstawy kąta padania do wstawy kąta załamania jest wielkością stałą* (niezależną od kątów padania i załamania). Stałą wartość stosunku $\sin i/\sin r$ nazywamy *spółczynnikiem załamania* danego jednobarwnego rodzaju światła w przejściu z ośrodka A do ośrodka B. Oznaczając przez μ_{AB} ten spółczynnik, mamy zatem

$$1. \qquad \sin i = \mu_{AB} \sin r.$$

Za ośrodek A wybieramy zazwyczaj próżnię (lub powietrze atmosferyczne, którego własności optyczne nie różnią się znacznie od własności próżni); spółczynnikiem załamania μ danej sub-

stancji (dla danego jednobarwnego rodzaju światła) nazywamy więc wartość, którą przybiera μ_{AB}, gdy ośrodkiem B jest dana substancja, ośrodkiem A próżnia (lub atmosferyczne powietrze).

Mierzymy kąty i oraz r dla światła żółtego, które otrzymujemy z płomienia palnika Bunsena, wprowadzając doń nieco sodu lub soli sodu; światło przebiega z powietrza do wody, w temperaturze 15° C. Gdy $i = 60°$, spostrzegamy, że $r = 40°30'$; w przytoczonych zatem warunkach

2. $$\sin i = 0{\cdot}8660; \quad \sin r = 0{\cdot}6494; \quad \mu = 1{\cdot}333.$$

Z równania (1) otrzymujemy, kładąc $\mu = 1{\cdot}333$:

3. dla $i = 45°$: $r = 32°\,1'\,40''$

4. dla $i = 30°$: $r = 22°\,1'\,30''$.

Spostrzeżenia potwierdzają te wyniki; możemy to sprawdzić przybliżenie na wyobrażonym w rys. 218 ym przyrządzie.

W następującej tablicy podajemy spółczynniki załamania światła żółtego (sodowego) w przejściu z powietrza do wymienionej substancji, w temperaturze 15° C.

Alkohol etylowy:	1·362	Kwarc stopiony SiO^2:	1·458
Nafta zwyczajna:	1·448	Sól kamienna NaCl:	1·544
Dwusiarczek węgla:	1·628	Djament:	2·417

Zwykłe szkło optyczne (wartości przybliżone):

Crown glass { od 1·50 do 1·53 *Flint glass* { od 1·53 do 1·90.

Jak powiedzieliśmy w § 71-ym tomu II-go, prawa załamywania światła na granicy dwóch ośrodków odkryli w pierwszej połowie XVII-go wieku Snell i Kartezjusz; przytoczyliśmy je wyżej niemal dosłownie w postaci, w której wygłoszone zostały, zastrzegliśmy tylko, że, gdy ośrodki A i B są dane, spółczynnik μ_{AB} *jedynie* dla pewnego gatunku światła jednobarwnego ma wartość oznaczoną. *Każdy rodzaj jednobarwnego światła, w przejściu z danego ośrodka A do danego B ma własny swój spółczynnik załamania*; odkrycie tego faktu, doniosłości niezmiernej, zawdzięczamy Newtonowi.

Przytaczamy dla przykładu, że, jeżeli ośrodkiem A jest powietrze, ośrodkiem B woda, wówczas w 15° C:

dla światła żółtego (sodowego): $\mu_{AB} = 1{\cdot}333$
dla światła czerwonego (litowego): $\mu_{AB} = 1{\cdot}331$.

Wprowadźmy jednocześnie sól sodową i sól litową do płomienia palnika Bunsena. Otrzymujemy wówczas rodzaj mieszaniny żółtego i czerwonego światła; wzdłuż każdego promienia

płyną wiązki dwóch gatunków promieniowania. Gdy promień przebiega z powietrza do wody, wiązki w przejściu załamują się niejednakowo:

wiązka światła żółtego według prawa: $\sin i = 1{\cdot}333 \sin r$
wiązka światła czerwonego według prawa: $\sin i = 1{\cdot}331 \sin r$.

Gdy zatem dla tych dwóch wiązek kąty padania i są jednakowe, ich kąty załamania r są niejednakowe; z jednej wiązki padającej tworzą się przez załamanie dwie wiązki różne. Zjawisko to nazywamy *dyspersją* czyli *rozszczepianiem się* światła.

Światło *białe* (np. światło dzienne słoneczne) zachowuje się w niejednym względzie jak gdyby było mieszaniną niezmiernie licznych gatunków jednobarwnego promieniowania; przebiegając z jednego przezroczystego do innego przezroczystego ośrodka, światło białe *rozszczepia się*. Rozszczepienie to bywa jednak nieznaczne w wielu przypadkach, tak iż w pierwszem przybliżeniu można nieraz jego objawy i skutki pomijać.

Musimy starannie odróżniać *zdolność załamywania* od *zdolności rozszczepiania* światła. Za miarę średniej zdolności załamywania możemy uważać np. wartość μ_s spółczynnika załamania światła żółtego w danej substancji (względem próżni albo powietrza); za miarę zdolności rozszczepiania możemy poczytywać różnicę $\mu_\beta - \mu_\alpha$ wartości spółczynników załamania fioletowego i czerwonego światła. *Crown glass* nietylko słabiej załamuje ale i mniej rozszczepia niż flint; w niektórych, t. zw. ciężkich gatunkach flintu różnica $\mu_\beta - \mu_\alpha$ bywa do dwóch razy większa niż w zwykłym crownie.

§ 137. Odwracalność świetlnych promieni.

Powróćmy do rys. 217-go, przypuśćmy jednak, że wyobraża obecnie inne niż w § 134-ym zjawisko. Przypuśćmy, że niezmiernie wąska wiązka świetlna dąży przez ośrodek A ku powierzchni S w kierunku bO, od b do O; powiemy, że obecny promień padania jest umiejscowiony w prostej dawnego promienia odbicia, ale ma kierunek przeciwny (por. § 11 tomu I-go). Wiązka odbita od S dąży wówczas wzdłuż prostej Oa, od O do a; nowy zatem promień odbicia jest umiejscowiony w prostej dawnego promienia padania, ale ma kierunek przeciwny. Odbitej od powierzchni S wiązce pozwólmy odbić się powtórnie, w drugiem zwierciedle, do którego powierzchni wiązka biegnie normalnie; odwracamy wówczas bieg światła w promieniu odbicia o 180^0 i promień ten czynimy nowym promieniem padania; bieg

światła w dawnym promieniu padania odwraca się również o 180°, promień ten staje się nowym promieniem odbicia.

Powróćmy do rys. 222-go, przypuśćmy jednak, że wyobraża obecnie inne niż w § 136-ym zjawisko. Przypuśćmy, że przez ośrodek B biegnie ku powierzchni S nadzwyczaj wąska wiązka tego samego (jednobarwnego) gatunku światła, do którego należała uważana w § 136 ym wiązka, biegnąca przez A w kierunku aO. Przypuśćmy, że wiązka dąży obecnie w kierunku prostej cO, od c do O; powiemy, że obecny promień padania jest umiejscowiony w prostej dawnego promienia załamania, ale ma kierunek przeciwny. Wiązka załamana biegnie wówczas w prostej Oa, w kierunku od O do a; nowy zatem promień załamania jest umiejscowiony w prostej dawnego promienia padania, ale ma kierunek przeciwny. Wiązce załamanej, jak w § 136-ym, na granicy S ośrodków A i B pozwólmy odbić się w zwierciedle, do którego powierzchni jest normalna; odwracamy wówczas bieg światła w promieniu Oc załamania o 180° i promień ten czynimy nowym promieniem padania; bieg światła w dawnym promieniu aO padania odwraca się również o 180°, promień ten staje się nowym promieniem załamania. Dawny kąt załamania r stał się teraz kątem padania; dawny kąt padania i jest obecnie kątem załamania. Prawo załamania uważanego rodzaju światła w przejściu z ośrodka B do A jest zatem

1. $$\sin r = \mu_{BA} \sin i.$$

Porównawszy ten wzór z równaniem (1) § 136-go, wnosimy, iż

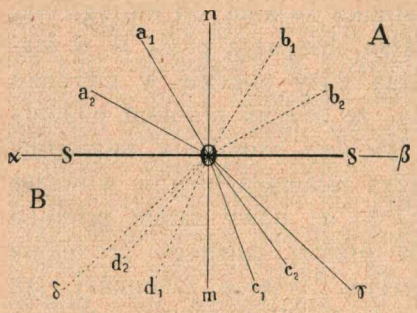
2. $$\mu_{BA}\,\mu_{AB} = 1.$$

Przytoczyliśmy tu dwa proste przykłady, w których *zasada odwracalności świetlnych promieni* jest ważna. Ażeby ją wypowiedzieć, przypuśćmy, że geometryczny przebieg świetlnych promieni w pewnym przyrządzie jest dany. Zasada odwracalności orzeka, że we wszystkich promieniach danego geometrycznego schematu wolno odwrócić bieg światła o 180°, nie naruszając przez to położenia prostych, w których promienie są umiejscowione. Twierdzenie to jest prawdziwe, gdy wiązka świetlna odbija lub załamuje się w przyrządzie dowolną liczbę razy.

§ 138. Kąt krytyczny; odbicie całkowite.

Wyobraźmy sobie dwa przezroczyste, izotropowe ośrodki A i B, graniczące ze sobą wzdłuż płaszczyzny SS (rys. 223). Przypuśćmy,

że wiązka świetlna przebiega z ośrodka A do B, np. w kierunku promienia padania a_1O. Część energji wiązki cofa się wgłąb ośrodka A, tworząc wiązkę odbitą; część przenika do B, tworząc załamaną; Ob_1 i Oc_1 są promieniami odbicia i załamania, odpowiadającemi promieniowi a_1O padania. Jeżeli podobnie a_2O jest promieniem padania, Ob_2 i Oc_2 są promieniami odbicia i załamania. Posługując się poprzedniemi oznaczeniami, mamy zawsze



Rys. 223.

1. $j = i$; $\mu_{AB} \sin r = \sin i$.

Będziemy przypuszczali, że $\mu_{AB} > 1$.

Kąt padania i może zmieniać się w granicach od 0^0 do 90^0. Gdy $i = 0$, mamy $j = 0$ oraz $r = 0$; wiązka padająca biegnie w kierunku nO, odbita w przeciwnym On, załamana w kierunku Om. Gdy kąt i zwiększa się, j rośnie równie szybko, natomiast r rośnie coraz powolniej. Gdy $i = 90^0$, mamy $j = 90^0$; wiązka padająca biegnie w kierunku αO, stycznie do SS, odbita w kierunku $O\beta$, również do SS stycznie. Jeżeli kąt $mO\gamma$, którego wartość oznaczmy przez ϱ, czyni zadosyć związkowi

2. $$\sin \varrho = 1/\mu_{AB}$$

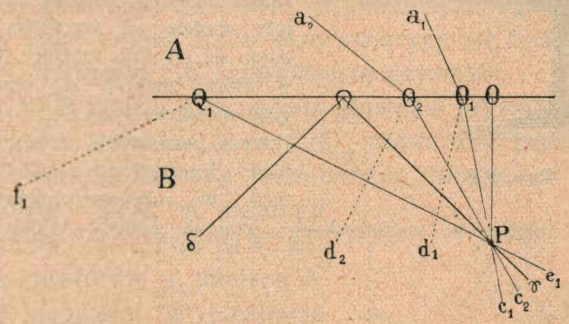
powiadamy wówczas: gdy wiązka padająca biegnie w kierunku αO, wiązka załamana biegnie w kierunku $O\gamma$. Kąt $mO\gamma$ czyli ϱ nazywamy *krytycznym* kątem załamania; przechodząc z ośrodka A do B, wiązka nie może od normalnej odchylić się bardziej aniżeli o krytyczny kąt załamania.

Dla przykładu przypuśćmy, ze ośrodek A składa się z powietrza, B z wody; że temperatura jest 15^0 C, światło zaś służące do doświadczenia żółte, sodowe, mamy wówczas

3. $$\mu_{AB} = \tfrac{4}{3}; \quad \sin \varrho = \tfrac{3}{4}; \quad \varrho = 48^0\,35'.$$

Przypuśćmy teraz, że wiązka przebiega z ośrodka B do A: prawa zjawiska wynikają ze znanej nam *zasady odwracalności* (§ 137). Gdy wiązka padająca biegnie w kierunku mO, odbita powraca w kierunku Om, załamana dąży dalej w kierunku On; jeżeli padająca przybywa w kierunku c_1O lub c_2O, odbita cofa

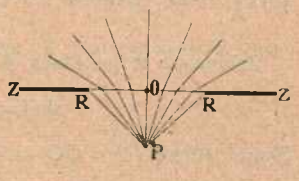
się w kierunku Od_1 lub Od_2, załamana posuwa się dalej w kierunku Oa_1 lub Oa_2. Przypuśćmy, że wiązka padająca biegnie w kierunku γO, pochylonym do mO pod kątem krytycznym ϱ; odbija się ona w kierunku $O\delta$, załamuje w kierunku $O\alpha$; załamana wiązka nie wynurza się już zatem z ośrodka B, ślizga się stycznie między B i A. Gdyby padająca wiązka biegła w kie-



Rys. 224.

runku pochylonym do mO pod kątem większym aniżeli krytyczny, wiązka odbita utworzyłaby się jak zwyczajnie, ale załamana *nie* doszłaby wcale do skutku. Gdy $\mu_{AB} > 1$, wiązka, przybywająca z głębi ośrodka B do powierzchni granicznej pod kątem padania większym niż wartość krytyczna ϱ, nie tworzy wiązki załamanej; nie może zatem przeniknąć do ośrodka A (rys. 224), całkowita jej energja pojawia się w wiązce odbitej. Odbicie odbywające się w takich warunkach nazywamy więc *całkowitem*.

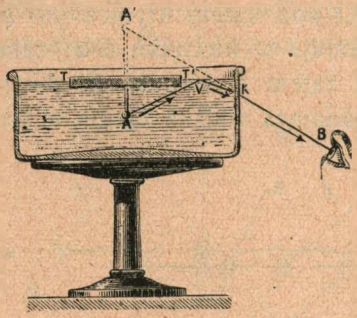
Wyobraźmy sobie oko umieszczone w punkcie P (rys. 225), w głębi rozległej masy wód. Do oka w P dociera światło dzienne w postaci stożka, którego kąt otworu wynosi 2ϱ (zatem około 97° w wyżej wskazanych okolicznościach); dla obserwatora znajdującego się na powierzchni wody, w punkcie O, kąt otworu analogicznego stożka wynosi oczywiście 180°. Umieszczonemu w P oku widnokrąg wydaje się zatem ścieśniony w kształt kołowego obwodu RR; spogląda ono na półkulę niebieską jak przez otwór okrągły wycięty w nieprzezroczystej zasłonie ZZ. Tak zapewne ryby widzieć muszą sklepienie niebios; podobnie wygląda ono na fotografji wykonanej w głębi wody.



Rys. 225.

Zjawisko całkowitego odbicia zauważył Keppler około 1602 r., nie mógł go jednak zrozumieć, nie znając praw załamania; dopiero Newton, sto lat

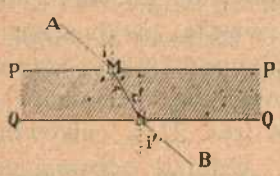
później, podał wytłumaczenie, które przytoczyliśmy w powyższym wywodzie. Z pomiędzy mnóstwa doświadczeń, w których zjawisko to można okazać, wspominamy o jednem. Na powierzchni wody rozlanej w płaskiem szklanem naczyniu (rys. 226) pływa korek TT', w który od dołu wpięto igłę A. Nie dostrzegamy igły, spoglądając z góry; widzimy ją, zniżywszy oko do poziomu B; dzięki załamaniu w K obraz igły wydaje się wydłużony. Przyglądając się od dołu szklance pełnej wody, w której znajduje się oświetlona od góry metalowa łyżeczka, widzimy obraz łyżeczki powstający przez całkowite odbicie. Korzystamy z całkowitego odbicia w rozpowszechnionych dzisiaj świetlnych (i barwnych) wodotryskach, których pomysł podał Babinet w 1842 r.



Rys. 226.

§ 139. Załamanie w płytce o ścianach równoległych.

Wyobraźmy sobie płytkę szklaną, której ściany płaskie PP, QQ są równoległe do siebie (rys. 227). Przypuśćmy, że wiązka świetlna, przebiegając z powietrza do szkła, pada na ścianę PP wzdłuż promienia AM; wiązka załamana biegnie w szkle wzdłuż promienia MN. Padając na ścianę QQ, wiązka MN, załamana ponownie, tworzy wiązkę biegnącą wzdłuż NB, jak pierwotna, w powietrzu. Według praw załamania, wiązka NB jest równoległa do padającej AM; płytka $PPQQ$ nie odchyla świetlnych promieni.



Rys. 227.

Załamanie w punktach M oraz N odbywa się według wzorów

1. $$\sin i = \mu_{AB} \sin r; \quad \sin r' = \mu_{BA} \sin i'.$$

Skoro jednak PP i QQ są równoległe, przeto $r' = r$, zatem

2. $$\sin i = \mu_{AB}\, \mu_{BA} \sin i'$$

lub według § 137-go

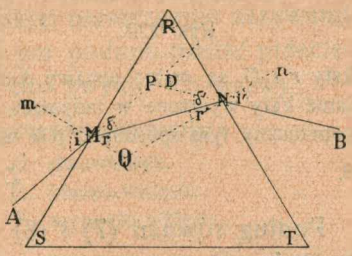
3. $$\sin i = \sin i'.$$

W mnóstwie doświadczeń optycznych stwierdzamy fakt, o którym tu mowa jest on dowodem słuszności zasady odwracalności promieni.

§ 140. Załamanie w pryzmacie.

Pryzmatem nazywamy w optyce ciało przezroczyste, zwykle izotropowe, ograniczone conajmniej przez dwie przecinające się ze sobą boczne płaskie ściany. *Krawędzią* pryzmatu jest prosta, w której przecinają się wspomniane ściany boczne. Przecięcie pryzmatu, poprowadzone prostopadle do krawędzi, nazywa się *przecięciem głównem*; zmierzony w płaszczyznie głównego przecięcia kąt, który tworzą ślady przecinających się ścian bocznych, jest *kątem łamiącym* lub *rozwartością* pryzmatu.

Niechaj STR będzie przecięciem głównem pryzmatu szklanego zanurzonego w powietrzu (rys. 228); rozwartość pryzmatu niech wynosi R. Wiązka świetlna jednobarwna, biegnąc w powietrzu, w płaszczyznie STR, w kierunku AM, załamuje się wzdłuż MN, załamuje się powtórnie w miejscu N i wybiega napowrót w powietrze w kierunku NB. Przedłużając AM i BN do przecięcia się w P, otrzymujemy kąt D, t. zw. *odchylenie* wiązki, sprawione przez dwa załamania. Odchylenie D jest związane z wartością i pierwszego kąta padania, z rozwartością R pryzmatu, wreszcie z wartością μ spółczynnika załamania szkła względem powietrza dla uważanego gatunku światła jednobarwnego; gdy i, R, μ są wiadome, odchylenie D jest oznaczone.



Rys. 228.

Oznaczając przez δ i δ' kąty PMN i PNM, mamy

1. $$\delta = i - r; \quad \delta' = i' - r';$$

δ jest odchylenie sprawione przez pierwsze załamanie, δ' jest odchylenie sprawione przez drugie. Mamy

2. $$D = \delta + \delta' = i + i' - (r + r').$$

Rozumiejąc przez Q kąt MQN, mamy widocznie

3. $$Q + R = 180^0 \quad \text{oraz} \quad Q + r + r' = 180^0$$

zatem

4. $$R = r + r'; \quad D = i + i' - R.$$

Pomiędzy i, r oraz i', r' zachodzą nadto związki

5. $$\sin i = \mu \sin r; \quad \sin i' = \mu \sin r'.$$

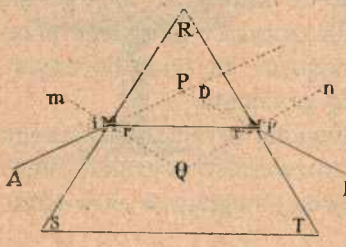
Weźmy na uwagę przypadek szczególny, w którym $i' = i$, zatem $r' = r$ (rys. 229). Podług równań (4) mamy wówczas

6. $$r = \tfrac{1}{2}R; \quad i = \tfrac{1}{2}(D + R)$$

z równań (5) zatem wyprowadzamy:

7. $$\sin \tfrac{1}{2}(D + R) = \mu \sin \tfrac{1}{2} R.$$

Znając D i R, możemy obliczyć wartość μ. Zachowując promieniowi padania niezmienne położenie AM (rys. 228), kręćmy pryzmat dokoła krawędzi R; zacznijmy od położenia, w którem $i = 90°$, skończmy na położeniu, w którem $i' = 90°$. Po wykonaniu kilku doświadczeń albo rysunków przekonamy się, że odchylenie D najprzód zmniejsza się, później się zwiększa; najmniejszość wówczas przypada, gdy $i' = i$, gdy zatem wzory (6) i (7) są spełnione.



Rys. 229.

Jeżeli rozwartość R pryzmatu jest mała oraz AM jest prawie normalny do ściany SR, kąty r i D są małe; wstawy kątów w (7) możemy wówczas zastąpić przez same kąty wyrażone w radjanach; dopóki kąty nie przenoszą 10°, błąd, który popełniamy tym sposobem, jest nieznaczny. Mamy wówczas

8. $$D = (\mu - 1) R.$$

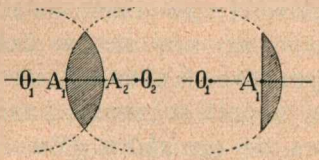
Podług równań (7) i (8) odchylenie D zależy nietylko od rozwartości R pryzmatu lecz nadto od wartości spółczynnika μ; zależnie od barwy przebiegającego światła odchylenie D jest więc rozmaite; np. światło żółte odchyla się bardziej niż czerwone, niebieskie bardziej niż żółte. Dzięki załamaniu w pryzmacie mieszanina różnych gatunków światła rozszczepia się (§ 136). Jeżeli źródło, wysyłające światło białe, jest punktem, pryzmat rozsnuwa obraz tego punktu w barwną wstęgę, którą nazywamy *widmem*.

§ 141. O soczewkach; nazwy i określenia.

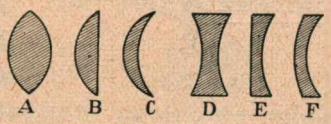
Wyobraźmy sobie dwa odcinki powierzchni kulistych, w obwodzie swym kołowe; ciało wyrobione z substancji przezroczystej i izotropowej, zawarte między takiemi odcinkami, nazywamy w optyce *soczewką*. Jedna z ograniczających powierzchni może być płaska; uznajemy ją wówczas za powierzchnię kulistą, której środek leży nieograniczenie daleko.

Przypuśćmy, że soczewka jest zawarta między odcinkami powierzchni kulistych, których środki znajdują się w punktach O_1 i O_2

(rys. 230); prostą $O_1 O_2$ nazywamy wówczas *osią soczewki*. Punkty A_1 i A_2, w których oś główna przecina powierzchnie kuliste, nazywamy *biegunami* soczewki. Jeżeli jedna z powierzchni jest płaska, jeden z dwóch środków, np. O_2, nie istnieje, pozo-



Rys. 230.



Rys. 231.

staje np. tylko O_1; prowadzimy wówczas oś główną przez O_1 prostopadle do płaskiej ściany soczewki.

Przez oś główną soczewki poprowadźmy dowolną płaszczyznę; każde przecięcie soczewki leżące w takiej płaszczyźnie nazywamy jej *głównem przecięciem*. Na rys. 231-ym podano postać przecięć głównych różnych typów soczewek; oto zwykłe ich nazwy:

soczewki zbierające:	soczewki rozpraszające:
A: dwuwypukłe	*D*: dwuwklęsłe
B: płasko-wypukłe	*E*: płasko-wklęsłe
C: wklęsło-wypukłe	*F*: wypukło-wklęsłe.

Jak już powiedzieliśmy, przypuszczamy, że obwód soczewki jest kołowy; średnicę tego obwodu nazywamy *otworem* soczewki.

§ 142. Ogniska i środek soczewki.

Opiszemy teraz pokrótce, z początku nieco ogólnikowo, ważniejsze własności soczewek; uczynimy to w założeniu, że spełnione są warunki następujące: (I) soczewka jest zanurzona w jednolitym i izotropowym, przezroczystym ośrodku, np. w powietrzu; załamuje się w niej wiązka światła jednobarwnego; (II) spółczynnik μ załamania substancji soczewki względem ośrodka jest większy niż jedność; (III) otwór soczewki nie jest zbyt mały; możemy wówczas zaniedbać zjawiska zależne od uginania się światła na obwodzie soczewki; (IV) rozważamy działanie soczewki na wiązki, których promienie padania są mało nachylone do osi głównej; (V) przypuszczamy, że soczewka jest bardzo cienka; jej bieguny są położone tak blisko siebie, że wolno nam od któregokolwiek bieguna mierzyć odległości wzdłuż osi głównej.

Zamykając się w zakresie takich założeń, przyglądamy się najpierw działaniu *zbierającej* soczewki na snop wiązek *równoległych*. Przypuśćmy, że promienie padania biegną po stronie środka O_1 (rys. 232), równolegle do osi głównej; promienie załamania skupiają się wówczas w punkcie leżącym na osi głównej, po przeciwnej stronie soczewki; punkt ten nazywa się *ogniskiem głównem* F_2 soczewki; jego odległość od (któregokolwiek) bieguna nazywa się *odległością ogniskową*. Jeżeli promienie padania biegną po stronie środka O_2, równolegle do osi głównej, promienie załamania zbierają się w *drugiem ognisku głównem* F_1, leżącem na osi głównej, po stronie środką O_1. Soczewka ma zatem dwa ogniska główne; ich odległości ogniskowe są sobie równe.

Rys. 232.

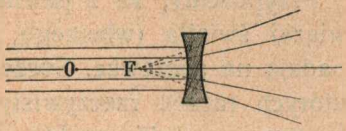
Po stronie odwróconej od słońca umieśćmy kartę papieru w odległości ogniskowej od soczewki; soczewka skupia w ognisku padający na nią snop równoległych promieni słonecznych; w ognisku tworzy się mały, silnie błyszczący obraz słońca. Skupione w ognisku promieniowanie przynosi ze sobą tyle energji, że papier w tem miejscu wkrótce czernieje lub nawet zaczyna się palić; stąd nazwa *szkła palącego*, którą nadaje się często zbierającej soczewce. Doświadczenie, powszechnie znane, o którem tu mowa, sięga dawnych czasów; w akcie II-im komedji Arystofanesa p. t. *Chmury*, odegranej po raz pierwszy w r. 424-ym przed N. Chr., jedna z występujących osób opisuje je wcale dokładnie.

Znana nam z § 137-go zasada pozwala odwrócić przytoczone twierdzenie; powiadamy: gdy punkt, będący źródłem światła, znajduje się w jednem z ognisk zbierającej soczewki, promienie załamania, po przeciwnej jej stronie, biegną równolegle do osi głównej. Dzięki tej własności soczewek możemy łatwo wytworzyć snop równoległych wiązek świetlnych pochodzących np. z lampy elektrycznej łukowej.

Przypuśćmy, że w zaciemnionym pokoju biegnie snop równoległych wiązek słonecznego lub sztucznego światła. Gdy wprowadzimy nieco dymu do powietrza, w drogę wiązek, kształt i przebieg promieni padania i załamania, przed soczewką i za nią, staje się łatwo widoczny. Możemy tym sposobem ilustrować powyższe twierdzenia a także i dalsze, analogiczne.

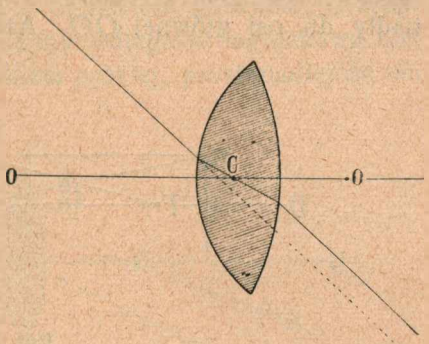
Rozważmy, jak zachowywa się *rozpraszająca* soczewka wobec snopu wiązek świetlnych równoległych. Przypuśćmy, że promienie padania biegną po stronie środka O (rys. 233), równolegle do osi głównej; promienie załamania, po przeciwnej stronie

soczewki, przebiegają wówczas jak gdyby wychodziły z ogniska głównego *F*, zwanego *pozornem*, które leży na osi głównej, po stronie środka *O*. Jeżeli promienie padania przenoszą się na przeciwną stronę soczewki, wraz z niemi przenosi się ognisko pozorne; soczewka rozpraszająca ma zatem dwa ogniska główne pozorne; po każdej stronie soczewki znajduje się jedno. Odległości ogniskowe ognisk są znów sobie równe.



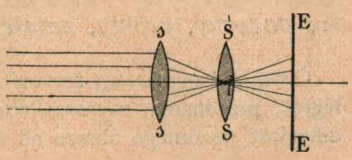
Rys. 233.

Dla każdej soczewki można utworzyć punkt, zwany jej *optycznym środkiem* (*C*, rys. 234), który ma własność następującą: każda wiązka świetlna, biegnąca przez środek *C*, opuszcza soczewkę w kierunku równoległym do kierunku, w którym wbiegła do soczewki; po przejściu przez soczewkę wiązka jest przesunięta względem kierunku swego pierwotnego przebiegu, ale nie jest odchylona od niego. Przesunięcie promienia zależy widocznie od grubości soczewki; w cienkiej soczewce jest małe, w pierwszem przybliżeniu można je zaniedbać. W cienkiej soczewce można poczytywać promień biegnący przez środek za wcale nie załamany.



Rys. 234.

Przypuśćmy, że pomocnicza soczewka *ss* (rys. 235) skupia w ognisku swem *f* równoległe promienie padającego na nią snopu; przedłużone poza ognisko, promienie sięgają ekranu *EE*, na którym ukazuje się jasna plama świetlna. Pomiędzy *ss* a *EE* umieśćmy drugą soczewkę *SS*; gdy *SS* zajęła pewne położenie, plama jasna świetlna zjawia się w miejscu, w którem tworzyła się przed wprowadzeniem w grę soczewki *SS* i ma tę samą jak wówczas rozległość. Skoro zatem w tem położeniu soczewka *SS* nie zmienia kierunku przebiegających ją promieni, jej środek optyczny musi wówczas leżeć w ognisku *f* pomocniczej soczewki *ss*.

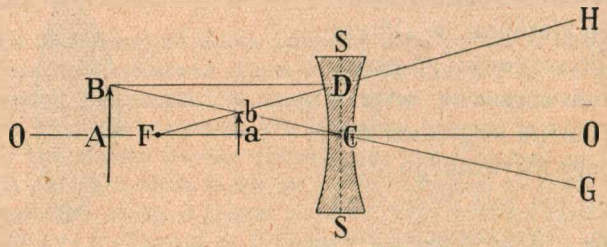


Rys. 235.

§ 143. Obrazy tworzone przez soczewki.

Przypuśćmy, że z pewnego *przedmiotu* (czyli źródła) biegną wiązki światła (własnego, odbitego lub rozproszonego), które padają na soczewkę. Soczewka tworzy *obraz* przedmiotu, w niektórych razach rzeczywisty, w niektórych pozorny; ów obraz możemy znaleźć zwykle, w dostatecznym stopniu przybliżenia, prostym graficznym sposobem. Przytaczamy kilka elementarnych przykładów.

(I) Soczewka SS jest rozpraszająca; przypuśćmy, że jest dwuwklęsła (rys. 236). Niechaj będzie F ogniskiem głównem soczewki, C jej środkiem. Dla uproszczenia przypuśćmy, że przedmiotem AB jest stosunkowo krótki odcinek prosty, prostopadły do osi głównej OO. Ażeby otrzymać obraz punktu B,



Rys. 236.

bierzemy na uwagę dwa z B poprowadzone promienie. Równoległy do osi OO promień padania odpowiada promieniowi załamania tak przebiegającemu, jak gdyby wychodził z ogniska F; skierowany przez środek C promień padania odpowiada promieniowi załamania biegnącemu w jego prostem przedłużeniu. Promienie CG i DH biegną zatem poza soczewką, jak gdyby pochodziły z punktu przecięcia b i jak gdyby soczewka była nieobecna; b jest pozornym obrazem punktu B. W ab tworzy się *pozorny, prosty, zmniejszony* obraz przedmiotu AB.

Odległość ogniskową soczewki oznaczmy przez f; przez P rozumiejmy odległość przedmiotu, mierzoną wzdłuż osi OO od środka C, przez p rozumiejmy odległość pozornego obrazu od środka C. Mamy zatem

1. $$CF = f; \quad CA = P; \quad Ca = p.$$

Z trójkątów Cab i CAB wyprowadzamy

2. $$Ca : CA = ab : AB = ab : CD$$

zatem również

3. $$Ca : CA = Fa : FC.$$

Mamy innemi słowy

4. $$p : P = (f - p) : f$$

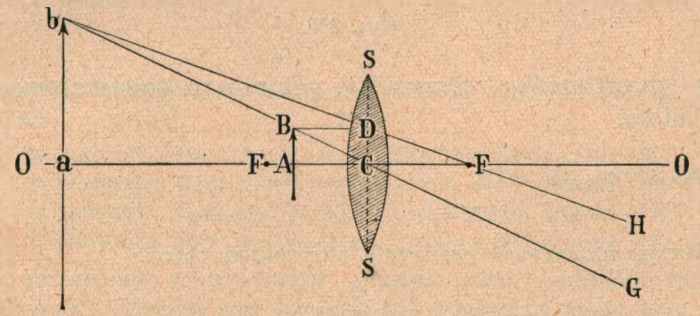
lub jeszcze

5. $$\frac{1}{p} - \frac{1}{P} = \frac{1}{f}.$$

Stosunek linjowych rozmiarów obrazu i przedmiotu nazywa się *powiększeniem m* sprawianem przez soczewkę; zatem

6. $$m = \frac{ab}{AB} = \frac{p}{P} < 1.$$

(II) Soczewka SS jest zbierająca; przypuśćmy, że jest dwuwypukła. Niechaj będzie znowu F ogniskiem głównem, C środkiem soczewki; przez f rozumiejmy odległość ogniskową CF. Przedmiot AB jest znowu odcinkiem prostej, prostopadłej do osi



Rys. 237.

głównej OO. Odróżniamy trzy przypadki: (α) odległość przedmiotu od środka C jest mniejsza niż odległość f (rys. 237). Powtarzając znaną z rozbioru poprzedniego przypadku konstrukcję, znajdujemy obraz b punktu B; przekonywamy się, że w ab tworzy się *pozorny, prosty, powiększony* obraz przedmiotu AB.

Kładąc

7. $$CF = f; \quad CA = P; \quad Ca = p$$

znajdujemy, jak w przypadku poprzednim

8. $$CA : Ca = AB : ab = CD : ab = CF : aF$$

czyli

9. $$P : p = f : (f + p)$$

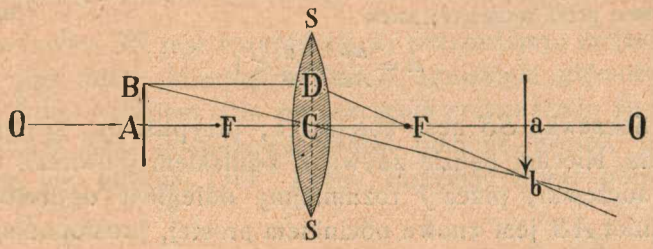
skąd wyprowadzamy

10. $$\frac{1}{p} - \frac{1}{P} = -\frac{1}{f}.$$

Powiększenie m wynosi

11. $$m = \frac{ab}{AB} = \frac{p}{P} > 1.$$

(β) Odległość przedmiotu od środka soczewki jest większa niż odległość f ale mniejsza niż odległość $2f$ (rys. 238). W ab tworzy



Rys. 238.

się w tym przypadku *rzeczywisty, odwrócony, powiększony* obraz przedmiotu.

Pisząc znowu, jak wyżej

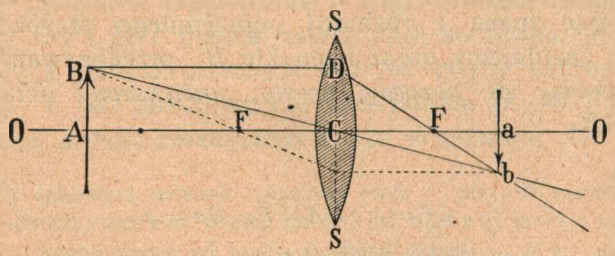
12. $$CF = f; \quad CA = P; \quad Ca = p$$

i powtarzając rozumowanie poprzednie, otrzymujemy obecnie

13. $$\frac{1}{p} + \frac{1}{P} = \frac{1}{f}.$$

Powiększenie m wynosi znów p/P i jest > 1.

(γ) Odległość przedmiotu od środka soczewki jest większa



Rys. 239.

niż odległość $2f$ (rys. 239). W ab tworzy się w tym przypadku *rzeczywisty, odwrócony, zmniejszony* obraz przedmiotu.

Powtarzając rozumowanie poprzednie, dochodzimy łatwo do wniosku, że w niniejszym przypadku wzór (13) jest ważny. Powiększenie m, wynoszące p/P, jest obecnie < 1.

Powróćmy na chwilę do przypadku (II)β; mieliśmy w tym razie $P < 2f$; z równania (13) wypada zatem, że $p > 2f$; obraz tworzy się w odległości większej niż $2f$. Powróćmy teraz do przypadku (II)γ; zakładaliśmy w tym razie $P > 2f$, z równania (13), ważnego i w tym przypadku, wyprowadzamy zatem, iż $p < 2f$; z tegoż równania wynika, że $p > f$. W przypadku (II)γ obraz tworzy się przeto w odległości większej niż f ale mniejszej niż $2f$; przypadek (II)γ jest widocznie odwrotnością przypadku (II)β.

Na rys. 239-ym wskazano (linją kropkowaną) przebieg trzeciego promienia łączącego punkt B z obrazem b; *wszystkie* promienie, wychodzące z B, po załamaniu w soczewce muszą przecinać się w b.

Przez p, P i f rozumieliśmy dotychczas wartości bezwzględne. Jeżeli umówimy się, że wielkościom p, P, f będziemy nadawali znak *dodatni*, gdy odpowiednie odcinki kierują się z C w stronę *przeciwną* kierunkowi rozchodzenia się światła, znak zaś *ujemny*, gdy odcinki kierują się z C w stronę *zgodną* z kierunkiem rozchodzenia się światła, wówczas równania (5), (10) i (13) możemy zawrzeć w jednem twierdzeniu:

14. $$\frac{1}{p} - \frac{1}{P} = \frac{1}{f};$$

f jest przytem odległością ogniska, przez które idą promienie światła. Mamy naprzykład:

w przypadku (I): $p > 0$, $P > 0$, $f > 0$; z (14) wypada (5)
w przypadku (II)α: $p > 0$, $P > 0$, $f < 0$; z (14) wypada (10)
w przypadku (II)β: $p < 0$, $P > 0$, $f < 0$; z (14) wypada (13)
w przypadku (II)γ: $p < 0$, $P > 0$, $f < 0$; z (14) wypada (13).

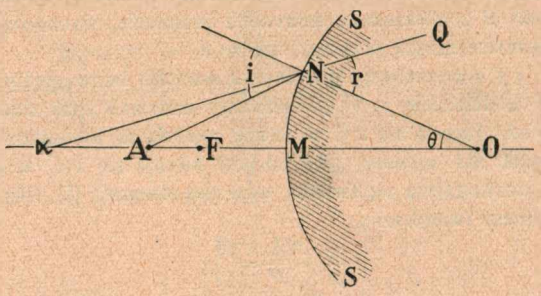
W t. zw. *aparacie fotograficznym* oglądamy obrazy rzeczywiste tworzone przez soczewki. *Objektyw* tego przyrządu jest układem soczewek, który, przybliżenie podobnie jak dwuwypukła soczewka w przypadku (II)γ, tworzy obraz rzeczywisty, odwrócony, zmniejszony przedmiotu na matowej szybie. Gdy obraz ten jest wyraźny, operator, zamiast szyby, wprowadza do przyrządu, w tej samej odległości od objektywu, czułą na działanie promieniowania kliszę fotograficzną. Z obrazów rzeczywistych tworzonych przez soczewki korzystamy również w *przyrządach projekcyjnych* i *kinematografach*; w tych przyrządach układ soczewek działa przybliżenie jak dwuwypukła soczewka w przypadku (II)β; przedmiot, który w rzucie ma być okazany, zazwyczaj klisza fotograficzna, jest silnie oświetlony i umieszczony w taki sposób, iż na ekranie powstaje obraz rzeczywisty, odwrócony, powiększony. *Szkło powiększające* czyli t. zw. *lupa*, dobrze znana każdemu miłośnikowi natury, jest dwuwypukłą soczewką, która w przypadku (II)α tworzy obraz pozorny, prosty, powiększony przedmiotu; jak wiemy, obraz ten, jako pozorny, nie może być uchwycony na ekranie.

§ 144. Wzór zasadniczy soczewki; zdolność dioptryczna.

Dla zrozumienia własności soczewek posługujemy się, jak widzieliśmy, pojęciem ognisk głównych oraz odległości ogniskowej.

Wykażemy obecnie, że odległość ogniskową soczewki możemy obliczyć, znając promienie tworzących ją powierzchni kulistych oraz spółczynnik załamania światła substancji (z której jest sporządzona) względem otaczającego ośrodka.

Weźmy na uwagę soczewkę dwuwypukłą, szklaną, zanurzoną w powietrzu; przypuśćmy, że spełniony jest przypadek (II) β poprzedniego artykułu: punkt świecący A (rys. 240) znajduje się na osi głównej, w odległości od soczewki większej niż odległość ogniskowa f, mniejszej niż podwójna $2f$. Przypuśćmy,



Rys. 240.

że AN jest promieniem padania, SS pierwszą powierzchnią załamania; w punkcie N wiązka świetlna przebiega z powietrza do szkła. Środek powierzchni SS leży w O, zatem ON jest normalna do SS; promieniem załamania, w substancji szkła, jest NQ. Rozumiejąc przez i, r, θ kąty wskazane na rysunku, mamy

1. $$\sin i : \sin\theta = OA : NA; \quad \sin r : \sin\theta = O\alpha : N\alpha.$$

Jeżeli μ znowu oznacza spółczynnik załamania światła w przejściu z powietrza do szkła, otrzymujemy z równań (1)

2. $$\mu = \frac{OA \times N\alpha}{O\alpha \times NA}$$

lub przybliżenie, gdy kąt θ jest nieznaczny:

3. $$\frac{OA}{O\alpha} = \mu \frac{MA}{M\alpha}.$$

Kładziemy $OM = R$, $MA = P$, $M\alpha = \pi$ i przepisujemy równanie (3) w kształcie:

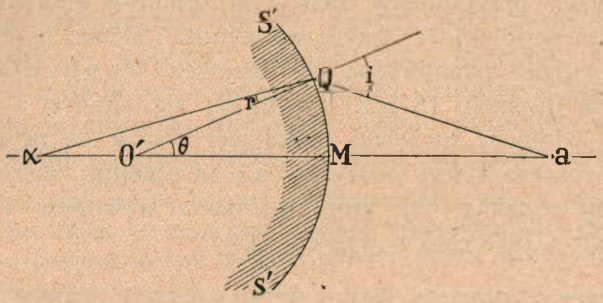
4. $$\frac{R + P}{R + \pi} = \mu \frac{P}{\pi}$$

skąd łatwo wynika

5. $$\frac{1}{P} - \frac{\mu}{\pi} = \frac{\mu - 1}{R}.$$

Podobnie rozumujemy, rozważając załamanie na drugiej powierzchni $S'S'$ (rys. 241); w punkcie Q, jak przypuszczamy, wiązka świetlna przebiega ze szkła

do powietrza. Środek powierzchni $S'S'$ leży w O', zatem $O'Q$ jest normalna do $S'S'$; promieniem ostatecznym, przebiegającym w powietrzu, po drugiem



Rys. 241.

załamaniu, jest Qa; a jest tworzonym przez soczewkę obrazem punktu A. Mamy znowu

6. $$\sin i : \sin\theta = O'a : Qa; \quad \sin r : \sin\theta = O'a : Qa$$

zatem

7. $$\mu = \frac{O'a \times Qa}{O'a \times Qa}$$

lub przybliżenie

8. $$\frac{O'a}{O'a} = \mu\frac{Ma}{Ma}.$$

Grubość soczewki zaniedbujemy w rachunku (§ 142). Kładąc $O'M = R'$, $Ma = p$, otrzymujemy

9. $$\frac{p + R'}{\pi - R'} = \mu\frac{p}{\pi}.$$

Stąd wyprowadzamy

10 $$\frac{1}{p} + \frac{\mu}{\pi} = \frac{\mu - 1}{R'}.$$

Dodając do siebie (5) i (10) odpowiedniemi stronami, mamy

11. $$\frac{1}{p} + \frac{1}{P} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

zasadniczy wzór dwuwypukłej soczewki w przypadku (II) β. Przypuśćmy na chwilę, że $P = \infty$; mamy wówczas $p = f$, zatem

12 $$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

Związek ten pozwala obliczyć f, gdy μ, R, R' są znane.

Zastosujmy (12) do prostego przypadku. Przypuśćmy, że $R = R'$; wówczas:

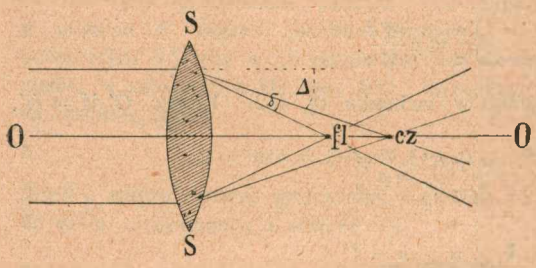
gdy	$\mu = 1{\cdot}5$	$1{\cdot}6$	$1{\cdot}7$	$1{\cdot}8$
mamy	$f = 1{\cdot}000\,R$	$0{\cdot}833\,R$	$0{\cdot}714\,R$	$0{\cdot}625\,R$.

Dioptryczną lub *zbierającą zdolnością* soczewki nazywamy odwrotność $1/f$ jej odległości ogniskowej. Za jednostkę dioptrycznej zdolności przyjmujemy zazwyczaj zdolność dioptryczną soczewki, której odległość ogniskowa wynosi 100 cm; tą jednostką, t. zw. *dioptrją* (ustanowioną, na wniosek Monoyera, przez kongres w Brukselli 1875 r.) posługują się okuliści a niekiedy i fizycy. Zdolność soczewki zbierającej uważa się za dodatnią, zdolność rozpraszającej poczytuje się za ujemną; umowa przeciwna, jak widzimy, tej, która wynika z wywodów § 143 go, związanych z ówczesnym wzorem (14).

Wyrażona w centymetrach, dioptrja wynosi $0{\cdot}01\ \mathrm{cm}^{-1}$. Przypuśćmy, że dla pewnej rozpraszającej soczewki $f = 25$ cm; zdolność dioptryczna tej soczewki jest $= -4$ dioptrjom.

§ 145. Aberacja chromatyczna soczewek.

Odległość ogniskowa soczewki, według wzoru (12) § 144-go, zależy nietylko od promieni jej powierzchni, lecz również od spółczynnika załamania μ. Jak poprzednio, przypuśćmy, że na dwuwypukłą szklaną soczewkę, zanurzoną w powietrzu, pada snop równoległych wiązek światła białego (rys. 242). Spółczynnik załamania szkła względem powietrza jest większy dla światła fioletowego niż dla czerwonego; dla światła fioletowego odległość ogniskowa jest mniejsza niż dla czerwonego; ognisko *fl*, w którem skupia się światło fioletowe, leży nieco bliżej soczewki niż ognisko *cz*, w którem zbiera się czerwone.

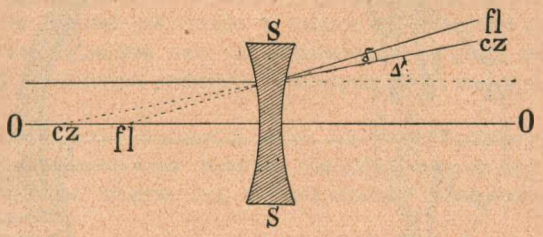


Rys. 242.

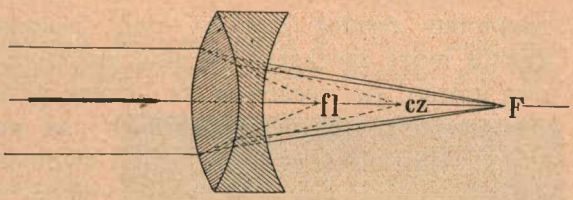
Umieśćmy kartę białego papieru nieco bliżej soczewki niż ognisko *fl*; dostrzegamy obraz biały otoczony czerwoną obwódką. Umieśćmy kartę nieco dalej od soczewki niż ognisko *cz*; tworzy się obraz biały, zabarwiony na obwodzie fioletowo. Pomiędzy źródłem światła a soczewką ustawmy płytę sporządzoną ze szkła czerwonego; znalazłszy położenie, w którem na ekranie tworzy się obraz wyraźny, usuwamy szybę czerwoną i zamiast niej wprowadzamy fioletową; musimy zbliżyć wówczas ekran, ażeby utworzył się znów obraz wyraźny

Opisane zjawisko, zwane *chromatyczną* (czyli *barwną*) *aberacją*, sprawia niemało trudności w budowie przyrządów i narzędzi optycznych. Newton, który odkrył chromatyczną aberację, nie przypuszczał, ażeby można było uwolnić się od szkodliwego jej wpływu; jednakże jego następcy, zwłaszcza Dollond w XVIII-em stuleciu, potrafili to trudne zadanie, przynajmniej w przybliżeniu, rozwiązać. Odtąd nazywamy *achromatycznym* układ soczewek wolny od chromatycznej aberacji.

Ażeby zrozumieć zasadę budowy achromatycznych układów soczewek, powróćmy do rys. 242-go. Za miarę *rozszczepienia* sprawianego przez *dwuwypukłą* soczewkę (wyobrażoną na tym rysunku) możemy uważać kąt δ. Przypuśćmy, że ta soczewka jest wyrobiona ze szkła *crown glass*; pod jej wpływem światło czerwone odchyla się, od kierunku pierwotnego swego przebiegu, o kąt Δ; fioletowe o kąt $\Delta + \delta$. Wyobraźmy sobie teraz, że na *dwuwklęsłą* soczewkę wyrobioną ze szkła *flint glass* (i zanurzoną w powietrzu) pada snop równoległych wiązek światła białego (rys. 243). Ponieważ zdolność rozszczepiania w szkle *flint*owem jest większa niż w szkle *crown*owem (§ 136), możemy więc nadać taką postać powierzchniom ograniczającym dwuwklęsłą flintową soczewkę rys. 243-go, że, jakkolwiek kąt δ jest dla niej równie znaczny jak kąt δ dla dwuwypukłej crownowej rys. 242-go, jednak kąt Δ' odchylenia promieni czerwonego światła jest w niej *mniejszy* niż kąt Δ tegoż odchylenia w dwuwypukłej crownowej (rys. 242). Złączmy ze sobą dwie soczewki: dwuwypukłą crownową i dwuwklęsłą flintową (rys. 244); promienie światła czerwonego odchylą się o kąt $\Delta - \Delta'$, promienie fioletowego światła odchylą się o kąt $\Delta + \delta - (\Delta' + \delta)$ czyli również o $\Delta - \Delta'$; innemi słowy, *przeciwne rozszczepienia zniosą się*, ale *odchylenia nie zniosą się*; po przejściu przez układ promienie zbiorą się w *jednem* ognisku *F*. Znosząc chromatyczną aberację dla dwóch gatunków światła, nie znosimy jej wprawdzie dla wszystkich pozostałych, w świetle białem zawartych; możemy ją jednak bardzo osłabić przez stosowny dobór postaci soczewek f gatunków szkła, z których one są sporządzone.



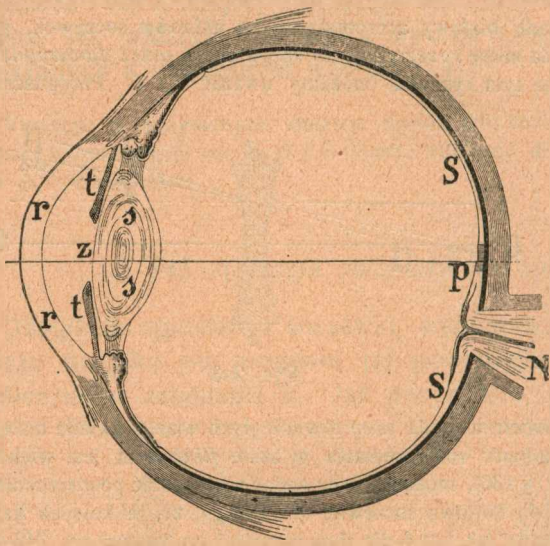
Rys. 243.



Rys. 244.

§ 146. Oko ludzkie.

Na rys. 245-ym widzimy poziome środkowe przecięcie normalnego, prawego oka ludzkiego. Gałka oczna jest przybliżenie kulista; obejmuje ją mocna błona, która w przedniej swej części jest przezroczysta; ta właśnie część *rr*, silnie wypukła, nazywa się *rogówką (cornea)*; pozostałą, nieprzezroczystą część nazywamy *białkiem oka*. Posuwając się wgłąb oka, spotykamy za rogówką niewielką komorę, t. zw. *przednią komorę*, którą wypełnia ciecz wodnista; tylną ścianę tej komory stanowi kurczliwa błona *tt*, u rozmaitych osób rozmaicie zabarwiona, zwana *tęczówką (iris)*. W środku tęczówki znajduje się otwór okrągły *z*, który, widziany zzewnątrz, wydaje się czarny; otwór ten nazywamy *źrenicą (pupilla)*; pod działaniem osobnych mięśni źrenica może zwiększać się albo zmniejszać. Za tęczówką i źrenicą mieści się *soczewka ss*, ciało chrząstkowate, utworzone z warstw różnych, przezroczystych; jej powierzchnia przednia, kształtu elipsoidalnego, jest mniej wypukła niż tylna, paraboloidalna. Za soczewką otwiera się komora druga, znacznie pojemniejsza od pierwszej; ta t. zw. *tylna komora* jest wypełniona substancją galaretowatą, t. zw. *ciałem szklistem*. Wewnętrzną ścianę tylnej komory pokrywa *tunica choroidea*, tkanka ciemno pigmentowana; na niej jest rozłożona *siatkówka (retina) SS*, która stanowi niejako rozgałęzienie *nerwu wzrokowego N*. Prawie naprzeciwko źrenicy, nieco posunięta ku skroni, leży część siatkówki zwana *plamką żółtą p*; w jej środku znajduje się t. zw. *dołek środkowy (fovea centralis)*, najwrażliwsze miejsce siatkówki.



Rys. 245.

Rogówka, ciecz wypełniająca komorę przednią, soczewka oczna i ciało szkliste stanowią wspólnie zawiły przyrząd optyczny, który wytwarza na siatkówce rzeczywisty, odwrócony, zmniejszony obraz przedmiotów wysyłających światło; oko działa więc przybliżenie jak aparat fotograficzny.

Siatkówka jest pokryta t. zw. *purpurą oczną*, która przeobraża się pod wpływem światła; wywołane w niej podniety biegną w nerwie wzrokowym do mózgu, w niewiadomy sposób budząc ów rodzaj świadomości, który nazywamy *widzeniem*.

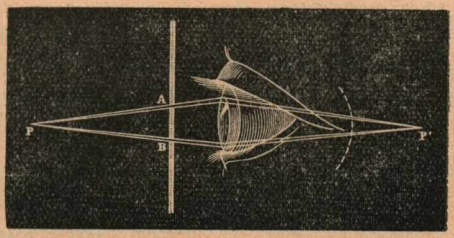
Jeżeli na siatkówce tworzą się zawsze odwrócone obrazy, czemuż widzimy przedmioty w ich właściwej, prawdziwej postawie? Nieraz słyszymy to pytanie; ale łatwo pojmujemy, że ono jest *próżne*. Obrazowi, który powstaje na siatkówce, nie przyglądamy się przecież jak rycinie w książce lub malowidłu na ścianie. Wrażenia wzrokowe nie mówią nam nic o siatkówce; nie mogą też opowiedzieć o prostem czy odwróconem położeniu tworzących się na niej obrazów optycznych.

Źrenica oka jest regulatorem, który dopuszcza mniej lub więcej świetlnego strumienia do oka. Ciemno pigmentowana warstwa choroidy pochłania zbyteczne światło, które, oświetlając wnętrze oka, przeszkadzałoby właściwemu działaniu obrazu.

§ 147. *O widzeniu wyraźnem. Akomodacja. Wady wzroku.*

Widzimy wyraźnie, gdy na siatkówce rysuje się ostry, dobitny obraz przedmiotu. Najdogodniejszem miejscem obrazu jest dołek środkowy plamki żółtej; gdy czytamy lub piszemy, staramy się nieświadomie do tego miejsca siatkówki sprowadzić tworzący się obraz.

Pouczające jest doświadczenie, wykonane jeszcze w XVII-ym wieku przez X. Scheinera. W nieprzezroczystej karcie tektury wycinamy dwa małe otwory *A* i *B* (rys. 246), w odstępie około 3 mm od siebie. Spoglądając przez otwory na igłę *P* znajdującą się w nieznacznej odległości od karty, spostrzegamy *dwa* obrazy; gdy oddalimy kartę, widzimy tylko jeden obraz, lecz bardzo niewyraźny.



Rys. 246.

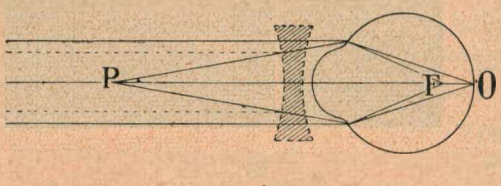
Optyczny układ oka jest przybliżenie równoważny jednej zbierającej soczewce, której środek (t. zw. *środek oka*) przypadałby na osi oka, blisko bieguna tylnej powierzchni soczewki. Wiemy, że obrazy rozmaicie

odległych przedmiotów, tworzone przez zbierającą soczewkę, leżą w rozmaitej od niej odległości (§ 143); obraz niezmiernie dalekiego przedmiotu powstaje w odległości *f*, obraz zbliżonego przedmiotu występuje w odległości większej niż *f*. Gdyby więc oko nasze było niezmienne jak szklana soczewka, nie moglibyśmy widzieć wyraźnie i dalekich i bliskich przedmiotów. Naraz, *jednocześnie*, nie możemy widzieć istotnie, całkowicie wyraźnie, dwóch rozmaicie odległych przedmiotów; ale możemy je zobaczyć, jeden *po* drugim, dzięki zdolności *akomodacji*, którą obdarzone jest oko. Oczną soczewkę możemy nieco odkształcać (a może nawet przesuwać); możemy zwłaszcza nieco mniej lub bardziej zakrzywiać przednią powierzchnię soczewki; tym sposobem zmieniamy odległość ogniskową, tak iż obraz wyraźny ukazuje się na siatkówce.

Akomodujemy zazwyczaj nieświadomie, lecz nie bez pewnego wysiłku. W odległości 15—20 cm od oka ustawiamy luźną siatkę drucianą; poza nią, w odległości 60—70 cm, stronicę druku. Przymknąwszy jedno oko, próbujmy drugiem czytać pismo drukowane; druciki siatki stają się wówczas niejasne. Przyglądajmy się szczegółom siatki; ani wiersza pisma nie możemy teraz przeczytać.

Gdy przyglądamy się przedmiotom odległym, *nie* akomodujemy, oko wypoczywa; gdy akomodujemy, ażeby bliskie przedmioty widzieć wyraźnie, oko wysila się i nuży. Kto we wrażeniach wzrokowych nie doznał uczucia odpoczynku i ulgi, gdy, wydobywszy się z zagród, ulic oraz ciasnych miejskich zaułków, rozglądał się swobodnie w polu otwartem, w olbrzymiej, niczem nieprzesłoniętej równinie?

Zdolność akomodacyjna oka ma pewne granice; zbyt bliskiego przedmiotu, chociażbyśmy usiłowali, nie możemy wyraźnie zobaczyć. Najbliższy punkt, który jeszcze możemy wyraźnie rozpatrzeć, nazywamy, według Dondersa, *punktem bliskim* oka; *punktem dalekim* nazywamy najdalszy, który widzimy wyraźnie, nie akomodując. Punkt daleki normalnego oka leży w nieskończoności; punkt bliski normalnego oka leży w odległości około 15 cm od oka; t. zw. *emmetropowe* czyli normalne oko akomoduje zatem bez trudu w granicach od 15 cm do nieskończoności. Powiadają nieraz, że «najdogodniejsza odległość czytania» wynosi około 25 cm; takiej właściwości nabywamy przez przyzwyczajenie, my, którzy życie spędzamy śród książek; wzrok wieśniaka, górala, marynarza nie stosuje się bynajmniej do podobnego prawidła.

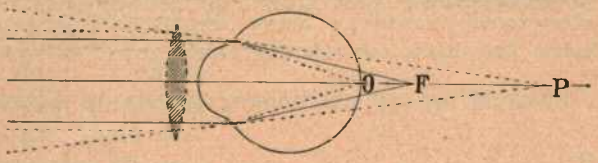


Rys. 247.

Nazywamy oko *krótkowzrocznem*, jeśli jego punkt daleki leży w skończonej odległości od oka; wadę wzroku stąd powstającą nazywamy *myopją*. Wyobraźmy sobie oko krótkowzroczne, którego punktem

dalekim jest *P* (rys. 247); przypuśćmy, że oko nie akomoduje. Promienie z punktu *P* biegnące tworzą wyraźny obraz *O* na siatkówce; promienie równoległe, z nieskończoności idące, tworzą wyraźny obraz w *F* przed siatkówką; wszystkie przedmioty, leżące pomiędzy *P* a nieskończonością, krótkowidz widzi zatem nie ostro. Akomodacja zmniejsza odległość ogniskową, nie może więc zaradzić myopji; owszem, jeszcze pogarsza mglistość wrażeń wzrokowych. Ale umieśćmy przed okiem *rozpraszającą* soczewkę, której ognisko główne przypadałoby w *P*. Promienie równoległe, po załamaniu w soczewce, biegną dalej tak, jak gdyby pochodziły z punktu *P*; dzięki więc pomocy szkieł rozpraszających krótkowidz widzi dokładnie nawet i bardzo odległe przedmioty.

Nie akomodując, oko *dalekowzroczne* skupia poza siatkówką, w *F* (rys. 248) promienie równoległe, idące z nieskończoności; jeszcze dalej za siatkówką zbiera więc promienie prowadzące od bliższych przedmiotów. Bez akomodacyjnego wysiłku dalekowidz nie widzi zatem nigdy wyraźnie. Do poprawienia tej wady, jeśli ona nie jest nadmierna, żwawa zdolność akomodacyjna osób młodych zazwyczaj wystarcza. Lecz

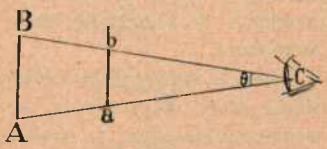


Rys. 248.

osoby starsze akomodują naogół niedostatecznie lub wcale nie akomodują; jak wyraża się lekarz, cierpią na *prezbyopję*. (W codziennej mowie mieszamy nieraz, oczywiście mylnie, prezbyopję i dalekowzroczność). Przypuśćmy, że oko dalekowzroczne utworzyłoby wyraźny obraz *O* na siatkówce, gdyby padające na nie promienie były w ten sposób zbieżne, iż, przedłużone idealnie, przecinałyby się w punkcie *P*. Umieśćmy przed okiem zbierającą soczewkę, której ognisko główne przypadałoby w *P*. Promienie biegnące z nieskończoności, po przejściu soczewki i oka, utworzą wyraźny obraz w *O* na siatkówce; przy pomocy zatem szkieł zbierających dalekowidz może widzieć wyraźnie nawet i bliskie przedmioty.

§ 148. Kąt widzenia; rozległość powstającego w oku obrazu.

Kątem widzenia, pod którym dostrzegamy przedmiot *AB* (rys. 249), jest kąt θ zawarty między skrajnemi promieniami, które biegną od obwodu przedmiotu, przez środek *C* oka, do obwodu utworzonego na siatkówce obrazu. Ponieważ odległość środka oka od siatkówki jest prawie niezmienna, rozległość obrazu zależy tylko od kąta θ widzenia. Jeżeli przedmioty *ab* i *AB* dostrzegamy pod jednakowym kątem widzenia, wydają nam się one napozór jednakowo rozległe. Wiemy naprzykład, że księżyc



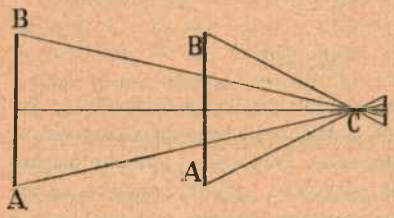
Rys. 249.

jest bryłą znacznie mniejszą niż słońce; jednak tarcze księżyca i słońca wydają nam się na niebie przybliżenie jednakowo rozległe.

Kąty widzenia tarcz księżyca i słońca są zmienne: księżyca od 1766″ do 2015″, słońca od 1891″ do 1956″. Rzeczywista średnica słońca jest 399·45 razy większa od średnicy księżyca.

O oddaleniu przedmiotów, o głębokości przestrzeni w kierunku promienia widzenia, sądzimy z różnych okoliczności: z wyrazistości obrazu, z liczby szczegółów, które w nim wyróżniamy, z naszego akomodacyjnego wysiłku, ze stopnia spółdziałania, do którego bezwiednie powołujemy obadwa nasze oczne przyrządy. W otwartem polu dopomaga nam lekka mgła, przesłaniająca (nawet w czystem powietrzu) odległe przedmioty. Zmieniając, często bezwiednie, położenie głowy, zważamy, jak zmieniają się powstające w oku obrazy; wnioski stąd wyprowadzane bierzemy zwykle za bezpośrednie wrażenia. Takie pomocnicze sposoby zawodzą w ocenie odległości ciał niebieskich; dlatego ani w odległem przybliżeniu nie widzimy świata gwiazd w jego głębokości rzetelnej.

Przypuśćmy, że niezmienny przedmiot AB (rys. 250) zbliża się do oka C; kąt θ widzenia zwiększa się wówczas; wraz z kątem θ rosną rozmiary obrazu, który rysuje się na siatkówce.



Rys. 250.

Oznaczmy przez L wysokość przedmiotu w płaszczyźnie pionowej, przez D wysokość obrazu w tejże płaszczyźnie, przez l odległość przedmiotu od środka C oka, przez d odległość obrazu od tegoż środka. Z rys. 250-go wyprowadzamy

1. $$L = 2\,l \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\theta; \quad D = 2\,d \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\theta$$

skąd wynika związek geometrycznie oczywisty

2. $$D : L = d : l.$$

Jeśli kąt θ jest mały, możemy założyć, zamiast (1):

3. $$L = l\theta; \quad D = d\theta.$$

Jak wynika z (2), D jest odwrotnie proporcjonalna do l; ażeby widzieć wyraźnie, zbliżamy więc przedmiot do oka lub oko do przedmiotu; gdy umieściliśmy przedmiot w *punkcie bliskim*, dalszemu zbliżaniu sprzeciwia się niemożność akomodacji.

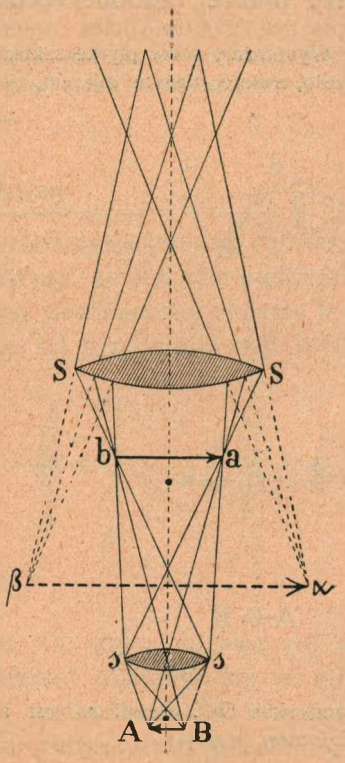
Tylko w okolicy plamki żółtej widzimy wyraźnie. Jak wyraził się Helmholtz, obraz, który otrzymujemy w oku, wygląda jak rysunek, w środkowej części wykonany starannie, w pobliżu zaś brzegów nieudolny, niedbały. Dzięki ruchliwości gałek ocznych możemy jednak w znacznej mierze zaradzić temu niedostatkowi.

W środku plamki żółtej, w jej dołku środkowym, oko zdrowe widzi nadzwyczaj subtelnie; możemy tam odróżnić od siebie punkty A i B, jeżeli kąt ACB widzenia wynosi 1′. Kładąc $d = 15$ mm oraz $\theta = 60''$ w drugiej powyższej

formule (1), znajdujemy $D = 0{\cdot}0044$ mm; tak maleńki jest obrazek, który powstaje wówczas na siatkówce.

§ 149. Mikroskop.

Botanice, zoologji, anatomji, bakterjologji, epidemjologji uczącej, jak walczyć z chorobami zakaźnemi, mikroskop oddaje niezmierne usługi; niema przesady w zdaniu, iż bez pomocy mikroskopu kanał Panamski nie byłby został przekopany; możnaby owszem podobne twierdzenie w innych okolicznościach powtórzyć. Opisując budowę tego tak ważnego narzędzia, ograniczymy się jednak do pobieżnego, schematycznego zarysu; do zupełnego wytłumaczenia czynności mikroskopu (którą dziś doprowadzono do wysokiej doskonałości) nie wystarczyłyby wiadomości elementarne, które zebraliśmy w artykułach poprzedzających.

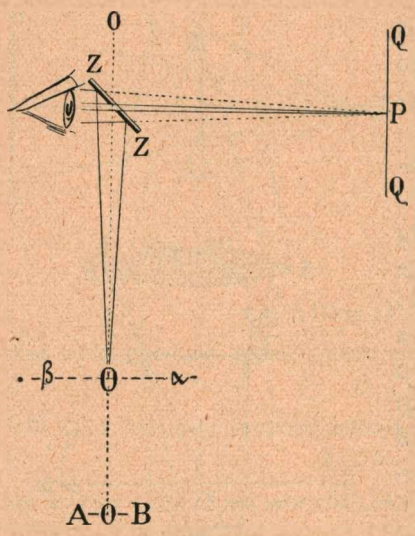


Rys. 251.

Przypuśćmy, że AB (rys. 251) jest maleńkim przedmiotem, którego powiększony obraz chcemy otrzymać. Umieszczamy AB pod soczewką zbierającą ss, której odległość ogniskowa jest stosunkowo krótka; soczewka ta jest *objektywą* mikroskopu. Przedmiot AB znajduje się od soczewki ss w odległości mało co większej niż jej ogniskowa odległość; jak w przypadku (II) β § 143-go, tworzy się zatem, daleko poza soczewką ss, *pierwszy* obraz ab przedmiotu AB, obraz rzeczywisty, względem AB odwrócony i powiększony. Obraz ten oglądamy przy pomocy drugiej soczewki SS, t. zw. *okularu*, która w zasadzie działa jak lupa (§ 143). Obraz ab przypada w odległości, od soczewki SS, mniejszej niż jej ogniskowa odległość (przypadek (II) α § 143-go); jak gdyby ab był przedmiotem wysyłającym światło, powstaje zatem w $\alpha\beta$ *drugi* obraz przedmiotu AB, obraz pozorny, względem pierwszego

obrazu ab prosty (zatem odwrócony względem przedmiotu AB) oraz powiększony względem ab (tem bardziej przeto powiększony względem AB). Objektywa i okular są osadzone w rurze, zwykle mosiężnej, długości niezmiennej; zaczerniona wewnętrzna powierzchnia pobocznicy tej rury pochłania szkodliwe światło rozproszone. Do należytego ustawienia rury służy śruba mikrometryczna; przy pomocy tej śruby zmieniamy odległość szkieł od przedmiotu, dopóki obraz $\alpha\beta$ nie powstanie w odległości dla oka dogodnej. Preparat, który oglądamy, zwykle dość przezroczysty, wraz ze szkiełkiem, na którem jest umieszczony, spoczywa na t. zw. *stoliku*; preparat ten oświetlamy silnie od dołu, poprzez otwór stolika, przy pomocy *zwierciadełka*, niekiedy nadto przy pomocy osobnej zbierającej soczewki, t. zw. *kondensora*.

Wyobraźmy sobie płytkę szklaną ZZ (rys. 252), pokrytą, jak zwykłe zwierciadło, zwierciadlanym aljażem, za wyjątkiem niewielkiego w środku otworu.



Rys. 252.

Zwierciadełko to umieszczamy ponad okularem mikroskopu, którego oś na rys. 252-im leży w OOO. Na stoliku mikroskopu kładziemy wykonaną na szkle skalę mikrometryczną AB, na której odstęp 1 mm bywa zwykle podzielony na 100 części. Obraz $\alpha\beta$ tej skali, po odbiciu się w zwierciedle ZZ, dobiega oka; jak z § 135-go wiadomo, w oku powstaje obraz, pozornie pochodzący z P. Ale w miejscu otworu, wyciętego w pokryciu zwierciadła, światło przebiega swobodnie przez ZZ, jak przez płytkę o równoległych ścianach; przez ten otwór widzimy więc część milimetrycznej skali QQ, ustawionej w taki sposób, ażeby obraz skali AB i skala QQ przylegały do siebie. Wydaje nam się wówczas, iż N podziałek skali AB zgadza się z n podziałkami skali QQ. Jeżeli m jest sprawianem przez mikroskop *powiększeniem linjowem*, mamy

1. $$m = 100\, n/N.$$

Przypuśćmy, że oglądamy skalę AB okiem nieuzbrojonem, z odległości l najdogodniejszego widzenia. Kąt θ, pod którym dostrzegamy N podziałek tej skali, wynosi

2. $$\theta = N \text{ mm}/100\, l.$$

Kąt widzenia ϑ tego samego odcinka skali widzianej przez mikroskop wynosi

3. $$\vartheta = n\,\mathrm{mm}/l$$

gdzie, według praw odbicia, długość l jest ta sama jak w (2). Z równań (1), (2) i (3) wnosimy, że

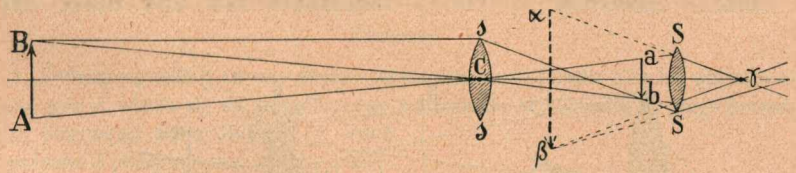
4. $$m = \vartheta/\theta$$

powiększenie m jest więc stosunkiem kątów widzenia ϑ i θ. Nowoczesny mikroskop pozwala osięgnąć powiększenie linjowe m dochodzące do 2000 a nawet przekraczające tę wartość; tracimy jednak naogół na jasności obrazów, gdy powiększenie jest bardzo wysokie. O stopniu doskonałości mikroskopu nie należy zresztą sądzić wyłącznie według uzyskiwanego powiększenia; od dobrego przyrządu należy wymagać obrazów wyraźnych, które byłyby wolne od jakichkolwiek zniekształceń.

Zaczęto budować mikroskopy w XVII-em stuleciu; niepodobna wymienić osoby, której możnaby przypisać ich wynalazek. W roku 1612 Galileusz przesłał królowi Zygmuntowi III, do Krakowa, mikroskop, który był własnoręcznie sporządził; wzmianka o tym podarunku jest jedną z najwcześniejszych wiadomości o zadziwiającym przyrządzie, który przed wzrokiem naszym otworzył tyle nieprzeczuwanych dziedzin badania.

§ 150. Teleskopy

Rys. 253 objaśnia w schematycznym zarysie budowę *refraktora* czyli *lunety astronomicznej*. Przypuśćmy, że AB jest nadzwyczaj odległym przedmiotem, którego obraz powiększony chcemy w refraktorze oglądać. Promienie idące od przedmiotu AB biegną



Rys. 253.

najprzód przez zbierającą soczewkę ss, która nazywa się *objektywą* refraktora; ponieważ przedmiot znajduje się w odległości ogromnej, tworzy się zatem, podobnie jak w przypadku (II) γ § 143-go, poza soczewką ss, w płaszczyznie przechodzącej przez ognisko, *pierwszy* obraz ab przedmiotu AB, obraz rzeczywisty, odwrócony względem AB i zmniejszony. Obraz ten ab oglądamy przy pomocy drugiej zbierającej soczewki SS, t. zw. *okularu* lunety; podobnie jak w mikroskopie, okular w zasadzie spełnia zadanie lupy. Obraz ab leży od soczewki SS w odległości

niewiele mniejszej aniżeli ogniskowa odległość tej soczewki; jak w przypadku (II) α § 143-go, powstaje zatem w $\alpha\beta$ *drugi* obraz przedmiotu AB, obraz pozorny, względem ab prosty (zatem odwrócony względem AB), powiększony względem ab. Obraz $\alpha\beta$ oglądamy w odległości dogodnej, zmieniając w tym celu odległość okularu od objektywy, np. przy pomocy śruby mikrometrycznej.

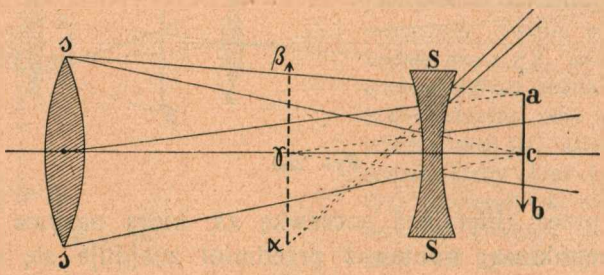
Na rys. 253-im wskazano tylko przebieg najważniejszych promieni; uzupełnić go można łatwo na zasadzie § 143-go. Dla jasności rysunku niepodobna w nim było również zachować właściwych, zgodnych z prawdą stosunków.

Obraz ab powstaje w odległości ogniskowej od objektywy ss oraz niemal w odległości ogniskowej przed okularem SS. Oznaczając przez θ kąt ACB widzenia przedmiotu, przez ϑ kąt $\beta\gamma\alpha$ widzenia obrazu $\alpha\beta$ (gdzie γ jest ogniskiem soczewki SS), możemy uważać stosunek ϑ/θ za miarę linjowego powiększenia m osiągniętego w lunecie. Jeżeli f i F są odległości ogniskowe soczewek ss i SS, mamy w przybliżeniu

1. $$f : F = \vartheta : \theta \quad \text{zatem} \quad m = f/F.$$

Luneta jest sprawna, gdy odległość f jest stosunkowo długa, F zaś stosunkowo krótka. W najpotężniejszym dotychczas zbudowanym refraktorze, znajdującym się w Obserwatorjum uniwersyteckiem w Chicago, odległość ogniskowa objektywy wynosi blisko 19 m, odległość ogniskowa okularu może wynosić 0·64 cm, powiększenie m zbliża się wówczas do 3000.

Obraz rysujący się w lunecie astronomicznej jest odwrócony względem oglądanego przedmiotu; unikamy tej niedogodności w *lunecie ziemskiej*, o której urządzeniu rys. 254 może dać



Rys. 254.

wyobrażenie. Soczewka zbierająca ss jest objektywą jak w lunecie astronomicznej; przez załamanie w niej promieni utworzyłby się obraz pierwszy ab, rzeczywisty i odwrócony względem przedmiotu, gdyby nie było rozpraszającej soczewki SS stanowiącej okular lunety. Obraz ab znajduje się od soczewki SS

w odległości nieco większej niż odległość ogniskowa. Na rys. 254-ym podano przebieg tylko kilku promieni; te, które dążą do c, po załamaniu w SS są tak skierowane, jak gdyby wychodziły z γ; te, które biegną ku a, po załamaniu w SS mają taki kierunek, jak gdyby pochodziły z α. Obraz ab nie tworzy się zatem, natomiast w $\alpha\beta$ powstaje drugi obraz przedmiotu, obraz pozorny, prosty względem oglądanego przedmiotu, w stosunku do ab powiększony.

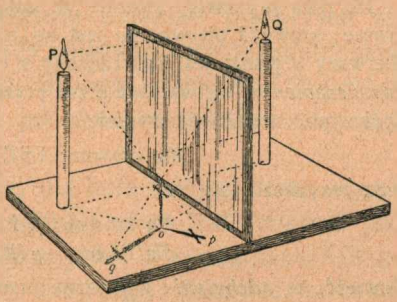
Według takiej zasady urządzone są zwyczajne *lornetki*; inne lornety, t. zw. *pryzmatyczne*, są w istocie lunetkami astronomicznemi, w których obraz przez całkowite odbicie jest wyprostowany; dzięki temu urządzeniu lorneta może być bardzo krótka.

W *reflektorach* rolę objektywy spełniają wklęsłe zwierciadła. o znacznym promieniu krzywości. Refraktory i reflektory, wspólnie wzięte, nazywamy *teleskopami*; nazwę tę (podobnie jak wyraz *mikroskop*) wprowadził w użycie Demiscjan w XVII-em stuleciu; o początkowych nazwach: *conspicilia, perspicilia* niebawem zapomniano.

Według wiarogodnych świadectw, Lippershey w Middelburgu, w Holandji, zaczął pierwszy wyrabiać lunety ziemskie około r. 1608-go. Pomysł zbudowania astronomicznej lunety, powzięty przez Kepplera w r. 1611-ym, urzeczywistnił nieco później X. Scheiner. Już jednak w r. 1610-ym zastosował Galileusz lunetę do spostrzegania zjawisk niebieskich; świetne odkrycia, których natychmiast dokonał, były oznaką, że z wynalazkiem teleskopu nauka astronomji wchodzi na nowe tory. Pierwszy reflektor próbował sporządzić Gregory w r. 1663 im; inny, wykonany własnoręcznie przez Newtona, przechowywa do dziś dnia *Royal Society* w Londynie.

Zadania.

1. Świecący punkt A tworzy obraz a w płaskiem zwierciedle SS. Jak porusza się obraz, gdy A oddala się od nieruchomego zwierciadła, w kierunku do niego normalnym, posuwając się o długość l? Jeżeli przeciwnie A pozostaje nieruchomy, zwierciadło zaś SS oddala się od A, przesuwając się o długość l równolegle do siebie, jak wówczas przemieszcza się obraz a?



Rys. 255.

2. Przed zwierciadłem umieszczamy małe źródło świetlne P (rys. 255) oraz niewielki przedmiot o; przedmiot ten rzuca dwa cienie: silniejszy p, słabszy q. Jak położone są te cienie? Gdybyśmy umieścili w Q drugie (podobne do P) źródło świetlne, zwierciadło zaś usunęli, co zauważylibyśmy?

3. Rozważyć obrazy, które tworzą się, gdy świeca jest umieszczona w kącie dwuściennym prostym, utworzonym przez dwa płaskie zwierciadła.

4. Człowiek AB przegląda się w pionowo stojącem, płaskiem zwierciedle, którego wysokość jest równa wysokości AB. Gdy zakrywamy dolną część zwierciadła, człowiek nie przestaje dostrzegać w zwierciedle swego całkowitego obrazu. Rozważyć dokładnie warunki zjawiska.

5. Światło żółte (sodowe) przebiega w 15°C z powietrza do szkła. Zakładając, że $\mu = 1{\cdot}333$, znaleźć kąty załamania r dla kątów padania i wynoszących 0°, 5°, 10° i t. d. aż do 90° (por. § 136). Gdyby światło przebiegało, przeciwnie, ze szkła do powietrza, jak wypadałoby wówczas ograniczyć analogiczne zadanie?

6. Ile wynoszą spółczynniki załamania światła litowego i sodowego w przejściu z wody do powietrza, w temperaturze 15°C?

7. Krytyczny kąt załamania światła w przejściu z ośrodka A do ośrodka B wynosi 43°; obliczyć spółczynniki μ_{AB} i μ_{BA}.

8. Rozwartość pryzmatu wyrobionego z soli kamiennej wynosi 14° 30′; obliczyć wartość odchylenia D, przypuszczając, że ono jest najmniejsze. Pryzmat znajduje się w powietrzu, światło jest sodowe, temperatura wynosi 15°C.

9. Dla pryzmatu szklanego, zanurzonego w powietrzu, znaleźliśmy najmniejsze odchylenie $D = 26° 40'$; kąt R pryzmatu wynosi 45° 04′. Jak znaleźć spółczynnik załamania szkła pryzmatu względem powietrza?

10. Porównać dioptryczną zdolność soczewki wyrobionej z flintu i wyrobionej z diamentu, przypuszczając, że postać i rozmiary soczewek są identyczne.

11. Dwuwypukłą szklaną soczewkę przenosimy z powietrza do wody; czy jej ogniskowa odległość pozostanie niezmienna?

12. Fotografując budynek, którego wysokość wynosi 20 m, pragniemy otrzymać obraz o wysokości 10 cm; objektyw znajduje się w odległości 30 m od budynku. Obliczyć ogniskową odległość soczewki, którą wypada nam się posłużyć.

13. Z odległości 40 m fotografujemy posąg, którego wysokość wynosi 6 m; ogniskowa odległość objektywu jest = 20 cm. Jak wysoki obraz otrzymamy?

14. Obraz łuku elektrycznego rzucamy na ekran znajdujący się w odległości 12 m od łuku; obraz (linjowo) ma być powiększony trójkrotnie. Znaleźć ogniskową odległość potrzebnej projekcyjnej soczewki.

15. Dla dwuwypukłej soczewki znaleziono (w oznaczeniach § 144-go): $f = 306$ mm, $R = 304$ mm, $R' = 345$ mm. Wykazać, że dla substancji soczewki (względem otaczającego ośrodka) i dla użytego gatunku światła $\mu = 1{\cdot}5314$.

16. Dwa pryzmaty, złożone ze sobą bocznemi ścianami, są zwrócone przeciwnie; krawędź pierwszego jest np. u góry, krawędź drugiego u dołu pryzmatu. Pierwszy pryzmat jest sporządzony z crownu, drugi z flintu. Przypuśćmy, że *rozszczepienia*, wytwarzane przez pryzmaty, są identyczne. Zakładając, że *średni* spółczynnik załamania wynosi:

dla crownu: 1·517; dla flintu: 1·622

oraz przypuszczając, że

dla crownu: μ (fl.) — μ (cz.) = 0·0060
dla flintu: μ (fl.) — μ (cz.) = 0·0123

dowieść, że *odchylenie* sprawiane przez pryzmat crownowy przeważa znacznie nad przeciwnem odchyleniem, sprawianem przez pryzmat flintowy; że zatem całość złożona z tych dwóch pryzmatów, chociaż odchyla, jest układem achromatycznym.

ROZDZIAŁ JEDENASTY.

O teorjach światła.

§ 151. Dwie teorje światła.

W księdze trzeciej nieśmiertelnego dzieła *Principia* Newton przytacza wiadomość interesującą, którą otrzymał od przyjaciela swego Edmunda Halleya, wybitnego podróżnika i uczonego. Morze Południowo-Chińskie, którego obszar jest stosunkowo dość szczupły, ma bardzo słabe własne czyli miejscowe przypływy i odpływy; rozpościerają się na niem przeważnie wielkie fale, wymuszane przez sąsiedni Ocean, które mają doń dostęp dwojaki, poprzez dwie cieśniny położone na północ i na południe Archipelagu Filipin. Port Batsha jest tam tak umieszczony, że spotykają się w nim dwa ciągi fal oceanicznych, różniące się mniej więcej o sześć godzin w fazie, zatem o połowę okresu zjawiska (§ 62 tomu II-go); z tej przyczyny niema prawie przypływów i odpływów morskich w porcie Batsha, choć w innych, niezbyt odległych miejscach występują wyraźnie. Oto typowy przykład zjawiska, które rozważaliśmy już w rozdz. V-ym tomu II-go; nazywamy je, jak wówczas, *interferencją dwóch przeciwnie skierowanych ciągów fal.* Na ten właśnie przykład powoływał się Tomasz Young w r. 1801-ym, gdy usiłował (lecz bezskutecznie) przekonać spółczesnych uczonych, że dwie wiązki świetlne *mogą* interferować ze sobą, podobnie jak dwa spotykające się ciągi fal wodnych.

Sprawa, o którą Young walczył, nie była drobiazgiem; w grze było fundamentalne zagadnienie optyki: *czem jest światło*? jaki może być mechanizm zjawisk optycznych? W początkach XIX-go stulecia, w chwili pierwszych prac Younga, panowała w nauce t. zw. *korpuskularna* lub *emisyjna* teorja światła. Za jej twórcę podawany bywa często Newton; dość jednak przeczytać słynne *zapytania*, któremi kończy się wspaniałe dzieło *Opticks* New-

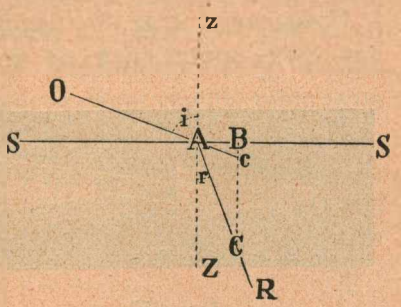
tona (1704), ażeby zrozumieć, jak mało wagi przywiązywał do tej hypotezy, jak wielkie wątpliwości, co do natury światła, dręczyły ów umysł bezprzykładnie potężny. Według korpuskularnej teorji, nasze wrażenie światła wywołują drobniutkie uderzenia; sprawiają je maleńkie korpuskuły, wpadając do oka. Czy mamy orzec *a limine*, że to założenie jest nie do przyjęcia? wszakże dziś wiemy, że elektron może biec w próżni z ogromną prędkością, niezbyt różną od prędkości światła (§§ 108 i 116). Nie zapytujmy, czy hypoteza korpuskularna jest *prawdziwa* lecz raczej, czy jest *użyteczna*? jak tłumaczy zjawiska? Prostolinjowy bieg światła w jednolitym ośrodku jest w niej łatwo zrozumiały; według zasad dynamiki, korpuskuł, przynajmniej w próżni, musi biec po torze prostym, podobnie jak β-cząstka, jak cząstka katodowa. Lecz skoro przystępujemy do objaśnienia zjawisk odbicia i załamania, zaczynają się trudności. Gdy wiązka świetlna z powietrza przebiega do szkła, po części odbija się, po części załamuje; czy substancja szkła odpycha jedne korpuskuły, inne ku sobie pociąga? Korpuskuł w takim razie musiałby przebywać różne stany, musiałby niejako okazywać różne *usposobienia*; raz przyciąganie, to znów odpychanie miałoby przystęp do korpuskułu; działoby się w nim coś *perjodycznego*. Taką okresowość w odrobinach światła przypuszczał Newton; dostrzega ją również w świetlnych zjawiskach inna, *falowa* czyli *undulacyjna teorja*; ale zakładając perjodyczność, opuszcza już zbyteczne korpuskuły. Według tej teorji, bieg światła nie jest płynięciem materji lecz tylko *energji*; zaburzenia okresowe, faliste (w próżni zupełnej, lub w próżni międzycząsteczkowych odstępów) muszą posuwać się mniej więcej podobnie, jak (według rozdz. V-go tomu II-go) fale roznoszą się w sznurze, w sprężynie lub drucie, jak na powierzchni wód biegną lekkie zmarszczki, jak zgęszczenia i rozrzedzenia podążają szybko przez kolumnę powietrza. Takie są przewodnie myśli teorji światła, której Huygens w r. 1690-ym dał pierwszy początek; potomni, wiele lat później, mieli jej przyznać przed korpuskularną teorją pierwszeństwo. Przekonaliśmy się już w §§ 69, 70 i 71-ym tomu II-go, jak łatwo wyjaśniamy odbijanie i załamywanie się fal w teorji Huygensa i jak ważne wnioski wypadają wówczas, same przez się, o ilościowych prawach tych zjawisk.

Z VI-go rozdziału tomu II-go jest nam wiadomo, że w zwykłem atmosferycznem powietrzu, w temperaturze pokojowej, *głos* rozchodzi się z prędkością

około 340 m/sek. Gdyby otaczające *powietrze* płynęło względem nas z prędkością 340 m/sek, drzewa, domy, wszystko dokoła zostałoby w mgnieniu oka strzaskane, zmiecione; wszak w najburzliwszym wichrze powietrze nie porusza się z prędkością większą niż 30 m/sek. Łagodny dźwięk muzyki dobiega nas zatem z prędkością 11 razy większą niż okropny huragan; tak wielka jest różnica między *płynięciem powietrza* a *płynięciem fali w powietrzu*.

Czy wiązka świetlna niesie w sobie pewną *ilość ruchu* (§ 75 tomu I-go)? Wiemy dzisiaj, że niesie istotnie, chociaż nadzwyczajnie maleńką. Światło wywiera pewne ciśnienie na płytkę, w której jest pochłaniane lub na zwierciadełko, od którego jest odbijane; ale to *ciśnienie światła* jest nadzwyczaj słabe i dopiero za naszych czasów udało się je wykryć i zmierzyć. O istnieniu tego ciśnienia nie wiedziano w początku XIX-go stulecia, w chwili, gdy Young stawał do walki z korpuskularną teorją; gdyby ono było wówczas wiadome, byłoby stało się ważkim argumentem w ręku obrońców «korpuskułów». Lecz jeżeli strumień świetlnych korpuskułów pędzących z prędkością olbrzymią, 10 miljonów razy większą niż rozszalałe w wichurze powietrze, okazuje ilość ruchu znikomą, jakże nadzwyczajnie małe musiałyby być *masy* tych korpuskułów.

Wyobraźmy sobie dwa ośrodki, dolny i górny, oddzielone płaszczyzną poziomą *SS* (rys. 256). Wiązka świetlna biegnie w górnym ośrodku w kierunku promienia *OA*; w punkcie *A* wkracza do dolnego ośrodka, w którym dąży dalej w kierunku *AR*. Przypuśćmy, że korpuskuł tej wiązki biegnie po torze *OA* z prędkością *c*, tor zaś *AR* zatacza z prędkością *C*. Ruch korpuskułu rozkładamy, według zasad § 24-go tomu I-go, na dwa ruchy składowe: na ruch prostopadły do płaszczyzny granicznej *SS* i na ruch do niej równoległy. Działanie dolnego ośrodka przyśpiesza ruch pierwszy, ale *nie* może mieć wpływu na drugi. Rozumiejąc zatem, jak zwykle, przez *i* kąt padania, przez *r* kąt załamania, powiadamy, iż



Rys. 256.

1. $$c \sin i = AB = C \sin r.$$

W korpuskularnej teorji dochodzimy przeto do następującego prawa załamania

2. $$\sin i : \sin r = C : c.$$

Z teorji undulacyjnej, jak widzieliśmy w § 71-ym tomu II-go, wypada wprost przeciwnie

3. $$\sin i : \sin r = c : C.$$

Spółczynnikiem załamania światła μ, w przejściu z górnego do dolnego ośrodka, nazywamy wartość *stałą* stosunku $\sin i$ do $\sin r$ (§ 136); powiadamy zatem, że

4. według korpuskul. teorji: $\mu = C/c$.

5. według undulacyjn. teorji: $\mu = c/C$.

Dla przykładu przypuśćmy, że górnym ośrodkiem jest powietrze, dolny zaś składa się z wody; w temperaturze pokojowej możemy założyć przybliżenie, iż $\mu = 1{\cdot}33$. W tym zatem przykładzie

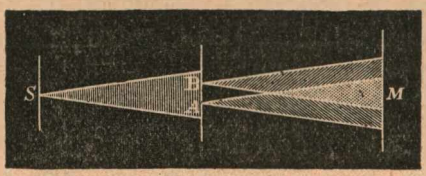
6. według korpuskul. teorji: $C : c = 4 : 3$

7. według undulacyjn. teorji: $c : C = 4 : 3$.

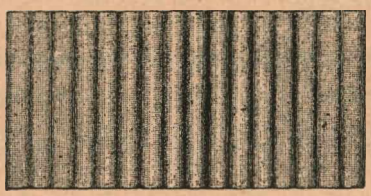
Metoda «obracającego się zwierciadła», o której wspomnieliśmy w § 132-im, pozwala zmierzyć prędkość rozchodzenia się światła w dowolnej cieczy; przy pomocy tej metody Foucault wykazał bezpośrednim pomiarem, że w wodzie światło biegnie *powolniej* niż w powietrzu; twierdzenie (6) jest więc *nieprawdziwe*. W roku 1883-im Michelson nietylko potwierdził ten wynik (co do wody i dwusiarczku węgla) lecz nadto, zmierzywszy stosunek $c : C$ dwóch prędkości, przekonał się, że twierdzenie (7), lub ogólniej twierdzenie (5), jest *prawdziwe*. Dla każdej teorji światła fakty te mają pierwszorzędną doniosłość.

§ 152. Interferencja światła; doświadczenie Younga.

Powracamy teraz do zapytania, którego wyżej dotknęliśmy: czy dwie spotykające się ze sobą wiązki świetlne mogą interferować? Odpowiadając, że mogą, Young powoływał się na doświadczenie następujące. Z małego otworu S wyciętego w nieprzezroczystej zasłonie (rys. 257) wybiega wiązka świetlna, padając na dwa dalsze drobniutkie, bardzo ku sobie zbliżone otwory A i B drugiej zasłony; z A i B podążają więc dwie nowe wiązki, które, jak widzimy z rysunku, w pewnym obszarze spotykają i przenikają się wzajemnie. Przypuśćmy, że światło jest falowaniem; z §§ 57 i 58 tomu II go widzimy wówczas natychmiast, że owe wiązki *powinny* interferować ze sobą. Przetnijmy wiązki ekranem, jak pokazuje rysunek; w miejscu M tworzy się układ prążków interferencyjnych (rys. 258). Gdy posługujemy się światłem białem, prążki są zróżnobarwne jak tęcza; lecz jeżeli użyjemy światła jednobarwnego, powstają prążki czarne, przerwy zaś między niemi leżące błyszczą jasno, tą samą barwą, którą ma źródło światła. Czy rzeczywiście te prążki są



Rys. 257.

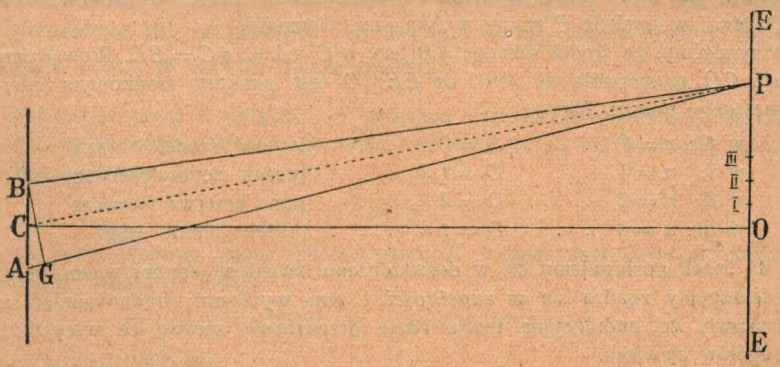


Rys. 258.

wynikiem interferencji wiązek? Znikają natychmiast, gdy, zamykając jeden z otworów, wstrzymujemy bieg jednej wiązki; spółdziałanie (lub może spółzawodnictwo) dwóch wiązek jest zatem niezbędne do wywołania zjawiska.

Przyjmujemy teraz za prawdziwą undulacyjną teorję światła. Zjawiska dziejące się w wiązce światła uznajemy za fale; promień świetlny uważamy tylko za wektor idealny, wskazujący, w jakim kierunku posuwa się fala. Wyobrażając sobie fale świetlne, posługujemy się pojęciami, które znamy z §§ 62 i 63-go tomu II-go. W każdym punkcie promienia ma dokonywać się coś perjodycznego; okres T tego perjodycznego zjawiska nazywamy *okresem fali*. Gdybyśmy posuwali się w kierunku świetlnego promienia, dostrzeglibyśmy, że w pewnych odstępach odtwarzają się czyli powracają te same zaburzenia; długość λ takiego odstępu nazywamy *długością fali*. Najkrótszy odstęp w czasie dwóch chwil, w których, w danym punkcie promienia, zaburzenie jest w tej samej fazie, równa się okresowi T. Najkrótszy odstęp wzdłuż promienia dwóch punktów, w których, w danej chwili, zaburzenie jest w tej samej fazie, równa się długości fali λ.

Rozważmy teraz mechanizm doświadczenia Younga ze stanowiska undulacyjnej teorji. Przypuśćmy, że z bardzo siebie bliskich punktów A i B (rys. 259) biegną dwa ciągi fal harmonicznych prostych (§ 63 tomu II-go), których fazy



Rys. 259.

kątowe i amplitudy w A i B są jednakowe; ciągi te, szerząc się dokoła, docierają do różnych punktów ekranu EE. Weźmy na uwagę dowolny punkt P tego ekranu; ciąg fal idący z A przybywa do P w kierunku AP, ciąg, który z B wyszedł, śpieszy do P w kierunku BP. Przez D oznaczmy różnicę dróg AP i BP, tak zwaną *różnicę dróg optycznych*. Jeżeli ta różnica

1. $$D = AP - BP = 0,\ \tfrac{1}{2}\lambda,\ \tfrac{1}{2}\lambda,\ \tfrac{1}{2}\lambda, \ldots\ldots$$

jeżeli jest wogóle równa *parzystej* wielokrotności połowy długości fali:

2. $$D = \tfrac{1}{2} n\lambda$$

(gdzie n jest liczba całkowita, dodatnia lub równa zeru, *parzysta*), wówczas fazy kątowe ciągów, w chwili dotarcia do P, różnią się o

3. $$0,\ 2\pi,\ 4\pi,\ 6\pi, \ldots\ldots$$

różnią się wogóle o $n\pi$. Ponieważ n jest całkowita parzysta, wstawy lub dostawy takich kątowych faz są identyczne; w chwili zatem, w której ciągi osiągają punkt P, wychylenia mają w nich zgodne kierunki, wartości jednakowe. Przez nałożenie się ciągów powstaje więc w P wychylenie wypadkowe podwójne, energja wypadkowa jest 4 razy znaczniejsza niż energja jednego ciągu; w punkcie P mamy w tym razie najsilniejsze możliwe oświetlenie. Jeżeli różnica dróg optycznych

4. $$D = AP - BP = \tfrac{1}{2}\lambda,\ \tfrac{3}{2}\lambda,\ \tfrac{5}{2}\lambda, \ldots\ldots$$

jeżeli jest wogóle równa *nieparzystej* wielokrotności połowy długości fali:

5. $$D = \tfrac{1}{2} n\lambda$$

(gdzie n jest liczba całkowita, dodatnia, *nieparzysta*), wówczas kątowe fazy ciągów, w chwili przybycia do P, różnią się o

6. $$\pi,\ 3\pi,\ 5\pi, \ldots\ldots$$

różnią się wogóle o $n\pi$. Ponieważ n jest obecnie nieparzystą całkowitą liczbą, wstawy lub dostawy takich faz kątowych mają wartości jednakowe lecz znaki przeciwne; w chwili zatem, w której ciągi dobiegają do P, wychylenia mają w nich wartości jednakowe, kierunki przeciwne. Przez nałożenie się ciągów nie powstaje więc w P żadne wypadkowe wychylenie; energja wypadkowa w P jest żadna; w punkcie P mamy w tym razie ciemność.

Przypuśćmy, że środek odstępu AB leży w C, tak iż $AC = BC$. Prowadzimy prostą CO prostopadłą do AB i do EE; O jest punktem środkowym interferencyjnego obrazu. Mamy

w O:	$n = 0$ . . .	$D = 0$	jasność, środek obrazu
w I:	$n = 1$ . . .	$D = \tfrac{1}{2}\lambda$ . . .	prążek ciemny pierwszy
w II:	$n = 2$ . . .	$D = \lambda$	jasna przerwa pierwsza
w III:	$n = 3$ . . .	$D = \tfrac{3}{2}\lambda$ . . .	prążek ciemny drugi

i t. d. Jeżeli posługujemy się w doświadczeniu światłem jednobarwnem, obraz interferencyjny zgadza się *w zupełności* z temi wynikami; trudno oprzeć się wnioskowi, że undulacyjna teorja zdaje przedziwnie sprawę ze wszystkich szczegółów zjawiska.

Oznaczmy przez x odległość OP; przez l rozumiejmy odległość AB, przez L odległość CO. Z punktu P jako środka, promieniem PB, zataczamy łuk BG koła; maleńki ten łuk możemy poczytywać za prostą prostopadłą do PC. Kąty ABG i OCP są więc równe sobie, skąd przybliżenie

7. $$OP : OC = AG : AB$$

lub w oznaczeniach przyjętych

8. $$x : L = D : l.$$

Z równań (8) oraz (2) lub (5) wyprowadzamy

9. $$n\lambda = \frac{2xl}{L}.$$

Przez h rozumiejąc odległość środków dwóch kolejnych prążków, łatwo otrzymujemy

10. $$\lambda = \frac{hl}{L}.$$

Przypuśćmy, iż wykonaliśmy doświadczenie Younga przy pomocy światła sodowego, żółtego; znajdujemy naprzykład

11. $$l = 0{\cdot}04\text{ cm};\quad L = 142{\cdot}5\text{ cm};\quad h = 0{\cdot}21\text{ cm}.$$

Wstawiając te wartości do równania (10), otrzymujemy

12. $$\lambda = 0{\cdot}000059\text{ cm}.$$

W odstępie 59 mm mieści się zatem 100000 fal światła sodowego żółtego. Jakkolwiek opisana metoda nie może dać wyników ścisłych, mamy tu jednak wymowną wskazówkę, jak nadzwyczajnie krótkie muszą być fale świetlne. Podobnie możemy zmierzyć długość fali światła fioletowego, zielonego lub czerwonego; dla każdego gatunku jednobarwnego światła otrzymujemy inną długość fali. Długość fali światła fioletowego wypada krótsza, długość fali czerwonego światła okazuje się dłuższa niż długość fali światła żółtego. *Objektywną* cechą, która różne gatunki jednobarwnego światła odznacza, jest *długość fali* (mierzona w powietrzu lub w próżni); *barwa* jest cechą *subjektywną*, która istnieje tylko w naszej świadomości.

Rozumiejąc przez λ długość fali pewnego gatunku jednobarwnego światła (zmierzoną w próżni), przez c prędkość rozchodzenia się fali w próżni, mamy, podług § 62 tomu II-go

13. $$\lambda = cT.$$

Znając λ i c, możemy zatem obliczyć okres T. Kładąc naprzykład dla światła sodowego żółtego w próżni

14. $$\lambda = 5{\cdot}9 \times 10^{-5}\text{ cm};\quad c = 3 \times 10^{10}\text{ cm/sek},$$

znajdujemy przybliżenie

15. $$T = 2 \times 10^{-15}\text{ sek}.$$

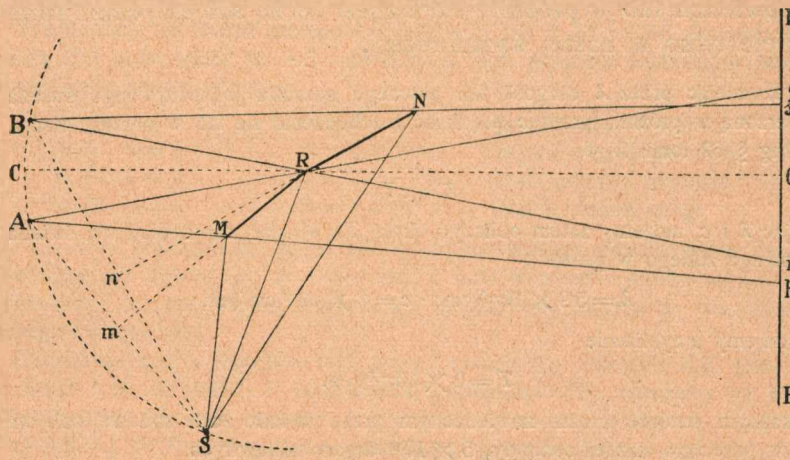
W każdym punkcie próżni nawiedzonym przez światło żółte sodowe odbywa się, w przeciągu każdej sekundy, 5×10^{14} drgań całkowitych.

Zaczynamy teraz rozumieć, dlaczego w doświadczeniu Younga, gdy posługujemy się światłem białem, prążki interferencyjne okazują się barwne. Światło białe zachowuje się w niejednym

względzie, jak gdyby składało się z niezmiernie licznych i rozmaitych gatunków monochromatycznego światła. Gdy posługujemy się światłem białem w doświadczeniu Younga, każdy gatunek światła wytwarza prążki własne; odległości tych prążków, podług wzoru (10), zależą od długości fali; różnobarwne interferencyjne obrazy są zatem rozłączone na ekranie przestrzennie. Tylko w środkowym punkcie obrazu, w punkcie *O*, mamy miejsce jasne i niezabarwione; że tak być musi, wynika łatwo z poprzedzającego wywodu.

§ 153. Interferencja światła; doświadczenie Fresnela.

Young nie przekonał spółczesnych; przeczuwał prawdę, ale nie umiał zapewnić jej zwycięstwa. Bezporównania szczęśliwszy był Augustin Fresnel, który około 1815 r. występuje na scenę. Fresnel otwarcie zwalcza korpuskularną teorję, której bronią Laplace, Poisson, Biot, najsłynniejsi uczeni. W świetnym umysłowym turnieju, który się natychmiast wywiązał (i w którym jedyny Arago wziął stronę śmiałka) genjusz Fresnela wkrótce zwycięża; z nim razem wiedza zwycięża i pojmowanie natury. Znajomość faktów wzbogaca się nadzwyczajnie; nowe fakty, zaledwie odkryte, wkrótce są wytłumaczone. Siedm lat gorączkowej pracy Fresnela przeobraża optykę.



Rys. 260.

Rozważmy tu jedno z najprostszych doświadczeń Fresnela; rys. 260-ty wyobraża schematycznie, w przecięciu poziomem,

urządzenie przyrządu. Dwa płaskie zwierciadła RM i RN są tak lekko nachylone ku sobie, że poprowadzone do ich płaszczyzn normalne mS, nS tworzą ze sobą kąt bardzo mały; kąt ten mSn oznaczamy przez Ω. Przypuśćmy, że S jest punktem świecącym, A obrazem punktu S w zwierciedle RM, wreszcie B obrazem punktu S w zwierciedle RN. Po odbiciu się od MR wiązka SMR tak dalej biegnie, jak gdyby była wyszła z punktu A; po odbiciu się od NR wiązka SNR tak dalej biegnie, jak gdyby była wysłana z punktu B. Wiązki odbite $MpRq$ oraz $RrNs$ spotykają i przenikają się wzajemnie w pewnym obszarze; muszą tam przeto interferować, podobnie jak w doświadczeniu Younga interferują wiązki, biegnące z dwóch punktów świecących pobliskich. Na podstawionym ekranie EE tworzy się istotnie obraz interferencyjny, podobnie jak w doświadczeniu Younga. Jeśli wstrzymamy bieg jednej z wiązek odbitych, pokrywając naprzykład sadzą jedno zwierciadło, obraz interferencyjny znika natychmiast; do powstawania obrazu potrzeba zatem niezbędnie zespołu dwóch wiązek. Obraz interferencyjny znika również, gdy ustawimy zwierciadła w jednej płaszczyznie, tak iż kąt $\Omega = 0$.

Według praw odbicia SA jest prostopadła do Rm, SB prostopadła do Rn; nadto, jak wiadomo (§ 135)

1. $$mS = mA; \quad nS = nB.$$

Stąd wynika, że

2. $$RA = RB = RS.$$

Punkty S, A, B leżą zatem na obwodzie koła, którego środkiem jest R. Według znanego twierdzenia

3. $$\Omega = \text{kąt } ASB = \tfrac{1}{2} \text{ kąta } ARB.$$

Jeżeli więc C jest środkiem łuku AB, mamy

4. $$\text{kąt } ARC = \text{kąt } BRC = \Omega.$$

Przedłużamy CR do punktu O na ekranie EE, prostopadłym do CO; w punkcie O otrzymujemy środek interferencyjnego obrazu.

Z podanego w poprzedzającym artykule rozbioru doświadczenia Younga wynika łatwo wytłumaczenie doświadczenia Fresnela. Rozumiejmy znowu przez l odległość AB, przez L odległość CO; promień CR koła, na którego obwodzie leżą S, A, B oraz C, oznaczmy przez a. Uważając AB za odcinek prostej prostopadłej do CR, piszemy

5. $$l = 2a \operatorname{tang} ARC = 2a \operatorname{tang} \Omega.$$

Równanie (9) § 152-go, które rozstrzyga o postaci interferencyjnego obrazu stosuje się tutaj bez zmiany; łącząc je z powyższym wzorem (5), otrzymujemy

6. $$n\lambda = \frac{4ax}{L} \operatorname{tang} \Omega;$$

litera n, jak dawniej, oznacza jedną z kolejnych liczb 0, 1, 2 . . . Największa jasność odpowiada parzystym, ciemność odpowiada nieparzystym wartościom n.

W doświadczeniu Younga posługujemy się działaniem dwóch wtórnych źródeł świetlnych A, B, tworzonych przez *to samo* źródło pierwotne S (rys. 257); w doświadczeniu Fresnela posługujemy się podobnie działaniem dwóch pozornych źródeł A, B, powstających, dzięki odbiciu w zwierciedle, z tego samego rzeczywistego źródła S (rys. 260). Wiązki biegnące z A oraz B nie są sobie obce; pochodząc z jednego źródła, są *spójne* (jak mówimy) czyli zdolne do interferencji. Czy obce sobie wiązki świetlne są niezdolne do interferencji? doświadczenie nam mówi, że istotnie są *zawsze niezdolne*. Napróżno próbowalibyśmy skłonić do interferencji dwie wiązki niepokrewne sobie, wytwarzane przez dwa różne, odrębne źródła, czyli dwie wiązki *niespójne*.

Jeżeli pewien punkt ekranu, np. punkt P, ma być *stale* jasny albo stale ciemny, różnica kątowych faz dobiegających doń ciągów fal winna być stale wielokrotnością kąta π, w pierwszym razie parzystą, w drugim nieparzystą. Jak widzieliśmy w § 152-im, warunkowi temu może stać się zadosyć, naprzykład, gdy fazy ciągów w chwili, gdy ciągi przebiegają przez A i B, są wciąż sobie równe. Wyobraźmy sobie, że w obu ciągach, w każdem miejscu, faza zmienia się ustawicznie bardzo szybko, zmienia się przypadkowo, kapryśnie a więc jedna zgoła niezależnie od drugiej. Różnica faz ciągów w chwili, gdy wychodzą z A oraz B a zatem także i różnica ich faz w chwili, gdy docierają do P, skacze wówczas prędko i nieobliczalnie, przybierając co chwila inne, nieoczekiwane wartości; oświetlenie punktu P chwieje się migawkowo, przechodząc od największej jasności do zupełnej ciemności. Nie dostrzeglibyśmy oczywiście tej chwiejby; szybko oscylujące interferencyjne obrazy spływałyby w przeciętne, napozór niezmienne i jednostajne oświetlenie ekranu.

Skoro obce wiązki świetlne, wysłane z różnych źródeł, są zawsze niespójne, musimy przeto przypuszczać, że faza drgań promieniowania, zależna od chaosu promieniujących atomów, waha się nieustannie, zmienia się nagłemi skokami; w ciągach niespójnych przypadkowe te skoki nie są związane, fazy takich ciągów są niezależne.

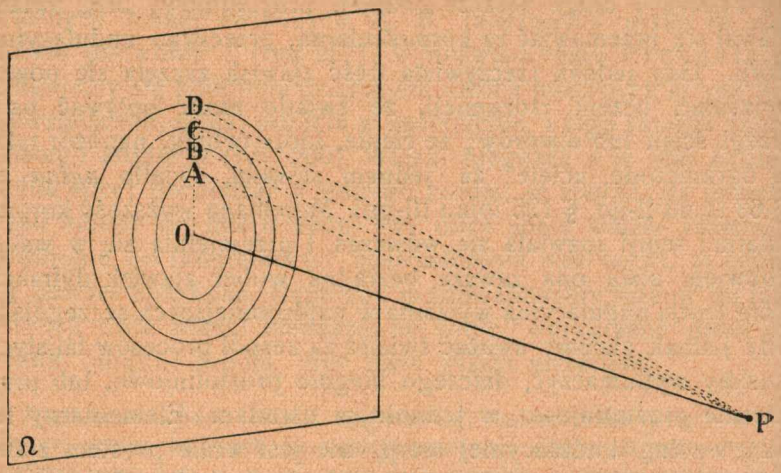
§ 154. Prostolinjowy bieg światła.

Pojmując światło jako zaburzenie faliste, tłumaczymy niektóre zjawiska dogodnie, np. odbicie i załamanie. Newton bezwątpienia dobrze o tem wiedział; ale fakt prostolinjowego rozchodzenia się światła w jednolitych ośrodkach odstręczał go od undulacyjnej teorji. Według codziennych, dorywczych spostrzeżeń (por. § 68 tomu II-go) fale toczące się po powierzchni wód, fale

głosowe, które biegną w powietrzu, okrążają zasłony i cieni nie tworzą; natomiast kula armatnia wystrzelona w przegrodę może ją trafić lub minąć, lecz jej nie okrąża. Za czasów zatem Newtona i długo jeszcze później, prostolinjowy bieg światła zdawał się przemawiać za korpuskularną, przeciwko undulacyjnej teorji. Gdy jednak rzeczywista treść zjawisk zaczęła się powoli wyjaśniać, uczeni zrozumieli, że światło *może* opływać ostre brzegi ścian lub otworów; że cienie, które tworzy, napozór tylko są ograniczone, ucięte; że, jednem słowem, światło *ugina się* (§ 68 tomu II-go, § 125 tomu III-go). Mniemana wyższość korpuskularnej teorji rozwiała się wówczas i przemieniła się w wadę; albowiem stała ona zawsze bezradna wobec zjawisk dyfrakcji, które teorja undulacyjna wyjaśnia w najdrobniejszych szczegółach. Gdy jednak chcemy uważać światło za zespół procesów falistych, musimy wytłumaczyć, dlaczego biegnie prostolinjowo, lub przybliżenie prostolinjowo, w jednolitym ośrodku. Elementarny ten fakt, według undulacyjnej teorji, nie jest wcale prostem zjawiskiem; jest wynikiem zawiłej interferencji *wtórnych* czyli *pochodnych* fal (por. § 69 tomu II-go), które rozpoczynają się nieustannie we wszystkich punktach każdej pierwotnej powierzchni falowej.

Wyobraźmy sobie, że fala świetlna monochromatyczna, płaska posuwa się naprzód w kierunku OP (rys. 261); płaszczyzna Ω, do której OP jest normalna, stanowi pewną *płaszczyznę fali* (czyli jedno jej *czoło*); w tej samej chwili wszystkie punkty tej płaszczyzny są nawiedzone tą samą fazą zaburzenia. Długość fali zaburzenia oznaczamy przez λ. Zadajemy sobie pytanie, jak działa płaszczyzna fali Ω na punkt P przed nią leżący. Prosta PO, prostopadła do płaszczyzny Ω, przecina ją w punkcie O, który nazywamy *biegunem* punktu P w płaszczyznie Ω. Przypuszczamy, że odległość OP punktu P od płaszczyzny Ω jest bardzo znaczna w stosunku do długości fali λ. Dokoła bieguna O prowadzimy w płaszczyznie Ω obwód koła, którego promień R ma być znaczną wielokrotnością długości fali λ. Wiemy, że długość fali λ jest wielkością rzędu stotysięcznej części centymetra; promień R zatem, chociaż duży w stosunku do λ, może być wcale niewielki w praktycznej skali codziennych naszych czynności. Dla zwięzłości, oznaczmy jeszcze przez ω część płaszczyzny Ω ograniczoną przez obwód, którego promieniem jest R. Jeżeli (jak już przypuściliśmy) odległość OP jest znaczna w stosunku

do długości fali λ, działanie całkowitej (nieskończenie rozległej) płaszczyzny Ω na punkt P równa się niemal dokładnie działaniu na P części ω tej płaszczyzny; twierdzenie to udowodnimy po-



Rys. 261.

niżej z łatwością. *Skuteczną* zatem częścią płaszczyzny fali, istotnie działającą na punkt P, jest stosunkowo dość drobna jej cząstka ω, do bieguna O przylegająca; pozostała część płaszczyzny fali nie wywiera ocenialnego działania na punkt P.

Oznaczmy przez l odległość OP. Z punktu P jako środka zataczamy powierzchnie kuliste promieniami

1. $$l+\tfrac{1}{2}\lambda,\quad l+\tfrac{2}{2}\lambda,\quad l+\tfrac{3}{2}\lambda,\ldots\ldots$$

Przecinając się z płaszczyzną Ω, powierzchnie nasze tworzą obwody spółśrodkowych kół $A, B, C, \ldots\ldots$, których środek leży w O (rys. 261); promienie tych kół oznaczamy jak następuje:

2. $$OA=a;\quad OB=b;\quad OC=c;\ldots\ldots$$

Ponieważ λ jest mała wobec l, mamy więc przybliżenie

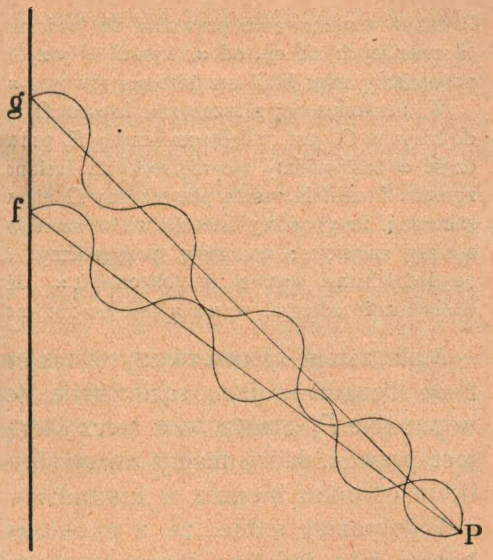
3. $$a^2=l\lambda;\quad b^2=2l\lambda;\quad c^2=3l\lambda\ldots\ldots$$

Zbudowaliśmy zatem dokoła bieguna O: najprzód koło OA, powiedzmy dla skrócenia koło E; następnie pierścienie: AB czyli F, BC czyli G, CD czyli H i t. d. Rozległości pierścieni F, G, H i t. d. są przybliżenie równe, każda wynosi $\pi l\lambda$ przybliżenie. Koło E oraz pierścienie F, G, H i t. d. nazywamy *półokresowemi strefami fali.*

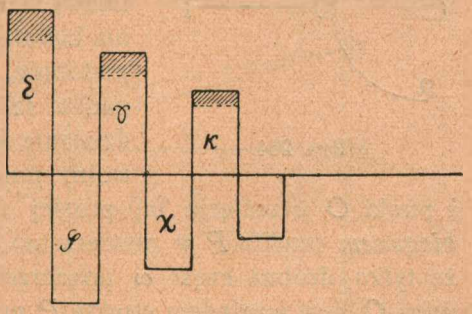
Przypuśćmy teraz, że ζ oznacza długość nadzwyczaj małą w porównaniu do λ. Promieniami

4. $$l+\tfrac{1}{2}\lambda+\zeta,\quad l+\tfrac{1}{2}\lambda+2\zeta,\ldots\ldots$$

zataczamy, z P jako środka, powierzchnie kuliste, które, przecinając się z płaszczyzną Ω, tworzą w niej obwody kół spółśrodkowych z A oraz B. Pierścień F czyli AB rozcinamy tym sposobem na elementy koliste, których rozległości są przybliżenie równe, każda bowiem wynosi przybliżenie $2\pi l\zeta$. Podobnie rozcinamy pierścień G czyli BC na elementy koliste, których rozległości są przybliżenie równe rozległościom elementów pierścienia F. Pierwszy do koła A przylegający element pierścienia F niechaj nazywa się f; do koła B przylegający element pierścienia G niechaj nazywa się g. Element f jest o $\frac{1}{2}\lambda$ bliższy punktu P aniżeli element g; ponieważ w f i g faza zaburzenia jest identyczna, zatem wysyłane przez f i g fale wtórne dobiegają punktu P w fazach *przeciwnych*; fale, spotykając się w P, znosiłyby się ściśle (rys. 262), gdyby ich amplitudy były jednakowe. To samo twierdzenie, z tem samem zastrzeżeniem, stosuje się do fal wtórnych wysyłanych przez drugi element pierścienia F i przez drugi element pierścienia G i t. d.; zatem również i do całkowitego działania pierścieni F i G w punkcie P. Ale amplitudy zaburzeń, sprawianych przez pierścienie F, G i t. d. w punkcie P, *nie* są identyczne. Gdy oddalamy się od bieguna O, odległości średnie stref E, F, G i t. d. od P stają się coraz większe; normalne do stref (równoległe do OP) tworzą coraz większe kąty z promieniami OP, AP, BP i t. d. biegnącemi ku P. Rozumiejmy przez ε, φ, γ, χ i t. d. bezwzględne wartości zaburzeń wywoływanych w P przez strefy E, F, G, H i t. d. Powiadamy, że w P powstaje zaburzenie wypadkowe



Rys. 262.



Rys. 263.

$$5. \qquad U = \varepsilon - \varphi + \gamma - \chi + \varkappa - \ldots\ldots$$

gdzie wartości wyrazów szybko maleją. Wyobraźmy te wyrazy graficznie (rys. 263); U jest sumą różnic $\varepsilon - \varphi$, $\gamma - \chi$ i t. d., zacieniowanych na rysunku. Ale różnice te ukazują się w naszych schodach tylko *co drugi* stopień; gdy-

byśmy tworzyli je co stopień, dałyby razem ε; zatem zacieniowane dają $\frac{1}{2}\varepsilon$ w łącznej sumie. Mamy więc przybliżenie

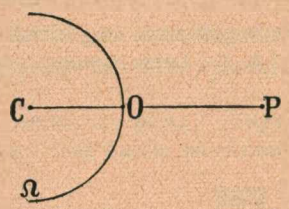
6. $$U = \tfrac{1}{2}\varepsilon.$$

Podobne rozumowanie prowadzi do wniosku, że suma wyrazów szeregu (5), zaczynających się np. od $\varkappa$, wynosi w przybliżeniu $\frac{1}{2}\varkappa$; opuszczając te wyrazy, popełniamy więc błąd przybliżenie równy $\frac{1}{2}\varkappa$.

W nieskończonej płaszczyznie falowej Ω drobna tylko cząstka ω, przylegająca do bieguna O, jest, względem punktu P, prawdziwie *skuteczna*. Przypuśćmy, że część ω zasłoniliśmy nieprzezroczystą zasłoną, tak iż w tej części ω zaburzenie zginęło. Pozostała reszta płaszczyzny Ω nie wytwarza w punkcie P ocenialnych zaburzeń. Przypuśćmy istotnie, że w szeregu (5) pewne wyrazy, np. ε, φ, γ, χ zostały zniesione; pozostają, przypuśćmy, dalsze wyrazy, których suma, jak powiedzieliśmy, wynosi przybliżenie $\frac{1}{2}\varkappa$. Jeżeli strefa K jest od bieguna O dostatecznie odległa, wyraz $\varkappa$ jest bardzo mały.

Mała zatem nieprzezroczysta zasłona umieszczona w punkcie O i w bezpośredniem sąsiedztwie tego punktu wystarcza, by w punkcie P, praktycznie rzecz biorąc, powstał *cień*. Oto właśnie jest prawda, którą mamy na myśli, mówiąc, że światło w jednolitym ośrodku biegnie w kierunkach prostych.

Wyobraźmy sobie, że z punktowego źródła C (rys. 264) wybiegła fala świetlna monochromatyczna, która w otaczającym jednolitym izotropowym ośrodku rozszerza się dalej jako fala kulista; przypuśćmy, że jedną z pomiędzy powierzchni falowych tego zaburzenia jest powierzchnia kulista Ω. Rozumujemy w tym razie podobnie, jak rozumowaliśmy w przypadku fali płaskiej. Pragnąc poznać działanie powierzchni falowej Ω na dowolny punkt P, prowadzimy prostą CP i punkt O przecięcia tej prostej z powierzchnią Ω nazywamy *biegunem* punktu P w powierzchni Ω. Przekonywamy się znowu, że tylko drobna część ω powierzchni Ω, przylegająca do bieguna O, jest względem punktu P prawdziwie *skuteczna*; dlatego, praktycznie rzecz biorąc, mówimy: fala świetlna biegnie w prostych kierunkach, mianowicie w kierunkach promieni idących ze źródła C. Tak oto undulacyjna teorja pojmuje bieg światła.



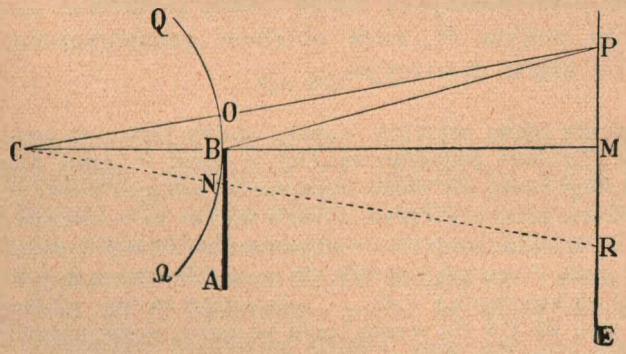
Rys. 264.

Stańmy na wybrzeżu i przyglądajmy się wodzie w morskiej przystani; zmarszczki i fale biegną ku nam bez przerwy. Opodal kołyszą się czółna, statki, okręty; potężne tamy ujmują wodę, wcinają się w nią groble portowe. Przyglądając się wiecznie

chwiejnej powierzchni, wpatrując się w kołyszące się wnęki dolin i w pieniste grzbiety pagórków, czy potrafimy z nich wyrozumieć kształt, postać, rozległość i odległość łodzi, parowców, okrętów, zastaw, estakad i grobli? Z pewnością to niemożliwe. A jednak czynimy coś podobnego nieustannie, chociaż bezwiednie. Od słońca i gwiazd, od świec oraz lamp, od rozżarzonych brył lub jarzących się fluoryzujących substancyj biegną ku nam strumienie fal, nieporównanie coprawda żwawszych i misterniejszych niż wodne; obłoki i góry, doliny i lasy, jeziora i rzeki, kamienie i domy, wszystkie otaczające nas rzeczy odbijają *fale*, załamują je, pochłaniają, uginają, rozrzucają i rozpraszają; my zaś *widzimy rzeczy*. Bezustannie spadają na nas potoki znikomych zaburzeń, ale nie uświadamiamy ich sobie; o *zaburzeniach* nie wiemy, natomiast wydaje nam się, że widzimy materjalne *przedmioty*. Te ich jednak obrazy, które tworzą się w naszej świadomości, to tylko *wnioski*, które w nas nieznanym sposobem powstają, wywołane gradem bezimiennych, niezliczonych podrażnień nerwowych.

§ 155. Pierwszy przykład dyfrakcji.

Fala świetlna, monochromatyczna, kulista, rozchodząca się z punktu *C*, uderza o nieprzezroczystą przegrodę *AB* (rys. 265);



Rys. 265.

część fali zostaje wstrzymana, pozostała reszta, minąwszy przegrodę *AB*, oświetla ekran *E*. Wybrawszy na ekranie pewien punkt *P*, rozważmy działanie, na ów punkt, powierzchni falowej kulistej *Ω*, która dotyka przegrody *AB*; wiemy, że ono niemal

ściśle jest równe działaniu na P małej cząstki ω powierzchni Ω, cząstki przylegającej do bieguna O punktu P.

Weźmy na uwagę punkt M, w którym przedłużony promień CB trafia ekran E. Punkt M doznaje działania półpowierzchni BQ, gdzie Q jest dowolnym, daleko od B leżącym punktem powierzchni falowej; zaburzenie w M jest dwa razy słabsze, strumień energji dopływający do M jest cztery razy słabszy aniżeli byłyby wówczas, gdyby przegroda AB została zniesiona. W obrębie geometrycznego cienia wybierzmy teraz punkt R; jeżeli biegun N punktu R nie leży w bardzo małej odległości od B, punkt R nie doznaje od półpowierzchni BQ niemal żadnego działania. Gdy, wychodząc z M, posuwamy się zatem wgłąb *cienia*, oświetlenie szybko maleje i niebawem spada do zera. Przenieśmy się do punktu P leżącego poza zakresem geometrycznego cienia. Przypuśćmy z początku, że P leży daleko od M; przegroda AB nie wstrzymuje skutecznej wobec P cząstki ω powierzchni falowej. Obecność przegrody AB nie wpływa wówczas na oświetlenie ekranu w punkcie P; punkt ten otrzymuje niemal ściśle taki sam strumień świetlny, jaki otrzymywałby, gdyby przegroda AB została zniesiona. Przypuśćmy przeciwnie, że punkt P leży blisko punktu M; przegroda AB wstrzymuje całość lub przynajmniej znaczny ułamek skutecznej wobec P cząstki ω powierzchni falowej. Oświetlenie punktu P jest wówczas wynikiem interferencji fal wtórnych; falisty ustrój zaburzenia sprawia, że w pobliżu punktu M, poza obrębem geometrycznego cienia, tworzą się prążki dyfrakcyjne.

Powierzchnię falową podzielmy w myśli na dwie części: na część OQ i na część OB. Działanie półpowierzchni OQ na punkt P (leżący poza obrębem geometrycznego cienia) jest niemal niezależne od położenia punktu P; obecność lub nieobecność przegrody AB nie wywiera wpływu na to działanie. Zwracamy się teraz do działania, które część OB powierzchni falowej wywiera na P. Załóżmy, iż punkt P jest tak położony, że część OB zawiera w sobie *parzystą* liczbę stref półokresowych $E, F, G, \ldots\ldots$ powierzchni falowej; w takim punkcie P działanie stref, jak z § 154 wynika, znosi się parami niemal dokładnie; w takim punkcie ekranu oświetlenie musi być zatem stosunkowo najsłabsze, taki punkt musi być położony w środku ciemnego prążka. Znacznie silniejsze musi być oświetlenie w punkcie P tak położonym, iż część OB powierzchni falowej zawiera *nieparzystą* liczbę stref półokresowych $E, F, G \ldots\ldots$ Rozumiejąc zatem przez i liczbę całkowitą i dodatnią (różną od zera):

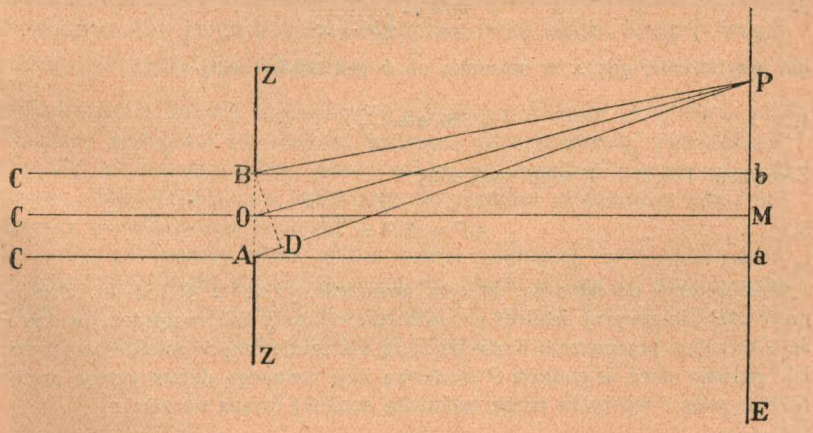
$$i = 1, 2, 3, \ldots\ldots$$

przez λ zaś, jak zwykle, oznaczając długość fali, wypowiadamy twierdzenie: w punkcie P, położonym poza obrębem geometrycznego cienia, mamy środkowe miejsce prążka

ciemnego, gdy: $BP - OP = 2i \times \frac{1}{2}\lambda$
jasnego, gdy: $BP - OP = (2i+1) \times \frac{1}{2}\lambda$.

§ 156. Drugi przykład dyfrakcji.

Bierzemy na uwagę inny przypadek zjawiska dyfrakcji. Przypuśćmy, że snop równoległych monochromatycznych świetlnych promieni $CACB$ pada normalnie na cienką nieprzezroczystą zasłonę ZZ, w której spotyka wąską prostokątną szczelinę AB; rys. 266 wyobraża urządzenie doświadczenia schematycznie,



Rys. 266.

w przecięciu poprzecznem. Na bardzo odległym ekranie E, umieszczonym równolegle do zasłony ZZ, ukazują się prążki dyfrakcyjne; przyczynę ich powstawania możemy łatwo zrozumieć, idąc za myślą poprzednich wywodów. Przypuśćmy, że CO jest środkowym promieniem snopu $CACB$ padającego światła; przedłużając CO aż do E, znajdujemy punkt M, który, według zasady prostolinjowego przebiegu światła, powinien być środkiem jasnej świetlnej plamy ab. Punkt O jest biegunem punktu M w płaszczyźnie falowej Ω dotykającej zasłony ZZ. Dokoła bieguna O wyobraźmy sobie znowu skuteczną względem punktu M cząstkę ω falowej płaszczyzny Ω. Jeśli jest bardzo wąska, szczelina AB nie przepuszcza całej cząstki skutecznej ω; zasady optyki geometrycznej przestają tu zatem być ważne, falisty zaś

ustrój świetlnego snopu wytwarza prążki dyfrakcyjne na ekranie E po obu stronach punktu M.

Z punktu B poprowadźmy prostopadłą BD do promienia AP. Jeżeli punkt P jest odległy, możemy poczytywać BD za łuk koła o promieniu PB; kładziemy zatem

1. $$AD = AP - BP.$$

Oznaczając przez θ kąt MOP, zwany *kątem ugięcia*, powiadamy, że kąt DBA jest przybliżenie równy kątowi θ; jeżeli szerokość szczeliny AB rozumiemy przez a, możemy zatem założyć

2. $$AD = a \sin \theta.$$

Oznaczając przez b odległość OM, przez x odległość MP, mamy

3. $$\sin \theta = \frac{x}{\sqrt{b^2 + x^2}}$$

lub przybliżenie, gdy x w stosunku do b jest bardzo mała:

4. $$\sin \theta = \frac{x}{b}.$$

Z równań (1), (2) i (4) wyprowadzamy

5. $$AP - BP = \frac{ax}{b}.$$

Analogicznie do sposobu, którym posłużyliśmy się w § 154-ym, dzielimy część AB płaszczyzny falowej na półokresowe strefy fali, względem punktu P. Jeśli szczelina przepuszcza liczbę parzystą tak zbudowanych półokresowych stref fali, musimy mieć w punkcie P środkową linję ciemnego dyfrakcyjnego prążka. Niechaj więc i wyobraża liczbę całkowitą dodatnią (różną od zera):

6. $$i = 1, 2, 3, \ldots\ldots$$

Liczba stref niechaj wynosi $2i$. Mamy

7. $$AP - BP = 2i \times \tfrac{1}{2}\lambda,$$

innemi słowy

8. $$\frac{ax}{b} = i\lambda,$$

punkt P leży wówczas w środku ciemnego prążka. Przypuśćmy naprzykład, że doświadczenie wykonano przy pomocy światła monochromatycznego czerwonego; dla pierwszego (licząc od M) ciemnego prążka znaleziono

9. $$a = 0{\cdot}05 \text{ cm}; \quad x = 0{\cdot}2 \text{ cm}; \quad b = 150 \text{ cm}.$$

Kładziemy $i = 1$ w formule (8) i wstawiwszy do niej wartości (9), otrzymujemy

10. $$\lambda = 6{\cdot}67 \times 10^{-5} \text{ cm}.$$

Wyobraźmy sobie, że w nieprzezroczystej zasłonie wycięto kilka lub kilkanaście jednakowych, jednakowo odległych od siebie

i równoległych do siebie szczelin. Przypuśćmy, że na zasłonę pada normalnie snop równoległych wiązek światła monochromatycznego. Wiązki ugięte przez wszystkie szczeliny zbieramy w ognisku soczewki; biegnące z sąsiednich szczelin, zależnie od swego kąta ugięcia, interferują wówczas ze sobą; na ekranie, poza soczewką, powstaje układ dyfrakcyjnych obrazów. Jeżeli na zasłonę pada światło białe, otrzymujemy układ widm.

Zasłona zawierająca, jak powiedzieliśmy, pewną liczbę równoległych szczelin jest prostym modelem przyrządu, który nosi nazwę *siatki dyfrakcyjnej*. Siatkami dyfrakcyjnemi posługują się nieustannie fizycy w badaniach widmowych; składają się one z cieniutkich, zaledwie pod mikroskopem widocznych kresek, prawidłowo wyciętych na powierzchni płytki przezroczystej albo też zwierciadła; zwykłe siatki optyczne liczą około tysiąca kresek na długości jednego milimetra.

W badaniach, o których wspomnimy w następnym rozdziale, H. A. Rowland w Baltimore posługiwał się siatkami naciętemi na wewnętrznej, zwierciadlanej powierzchni metalowego walca; pomoc zbierającej soczewki jest już wówczas zbyteczna. Siatki Rowlanda odznaczały się nietylko subtelnością lecz i nieporównaną prawidłowością nacięcia.

Dostrzegamy rozmaite, nieraz piękne zjawiska dyfrakcji, spoglądając na odległe, silne źródło światła poprzez rzęsy, muślin, cienki jedwab lub pióra owadów i ptaków. Szyby, posypane miałkim proszkiem lub pokryte w zimie kryształkami lodu, tworzą często podobnież dyfrakcyjne obrazy.

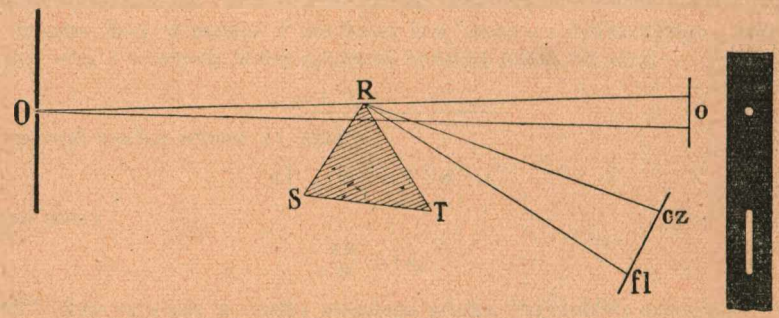
ROZDZIAŁ DWUNASTY.

O promieniowaniu.

§ 157. Widmo słoneczne.

Od początku XVII-go stulecia umiano sporządzać szklane pryzmaty w zachodnich krajach Europy; wiedziano, że, załamując się w pryzmatach, światło przybiera niekiedy świetne barwy tęczowe. Ale nie przywiązywano wagi do takich spostrzeżeń; poczytywano je za prostą zabawkę. Newton kupił pryzmat w Cambridge, od wędrownego przekupnia, w r. 1666-ym; zaledwie przy pomocy tego narzędzia dokonał kilku doświadczeń, nowy, nieoczekiwany zakres zjawisk roztworzył się przed nim.

Oto jak sobie poczyna: w okiennicy zaciemnionego pokoju pozostawia mały otwór *O* kołowy (rys. 267); padająca przez ten



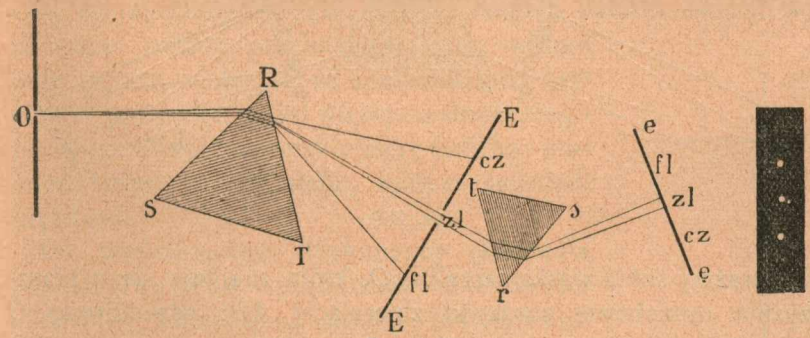
Rys. 267.

otwór ostra wiązka słonecznego światła tworzy mały, biały, okrągły obraz *o* słońca na przeciwległej tablicy. Przypuśćmy, że rys. 267 my wyobraża układ doświadczenia w przecięciu poziomem; wiązka *Oo* biegnie poziomo. W drogę wiązki Newton wprowadza pryzmat *STR*, którego krawędź *R* ustawia pionowo. Z §§ 136 i 140 jest nam wiadomo, że wiązka odchyla i roz-

szczepia się w pryzmacie; na ekranie pojawia się obraz wydłużony i barwny, który Newton nazwał *widmem słonecznem*. Miejsce *cz*, gdzie widmo zaczyna się, jest ciemno czerwone; tuż obok dostrzegamy zabarwienie jasno czerwone, które niebawem ustępuje pomarańczowemu; pomarańczowe przeradza się w żółte, jeszcze dalej w zielone; barwa zielona nieuchwytnie przeobraża się w niebieską, niebieska łagodnie w błękitną przechodzi, ta zaś sąsiaduje z fioletową (*fl* na rysunku), choć ostrej między niemi granicy wskazać nie można; na silnym, wspaniałym fiolecie kończy się widmo.

W pismach Kartezjusza, z których uczył się optyki, Newton próżno szuka wytłumaczenia dostrzeżonego zjawiska; ażeby móc je zrozumieć, ucieka się do przypuszczenia naówczas nadzwyczajnie śmiałego. Zakłada, że każde światło białe (np. słoneczne) jest zespołem niezliczonych *prostszych* gatunków, *jednobarwnych i rozmaicie łamliwych*. Ażeby wyjaśnić wynik opisanego przed chwilą doświadczenia, dosyć przypuścić, iż czerwone promieniowanie jest najmniej łamliwe w pryzmacie, fioletowe zaś najbardziej łamliwe.

Utworzywszy widmo, Newton zadaje sobie pytanie, czy, po przejściu przez pryzmat, światło nie biegnie może krzywolinjowo? Upewniwszy się, że tak nie jest, że za pryzmatem, podobnie jak przed nim, promienie są proste, uznaje za udowodnione, iż wiązka wychodząca z pryzmatu jest znacznie bardziej roz-



Rys. 268.

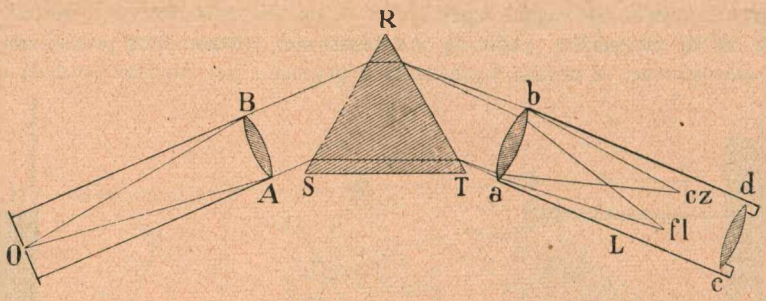
bieżna aniżeli padająca. Posuwając się krok za krokiem, drogą indukcji, z rozwagą i ostrożnością największą, Newton zapytuje: czy promieniowania barwne, które odkrył w świetle słonecznem, są elementarne? czy nie rozkładają się może jeszcze dalej w pryzmacie? Zarazem chce sprawdzić, czy różna łamliwość łączy się zawsze z barwą rozmaitą? Oto nowe doświadczenie, którem odpowiada na te zapytania. Na ekranie *EE*, przy pomocy otworu *O* i pryzmatu *STR* (rys. 268)

Newton wytwarza widmo $cz-fl$; wyciąwszy w tym ekranie mały otwór zl, pozwala przezeń przebiec wiązce światła przybliżenie jednobarwnego, np. zielonego. Wiązka ta pada na drugi pryzmat str, którego krawędź r jest równoległa do krawędzi R pierwszego pryzmatu; na drugim ekranie ee tworzy się zielony obraz słońca. Promieniowanie zielone *nie* rozszczepia się w pryzmacie. Kręcąc pryzmat STR dokoła krawędzi R, sprawiamy, że na otwór ekranu EE padają różne po kolei gatunki promieniowania, zawarte w wiązce słonecznego światła. Każde barwne promieniowanie załamuje się w pryzmacie str, każde odchyla się: czerwone najmniej, fioletowe najbardziej; ale nie rozszczepia się żadne. Jednobarwne promieniowanie jest zatem proste; jego łamliwość zmienia się wraz z barwą.

Tak oto, według słów poety, Newton «ze świetlanej szaty dnia wypruwa wszystkie nici».

§ 158. Widmo czyste; spektroskop.

W doświadczeniu Newtona (rys. 267) nie otrzymujemy *czystego* widma. Otwór O, który jest źródłem światła, ma pewną rozciągłość; każda (najwęższa) wiązka, która zeń wybiega, rozszczepia się w pryzmacie, na ekranie powstaje więc następstwo wielobarwnych obrazów, które w znacznej mierze nakładają się i mieszają ze sobą. Ażeby wytworzyć widmo czyste, postępujemy w następujący sposób (objaśniony schematycznie na rys. 269-ym).



Rys. 269.

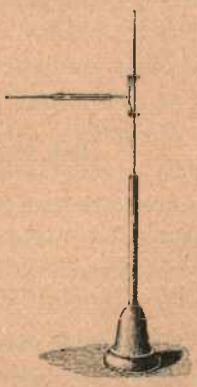
Wyobraźmy sobie wąską szczelinę O, która znajduje się w płaszczyźnie ogniskowej soczewki zbierającej AB; oświetliwszy O jakiemkolwiek silnem światłem białem, otrzymujemy, poza AB, snop równoległych promieni; gdy snop ten pada na pryzmat STR, każda monochromatyczna wiązka wybiegająca z pryzmatu składa się znowu z równoległych promieni (§ 140). Pochwycone przez objektywę ab lunety L, wiązki te tworzą widmo cz-fl; czerwone wiązki zbierają się wszystkie w jednym punkcie cz, fioletowe wszystkie w innym punkcie fl. Widmo jest czyste; możemy je

odfotografować na kliszy lub też *subjektywnie* oglądać, np. przy pomocy okularu *cd*; tak postępujemy w *spektroskopach* i *spektrometrach*. Ustawiwszy ekran w płaszczyźnie, w której tworzy się widmo, możemy je *objektywnie* utworzyć i okazać innym osobom.

W § 157-ym wymieniliśmy siedm barw w widmie słonecznem; w każdem wogóle widmie światła białego dostrzegamy je, mniej lub bardziej wybitnie. W istocie jednak jest w takiem widmie liczba barw niezmierzona i nieprzerwana ciągłość odcieni. Wymieniliśmy tylko siedm zabarwień, albowiem brak wyrazów w języku, które mogłyby oddać bogactwo przejść w widmie i łagodność jego stopniowań. Trzeba zobaczyć widmo, potrzeba usłyszeć symfonję, ażeby zrozumieć, dokąd sięga subtelność zjawisk natury.

§ 159. *Różne odmiany widm.*

Przypuśćmy, że świeca stearynowa pali się w powietrzu. Możemy odróżnić dwa stadja w zjawisku: ze stearyny wytwarza się wodór, powstają węglowodory; silnie rozgrzane, gazy te łączą się z tlenem. Gdy w mieszkaniu spalamy gaz oświetlający, dwa wymienione stadja powtarzają się również, lecz są rozłączone: pierwsze odbywa się w gazowni, drugie w płonącym przed nami płomieniu. Jak wyraził się Faraday, świeca jest «maleńką gazownią». Ale w płomieniu świecy nie gazy palne, lecz przedewszystkiem drobne cząstki niespalonego węgla wysyłają światło. Przekonywamy się o tem łatwo przy pomocy palnika Bunsena. Gdy zamknęliśmy boczne otwory, płomień palnika świeci, wytwarzając światło przybliżenie białe; widmo tego światła, widziane w spektroskopie, jest ciągłe i całkowite, mniej więcej do słonecznego podobne. Otwórzmy teraz otwory palnika; płomień świeci bardzo słabo, mdłem światłem błękitnem.



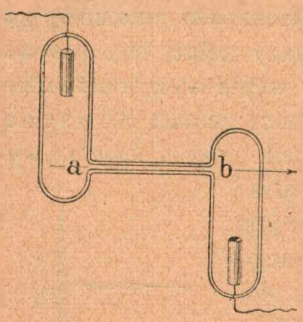
Rys. 270.

Do nieświecącego (błękitnego) płomienia palnika Bunsena wprowadźmy odrobinę soli kuchennej, umieszczoną na końcu platynowego drucika (rys. 270); płomień przybiera znane żółte zabarwienie. Zbadajmy widmo światła, wysyłanego przez taki płomień sodowy; widma ciągłego i całkowitego nie dostrzegamy; na tle ciemnem widzimy jaskrawy prążek żółty; jest to oczywiście obraz szczeliny spektroskopu, oświetlony jednobarwnem, żółtem światłem. Powtórzmy doświadczenie, wprowa-

dzając do płomienia, zamiast chlorku, węglan lub bromek sodu; widmo nie zmienia się wcale. Światło sodowe, które otrzymujemy, pochodzi widocznie od atomów samego sodu; pozostałe składniki związków grają tu rolę podrzędną. Prążek żółty, który wytworzyliśmy, nazywamy przeto *linją widmową sodu*; powiadamy, że para sodu, pobudzona w płomieniu, emituje światło monochromatyczne, którego widmo jest *linjowe*. Wprowadzając do płomienia Bunsena sole talu, litu, potasu, cezu, obserwujemy podobnie widma linjowe wymienionych pierwiastków. Widma innych pierwiastków bywają często linjowe ale zawiłe; dostrzegamy w nich niekiedy całe gromady linij; w innych znów widmach widzimy *pasma*, wstęgi lub smugi, zwykle przedzielone prążkami i cienkiemi linjami.

Obserwując światło wysyłane przez ciała świecące, otrzymujemy widma *emisyjne*; na innej, jak zobaczymy, drodze dochodzą do skutku widma odmienne, które nazwiemy *absorbcyjnemi*.

Ażeby poznać emisyjne widmo wodoru, helu, argonu, azotu lub tlenu, uciekamy się do następującej, przez Plückera podanej metody doświadczeń. Wyobraźmy sobie naczyńko szklane złożone z trzech części (rys. 271); w dwóch szerszych znajdują się wtopione elektrody, sporządzone zwykle w kształcie drucików, blaszek lub walców i wyrobione z platyny lub glinu; te dwie szersze rurki łączą się wąziutką (włoskowatą rureczką *ab*. Naczyńko jest wypełnione gazem, którego widmo pragniemy dostrzegać; gaz jest tak rozrzedzony, iż ciśnienie, które wywiera, wynosi około paru milimetrów rtęci. Gdy połączymy elektrody przyrządu z biegunami induktora Ruhmkorffa (lub prądnicy o dostatecznem napięciu) gaz, pod wpływem prądu, poczyna świecić, najsilniej we włoskowatej rurce *ab*; w kierunku osi tej rurki obserwujemy światło i badamy je w spektroskopie. Tak otrzymane widmo wodoru zawiera trzy linje mocne (błękitną, zieloną i czerwoną), nadto ogromne mnóstwo linij słabszych. Równie bogate jest widmo tlenu; jeszcze zawilsze widmo azotu jest wybitnie pasmowe



Rys. 271.

Pobieżne nasze dotychczasowe wiadomości o rodzajach widm emisyjnych streszczamy krótko jak następuje. Stosunkowo najprostsze widma (i odpowiadające im gatunki światła) otrzymujemy, gdy *gaz* albo *parę* zdołaliśmy pobudzić do świecenia; widma emisyjne, które wówczas powstają, bywają bądź *linjowe*, bądź też *pasmowe*, od linjowych zawilsze. Gaz albo parę udaje nam

się najłatwiej zmusić do wysyłania światła przy pomocy chemicznych reakcyj wszczynających się w płomieniu lub też drogą elektrycznych pobudzeń. Bezporównania chaotyczniejsze są gatunki promieniowania, które wybiegają z *ciał stałych* nadzwyczaj silnie rozgrzanych czyli *rozżarzonych*; takie chaotyczne rodzaje światła nazywamy ogólnie *światłem białem*; ich widmo, jak mówimy, jest *ciągłe*.

Rozżarzone pasemko lampki żarowej (elektrycznej lub gazowej) daje światło białe, którego widmo jest ciągłe; podobnie drucik platynowy rozgrzany, węgle lampy elektrycznej łukowej, cząstki węgla w płomieniu świecącym gazowym albo naftowym.

W t. zw. *lampie rtęciowej*, wynalezionej przez Gladstone'a w r. 1860-ym, łuk elektryczny tworzy się w próżni, pomiędzy dwiema powierzchniami rtęci lub też pomiędzy elektrodą żelazną a powierzchnią rtęci; w drugim przypadku żelazna elektroda jest anodą, powierzchnia zaś rtęci stanowi katodę. Rtęć, albo żelazo i rtęć są zawarte w naczyniu szklanem albo kwarcowem. Widmo światła, wysyłanego przez taką lampę, zawiera wielkie mnóstwo linij. Lecz jeżeli ciśnienie pary rtęci w lampie jest znaczne, otrzymujemy widmo ciągłe lub przybliżenie ciągłe. Lampa rtęciowa (zwana nieraz błędnie «lampą kwarcową») oddaje ważne usługi w badaniach naukowych i rozmaitych zastosowaniach praktycznych.

§ 160. *Analiza spektralna.*

Jak już wiadomo, każdemu pierwiastkowi przypada widmo oznaczone w danych warunkach czyli *charakterystyczne*, linjowe albo pasmowe. Widmo przekształca się, gdy warunki ulegają zmianie, gdy naprzykład podnosi się lub obniża temperatura albo ciśnienie pary świecącej w płomieniu lub rurce Plückera; widmo zależy także od sposobu, którym wytwarzamy badane w spektroskopie światło. Nie wydarza się jednak, ażeby różne pierwiastki okazywały to samo widmo albo też miały choćby niektóre linje identyczne. Na drodze widmowej możemy zatem poznawać obecność pierwiastków, nawet i wówczas, gdy są nam dane w znikomo drobnej ilości. Kierując się takiemi myślami, Bunsen i Kirchhoff, około r. 1860-go, dali początek *analizie spektralnej*. Metoda ta badania naukowego rozwinęła się nadzwyczajnie i sięga dziś śmiało, nie tylko do najdalszych krańców widzialnego wszechświata, lecz również do ukrytych szczegółów wnętrza chemicznego atomu.

Widmo odmienne od widm znanych bywało już nieraz wskazówką świadczącą o obecności nowego pierwiastka. Takie poszlaki doprowadziły Kirchhoffa i Bunsena do odkrycia rubidu i cezu, Crookesa do poznania talu,

Lecoq de Boisbaudrana do wydzielenia galu, samaru, europu; podobnemi kierował się Auer von Welsbach, odróżniając neodym od praseodymu. Stwierdzając, że na słońcu znajduje się hel (§ 117), Janssen i Lockyer posługiwali się metodami spektralnej analizy; jej też Ramsay zawdzięczał odnalezienie tego pierwiastka na ziemi.

Od czasów Lavoisiera chemik poczytuje wagę analityczną za najcelniejsze swoje narzędzie. Ale czułośc tego przyrządu nie może być bardzo wielka; zwyczajna waga chemiczna, jeśli jest doskonała, pozwala wykryć jeszcze dziesiątą część miligrama. Jak waga chemika wrażliwością przewyższa pomostową wagę fabryczną, służącą do ważenia węgla albo buraków, podobnie spektroskop góruje nad wagą analityczną; wrażliwość spektroskopu może sięgać kilkadziesiąt tysięcy razy dalej aniżeli do dziesiątej części jednego miligrama. Wiemy jednak, że nowoczesne metody śledzenia elektrycznie naładowanych okruchów materji pozostawiają znowu daleko za sobą, co do stopnia wydelikacenia, wszystko, czego spektroskopja była dotychczas w stanie dokonać; o tych wielkich zdobyczach nauki była już mowa w rozdz. VIII-ym niniejszego tomu tej książki.

Gdy w końcu XVIII-go i w początku XIX-go stulecia metody chemicznego badania rozwijały się i doskonaliły się szybko, gdy skład lądów i mórz i unoszącego się nad niemi oceanu powietrza stawał się z roku na rok jaśniejszy, nikt wówczas nie przypuszczał, by wiedza chemiczna zdołała wyjść kiedykolwiek poza zakres wyznaczony przez nasze związanie z ziemską planetą. Nikt wówczas zapewne nie byłby uwierzył, że, po upływie stu lat, będziemy mogli wymienić pierwiastki obecne na gwiazdach, które (jak Syrjusz, Vega, Capella, Arcturus) znajdują się w odległości bajecznej; że z głębin drogi mlecznej otrzymamy wiadomość o istnieniu nieznanych na ziemi pierwiastków; że w mgławicach spostrzeżemy atomy wodoru w stanie, który przewidują dziś wprawdzie teorje optyczne, którego jednak nie umiano jeszcze wytworzyć w ziemskich pracowniach.

W widmie np. Syrjusza dostrzegamy pewne linje dokładnie identyczne z linjami, które wodór, na naszym stole w pracowni zniewolony do świecenia, wytwarza w spektroskopie. Na ziemi, na gwiazdach i mgławicach gdzieś w otchłani niebios zgubionych, elektrony atomów w otaczającej próżni wytwarzają zaburzenia *jednakie*. Światy te są tak straszliwie od siebie odległe, że nigdy zapewne atom materji nie zawędrował z jednego na drugi; a jednak zawierają identycznie zgodne atomy. Fakt ten, codzień spostrzegany, musi nas pobudzić do dalekich rozmyślań.

§ 161. Długość fali; jej jednostki. Pojęcie widma.

W poprzedzającym rozdziale poznaliśmy twierdzenie fundamentalne: światło jest perjodycznem zjawiskiem, okresowem w czasie, falistem w przestrzeni. Nauczyliśmy się mierzyć długość fali danego monochromatycznego rodzaju promieniowania; przekonaliśmy się na przykładzie sodowego światła (§ 152), że długość ta jest bardzo mała, lecz może być dokładnie zmierzona.

Otwórzmy tu nawias. Będziemy niejednokrotnie przytaczali, w niniejszym rozdziale, wartości przypadające długościom fali różnych gatunków promieniowania. Musimy wspomnieć zatem o jednostkach, w których te wartości podawać będziemy. W spektroskopji fizycy posługują się zwykle jednostkami następującemi:

mikron μ, wynoszący 10^{-4} cm
mikromilimetr $m\mu$, wynoszący 10^{-7} cm
jednostka Angströma A, równa 10^{-8} cm.

Znacznie jest łatwiej porównać ściśle ze sobą dwie długości fali aniżeli pewną długość fali porównać z metrem lub centymetrem; dlatego za określenie jednostki Angströma przyjęto w r. 1905-ym umowę następującą: wysyłane przez parę kadmu światło czerwone ma długość fali (zmierzoną w powietrzu) = 6438·4696 A. Tak określona jednostka nie może różnić się od 10^{-8} cm bardziej niż o jedną dziesięcio-miljonową część swej wartości. Widzimy na tym przykładzie, do jakiego stopnia precyzji doprowadzono dzisiaj spektroskopję; długości fal są nam nieraz znane w stopniu ścisłości, który przewyższa astronomiczną dokładność pomiarów.

W § 152-im widzieliśmy, że długość fali λ światła «sodowego» wynosi około $5{\cdot}9 \times 10^{-5}$ cm; dokładniejsza wartość jest $5{\cdot}89 \times 10^{-5}$ cm czyli 589 $m\mu$. Podobnie dla światła «talowego» mamy: $\lambda = 535$ $m\mu$; dla fioletowej linji potasu mamy $\lambda = 404$ $m\mu$; dla czerwonej, jaskrawej linji wodoru: $\lambda = 656$ $m\mu$. *Każde miejsce widma odpowiada pewnej długości fali.* W fioletowem zakończeniu widma długość fali jest najkrótsza, w czerwonem jest najdłuższa; innemi słowy: *najkrótsze fale są najbardziej łamliwe, najdłuższe są najmniej łamliwe.* Gdy posuwamy się w widmie od fioletowego do czerwonego krańca, długość fali wszędzie wzrasta; innemi słowy: *gdy długość fali zwiększa się, łamliwość nieustannie maleje.* Widmo więc jest nieprzerwanem następstwem nieskończenie wąskich (idealnych) linij, które łączą się ze sobą ciągłym sposobem; każdą linję tworzyłoby światło ściśle monochromatyczne, jednej barwy, jednej łamliwości, jednej długości fali.

§ 162. Granice widma.

Dla normalnego wzroku człowieka widmo zaczyna się od fioletu, około miejsca $\lambda = 390$ $m\mu$, kończy się na czerwieni, w pobliżu $\lambda = 810$ $m\mu$. Ale granice te nie są stałe, nie są niezmienne; dla rozmaitych osób tylko przybliżenie są jednakowe.

Według Soreta i Helmholtza zdarzają się osoby, które widzą poza 390 $m\mu$, podobno do 310 $m\mu$; granice te nawet dla danej osoby nie są stałe, zależą od stanu wypoczęcia wzroku, od stopnia odcięcia promieniowań wszelkich innych długości i t p. Około czerwonego końca widma chwiejność ocen zdaje się być mniejsza.

Wyprowadzamy z tych faktów ważny wniosek: widmo jest ograniczone, ucięte li tylko dlatego, że nasz wzrok jest ograniczony, zamknięty w pewnym zakresie działania; widmo jest skończone z fizjologicznych, nie zaś z fizycznych powodów. *Widmo istnieje*, jak zobaczymy niebawem, *poza swą fioletową i poza czerwoną granicą*; nie widzimy go tam, ponieważ nasz zmysł wzroku poza pewnemi długościami fali przestaje być czynny.

Zmysły nasze są niedoskonałe; wiemy o tem z codziennych doświadczeń; wymowniej, dokładniej przekonywa nas o tej prawdzie naukowe badanie otaczających nas zjawisk. Gdybyśmy kierowali się wyłącznie świadectwem słuchu, nie wiedzielibyśmy o drganiach, których częstość przekracza pewne granice (§ 80 tomu II-go). Gdybyśmy poprzestawali wyłącznie na wskazówkach wzroku, nie poznalibyśmy ogromnych zakresów promieniowania, których długość fali przenosi 810 $m\mu$ lub pozostaje poniżej 310 $m\mu$. Widmo widzialne jest tylko częścią, jest zapewne tylko znikomą cząstką prawdziwego, całkowitego, objektywnego widma.

John Dalton nie mógł odróżnić czerwonej od błękitnej barwy, szkarłatu od cienia; taką wadę wzroku, wcale nierzadką, nazwano więc *daltonizmem*. Na pewien rodzaj daltonizmu ludzkość cała nieuleczalnie jest chora. Gdzie roi się od zaburzeń, umiemy się tam tylko ciemności dopatrzeć. Widmo niewidzialne mieni się nieskończonością barw, zarówno po stronie krótkich jak długich falowań; tu barw *pozafioletowych*, tam *pozaczerwonych*. Ale nie umiemy wyobrazić sobie tych barw; nie wyśni ich najbogatsza fantazja malarska.

§ 163. *Dlaczego niebo jest błękitne.*

Przypuśćmy, że fala świetlna, biegnąc w pewnym ośrodku, spotyka cząstkę obcą i bardzo małą. Cząstka ta zakrywa a zatem wstrzymuje pewną liczbę półokresowych stref płaszczyzny lub powierzchni falowej (§ 154); może zdarzyć się, iż zasłania tylko jedną strefę, może nawet część jednej strefy. Promienie stref zależą od długości fali promieniowania, są zatem dłuższe w fali czerwonego światła niż w fali światła fioletowego. Powiadamy: dana, maleńka przegroda skuteczniej tamuje drogę falom fioletowym aniżeli czerwonym.

Wyobraźmy sobie, iż wiązka słonecznego światła biegnie przez atmosferę ziemi. W atmosferze ziemskiej, przeważnie zresztą

tylko w jej warstwach dolnych, unoszą się cząstki pyłu i kurzu, różne mineralne okruchy lub organiczne ziarenka, nieraz igiełki lodu lub wodne kropelki; obce te cząstki wstrzymują odłamy napotykanych fal świetlnych. Ale i same również molekuły azotu, tlenu, argonu, bezwodnika węglowego, pary wodnej i innych gazów składających powietrze działają podobnie na fale: wstrzymują bieg ich ułamków. Powietrze jest zatem gęstwiną małych przegród i przeszkód, przez którą jednocześnie przedzierają się różne promieniowania zawarte w świetle słonecznem, poczynając od czerwonych, kończąc na fioletowych; ale falowania *czerwone* przenikają przez to zbiorowisko stosunkowo *najłatwiej, fioletowe* przenikają przez nie stosunkowo *najtrudniej*. Mamy tu zatem proste wytłumaczenie codziennych, dobrze znanych nam zjawisk. W czasie wschodu lub zachodu słońca niebo rumieni się, niekiedy powleka się nawet krwawą purpurą, do łuny pożaru podobną. Atmosfera zatem istotnie najbardziej jest przenikliwa dla fal długich, czerwonych; ta jej właściwość objawia się wówczas najmocniej, gdy słońce wznosi się nisko nad widnokręgiem; gdy słońce toczy się wysoko po niebie, droga światła prowadzi przeważnie przez warstwy rozrzedzone, które słabo działają na fale.

Lecz skoro molekuły gazów powietrza oraz wiszące w niem obce kruszyny pozwalają łatwiej przebiegać czerwonym aniżeli fioletowym falom, muszą tem samem odrzucać, odginać, rozpraszać fale fioletowe znacznie energiczniej, obficej, aniżeli czerwone. Zaczynamy teraz rozumieć, dlaczego czyste niebiosa wydają nam się mniej więcej błękitne.

Jak wykazał Lord Rayleigh, fale świetlne, gdy spotykają małą nieprzezroczystą zaporę, rozbryzgują się o nią we wszystkie strony odwrotnie proporcjonalnie do czwartej potęgi długości fali. Z § 162-go wiemy, że najdłuższe widzialne falowania czerwone są około dwóch razy dłuższe niż najkrótsze fioletowe; czerwone rozpryskują się zatem 16 razy słabiej niż fioletowe. Na takiej zasadzie Lord Rayleigh, w końcu XIX-go stulecia, po raz pierwszy objaśnił, skąd pochodzi ów *błękit nieba*, który widziało tyle pokoleń, nie rozumiejąc i nie próbując zrozumieć.

§ 164. Absorbcja światła.

Gdy wiązka promieniowania szerzy się w próżni lub w materjalnym ośrodku, niesie w sobie, jak wiemy, pewien strumień świetlny (§ 128). Śledźmy w myśli bieg wiązki w kierunku,

w którym ona posuwa się. Możemy ogólnie powiedzieć: jeżeli wiązka biegnie w próżni, jej strumień, wzdłuż kierunku posuwania się, zachowywa wartość *stałą*; jeżeli wiązka przenika przez materjalny ośrodek, jej strumień, wzdłuż kierunku posuwania się, zawsze *maleje*. Takie stopniowe wyczerpywanie się, po drodze światła, jego strumienia nazywamy *absorbcją* czyli *pochłanianiem*. Jeżeli ośrodek absorbuje słabo, mówimy, że jest *przezroczysty*; gdy absorbuje mocno, nazywamy go *nieprzezroczystym*. Doskonale przezroczysta, jak już powiedzieliśmy, jest tylko próżnia; nie znamy materjalnego ośrodka, który byłby ściśle przezroczysty; powietrze, wodór, hel, woda, alkohol, eter, najlepsze gatunki szkła, djament oraz przeróżne inne kryształy tylko w przybliżeniu są przezroczyste.

T. zw. *strumień*, płynący w wiązce promieniowania, wiąże się blisko, jak dobrze wiemy, z promienistą energją, którą wiązka w jednostce czasu w sobie przenosi; gdy zatem, w miarę posuwania się wiązki w ośrodku, świetlna energja się wyczerpuje, tej stracie, według ogólnie obowiązującej zasady, musi towarzyszyć pojawianie się nowej postaci energji. W zjawiskach właściwego pochłaniania energja świetlna przeobraża się w *cieplną*.

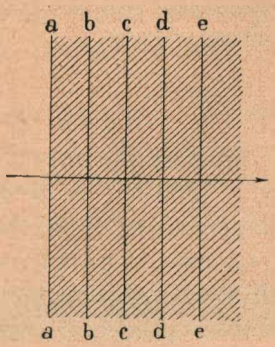
Niektóre substancje pochłaniają całkowicie padające rodzaje światła; przykładem takiego ciała jest węglowa sadza; mówimy wówczas, że absorbcja jest *zupełna* lub *doskonała*. Jeżeli ciało pochłania całkowicie nawet i wówczas, gdy jest dane w bardzo cienkiej warstewce, powiadają niekiedy, że absorbcja jest *metaliczna*.

Cieniutka warstewka złota nie pochłania światła barwy zielonej, przepuszcza je owszem wcale swobodnie; biorąc zatem powyższą nazwę dosłownie, doszlibyśmy do wniosku, że, co do swych optycznych własności, złoto nie jest metalem; skąd widać, jak ogólnikowe i powierzchowne są wszelkie podziały podobne. Wciąż powtarzane twierdzenie, że sadza absorbuje całkowicie, zaopatrzymy również, nieco później, zastrzeżeniem istotnem.

Mnóstwo ciał pochłania tylko pewne rodzaje światła, których długość fali leży w oznaczonych granicach; inne rodzaje przenikają swobodnie lub niemal swobodnie. Ten typ pochłaniania nazywamy *selekcyjną absorbcją*. W życiu codziennem spotykamy na każdym kroku przykłady tego «wyróżniającego» pochłaniania. Zabarwienie liści i krwi, kolorystyka kwiatów, z którą spółzawodniczy dzisiaj przemysł barwiarski, cały wogóle przepych barw świata wynika przeważnie z selekcyjnej absorbcji.

Warstewka stosownego roztworu (np. roztworu chlorku kobaltu lub miedzi, dwuchromianu potasu, siarczanu żelaza lub niklu i t. p.), właściwej grubości (lub właściwego stężenia) albo też szyba, sporządzona ze szkła zabarwionego, jest często dogodnym *filtrem* świetlnym, który pozwala odosobnić pewne, przybliżenie monochromatyczne rodzaje światła.

Przypuśćmy, że na zewnętrzną płaską powierzchnię *a a* jednolitego materjalnego ośrodka (rys. 272) pada wiązka świetlna monochromatyczna. Dzielimy ośrodek w myśli na warstwy *a a b b*, *b b c c* i t. d.; grubość każdej niechaj wynosi dowolną małą jednostkę długości. Przypuśćmy, że do warstwy *a a b b*, w przeciągu 1 sek., przenika przez *a a* energja J; przez Jq oznaczmy energję, która, w przeciągu 1 sek., przenika przez *b b* do warstwy drugiej; przez Jq^2 energję, która, w przeciągu 1 sek., przenika przez *c c* do warstwy trzeciej i t. d.; innemi słowy: przez q rozumiejmy ułamek, który przeciska się przez jedną warstwę. Mamy oczywiście $q > 0$, oraz $q < 1$. Po przebyciu warstwy o grubości x strumień świetlny, w porównaniu do pierwotnego, jest słabszy w stosunku $q^x : 1$; jest zatem wykładniczą funkcją tej grubości. Takie prawo pochłaniania światła monochromatycznego wypowiedzieli, jeszcze w XVIII-em stuleciu, Bouguer i Lambert; łączymy je więc dziś z ich nazwiskami. Ułamek q możemy nazywać *spółczynnikiem przezroczystości;* zależy on nietylko od natury substancji, lecz również od barwy (lub długości fali) przebiegającego promieniowania.



Rys. 272.

§ 165. *O widmach absorbcyjnych.*

Przypuśćmy, że rozporządzamy silnem źródłem światła białego, którego widmo jest ciągłe. Pomiędzy źródłem a szczeliną spektroskopu umieszczamy warstwę ciała pochłaniającego, powiedzmy ciała *A*. Ażeby *A* nie działało rozszczepiająco, ograniczamy je, jeżeli jest stałe, płaszczyznami równoległemi; jeżeli jest ciekłe albo gazowe, zamykamy je płaskiemi szybami szklanemi, których cztery płaszczyzny są równoległe; przez tafle te wiązka świetlna wbiega i wybiega. Po przejściu przez warstwę ciała *A* skład wiązki jest zmieniony. W miejscach, odpowiadających pochłoniętym promieniowaniom, dostrzegamy w widmie, na tle zresztą jasnem, ciemne pasma, smugi, prążki lub linje. Tym sposobem powstają *widma absorbcyjne.*

Ciała stałe i ciekłe tworzą zwykle widma absorbcyjne mniej więcej ciągłe, których pasma i smugi bywają szerokie, rozlane. Wąskie, ostro odcinające się linje występują częściej w absorbcyjnych widmach par oraz gazów; pierwsze przeważnie linjowe

widmo absorbcyjne, pochodzące od działania dwutlenku azotu, odkrył Brewster w r. 1833-im.

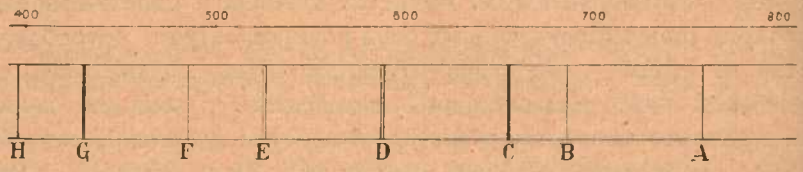
Postać widma absorbcyjnego zależy nietylko od natury ciała pochłaniającego światło, lecz również od temperatury i gęstości ciała i od grubości warstwy, przez którą światło przenika; jeżeli ciało pochłaniające jest rozpuszczone, zależy także od stężenia roztworu i od natury rozpuszczalnika. Dlatego spotykamy nieraz różne typy pośrednie między ciągłemi, pasmowemi a linjowemi absorbcyjnemi widmami.

§ 166. *Linje Fraunhofera.*

Powtarzając doświadczenie Newtona, Wollaston zauważył w r. 1802-im, że widmo słoneczne *nie* jest ściśle ciągłe; jest poprzecinane przez mnóstwo cienkich, czarnych linij. W dobiegającem nas promieniowaniu słonecznem, niektóre, niemal monochromatyczne rodzaje światła są *nieobecne*. W r. 1814 ym Fraunhofer potwierdził odkrycie angielskiego badacza i odrysował starannie widmo słoneczne; odtąd ciemne linje tego widma noszą nazwę *linij Fraunhofera*. Oto nazwy najważniejszych linij, wraz z odpowiadającemi im wartościami długości fali, podanemi w jednostkach $m\mu$:

H	*G*	*F*	*E*	*D*	*C*	*B*	*A*
397	431	486	527	$\begin{cases} 589\,0\,(D_2) \\ 589\,6\,(D_1) \end{cases}$	656	687	759

Rys. 273 wyobraża rozmieszczenie powyższych ośmiu linij w widmie słonecznem. Jak widzimy, linja *D* składa się z dwóch



Rys. 273.

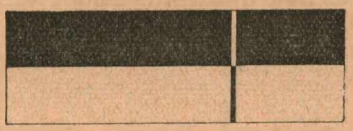
osobnych, blisko siebie leżących linij D_2 i D_1. Linje *G, E, B* nie są również proste; są to raczej zbiory linij nadzwyczaj zbliżonych.

Fraunhofer spostrzegł blisko 700 linij w widmie słonecznem; Kirchhoff w r. 1862 znalazł ich przeszło 2000. Najdokładniejsze dotychczas badania nad widmem słonecznem zawdzięczamy amerykańskiemu fizykowi H. A. Rowlandowi (§ 156). Uczony ten zmierzył długość fali 14000 linij; sporządzony przezeń atlas, sięgający od 297 do 695 $m\mu$, ma 13 metrów długości.

§ 167. *Widma odwrócone.*

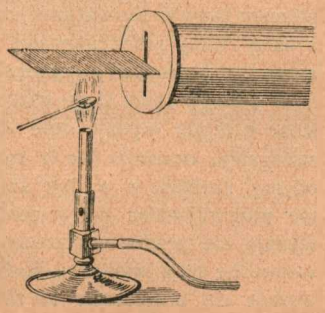
Widmo słoneczne, jak o tem świadczą linje Fraunhofera, jest *absorbcyjne*. Wysyłane przez słońce promieniowanie, zanim dotrze do naszych spektroskopów, musi widocznie przebiegać przez ciała, które pochłaniają niektóre rodzaje światła. Jakież są prawa tego zjawiska? Dochodzimy tu do opisu wielkiego odkrycia, które zawdzięczamy genjuszowi Gustawa Kirchhoffa.

Przed szczeliną spektroskopu umieśćmy płomień palnika Bunsena; w płomieniu niechaj znajduje się kawałek metalicznego sodu. Otrzymujemy w spektroskopie emisyjne widmo sodu: jasną, żółtą pręgę na tle ciemnem (część górna rys. 274-go). Poza palnikiem ustawmy silne źródło światła białego (np. lampę elektryczną łukową) w taki sposób, ażeby światło wysyłane przez lampę biegło przez płomień, zanim dosięgnie spektroskopu. W miejscu widma, w którem widzieliśmy jasną linję emisyjną sodu, spostrzegamy obecnie ciemną, absorbcyjną linję tego pierwiastka, ściśle odpowiadającą poprzedniej jasnej (por. część dolną rys. 274-go) Usunąwszy płomień sodowy, otrzymujemy widmo jasne, ciągłe, bez ciemnej pręgi. Z obcej, przebiegającej przez nią wiązki świetlnej *rozgrzana para sodu pochłania to samo promieniowanie, które sama wysyła*. Prawidłowość tę odnajdujemy w wielu innych przypadkach. Widmo absorbcyjne pierwiastka, które, co do położenia i postaci linij, jest identyczne z jego emisyjnem widmem, nazywamy *odwróconem*.



Rys. 274.

Odwracalność widma sodu możemy okazać w następującem doświadczeniu. Do słabego, wodnego roztworu soli kuchennej zanurzamy węgle lampy elektrycznej łukowej i pozostawiamy je w roztworze, aż nim przesiąkną; po wysuszeniu węgielków, wytwarzamy między niemi łuk elektryczny. Przed szczeliną spektroskopu (rys. 275) umieszczamy płytkę metalową poziomo, tak żeby jej płaszczyzna dzieliła szczelinę na część górną i dolną. Światło biegnące z łuku, równolegle do płytki, tworzy w spektroskopie dwa identyczne widma, zawierające jaskrawą żółtą linję na mniej jasnem tle. Zapalamy teraz pod płytką płomień



Rys. 275.

Bunsena, w którym ulatnia się kawałek sodu; światło przez ten płomień przenikające tworzy wówczas widmo odwrócone, w którem linja ciemna przypada w przedłużeniu jasnej linji widma emisyjnego. Pomysł tego doświadczenia zawdzięczamy Franklandowi.

Pochodzenie linij Fraunhofera jest teraz zrozumiałe. Promieniująca powierzchnia słońca (t. zw. *fotosfera*) wysyła światło naogół białe, które jednak zawiera długi poczet wzmożonych, świetniejszych, przybliżenie monochromatycznych gatunków promieniowania; gdybyśmy mogli obserwować światło to bezpośrednio, przekonalibyśmy się (podobnie jak w doświadczeniu Frankland a), że widmo zawiera moc niezliczoną linij jasnych na tle ciągłem, mniej jasnem. Ale pomiędzy fotosferą słoneczną a nami zalegają potężne masy par oraz gazów. Fotosfera jest osnuta olbrzymią warstwą par, którą nazywamy *warstwą odwracającą*. A znowu nasza siedziba, kula ziemska, otoczona jest gazową *atmosferą;* spektroskopy nasze pracują na dnie wielkiego oceanu powietrza. Działanie dwóch warstw gazowych, jednej słonecznej, drugiej ziemskiej, odwraca widmo światła wysyłanego przez fotosferę; *widmo słoneczne, które obserwujemy, jest odwrócone*. Oto (w ogólnym zarysie) Kirchhoffa hypoteza o pochodzeniu słonecznego widma. Jeżeli ona jest trafna, linje Fraunhofera powinny być identyczne, co do położenia i postaci, z linjami widm emisyjnych pewnych pierwiastków; Kirchhoff upewnił się, że wniosek ten zgadza się z prawdą.

Podwójna linja *D* Fraunhofera zgadza się naprzykład z (również podwójną) linją żółtą emisyjnego widma sodu. Do płomienia Bunsena wprowadźmy nieco chlorku litu; płomień przybiera purpurową barwę; w spektroskopie spostrzegamy przedewszystkiem mocną linję ciemno-czerwoną (λ=671 $m\mu$). Widmo słoneczne nie zawiera linji Fraunhofera, odpowiadającej tej długości fali. Lecz jeśli wiązkę bezpośredniego słonecznego światła przepuścimy przez płomień litowy, zauważymy czarną mocną linję w miejscu $\lambda = 671\ m\mu$. Zubożyliśmy tutaj promieniowanie słońca o jeden gatunek światła, widmo zaś słoneczne wzbogaciliśmy *sztuczną* linją Fraunhofera.

Z § 82-go tomu II-go wiadomo, że, kiedy źródło fal zbliża się ku nam, częstość n drgań wydaje nam się większa niż właściwa częstość n_0, którą spostrzegamy, znajdując się w spoczynku względem źródła; gdy źródło oddala się od nas, częstość n wydaje się mniejsza aniżeli n_0. Długość fali λ jest odwrotnie proporcjonalna do częstości n (§§ 62 i 63 tomu II-go); długość fali λ wydaje się przeto w pierwszym razie mniejsza, w drugim większa, niż pierwotna λ_0; linja widmowa pochodząca od zbliżającego się ku nam źródła światła wydaje się przesunięta ku fioletowemu końcowi widma; linja pochodząca od oddalającego się od nas źródła wydaje się przesunięta ku czerwonemu koń-

cowi. Kula słoneczna obraca się względem nas dokoła swej osi; jedna półkula zbliża się ku nam, drugą oddala się od nas. Słoneczne linje Fraunhofera nie zajmują więc tego samego położenia w widmie pochodzącem od wschodniej i od zachodniej słonecznej półkuli; linje ziemskie (telluryczne) leżą w obu widmach w miejscach identycznych. Zasada Dopplera pozwala zatem odróżnić prawdziwie słoneczne linje Fraunhofera od ziemskich; przy pomocy tegoż twierdzenia, zastosowanego do gwiazd stałych, analiza spektralna stała się znakomitem narzędziem badania budowy materjalnego wszechświata.

Niektóre linje Fraunhofera, np. linje *A* oraz *B*, są ziemskiego pochodzenia; ale większość ogromną stanowią linje rzeczywiście słoneczne. Z pomiędzy 14000 linij, których długości fal zmierzył Rowland, około 5000 zgadza się ściśle z emisyjnemi linjami znanych nam na ziemi pierwiastków. Wapń, żelazo, wodór, sód, nikiel znajdują się niewątpliwie na słońcu; to samo możemy powiedzieć dotychczas o trzydziestu kilku innych pierwiastkach.

Jeżeli przypuszczenie Kirchhoffa jest słuszne, widmo samej chromosfery (t. j. zewnętrznej warstwy słonecznej) powinno być emisyjnem widmem słonecznem *nieodwróconem;* że tak jest rzeczywiście, okazało się podczas zaćmienia słońca w r. 1868-ym. Janssen i Lockyer, w tym samym roku, przekonali się zresztą, że widmo chromosfery można badać codziennie, nie czekając zaćmienia; dzięki ich odkryciu wiemy dzisiaj, że chromosfera zawiera przeważnie hel, wodór, wapń, które odbiegają od powierzchni słońca znacznie dalej niż inne pierwiastki.

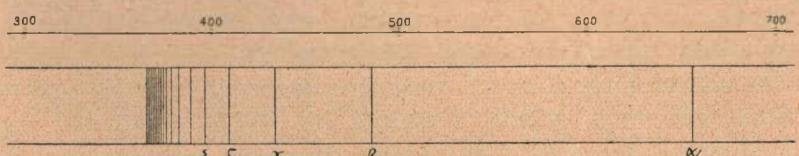
§ 168. *Serje widmowe.*

Spójrzmy na rysunek linjowego widma wodoru, helu lub innego pierwiastka; setki w niem i tysiące linij cieńszych i grubszych, bardzo jasnych i mniej jasnych; wydaje się na pierwszy rzut oka, że tu chaos panuje, że linje są rozsypane bezładnie. Tak jednak nie jest.

Weźmy na uwagę widmo wodoru; czuła klisza fotograficzna wykrywa w niem ogromne mnóstwo linij. Wyróżnimy następujące:

$$H\alpha : \lambda = 656\ m\mu \qquad H\delta : \lambda = 410\ m\mu$$
$$H\beta : \lambda = 486\ m\mu \qquad H\varepsilon : \lambda = 397\ m\mu$$
$$H\gamma : \lambda = 434\ m\mu \qquad H\zeta : \lambda = 389\ m\mu \text{ i t. d.}$$

Powiadamy, że linje te układają się w pewien szereg, że stanowią pewną *serję widmową;* dlatego oznaczamy je przez $H\alpha$,



Rys. 276.

$H\beta$ i t. d. Posuwając się w widmie od czerwonego końca ku fioletowemu (rys. 276), spostrzegamy, że linje serji przypadają coraz częściej, aż wreszcie gromadzą się ciżbą w pobliżu pewnego kresu, położonego już jednak poza widzialnym końcem widma, w t. zw. ultrafiolecie (§ 170).

Weźmy na uwagę wzór

1. $$\frac{1}{\lambda} = N\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Załóżmy:

2. $$N = 1{\cdot}097 \times 10^5\ \text{cm}^{-1};\ n = 2;\ m = 3,\ 4,\ 5,\ 6, \ldots$$

Jak zauważył Balmer w r. 1885, wzór (1) w założeniach (2) oddaje nadzwyczaj dokładnie długości fali λ linij powyższej serji, którą też nazywamy *serją Balmera* (w wodorze). Na ziemi możemy wyśledzić 20 linij emisyjnych tej serji; w widmach gwiazd odnajdujemy kilkanaście następnych. Kładąc $m = \infty$ w formule (1), otrzymujemy 364·7 $m\mu$ jako długość fali kresową, graniczną, do której zbliżają się długości fali λ linij serji, której jednak przekroczyć nie mogą.

Znamy dziś wiele innych seryj widmowych; jak wykazał Niels Bohr, ich znajomość rzuca nieoczekiwane światło na budowę chemicznych atomów.

§ 169. Dyspersja anomalna.

Już w r. 1840-ym spostrzegł Fox Talbot, że, sporządziwszy pryzmat z niektórych substancyj, można otrzymać widmo niezwykłe; Le Roux potwierdził w r. 1862-im, że taka *anomalja* dyspersji zachodzi w parze jodu. Para jodu przepuszcza tylko czerwone i błękitne promieniowania, inne pochłania; ale czerwone załamuje *bardziej* aniżeli błękitne, przeciwnie niż szkło, woda i mnóstwo innych substancyj. Alkoholowy roztwór rozaniliny załamuje normalnie promieniowania czerwone, pomarańczowe i żółte, pochłaniając zielone; ale błękitne, niebieskie, fioletowe promieniowania (które pospolicie uważamy za najbardziej łamliwe) ów roztwór załamuje *mniej* niż czerwone; możemy zatem w tym razie wraz z Talbotem powiedzieć, że «widmo we dwoje się zgięło». Mniej więcej podobnie zachowywa się fuksyna, cyanina i, jak dziś wiemy, wiele innych substancyj; powiadamy, że ich dyspersja jest *anomalna*.

Jak odkrył Aug. Kundt, anomalna dyspersja łączy się zawsze z silną absorbcją. Niema właściwie nic wyjątkowego w t. zw. «anomalnej» dyspersji. Gdy badamy dyspersję substancji w pobliżu pasma absorbcji, lub tem bardziej wewnątrz takiego pa-

sma, dyspersja *zawsze* jest anomalna; dlatego słuszniejszą byłoby rzeczą t. zw. anomalną dyspersję nazywać *selekcyjną* dyspersją (por. § 164). Pasma absorbcji wody, szkła, powietrza oraz mnóstwa innych, codziennie spotykanych substancyj leżą nie w widmie widzialnem lecz poza jego granicami; ponieważ Newton i jego następcy, przez przeciąg przeszło stulecia, badali zachowanie się tylko tych pospolitszych substancyj i tylko wobec widzialnego promieniowania, mieli zatem do czynienia wyłącznie z «normalną» dyspersją.

§ 170. *Promieniowania pozafioletowe.*

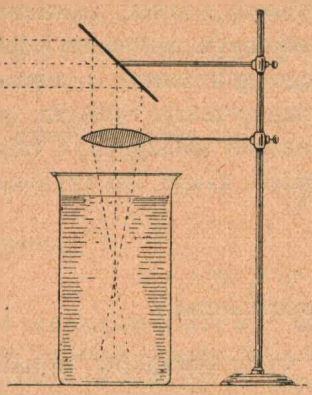
Oko jest detektorem zawodnym dla wielu gatunków promieniowania (§ 162); zdolność działania oka jest ograniczona do szczupłego widmowego zakresu. Spróbujmy odwołać się do pomocy innego wykrywającego narzędzia. Za źródło promieniowania wybieramy bardzo silną lampę rtęciową zawartą w kwarcowej powłoce; z kwarcu lub fluorytu sporządzamy również pryzmat i soczewki, które są potrzebne do doświadczenia. Wytworzywszy widmo, rzucamy je na papier fotograficzny lub na fotograficzną kliszę; przekonywamy się wówczas, że działanie chemiczne dokonywa się nietylko w granicach widzialnego widma, lecz jeszcze dosyć daleko poza jego fioletowym krańcem. Istnieją zatem promieniowania *pozafioletowe,* na które oko ludzkie jest ślepe; klisza lub papier fotograficzny, przeciwnie, są na nie bardzo wrażliwe.

Zwykły papier fotograficzny jest pokryty warstewką żelatyny lub kollodjonu, zawierającą bromek lub chlorek srebra. Taki papier czernieje szybko w fioletowej części widma, powolniej w żółtej, jeszcze powolniej w czerwonej. Światło czerwone działa słabo na papier fotograficzny i nawet na mniej czułe klisze, tak iż możemy się niem posługiwać niekiedy w *ciemni* fotograficznej. Umiemy dziś jednak przyrządzać klisze t. zw. *sensybilizowane* (uczulone), które są bardzo wrażliwe nawet i na czerwone promieniowania.

Wybornemi detektorami pozafioletowych promieniowań są w wielu razach *fluoryzujące* substancje, o których wspominaliśmy już kilkakrotnie w VIII-ym rozdziale (§§ 105, 109 i 118).

Szkło uranowe, oglądane w świetle przenikającem, wydaje się żółte; poddane działaniu promieniowania lampy rtęciowej, świeci zielono. Wyciąg liści szpinaku, sporządzony w eterze lub alkoholu, jest zielony w świetle przenikającem; wystawiony na promieniowanie lampy rtęciowej, lśni czerwono na swo-

bodnej powierzchni. Do wysokiej szklanki nalewamy wodnego rozcieńczonego roztworu amonjaku (rys. 277); przy pomocy zwierciadła i kwarcowej soczewki kierujemy do wnętrza cieczy ostry stożek promieniowania obfitującego w pozafioletowe składniki. Rzuciwszy kilka ziarenek fluoresceiny do roztworu, spostrzegamy snujące się w nim piękne zielone wiry i smugi. Zauważmy tu nawiasowo: doświadczenie to uczy, że prawa odbicia i załamania są jednakowe dla pozafioletowych i świetlnych gatunków promieniowania; zwierciadło, pryzmat, soczewki działają i tutaj według zasad optyki geometrycznej.



Rys. 277.

Powtarzamy teraz doświadczenie, które Sir John Herschel w r. 1845 po raz pierwszy wykonał. Na ekran papierowy, mocno impregnowany platynocyjankiem barowym, rzucamy widmo światła białego, zawierającego pozafioletowe składniki; dzięki żywej fluorescencji platynocyjanku dostrzegamy (i niejako *pośrednio* widzimy) widmo pozafioletowe, rozciągające się, po stronie fal krótkich, dosyć daleko poza kraniec widzialnego widma.

Możemy przekonać się teraz, czy promieniowania pozafioletowe przenikają przez różne substancje. Zwykłe szkło lustrzane pochłania je dosyć silnie, flint pochłania niemal zupełnie; szkło czerwone wstrzymuje pozafioletowe promieniowania całkowicie. Jak już wiemy, kwarc i fluoryt są przezroczyste; sylwin i sól kamienna przepuszczają naogół obficie. Co dziwniejsza, nawet srebro jest dość przezroczyste, ale wyłącznie tylko w jednym szczupłym zakresie: od $\lambda = 316\ m\mu$ do $326\ m\mu$.

W badaniu pozafioletowych, krótkich falowań uczeni, przez czas bardzo długi, nie umieli posunąć się poza granicę $\lambda = 210\ m\mu$; w tej długości fali urywały się widma, bez względu na sposób, który służył do ich wytworzenia. Dopiero w r. 1879 wykazał Cornu, że winno temu atmosferyczne powietrze, które pochłania wszelkie gatunki promieniowania długości fali mniejszej niż $210\ m\mu$. Umieściwszy cały przyrząd w próżni, Schumann, w końcu XIX-go stulecia, zdołał dotrzeć do miejsca $100\ m\mu$ w widmie; Lyman (1917) posunął się do $50\ m\mu$. Jeszcze krótsze promieniowania potrafił odosobnić R. A. Millikan (1920—1923 r.); oto dla przykładu niektóre długości fali linij widmowych, które odfotografował ten uczony:

linje żelaza: aż do $\lambda = 27\ m\mu$
linje miedzi: aż do $\lambda = 15\ m\mu$
linje glinu: aż do $\lambda = 14\ m\mu$

Takie są najkrótsze fale, które umiemy dziś wykryć w promieniowaniu wysyłanem przez iskry i łuki elektryczne, lampy i t. p. Możemy zejść jeszcze niżej na innej drodze; zobaczymy niebawem, że potrafimy dziś wywoływać i badać zaburzenia jeszcze szybsze, bardziej gorączkowe.

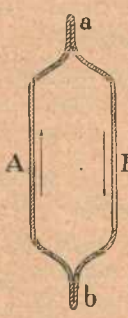
§ 171. *Promieniowania pozaczerwone.*

Przy pomocy pryzmatu i soczewek wyrobionych z fluorytu, sylwinu lub soli kamiennej, utwórzmy jeszcze raz widmo promieniowania słońca lub silnej lampy łukowej; do tego widma wprowadźmy bardzo czuły rtęciowy termometr, którego naczyńko pokryliśmy cienką warstewką sadzy. Poziom rtęci w termometrze podnosi się, zwłaszcza w pomarańczowej i czerwonej części widma; ale podnosi się również poza czerwonym krańcem widma, gdzie nie widzimy już światła. Istnieją więc *pozaczerwone gatunki promieniowania*, które nie działają na organ nasz wzroku, działają natomiast na każdy wrażliwy termoskop; oto odkrycie pamiętne, którego Sir William Herschel w r. 1800-ym dokonał.

Przez czas długi sądzono, że istnieją *trzy* różne, od siebie odmienne typy promieniowania: promieniowanie świetlne, t. zw. *światło*; promieniowanie chemicznie czynne, które nazywano *aktynicznem*, wreszcie t. zw. *cieplne* promieniowanie czyli, jak pospolicie mawiano, *ciepło promieniste*; wyrazy te i podziały odzywają się jeszcze niekiedy i dziś, jak echo przeszłości. Lecz już w r. 1835-ym Ampère przejrzał niedorzeczność tej klasyfikacji. Istnieje tylko jedno, wielkie zjawisko: *promieniowanie*; jego fizjologiczne działanie na zmysł wzrokowy i cieplny, jego chemiczna czynność na kliszy lub fotograficznym papierze, jego wpływ na fluoryzującą substancję lub wrażliwy termoskop — to różne *skutki*, które ono, zależnie od okoliczności, może wywołać. Tak zwane «cieplne» promieniowanie, samo przez się, nie jest ani ciepłe ani gorące; niesie ono w sobie energję, która, jak każda energja, może *przeobrazić się* w ciepło. Powietrze jest stosunkowo przezroczyste dla promieniowań pozaczerwonych, to też *nie* ogrzewa się gdy te promieniowania przepuszcza;

z tej głównie przyczyny panuje tak dotkliwe zimno w górnych warstwach ziemskiej atmosfery. Soczewka sporządzona z lodu skupia «cieplne» promieniowanie w ognisku, lecz sama nie topi się przytem bynajmniej. Ciało dopiero wówczas ogrzewa się, gdy przerabia i niszczy promieniowanie; ciepło pojawia się, gdy «promienistość» zginęła. Wiemy dziś, że wszystkie promieniowania, nawet najkrótsze, grzeją, gdy pochłonięte zostały; że wszystkie promieniowania, nawet najdłuższe, mogą wszczynać chemiczne reakcje. Wiemy, że wszystkie promieniowania, od najkrótszych aż do najdłuższych, odbijają się, załamują, interferują, uginają się według praw jednakowych; że wszystkie w próżni biegną z tą samą, ogromną prędkością. Nie możemy więc dziś o tem wątpić, że śmiała myśl Ampère'a (przez spółczesnych nieufnie przyjęta) jest słuszna: promieniowanie jest *iednolitem*, fundamentalnem w naturze zjawiskiem.

Wyobraźmy sobie dwa pasemka sporządzone: jedno z metalu *A*, drugie z innego metalu *B*; w miejscach *a* oraz *b* pasemka są spojone ze sobą (rys. 278). Przypuśćmy, że spojenie *a* utrzymujemy w wyższej, spojenie *b* w niższej temperaturze; wówczas, jak odkrył Seebeck w r. 1821-ym, w obwodzie *AaBbA* krąży prąd elektryczny. Jeżeli metalem *A* jest np. bizmut, metalem *B* miedź, prąd płynie w kierunku, na na rys. 278 wskazanym przez strzałki; słabe ogrzanie miejsca *a* ponad temperaturę miejsca *b* wystarcza do wytworzenia prądu, który w czułym galwanometrze zdradza się wyraźnie. Na takiej zasadzie polega urządzenie t. zw. *ogniw termoelektrycznych*, które służą dziś często za dogodny detektor promieniowań pozaczerwonych; do ich budowy używa się zwykle następujących kombinacyj metali: platyna-aljaż platyny i rodu, żelazo-konstantan (por. § 77) lub wreszcie (w ostatnich czasach) manganin-konstantan.



Rys. 278.

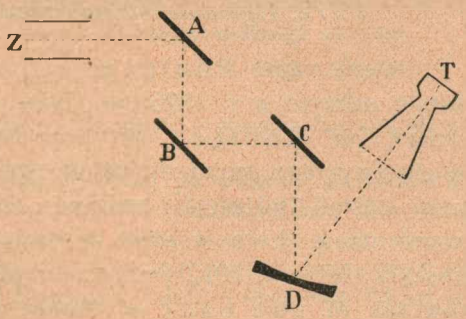
Wyobraźmy sobie galwanometr, który zawiera dwie cewki ściśle jednakowe lecz nawinięte przeciwnie. Przez pierwszą cewkę przesyłamy prąd o natężeniu *i*, przez drugą prąd o natężeniu *j*; jeżeli $i = j$, niema wychylenia. Nie zmieniając obwodu prądu *j*, zwiększamy nieco opór obwodu, w którym płynie prąd *i*; natężenie *i* zmniejsza się wówczas, równowaga jest naruszona, dostrzegamy wychylenie. Wiemy jednak z § 77-go, że opór metali zależy od temperatury; gdy temperatura podnosi się, opór wzrasta. Jeżeli więc do obwodu prądu *i* włączyliśmy cieniutkie platynowe pasemko (powleczone sadzą), słabe ogrzanie pasemka zdradza się w galwanometrze; według takiej zasady zbudowany jest *bolometr*, doprowadzony, około 1880-go roku, do wysokiego stopnia wrażliwości przez amerykańskiego fizyka Langleya.

Przy pomocy dobrego termoelektrycznego ogniwa lub bolometru (albo innych, jeszcze wrażliwszych przyrządów, któremi posługują się dzisiaj uczeni) można łatwo okazać absorbcję promieniowania zwykłej świecy, palącej się

w odległości kilkuset metrów od wywiadowczego przyrządu. Zmierzono ilość energji, która przybywa na ziemię w (odbitem) promieniowaniu planet naszego (słonecznego) układu a nawet w promieniowaniu (własnem) niektórych gwiazd nadzwyczaj odległych; *mikroradjometr* Vernon Boysa zdradza promieniowanie 150000 razy słabsze niż to, które otrzymujemy od księżyca w czasie pełni.

Wprowadzając wrażliwy detektor do widma, można wykryć pozaczerwone, długie falowania aż do miejsca $\lambda = 23\,\mu$; jest to długość fali przeszło 28 razy dłuższa niż ta, w której przypada czerwony kraniec widzialnego widma (§ 162). Posługując się taką (t. zw. *spektrometryczną*) metodą, niepodobna odosobnić falowań dłuższych niż $23\,\mu$; nie znamy materjału, z którego można byłoby sporządzić odpowiednie do tego zadania pryzmaty i soczewki; substancje, naogół bardzo przezroczyste dla fal pozaczerwonych, np. sylwin, poczynają pochłaniać w sąsiedztwie $23\,\mu$. Ale w r. 1897-ym Rubens i Nichols odkryli nowy sposób wydzielania (przynajmniej niektórych) gatunków pozaczerwonego promieniowania; tak odosobnione gatunki przyjęto nazywać zniemiecka *Reststrahlen* (promieniowaniem pozostałem).

Wyobraźmy sobie, że ze źródła *Z* (rys. 279) biegnie promieniowanie, zawierające rozmaite, krótko- i długofalowe składniki; każemy mu odbić się kilka razy od zwierciadeł *A*, *B*, *C*, *D*, sporządzonych np. z sylwinu. Sylwin niemal w całości odbija promieniowania, których długość fali jest bardzo bliska bądź $61{\cdot}6\,\mu$, bądź też $69{\cdot}9\,\mu$; inne falowania odbija skąpo i niedostatecznie. Po każdem spotkaniu z sylwinowem zwierciadłem, odbite promieniowanie jest stosunkowo bogatsze w falowania długości $61{\cdot}6$ i $69{\cdot}9\,\mu$ niż padające, w inne falowania jest stosunkowo uboższe; po kilku odbiciach, falowania długości $61{\cdot}6$ oraz $69{\cdot}9\,\mu$ są niemal wyodrębnione. Podobnie zachowuje się sól kamienna w pobliżu długości fali $46{\cdot}9$ i $53{\cdot}6\,\mu$. Przy pomocy bromku srebra, bromku talu, jodku talu Rubens zdołał tym sposobem otrzymać promieniowania długości fali $112{\cdot}7\,\mu$, $117{\cdot}0\,\mu$ oraz $151{\cdot}8\,\mu$. Krótkie falowania Rubens wstrzymywał w tych doświadczeniach zapomocą warstwy zwykłej sadzy; sadza pochłania całkowicie promieniowania, których długości fali leżą poniżej $5\,\mu$, ale najswobodniej *przepuszcza* wszystko, co dłuższe nad $50\,\mu$.



Rys. 279.

Do jeszcze odleglejszych dziedzin pozaczerwonego promieniowania przeniknęli Rubens i Wood w r. 1910-ym. Poczynając od miejsca 4μ, kwarc staje się coraz mniej przezroczysty; dalej jednak, np. w sąsiedztwie 110μ, zaczyna znowu obficie przepuszczać. Ale spółczynnik załamania kwarcu jest znacznie większy dla tak długich falowań aniżeli dla falowań widzialnych; prostem załamaniem w kwarcowym pryzmacie lub w kwarcowej soczewce można zatem rozłączyć krótkie i długie falowania, można je wprost przestrzennie od siebie odsunąć. Taką drogą Rubens i v. Baeyer, w r. 1911-ym, z promieniowania lampy rtęciowej zdołali wydobyć promieniowanie niemal monochromatyczne, dla którego znaleźli $\lambda = 342\mu$.

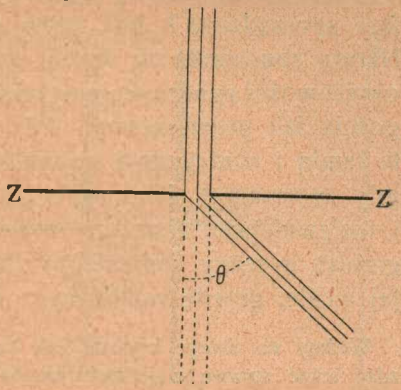
Wspomnieliśmy już w § 102-im, że promieniowanie $\lambda = 342\mu$ jest falowaniem *najdłuższem*, jakie zdołano wydzielić dotychczas z naturalnego promieniowania ciał rozżarzonych; jest ono około 25000 razy dłuższe niż falowanie pozafioletowe najkrótsze, zbadane przez Millikana. Ażeby streścić krótko dotychczasowe wyniki, posługujemy się znanym z akustyki terminem (por. § 81 tomu II-go); powiadamy: rozmaitość falowań zawartych w zakresie widzialnego widma stanowi przybliżenie *jedną oktawę* (§ 162); w promieniowaniu naturalnem znamy dotychczas oktaw prawie *piętnaście*. Praca następujących po sobie pokoleń rozszerza nieustannie granice obszarów dostępnych naukowemu badaniu.

§ 172. Uginanie się promieniowania Röntgena.

Promieniowanie Röntgena, jak nam z § 109-go wiadomo, zostało odkryte w r. 1895-ym. Jaka jest natura tego promieniowania? Już Röntgen przypuszczał, że ona jest pokrewna istocie zwykłego promieniowania; wnioski, do których doprowadzeni zostali późniejsi badacze, zdawały się potwierdzać to domniemanie. Lecz wszelka w tym względzie wątpliwość rozproszyła się w r. 1912-ym, dzięki pięknemu odkryciu, którego wówczas M. von Laue w Monachjum dokonał. Wiemy dziś, że promieniowanie Röntgena jest zaburzeniem falistem, podobnie jak światło odbywającem się w próżni i tylko długością fali różni się od świetlnych (widzialnych) falowań; fale promieniowań Röntgena są setki lub tysiące razy *krótsze* niż świetlne.

Wyobraźmy sobie wąską szczelinę, o szerokości a, w nieprzezroczystej zasłonie ZZ (rys. 280); pada na nią cienki snop równoległy światła monochromatycznego, długości fali λ. Wiązka

ugina się, obserwujemy zjawisko dyfrakcji (§ 156). Przypuśćmy, że wykonywamy to doświadczenie najprzód nad światłem czerwonem, następnie nad żółtem, nad fioletowem; posuwamy się nawet do promieniowań pozafioletowych. Jeżeli życzymy sobie, ażeby kąt ugięcia θ pozostawał wciąż jednakowy, musimy zwężać szczelinę w stosunku, w którym zmniejsza się długość fali λ przebiegającego promieniowania; skoro szerokość tej szczeliny wynosi a dla czerwonego światła, powinna wynosić $\frac{1}{2}a$ dla fioletowego; dla pozafioletowego promieniowania, do którego zbliżają się dzisiejsze pomiary (§ 170), powinna wynosić $\frac{1}{80}a$. Ażeby zatem szczelina mogła posłużyć do badania dyfrakcji promieniowań Röntgena, musiałaby być setki lub tysiące razy węższa aniżeli te, któremi posiłkujemy się, gdy obserwujemy uginanie się widzialnych falowań. Takich narzędzi nie umiemy sztucznie wytwarzać.



Rys. 280.

Oznaczając przez θ kąt ugięcia, przez a szerokość szczeliny, przypuszczając, że punkt P § 156-go leży w środku pierwszego (licząc od środka obrazu) ciemnego prążka, otrzymujemy z równań (4) i (8) powołanego artykułu

1. $$a \sin \theta = \lambda$$

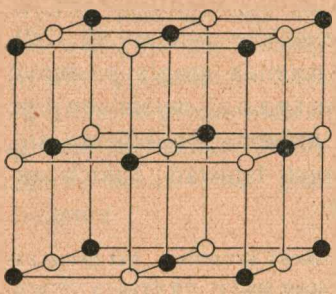
Jeżeli kąt θ ma pozostawać niezmienny, szerokość a powinna zmieniać się proporcjonalnie do λ.

W badaniach optycznych nie posługujemy się, jak wiadomo, szczelinami lecz dyfrakcyjnemi siatkami (§ 156). Zwykłe siatki dyfrakcyjne liczą około tysiąca kresek na długości jednego milimetra; siatka przeznaczona do rontgenospektroskopji powinnaby ich przeto w milimetrze zawierać setki tysięcy albo miljony. Tak gęsta perjodyczność zahaczałaby niemal o skalę molekularnej ziarnistości materji.

Gdy sztuka ludzka nie umie zbudować dość subtelnych otworów i szczelin, dość gęstych sit oraz siatek dla poddania promieniowań Röntgena dyfrakcyjnemu badaniu, sama przyroda dostarcza nam, w rozmaitości i obfitości największej, potrzebnych w tym celu materjalnych układów. Czemże są istotnie *kryształy*? Już oddawna domyślali się krystalografowie, że stan krystaliczny materji wynika z prawidłowego ułożenia w przestrzeni najmniej-

szych jej cząstek. Możemy ogólnikowo powiedzieć: *kryształ jest trójwymiarową siatką dyfrakcyjną*. W jakiejże skali siatka ta jest sporządzona? Jak gęsto powtarzają się jej uwarstwienia? Natura zbudowała ją w taki sposób, iż miara jej przestrzennej okresowości zgadza się przybliżenie, co do rzędu wartości, z długością fali promieniowań Röntgena; dlatego promieniowania te łamią i rozbryzgują się śród materjalnych okruszyn kryształu; gdy tymczasem fale zwykłego światła, nieporównanie dłuższe i rozlewniejsze, zatapiają łatwo ów drobiazg atomów. Podobnie grzbiet potężny morskiego odmętu przesadza, nie odczuwając jej wcale, grzędę rozłożonych na wybrzeżu kamyków.

Weźmy na uwagę kryształ soli kamiennej (chlorku sodu, NaCl). Możemy zdać sobie sprawę z geometrycznych, sprężystych, cieplnych, elektrycznych, optycznych oraz (co najważniejsza) röntgenograficznych własności kryształu soli kamiennej, przypuszczając, że jego siatka jest *sześcienna*; że punkty tej siatki są zajęte naprzemian przez atomy (zapewne zionizowane) Na i Cl, jak to okazuje rys. 281, w którym punkty czarne wyobrażają atomy chloru, punkty zaś białe mają atomom sodu odpowiadać. Wyobraźmy sobie atom Cl albo też atom Na w środku małego (elementarnego) sześcianu, którego krawędź wynosi wszędzie d; sześciany te wypełnią kryształ, nie pozostawiając przerw nigdzie; długość d jest zarazem odległością, w której warstwy atomów następują, jedna za drugą. Na atom przypada objętość d^3, na molekułę NaCl przypada $2d^3$; jeżeli jednostka objętości zawiera N molekuł, mamy



Rys. 281.

1. $$2d^3N = 1$$

Rozumiejąc przez M masę molekuły, przez ϱ gęstość kryształu, piszemy

2. $$MN = \varrho$$

Z (1) i (2) wyprowadzamy

3. $$d^3 = M/2\varrho$$

Pamiętając o tem, że stosunkowe masy atomów wynoszą

4. $$\text{Na} = 23{\cdot}00\,;\ \text{Cl} = 35{\cdot}46$$

i zasadzając się na wyniku (4) § 45-go niniejszego tomu, kładziemy

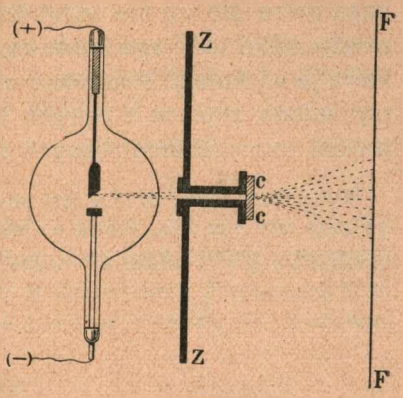
5. $$M = 58{\cdot}46 \times 1{\cdot}662 \times 10^{-24}\ \text{gr}$$

Ponieważ $\varrho = 2{\cdot}164\ \text{gr/cm}^3$, otrzymujemy z równania (3)

6. $$d = 2{\cdot}82 \times 10^{-8}\ \text{cm}$$

Siatka przestrzenna o takiej wartości stałej d musi wybornie uginać fale, których długość λ jest przybliżenie podobnego rzędu.

Możemy teraz bez trudności zrozumieć zasadę doświadczenia, które Friedrich i Knipping wykonali w r. 1912-ym na życzenie prof. Lauego. Snop promieniowania wybiega z antykatody rury Röntgena (rys. 282); zasłona ołowiana *ZZ*, zaopatrzona w środku w cienką rurkę również ołowianą, przepuszcza ostrą wiązkę, która pada na płytkę *cc* wyciętą z kryształu; na płycie fotograficznej *FF* tworzy się obraz dyfrakcyjny; obraz ten składa się z niewielkich plam, rozłożonych *prawidłowo* dokoła silnej, wielkiej plamy środkowej, którą tworzą promieniowania nieugięte przez kryształ.



Rys. 282.

§ 173. Dwa gatunki promieniowań Röntgena.

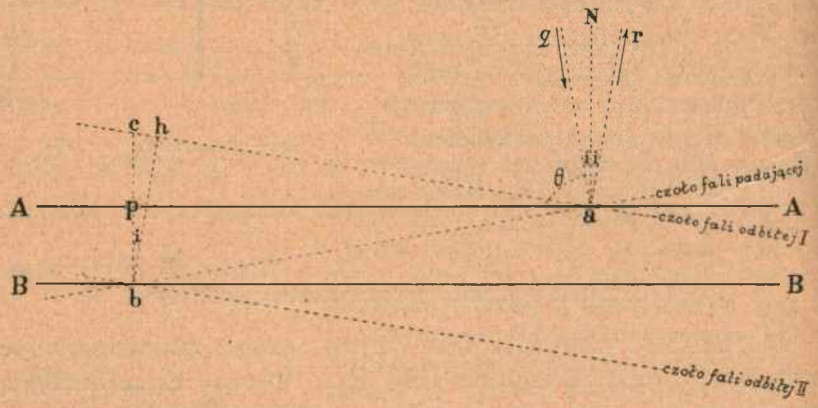
Już Barkla zauważył fakt bardzo ważny: promieniowanie wysyłane przez antykatodę rury Röntgena jest *podwójne*; składa się ono z dwóch różnych gatunków promieniowania.

(I) Pierwszym gatunkiem jest promieniowanie, tworzące widmo röntgenowskie *ciągłe*; promieniowanie to zależy od czynnej w rurze różnicy potencjałów (różnicy *V*, § 108), zatem od prędkości elektronów bijących w antykatodę. Podobnie jak zwykłe światło białe, promieniowanie tego pierwszego rodzaju, jak widzimy z ciągłości jego widma, stanowi bezładną mieszaninę falowań; ponieważ powstaje pod wpływem impulsów elektronowych, przyjęto je nazywać *wymuszonem* röntgeno-promieniowaniem.

(II) Zgoła odmiennym gatunkiem promieniowania Röntgena jest promieniowanie tworzące widmo *linjowe*, zatem nieciągłe; nie jest ono związane z różnicą potencjałów działającą w rurze, nie zależy zatem od prędkości wyrzucanych z katody elektronów. Promieniowanie to zależy wyłącznie od *natury atomów, z których składa się antykatoda*, jest zatem *charakterystyczne* czyli atomom tym właściwe; przez analogję do drgań własnych znanych z mechaniki (§ 86 tomu II-go) nazywamy je *własnem*

röntgeno-promieniowaniem atomów antykatody. Uderzenia elektronów *wyzwalają* w atomach antykatody emisję własnych promieniowań ale ich nie wymuszają; własne promieniowanie atomu zależy tylko od jego budowy, nie zależy od rodzaju pobudki, która je wywołała. Ponieważ własne promieniowanie atomu tworzy widmo złożone z ostrych linij, składa się zatem z osobnych, niemal monochromatycznych falowań.

Wyobraźmy sobie, że AA jest powierzchnią kryształu, na który w kierunku qa pada fala (rys. 283). Prosta ar wskazuje kierunek biegu fali odbitej; przez i rozumiemy wartość kąta qaN padania oraz Nar odbicia. Linie AA i BB



Rys. 283.

wyobrażają schematycznie dwie (równoległe do siebie) warstwy atomów. Widzimy na rysunku czoła: fali padającej, fali odbitej od warstwy pierwszej AA oraz odbitej od drugiej BB. Fala odbita od jednej warstwy AA jest słaba; lecz jeżeli dołączy się do niej odbita od BB, następnie odbita od CC i t. d., utworzy się w kierunku ar fala dostatecznie silna, którą możemy zauważyć. Ażeby się tak jednak stało, fale odbite od AA, BB, CC i t. d. muszą mieć fazy *zgodne*; innemi słowy, prostopadła odległość bh (czoła drugiej fali odbitej od czoła pierwszej fali odbitej) powinna być wielokrotnością całkowitą długości fali λ; podobny warunek winny spełniać czoła następnych fal odbitych. Rozumiejąc zatem przez n liczbę całkowitą dodatnią

1. $$n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$$

zakładamy

2. $$\text{odległość } bh = n\lambda$$

W trójkącie hcb odległość bh jest przyprostokątną, przeciwprostokątna bc jest równa podwójnej wartości odstępu d warstwy od warstwy. Mamy zatem

3. $$bh = bc \cos i = bc \sin\theta = 2d \sin\theta$$

gdzie θ jest kątem dopełniającym kąt i do 90°. Z równań (2) i (3) otrzymujemy związek

4. $$n\lambda = 2d \sin\theta$$

podany przez Sir W. H. Bragga. Różnym wartościom liczby n odpowiadają więc różne kąty θ; obserwując odbijanie się promieniowania pod rozmaitemi kątami θ_1, θ_2 i t. d., możemy znaleźć takie wartości, iż

5. $$\sin\theta_1 : 1 = \sin\theta_2 : 2 = \ldots\ldots\ldots = \text{stałej } K$$

Wiemy jednak z formuły (4), że

6. $$K = \lambda / 2d$$

Ponieważ wartość d możemy obliczyć sposobem znanym z poprzedzającego artykułu, znajdujemy zatem wartość λ, gdy K zmierzyliśmy. Przytaczamy przykład. Badając odbicie promieniowania Röntgena od kryształu soli kamiennej, książę M. de Broglie znajduje:

$n = 1$	$\theta = 10°\ 03'$	$K = 0{\cdot}174$
. . . 2	$21°\ 08'$	$0{\cdot}180$
. . . 3	$31°\ 28'$	$0{\cdot}174$

Związek (5) jest przybliżenie spełniony; średnia wartość K wynosi 0·176. Antykatoda była sporządzona z irydu; dla uważanej linji własnego röntgeno-promieniowania irydu otrzymujemy zatem

7. $$\lambda = 9{\cdot}95 \times 10^{-9} \text{ cm}$$

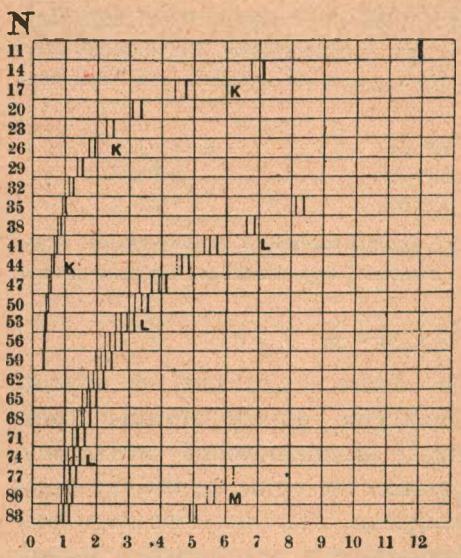
W doświadczeniu Lauego, które opisaliśmy w artykule poprzednim, otrzymujemy dyfrakcyjne obrazy głównie dzięki działaniu wymuszonego, ciągłego promieniowania antykatody; jej własne, nieciągłe promieniowanie nie ugina się tak, by obraz powstał; długości fali tego nieciągłego, charakterystycznego promieniowania są najczęściej niezgodne z wartościami, których wymagałaby geometryczna budowa kryształu. Pragnąc poznać długości fali własnych promieniowań atomu, posługujemy się Sir W. H. Bragga *metodą odbicia*, której zasadę objaśniliśmy w poprzedzającym wywodzie. W tem postępowaniu, zmieniając kąt odbicia, możemy umieścić kryształ w położeniu, w którem staje się niejako dostosowany do długości fali padającego röntgeno-promieniowania.

§ 174. Serje promieniowań Röntgena.

Nawiązujemy teraz do wiadomości, które podaliśmy w § 119-ym, o budowie chemicznego atomu. Jak w owym artykule, rozumiejmy przez N liczbę elektronów krążących w atomie dokoła środkowego jądra, przez e wartość ładunku jednego elektronu; jądru

normalnego (niezionizowanego) atomu przypisujemy dodatni ładunek *Ne*. Liczba *N* jest *porządkową liczbą* pierwiastka, wskazującą jego miejsce w *naturalnym układzie pierwiastków*, którego wartość i wielką doniosłość znamy z nauki chemji; w przybliżeniu, niekiedy dość grubem, liczba *N* jest równa połowie stosunkowej masy atomu, odniesionej do masy atomu wodoru (którą jednak, jak wiadomo, kładziemy równą 1·008).

Wyobraźmy sobie, że ułożono w sposób następujący (rys. 284) widma własnego czyli charakterystycznego röntgeno-promieniowania rozmaitych pierwiastków. Pierwsze u góry jest widmo sodu, dla którego $N = 11$; drugie widmo krzemu ($N = 14$), trzecie chloru ($N = 17$) i t. d.; widma następują po sobie w kolei porządkowych liczb *N*, w przeskokach po trzy jednostki. Ostatnie u dołu są widma: irydu ($N = 77$), rtęci ($N = 80$), bizmutu ($N = 83$). Na osi odciętych odłożono skalę długości fali λ, wspólną wszystkim widmom i wyrażoną w jednostkach Angströma *A* (§ 161). Tak zestawione widma okazują na pierwszy rzut oka, że istnieją odrębne rodzaje, t. zw. *serje* własnych röntgeno promieniowań chemicznego atomu. Na rys. 284-ym wskazane są trzy serje; dwie pierwsze odkrył Barkla i oznaczył je literami *K* oraz *L*; do dalszych, które znamy dotychczas jeszcze bardzo niedostatecznie, przywiązujemy litery *M*, *N* i t. d.



Rys. 284.

Serję *K* własnych röntgeno-promieniowań znamy stosunkowo dokładniej niż inne; znamy ją mianowicie od sodu do platyny, od $N = 11$ do $N = 78$; długości fali λ linij tej serji leżą tu między 11·9 *A* a 0·15 *A*. Serja *K* jest dosyć zawiła, zawiera pewną liczbę linij odrębnych; jeszcze zawilsza jest serja *L*, znana dotychczas od miedzi do uranu, od $N = 29$ do $N = 92$; wartości długości fali λ idą tutaj od 13·3 *A* do 0·57 *A*. Linje serji *M* dostrzegano dotychczas od dysprozu ($N = 66$) do uranu; wartości λ poruszają się między 10 *A* i 3 *A*. Długości fali własnego röntgeno-promieniowania atomu wiążą się

z fundamentalną liczbą N charakteryzującą ten atom; pierwszy zarys tego związku, doniosłości niezmiernej, uchwycił w r. 1913-ym młody uczony angielski H. G. J. Moseley, który wkrótce potem, na polu bitwy, miał paść ofiarą krwawych walk ludzkich.

Nie możemy już dziś o tem wątpić, że serje röntgeno-promieniowań, przedłużone domyślnie do najprostszych chemicznych atomów (jak Ne, Li, He, H), przechodzą w znane linje pozafioletowego i zwykłego widzialnego widma. Promieniowanie Röntgena różni się zatem od zwyczajnego promieniowania *wyłącznie tylko długością fali.*

Od wielu lat znamy poczet pierwiastków chemicznych; ich zachowanie się w stanie swobodnym i w związkach zostało zbadane dokładnie. Ale dotychczas opisujemy tylko *jakościowo* chemiczny charakter każdego zosobna pierwiastka; pomimo swych postępów i odkryć wspaniałych, chemja dotychczas jest w istocie jeszcze jakościową nauką. Wiemy, że brom chemicznie różni się od jodu, że własności chemiczne siarki są inne niż własności tlenu; nie wiemy, *o ile* chemiczna natura sodu różni się od natury potasu; nie umiemy dotychczas nawet zadać sobie należycie takich zapytań. Badanie promieniowania prowadzi dzisiaj naukę do zupełnie nowego, do *ilościowego* ujęcia odwiecznej zagadki istoty pierwiastków chemicznych.

§ 175. *Promieniowanie gamma.*

Jak nam z §§ 114 i 115 go wiadomo, t. zw. γ-promieniowanie, wysyłane przez promieniotwórcze substancje, nie odchyla się od kierunku swego przebiegu w najsilniejszych elektrycznych i magnetycznych polach, które umiemy wytworzyć; jak promieniowanie Röntgena, należy ono niewątpliwie do zakresu zjawisk właściwego promieniowania; jest to promieniowanie *najkrótszej* dotychczas znanej długości fali, zatem *najwyższej* częstości falowania.

Jakkolwiek znamy jeszcze niedokładnie γ-promieniowanie, wiemy jednakże, że jego widmo jest *linjowe*; czy istnieje ciągły gatunek γ-promieniowania, jest rzeczą dotychczas niepewną. Spektroskopowe pomiary w widmie γ-promieniowania są trudne; możemy jednak powiedzieć, że długości fali tego promieniowania zbliżają się, z jednej strony, do najkrótszych znanych długości fali promieniowań Röntgena; z przeciwnej strony, o ile dotychczas wiadomo, sięgają mniej więcej do 0·02 A; łączą się one, jak się zdaje, zgodnie ze skrajnemi linjami seryj znanego röntgeno promieniowania.

W badaniu promieniowania gamma, wysyłanego przez promieniotwórcze substancje, docieramy więc do jednego z dwóch kresów widma, dostępnych dotychczas doświadczeniu ludzkiemu.

§ 176. Przegląd widma znanego.

Zestawiamy w następującej tablicy (zaokrąglone, przybliżone) wartości długości fali λ dotychczas poznanych gatunków promieniowania; sięgając wstecz do poprzednich naszych wywodów, streszczamy tym sposobem krótko ich najważniejsze wyniki. Za jednostkę wartości λ wybieramy

$$1\,X = 10^{-3}A = 10^{-4}m\mu = 10^{-7}\mu = 10^{-11}\,cm;$$

do röntgenoskopji wprowadził tę jednostkę szwedzki uczony Manne Siegbahn.

$\lambda = 2 \times 10\,X$:	domniemana granica znanego dotychczas γ-promieniowania
$\lambda = 1{\cdot}5 \times 10^{2}\,X$ $\lambda = 1{\cdot}3 \times 10^{4}\,X$	granice znanego własnego röntgeno-promieniowania chemicznych atomów
$\lambda = 1{\cdot}4 \times 10^{5}\,X$:	granica pozafioletowego naturalnego promieniowania, osiągnięta przez Millikana (1923)
$\lambda = 1{\cdot}0 \times 10^{6}\,X$:	granica pozafioletowego naturalnego promieniowania, znana w końcu XIX-go stulecia (Schumann)
$\lambda = 2{\cdot}1 \times 10^{6}\,X$:	kres widma pozafioletowego dostrzeganego w atmosferycznem powietrzu (Cornu)
$\lambda =$ od $3{\cdot}1$ do $3{\cdot}9 \times 10^{6}\,X$:	granica, od strony fioletu, widma widzialnego (§ 162)
$\lambda = 3{\cdot}97 \times 10^{6}\,X$:	Fraunhofera linja *H*
$\lambda = 5{\cdot}890 \times 10^{6}\,X$ $\lambda = 5{\cdot}896 \times 10^{6}\,X$	Fraunhofera linje *D*
$\lambda = 7{\cdot}59 \times 10^{6}\,X$:	Fraunhofera linja *A*
$\lambda = 8{\cdot}1 \times 10^{6}\,X$:	granica, od strony czerwieni, widma widzialnego (§ 162)
$\lambda = 1{\cdot}4 \times 10^{7}\,X$:	granica pozaczerwonego naturalnego promieniowania znana w połowie XIX-go stulecia (Fizeau i Foucault 1847)
$\lambda = 1{\cdot}5 \times 10^{9}\,X$:	najdłuższe *Reststrahlen* Rubensa
$\lambda = 2{\cdot}0 \times 10^{9}\,X$:	najkrótsze znane fale elektromagnetyczne (Hertzowskie)
$\lambda = 3{\cdot}4 \times 10^{9}\,X$:	najdalsza znana granica pozaczerwonego naturalnego promieniowania (Rubens i v. Baeyer 1911)

$\lambda =$ około 10^{18} X : rząd długości fal Hertza wytwarzanych przy pomocy pospolitych wibratorów

$\lambda =$ od 10^{15} do 10^{17} X : rząd długości fal elektromagnetycznych, któremi posługuje się zazwyczaj radjotelegrafja (§ 104)

§ 177. *Promieniowanie cieplne; luminescencja.*

W poprzedzającym wykładzie zajmowaliśmy się przeważnie skutkami, które objawiają się, gdy promieniowanie biegnie w próżni albo też przenika materjalne ośrodki. Skąd jednak powstaje promieniowanie? Przypisujemy je działalności ciał, o których mówimy, że wysyłają czyli *emitują* promieniowanie. Spróbujmy poznać, chociażby w najpierwszym zarysie, prawa zjawiska *emisji*. Przypuśćmy, że ciało M promieniuje; wysyła zatem strumienie promienistej energji. Nieustanny ten wydatek energji jest stratą, którą ciało pokrywa bądź ze swej *bezładnej* czyli cieplnej energji wewnętrznej, bądź z innych energetycznych zapasów, które w rozmaitej postaci może w sobie zawierać. Gdy naprzykład rozgrzana kula żelazna powoli ostyga, jej temperatura obniża się, poza tem jednak stan ani skład kuli nie zmienia się; energja, którą promieniowanie kuli wraz z sobą unosi, pochodzi z jej zapasu cieplnej energji. Takie promieniowanie nazywamy *cieplnem promieniowaniem*. Widmo cieplnego promieniowania, jak wiemy, jest *ciągłe*; skąd wnosimy, że promieniowanie cieplne, podobnie jak samo ciepło, jest chaotyczne, bezładne; wszystkie rodzaje falowań, wszystkie zakresy widma w niem uczestniczą. Przykładem innego, *nie*cieplnego rodzaju promieniowania jest świecenie rozrzedzonego gazu poddanego elektrycznym wyładowaniom (§ 159); temperatura gazu gra w tym razie rolę zgoła podrzędną; widmo *linjowe*, które otrzymujemy, wskazuje, że promieniowanie elektrycznie pobudzonego gazu do pewnego przynajmniej stopnia jest *uporządkowane*. Każde *nie*cieplne promieniowanie nazywamy *luminescencją* albo *jarzeniem się*; zjawisko fluorescencji, o którem nieraz już wspominaliśmy, jest dalszym, wybitnym przykładem luminescencji.

Gdy promieniuje, ciało M może zzewnątrz otrzymywać energję lub też może jej nie pobierać, może być *odosobnione* (§ 81 tomu I-go). Jeżeli ciało jest odosobnione, jeżeli wszelki dopływ energji zzewnątrz jest przecięty, zapasy energji własnej ciała M wcześniej lub później wyczerpią się. zjawisko emisji wówczas

się skończy. Takie promieniowanie jest przeto zjawiskiem *nietrwałem*. Przypuśćmy przeciwnie, że ciało M, promieniując, pochłania zzewnątrz w jakiejkolwiek postaci energję, którą natychmiast przerabia na ciepło; przypuśćmy, że wydatek cieplnej energji, wynikający z emisji promieniowania, *równoważy się* nieustannie z jej zzewnątrz płynącym dochodem. Promieniowanie jest wówczas zarazem *cieplne* i *trwałe*; pomimo nieprzerwanej emisji, temperatura ciała nie zmienia się; w takich warunkach zjawisko mogłoby trwać nieograniczenie. Będziemy zajmowali się teraz promieniowaniem, które jest jednocześnie cieplne i trwałe; zjawiska luminescencji pozostaną więc poza obrębem naszych wywodów.

§ 178. Ciało doskonale chłonące; doskonałe zwierciadło.

Ażeby zrozumieć zjawiska otaczającego nas świata, upraszczamy nieraz bardzo istotnie obraz, który o nich tworzymy w umyśle; rozwiązanie zadania zaczynamy od ułatwienia go sobie. Rozważamy naprzykład ciała bezwzględnie sztywne, chociaż wiadomo, że takich ciał niema w przyrodzie; mówimy o gazach doskonałych, o ciałach stałych idealnie sprężystych lub płynnych idealnie ruchliwych; wyobrażamy sobie fikcyjne, krańcowe przewodniki elektryczne lub izolatory. Postąpimy i tutaj podobnie; utworzymy pojęcia graniczne, które nie odpowiadają wprawdzie nigdy dosłownie rzeczywistości, atoli w ścisłem rozumowaniu są nam nieodzownie potrzebne.

Przypuśćmy, że na powierzchnię S ciała A spływa z próżni strumień promieniowania, który w czasie τ przynosi ciału pewną ilość J energji. Przypuśćmy, że w czasie τ ciało A przepuszcza lub załamuje ilość pJ promienistej energji, że odbija rJ, rozprasza sJ; pozostałą resztę, powiedzmy aJ, pochłania czyli przeobraża w cieplną postać energji (por. § 133). Mamy oczywiście

$$1. \qquad a + p + r + s = 1$$

Dla każdego rzeczywistego ciała liczby a, p, r, s są ułamkami większemi od zera, mniejszemi od jedności. Wyobraźmy sobie ciało, dla którego mielibyśmy:

$$2. \qquad a = 1;\ p = 0;\ r = 0;\ s = 0;$$

takie ciało, oczywiście fikcyjne, nazwiemy *doskonale chłonącem.* Ciało doskonale chłonące (w skróceniu *C*) nie odbija, nie rozprasza, nie przepuszcza; całkowitą energję, którą na powierzchni swej zbiera, przemienia w ciepło, w najbardziej zgmatwaną, bezładną formę energji. Wyobraźmy sobie podobnie ciało fikcyjne, dla którego

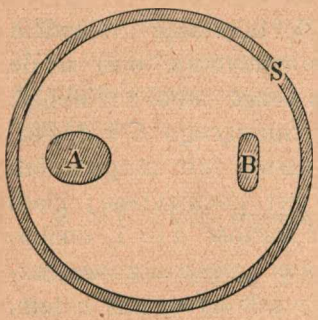
3. $$a = 0;\ p = 0;\ r = 1;\ s = 0;$$

nazwiemy je *doskonałem zwierciadłem Z*; odbijając całkowicie energję padającego promieniowania, nie otrzymuje ono wcale energji, którą mogłoby przepuścić, rozproszyć albo pochłonąć.

Utworzyliśmy pojęcia ciała doskonale chłonącego *C* i doskonale odbijającego *Z* bez względu na barwę lub długość fali promieniowania, które odbija się lub jest pochłaniane; ciało doskonale chłonące winno więc okazywać wartość $a = 1$, doskonałe zwierciadło winno mieć $r = 1$, w całej, nieskończonej rozciągłości widma. Doświadczenie jednak przekonywa nas o tem, że własności, które wyrażamy przez liczby *a*, *p*, *r* i *s*, zmieniają się, niekiedy raptownie, gdy zmienia się długość fali padającego promieniowania. Srebro naprzykład odbija wybornie falowania leżące w zakresie widzialnego widma, w tym więc przedziale *r* srebra jest bliska jedności; lecz wobec niektórych pozafioletowych falowań liczba *r* srebra staje się mała. Dla różnych gatunków szkła mamy *p* dużą w obrębie widzialnego widma, bardzo małą dla wielkiego zakresu pozaczerwonych falowań. Zwykłą sadzę węglową uważamy niemal za urzeczywistnienie ideału «doskonale chłonącego ciała»; ale mniemanie to polega na zachowywaniu się sadzy wobec stosunkowo krótkich falowań; dla bardzo długich sadza jest prawie przezroczysta (§ 171), liczba jej *a* musi wówczas być niezbyt odległa od zera. Licząc się z temi faktami, wprowadzamy pewne nowe pojęcia. Jeżeli w widmowym zakresie, ciągnącym się od długości fali λ_1 do długości λ_2, nie możemy (w granicach ścisłości pomiarów) odróżnić wartości *a* ciała *c* od jedności, nazywamy ciało *c* «doskonale chłonącem w widmowym zakresie (λ_1, λ_2)». Jeżeli w widmowym zakresie, ciągnącym się od długości fali λ_1 do długości λ_2, nie możemy odróżnić wartości *r* ciała *z* od jedności, nazywamy ciało *z* «zwierciadłem doskonałem w zakresie (λ_1, λ_2)».

§ 179. Promieniowanie zrównoważone.

Przypuśćmy, że dwa ciała A i B, otoczone próżnią, znajdują się w osłonie S zamkniętej, która nie przepuszcza dopływu ciepła zzewnątrz ani wypływu nazewnątrz (rys. 285); oprócz ciał A i B, niema w osłonie innych ciał materjalnych. Jeżeli osłona S jest doskonałem zwierciadłem, nie wywiera wpływu na przebieg zjawisk, które chcemy rozważyć; dla uproszczenia wywodów możemy zatem uczynić to założenie. Przypuśćmy, że promieniowanie ciał A i B jest wyłącznie cieplne i oznaczmy przez T_A i T_B temperatury tych ciał. Doświadczenie wskazuje, że *dopóki T_A i T_B są niejednakowe, równowagi niema.* Jeżeli temperatury ciał A oraz B są niejednakowe, wyższa obniża się, niższa podnosi się, dopóty, dopóki nie dojdzie do ich wyrównania. Zawieśmy termoskop ☽ w próżni, w pobliżu ciała gorącego, np. miedzianego naczynia M wypełnionego gotującą się wodą; temperatura termoskopu ☽ podnosi się. Mamy tu dwa ciała: cieplejsze M i chłodniejsze ☽; niepodobna przypuścić, ażeby promieniowało tylko cieplejsze; obadwa ciała niewątpliwie muszą promieniować, ale ciało M przez promieniowanie traci energji więcej niż zyskuje, ciało ☽ więcej zyskuje niż traci. Zawieśmy termoskop ☽ w próżni, w sąsiedztwie ciała zimnego, np. bryły L lodu; temperatura termoskopu ☽ obniża się; przez promieniowanie traci on więcej energji aniżeli zyskuje, ciało L więcej zyskuje niż traci. Niepodobna przypuścić, ażeby termoskop wówczas dopiero zaczynał promieniować, gdy zbliżamy doń bryłę lodu; musiał on również promieniować, gdy znajdował się w sąsiedztwie gorącego ciała M. Powiadamy: cieplne promieniowanie danego ciała A, w chwili t, w próżni, może tylko zależeć od stanu samego ciała A w chwili t. Promieniowanie to zależy przedewszystkiem od *temperatury* ciała; gdy temperatura podnosi się, cieplne promieniowanie ciała wzmaga się zawsze.

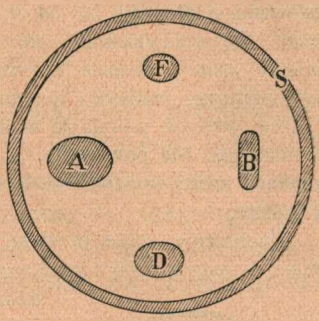


Rys. 285.

Weźmy ponownie na uwagę dwa ciała A i B zawarte w próżnej i pustej powłoce S (rys. 285) i przypuśćmy, że stan równowagi jest osiągnięty: temperatury ciał zrównały się i wynoszą T;

każde z dwóch ciał dzięki promieniowaniu tyle zyskuje, ile traci energji. Promieniowanie jest cieplne, jest trwałe, nadto jest całkowite, *zupełne*; widmo tego promieniowania, jak wiemy, jest ciągłe; żadnego składnika, żadnego falowania, w żadnym widmowym przedziale, nie może w tem promieniowaniu brakować. Takie cieplne, utrwalone i zupełne promieniowanie nazywamy, dla zwięzłości, *zrównoważonem promieniowaniem.*

Do wnętrza powłoki S, w którem znajdują się ciała A i B w równowadze promieniowania, w temperaturze T, wprowadźmy trzecie ciało D, czwarte F i t. d.; przypuśćmy, że temperatury ciał D, F i t. d. są jednakowe i wynoszą również T (rys. 286). Wprowadzając w taki sposób ciała D, F i t. d., *nie zakłócamy równowagi*, która ustanowiła się była w S pod wpływem samych tylko ciał A i B; stan równowagi, skoro już został osiągnięty, *nie* zależy zatem od liczby, położenia, postaci i natury ciał, które wprowadzono do wnętrza powłoki. Przypuśćmy na chwilę, że w układzie ciał zawartych w S stan równowagi jeszcze nie zapanował: temperatura jednych ciał spada, innych podnosi się. Szybkość tych zmian zależy od liczby i jakości ciał, od ich kształtów, rozmiarów, rozmieszczenia, od ich stanu, składu i własności; ale ostateczne, *zrównoważone* promieniowanie, które ustanawia się we wnętrzu powłoki, w próżni, w temperaturze T, jest zawsze to samo i *nie* zależy od wszystkich tych okoliczności. Podobnie w hydrostatyce, prawa równowagi bardzo zawiesistych i bardzo ruchliwych cieczy są identycznie te same (§ 8 tomu II-go).



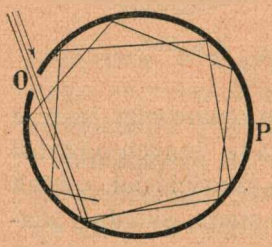
Rys. 286.

Przypuśćmy teraz, że jedno z pomiędzy ciał, które znajdują się w S, w próżni, w temperaturze T, jest ciałem *doskonale chłonącem*; zrównoważone promieniowanie, które ustanawia się w S, w próżni, w temperaturze T, jest w każdym względzie to samo, czy obecne są ciała A, B, D, F oraz C, czy też same tylko ciała A, B, D, F lub niektóre z pomiędzy nich są obecne, czy wreszcie wytwarza je w S, w próżni, w temperaturze T, samo tylko ciało C doskonale chłonące. *Promieniowanie dowolnych ciał w próżni, w temperaturze T, gdy jest zrównoważone,*

jest identyczne z promieniowaniem w próżni, w tej samej temperaturze T, ciała doskonale pochłaniającego wszelkie promieniowania.

Ze względu na powyższą swą własność, promieniowanie *zrównoważone* bywa nazywane *czarnem* promieniowaniem; niektórzy pisarze, posuwając się jeszcze dalej, powiadają, że ciało doskonale chłonące jest «*ciałem czarnem*». Ale nazwy te nie są stosowne i mogą nas doprowadzić do zbytecznych trudności. *Ciemnem* lub *czarnem* powinniśmy nazywać promieniowanie, które nie zawiera gatunków widzialnych; innemi słowy promieniowanie, w którem niema składników działających na nerw nasz optyczny. Promieniowanie, które zawiera falowania o długości fali od 3μ do 4μ, jest naprzykład czarnem promieniowaniem. Ale promieniowanie zrównoważone jest czemś zgoła odmiennem. Jak już wiemy, ciało doskonale chłonące wysyła *wszelkie* gatunki falowań w każdej temperaturze, pomiędzy innemi także widzialne; jeżeli temperatura jest dostatecznie wysoka, wysyła je w ilości wystarczającej, by czynność wzroku została wzbudzona. Nie powinniśmy nazywać «czarnem» ciała, które w stosownych warunkach może wydawać się czerwonem jak wiśnia lub nawet oślepiająco białem i jasnem.

Wyobraźmy sobie powłokę kulistą, odbijającą *P* (rys. 287), którą utrzymujemy w jednostajnej temperaturze *T*. Powłoka ma jeden tylko, mały otwór *O*, zresztą jest całkowicie zamknięta. Jeżeli przez otwór *O* przenika do wnętrza wąska wiązka promieniowania, odbija się ona wiele razy od wewnętrznej powierzchni powłoki, zanim zdoła wybiec nazewnątrz. Chociażby przy każdem odbiciu tylko drobny ułamek padającej energji był pochłaniany, po znacznej liczbie spotkań ze ścianą niemal cała energja wiązki przejdzie do substancji powłoki; zanim wiązka potrafi wydobyć się nazewnątrz, prawie cała jej energja będzie pochłonięta. Względem wiązki przenikającej nawewnątrz przez otwór *O*, powłoka *P* zachowywa się zatem jak ciało niemal doskonale chłonące. O trafności tego wniosku przekonywamy się ze spostrzeżeń codziennych. Do wnętrza metalowej lub drewnianej skrzyni zaglądajmy przez wąską szczelinę lub mały w ścianie otworek; chociażby w skrzyni znajdował się biały papier lub cukier, chociażby leżała w niej mąka, wnętrze skrzyni wydaje się *czarne*. Gdy porą dzienną idziemy ulicą, spoglądajmy w okna domów wzdłuż ulicy stojących; na zasadzie widoku tych okien moglibyśmy przypuszczać, że wnętrza mieszkań są jak kir czarne i ciemne; wyłączamy oczywiście przypadek, gdy okno jest *oświetlone*, gdy dochodzi nas przez nie promieniowanie sztucznego źródła świetlnego.



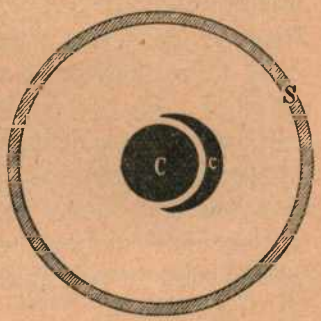
Rys. 287.

Wobec przenikającej nawewnątrz przez otwór *O* wiązki, powłoka *P* jest zatem ciałem nieledwie doskonale chłonącem; stąd wnosimy, że promieniuje ona *nazewnątrz* przez *O* tak samo, jak promieniowałoby w temperaturze *T* ciało niemal doskonale chłonące. Ażeby upewnić się, iż wniosek ten jest słuszny, wyobraźmy sobie, że powłokę *P*, której temperatura jest *T*, wprowadziliśmy do wnętrza próżnej osłony *S*, gdzie, pod wpływem ciał *A* i *B* (rys. 285), ustano-

wiła się już była, w temperaturze T, równowaga promieniowania; powłoka P, jak wiadomo, *nie* może zakłócić tej równowagi. Lecz gdyby strumień promienistej energji wpływający do wnętrza P przez otwór O był większy lub mniejszy niż strumień wypływający z P nazewnątrz przez tenże sam otwór, obecność powłoki P, mimo równości temperatur, musiałaby wywołać takie zakłócenie. Istotnie zatem, powłoka P promieniuje nazewnątrz, przez otwór O, jak ciało doskonale chłonące. Polegając na tej zasadzie, fizycy niemieccy W. Wien i O. Lummer w r. 1895-ym zdołali niemal dokładnie urzeczywistnić ideał ciała C doskonale chłonącego; tym sposobem upewnili się, że nauka o promieniowaniu, której szkicujemy tu pierwsze początki, jest w zgodzie z faktami rzeczywistego doświadczenia.

§ 180. *Prawo Kirchhoffa.*

Wyobraźmy sobie ciało C doskonale chłonące i przypuśćmy, że umieściliśmy je w próżni, wewnątrz zamkniętej osłony S (rys. 288), nie przepuszczającej ciepła. Temperatura ciała C niechaj wynosi T; tę samą, wszędzie jednakową temperaturę T przypisujemy osłonie S. Wyobraźmy sobie, że stan równowagi już jest osiągnięty; próżnia w S jest wypełniona promieniowaniem *zrównoważonem*. Do ciała C zbliżamy teraz ciało c, doskonale chłonące tylko w szczupłym widmowym zakresie (λ_1, λ_2); temperatura ciała c ma znów wynosić T. Weźmy na uwagę promieniowanie wysyłane przez ciało C. Jest to promieniowanie *zupełne*; jeżeli zatem nie przebiegło ciała c, zawiera falowania wszelkich widmowych zakresów; jeżeli przebiegło przez ciało c, promieniowanie (jeśli wolno tak powiedzieć) jest *wyszczerbione*; brakuje w niem falowań zakresu (λ_1, λ_2). Wiemy jednak, że, wprowadziwszy ciało c, o temperaturze T, do próżni S, *nie* zakłóciliśmy równowagi promieniowania, która tam już panowała (§ 179); wnosimy zatem, że *emisja* ciała c musi *wyrównywać* ów brak, musi ową szczerbę ściśle wypełniać, którą absorbcja ciała c wytworzyła w promieniowaniu wysyłanem przez C. *Emisja ciała c w przedziale* (λ_1, λ_2) *jest zatem równa jego absorbcji w tymże przedziale*; podobnież, oczywiście, emisja ciała C, w przedziale (λ_1, λ_2) i w *każdym innym* przedziale, jest równa absorbcji ciała C w odpowiednim przedziale. A wreszcie, skoro



Rys. 288.

absorbcja ciała c w przedziale (λ_1, λ_2) jest całkowita czyli równa absorbcji doskonale chłonącego ciała C w tym przedziale, zatem także i emisja ciała c w przedziale (λ_1, λ_2) jest równa emisji ciała C w tymże przedziale.

Rozumujemy podobnie w przypadku, gdy, zamiast ciała c, umieściliśmy wewnątrz S, w pobliżu ciała C, jakiekolwiek ciało D rzeczywiste, które w szczupłym zakresie widmowym (λ_1, λ_2) pochłania tylko pewien ułamek a_D padającego strumienia promieniowania; naprzykład jedną trzecią lub jedną czwartą część tego strumienia. Jeżeli promieniowanie wysyłane przez ciało C, zupełne, przebiegło przez D, niedostaje w niem, w przedziale (λ_1, λ_2), ułamka a_D pierwotnego strumienia; *ten niedostatek ciało D wynagradza własną emisją.*

Wypowiedzmy algebraicznie wniosek, do którego zostaliśmy doprowadzeni. Przypuśćmy, że ciało C doskonale chłonące oraz dowolne (rzeczywiste) ciało D, znajdując się w osłonie S, w próżni, w temperaturze T, wysyłają i pochłaniają promieniowanie; przypuśćmy, że stan równowagi jest osiągnięty, że promieniowanie jest cieplne, utrwalone i zupełne czyli *zrównoważone.* Przez E oznaczmy ilość energji, którą element powierzchowny ciała C, rozległości 1 cm², wysyła, w przedziale bardzo szczupłym (λ_1, λ_2), w czasie 1 sekundy; związek ilości E z t. zw. całkowitym strumieniem promieniowania, z uważanego elementu płynącym (§ 130), jest oczywisty. Przez e_D rozumiejmy podobnie ilość energji, którą, w czasie 1 sekundy, w przedziale (λ_1, λ_2), wysyła element powierzchowny ciała D, rozległości 1 cm². Gdy równowaga jest osiągnięta, mamy

1. $$a_D E = e_D$$

Przypuśćmy, że, zamiast ciała D, znajdują się w S, w próżni, w temperaturze T, ciała F, G, H i t. d.; gdy promieniowanie, które one wysyłają i pochłaniają, jest zrównoważone, mamy

2. $$a_F E = e_F;\ a_G E = e_G;\ a_H E = e_H \text{ i t d.}$$

Otrzymujemy zatem

3. $$\frac{e_D}{a_D} = \frac{e_F}{a_F} = \frac{e_G}{a_G} = \ldots\ldots = E$$

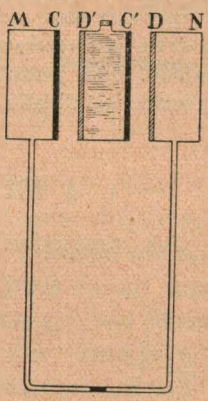
Wartość stosunku e/a jest powszechna, nie zależy od natury ciała, dla którego e i a są utworzone; wartość stosunku, podobnie jak E, zależy *jedynie* od wyboru przedziału (λ_1, λ_2) i od

temperatury T. Widzimy jeszcze, że dla ciała C doskonale chłonącego wartość stosunku e/a istotnie wynosi E, albowiem dla takiego ciała mamy z określenia:

4. $$A = 1.$$

Twierdzenie, które objaśniliśmy w artykule niniejszym, nazywa się pospolicie *prawem Kirchhoffa*; nietylko jednak piękne to uogólnienie, cały wogóle nasz sposób wypowiadania zasadniczych praw *równowagi promieniowania* zawdzięczamy genjuszowi Gustawa Kirchhoffa.

Dla ilustracji poprzedzających, nieco oderwanych wywodów możemy posłużyć się prostem doświadczeniem, którego pomysł już dawno podał Ritchie. Naczynia płaskie MC i DN (rys. 289), wypełnione powietrzem, łączą się za pośrednictwem rurki zgiętej w kształt litery U; w dolnej gałęzi tej rury znajduje się kropla zabarwionej cieczy. Przyrząd ten jest oczywiście *różnicowym termometrem gazowym* (por. § 97 tomu II-go), wskazującym, czy temperatury powietrza zawartego w MC i DN są jednakowe. Przypuśćmy, że ściana C naczynia MC jest pokryta sadzą węglową (którą będziemy tu, dla zwięzłości, rozumieli przez C); przypuśćmy, że ściana D naczynia DN jest sporządzona ze srebra. Wiemy, że własności sadzy i srebra, wobec promieniowania okazywane, są nader różne i niepodobne do siebie. Załóżmy, że naczynia MC i DN oraz zawarte w nich powietrze doszły do równowagi temperatur; kropla w rurce pozostaje w spoczynku. Pomiędzy naczyniami MC i DN umieszczamy teraz trzecie $D'C'$; ściana D' jest sporządzona ze srebra, ściana C' pokryta jest sadzą. Rozległości ścian C, D', C', D są jednakowe; odstępy CD' oraz $C'D$ są równe. Gdy naczynie $D'C'$ wypełnimy gotującą się wodą, kropla w rurce *nie* przesuwa się; co to znaczy? Ściana D' w czasie 1 sekundy posyła ku ścianie C ilość energji $e_D S$, gdzie S jest rozległością czterech ścian w grę wchodzących; z tej ilości energji ściana C pochłania część $a_C e_D S$. Ściana C' w czasie 1 sekundy posyła ku D ilość $e_C S$, z której D pochłania $a_D e_C S$. Równowaga, którą spostrzegamy, znaczy, że:



Rys. 289.

5. $$a_C e_D S = a_D e_C S$$

lub, innemi słowy, że

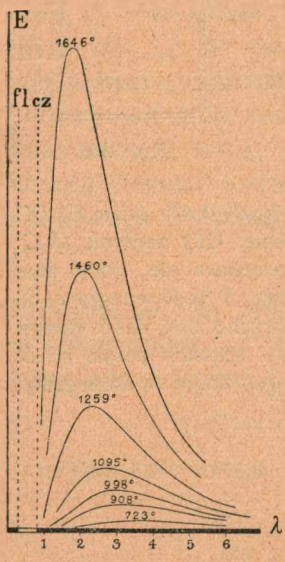
6. $$\frac{e_D}{a_D} = \frac{e_C}{a_C}$$

O niektórych gatunkach szkła powiadamy, że są *barwne*. Wyobraźmy sobie taflę szkła «czerwonego»; umieściwszy ją przed oczyma w taki sposób, ażeby światło słońca, lampy, łuku elektrycznego lub ogniska przebiegało taflę nawskróś, dostrzegamy, że światło przepuszczone jest czerwone. Gdy wykony-

wamy doświadczenie tak pospolite i proste, nie zastanawiamy się nad tem, że szklana tafla znajduje się w pokojowej temperaturze t, nieporównanie *niższej* niż temperatura T słońca, płomienia, łuku lub ogniska; a jednak ta właśnie nierówność temperatur jest *warunkiem niezbędnym* zabarwienia tafli naszej szklanej. Przypuśćmy, że taflę szkła czerwonego ogrzeliśmy w piecu do temperatury T; gdybyśmy spoglądali wówczas przez gorące szkło na rozżarzony węgiel ogniska, wydawałoby nam się, że szyba jest zgoła *bezbarwna*. Stosując się do swej temperatury T, źródło promieniowania wysyła fale wszelkich możliwych zakresów. Szkło pochłania *nie*czerwone falowania, powiedzmy te zatem, dla których $\lambda < 0{\cdot}72\,\mu$ oraz te również, dla których $\lambda > 0{\cdot}81\,\mu$; natomiast swobodnie przepuszcza czerwone falowania, zawarte w powyższych granicach. Zgodnie z wywodami niniejszego artykułu, powiadamy, że szkło wysyła również wszystkie *nie*czerwone falowania, które pochłania; ale, dopóki jest chłodne, wysyła je słabo, znacznie słabiej niż źródło, którego temperatura niepomiernie jest wyższa. Znajdując się w niskiej temperaturze t, szkło swoją emisją *nie* wynagradza więc szczerby, którą swoją absorbcją zrządziło; dlatego mówimy, że szkło jest «czerwone». Gdy szkło jest gorące, wypełnia ową lukę dokładnie; światło, które przeszło przez szybę, nie jest wówczas uboższe w *nie*czerwone składniki niż światło, które przez szybę nie przeszło.

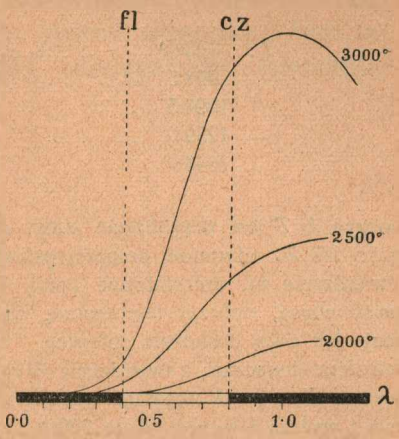
§ 181. *Emisja doskonale chłonącego ciała.*

Jak powiedzieliśmy w artykule poprzednim, wielkość E zależy od temperatury T i od wybranego szczupłego widmowego przedziału (λ_1, λ_2); rozumiejąc przez λ długość fali pośrednią pomiędzy bliskiemi granicami λ_1 i λ_2, możemy powiedzieć, że E zależy od λ i T. Postać tej zależności znamy dzięki starannym pomiarom, dokonanym przez Lummera i Pringsheima oraz innych uczonych. Przypuśćmy, że temperatura T pozostaje stała; wielkość E zależy wówczas wyłącznie od λ. Biorąc wartości długości fali λ za odcięte, wartości emisji E ciała doskonale chłonącego za rzędne, wyobrażamy w postaci krzywej zachodzący pomiędzy E a λ związek; dla każdej temperatury otrzymujemy osobną krzywą. Na rys. 290-ym widzimy kilka takich krzywych; temperatury są w nim liczone od -273° C (por. § 99 tomu II-go), długości fali λ podane są w mikronach,



Rys. 290.

wartości E w skali dowolnej, dla nas tu obojętnej; wskazany jest przedział odpowiadający widzialnemu widmu. Dla jasności podajemy jeszcze, w osobnym rys. 291-ym, przebieg zależności emisji E od λ dla kilku wyższych temperatur, posługując się tym razem większą nieco skalą. Rysunki 290 i 291 pozwalają zdać sobie sprawę, jak emisja doskonale chłonącego ciała rozkłada się na rozmaite widmowe zakresy; widzimy, że rozkład ten zmienia się nader istotnie, gdy temperatura podnosi się. W niskich temperaturach, przybliżenie do 500° C, emisja w zakresie widzialnym jest tak słaba, że nawet oko nie jest na nią wrażliwe; mocno rozgrzanego pieca nie widzimy w ciemności. Powyżej 500° C zaczynamy dostrzegać brzask świecenia; w promieniowaniu leżącem w zakresie widzialnym przewaga energetycznego strumienia przypada falom czerwonym, pierwsze świecenie gorącego ciała stałego jest zatem czerwone. Gdy temperatura podnosi się bardziej, krótsze fale zyskują coraz większy udział w strumieniu energji; emitowane światło stopniowo staje się «białe».



Rys. 291.

Ażeby uzyskać światło *sztuczne*, doprowadzamy zwykle pewne ciało stałe do wysokiej temperatury; w żarówce rozgrzewamy węglowe lub metaliczne włókienko, w płomieniu łuczywa, świecy, lampy naftowej albo gazowej rozgrzewamy niespalone, drobne cząstki węgla. Rozumiemy obecnie, jakiego, w tem postępowaniu, dopuszczamy się marnotrawstwa. W promieniowaniu np. węgla, w okolicy 1500° lub 1600° C, energja widzialnych falowań, chociaż oku wydaje się jaskrawa, jest niemal znikoma w stosunku do energji pozaczerwonych falowań; ażeby otrzymać maleńką ilość energji w zakresie widzialnym, wytwarzamy, całkiem zbytecznie, stosunkowo olbrzymią energję niewidzialnych falowań. Co powiedzielibyśmy o człowieku, który, pragnąc od fortepianu uzyskać tony najwyższe, uderzałby bez wyboru wszystkie naraz klawisze całej klawiatury? Nieinaczej postępujemy w pospolitych metodach sztucznego oświetlania. Nieco oszczędniej dążymy do celu, posługując się lampą kredową lub cyrkonową Drummonda lub łukiem elektrycznym; temperatura tych źródeł jest bardzo wysoka. Koszulka w lampie Auera świeci raczej *selekcyjnie*; jej promieniowanie jest zawilsze niż czysto-cieplne promieniowanie ciał stałych.

Z rys. 290-go widzimy, że emisja E doskonale chłonącego ciała osiąga, w każdej temperaturze, wartość *największą* dla pewnej długości fali, powiedzmy λ_m; ta długość fali λ_m zależy od temperatury:

T:		$\lambda_m T$:
723·0°	$\lambda_m = 4{\cdot}08\,\mu$	2950
993·5	2·96	2956
1094·5	2·71	2966
1259·0	2·35	2959
1646·0	1·78	2928

Iloczyn $\lambda_m T$ jest przybliżenie stały, największość E przypada zatem dla długości fali λ_m odwrotnie proporcjonalnej do (liczonej od $-273°$ C) temperatury. Twierdzenie to, przewidziane przez W. Wiena, pozwala, na zasadzie znajomości emisji, obliczyć temperaturę ciała, które, choć w przybliżeniu, promieniuje jak ciało doskonale chłonące. Przypuśćmy na chwilę, że tak promieniuje fotosfera słoneczna; z twierdzenia Wiena wynika wówczas, że jej temperatura wynosi 6200°; jak skądinąd wiadomo, rzeczywista temperatura fotosfery jest nieco wyższa i wynosi około 7000°.

Rozumiejmy przez E średnią wartość emisji E ciała doskonale chłonącego, w temperaturze T, obliczoną w całej rozciągłości widma, od $\lambda = 0$ do $\lambda = \infty$. Z rys. 290-go wnosimy, że E rośnie szybko, gdy temperatura podnosi się; według prawa, wykrytego przez Stefana, przeciętna wartość E jest wprost proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury T liczonej od $-273°$ C. Na rys. 290-ym weźmy na uwagę figurę płaską ograniczoną (*a*) przez oś odciętych (*b*) przez krzywą emisji E odpowiadającą danej temperaturze T (*c*) i (*d*) przez dwie oznaczone rzędne, odpowiadające np. wartościom $\lambda = 1\,\mu$ oraz $\lambda = 6\,\mu$; rozległość tej figury jest oczywiście proporcjonalna do średniej wartości E odpowiadającej danej temperaturze T. Wyciąwszy kilka takich figur z papieru i zważywszy wycinki, przekonywamy się, że ich ciężary są proporcjonalne do czwartych potęg temperatur, jak tego wymaga prawo Stefana.

§ 182. *Zakończenie.*

Dobiegliśmy do końca tej książki, pisanej dla młodych, pragnących wiedzy i w niej już zamiłowanych umysłów. W elementarnych ramach naszego wykładu zmieścił się tylko pobieżny, bardzo ogólnikowy obraz dzisiejszego stanu nauki fizyki. Ale świątynia wiedzy jest dla wszystkich otwarta; kto ma dosyć woli, przeniknie do jej najdalszych zakątków.

Nauki ludzkie są dzisiaj olbrzymie, ich zwycięstwa niewątpliwie są zadziwiające; ale w obliczu zagadnień, którym sprostać powinny, są dopiero próbą i pierwszym początkiem usiłowania. Ludzkość chce poznać i pojąć świat zjawisk; jest to zadanie zapewne bezdenne.

«Nie wiem» rzekł Newton «co powie o mnie kiedyś po-«tomność; samemu sobie wydawałem się dzieckiem, które na «brzegu morskim zabawia się błahostkami. Cieszyłem się, «gdym znalazł kamyk gładki lub piękną muszelkę; tymcza-«sem niezmierzony Ocean Prawdy rozciągał się tajemniczo «przedemną».

ALFABETYCZNY WYKAZ RZECZY

zawartych w trzech tomach «Nauki Fizyki».

Pierwsza liczba oznacza tom, druga oznacza artykuł (*nie* stronicę).
Przykład: 3, 77 znaczy: § 77 tomu III-go.

Aberacja chromat. soczewek 3, 145
Absorbcja światła 3, 164
Aerostatyka 2, 33
Akomodacja 3, 147
Akumulatory 3, 40
Alternatory 3, 93
Amper 3, 66
Ampermetry 3, 73 i 95
Amplituda (ruchu h. prostego) 1, 30
— (fali) 2, 63
Analiza spektralna 3, 160
Aneroidy 2, 44
Aniony 3, 41
Anoda 3, 34 i 41
Antenna 3, 104
Antykatoda 3, 109
Atmosfera (jednostka) 2, 4 i 44
— jednolita 2, 45

Balony 2, 47
Barometr 2, 44
Barwa brzmienia 2, 84
— światła 3, 152 i 157
Baterja elektr. 3, 40
Bezwładność 1, 41 i nast.
Bieg światła 3, 123, 154
Biegun (w pł. fali) 3, 154
— magnesu 3, 47 i nast.
— magn. ziemi 3, 60
— soczewki 3, 141
Blask 3, 130
Błyskawica 3, 11
Błękit nieba 3, 163
Bolometr 3, 171
Busola stycznych 3, 67
Butelka lejdejska 3, 12

Centymetr 1, 3
Cewka indukcyjna 3, 89
Chromosfera 3, 167
Ciało anizotropowe 2, 23
— doskonale chłonące 3, 178
— doskonale sztywne 1, 85
— izotropowe 2, 23
— jednolite 2, 23
— jednorodne 2, 23
— płynne 2, 2 i 6
— przezroczyste 3, 121
— stałe 2, 2 i 6
Ciąg fal 2, 61
Ciągnienie 2, 5
Ciążenie powszechne 1, 53, 54 i nast.
Ciecze 2, 3
Cienie 2, 68 i 3, 124
Ciepło Joule'a 3, 79
Ciepło parowania 2, 111 i 117
— topienia się 2, 110
— właściwe 2, 107 i 109
Ciężar 1, 46 i 100
Ciężar właściwy 1, 103 i 2, 49
Ciśnienie 2, 4 i 5

Ciśnienie nasycenia **2**, 117 i 118
— w płynie **2**, 34 i nast.
Cykl (maszyny) **2**, 113
Czas (gwiazdowy, słoneczny) **1**, 4
Cząstki α **3**, 117
— β **3**, 116
Częstość ruchu (harm. prostego) **1**, 30

Deklinacja (magn.) **3**, 60
Detektor krystaliczny **3**, 103
Długość fali **2**, 62
— fal (el.-magn.) **3**, 102
— fal (świetlnych) **3**, 152 i 161
Doliny fali **2**, 63
Drgania elektryczne **3**, 98
— prętów **2**, 85
— własne **2**, 86
— wymuszone **2**, 87
— zasadnicze **2**, 84
Dyfrakcja **2**, 68; **3**, 125, 155 i 156
Dyfuzja **2**, 21 i 22
Dylatometr **2**, 94
Dyna **1**, 47
Dyna na cm^2 **2**, 4
Dynamika **1**, 1, 32 i nast.
Dyspersja światła **3**, 136 i 169
Działanie pola magn. na obwód prądu **3**, 71
Działanie pola magn. na element prądu **3**, 72
Dzielność **1**, 72
Dźwięki **2**, 78
Dźwignia **1**, 90 i 91

Echo **2**, 75
Elektroliza **3**, 41 i nast.
Elektromagnes **3**, 70
Elektrometr **3**, 30
Elektrony **3**, 4, 17, 42, 108 i 111
Elektroskop **3**, 5 i 24
Emisja ciał dosk. chłon. **3**, 181
Energja **1**, 73
— cieplna **2**, 106, 107, 112
— drgań akust. **2**, 79
— elektryczna **3**, 31, 37, 79, 94, 97
— kinetyczna **1**, 74
— potencjalna **1**, 77
Erg **1**, 71

Fale elektr.-magnet. **3**, 100 i nast.
— głosowe **2**, 73 i 77
— harmoniczne proste **2**, 63
— kołowe **2**, 55 i 67
— kuliste **2**, 67
— pochodne (wtórne) **2**, 69; **3**, 154
— podłużne **2**, 56
— poprzeczne **2**, 56
— stojące **2**, 65, 66 i 84
— świetlne **3**, 151 i nast.
Farad **3**, 66
Faza (mat. układu) **2**, 16
Faza (fali) **2**, 62 i 63
Figury pyłkowe **2**, 77
Fluorescencja **3**, 105, 109, 118, 170
Fonograf **2**, 83
Fot **3**, 129
Fotometry **3**, 130
Fotosfera **3**, 167

Galwanometry **3**, 67 i 73
Gama diatoniczna **2**, 81
Gazy **2**, 3 i 52
Gauss **3**, 56
Gęstość **1**, 103
— elektr. ład. **3**, 10
— średn. ziemi **1**, 66
Gięcie **2**, 31
Głos **2**, 72 i nast.
Gram **1**, 40
Gramatom **3**, 44
Granice widz. widma **3**, 162
Grzbiety fali **2**, 63

Heljon **3**, 117
Hodograf **1**, 13
Horror Vacui **2**, 44
Horse power **1**, 72
Hydrostatyka **2**, 33 i nast.
Hygrometry **2**, 123
Hypoteza Maxwella **3**, 96

Igła deklinacyjna **3**, 60
— inklinacyjna **3**, 60
— magnesowa wogóle **3**, 48
Ilość ciepła **2**, 107
— ruchu **1**, 75
Indukcja el.-magn. **3**, 80 i nast.

Indukcja el.-stat. 3, 6 i nast.
— magnet. 3, 70
— własna 3, 87
Induktor 3, 89
Inklinacja 3, 60
Interferencja fal 2, 58, 64 i 65
— głosu 2, 76
— światła 3, 151, 152 i 153
Interwał muzyczny 2, 81
Inwar 2, 93
Iony 3, 41 i nast.
Ionizacja gazów 3, 110 i 111
Izolatory 3, 5

Jarzenie się 3, 177
Jądra atomów 3, 42, 119, 120
Jednostka Angströma 3, 161
— Violle'a 3, 129
Jednostki czasu 1, 4
— długości 1, 3
— długości fali 3, 161
— dzielności 1, 72
— elektrostatyczne 3, 17, 23, 28, 36
— elektromagnetyczne 3, 65 i 66
— fotometryczne 3, 129
— grawitacyjne 1, 47
— ilości ciepła 2, 107
— ilości magnet. 3, 53
— masy 1, 40
— oporu 3, 75
— pracy 1, 71
— siły 1, 47
Joule 1, 71

Kalorja 2, 107
Kalorymetr wodny 2, 108
Kationy 3, 41
Katoda 3, 34 i 41
Kąt krytyczny 3, 138
Kąt odbicia 2, 70; 3, 134
— padania 2, 70; 3, 134
— widzenia 3, 148
— załamania 2, 71; 3, 136
Kilogram 1, 40
Kilogramometr 1, 71
Kilometr 1, 3
Kilowatt 1, 72; 3, 66
Kilowattgodzina 3, 66
Kinematyka 1, 1 i 6
Kollektor prądnicy 3, 91
Koło wychwytowe 1, 5
Komórka fotoelektr. 3, 126
Kondensator elektr. 3, 12
Konwekcja 2, 101
Koń parowy 1, 72
Kotwica 1, 5
Krawędź pryzmatu 3, 140
Krzywa balistyczna 1, 59
— falowa 2, 83
Kulomb 3, 66

Lambert 3, 130
Lampa elektronowa 3, 112
— rtęciowa 3, 159
— żarowa 3, 79
Liczba Avogadra 3, 45
— porządk. pierw. 3, 174
Linje Fraunhofera 3, 166
— pola elektr. 3, 18
— — magnet. 3, 57
Litr 1, 40
Lornetki 3, 150
Lumen 3, 129
Luminescencja 3, 177
Luneta 3, 150

Ładunek elektryczny 3, 4 i nast.
Ładunek elektronu 3, 17 i 111

Machiny 1, 92
Magnetyzm 3, 46 i nast.
Manometr 2, 39
Masa 1, 35 i 76
— spoczynkowa 3, 116
— ziemi 1, 66
Maszyny elektr. 3, 7
Metoda mieszanin 2, 108
Metr 1, 3
Mikron 1, 3; 3, 161.
Mikroskop 3, 149
Milimetr 1, 3
Moduł Younga 2, 27
Moment siły wzgl. osi 1, 88
Motor elektryczny 3, 92
Myopja 3, 147

Nachylenie magnet. 3, 60
Namagnesowanie induk. 3, 49
Napięcie el. ład. 3, 9
Nasycenie magnet. 3, 55
Natężenie dźwięku 2, 79
— prądu el. 3, 34
— źródła światła 3, 128
Nonjusz 1, 3

Objektywa mikroskopu 3, 149
Obrazy w soczewkach 3, 143
— w zwierciedle 3, 135
Odbicie całkowite 3, 138
Odbijanie się fal 2, 56, 60, 70
— — fal el-magn. 3, 102
— — światła 3, 134
— — głosu 2, 75
Odgłos 2, 75
Odkrycie Oersteda 3, 61
Odkształcenie 1, 85; 2, 2
Odległość ogn. socz. 3, 142
Odwracalność świetl. prom. 3, 137
Ognisko soczewki 3, 142
Ogniwo 3, 38 i nast.
— termoelektr. 3, 171
Ohm 3, 75
Oko ludzkie 3, 146 i 147
Okres fali 2, 62
— ruchu kołowego 1, 10
Oktawa 2, 81
Okular mikroskopu 3, 149
Opornica 3, 68
Opór elektryczny 3, 68, 74 i nast.
— powietrza 1, 56
Optyka geom. 3, 125, 133 i nast.
Oś soczewki 3, 141
— magnet. ziemi 3, 60
Ośrodki dia-, para-, ferromagn. 3, 52
Oświetlenie 3, 128

Pamięć odkształceń 2, 9
Para sił 1, 97
Pary nasycone 2, 117
Parcie hydrost. 2, 46
Perpetuum mobile 1, 83
Pęd 1, 75
Piezometry 2, 50
Piknometr 1, 103
Pion 1, 19 i 60
Piorunochrony 3, 11
Plastyczność 2, 9
Płyny 2, 2 i nast.
Pojemność cieplna 2, 107
— elektryczna 3, 28 i nast.
Pojęcia fotometryczne 3, 128
Pole ciężkości 1, 55, 78 i nast.
— elektryczne 3, 2, 21 i nast.
— jednorodne 1, 65
— magnetyczne 3, 46 i nast.
— — prądu 3, 61 i nast.
— — ziemi 3, 60
Pompy pneumat. 2, 54
Ponadprzewodniki 3, 77
Potencjał elektr. 3, 22 i nast.
Powierzchnia swob. cieczy 2, 37
— ekwipotencjalna 3, 27
Pozostałość magnet. 3, 49
Praca 1, 69 i nast.
Prasa hydrauliczna 2, 34
— śrubowa 1, 92
Prawo Boyle'a 2, 51
— Coulomba (el.-stat.) 3, 15
— — (magn.-stat.) 3, 52
— Faradaya (I i II-gie, el.-lizy) 3, 43 i 44
— — (indukcji el.-m.) 3, 84 i nast.
— Gay Lussaca 2, 98
— Hooke'a 2, 27
— Joule'a 3, 79.
— Kirchhoffa 3, 180
— Lamberta 3, 130
— Newtona (dynamiki I, II, III-cie) 1, 34 i nast.
— — (powsz. ciążenia) 1, 50 i nast.
— Ohma 3, 74
— Snella i Kartezjusza 2, 71 oraz 3, 136
— Stefana 3, 181
— Stokesa 1, 46
— Volty 3, 39
— Wiena 3, 181
Prawa pól el.-magn. 3, 97
— ruchu planet 1, 49
— — wahadłowego 1, 64.
Prąd elektryczny 3, 33 i nast.
— Foucaulta 3, 88

Prąd przemienny 3, 90
Prądnica 3, 91
Prezbyopja 3, 147
Prędkość 1, 7 i nast.
— głosu 2, 74
— składowa 1, 24
— światła 3, 131 i 132
— wypadkowa 1, 24
Promieniowanie 3, 126, 157 i nast.
— cieplne 3, 177
— gamma 3, 175
— pozaczerwone 3, 171
— pozafioletowe 3, 170
— Röntgena 3, 109, 172 i nast.
— zrównoważone 3, 179
Promieniotwórczość 3, 113 i nast.
Promień świetlny 3, 123
Proton 3, 119
Pryzmat 3, 140
Przemiany prom.-twórcze 3, 120
Przemieszczenie 1, 11
Przenikliwość magnet. 3, 52
Przetwornica 3, 94
Przewodnictwo cieplne 2, 102
— elektryczne 3, 5, 77
Przyśpieszenie 1, 15 i nast.
— ciężkości 1, 19, 46, 57, 65, 68
Puls 2, 61
Punkt materjalny 1, 39
— rosy 2, 123
— świecący 3, 122
— topliwości 2, 16, 114 i nast.
— wrzenia 2, 18, 120 i nast.
Punkty oka 3, 147
— termometryczne 2, 14

Radjan 1, 3; 3, 127
Radjotelegrafja 3, 104
Ramię siły 1, 88
Rdzeń el.-magnesu 3, 70
Reakcje 2, 15
Reflektor 3, 150
Refraktor 3, 150
Regelacja 2, 116
Regenerator 2, 124
Regulator Watta 1, 67
Reguła Ampère'a 3, 62, 63
— Lenza 3, 82, 85, 86
Reguła momentów 1, 89, 94, 96
Reststrahlen 3, 171
Rezonancja 2, 88
— elektryczna 3, 99
Rogówka 3, 146
Rok świetlny 3, 65
Rosa 2, 123
Rotor 3, 93
Rozprężliwość gazów 2, 96 i nast.
Rozszczepianie się światła 3, 136
Rozszerzalność ciał stałych 2, 90 i nast.
— cieczy 2, 94
— gazów 2, 96, 97
— wody 2, 95
Roztwory 2, 15, 20
— koloidalne 2, 21
Rozwartość pryzmatu 3, 140
Równanie gazów dosk. 2, 99
— hydrost. zas. 2, 36
Równia pochyła 1, 61
Równowaga ciał pływających 2, 48
— cieczy 2, 42
— mechaniczna 1, 101
— wody i lodu 2, 16
Równoważnik elektrochemiczny 3, 43
— mechan. ciepła 2, 112
Różnica dróg optycznych 3, 152
Ruch Browna 2, 53
— ciała rzuconego 1, 58, 59
— harm. prosty 1, 30, 31
— jednostajny 1, 8 i nast.
— jednost. przyśp. 1, 16 i nast.
— kołowy 1, 9, 10, 67
— prostolinjowy 1, 7 i nast.
— składowy 1, 22
— wypadkowy 1, 22 i 23
— względny 1, 2
Ruchliwość cieczy 2, 8
Rzuty prędkości 1, 25

Scyntylacje 3, 118
Sekunda gwiazdowa 1, 4
Serje widmowe 3, 168
— prom. Röntgena 3, 174
Shunt 3, 76
Siatka dyfrakcyjna 3, 156
Siatkówka 3, 146
Siła dośrodk. i odśrodk. 1, 67

Siła elektryczna 3, 2 i nast.
— el.-mot. ogniwa 3, 38
— zachowawcza 1, 77, 82
Sinusoida 2, 63
Skale temperatur 2, 14, 19, 100, 113
Skale muzyczne 2, 81
Składowa poz. nat. magn. z. 3, 60
Skraplanie gazów 2, 124
Skręcanie 2, 30
Soczewki 3, 141 i nast.
Solenoidy 3, 69
Spadanie ciał 1, 46
Spektroskop 3, 158
Spintaryskop 3, 118
Spółczynnik rozszerzalności 2, 91, 94, 98
— tarcia 1, 62
— załamania 2, 71; 3, 136
Stała dielektryczna 3, 16 i 32
— Faradaya 3, 44, 45
Stator 3, 93
Stereo-radjan 3, 127
Stosunek Poissona 2, 28
Strumienie katodowe 3, 105 i nast.
Strumień świetlny 3, 128
Struny 2, 84
Strzałki fali 2, 65
Syrena 2, 78
Sztywność 2, 30

Ściśliwość 2, 3, 29, 50 i 51
Świeca międzynar. 3, 129
Środek ciężkości 1, 100
— masy 1, 44
— opt. soczewki 3, 142
— sił równol. 1, 98, 99

Tarcie 1, 62
Teleskopy 3, 150
Temperatura 2, 10 i nast.
— krytyczna 2, 24 i 125
Teorje światła 3, 151 i nast.
Termometr gazowy 2, 100
— rtęciowy 2, 12, 13
Termometrja 2, 10 i nast.; 100; 113
Tęczówka 3, 146
Tonika 2, 81
Topienie się 2, 114 i nast.
Twierdzenie Archimedesa 2, 46
Twierdzenie Dopplera 2, 82; 3, 131
— Gaussa 3, 19
— Pascala 2, 41
— równoległoboku prędk. 1, 24
— — przyśp. 1, 29
— — sił 1, 45
— równowagi cieplnej 2, 11
— Varignona 1, 86
— zasadn. hydrost. aerost. 2, 7
Twornik prądnicy 3, 91

Uderzanie się ciał spręż. 2, 32
Uginanie się fal 2, 68
— — prom. Röntgena 3, 172
— — światła 3, 125, 155, 156
Układ jedno-, dwufazowy 2, 24
— odosobniony 1, 81
— zachowawczy 1, 77
Układ odniesienia 1, 2
Unoszenie ciepła 2, 101

Waga 1, 102
Wahadło 1, 5, 63, 64
— kompensacyjne 2, 93
Warstwa odwracająca 3, 167
Watt 1, 72; 3, 66
Wektor 1, 11
— elektryczny 3, 14
— magnetyczny 3, 56
Wentyl elektryczny 3, 112
Węzły fali 2, 63
Wiązka świetlna 3, 123
Wiązki pola el-go 3, 20
— — magn. 3, 58
— magn. ind. 3, 70
Wibratory elektr. 3, 99
Widmo 3, 140
— absorbcyjne 3, 159, 165
— emisyjne 3, 159
— odwrócone 3, 167
— słoneczne 3, 157
Wirownica 1, 67
Wolt 3, 66
Wrzenie 2, 119 i nast.
Wydajność maszyny 2, 113
Wydłużenie 2, 26
Wysokość dźwięku 2, 80

Wytrzymałość 2, 9
Wzór soczewki 3, 144

Zaburzenia magnet. 3, 60
Zaćmienie słońca 3, 124
Załamywanie się fal 2, 71
— — światła 3, 136
Zamarzanie 2, 114 i nast.
Zasada działania i oddz. 1, 34 i nast.
— Huygensa 2, 69
— niezal. ruchów 1, 22
— Pascala 2, 34
— zachow. energji 1, 81 i nast.; 2, 105 i nast.
— — masy 1, 38
Zasady dynamiki 1, 48
— termodynam. 2, 112, 113
Zawiesistość cieczy 2, 8
Zboczenie magnet. 3, 60
Zdolność dioptr. socz. 3, 144
Zegary 1, 5
Zero Celsjusza 2, 16
Zjawisko kołowe 1, 83; 2, 112
Zwierciadło 3, 134, 135
— cieczy 2, 37
— doskonałe 3, 178

Źrenica 3, 146
Źródła światła 3, 121

BIBLIOTEKA

ERRATA.

Tom	I	str.	21	wiersz	24	*zam.*	*Prędkosc*	*czyt. Prędkość*
„	I	„	44	„	21	„	*ehwili*	„ *chwili*
„	I	„	72	„	24	„	granat	„ szrapnel
„	I	„	74	„	7	„	rozstrząsań	„ roztrząsań
„	II	„	9	„	2	„	1 Kg/m³	„ 1 Kg/cm²
„	III	„	257	„	23	„	Samsona	„ R. A. Sampsona

S. 860

14. IX 951. Czyt. 30.-